الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

McGraw-Hill Education

# الرياضيات المتكاملة

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

**صف 9 مجلد 1**

Mc Graw Hill Education

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2017 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education، بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-0-07-718665-4 (نسخة الطالب)
MHID: 0-07-718665-6 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-0-07-718668-5 (نسخة المعلم)
MHID: 0-07-718668-0 (نسخة المعلم)

XXX 17 16 15 14 13 12 9 8 7 6 5 4 3 2 1

## صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان
## رئيس الدولة، حفظه اللّه

**"يجب التزوُد بالعلوم الحديثة والمعارف الواسعة والإقبال عليها بروح عالية ورغبة صادقة حتى تتمكّن دولة الإمارات خلال الألفية الثالثة من تحقيق نقلة حضارية واسعة."**

من أقوال صاحب السمو الشيخ خليفة بن زايد آل نهيان

# ملخص المحتويات


الوحدة 0 التهيئة للرياضيات المتكاملة I

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الوحدة 3 الدوال الخطية

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الوحدة 5 المتباينات الخطية

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الوحدة 7 الأسس والدوال الأسية

الوحدة 8 الدوال الجذرية والدوال النسبية والمعادلات

الوحدة 9 الإحصاء والاحتمالات

الوحدة 10 أدوات الهندسة

الوحدة 11 الخطوط المتوازية والمتعامدة

الوحدة 12 المثلثات المتطابقة

الوحدة 13 رباعيات الأضلاع

الوحدة 14 التشابه التحويلات والتناظر

الوحدة 15 الدوائر

كتيب الطالب



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# المؤلفون

**يضمن** مؤلفونا الرواد أن برامج Macmillan/McGraw-Hill وGlencoe/McGraw-Hill للرياضيات منظمة حقًا بشكل رأسي مترابط، مع وضع الغاية النهائية نصب الأعين — ألا وهي تحقيق النجاح في الرياضيات المتكاملة I وما بعدها. ومن خلال "التخطيط العكسي" للمحتوى المأخوذ من برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا المتعلقة بالرياضيات موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.

## كبار المؤلفين

### الدكتور جيه إيه كارتر
المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم وتحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

### الدكتور جلبرت جيه كويفاس
أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات ثرية رياضيًا إلى جانب التمثيلات الرياضية

### الدكتور روجر داي، مجاز في التعليم من المجلس الوطني
رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الاحتمالية والإحصائيات وتطبيقها، إلى جانب تدريس الرياضيات لمعلمي الصفوف

### الدكتورة كارول مالوي
مدرس مساعد
جامعة نورث كارولاينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولاينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير الناقد؛ نجاح الطلاب في الجبر 1

## مؤلفو البرنامج

### روث كيسي
مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي مشارك
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

### جيري كامنز
مستشار الرياضيات
الرئيس السابق للمجلس القومي لمشرفي الرياضيات
ويسترن سبرينجز، إلينوي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

### الدكتور بيرتشي هوليداي، دكتوراه في التعليم
استشاري وطني في الرياضيات
سلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لنمذجة بيانات الحياة اليومية واستيعابها؛ وتأثير التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

### بياتريس مور لاتشين
مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: المعرفة الرياضية؛ العمل مع متعلمي اللغة الإنجليزية

## مؤلف مشارك

### دينا زايك المطويات
مستشار تعليمي
شركة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 0 التهيئة للرياضيات المتكاملة ١


البدء في الوحدة 0 ..... ص 2

■ الاختبار القبلي ..... ص 3

0-1 التخطيط لحل المسائل ..... ص 5

0-2 الأعداد الحقيقية ..... ص 7

0-3 العمليات على الأعداد الصحيحة ..... ص 11

0-4 جمع الأعداد النسبية وطرحها ..... ص 13

0-5 ضرب الأعداد النسبية وقسمتها ..... ص 17

0-6 تناسب النسبة المئوية ..... ص 20

0-7 المحيط ..... ص 23

0-8 المساحة ..... ص 26

0-9 الحجم ..... ص 29

0-10 مساحة السطح ..... ص 31

0-11 الاحتمالية والفرص البسيطة ..... ص 33

0-12 مقاييس المركز والتغير والموقع ..... ص 37

0-13 تمثيل البيانات ..... ص 41

■ الاختبار البعدي ..... ص 47



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1

# التعابير والمعادلات والدوال


**الاستعداد** للوحدة 1 . . . . . 3

1-1 **المتغيرات والتعابير** . . . . . 5

1-2 **ترتيب العمليات** . . . . . 10

1-3 **خصائص الأعداد** . . . . . 16

**التوسع: مختبر الجبر** الدقة . . . . . 23

1-4 **خاصية التوزيع** . . . . . 25

**اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 32

1-5 **المعادلات** . . . . . 33

1-6 **العلاقات** . . . . . 40

1-7 **الدوال** . . . . . 47

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** تمثيل الدوال . . . . . 55

1-8 **تفسير التمثيل البياني للدالة** . . . . . 56

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 62

**تمرين على الاختبار** . . . . . 67

**التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 68

**تمرين على الاختبار المعياري** . . . . . 70



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 2 المعادلات الخطية


**الاستعداد** للوحدة 2 . . . . . 73

2-1 **كتابة المعادلات** . . . . . 75

**الاستكشاف: مختبر الجبر** حل المعادلات . . . . . 81

2-2 **حل معادلات الخطوة الواحدة** . . . . . 83

**الاستكشاف: مختبر الجبر** حل المعادلات متعددة الخطوات . . . . . 90

2-3 **حل المعادلات متعددة الخطوات** . . . . . 91

2-4 **حل المعادلات التي تحتوي على متغير في كل طرف** . . . . . 97

2-5 **حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة** . . . . . 103

**اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 110

2-6 **النسب والتناسب** . . . . . 111

**التوسع: مختبر ورق الجدولة** التمثيل الوصفي . . . . . 118

2-7 **النسبة المئوية للتغيير** . . . . . 119

**التوسع: مختبر الجبر** الترتيب المئوي . . . . . 125

2-8 **المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي** . . . . . 126

2-9 **المتوسطات الحسابية المرجحة** . . . . . 132

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 139

**تمرين على الاختبار** . . . . . 145

**التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 146

**تمرين على الاختبار المعياري، الوحدتان 2–1** . . . . . 148



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 3

# الدوال الخطية


**الاستعداد** للوحدة 3 ..... 151

**الاستكشاف: مختبر الجبر** تحليل التمثيلات البيانية الخطية ..... 153

3-1 **التمثيل البياني للمعادلات الخطية** ..... 155

3-2 **حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني** ..... 163

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** تمثيل الدوال الخطية بيانيًا ..... 169

**الاستكشاف: مختبر الجبر** معدل تغير الدالة الخطية ..... 171

3-3 **معدل التغير والميل** ..... 172

**اختبار منتصف الوحدة** ..... 181

3-4 **التغير الطردي** ..... 182

3-5 **المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية** ..... 189

**التوسع: مختبر الجبر** الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي ..... 196

3-6 **العلاقات التناسبية وغير التناسبية** ..... 197

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** ..... 203

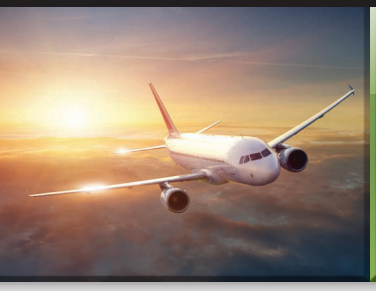
**تمرين على الاختبار** ..... 207

**التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 208

**تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 3-1** ..... 210



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



# الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية


**الاستعداد** للوحدة 4 ..... 213

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** استقصاء صيغة تقاطع الميل ..... 215

4-1 **تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والتقاطع** ..... 216

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** عائلة التمثيلات البيانية الخطية ..... 224

4-2 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والتقاطع** ..... 226

4-3 **كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل** ..... 233

4-4 **المستقيمات المتوازية والمتعامدة** ..... 239

**اختبار منتصف الوحدة** ..... 246

4-5 **مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة** ..... 247

**التوسع: مختبر الجبر** الارتباط والسببية ..... 254

4-6 **الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة** ..... 255

4-7 **الدوال الخطية العكسية** ..... 263

**التوسع: مختبر الجبر** رسم المعكوسات ..... 271

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** ..... 272

**تمرين على الاختبار** ..... 277

**التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 278

**تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–4** ..... 280



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 5

# المتباينات الخطية


**الاستعداد** للوحدة 5 ..... 283

5-1 **حل المتباينات بالجمع والطرح** ..... 285

**الاستكشاف: مختبر الجبر** حل المتباينات ..... 291

5-2 **حل المتباينات بالضرب والقسمة** ..... 292

3-5 **حل المتباينات متعددة الخطوات** ..... 298

**اختبار منتصف الوحدة** ..... 304

**الاستكشاف: مختبر الجبر** قراءة العبارات المركبة ..... 305

5-4 **حل المتباينات المركبة** ..... 306

5-5 **المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة** ..... 312

5-6 **تمثيل المتباينات ذات المتغيرين بيانيًا** ..... 317

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** تمثيل المتباينات بيانيًا ..... 323

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** ..... 324

**تمرين على الاختبار** ..... 327

**التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 328

**تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–5** ..... 330



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة

# 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية


**الاستعداد** للوحدة 6 ..... 333

6-1 **تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا** ..... 335

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** أنظمة المعادلات ..... 342

6-2 **الاستبدال** ..... 344

6-3 **الحذف باستخدام الجمع والطرح** ..... 350

6-4 **الحذف باستخدام الضرب** ..... 357

■ **اختبار منتصف الوحدة** ..... 363

6-5 **تطبيق أنظمة المعادلات الخطية** ..... 364

**التوسع: مختبر الجبر** استخدام المصفوفات لحل أنظمة المعادلات ..... 370

6-6 **أنظمة المتباينات** ..... 372

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** أنظمة المتباينات ..... 377

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** ..... 378

■ **تمرين على الاختبار** ..... 383

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 384

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 6-1** ..... 386



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7

# الأسس والدوال الأسية


**الاستعداد** للوحدة 7 . . . . . 389

7-1 **خصائص ضرب الأسس** . . . . . 391

7-2 **خصائص قسمة الأسس** . . . . . 398

7-3 **الأسس النسبية** . . . . . 406

7-4 **الترميز العلمي** . . . . . 414

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 421

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** عائلة الدوال الأسية . . . . . 422

7-5 **الدوال الأسية** . . . . . 424

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** حل المعادلات والمتباينات الأسية . . . . . 430

7-6 **النمو والتضاؤل** . . . . . 432

**التوسع: مختبر الجبر** تحويل المعادلات الأسية . . . . . 437

7-7 **المتتاليات الهندسية كدوال أسية** . . . . . 438

**التوسع: مختبر الجبر** متوسط معدل تغير الدوال الأسية . . . . . 444

7-8 **الصيغ التكرارية** . . . . . 445

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 451

■ **تمرين على الاختبار** . . . . . 455

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 456

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 7–1** . . . . . 458



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 8 الدوال الجذرية والدوال النسبية والهندسة


**الاستعداد** للوحدة 8 ..... 461

8-1 دوال الجذر التربيعي ..... 463

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل دوال الجذر التربيعي بيانيًا ..... 470

8-2 تحويل التعابير الجذرية لأبسط صورة ..... 471

التوسع: مختبر الجبر الأعداد النسبية وغير النسبية ..... 477

8-3 العمليات على التعابير الجذرية ..... 478

8-4 المعادلات الجذرية ..... 483

اختبار منتصف الوحدة ..... 487

8-5 التغير العكسي ..... 488

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية عائلة الدوال النسبية ..... 495

8-6 الدوال النسبية ..... 496

8-7 المعادلات النسبية ..... 502

التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية حل المعادلات النسبية ..... 509

**التقويم**

دليل الدراسة والمراجعة ..... 511

تمرين على الاختبار ..... 515

التحضير للاختبارات المعيارية ..... 516

تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 8-1 ..... 518



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 9

# الإحصاء والاحتمالات


**الاستعداد** للوحدة 9 . . . . . 521

9-1 **الإحصاء والمعاملات** . . . . . 523

9-2 **توزيعات البيانات** . . . . . 530

9-3 **مقارنة مجموعات البيانات** . . . . . 537

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 545

**التوسع: مختبر الجبر** جداول التكرار بمُدخلين . . . . . 546

**التوسع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** المنحنى الطبيعي . . . . . 548

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 550

■ **تمرين على الاختبار** . . . . . 553

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 554

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 9-1** . . . . . 556



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 10

# أدوات الهندسة


**الاستعداد** للوحدة 10 . . . . . 559

10-1 **النقاط والمستقيمات والمستويات** . . . . . 561

**التوسع: مختبر الهندسة** وصف ما تراه . . . . . 569

10-2 **القياس الخطي** . . . . . 570

**التوسع: درس التوسع** الدقة والصحة . . . . . 578

10-3 **المسافة ونقاط المنتصف** . . . . . 581

10-4 **قياس الزوايا** . . . . . 592

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 601

10-5 **التوسع: مختبر الهندسة** إنشاء المستقيمات المتعامدة . . . . . 602

10-6 **الأشكال ثنائية الأبعاد** . . . . . 603

**التوسع: مختبر البرمجيات الهندسية** الأشكال ثنائية الأبعاد . . . . . 612

10-7 **إثبات علاقات القِطَع** . . . . . 614

10-8 **إثبات علاقات الزوايا** . . . . . 621

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 630

■ **تمرين على الاختبار** . . . . . 635

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 636

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–10** . . . . . 638


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 11 المستقيمات المتوازية والمتعامدة


**الاستعداد** للوحدة 11 . . . . . 641

11-1 **المستقيمات المتوازية والمستقيمات القاطعة** . . . . . 643

**الاستكشاف: مختبر برمجيات الهندسة** الزوايا والمستقيمات المتوازية . . . . . 649

11-2 **الزوايا المستقيمات المتوازية** . . . . . 650

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** استقصاء الميل . . . . . 657

11-3 **ميول المستقيمات** . . . . . 658

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 667

11-4 **معادلات المستقيمات** . . . . . 668

**التوسع: مختبر الهندسة** معادلات المُنصِّفات العمودية . . . . . 676

11-5 **إثبات أن المستقيمات متوازية** . . . . . 677

11-6 **المستقيمات المتعامدة والمسافة** . . . . . 685

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 695

■ **تمرين على الاختبار** . . . . . 699

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 700

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–11** . . . . . 702



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 12 المثلثات المتطابقة


**الاستعداد** للوحدة 12 ..... 705

12-1 **تصنيف المثلثات** ..... 707

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** زوايا المثلثات ..... 715

12-2 **زوايا المثلثات** ..... 716

12-3 **المثلثات المتطابقة** ..... 725

12-4 **إثبات تطابق المثلثات**–SSS، SAS ..... 734

**التوسع: مختبر الهندسة** إثبات بناء الفرضيات ..... 743

■ **اختبار منتصف الوحدة** ..... 744

12-5 **إثبات تطابق المثلثات** —AAS، ASA ..... 745

**التوسع: مختبر الهندسة** تطابق المثلثات قائمة الزوايا ..... 753

12-6 **المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع** ..... 755

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** التحويلات التطابقية ..... 764

12-7 **تحويلات التطابق** ..... 766

12-8 **المثلثات والبرهان الإحداثي** ..... 773

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** إنشاء المنصفات ..... 780

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** إنشاء المستقيمات الوسيطة والارتفاعات ..... 781

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** متباينة المثلثات ..... 782

12-9 **مساحات متوازيات الأضلاع والمثلثات** ..... 783

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** ..... 791

■ **تمرين على الاختبار** ..... 795

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 796

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–12** ..... 798


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 13 رباعيات الأضلاع


**الاستعداد** للوحدة 13 . . . . . 801

13-1 **متوازيات الأضلاع** . . . . . 803

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** متوازيات الأضلاع . . . . . 812

13-2 **اختبارات متوازيات الأضلاع** . . . . . 813

■ **اختبار منتصف الوحدة** . . . . . 822

13-3 **المستطيلات** . . . . . 823

13-4 **المعيّن والمربعات** . . . . . 830

13-5 **أشباه المنحرفات ورباعيات الأضلاع المحدبة** . . . . . 839

**التقويم**

■ **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 849

■ **تمرين على الاختبار** . . . . . 853

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 854

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 13–1** . . . . . 856



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 14 التشابه والتحويلات والتناظر


**الاستعداد** للوحدة 14 ..... 859

14-1 **المثلثات المتشابهة** ..... 861

**التوسع: مختبر الهندسة** براهين المستقيمات المتوازية والمتعامدة ..... 871

14-2 **المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة** ..... 873

14-3 **تحويلات التشابه** ..... 883

14-4 **الانعكاسات** ..... 890

14-5 **الانسحابات** ..... 899

**اختبار منتصف الوحدة** ..... 906

**الاستكشاف: مختبر الهندسة** الدورانات ..... 907

14-6 **الدورانات** ..... 908

**التوسع: مختبر الهندسة** مجسمات الدوران ..... 915

**الاستكشاف: مختبر البرمجيات الهندسية** تركيبات التحويلات ..... 917

14-7 **تكوينات التحويلات** ..... 918

**التوسع: مختبر الهندسة** التغطيات بالفسيفساء ..... 927

14-8 **التناظر** ..... 930

**التوسع: مختبر الهندسة** استكشاف عمليات البناء باستخدام جهاز انعكاسي ..... 937

**الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية** تغيير الأبعاد بمقياس ..... 939

14-9 **تغييرات الأبعاد بمقياس** ..... 941

**التوسع: مختبر الهندسة** إنشاء تطابق وتناظر المثلثات ..... 949

**التقويم**

**دليل الدراسة والمراجعة** ..... 951

**تمرين على الاختبار** ..... 957

**التحضير للاختبارات المعيارية** ..... 958

**تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–14** ..... 960


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 15 الدوائر


**الاستعداد** للوحدة 15 . . . . . 963

15-1 **الدوائر والمحيطات** . . . . . 965

15-2 **الأقواس والأوتار** . . . . . 974

15-3 **المماسات** . . . . . 982

**التوسع: مختبر الهندسة** الدوائر المحيطة والمحاطة . . . . . 990

15-4 **معادلات الدوائر** . . . . . 991

**التقويم**

- **دليل الدراسة والمراجعة** . . . . . 998
- **تمرين على الاختبار** . . . . . 1001
- **التحضير للاختبارات المعيارية** . . . . . 1002
- **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1–15** . . . . . 1004


## كتيب الطالب


**المرجع**

**القاموس** . . . . . GL1

**الصيغ والرموز** . . . . . TF1



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 0

# الإعداد للرياضيات المتكاملة I

## الحالي

**تشمل الوحدة 0** دروسًا عن موضوعات من المقررات الدراسية السابقة. يمكنك استخدام هذه الوحدة بطرق عدة.

- ابدأ العام الدراسي بالخضوع للاختبار ما قبل الوحدة. وإذا احتجت إلى القيام بمراجعة إضافية، فأكمل الدروس المتضمنة في هذه الوحدة. للتأكد من أنك قد راجعت الموضوعات بنجاح، أكمل الاختبار ما بعد الوحدة.
- أثناء تقدمك في مطالعة هذا المحتوى، قد تجد موضوعات أنت بحاجة إلى مراجعتها، وإذا حدث ذلك، فأكمل الدروس التي تحتاج إليها كل على حدة.
- اتّخذ من هذه الوحدة مرجعًا. وإن كانت لديك أسئلة عن أي من هذه الموضوعات، فارجع إلى هذه الوحدة لمراجعة التعريفات أو مفهوم أساسي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# بدء الوحدة

**سوف تراجع عدة مفاهيم ومهارات ومفردات خلال دراستك الوحدة 0.**
**للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.**

## مطوياتي خريطة المفاهيم

طوال مطالعتك لهذا المحتوى، سوف ندعوك لاستخدام المطويات في تنظيم ملاحظاتك.

### لماذا ينبغي عليك استخدامها؟

- لأنها تساعدك على تنظيم المعلومات وعرضها وترتيبها.
- لأنها توفر دليلاً دراسيًا ممتازًا مصممًا خصيصًا لك.
- لأن بوسعك استخدامها لتكون دفتر الرياضيات الخاص بك لتسجيل الأفكار الرئيسية وإستراتيجيات حل المسائل والأمثلة والأسئلة التي قد تجول في ذهنك.
- لأنها تمنحك الفرصة لتحسين حصيلتك من مفردات الرياضيات.

### كيف ينبغي عليك استخدامها؟

- اكتب المعلومات العامة – كالعناوين والمفردات والمفاهيم والأسئلة والأفكار الرئيسية – على ألسنة التبويب الأمامية لمطويتك.
- اكتب المعلومات المحددة – مثل الأفكار وما يجول في خاطرك والإجابات على الأسئلة والخطوات والملاحظات والتعريفات – ضمن ألسنة التبويب.
- استخدم ألسنة التبويب مع:
  - المفاهيم الرياضية في شكل أجزاء، مثل أنواع المثلثات.
  - الخطوات التي يجب اتباعها.
  - أجزاء من مسألة، مثل *قارن* وبيّن *الفرق* (جزءان) أو أسئلة *ماذا* وأين ومتى و*لماذا* وكيف (خمسة أجزاء).
- قد ترغب في حفظ مطوياتك في حقيبة بلاستيكية ذات سحّاب بعد عمل ثلاثة ثقوب بها حتى يمكنك وضعها في دفترك.

### متى ينبغي عليك استخدامها؟

- جهّز مطويتك في بداية كل وحدة، أو عندما تبدأ في تعلم مفهوم جديد.
- دوّن ما تتعلمه في مطويتك كل يوم.
- استخدم مطويتك في المراجعة لأداء الواجبات المنزلية والامتحانات الموجزة والاختبارات.

## مراجعة المفردات


| | |
|---|---|
| العدد الصحيح (integer) | ص P7 |
| القيمة المطلقة (absolute value) | ص P11 |
| المعكوسات (opposites) | ص P11 |
| المقلوب (reciprocal) | ص P18 |
| المحيط (perimeter) | ص P23 |
| الدائرة (circle) | ص P24 |
| القطر (diameter) | ص P24 |
| المركز (center) | ص P24 |
| محيط الدائرة (circumference) | ص P24 |
| نصف القطر (radius) | ص P24 |
| المساحة (area) | ص P26 |
| الحجم (volume) | ص P29 |
| مساحة السطح (surface area) | ص P31 |
| الاحتمال (probability) | ص P33 |
| الفراغ البسيط (sample space) | ص P33 |
| المكملات (complements) | ص P33 |
| الرسم التخطيطي الشجري (tree diagram) | ص P34 |
| الفُرص (odds) | ص P35 |
| المتوسط الحسابي (mean) | ص P37 |
| الوسيط (median) | ص P37 |
| المنوال (mode) | ص P37 |
| المدى (range) | ص P38 |
| الربع (quartile) | ص P38 |
| المدى الربعي البيني (interquartile range) | ص P38 |
| القيم المتطرفة (outliers) | ص P39 |
| التمثيل البياني بالأعمدة (bar graph) | ص P41 |
| المدرج التكراري (histogram) | ص P41 |
| الرسم البياني الخطي (line graph) | ص P42 |
| الرسم البياني الدائري (circle graph) | ص P42 |
| مخطط الصندوق ذو العارضين (box-and-whisker plot) | ص P43 |


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الاختبار ما قبل الوحدة

**حدد ما إذا كنت بحاجة إلى إجابة تقديرية أم إجابة دقيقة، ثم أوجد الحل.**

1. **التسوق** دفعت أسماء 1.29 AED مقابل علكة و0.89 AED مقابل حزمة ورق كتابة. أعطَت الصرّاف ورقة بقيمة 5 AED. إذا كانت الضريبة تبلغ 0.14 AED، فما مقدار الباقي الذي ينبغي أن تحصل عليه أسماء؟

2. **المسافة** قاد أيمن دراجته لمسافة 1.2 ميل حتى منزل صديقه، ثم قادها لمسافة 0.7 ميل حتى متجر الفيديو، ثم لمسافة 1.9 ميل حتى المكتبة. إذا قاد الدراجة على نفس المسار عائدًا إلى المنزل، فما المسافة التي قطعها إجمالاً تقريبًا؟

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي.**

3. $20 + (-7)$
4. $-15 + 6$
5. $-9 - 22$
6. $18.4 - (-3.2)$
7. $23.1 + (-9.81)$
8. $-5.6 + (-30.7)$

**أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي.**

9. $11(-8)$
10. $-15(-2)$
11. $63 \div (-9)$
12. $-22 \div 11$

**عوّض كل ● بالرمز $>$، أو $<$، أو $=$ لتكون العبارة صحيحة.**

13. $\frac{7}{20}$ ● $\frac{2}{5}$
14. $0.15$ ● $\frac{1}{8}$

15. رتّب 0.5 و $-\frac{1}{7}$، و$-0.2$، و $\frac{1}{3}$ من الأصغر إلى الأكبر.

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

16. $\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$
17. $\frac{11}{12} - \frac{3}{4}$
18. $\frac{1}{2} + \frac{4}{9}$
19. $-\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right)$

**أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي.**

20. $2.4(-0.7)$
21. $-40.5 \div (-8.1)$

**حدد المعكوس الضربي لكل عدد.**

22. $\frac{4}{11}$
23. $-\frac{3}{7}$

**أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

24. $\frac{2}{21} \div \frac{1}{3}$
25. $\frac{1}{5} \times \frac{3}{20}$
26. $\frac{6}{25} \div \left(-\frac{3}{5}\right)$
27. $\frac{1}{9} \times \frac{3}{4}$
28. $-\frac{2}{21} \div \left(-\frac{2}{15}\right)$
29. $2\frac{1}{2} \times \frac{2}{15}$

**عبّر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر في أبسط صورة.**

30. 20%
31. 7.5%

**استخدم تناسب النسبة المئوية لإيجاد كل عدد.**

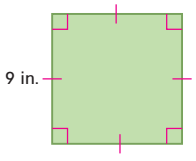
32. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 18 من 72؟
33. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 35 من 200؟
34. 24 تساوي 60% من أي عدد؟

35. **درجات الاختبار** أجاب جاسم على 14 فقرة إجابة صحيحة في اختبار من 16 فقرة. النسبة المئوية التي تمثل إجابته الصحيحة؟

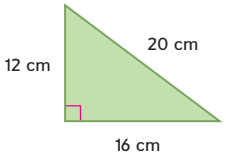
36. **كرة السلة** سجلت إيمان 75% من الكرات التي حاولت تسجيلها. إذا كانت قد سجلت 9 كرات، فكم عدد المحاولات التي حاولتها؟

**أوجد محيط كل شكل ومساحته.**

37.

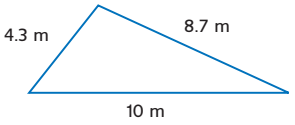



38.




39. شكل متوازي الأضلاع له ضلعان جانبيان بطول 7 in. و11 in. أوجد المساحة.

40. **الحدائق** أوجد محيط الحديقة.

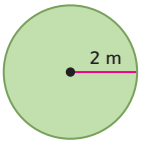



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

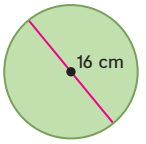
# الاختبار القبلي تابع

**أوجد محيط كل دائرة ومساحتها. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

41.




42.



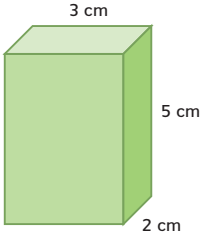

43. **الطيور** أرض أحد أقفاص الطيور عبارة عن دائرة محيطها 1.47 in. تقريبًا. ما قطر أرض قفص الطيور؟ قرّب إلى أقرب in.

**أوجد الحجم ومساحة السطح لكل منشور مستطيل على أساس القياسات أدناه.**

44. الطول = 3 cm، العرض = 1 cm، الارتفاع = 3 cm

45. الطول = 6 ft، العرض = 2 ft، الارتفاع = 5 ft

46. أوجد الحجم ومساحة السطح للمنشور المستطيل.




**تم اختيار قلم واحد عشوائيًا من علبة تحتوي على 3 أقلام حمراء و4 خضراء وقلمين أسودين و6 زرقاء. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**

47. P(الأخضر)

48. P(الأحمر أو الأزرق)

49. استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا للتوصل إلى مساحة عينة لحادث *إلقاء نرد ورمي عملة معدنية*. اذكر عدد النتائج الممكنة.

**تم اختيار عملة معدنية عشوائيًا من وعاء يحتوي على 20 بنسًا و15 نكلة و3 ملاليم و12 ربعًا. فأوجد فرص ظهور النتائج التالية. اكتب في أبسط صورة.**

50. بنس

51. بنس أو نكلة

52. تم إلقاء عملة معدنية 50 مرة. وتظهر النتائج في الجدول. أوجد الاحتمال التجريبي لظهور النقش. اكتب في صورة كسر في أبسط صورة.

| الجانب الذي يظهر | عدد المرات |
|---|---|
| النقش | 22 |
| الكتابة | 28 |

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات.**

53. {10, 11, 18, 24, 30}

54. {4, 8, 9, 9, 10, 14, 16}

55. أوجد المدى والوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى للمجموعة {16، 19، 21، 24، 25، 31، 35}.

56. **المدرسة** درجات سلطان في أول أربعة اختبارات خاضها في اللغة الإسبانية هي 92 و85 و90 و92. ما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها خالد في الاختبار الخامس لكي يكون المتوسط الحسابي 90 بالضبط؟

57. **الموسيقى** يوضح الجدول نتائج استبيان كان مطلوبًا من الطلاب فيه أن يختاروا من بين أربع آلات يرغبون في تعلمها. مثّل البيانات التي حصلت عليها في تمثيل بياني بالأعمدة.

| الآلة المفضلة | |
|---|---|
| الآلة | عدد الطلاب |
| الطبلة | 8 |
| الجيتار | 12 |
| البيانو | 5 |
| البوق | 7 |

58. مثّل البيانات التي حصلت عليها بمخطط الصندوق ذي العارضين.
A: 42, 50, 38, 59, 50, 44, 46, 62, 47, 35, 55, 56
B: 47, 49, 48, 49, 40, 54, 56, 42, 57, 45, 45, 46

59. **النفقات** يوضح الجدول كيف أنفق معاذ ماله في المعرض. ما نوع التمثيل البياني الذي يمثل الطريقة الأفضل لعرض هذه البيانات؟ اشرح منطقك واعرض البيانات في صورة تمثيل بياني.

| المال الذي تم إنفاقه في المعرض | |
|---|---|
| كيف تم إنفاقه | المبلغ (AED) |
| ركوب الخيل | 6 |
| الطعام | 10 |
| الألعاب | 4 |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الدرس 0-1 التخطيط لحل المسائل

**الهدف**

- استخدام خطة الخطوات الأربع لحل المسائل.

يمكن أن يساعدك استخدام **خطة الخطوات الأربع لحل المسائل** في حل أي مسألة كلامية.

## مفهوم أساسي خطة الخطوات الأربع لحل المسائل

**الخطوة 1** **فهم** المسألة.

**الخطوة 2** **تخطيط** الحل.

**الخطوة 3** **حل** المسألة.

**الخطوة 4** **التحقق** من الحل.

كل خطوة في الخطة لها أهميتها.

### الخطوة 1 فهم المسألة

لحل مسألة كلامية، اقرأ المسألة أولاً بعناية، واستكشف ما تدور حوله المسألة.

- حدد المعلومات الواردة.
- حدد ما يلزم إيجاده.

### الخطوة 2 تخطيط الحل

من الإستراتيجيات التي يمكنك استخدامها كتابة معادلة. اختر متغيرًا ليمثل أحد الأعداد غير المحددة في المسألة. هذا يُسمى **تحديد متغير**. ثم استخدم المتغير لكتابة تعابير للأرقام الأخرى غير المحددة في المسألة.

### الخطوة 3 حل المسألة

استخدم الإستراتيجية التي اخترتها في الخطوة 2 لحل المسألة.

### الخطوة 4 التحقق من الحل

تحقق من إجابتك في سياق المسألة الأصلية.

- هل إجابتك منطقية؟
- هل تناسب المعلومات الواردة في المسألة؟

## مثال 1 استخدام خطة الخطوات الأربع

**الأرضيات** **يمتد رواق خالد 10 ft. طولاً و4 ft. عرضًا. دفع خالد 200 AED لتبليط أرض رواقه. فما مقدار ما دفعه خالد لكل قدم مربع للتبليط؟**

**الفهم** لدينا قياسات الرواق والتكلفة الإجمالية للتبليط. مطلوب منا إيجاد تكلفة كل قدم مربع من التبليط.

**التخطيط** اكتب معادلة. افترض أن $f$ تمثل تكلفة كل قدم مربع من التبليط.
تبلغ مساحة الرواق 4 x 10 أو $40\ ft^2$.

| 40 | ضرب | تكلفة كل قدم مربع | يساوي | 200. |
|---|---|---|---|---|
| 40 | x | $f$ | = | 200 |

**حل المسألة** $200 = 40 \times f$. أوجد $f$ ذهنيًا عن طريق السؤال "ما الرقم الذي يُضرب في 40 للحصول على ناتج 200؟"

$f = 5$

تبلغ تكلفة التبليط 5 AED للقدم المربع.

**تحقق** من أن التبليط يكلف 5 AED في القدم المربع، إذًا فإن 40 ft. مربعًا من البلاط يكلف 40 x 5 أو 200 AED. الإجابة منطقية.

**مفردات جديدة**

**خطة الخطوات الأربع لحل المسائل** (four-step problem-solving plan)

**تحديد متغير** (defining a variable)

**ممارسات رياضية**

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عندما تكون هناك قيمة محددة مطلوبة، يمكنك استخدام تقدير للتحقق من إجابتك.

## مثال 2 استخدام خطة الخطوات الأربع

**السفر قادت أسرة إيمان السيارة لمدة 254.6 ميلاً. واستهلكت سيارتهم 19 جالونًا من البنزين. صِف استهلاك السيارة للبنزين في الميل.**

**الفهم** لدينا إجمالي الأميال المقطوعة ومقدار البنزين المستخدم.
مطلوب منا إيجاد البنزين المستهلك لكل ميل تقطعه السيارة.

**التخطيط** اكتب معادلة. لنفرض أن $G$ تمثل البنزين الذي تستهلكه السيارة في الميل.
البنزين المستهلك في الميل = عدد الأميال ÷ عدد الجالونات المستخدمة
$G = 254.6 \div 19$

**الحل** $G = 254.6 \div 19$
$= 13.4$ mi/gal
يبلغ البنزين الذي تستهلكه السيارة في الميل 13.4 ميلاً لكل جالون.

**التحقق** استخدم تقديرًا للتحقق من الحل.
260 mi ÷ 20 gal = 13 mi/gal

نظرًا لأن الحل 13.4 قريب من العدد المقدر، فالإجابة منطقية.

## تمارين

**حدد ما إذا كنت بحاجة إلى إجابة تقديرية أم إجابة دقيقة. ثم استخدم خطة الخطوات الأربع لحل المسائل.**

1. **القيادة** قادت أسرة عبد الله خلال الإجازة السيارة لمسافة 312.8 ميلاً في اليوم الأول، و177.2 ميلاً في اليوم الثاني و209 أميال في اليوم الثالث. فكم يبلغ إجمالي عدد الأميال التي قطعوها تقريبًا؟

2. **الحيوانات الأليفة** وضعت السيدة هناء قطتها في مربى للقطط لمدة 4 أيام. يكلف المربى 18.90 AED في اليوم ومعها قسيمة خصم بقيمة 5 AED. ماذا كانت التكلفة النهائية لإدخال قطتها المربى؟

3. **القياس** يستخدم عيسى حاوية بسعة 1.75 لتر لملء حاوية بسعة 14 لترًا بالماء. فكم تقريبًا عدد مرات الملء التي سيحتاج فيها لملء الحاوية الأصغر؟

4. **الحياكة** يتكلف القماش 5.15 AED لكل ياردة. ويحتاج قسم العروض المسرحية إلى 18 ياردة من القماش لمسرحيتهم الجديدة. فكم تقريبًا المبلغ الذي ينبغي أن يتوقعوا دفعه؟

5. **المعرفة المالية** يعرض الجدول تبرعات للمساعدة في شراء شجرة جديدة للمدرسة. فكم يبلغ المال الذي تبرع به الطلاب جميعًا؟

| عدد الطلاب | قيمة كل تبرع |
|---|---|
| 20 | 2.50 AED |
| 15 | 3.25 AED |

6. **التسوق** هل يكفي 12 AED لشراء نصف جالون من الحليب مقابل 2.30 AED وكيس تفاح مقابل 3.99 AED وأربعة أكواب من الزبادي بتكلفة 0.79 AED لكل منها؟ اشرح.

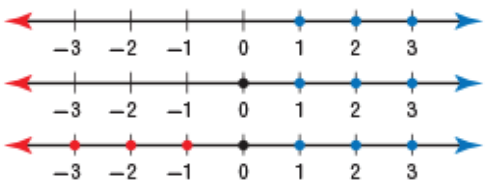
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الدرس 0-2 الأعداد الحقيقية

**الهدف**

- تصنيف الأعداد الحقيقية واستخدامها.

يمكن استخدام خط أعداد لإظهار مجموعات من الأعداد الطبيعية والأعداد الكلية والأعداد الصحيحة والأعداد النسبية. القيم الأكبر من 0 أو **الأعداد الموجبة** مدرجة إلى يمين الصفر والقيم الأقل من 0 أو **الأعداد السالبة** مدرجة إلى يسار الصفر.




**الأعداد الطبيعية:** ... 1, 2, 3,

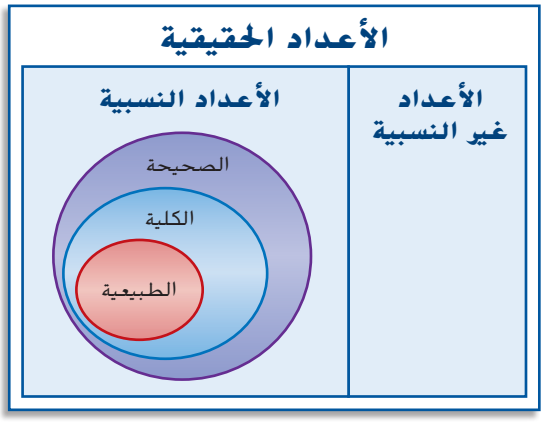
**الأعداد الكلية:** ... 0, 1, 2, 3,

**الأعداد الصحيحة:** ... , −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3. ...

**الأعداد النسبية:** أعداد يمكن التعبير عنها على شكل $\frac{a}{b}$، حيث a وb عددان صحيحان و$b \neq 0$

**الجذر التربيعي** هو أحد العاملين المتساويين لعدد. على سبيل المثال، الجذر التربيعي للعدد 64، ويُكتب بشكل $\sqrt{64}$ ، هو 8 لأن 8 x 8 أو $8^2$ تبلغ 64. الجذر التربيعي غير السالب لعدد هو **الجذر التربيعي الأساسي**. الجذر التربيعي الآخر للعدد 64 هو 8− بما أن (8−) x (8−) أو $(-8)^2$ تساوي 64 أيضًا. ويُعرف العدد 64 الذي له جذر تربيعي عبارة عن عدد نسبي، باسم **المربع الكامل**. الجذور التربيعية لمربع كامل تُسمى أعدادًا نسبية.

العدد مثل $\sqrt{3}$ هو الجذر التربيعي لعدد ليس مربعًا كاملاً. لا يمكن التعبير عنه بكسر عشري منتهٍ أو دوري؛ $\sqrt{3} \approx 1.73205...$ الأعداد التي لا يمكن التعبير عنها بكسور عشرية منتهية أو دورية أو بصيغة $\frac{a}{b}$، حيث a وb عددان صحيحان و$b \neq 0$، تُسمى **الأعداد غير النسبية**. تشكل الأعداد غير النسبية والأعداد النسبية معًا مجموعة **الأعداد الحقيقية**.




## مثال 1 تصنيف الأعداد الحقيقية

**قم بتسمية مجموعة أو مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.**

**a.** $\frac{5}{22}$

لأن 5 و22 عددان صحيحان و$0.2\overline{27} = 0.2272727... = 22 \div 5$، وهو كسر عشري دوري، فهذا العدد نسبي.

**b.** $\sqrt{81}$

لأن $\sqrt{81} = 9$، هذا العدد طبيعي وكلي وصحيح ونسبي.

**c.** $\sqrt{56}$

لأن $\sqrt{56} = 7.48331477...$، فهو ليس كسرًا عشريًا دوريًا أو ليس منتهيًا. وهذا العدد غير نسبي.

## مفردات جديدة

- العدد الموجب (positive number)
- العدد السالب (negative number)
- العدد الطبيعي (natural number)
- العدد الكلي (whole number)
- العدد الصحيح (integer)
- العدد النسبي (rational number)
- الجذر التربيعي (square root)
- الجذر التربيعي الأساسي (principal square root)
- المربع الكامل (perfect square)
- العدد غير النسبي (irrational number)
- العدد الحقيقي (real number)
- التمثيل البياني الإحداثي (coordinate graph)

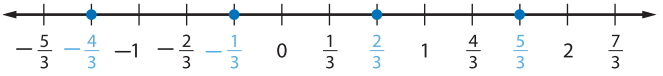
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يعني تصميم **تمثيل بياني** لمجموعة من الأعداد أن يتم رسم النقاط التي تسميها تلك الأعداد أو تمثيلها على خط أعداد. العدد الذي يقابل نقطة على خط أعداد يُسمى **إحداثي** تلك النقطة. الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية تستكمل خط الأعداد.

## مثال 2 تمثيل الأعداد الحقيقية بيانيًا وترتيبها

**مثل بيانيًا كل مجموعة من الأعداد على خط الأعداد. ثم رتّب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.**

a. $\left\{\frac{5}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right\}$

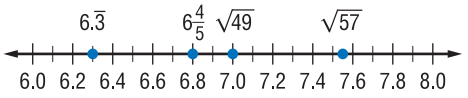



الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $-\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3}$

b. $\left\{6\frac{4}{5}, \sqrt{49}, 6.\overline{3}, \sqrt{57}\right\}$

عبّر عن كل عدد في صورة كسر عشري. ثم رتّب الكسور العشرية.

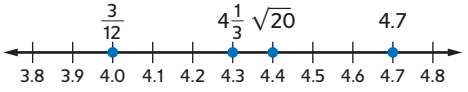
$6\frac{4}{5} = 6.8$ $\sqrt{49} = 7$ $6.\overline{3} = 6.33333333...$ $\sqrt{57} = 7.5468344...$




الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $6.\overline{3}, 6\frac{4}{5}, \sqrt{49}, \sqrt{57}$

c. $\left\{\sqrt{20}, 4.7, \frac{12}{3}, 4\frac{1}{3}\right\}$

$\sqrt{20} = 4.47213595...$ $4.7 = 4.7$ $\frac{12}{3} = 4.0$ $4\frac{1}{3} = 4.33333333...$




الترتيب من الأصغر إلى الأكبر $\frac{12}{3}, 4\frac{1}{3}, \sqrt{20}, 4.7$

يمكن كتابة أي كسر عشري دوري على شكل كسر.

## مثال 3 كتابة كسور عشرية دورية على شكل كسور

**اكتب $0.\overline{7}$ على هيئة كسر في أبسط صورة.**

**الخطوة 1** افترض أن $N$ تمثل الكسر الدوري.

$N = 0.777...$

رقم واحد فقط هو الذي يتكرر، فاضرب كل طرف في 10.

$10N = 10(0.777...)$

حوّل إلى أبسط صورة.

$10N = 7.777...$

**الخطوة 2** اطرح $N$ من $10N$ لإزالة الجزء المتكرر في العدد.

$$\begin{array}{r} 10N = 7.777... \\ -(N = 0.777...) \\ \hline 9N = 7 \end{array}$$

اطرح.

$\frac{9N}{9} = \frac{7}{9}$

اقسم كل طرف على 9.

$N = \frac{7}{9}$

حوّل إلى أبسط صورة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

يمكن استخدام المربعات الكاملة لتبسيط جذور تربيعات الأعداد النسبية.

**نصيحة دراسية**

**المربعات الكاملة** احتفظ بقائمة للمربعات الكاملة في دفترك. راجعها عندما تحتاج إلى تبسيط جذر تربيعي.

## مفهوم أساسي المربع الكامل

**الشرح** الأعداد النسبية ذات الجذور التربيعية التي هي عبارة عن أعداد نسبية.

**أمثلة** 25 مربع كامل بما أن $\sqrt{25} = 5$

144 مربع كامل بما أن $\sqrt{144} = 12$

## مثال 4 تبسيط الجذور

**حوّل كل جذر تربيعي لأبسط صورة.**

a. $\sqrt{\frac{4}{121}}$

$\sqrt{\frac{4}{121}} = \sqrt{\left(\frac{2}{11}\right)^2}$ $2^2 = 4,\ 11^2 = 121$

$= \frac{2}{11}$ حوّل لأبسط صورة.

b. $-\sqrt{\frac{49}{256}}$

$-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\sqrt{\left(\frac{7}{16}\right)^2}$ $7^2 = 49,\ 16^2 = 256$

$= -\frac{7}{16}$

يمكنك تقدير الجذور التي ليست مربعات كاملة.

## مثال 5 تقدير الجذور

**أوجد أقرب تقدير لكل جذر تربيعي إلى أقرب عدد كلي.**

a. $\sqrt{15}$

أوجد المربعين الكاملين الأقرب للعدد 15. اذكر بعض المربعات الكاملة.

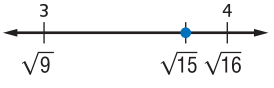
1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

يقع العدد 15 بين 9 و16

$9 < 15 < 16$ اكتب متباينة.

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$ خذ الجذر التربيعي لكل عدد.

$3 < \sqrt{15} < 4$ حوّل لأبسط صورة.




بما أن 15 أقرب إلى 16 من 9، فالتقدير الأفضل للعدد الكلي في $\sqrt{15}$ هو 4.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**b.** $\sqrt{130}$

أوجد المربعين الكاملين الأقرب للعدد 130. اذكر بعض المربعات الكاملة.

81, 100, 121, 144

يقع العدد 130 بين 121 و144.

$121 < 130 < 144$ اكتب متباينة.

$\sqrt{121} < \sqrt{130} < \sqrt{144}$ خذ الجذر التربيعي لكل عدد.

$11 < \sqrt{130} < 12$ حوّل لأبسط صورة.

بما أن 130 أقرب إلى 121 منها إلى 144. إذًا، أفضل تقدير للعدد الصحيح الناتج عن $\sqrt{130}$ هو 11.

**تحقق** $\sqrt{130} \approx 11.4018$ استخدم حاسبة.

بالتقريب إلى أقرب عدد كامل، $\sqrt{130}$ هو 11. إذًا، التقدير صحيح.

**نصيحة دراسية**

**رسم تمثيل بياني** يساعدك التمثيل البياني لعدد على خط أعداد في تحليل تقديرك للتأكد من دقته.

## تدريبات

**قم بتسمية مجموعة أو مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.**

1. $-\sqrt{64}$
2. $\frac{8}{3}$
3. $\sqrt{28}$
4. $\frac{56}{7}$
5. $-\sqrt{22}$
6. $\frac{36}{6}$
7. $-\frac{5}{12}$
8. $\frac{18}{3}$
9. $\sqrt{10.24}$
10. $\frac{-54}{19}$
11. $\sqrt{\frac{82}{20}}$
12. $-\frac{72}{8}$

**مثل بيانيًا كل مجموعة من الأعداد على خط الأعداد. ثم رتّب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.**

13. $\left\{\frac{7}{5}, -\frac{3}{5}, \frac{3}{4}, -\frac{6}{5}\right\}$
14. $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{7}{9}, \frac{1}{9}, -\frac{4}{9}\right\}$
15. $\left\{2\frac{1}{4}, \sqrt{7}, 2.\overline{3}, \sqrt{8}\right\}$
16. $\left\{\frac{4}{5}, \sqrt{2}, 0.\overline{1}, \sqrt{3}\right\}$
17. $\left\{-3.5, -\frac{15}{5}, -\sqrt{10}, -3\frac{3}{4}\right\}$
18. $\left\{\sqrt{64}, 8.8, \frac{26}{3}, 8\frac{2}{7}\right\}$

**اكتب كل كسر عشري دوري في صورة كسر في أبسط صورة.**

19. $0.\overline{5}$
20. $0.\overline{4}$
21. $0.\overline{13}$
22. $0.\overline{21}$

**حوّل كل جذر تربيعي لأبسط صورة.**

23. $-\sqrt{25}$
24. $\sqrt{361}$
25. $\pm\sqrt{36}$
26. $\sqrt{0.64}$
27. $\pm\sqrt{1.44}$
28. $-\sqrt{6.25}$
29. $\sqrt{\frac{16}{49}}$
30. $\sqrt{\frac{169}{196}}$
31. $\sqrt{\frac{25}{324}}$

**أوجد أقرب تقدير لكل جذر إلى أقرب عدد صحيح.**

32. $\sqrt{112}$
33. $\sqrt{252}$
34. $\sqrt{415}$
35. $\sqrt{670}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 0-3 العمليات على الأعداد الصحيحة

**الهدف:**

- الجمع والطرح والضرب والقسمة بالأعداد الصحيحة.

العدد الصحيح أي عدد ضمن المجموعة {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...}. يمكنك استخدام خط أعداد لجمع الأعداد الصحيحة.

**مفردات جديدة**

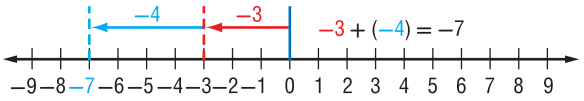
**القيمة المطلقة (absolute value)**
**معكوسات (opposites)**
**المعاكسات الجمعية (additive inverses)**

## مثال 1 جمع الأعداد الصحيحة ذات الرمز نفسها

**استخدم خط أعداد لإيجاد $-3 + (-4)$**

**الخطوة 1** ارسم سهمًا من 0 إلى −3

**الخطوة 2** ارسم سهمًا ثانيًا بعد 4 وحدات يسارًا ليمثل جمع -4.




ينتهي السهم الثاني عند −7، إذًا $-3 + (-4) = -7$

يمكنك أيضًا استخدام قيمة مطلقة لجمع الأعداد الصحيحة. **القيمة المطلقة** للعدد هي المسافة بينه وبين الصفر على خط الأعداد.

| العلامات نفسها (+ + أو − −) | | علامات مختلفة (+ − أو − +) | |
|---|---|---|---|
| $3 + 5 = 8$ | 3 و5 عددان موجبان. ومجموعهما موجب. | $3 + (-5) = -2$ | −5 قيمتها المطلقة أكبر. ومجموعهما سالب. |
| $-3 + (-5) = -8$ | −3 و−5 عددان سالبان. ومجموعهما سالب. | $-3 + 5 = 2$ | 5 قيمتها المطلقة أكبر. ومجموعهما موجب. |

## مثال 2 جمع الأعداد الصحيحة باستخدام القيمة المطلقة

**أوجد ناتج $-11 + (-7)$**

اجمع القيم المطلقة. كلا الرقمين سالبان ، ولذلك المجموع سالب.
$-11 + (-7) = -(|-11| + |-7|)$

القيم المطلقة للأعداد غير الصفر موجبة دائمًا.
$= -(11 + 7)$

حوّل لأبسط صورة.
$= -18$

يمكن تكوين ثنائيات من كل عدد صحيح موجب مع عدد صحيح سالب. تُسمى هذه الثنائيات **المعكوسات**. العدد ومعكوسه يُعتبران **معاكسات جمعية** يمكنك استخدام المعاكسات الجمعية عندما تطرح أعدادًا صحيحة.

## مثال 3 طرح الأعداد الصحيحة الموجبة

**أوجد ناتج $18 - 23$**

لطرح 23، اجمع معاكسه.
$18 - 23 = 18 + (-23)$

اطرح القيم المطلقة. بما أن |−23| أكبر من |18|، فالنتيجة سالبة.
$= -(|-23| - |18|)$

القيم المطلقة للأعداد غير الصفر موجبة دائمًا.
$= -(23 - 18)$

حوّل لأبسط صورة.
$= -5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة دراسية**

**نواتج الضرب والقسمة** ناتج ضرب أو ناتج قسمة عددين لهما نفس *الرمز* يكون موجبًا. أما ناتج قسمة عددين صحيحين ذوَي *علامتين مختلفتين* فيكون عددًا سالبًا.

| العلامات نفسها (+ + أو − −) | | علامات مختلفة (+ − أو − +) | |
|---|---|---|---|
| $3(5) = 15$ | 3 و5 عددان موجبان. وناتج ضربهما موجب. | $3(-5) = -15$ | 3 و5− لهما علامتان مختلفتان. وناتج ضربهما سالب. |
| $-3(-5) = 15$ | 3− و5− عددان سالبان. وناتج ضربهما موجب. | $-3(5) = -15$ | 3− و5 لهما علامتان مختلفتان. وناتج ضربهما سالب. |

## مثال 4 ضرب الأعداد الصحيحة وقسمتها

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي.**

**a.** $4(-5)$

$4(-5) = -20$ — علامتان مختلفتان ← ناتج الضرب سالب

**b.** $-51 \div (-3)$

$-51 \div (-3) = 17$ — نفس الرمز ← ناتج القسمة موجب

**c.** $-12(-14)$

$-12(-14) = 168$ — نفس الرمز ← ناتج الضرب موجب

**d.** $-63 \div 7$

$-63 \div 7 = -9$ — علامتان مختلفتان ← ناتج القسمة سالب

## تدريبات

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي.**

1. $-8 + 13$
2. $11 + (-19)$
3. $-19 - 8$
4. $-77 + (-46)$
5. $12 - 34$
6. $41 + (-56)$
7. $50 - 82$
8. $-47 - 13$
9. $-80 + 102$

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي.**

10. $5(18)$
11. $60 \div 12$
12. $-12(15)$
13. $-64 \div (-8)$
14. $8(-22)$
15. $54 \div (-6)$
16. $30(14)$
17. $-23(5)$
18. $-200 \div 2$

19. **الطقس** كانت درجة الحرارة في الخارج $-4^{\circ}F$ في الصباح و$13^{\circ}F$ بعد الظهر. كم كان مقدار الزيادة في درجة الحرارة؟

20. **الدلافين** دولفين يسبح على عمق 24 ft. تحت سطح المحيط ويغوص 18 ft. في خط مستقيم. ما عمق الدولفين تحت سطح المحيط بالأقدام الآن؟

21. **الأفلام** وزّعت دار سينما 50 كوبون خصم بقيمة 3 AED لكل فيلم. ما المقدار الإجمالي للخصومات التي قدمتها دار السينما؟

22. **الأجور** يحصل مازن على 11 AED في الساعة، وهو يعمل 14 ساعة في الأسبوع. تحتجز جهة عمله 32 AED من كل شيك دفع للضرائب. إذا كان يحصل على أجره أسبوعيًا، فما المبلغ الذي سيحصل عليه؟

23. **المعرفة المالية** تعمل فوزية على وضع ميزانية شهرية. يبلغ دخلها الشهري 500 AED وقد خصصت 200 AED للمدخرات و100 AED لنفقات السيارة و75 AED للملابس. ما المقدار المتاح للإنفاق على الترفيه؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 0-4 جمع الأعداد النسبية وطرحها

الدرس

**الهدف**

- مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها وجمعها وطرحها.

يمكنك استخدام أساليب مختلفة لمقارنة الأعداد النسبية. وإحدى هذه الطرق مقارنة كسرين لهما نفس المقام. وهناك طريقة أخرى هي مقارنة الكسور العشرية.

## مثال 1 مقارنة الأعداد النسبية

**عوّض ● بالرمز < أو > أو = لتصبح $\frac{5}{6}$ ● $\frac{2}{3}$ جملة صحيحة.**

**الطريقة 1** اكتب الكسور التي لها نفس المقام.

المقام المشترك الأصغر لكل من $\frac{2}{3}$ و$\frac{5}{6}$ هو 6

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$$

بما أن $\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$, $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

**الطريقة 2** اكتب في صورة كسور عشرية.

اكتب $\frac{2}{3}$ و$\frac{5}{6}$ في صورة كسور عشرية. قد تحتاج إلى استخدام آلة حاسبة.

2 ÷ 3 ENTER .6666666667

إذًا، $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$

5 ÷ 6 ENTER .8333333333

إذًا، $\frac{5}{6} = 0.8\overline{3}$

بما أن $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$, $0.\overline{6} < 0.8\overline{3}$

يمكنك ترتيب الأعداد النسبية عن طريق كتابة كل الكسور على شكل كسور عشرية.

## مثال 2 ترتيب الأعداد النسبية

**رتّب $-5\frac{3}{5}$, 4.9, $5\frac{3}{8}$, $5\frac{2}{9}$ من الأصغر إلى الأكبر.**

$5\frac{2}{9} = 5.\overline{2}$ $\quad$ $5\frac{3}{8} = 5.375$

$4.9 = 4.9$ $\quad$ $-5\frac{3}{5} = -5.6$

$-5.6 < 4.9 < 5.\overline{2} < 5.375$، إذًا، فالأعداد من الأصغر إلى الأكبر هي $-5\frac{3}{5}$, 4.9, $5\frac{2}{9}$, $5\frac{3}{8}$

لجمع الكسور التي يكون لها نفس المقام أو طرحها، اجمع البسوط أو اطرحها واكتب المجموع أو الفرق فوق المقام.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 3 جمع الكسور المتشابهة وطرحها

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

**a.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5}$ المقامات موحدة. اجمع قيَم البسط.

$= \frac{4}{5}$ حوّل لأبسط صورة.

**b.** $\frac{7}{16} - \frac{1}{16}$

$\frac{7}{16} - \frac{1}{16} = \frac{7-1}{16}$ المقامات موحدة. اطرح قيَم البسط.

$= \frac{6}{16}$ حوّل لأبسط صورة.

$= \frac{3}{8}$ أعد تسمية الكسر.

**c.** $\frac{4}{9} - \frac{7}{9}$

$\frac{4}{9} - \frac{7}{9} = \frac{4-7}{9}$ المقامات موحدة. اطرح قيَم البسط.

$= -\frac{3}{9}$ حوّل لأبسط صورة.

$= -\frac{1}{3}$ أعد تسمية الكسر.

**نصيحة دراسية**

**الرياضيات الذهنية** إذا كانت مقامات الكسور موحدة، يمكنك استخدام الرياضيات الذهنية لتحديد المجموع أو الفرق.

لجمع الكسور ذات المقامات المختلفة أو طرحها، حدد أولاً المقام المشترك الأصغر (LCD). أعد تسمية كل كسر باستخدام المقام المشترك الأصغر ثم اجمع أو اطرح. حوّل لأبسط صورة. إذا كان ممكنًا.

## مثال 4 جمع الكسور غير المتشابهة وطرحها

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

**a.** $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6}$ المقام المشترك الأصغر للرقمين 2 و3 هو 6. أعد تسمية $\frac{1}{2}$ ليصبح $\frac{3}{6}$ و$\frac{2}{3}$ ليصبح $\frac{4}{6}$.

$= \frac{3+4}{6}$ اجمع قيم البسط.

$= \frac{7}{6}$ أو $1\frac{1}{6}$ حوّل لأبسط صورة.

**b.** $\frac{3}{8} - \frac{1}{3}$

$\frac{3}{8} - \frac{1}{3} = \frac{9}{24} - \frac{8}{24}$ المقام المشترك الأصغر للرقمين 8 و3 هو 24. أعد تسمية $\frac{3}{8}$ ليصبح $\frac{9}{24}$ وتسمية $\frac{1}{3}$ ليصبح $\frac{8}{24}$.

$= \frac{9-8}{24}$ اطرح قيم البسط.

$= \frac{1}{24}$ حوّل لأبسط صورة.

**c.** $\frac{2}{5} - \frac{3}{4}$

$\frac{2}{5} - \frac{3}{4} = \frac{8}{20} - \frac{15}{20}$ المقام المشترك الأصغر للرقمين 5 و4 هو 20. أعد تسمية $\frac{2}{5}$ ليصبح $\frac{8}{20}$ وتسمية $\frac{3}{4}$ ليصبح $\frac{15}{20}$.

$= \frac{8-15}{20}$ اطرح قيم البسط.

$= -\frac{7}{20}$ حوّل لأبسط صورة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام خط أعداد لجمع الأعداد النسبية.

**نصيحة دراسية**

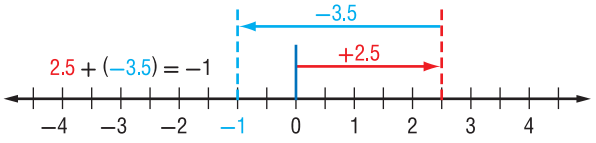
**خط الأعداد** لتستخدم خط الأعداد، ضع قلمك عند أول عدد. إذا كنت تجمع عددًا موجبًا أو تطرحه، فتحرك يسارًا لإيجاد الفرق. لإيجاد المجموع، حرّك قلمك إلى اليمين.

## مثال 5 جمع الكسور العشرية

**استخدم خط أعداد لإيجاد $(-3.5) + 2.5$.**

**الخطوة 1** ارسم سهمًا من 0 إلى 2.5

**الخطوة 2** ارسم سهمًا ثانيًا بمقدار 3.5 وحدة إلى اليسار.




ينتهي السهم الثاني عند $-1$

إذًا، $2.5 + (-3.5) = -1$.

يمكنك أيضًا استخدام القيم المطلقة لجمع الأعداد النسبية.

| العلامات نفسها (+ + أو − −) | | علامات مختلفة (+ − أو − +) | |
|---|---|---|---|
| $3.1 + 2.5 = 5.6$ | 3.1 و2.5 عددان موجبان، ولذلك فالمجموع موجب. | $3.1 + (-2.5) = 0.6$ | 3.1 له قيمة مطلقة أكبر، ولذلك فالمجموع قيمة موجبة. |
| $-3.1 + (-2.5) = -5.6$ | −3.1 و−2.5 عددان سالبان، ولذلك فالمجموع سالب. | $-3.1 + 2.5 = -0.6$ | −3.1 له قيمة مطلقة أكبر، ولذلك فالمجموع قيمة سالبة. |

## مثال 6 استخدام القيمة المطلقة لجمع الأعداد النسبية

**أوجد ناتج جمع كل مما يلي.**

**a.** $-13.12 + (-8.6)$

$-13.12 + (-8.6) = -(|-13.12| + |-8.6|)$ كلا العددين سالبان، ولذلك المجموع سالب.

$= -(13.12 + 8.6)$ القيم المطلقة للأعداد غير الصفر موجبة دائمًا.

$= -21.72$ حوّل لأبسط صورة.

**b.** $\frac{7}{16} + \left(-\frac{3}{8}\right)$

$\frac{7}{16} + \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{7}{16} + \left(-\frac{6}{16}\right)$ المقام المشترك الأصغر 16. عوّض $-\frac{3}{8}$ ليصبح $-\frac{6}{16}$

$= \left(\left|\frac{7}{16}\right| - \left|-\frac{6}{16}\right|\right)$ اطرح القيم المطلقة. بما أن $\left|\frac{7}{16}\right|$ أكبر من $\left|-\frac{6}{16}\right|$، فالنتيجة موجبة.

$= \frac{7}{16} - \frac{6}{16}$ القيم المطلقة للأعداد غير الصفر موجبة دائمًا.

$= \frac{1}{16}$ حوّل لأبسط صورة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

لطرح عدد نسبي سالب، اجمع معاكسه.

### مثال 7 طرح الكسور العشرية

**أوجد ناتج $-32.25 - (-42.5)$**

$-32.25 - (-42.5) = -32.25 + 42.5$ لطرح 42.5−، اجمع معاكسه.

$= |42.5| - |-32.25|$ اطرح القيم المطلقة. بما أن $|42.5|$ أكبر من $|-32.25|$، فالنتيجة موجبة.

$= 42.5 - 32.25$ القيم المطلقة للأعداد غير الصفر موجبة دائمًا.

$= 10.25$ حوّل لأبسط صورة.

## تمرينات

**عوّض كل ● بالرمز <، أو >، أو = لتجعل العبارة صحيحة.**

1. $-\frac{5}{8}$ ● $\frac{3}{8}$
2. $\frac{4}{5}$ ● 0.71
3. $\frac{5}{6}$ ● 0.875
4. 1.2 ● $1\frac{2}{9}$
5. $\frac{8}{15}$ ● $0.5\overline{3}$
6. $-\frac{7}{11}$ ● $-\frac{2}{3}$

**رتّب كل مجموعة من الأعداد النسبية من الأصغر إلى الأكبر.**

7. 3.8, 3.06, $3\frac{1}{6}$, $3\frac{3}{4}$
8. $2\frac{1}{4}$, $1\frac{7}{8}$, 1.75, 2.4
9. 0.11, $-\frac{1}{9}$, −0.5, $\frac{1}{10}$
10. $-4\frac{3}{5}$, $-3\frac{2}{5}$, −4.65, −4.09

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

11. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$
12. $\frac{3}{9} + \frac{4}{9}$
13. $\frac{5}{16} - \frac{4}{16}$
14. $\frac{6}{7} - \frac{3}{7}$
15. $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
16. $\frac{5}{8} + \frac{7}{8}$
17. $\frac{4}{3} + \frac{4}{3}$
18. $\frac{7}{15} - \frac{2}{15}$
19. $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$
20. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
21. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
22. $\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$
23. $\frac{7}{10} - \frac{2}{15}$
24. $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$
25. $\frac{13}{20} - \frac{2}{5}$

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي، ثم اكتبه في أبسط صورة.**

26. $-1.6 + (-3.8)$
27. $-32.4 + (-4.5)$
28. $-38.9 + 24.2$
29. $-9.16 - 10.17$
30. $26.37 + (-61.1)$
31. $72.5 - (-81.3)$
32. $43.2 + (-27.9)$
33. $79.3 - (-14)$
34. $1.34 - (-0.458)$
35. $-\frac{1}{6} - \frac{2}{3}$
36. $\frac{1}{2} - \frac{4}{5}$
37. $-\frac{2}{5} + \frac{17}{20}$
38. $-\frac{4}{5} + \left(-\frac{1}{3}\right)$
39. $-\frac{1}{12} - \left(-\frac{3}{4}\right)$
40. $-\frac{7}{8} - \left(-\frac{3}{16}\right)$

41. **الجغرافيا** حوالي $\frac{7}{10}$ من سطح الكرة الأرضية مغطى بالماء. أما بقية السطح فهي يابسة. فما مقدار اليابسة من سطح الكرة الأرضية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 0-5 ضرب الأعداد النسبية وقسمتها

الدرس

**الهدف**

- ضرب الأعداد النسبية وقسمتها

**مفردات جديدة**

**المعاكسات الضربية (multiplicative inverses)**

**مقلوبات (reciprocals)**

ناتج الضرب أو القسمة لعددين نسبيين لهما نفس *الرمز* يكون موجبًا.
يكون ناتج قسمة عددين نسبيين لهما *علامتان مختلفتان* يكون عددًا سالبًا.

## مثال 1 ضرب الكسور العشرية وقسمتها

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي.**

a. $7.2\ (-0.2)$

علامات مختلفة ← ناتج ضرب سالب

$7.2\ (-0.2) = -1.44$

b. $-23.94 \div (-10.5)$

نفس الرمز ← ناتج قسمة موجب

$-23.94 \div (-10.5) = 2.28$

لضرب الكسور، اضرب البسوط واضرب المقامات. إذا كانت قيم البسط وقيم المقام لها عوامل مشتركة، فيمكنك التبسيط قبل الضرب باستخدام الإلغاء.

## مثال 2 ضرب الكسور

**أوجد ناتج ضرب كل مما يلي.**

b. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{5 \times 3}$ اضرب قيم البسط. اضرب قيم المقام.

$= \frac{2}{15}$ حوّل لأبسط صورة.

b. $\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2}$

$\frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{2}$ اكتب $1\frac{1}{2}$ في صورة كسر معتل.

$= \frac{3 \times 3}{5 \times 2}$ اضرب قيم البسط. اضرب قيم المقام.

$= \frac{9}{10}$ حوّل لأبسط صورة.

c. $\frac{1}{4} \times \frac{2}{9}$

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{9}$ اقسم على العامل المشترك الأكبر 2.

$= \frac{1 \times 1}{2 \times 9}$ أو $\frac{1}{18}$ اضرب قيم البسط. اضرب قيم المقام وحوّل لأبسط صورة.

## مثال 3 ضرب الكسور ذات العلامات المختلفة

**أوجد ناتج** $\left(-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{8}\right)$

$\left(-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{8}\right) = -\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{8}\right)$ علامات مختلفة ← ناتج ضرب سالب

$= -\left(\frac{3 \times 3}{4 \times 8}\right) = \frac{9}{32}$ اضرب قيم البسط. اضرب قيم المقام وحوّل لأبسط صورة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يسمى العددان إذا كان ناتج ضربهما 1 **معاكسات ضربية** أو **مقلوبات**

## مثال 4 إيجاد المقلوب

**حدد المقلوب لكل عدد.**

**a.** $\frac{3}{8}$

$\frac{3}{8} \times \frac{8}{3} = 1$ ناتج الضرب 1.

مقلوب $\frac{3}{8}$ هو $\frac{8}{3}$

**b.** $2\frac{4}{5}$

$2\frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ اكتب $2\frac{4}{5}$ في صورة $\frac{14}{5}$.

$\frac{3}{8} \times \frac{5}{144} = 1$ ناتج الضرب 1.

**مقلوب $2\frac{4}{5}$ هو $\frac{5}{14}$**

لقسمة كسر على كسر آخر، اضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه.

## مثال 5 قسمة الكسور

**أوجد ناتج قسمة كل مما يلي.**

**a.** $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1}$ اضرب $\frac{1}{3}$ في $\frac{2}{1}$، مقلوب $\frac{1}{2}$

$= \frac{2}{3}$ حوّل لأبسط صورة.

**b.** $\frac{3}{8} \div \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1}$ اضرب $\frac{3}{8}$ في $\frac{3}{3}$، مقلوب $\frac{2}{3}$

$= \frac{9}{16}$ حوّل لأبسط صورة.

**c.** $\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{2}$

$\frac{5}{5} \times 1\frac{2}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$ اكتب $2\frac{1}{2}$ في صورة كسر معتل.

$= \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ اضرب $\frac{3}{4}$ في $\frac{2}{5}$، مقلوب $2\frac{1}{2}$

$= \frac{6}{20}$ أو $\frac{3}{10}$ حوّل لأبسط صورة .

**d.** $-\frac{1}{5} \div \left(-\frac{3}{10}\right)$

$-\frac{1}{5} \div \left(-\frac{3}{10}\right) = -\frac{1}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right)$ اضرب $-\frac{1}{5}$ في $-\frac{10}{3}$، مقلوب $-\frac{3}{10}$

$= \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ نفس الرمز ← ناتج قسمة موجب؛ حوّل لأبسط صورة.

**نصيحة دراسية**

**استخدم التقدير** يمكنك تقييم إجابتك باستخدام التقدير. $\frac{3}{8}$ قريب من $\frac{1}{2}$ و$\frac{2}{3}$ قريب من 1. إذًا، ناتج القسمة قريب من $\frac{1}{2}$ مقسومًا على 1 أو $\frac{1}{2}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرينات

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.**

1. $6.5\ (0.13)$
2. $-5.8\ (2.3)$
3. $42.3 \div (-6)$
4. $-14.1(-2.9)$
5. $-78 \div (-1.3)$
6. $108 \div (-0.9)$
7. $0.75(-6.4)$
8. $-23.94 \div 10.5$
9. $-32.4 \div 21.3$

**أوجد ناتج ضرب كل مما يلي، ثم حوّل لأبسط صورة قبل الضرب إن أمكن.**

10. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$
11. $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$
12. $-\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$
13. $-\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{11}\right)$
14. $2\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$
15. $3\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$
16. $\frac{2}{9} \times \frac{1}{2}$
17. $\frac{3}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$
18. $\frac{1}{3} \times \frac{6}{5}$
19. $-\frac{9}{4} \times \frac{1}{18}$
20. $\frac{11}{3} \times \frac{9}{44}$
21. $\left(-\frac{30}{11}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)$
22. $-\frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$
23. $\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-7\frac{1}{2}\right)$
24. $\frac{2}{7} \times 4\frac{2}{3}$

**حدد المقلوب لكل عدد.**

25. $\frac{6}{7}$
26. $\frac{1}{22}$
27. $-\frac{14}{23}$
28. $2\frac{3}{4}$
29. $-5\frac{1}{3}$
30. $3\frac{3}{4}$

**أوجد ناتج قسمة كل مما يلي.**

31. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$
32. $\frac{16}{9} \div \frac{4}{9}$
33. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$
34. $\frac{3}{7} \div \left(-\frac{1}{5}\right)$
35. $-\frac{9}{10} \div 3$
36. $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$
37. $2\frac{1}{4} \div \frac{1}{2}$
38. $-1\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$
39. $\frac{11}{12} \div 1\frac{2}{3}$
40. $4 \div \left(-\frac{2}{7}\right)$
41. $-\frac{1}{3} \div \left(-1\frac{1}{5}\right)$
42. $\frac{3}{25} \div \frac{2}{15}$

43. **بيتزا** تحتوي البيتزا الكبيرة في محل بيتزا شاك على 12 شريحة. إذا أكل خليفة $\frac{1}{4}$ البيتزا، فكم عدد شرائح البيتزا التي أكلها؟

44. **الموسيقى** تتمرن سمية على الناي لمدة $4\frac{1}{2}$ ساعة في الأسبوع. كم عدد الساعات التي تتمرنها في الشهر؟

45. **الفرقة الموسيقية** كم عدد أزياء الفرقة الموسيقية التي يمكن صنعها باستخدام $131\frac{3}{4}$ ياردة من القماش إذا كان كل زي يتطلب $3\frac{7}{8}$ ياردة؟

46. **النجارة** كم عدد الألواح ــ بطول قدمين و8 بوصات لكل لوح، التي يمكن قطعها من لوح بطول 16 ft. إذا لم يكن هناك هدر؟

47. **الحياكة** كم عدد الأوشحة بقياس 9 بوصات التي يمكن قطعها من وشاح بقياس $1\frac{1}{2}$ ياردة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 6-0 تناسب النسبة المئوية

**الهدف:**

- استخدام تناسب النسبة المئوية وتطبيقه.

**مفردات جديدة**

**النسبة المئوية (percent)**

**تناسب النسب المئوية (percent proportion)**

**النسبة المئوية** هي نسبة تقارن بين العدد و100. لكتابة نسبة مئوية في صورة كسر، عبّر عن النسبة ككسر مقامه 100. ينبغي التعبير عن الكسور في أبسط صورة.

## مثال 1 النسب المئوية في صورة كسور

**عبر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر أو عدد كسري.**

**a. 79%**

$79\% = \frac{79}{100}$ تعريف النسبة المئوية

**b. 107%**

$107\% = \frac{107}{100}$ تعريف النسبة المئوية

$= 1\frac{7}{100}$ حوّل لأبسط صورة.

**c. 0.5%**

$0.5\% = \frac{0.5}{100}$ تعريف النسبة المئوية

$= \frac{5}{1000}$ اضرب البسط والمقام في 10 للتخلص من الكسر العشري.

$= \frac{1}{200}$ حوّل لأبسط صورة.

في **تناسب النسب المئوية**، فإن نسبة جزء من شيء إلى الكل (الأساس) تساوي النسبة المئوية المكتوبة ككسر.

الجزء ← $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ ← النسبة المئوية

الكل ←

النسبة المئوية ↓ | الكل ↓ | الجزء ↓

**مثال:** 25% من 40 يساوي 10.

يمكنك استخدام تناسب النسبة المئوية لإيجاد الجزء.

## مثال 2 إيجاد قيمة الجزء

**ما العدد الذي يمثل 40% من 30؟**

$\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ النسبة المئوية 40 والأساس 30، ثم افترض أن $a$ تمثل الجزء.

$\frac{a}{30} = \frac{40}{100}$ عوّض $b$ بالعدد 30 و$p$ بالعدد 40.

$100a = 30(40)$ أوجد نواتج الضرب التقاطعي.

$100a = 1200$ حوّل لأبسط صورة.

$\frac{100a}{100} = \frac{1200}{100}$ اقسم كل طرف على 100.

$a = 12$ حوّل لأبسط صورة.

يبلغ الجزء 12. إذًا، 40% من 30 يساوي 12.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك أيضًا استخدام تناسب النسبة المئوية لإيجاد النسبة المئوية للأساس.

## مثال 3 إيجاد النسبة المئوية

**الاستبيانات** **أجرت منال استبيانًا على الطلاب في فترة غدائها. قال 42 من 70 طالبًا أجرت منال الاستبيان عليهم إن أسرتهم لديها حيوان أليف. فما النسبة المئوية للطلاب الذين لديهم حيوانات أليفة؟**

$\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ الجزء 42، والأساس 70. افرض أن $p$ يمثل النسبة المئوية.

$\frac{42}{70} = \frac{p}{100}$ عوّض $a$ بالعدد 42 و$b$ بالعدد 70.

$4200 = 70p$ أوجد نواتج الضرب التقاطعي.

$\frac{4200}{70} = \frac{70p}{70}$ اقسم كل طرف على 70.

$60 = p$ حوّل لأبسط صورة.

النسبة المئوية 60، إذًا، $\frac{60}{100}$ أو 60% من الطلاب كانت لديهم حيوانات أليفة.

## مثال 4 إيجاد قيمة الكل

**ما العدد الذي 75% منه تساوي 67.5؟**

$\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$ النسبة المئوية 75 والجزء 67.5. افترض أن $b$ تمثل الأساس.

$\frac{67.5}{b} = \frac{75}{100}$ عوّض $a$ بالعدد 67.5 و$p$ بالعدد 75.

$6750 = 75b$ أوجد نواتج الضرب التقاطعي.

$\frac{6750}{75} = \frac{75b}{75}$ اقسم كل طرف على 75.

$90 = b$ حوّل لأبسط صورة.

الأساس 90، إذًا، العدد 67.5 يساوي 75% من 90.

**نصيحة دراسية**

**تناسب النسبة المئوية** في مسائل النسبة المئوية، عادةً ما يأتي الكل أو الأساس بعد كلمة من.

## تمرينات

**عبّر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر أو عدد كسري في أبسط صورة.**

1. 5%
2. 60%
3. 11%
4. 120%
5. 78%
6. 2.5%
7. 0.6%
8. 0.4%
9. 1400%

**استخدم تناسب النسبة المئوية لإيجاد كل عدد.**

10. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 25 من 125؟
11. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 16 من 40؟
12. ما العدد الذي 20% منه تساوي 14؟
13. ما العدد الذي 50% منه تساوي 80؟
14. كم تساوي 25% من 18؟
15. أوجد 10% من 95.
16. ما النسبة المئوية للعدد 30 من 48؟
17. كم تساوي 150% من 32؟
18. ما العدد الذي 5% منه تساوي 83.5؟
19. كم تبلغ النسبة المئوية التي يمثلها 1 من 400؟
20. أوجد 0.5% من 250.
21. ما العدد الذي 200% منه تساوي 49؟
22. كم تبلغ النسبة المئوية التي يمثلها 15 من 12؟
23. كم تبلغ النسبة المئوية التي يمثلها 36 من 24؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

24. **كرة السلة** تنجح شيخة في العادة في تسديد 85% من تصويباتها في لعبة كرة السلة. إذا حاولت أن 20 تصويبة، فكم يفترض أن تسجل؟

25. **درجات الاختبار** أجاب زايد على 36 جزء إجابة صحيحة في اختبار من 40 فقرة. فما نسبة إجابته الصحيحة؟

26. **ألعاب الفيديو** أخبرت لميس أبيها أنها فازت في 80% من عدد مرات ألعاب الفيديو التي لعبتها أمس. فإذا كانت قد كسبت 4 مرات، فما عدد المرات التي لعبتها؟

27. **المحاليل** يتم تحضير محلول جلوكوز عن طريق إذابة 6 ملّيلترات من الجلوكوز في 120 ملّيلترات من المحلول النقي. فما نسبة الجلوكوز في المحلول الناتج؟

28. **تعليم القيادة** تحتاج مها إلى الحصول على 75% في اختبار تعلّم القيادة لكي تحصل على رخصتها. إذا كان هناك 35 سؤالاً في الاختبار، فكم عدد الأسئلة التي تحتاج إلى إجابتها بشكل صحيح؟

29. **الصحة** تتطلب هيئة الأغذية والأدوية في الولايات المتحدة من جهات تصنيع الأغذية أن يضعوا على منتجاتهم ملصقًا بالقيم الغذائية. يعرض الملصق معلومات خاصة بإحدى عبوات المكرونة بالجبن.

**حقائق التغذية**

| | |
|---|---|
| حجم الحصة | 1 كوب (228g) |
| عدد الحصص لكل عبوة | 2 |
| **المقدار لكل حصة** | |
| السعرات الحرارية | 250 |
| السعرات من الدهون | 110 |
| | *من القيمة اليومية % |
| **إجمالي الدهون** | 12g 18% |
| الدهون المشبعة | 3g 15% |
| **الكوليسترول** | 30mg 10% |
| **الصوديوم** | 470mg 20% |
| **إجمالي الكربوهيدرات** | 31g 10% |
| ألياف غذائية | 0g 0% |
| سكريات | 5g |
| **بروتين** | 5g |
| فيتامين A • 4% • فيتامين C | 2% |
| كالسيوم • 20% • حديد | 4% |

**a.** ينص الملصق على أن الحصة منها تحتوي على 3 جرامات من الدهون المشبعة بما يعادل 15% من القيمة اليومية الموصى بها في نظام غذائي يتألف من 2,000 سعر حراري. كم عدد جرامات الدهون المشبعة الموصى بها في نظام غذائي يتألف من 2,000 سعر حراري؟

**b.** يمثل 470 ملجم من الصوديوم (الملح) في المكرونة بالجبن 20% من القيمة اليومية الموصى بها. ما القيمة اليومية الموصى بها من الصوديوم؟

**c.** لاتباع نظام غذائي صحي، يوصي مجلس الأبحاث الوطني بألا يتجاوز إجمالي السعرات الحرارية من الدهون نسبة 30 في المئة. ما النسبة المئوية للسعرات الحرارية من الدهون في وجبة المكرونة بالجبن هذه؟

30. **درجات الاختبار** يعرض الجدول الدرجات التي حصل عليها كل طالب في مجموعة الدراسة لسالم في اختبار رياضيات مؤخرًا. وكان هناك 88 نقطة محتملة في الاختبار. قرّب كل الإجابات إلى أقرب عشرة من النسبة المئوية.

| الاسم | سالم | نهلة | فهد | عبيد | يوسف |
|---|---|---|---|---|---|
| الدرجات | 72 | 68 | 81 | 87 | 75 |

**a.** أوجد النسبة المئوية لإجابات سالم الصحيحة في الاختبار.

**b.** أوجد النسبة المئوية لإجابات فهد الصحيحة في الاختبار.

**c.** أوجد النسبة المئوية لإجابات يوسف الصحيحة في الاختبار.

**d.** ماذا كانت النسبة المئوية الأعلى؟ والأقل؟

31. **متجر الحيوانات الأليفة** في متجر للحيوانات الأليفة، كان الهامستر يمثل 15% من الحيوانات. إذا كان لدى المتجر 40 حيوانًا، فكم عدد حيوانات الهامستر منها؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 7-0 المحيط

## الهدف

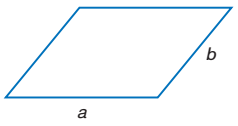
- إيجاد محيط الأشكال ثنائية الأبعاد.

## مفردات جديدة

المحيط (perimeter)
دائرة (circle)
القطر (diameter)
محيط الدائرة (circumference)
مركز (center)
نصف القطر (radius)

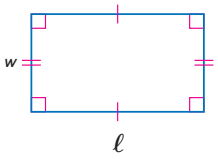
**المحيط** هو المسافة حول أي شكل هندسي. ويتم قياس المحيط بوحدات خطية.

**متوازي الأضلاع**



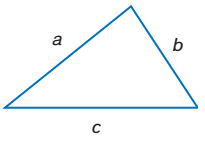

$P = 2(a + b) =$
$P = 2a + 2b$

**المستطيل**



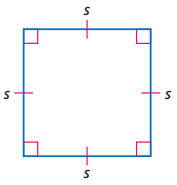

$P = 2(\ell + w) =$
$P = 2\ell + 2w$

**المثلث**




$P = a + b + c$

**المربع**

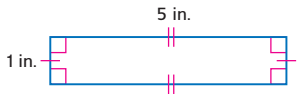



$P = 4s$

### مثال 1 محيطات المستطيلات والمربعات

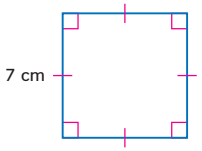
**أوجد محيط كل شكل مما يلي.**

**a. مستطيل طوله 5 بوصات وعرضه in.**




$P = 2(\ell + w)$ صيغة المحيط
$= 2(5 + 1)$ $\ell = 5, w = 1$
$= 2(6)$ اجمع.
$= 12$ المحيط يساوي 12 in.

**b. مربع طول ضلعه 7 سنتيمترات**



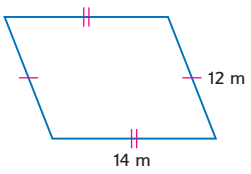

$P = 4s$ صيغة المحيط
$= 4(7)$ عوّض s بالعدد 7.
$= 28$ المحيط يساوي 28 سنتيمترًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 2 محيطات متوازي الأضلاع والمثلثات

**أوجد محيط كل شكل مما يلي.**

**a.**




$P = 2(a + b)$ صيغة المحيط

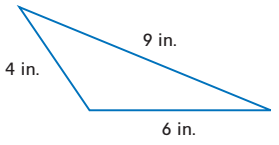
$= 2(14 + 12)$ $a = 14, b = 12$

$= 2(26)$ اجمع.

$= 52$ اضرب.

محيط متوازي الأضلاع يساوي 52 مترًا.

**b.**




$P = a + b + c$ صيغة المحيط

$= 4 + 6 + 9$ $a = 4, b = 6, c = 9$

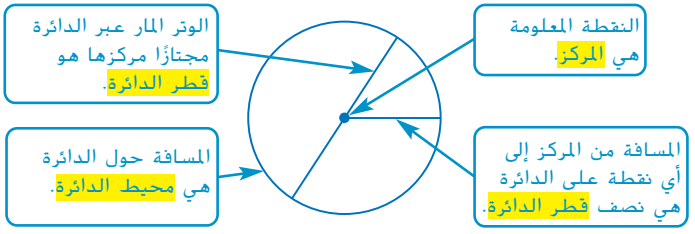
$= 19$ اجمع.

محيط المثلث يساوي 19 in.

**نصيحة دراسية**

**العلامات المتطابقة** تشير علامات التجزئة على الأشكال إلى الأضلاع متطابقة الطول.

**الدائرة** هي مجموعة النقاط الموجودة على مسطح لها البعد نفسه عن نقطة معلومة.




صيغة محيط الدائرة هي $C = \pi d$ أو $C = 2\pi r$.

## مثال 3 محيط الدائرة

**قرّب كل محيط دائرة إلى أقرب جزء من عشرة.**

**a. نصف القطر 4 أقدام.**

$C = 2\pi r$ صيغة محيط الدائرة

$= 2\pi(4)$ عوّض $r$ بالرقم 4.

$= 8\pi$ حوّل لأبسط صورة.

يبلغ محيط الدائرة $8\pi$ أقدام بالضبط.

8 π ENTER **25.13274123**

يبلغ محيط الدائرة 25.1 ft تقريبًا.

**b. القطر 15 سنتيمترًا.**

$C = \pi d$ صيغة محيط الدائرة

$= \pi(15)$ عوّض d بالعدد 15.

$= 15\pi$ حوّل لأبسط صورة.

$\approx 47.1$ استخدم آلة حاسبة لتحديد قيمة $\pi 15$.

يبلغ محيط الدائرة 47.1 سنتيمترًا تقريبًا.

**نصيحة دراسية**

Pi لإجراء عملية حسابية تتضمن π، استخدم آلة حاسبة.

**c.**

$C = 2\pi r$ صيغة محيط الدائرة

$= 2\pi(4)$ عوّض $r$ بالرقم 3.

$= 6\pi$ حوّل لأبسط صورة.

$\approx 18.8$ استخدم حاسبة لتحديد قيمة $6\pi$.

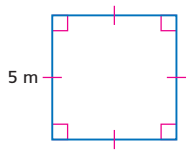
يبلغ محيط الدائرة 18.8 مترًا تقريبًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

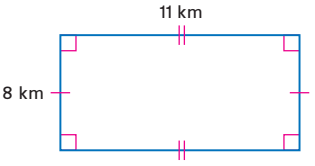
## تمرينات

**أوجد محيط كل شكل مما يلي.**

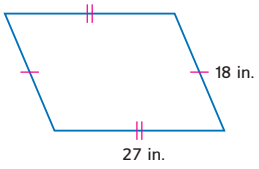
**1.**



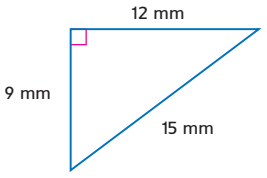

**2.**




**3.**




**4.**




**5.** مربع طول ضلعه 8 بوصات

**6.** مستطيل طوله 9 سنتيمترات وعرضه 3 سنتيمترات

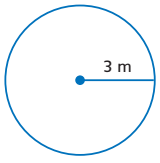
**7.** مثلث طول أضلاعه 4 أقدام و13 ft و12 ft.

**8.** متوازي أضلاع طول أضلاعه $6\frac{1}{4}$ in. و5 بوصات

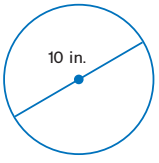
**9.** ربع دائرة بنصف قطر يبلغ 7 بوصات

**أوجد محيط كل دائرة، ثم قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

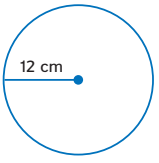
**10.**




**11.**




**12.**




**13.** **الحدائق** حديقة مربعة طول ضلعها 5.8 أمتار. ما محيط الحديقة؟

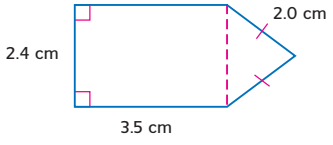
**14.** **الغرف** غرفة مستطيلة عرضها $12\frac{1}{2}$ قدم وطولها 14 ft. ما محيط الغرفة؟

**15.** **قيادة الدراجات** يبلغ قطر إطار دراجة بعشر سرعات 27 in. أوجد المسافة المقطوعة بعد 10 دورات للإطار. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

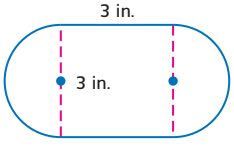
**16.** **الجغرافيا** يبلغ محيط الكرة الأرضية 25,000 ميل تقريبًا. إذا كنت تستطيع أن تحفر نفقًا إلى مركز الكرة الأرضية، فماذا سيكون طول النفق؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة من الميل.

**أوجد محيط كل شكل مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

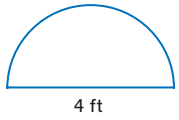
**17.**



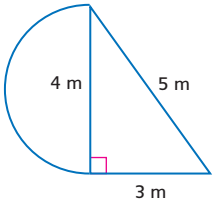

**18.**




**19.**




**20.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

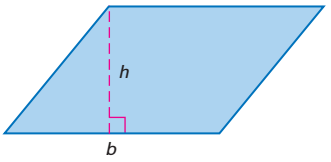
# 8-0 المساحة

**الهدف**

- إيجاد مساحة الأشكال ثنائية الأبعاد.

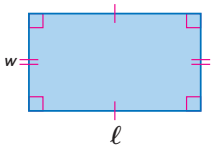
**المساحة** هي عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية سطح ما. ويتم قياس المساحة بالوحدات المربعة.

**متوازي الأضلاع**



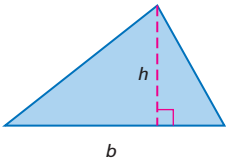

$A = bh$

**المستطيل**



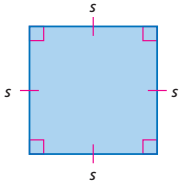

$A = \ell w$

**المثلث**




$A = \frac{1}{2}bh$

**المربع**

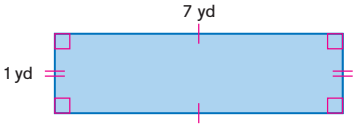



$A = s^2$

## مثال 1 مساحات المستطيلات والمربعات

**أوجد مساحة كل شكل مما يلي.**

**a. مستطيل طوله 7 ياردات وعرضه 1 ياردة**

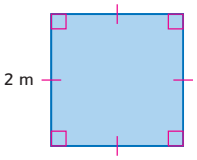



$A = \ell w$ صيغة المساحة

$= 7(1)$ $\ell = 7,\ w = 1$

$= 7$ مساحة المستطيل تساوي 7 ياردات مربعة.

**b. مربع طول ضلعه 2 متر**




$A = s^2$ صيغة المساحة

$= 2^2$ $s = 2$

$= 4$ المساحة تساوي 4 أمتار مربعة.

**مفردات جديدة**

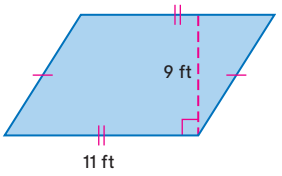
**المساحة (area)**

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## مثال 2 مساحات متوازي الأضلاع والمثلثات

**أوجد مساحة كل شكل مما يلي.**

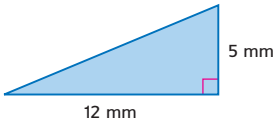
**a. متوازي أضلاع قاعدته 11 ft. وارتفاعه 9 أقدام**




| | |
|---|---|
| $A = bh$ | صيغة المساحة |
| $= 11(9)$ | $b = 11,\ h = 9$ |
| $= 99$ | اضرب. |

المساحة تساوي 99 ft. مربعًا.

**b. مثلث قاعدته 12 ملّيمترًا وارتفاعه 5 ملّيمترات**




| | |
|---|---|
| $A = \frac{1}{2}bh$ | صيغة المساحة |
| $= \frac{1}{2}(12)(5)$ | $b = 12,\ h = 5$ |
| $= 30$ | اضرب. |

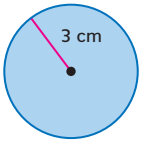
المساحة تساوي 30 ملّيمترات مربعًا.

صيغة مساحة الدائرة $A = \pi r^2$.

## مثال 3 مساحات الدوائر

**أوجد مساحة كل دائرة مما يلي مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.**

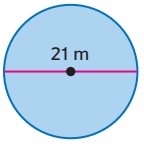
**a. نصف القطر 3 سنتيمترات**




| | |
|---|---|
| $A = \pi r^2$ | صيغة المساحة |
| $= \pi(3)^2$ | عوّض $r$ بالعدد 3. |
| $= 9\pi$ | حوّل لأبسط صورة. |
| $\approx 28.3$ | استخدم آلة حاسبة لتحديد قيمة $9\pi$. |

المساحة حوالي 28.3 سنتيمترًا مربعًا.

**b. القطر 21 مترًا**




| | |
|---|---|
| $A = \pi r^2$ | صيغة المساحة |
| $= \pi(10.5)^2$ | عوّض $r$ بالعدد 10.5. |
| $= 110.25\pi$ | حوّل لأبسط صورة. |
| $\approx 346.4$ | استخدم آلة حاسبة لتحديد قيمة $110.25\pi$. |

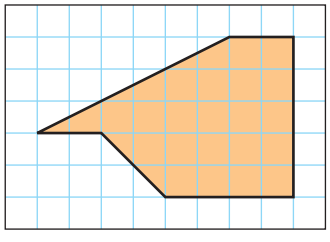
المساحة حوالي 346.4 مترًا مربعًا.

**نصيحة دراسية**

**الرياضيات الذهنية** يمكنك استخدام الرياضيات الذهنية للتحقق من حلولك. اضرب نصف القطر في نفسه ثم اضربه في 3.

## مثال 4 تقدير المساحة

**قدِّر مساحة المضلع إذا علمت أن كل مربع يمثل ميلاً مربعًا.**



من طرق تقدير المساحة حساب كل مربع كوحدة واحدة وكل مربع جزئي كنصف وحدة مهما كان كبيرًا أو صغيرًا.

$A \approx$ المربعات + المربعات الجزئية

$\approx 21(1) + 8(0.5)$ 21 مربعًا كاملاً و8 مربعات جزئية

$\approx 21 + 4 = 25$

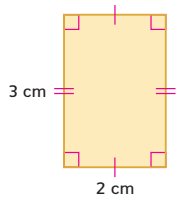
تبلغ مساحة المضلع حوالي 25 ميلاً مربعًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

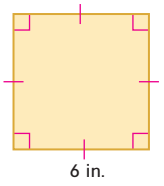
## تمرينات

**أوجد مساحة كل شكل مما يلي.**

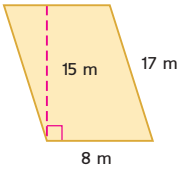
**1.**




**2.**




**3.**




**أوجد مساحة كل شكل مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.**

**4.** مثلث قاعدته 12 ملّيمترًا وارتفاعه 11 ملّيمترًا

**5.** طول ضلعه 9 أقدام

**6.** مستطيل طوله 8 سنتيمترات وعرضه سنتيمتران

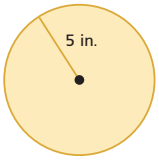
**7.** مثلث قاعدته 6 أقدام وارتفاعه 3 أقدام

**8.** ربع دائرة قطرها 4 أمتار

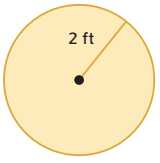
**9.** نصف دائرة بنصف قطر يبلغ 3 بوصات

**أوجد مساحة كل دائرة، ثم قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

**10.**




**11.**




**12.**

**13.** نصف القطر 4 سنتيمترات.

**14.** نصف القطر 7.2 ملّيمترات.

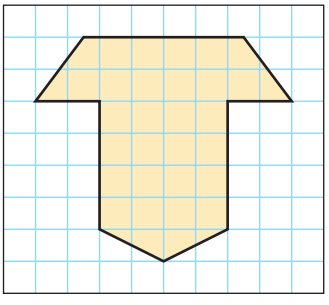
**15.** القطر 16 in.

**16.** القطر 25 ft.

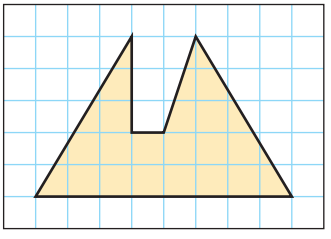
**17. التخييم** تبلغ مساحة الأرض المربعة لخيمة 49 ft. مربعًا. ما طول ضلع الخيمة؟

**قدّر مساحة كل مضلع بالوحدات المربعة.**

**18.**



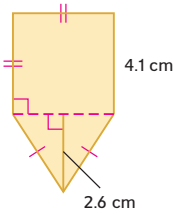
**19.**



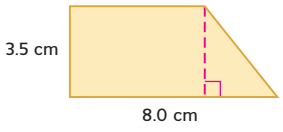
**20. التاريخ** ستونهنج أثر قديم في ويلتشاير في إنجلترا. الأحجار العملاقة في ستونهنج مرتبة على شكل دائرة قطرها 30 مترًا. أوجد مساحة الدائرة. قرّب إلى أقرب جزء من العشرة من المتر المربع.

**أوجد مساحة كل شكل مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

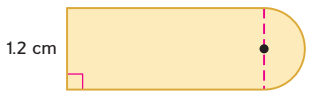
**21.**




**22.**




**23.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 9-9 الحجم

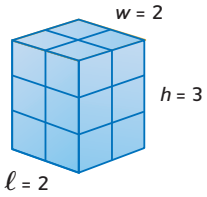
**الهدف**

- إيجاد أحجام المنشورات المستطيلة والأسطوانات.

**مفردات جديدة**

**الحجم (volume)**

**الحجم** هو مقدار الفراغ الذي يشغله مجسم. ويتم قياس الحجم بوحدات مكعبة.




لإيجاد حجم منشور مستطيل، اضرب الطول في العرض في الارتفاع. وصيغة إيجاد حجم المنشور المستطيل موضحة أدناه.

$$V = \ell \cdot w \cdot h$$

يبلغ حجم المنشور الظاهر على اليسار 2 • 2 • 3 أو 12 وحدة مكعبة.

## مثال 1 أحجام المنشورات المستطيلة

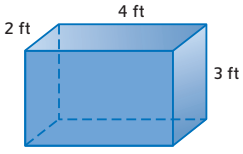
**أوجد حجم كل منشور مستطيل مما يلي.**

**a. الطول 8 سنتيمترات والعرض 1 سنتيمتر والارتفاع 5 سنتيمترات.**

| | |
|---|---|
| $V = \ell \cdot w \cdot h$ | صيغة إيجاد الحجم |
| $= 8 \cdot 1 \cdot 5$ | عوّض $\ell$ بالعدد 8، $w$ بالعدد 1، $h$ بالعدد 5. |
| $= 40$ | حوّل إلى أبسط صورة. |

الحجم يساوي 40 سنتيمترًا مكعبًا.

**b.**




يبلغ طول المنشور 4 أقدام وعرضه قدمان وارتفاعه 3 أقدام.

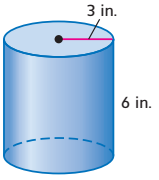
| | |
|---|---|
| $V = \ell \cdot w \cdot h$ | صيغة الحجم |
| $= 4 \cdot 2 \cdot 3$ | عوّض $\ell$ بالعدد 4، $w$ بالعدد 2، $h$ بالعدد 3. |
| $= 24$ | حوّل لأبسط صورة. |

الحجم يساوي 24 قدمًا مكعبًا.

حجم المجسم هو ناتج ضرب مساحة القاعدة في ارتفاع المجسم. بالنسبة للأسطوانة، تبلغ مساحة القاعدة $\pi r^2$. لذلك الحجم $V = \pi r^2 h$.

## مثال 2 حجم أسطوانة

**أوجد حجم الأسطوانة.**




| | |
|---|---|
| $V = \pi r^2 h$ | حجم أسطوانة |
| $= \pi(3^2)6$ | $r = 3$, $h = 6$ |
| $= 54\pi$ | حوّل لأبسط صورة. |
| $= 169.6$ | استخدم آلة حاسبة. |

الحجم يساوي 169.6 بوصة مكعبة تقريبًا.

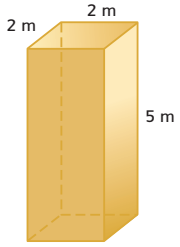
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

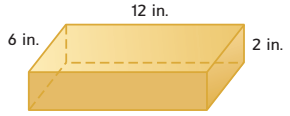
## تمرينات

**أوجد حجم كل منشور مستطيل إذا كان لديك الطول والعرض والارتفاع.**

1. $\ell = 5$ cm, $w = 3$ cm, $h = 2$ cm
2. $\ell = 10$ m, $w = 10$ m, $h = 1$ m
3. $\ell = 6$ yd, $w = 2$ yd, $h = 4$ yd
4. $\ell = 2$ in., $w = 5$ in., $h = 12$ in.
5. $\ell = 13$ ft, $w = 9$ ft, $h = 12$ ft
6. $\ell = 7.8$ mm, $w = 0.6$ mm, $h = 8$ mm

**أوجد حجم كل منشور مستطيل مما يلي.**

7. 


8. 


9. **علم الهندسة** مكعب قياس أحد جوانبه 3 أمتار. فما حجمه؟

10. **أحواض السمك** حوض سمك طوله 8 أقدام وعرضه 5 أقدام وعمقه 5.5 قدم. ما حجم حوض السمك؟

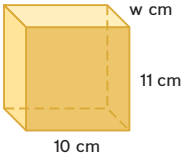
11. **الطهو** ما حجم فرن ميكروويف عرضه 18 in. وطوله 10 in. وعمقه $11\frac{1}{2}$ in.؟

12. **الصناديق** صندوق ورق مقوى طوله 32 in. وعرضه 22 in. وارتفاعه 16 in. فما حجم الصندوق؟

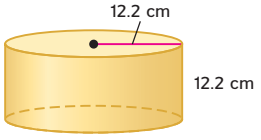
13. **حمامات السباحة** يحتوي حمام سباحة مستطيل للأطفال على 480 ft. مكعبًا من الماء. فما عمق حمام السباحة إذا كان طوله يبلغ 30 ft. وعرضه 16 ft.؟

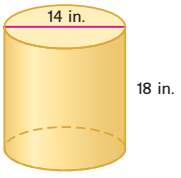
14. **الخَبْز** يبلغ حجم وعاء كعك مستطيل 234 in. مكعبة. إذا كان طول الوعاء 9 بوصات وعرضه 13 in. فما ارتفاع الوعاء؟

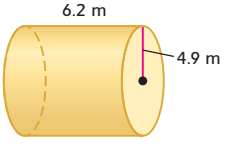
15. **علم الهندسة** يبلغ حجم المنشور المستطيل الموضح على اليسار 440 سنتيمترًا مكعبًا. فما العرض؟




**أوجد حجم كل أسطوانة مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

16. 


17. 


18. 


19. **الحطب** يُباع الحطب عادةً بقياس معروف باسم *الحبل*. قد يتألف الحبل الكامل من حزمة قياسها 8 × 4 × 4 أقدام أو حزمة قياسها 8 × 8 × 2 قدم.

   **a.** ما حجم الحبل الكامل من الحطب؟

   **b.** قياس "الحبل القصير" من الخشب 8 × 4 × طول القطع. ما حجم الحبل القصير من قطع بقياس $2\frac{1}{2}$ قدم؟

   **c.** إذا كانت لديك مساحة طولها 12 ft. وعرضها قدمان تخزّن فيها حطبك، فماذا سيكون ارتفاع الحزمة إذا كانت حبلاً كاملاً من الخشب؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 10-10 مساحة السطح

## الهدف

- إيجاد مساحات سطح المنشورات المستطيلة والأسطوانات.

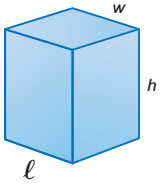
**مساحة السطح** هي مجموع مساحات كل الأسطح أو الأوجه لمجسم. ويتم قياس مساحة السطح بوحدات مربعة.

## مفردات جديدة

**مساحة السطح** (surface area)

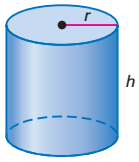
### مفهوم أساسي مساحة السطح

**منشور**




$S = 2\ell w + 2\ell h + 2wh$

**أسطوانة**

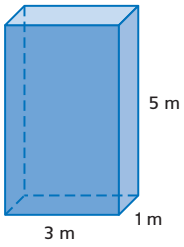



$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$

### مثال 1 إيجاد مساحات السطح

**أوجد مساحة سطح كل مجسم مما يلي، ثم قرّب إلى أقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.**

**a.**




يبلغ طول المنشور 3 أمتار وعرضه متر وارتفاعه 5 أمتار.

$S = 2\ell w + 2\ell h + 2wh$ صيغة مساحة السطح

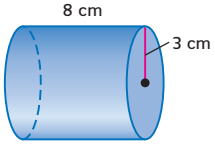
$= 2(3)(1) + 2(3)(5) + 2(1)(5)$ $\ell = 3, w = 1, h = 5$

$= 6 + 30 + 10$ اضرب.

$= 46$ اجمع.

مساحة السطح تساوي 46 مترًا مربعًا.

**b.**




الارتفاع 8 سنتيمترات ونصف قطر القاعدة 3 سنتيمترات. مساحة السطح هي مجموع مساحة كل قاعدة، $2\pi r^2$، ومساحة الجانب هي محيط دائرة القاعدة مضروبًا في الارتفاع أو $2\pi rh$.

$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$ صيغة مساحة سطح الأسطوانة.

$= 2\pi(3)(8) + 2\pi(3^2)$ $r = 3, h = 8$

$= 48\pi + 18\pi$ حوّل لأبسط صورة.

$\approx 207.3 \text{ cm}^2$ استخدم آلة حاسبة.

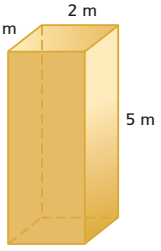
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

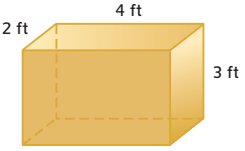
## تمرينات

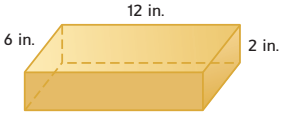
**أوجد مساحة السطح لكل منشور مستطيل على أساس القياسات أدناه.**

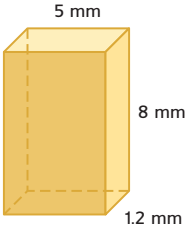
1. $\ell = 6$ in., $w = 1$ in., $h = 4$ in
2. $\ell = 8$ m, $w = 2$ m, $h = 2$ m
3. $\ell = 10$ mm, $w = 4$ mm, $h = 5$ mm
4. $\ell = 6.2$ cm, $w = 1$ cm, $h = 3$ cm
5. $\ell = 7$ ft, $w = 2$ ft, $h = \frac{1}{2}$ ft
6. $\ell = 7.8$ m, $w = 3.4$ m, $h = 9$ m

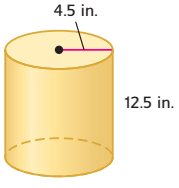
**أوجد مساحة سطح كل مجسم مما يلي.**

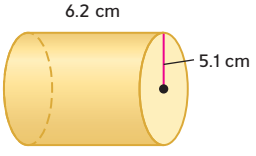
7. 


8. 


9. 


10. 


11. 


12. 


13. **علم الهندسة** ما مساحة سطح مكعب طول ضلعه 2 متر؟

14. **الهدايا** صندوق هدايا عبارة عن منشور مستطيل طوله 14 in. وعرضه 5 بوصات وارتفاعه 4 بوصات. إذا كان الصندوق سيُغطى بالقماش، فما مقدار القماش المطلوب إذا لم يكن هناك تداخل؟

15. **الصناديق** برّاد جديد يتم شحنه في صندوق عمقه 34 in. وارتفاعه 66 in. وعرضه $33\frac{1}{4}$ in. ما مساحة سطح الصندوق بالقدم المربع؟ قرّب إلى أقرب قدم مربع.
(تلميح: $1\ ft^2 = 144\ in^2$)

16. **الطلاء** يبلغ ارتفاع الخزانة 6 أقدام وعرضها 3 أقدام وطولها قدمان. يتم طلاء السطح الخارجي للخزانة بالكامل باستثناء القاع. ما مساحة سطح الخزانة الذي يتم طلاؤه؟

17. **الحساء** يبلغ طول عبوة حساء 4 بوصات وقطرها $3\frac{1}{4}$ in. كم مقدار الورق المطلوب لملصق على العبوة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

18. **الحِرف** تغطي سهيلة لأحد المشروعات الحرفية كل جوانب أحد الصناديق بملصقات. يبلغ طول الصندوق 8 بوصات وعرضه 6 بوصات، وارتفاعه 4 بوصات. فإذا كان طول كل ملصق بوصتين وعرضه 4 بوصات، فكم عدد الملصقات التي تحتاجها لتغطية صندوق؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 11-0 الاحتمالية والفرص البسيطة

**الهدف**

- إيجاد احتمالات وفرص الأحداث البسيطة.

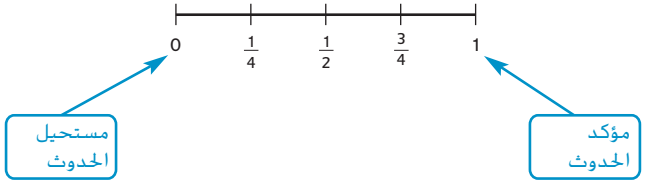
**مفردات جديدة**

**احتمال (probability)**
**الفضاء العيني (sample space)**
**متساوي الاحتمال (equally likely)**
**المكملات (complements)**
**الرسم التخطيطي الشجري (tree diagram)**
**الفرص (odds)**

**احتمالية** حدث هي نسبة عدد النتائج المرغوبة لحدث إلى العدد الإجمالي للنتائج المحتملة. عندما تلقي نردًا، هناك ست نتائج محتملة: 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6. تُسمى هذه القائمة بكل النتائج المحتملة **الفضاء العيني**.

عندما يكون هناك $n$ من النتائج واحتمالية كل نتيجة هي $\frac{1}{n}$، فإننا نقول إن النتائج **متساوية الاحتمال**.

على سبيل المثال، عندما تلقي نردًا، النتائج المحتملة الست متساوية الاحتمال لأن كل نتيجة لها احتمال بمقدار $\frac{1}{6}$. ودائمًا ما ينحصر مجال احتمال الحدث بين 0 و 1 كلما اقتربت الاحتمالية من 1، زاد ترجيح حدوثها.




## مثال 1 إيجاد الاحتمالات

**إذا تم إلقاء حجر نرد، أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**

**a. ظهور 1 أو 5 على الوجه العلوي**

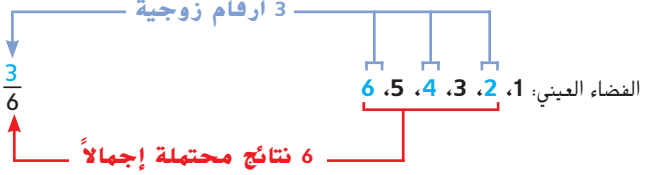
هناك ست نتائج محتملة. هناك نتيجتان مرغوبتان، 1 و5.

$$\text{الاحتمالية} = \frac{\text{عدد النتائج مرغوبتان}}{\text{إجمالي عدد النتائج المحتملة}} = \frac{2}{6}$$

إذن $P(1 \text{ أو } 5) = \frac{2}{6}$ أو $\frac{1}{3}$.

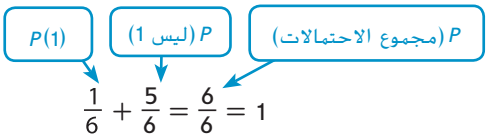
**b. ظهور رقم زوجي على الوجه العلوي**

ثلاث من النتائج الست أرقام زوجية. إذًا، فهناك ثلاث نتائج مرغوبة.




إذًا، $P(\text{رقم زوجي}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

أحداث إلقاء النرد على رقم 1 وعدم إلقاء النرد على رقم 1 تُسمى **المكملات**.




$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

مجموع احتمالات أي حدثين مكملين يساوي 1 دائمًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education Eyewire/Getty Images

## مثال 2 إيجاد الاحتمالات

**تحتوي حقيبة على 5 قصاصات حمراء، و7 قصاصات زرقاء، و6 قصاصات صفراء و10 قصاصات خضراء. يتم سحب قصاصة واحدة عشوائيًا. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**

**a. الزرقاء**

هناك 7 قصاصات زرقاء و28 قصاصة إجمالاً.

$$P(\text{القصاصة الزرقاء}) = \frac{7}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$= \frac{1}{4}$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$.

**b. حمراء أو صفراء**

هناك $5 + 6 = 11$ قصاصة حمراء أو صفراء.

$$P(\text{حمراء أو صفراء}) = \frac{11}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$\approx 0.39$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{11}{28}$ = حوالي 0.39 = حوالي 39%.

**ج. غير خضراء**

هناك $5 + 7 + 6 = 18$ قصاصة غير خضراء.

$$P(\text{غير خضراء}) = \frac{18}{28} \quad \begin{matrix}\leftarrow \text{عدد النتائج المرغوبة} \\ \leftarrow \text{عدد النتائج الممكنة}\end{matrix}$$
$$= \frac{9}{14} = \text{حوالي } 0.64$$

يمكن صياغة الاحتمالية على شكل $\frac{9}{14}$ = حوالي 0.64 = حوالي 64%.

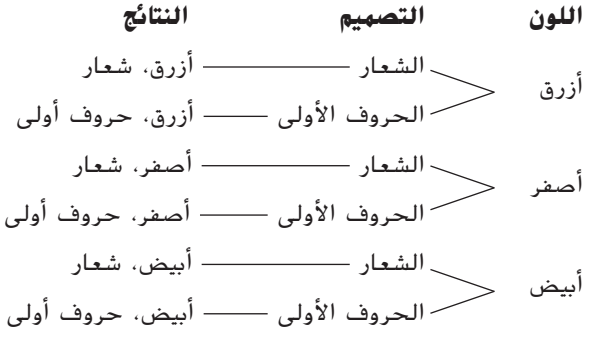
**نصيحة دراسية**

**أسلوب بديل** ستكون القصاصة المسحوبة إما خضراء أو ليست خضراء. إذًا فالأسلوب الآخر لإيجاد $P$(غير الخضراء) هو إيجاد $P$(الخضراء) وطرح تلك الاحتمالية من 1.

من الطرق المستخدمة لحساب عدد النتائج الممكنة تصميم **رسم تخطيطي شجري**. يوضح آخر عمود في الرسم التخطيطي الشجري كل النتائج الممكنة.

## مثال 3 استخدام رسم تخطيطي شجري لعد النتائج

**تأتي قبعات فريق البيسبول المدرسي بألوان زرقاء أو صفراء أو بيضاء. مكتوب على القبعات إما شعار المدرسة أو الحروف الأولى من اسمها. استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا لتحديد عدد احتمالات القبعات المختلفة.**




يوضح الرسم التخطيطي الشجري أن هناك 6 قبعات مختلفة ممكنة.

**نصيحة دراسية**

**عد النتائج** عند عد النتائج الممكنة، أضف عمودًا في الرسم التخطيطي الشجري لكل جزء من الحدث.

يقدم هذا المثال توضيحًا **لمبدأ العد الأساسي**، والذي يربط عدد النتائج بعدد الاختيارات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مفهوم أساسي مبدأ العد الأساسي

**الشرح** إذا كان الحدث $M$ يمكن أن يحدث بطرق عددها $m$ ويتبعها الحدث $N$ الذي يمكن أن يحدث بطرق عددها $n$، إذًا فالحدث $M$ الذي يتبعه $N$ يمكن أن يحدث بطرق عددها $m \times n$.

**مثال** إذا كانت هناك 4 أحجام ممكنة لحاويات الأسماك و3 أشكال ممكنة، فهناك 3 x 4 أو 12 حاوية أسماك ممكنة.

## مثال 4 استخدام مبدأ العد الأساسي

**a. يقدم متجر للمثلجات نوعًا أو اثنين أو ثلاثة من المثلجات من بين 12 نكهة مختلفة. يمكن تقديم المثلجات في قرطاس من البسكويت أو السكر أو في كوب. استخدم مبدأ العد الأساسي لتحديد عدد الخيارات الممكنة.**

هناك 3 طرق لتقديم المثلجات، و3 أنواع مختلفة وهناك 12 نكهة مختلفة من المثلجات.

استخدم مبدأ العد الأساسي لإيجاد عدد الخيارات الممكنة.

| عدد خيارات طلب المثلجات | | عدد خيارات التقديم | | عدد النكهات | | عدد الأنواع |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 108 | = | 3 | x | 12 | x | 3 |

إذًا فهناك 108 طريقة مختلفة لترتيب طلب المثلجات.

**b. يحتاج جمال إلى إنشاء كلمة مرور من 3 أرقام لاسم تسجيل الدخول الخاص به إلى أحد المواقع الإلكترونية. يمكن أن تشمل كلمة المرور أي رقم من 0 إلى 9، لكن لا يمكن أن تتكرر الأعداد. كم عدد كلمات المرور الممكنة المكونة من 3 أرقام؟**

إذا كان الرقم الأول 4، فالرقم التالي لا يمكن أن يكون 4.

يمكننا استخدام مبدأ العد الأساسي لإيجاد عدد كلمات المرور الممكنة.

| عدد كلمات المرور | | الرقم الثالث | | الرقم الثاني | | الرقم الأول |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 720 | = | 8 | x | 9 | x | 10 |

إذًا، فهناك 720 كلمة مرور ممكنة من 3 أرقام.

**فرص** وقوع حدث ما هي المعدل الذي يقارن عدد الطرق المحتمل أن يقع بها حدث (مرات النجاح) بعدد الطرق التي لا يمكن أن يقع بها (حالات الفشل).

**نصيحة دراسية**

**الفرص** مجموع عدد مرات النجاح وعدد حالات الفشل يساوي حجم فراغ العينة أو عدد النتائج الممكنة.

## مثال 4 إيجاد الفرص

**أوجد فرص أن الوجه الظاهر إلى أعلى عند إلقاء حجر النرد على رقم أصغر من 3.**

هناك ست نتائج محتملة: 2 ناجحتان و4 فاشلة.

إذًا، ففرص أن يكون العدد الظاهر على النرد أصغر من 3 هي $\frac{1}{2} = 1:2$.

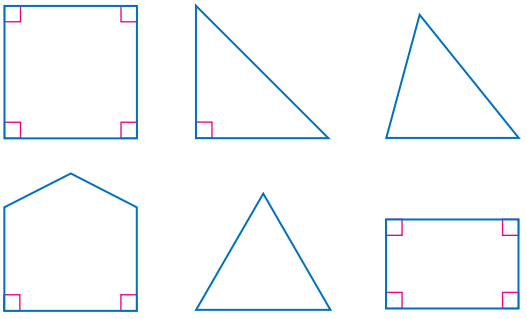
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرينات

**تم اختيار عملة واحدة عشوائيًا من عبوة تحتوي على 70 نيكل و100 دايم و80 ربعًا و50 عملة معدنية بقيمة دولار. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**

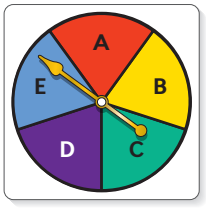
1. $P$(الربع)
2. $P$(دايم)
3. $P$(ربع أو نيكل)
4. $P$(القيمة أكبر من $ 0.10)
5. $P$(القيمة أصغر من $ 1)
6. $P$(القيمة $ 1 بحد أقصى)

**تم اختيار أحد المضلعات الموضحة أدناه عشوائيًا. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**



7. $P$(المثلث)
8. $P$(الخماسي)
9. $P$(ليس رباعيًا)
10. $P$(أكثر من زاويتين قائمتين)

**استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا لإيجاد فراغ لكل حدث. اذكر عدد النتائج الممكنة.**




11. تم تدوير القرص الدوار الموضح على اليسار مع إلقاء عملتين.
12. في مطعم، تختار طبقين جانبيين لتتناولهما مع الإفطار. يمكنك اختيار خبز أبيض أو خبز القمح الكامل. يمكنك اختيار زوج من النقانق أو فطيرة نقانق أو لحم بقري.
13. كم عدد الأكواد المختلفة التي يمكن تكوينها من 3 رموز هم A أو B أو C للرمز الأول و8 أو 9 للرمز الثاني و0 أو 1 للرمز الثالث؟

**حقيبة مليئة بكرات زجاجية ملونة مختلفة. احتمالية اختيار كرة زجاجية حمراء عشوائيًا من الحقيبة $\frac{1}{8}$. احتمالية اختيار كرة زجاجية زرقاء هو $\frac{13}{24}$. أوجد كلاً من الاحتمالات التالية.**

14. $P$(غير الحمراء)
15. $P$(غير الزرقاء)

**أوجد فرص حدوث كل نتيجة إذا اختار الكمبيوتر عشوائيًا حرفًا موجودًا في اسم** THE UNITED STATES OF AMERICA.

16. الحرف $A$
17. الحرف $T$
18. حرف بصوت متحرك
19. حرف بصوت علة

**تريد مريم أن تطلب وجبة عشاء من المطعم المحلي.**

| وجبات العشاء | |
|---|---|
| لحم بقري، لحم مدخن، لحم مشوي، ديك رومي، دجاج، بيروني | |
| **التتبيلة** | **الإضافات** |
| مايونيز، مسطردة، خل، زيت | خس، بصل، فلفل، زيتون |

20. أوجد عدد الطلبات الممكنة لوجبة عشاء عليها إضافة واحدة وخيار تتبيل واحد.
21. أوجد عدد وجبات اللحم البقري الممكنة التي عليها مايونيز أو أي مزيج من الإضافات أو بدون إضافات على الإطلاق.
22. أوجد عدد الطلبات الممكنة لوجبة عشاء عليها أي مزيج من التتبيل و/أو الإضافات.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

# 12-0 مقاييس المركز والتغير والموقع

## الهدف

- إيجاد مقاييس النزعة المركزية والتغير والموقع.

**المتغير** هو سمة مجموعة من الأفراد أو الأشياء التي يمكن أن تحمل قيمًا مختلفة تُسمى **البيانات**. وتُعرف البيانات التي لها وحدات ويمكن قياسها باسم **القياس** أو **بيانات كمية**. أما البيانات التي يمكن تصنيفها إلى فئات مختلفة فتُعرف باسم **بيانات فئوية** أو **نوعية**. بعض الأمثلة على كلا نوعي البيانات موضح أدناه.

| البيانات الكميّة | البيانات النوعية |
|---|---|
| **المدد الزمنية:** 15 s, 20 s, 45 s, 19 s | **اللون المفضل:** أزرق، أحمر، قرمزي، أخضر |
| **الأعمار:** 10 yr, 15 yr, 14 yr, 16 yr | **لون الشعر:** أسود، أشقر، بني |
| **المسافة:** 5 mi, 30 mi, 18 mi | **أرقام الهاتف:** 555-1234, 555-5678 |

البيانات الكميّة في أحد المتغيرات تُسمى **بيانات أحادية المتغير** وغالبًا ما يتم تلخيصها باستخدام عدد منفرد ليمثل المتوسط أو المعتاد. قياسات المتوسط تُسمى أيضًا **مقياس المركز** أو **النزعة المركزية**. ومقاييس المركز الأكثر شيوعًا هي المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

### مفهوم أساسي مقاييس النزعة المركزية

- **المتوسط الحسابي** هو مجموع القيم في مجموعة بيانات مقسومًا على إجمالي عدد القيم فيها.
- **الوسيط** القيمة الوسطى أو متوسط اثنتين من القيم الوسطى في مجموعة بيانات عند ترتيب البيانات ترتيبًا عدديًا.
- **المنوال** هو القيمة أو القيم الأكثر تكرارًا في مجموعة من البيانات. يمكن ألا يكون هناك منوالٌ لمجموعة البيانات وقد يكون هناك منوالٌ واحدٌ أو أكثر من منوال.

### مثال 1 مقاييس المركز

**كرة البيسبول** يعرض الجدول عدد الضربات التي حققها مازن لفريقه. أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.

| فريق المباراة | الضربات |
|---|---|
| بادجرز | 3 |
| هورنيتس | 6 |
| بولدوغز | 5 |
| فايكينغز | 2 |
| رينجرز | 3 |
| بانثرز | 7 |

**المتوسط الحسابي:** لإيجاد المتوسط الحسابي، أوجد مجموع كل الضربات واقسم على عدد المباريات التي حقق فيها هذه الضربات.

المتوسط الحسابي

$$= \frac{3+6+5+2+3+7}{6} = \frac{26}{6}$$

= حوالي 4 ضربات

**الوسيط:** لإيجاد الوسيط، قم بترتيب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر وأوجد القيمة أو القيم المتوسطة.

2, 3, 3, 5, 6, 7

$\frac{5+3}{2}$ أو 4 ضربات

بما أن هناك عددًا زوجيًا من القيم، أوجد المتوسط الحسابي للعددين الموجودين في الوسط.

**المنوال:** من ترتيب قيم البيانات، يمكننا رؤية أن القيمة الأكثر تكرارًا في المجموعة هي 3، ولذلك فمنوال مجموعة البيانات هو 3 ضربات.

كان المتوسط الحسابي والوسيط لعدد ضربات مازن في هذه المباريات هو 4 وكان منواله 3 ضربات.

## مفردات جديدة

المتغير (variable)
البيانات (data)
بيانات القياس أو البيانات الكميّة (measurement or quantitative data)
البيانات الفئوية أو النوعية
البيانات أحادية المتغير (univariate data)
مقاييس المركز أو النزعة المركزية (measures of center orcentral tendency)
المتوسط الحسابي (mean)
الوسيط (median)
المنوال (mode)
مقاييس الانتشار أو التغير (measures of spread or variation)
المدى (range)
الربع (range)
مقاييس الموقع (measures of position)
الربع الأدنى (lower quartile)
الربع الأعلى (upper quartile)
ملخص الخمسة أرقام (five-number summary)
المدى الأرباعي (interquartile range)
القيمة المتطرفة (outlier)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن أن يكون لمجموعتين مختلفتين للغاية من البيانات المتوسط الحسابي نفسه، ولذلك تستخدم الإحصاءات أيضًا **مقاييس الانتشار** أو **التغير** لوصف مدى تغير قيم البيانات. من بين هذه المقاييس **المدى**، وهو الفارق بين أكبر وأصغر قيمة في مجموعة البيانات.

### مثال 2 المدى

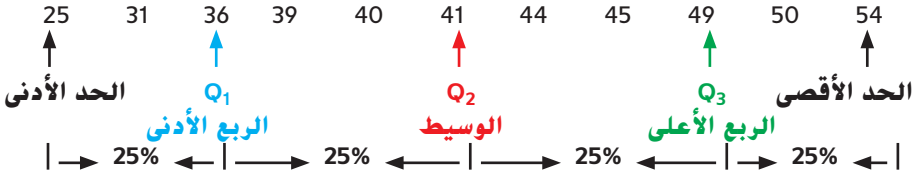
**السير المدد التي استغرقتها أسماء بالدقائق للسير إلى المدرسة كل يوم في هذا الأسبوع هي 18 و15 و15 و12 و14. أوجد المدى.**

تعريف المدى: المدى = أكبر قيمة − أقل قيمة

أكبر قيمة هي 18 وأقل قيمة هي 12. $= 18 - 12 = 6$

مدى المدد هو 6 دقائق.

غالبًا ما يتحدث الإحصائيون عن موقع قيمة بالنسبة إلى قيم أخرى في مجموعة. **الأرباع** هي **مقاييس موقع** مشتركة تقسم مجموعة البيانات المرتبة تصاعديًا إلى أربع مجموعات تحتوي كل منها على ربع البيانات أو 25% منها تقريبًا. يشير الوسيط إلى الربع الثاني $Q_2$، ويقسم البيانات إلى نصفين علوي وسفلي. الربع الأول أو **الربع الأدنى** $Q_1$ هو وسيط النصف السفلي بينما الربع الثالث أو **الربع الأعلى** $Q_3$ هو وسيط النصف العلوي.




الأرباع الثلاثة إلى جانب قيمتي الحد الأدنى والحد الأقصى تُسمى **ملخص الأعداد الخمسة** لمجموعة البيانات.

**نصيحة دراسية**

**حساب الأرباع** عندما يكون عدد القيم في مجموعة بيانات فرديًا، لا يتم تضمين الوسيط في أي من نصفي البيانات عند حساب $Q_1$ أو $Q_3$.

### مثال 3 ملخص الأعداد الخمسة

**جمع التبرعات عدد صناديق الحلوى التي باعها أسامة لجمع التبرعات كل يوم في آخر 11 يومًا كانت 22 و16 و35 و26 و14 و17 و28 و29 و21 و17 و20. أوجد الحد الأدنى والربع الأدنى والوسيط والربع الأعلى والحد الأقصى لمجموعة البيانات. ثم فسّر هذا الملخص المعني بالأعداد الخمسة.**

رتّب البيانات من الأصغر إلى الأكبر. استخدم القائمة لتحديد الأرباع.

14, 16, 17, 17, 20, 21, 22, 26, 28, 29, 35

الحد الأدنى $Q_1$ $Q_2$ $Q_3$ الحد الأقصى

الحد الأدنى 14 والربع الأدنى 17 والوسيط 21 والربع الأعلى 28 والحد الأقصى 35. على مدار 11 يومًا، باع أسامة 14 صندوقًا بحد أدنى و35 صندوقًا بحد أقصى. باع أقل من 17 صندوقًا في 25% من الوقت وأقل من 21 صندوقًا في 50% من الوقت وأقل من 28 صندوقًا في 75% من الوقت.

الفارق بين الربعين الأعلى والأدنى يُسمى **المدى الأرباعي**. يحتوي المدى الأرباعي أو IQR على 50% تقريبًا من القيم.

14, 16, 17, 17, 20, 21, 22, 26, 28, 29, 35

$Q_1$ $Q_3$

$IQR = Q_1 - Q_3 = 11$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

قبل تحديد مقياس المركز الذي يصف مجموعة بيانات بالشكل الأمثل، تحقق من القيم المتطرفة. **القيمة المتطرفة** هي قيمة شديدة الارتفاع أو شديدة الانخفاض عند مقارنتها ببقية القيم في المجموعة. للتحقق من القيم المتطرفة، ابحث عن قيم البيانات التي تقع بعد الربعين الأعلى أو الأدنى بأكثر من 1.5 ضعف المدى الأرباعي.

## مثال 2 أثر القيم المتطرفة

**درجات الاختبار تلقى الطلاب الذين خاضوا اختبارًا في التزيين الدرجات التالية: 88 و79 و94 و90 و45 و71 و82 و88.**

**a. حدد أي قيم متطرفة في البيانات.**

حدد أولاً الوسيط والربعين الأعلى والأدنى في البيانات.

45, 71, 79, 82, 88, 88, 90, 94

$Q_1 = \frac{71 + 79}{2} = 75$ $Q_2 = \frac{82 + 88}{2} = 85$ $Q_3 = \frac{88 + 90}{2} = 89$

أوجد المدى الأرباعي.

$IQR = Q_3 - Q_1 = 89 - 75 = 14$

استخدم المدى الأرباعي لإيجاد القيم التي قد تقع وراءها أي قيم متطرفة.

| القيم التي تقع وراءها القيم المتطرفة | $Q_3 + 1.5(IQR)$ | و | $Q_1 - 1.5(IQR)$ |
|---|---|---|---|
| $Q_1 = 75, Q_3 = 89, QR = 14$ | $89 + 1.5(14)$ | | $75 - 1.5(14)$ |
| حوّل لأبسط صورة. | 110 | | 54 |

لا توجد درجات أكبر من 110، لكن هناك درجة واحدة أقل من 54. يمكن اعتبار درجة 45 قيمة متطرفة لمجموعة البيانات هذه.

**b. أوجد المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات مع القيمة المتطرفة أو بدونها. صف ما يحدث.**

| مجموعة البيانات | المتوسط الحسابي | الوسيط |
|---|---|---|
| مع القيمة المتطرفة | حوالي $79.6 = \frac{88 + 79 + 94 + 90 + 45 + 71 + 82 + 88}{8}$ | 85 |
| بدون القيمة المتطرفة | حوالي $84.6 = \frac{88 + 79 + 94 + 90 + 71 + 82 + 88}{7}$ | 88 |

تؤدي إزالة القيمة المتطرفة إلى زيادة المتوسط الحسابي والوسيط، لكن لاحظ أن المتوسط الحسابي يتأثر بإزالة القيمة المتطرفة أكثر من الوسيط.

**نصيحة دراسية**

**المدى الأرباعي** عندما يكون المدى الأرباعي قيمة صغيرة، تكون البيانات في المجموعة متقاربة. فيعني الأرباعي الكبير فيعني أن البيانات منتشرة.

## تمرينات

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لكل مجموعة بيانات.**

1. عدد الطلاب الذين يساعدون في كشك البسكويت كل ساعة: 3، 5، 8، 1، 4، 13، 11
2. وزن الصناديق التي تم تحميلها على الشاحنة الصغيرة بالرطل: 102، 102، 002، 991، 991
3. سرعات السيارات بالميل في الساعة حسب مراقبة ضابط دورية الطريق السريع: 06، 35، 35، 25، 35، 55، 55، 75 **54.75 mph; 54 mph; 53 mph; 8 mph**
4. عدد الأغاني التي قام الطلاب بتحميلها الأسبوع الماضي في فصل الأستاذة داليا: 3، 7، 12، 32، 36، 72، 92، 59، 32 **≈32 أغنية؛ 23 أغنية؛ 23 أغنية؛ 92 أغنية**
5. تقييمات أحد مقاطع الفيديو عبر الإنترنت: 2، 5، 5.3، 4، 5.4، 1، 1، 4، 2، 5.1، 5.2، 2، 3، 5.3 **≈2.8; 2.75, 2; 4**

1. **5 طلاب؛ 4 طلاب؛ 3 طلاب؛ 10 طلاب**
2. **200 lb; 200 lb; 201 lb and.2**
   **199 lb; 2 lb**

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**6. الأدوات المدرسية** يعرض الجدول تكلفة الأدوات المدرسية. أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى للتكاليف. **4.75 AED ؛2.00 AED ؛2.25 AED ؛2.50 AED**

| تكلفة الأدوات المدرسية | |
|---|---|
| الإمداد | التكلفة |
| أقلام رصاص | 0.50 AED |
| الأقلام | 2 AED |
| ورق | 2 AED |
| مجلد جيب | 1.25 AED |
| الآلة الحاسبة | 5.25 AED |
| دفتر | 3.00 AED |
| محايات | 2.50 AED |
| أقلام تحديد | 3.50 AED |

**7. لعبة البولينج** يبلغ متوسط نقاط آمنة في 9 مباريات بولينج 108 نقطة. فما أقل درجة يمكن أن تحققها في المباراة العاشرة لتحصل على متوسط 110؟ **128**

**8. تنظيف الملابس** تم اختبار علامتين تجاريتين من منظفات الملابس لتحديد عدد مرات غسل قميص قبل أن يبهت لونه. فيما يلي نتائج 6 قمصان بعد عدد من مرات الغسيل.

**الإشارة التجارية A:** 16، 15، 13، 14، 16، 16

**الإشارة التجارية B:** 11، 16، 18، 12، 15، 18

**a.** أوجد المتوسط والمدى لكل إشارة تجارية. **a–b. انظر الهامش.**

**b.** ما الإشارة التجارية التي كان أداؤها أكثر ثباتًا؟ اشرح.

**أوجد قيم الحد الأدنى والربع الأدنى والوسيط والربع الأعلى والحد الأقصى لكل مجموعة بيانات. 10–11. انظر الهامش.**

**9.** أسعار الهواتف الذكية بالدرهم الإماراتي: 311، 309، 312، 314، 399، 312 **309 AED؛ 311 AED؛ 312 AED؛ 314 AED؛ 399 AED**

**10.** حضور إحدى الفعاليات في آخر تسع أعوام. 68، 99، 73، 65، 67، 62، 80، 81، 83

**11.** الكتب التي يستعيرها طالب من المكتبة: 17، 9، 10، 17، 18، 5، 2

**12.** أونصات الصودا الموزعة على أكواب بسعة 36 أونصة:
35.6، 36.4، 35.9، 35.8، 35.7، 36.2، 36.0، 36.5، 35.2، 35.8، 1.36 **35.2 oz; 35.7 oz; 35.9 oz; 36.2 oz; 36.5 oz**

**13.** أعمار سائقي قطار الملاهي: **16 عامًا؛ 19 عامًا؛ 21 عامًا؛ 24 عامًا؛ 45 عامًا**
45، 17، 16، 22، 25، 19، 20، 21، 32، 37، 19، 21، 24، 20، 18، 22، 23، 19

**14. التغذية** يوضح الجدول عدد حصص الفاكهة والخضروات التي يأكلها جاسم في أسبوع. أوجد الحد الأدنى والوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى وأقصى عدد من الوجبات. ثم فسّر هذا الملخص المعني بالأعداد الخمسة. **انظر الهامش.**

| الفواكه والخضروات | |
|---|---|
| اليوم | عدد الأطباق |
| الاثنين | 5 |
| الثلاثاء | 7 |
| الأربعاء | 5 |
| الخميس | 4 |
| الجمعة | 3 |
| السبت | 3 |
| الأحد | 8 |

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات ثم حدد أي قيم متطرفة. إذا كانت المجموعة تضم قيمة متطرفة، فأوجد المتوسط الحسابي والوسيط بدون القيمة المتطرفة واذكر القياس الأكثر تأثرًا بإزالة هذه القيمة. 15–16. انظر الهامش.**

**15.** المسافة المقطوعة بالأميال لزيارة الأقارب أثناء عطلة الصيف:
210، 45، 10، 108، 452، 225، 35، 95، 140، 25، 65، 250

**16.** الوقت المنقضي على مواقع التواصل الاجتماعي بالدقائق في اليوم:
25، 35، 45، 30، 65، 50، 25، 100، 45، 35، 5، 105، 110، 190، 40، 30، 80

**17.** متوسطات ضرب الكرة في آخر 10 مواسم: 0.267، 0.305، 0.304، 0.201، 0.284، 0.302، 0.311، 0.289، 0.300، 0.292 **المتوسط ≈ 0.295، 0.300؛ 0.286، 0.296، 0.201**

**18. مسألة تحفيزية** تكلفة 8 بنطلونات مختلفة في متجر هي 39.99 AED و31.99 AED و19.99 AED و14.99 AED و19.99 AED و23.99 AED و36.99 AED و26.99 AED.

**a.** أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لأسعار البنطلونات. **≈ 26.87 AED؛ 25.49 AED؛ 19.99 AED؛ 25 AED**

**b.** افترض أن كل بنطلون يحتاج إلى عمل حاشية بتكلفة إضافية تبلغ 8 AED لكل بنطلون. بعد إدراج تكاليف التعديل هذه، ما هو المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لأسعار البنطلونات؟ **≈ 34.87 AED; 33.49 AED; 27.99 AED; 25 AED**

**c.** افترض أن السعر الأصلي لكل بنطال عليه خصم بنسبة 25%. أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لأسعار البنطلونات المخفضة. **ج–د. انظر الهامش.**

**d.** ضع فرضية بخصوص التأثير على المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى لمجموعة البيانات إذا تمت إضافة القيمة نفسها $n$ لكل قيمة في مجموعة البيانات. ما التأثير على هذه المقاييس نفسها إذا تم ضرب كل عنصر في مجموعة بيانات في قيمة $n$ نفسها؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# تمثيل البيانات

## الهدف

- تمثيل مجموعات البيانات باستخدام عروض مرئية مختلفة.

## مفردات جديدة

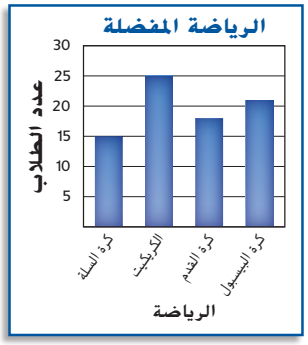
الجدول التكراري (frequency table)
تمثيل بياني بالأعمدة (bar graph)
التكرار التراكمي (cumulative frequency)
المدرج الإحصائي (histogram)
التمثيل البياني بالخطوط (line graph)
مخطط الساق والورقة (stem-and-leaf plot)
التمثيل البياني بالدائرة (circle graph)
مخطط الصندوق ذو العارضين (box-and-whisker plot)

يستخدم **الجدول التكراري** علامات الترقيم لتسجيل تكرارات الأحداث وعرضها. يقارن **تمثيل بياني بالأعمدة** فئات البيانات باستخدام أعمدة تمثل التكرارات.

### مثال 1 إنشاء تمثيل بياني بالأعمدة

**قم بإنشاء تمثيل بياني بالأعمدة لعرض البيانات.**

| الرياضة | رمز الإحصاء | التكرار |
|---|---|---|
| كرة السلة | 𝍸 𝍸 𝍸 | 15 |
| الكريكيت | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 25 |
| كرة القدم | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 18 |
| كرة البيسبول | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 21 |




**الخطوة 1** ارسم محورًا أفقيًا ومحورًا رأسيًا.
اكتب على المحاور كما هو موضح. أضف عنوانًا.

**الخطوة 2** ارسم عمودًا لتمثيل كل رياضة. المقياس الرأسي هو عدد الطلاب الذين اختاروا كل رياضة. يحدد المقياس الأفقي الرياضة.

**التكرار التراكمي** لكل حادث هو مجموعة تكراره وتكرارات كل الحوادث السابقة. **المدرج الإحصائي** نوع من التمثيل بياني بالأعمدة تُستخدم فيه الأعمدة لعرض بيانات عددية منظمة على فواصل متساوية.

### مثال 2 إنشاء مدرج إحصائي ومدرج تكراري تراكمي

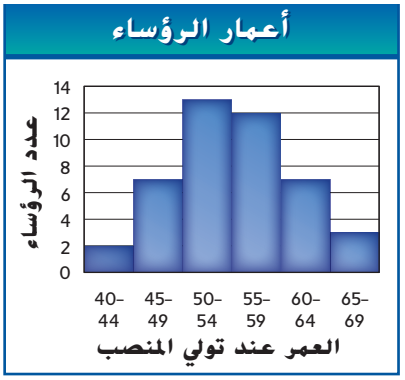
**قم بعمل مدرجات تكرارية للتكرار والتكرار التراكمي.**

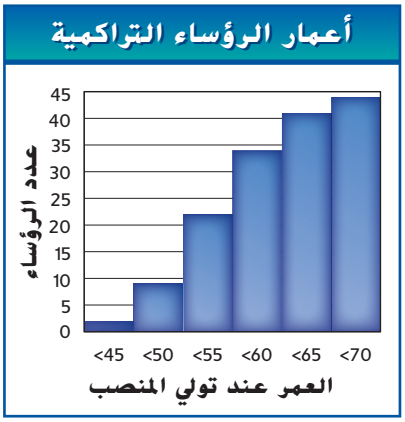
| العمر عند تولي المنصب | 44-40 | 49-45 | 54-50 | 59-55 | 64-60 | 69-65 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| رؤساء الولايات المتحدة | 2 | 7 | 13 | 12 | 7 | 3 |

أوجد التكرار التراكمي لكل فترة.

| العمر | < 45 | < 50 | < 55 | < 60 | < 65 | < 70 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الرؤساء | 2 | 2 + 7 = 9 | 9 + 13 =223 | 22 + 12 = 34 | 34 + 7 = 41 | 41 + 3 = 44 |

قم بإنشاء كل مدرج إحصائي على غرار التمثيل بياني بالأعمدة لكن دون ترك فراغ بين الأعمدة.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هناك طريقة أخرى لتمثيل البيانات وهي استخدام التمثيل البياني بالخطوط. عادةً ما يعرض **التمثيل البياني بالخطوط** كيفية تغير البيانات على مدار فترة من الزمن.

## مثال 3 إنشاء تمثيل بياني بالخطوط

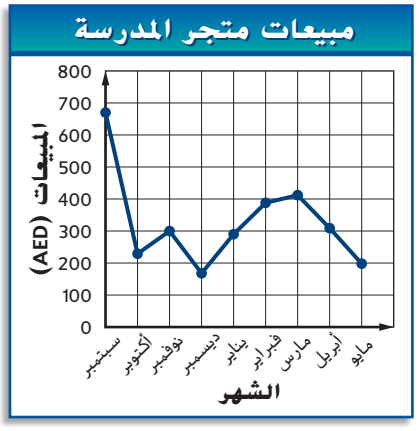
**تظهر مبيعات متجر مدرسة التفوق الثانوية في الجدول. مثِّل البيانات بيانيًا بالخطوط.**

| كميات مبيعات متجر المدرسة | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| سبتمبر | 670 AED | ديسمبر | 168 AED | مارس | 412 AED |
| أكتوبر | 229 AED | يناير | 290 AED | أبريل | 3090 AED |
| نوفمبر | 300 AED | فبراير | 388 AED | مايو | 198 AED |

**الخطوة 1** ارسم محورًا أفقيًا ومحورًا رأسيًا واكتب عليهما كما هو موضح. أدرج عنوانًا.

**الخطوة 2** عيّن النقاط.

**الخطوة 3** ارسم خطًا يصل بين كل زوج من النقاط المتتالية.




يمكن أيضًا ترتيب البيانات وعرضها باستخدام مخطط الساق والورقة. في **مخطط الساق والورقة**. تشكل أرقام قيمة المرتبة الأقل عادة *الأوراق*، وتشكل بقية الأعداد *الساق*.

## مثال 4 من الحياة اليومية إنشاء مخطط الساق والورقة

**الحيوانات مُدرج على اليسار سرعات 20 mph من أسرع الحيوانات البرية. استخدم البياناتلعمل مخطط الساق والورقة.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 42 | 40 | 40 | 35 | 50 |
| 32 | 50 | 36 | 50 | 40 |
| 45 | 70 | 43 | 45 | 32 |
| 40 | 35 | 61 | 48 | 35 |

**المصدر:** *المناخ العالمي*

أقل قيمة مكانية هي الآحاد. إذًا 32 ميلاً في الساعة ستكون ساقها 3 وورقتها 2.

| الساق | الورقة |
|---|---|
| 3 | 2 2 5 5 5 6 |
| 4 | 0 0 0 0 2 3 5 5 8 |
| 5 | 0 0 0 |
| 6 | 1 |
| 7 | 0 |

المفتاح: 32 = 3|2

**رابط من الحياة اليومية**

أسرع حيوان على الأرض هو الفهد. تستطيع الفهود الركض بسرعات تصل 60 ميلاً في الساعة.

**المصدر:** Infoplease

**التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية** هو تمثيل بياني يعرض العلاقة بين أجزاء البيانات والكل. تمثل الدائرة كل البيانات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 5 إنشاء تمثيل بياني بالقطاعات الدائرية

**يوضح الجدول كيف أمضت ليلى 8 ساعات في يوم واحد في معسكر صيفي. مثّل البيانات التي حصلت عليها في صورة تمثيل بياني بالقطاعات الدائرية.**

| المعسكر الصيفي | |
|---|---|
| النشاط | الساعات |
| التجديف | 3 |
| الصناعات اليدوية | 1 |
| الأكل | 2 |
| التنزه | 2 |

أولاً، أوجد النسبة التي تقارن عدد الساعات في كل نشاط مع 8. ثم اضرب كل نسبة في 360° لإيجاد عدد درجات كل قسم في التمثيل البياني.

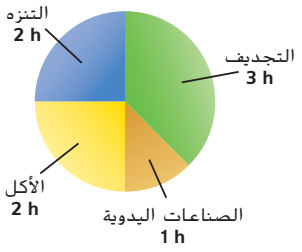
التجديف: $\frac{3}{8} \times 360° = 135°$

الصناعات اليدوية: $\frac{1}{8} \times 360° = 45°$

الأكل: $\frac{2}{8} \times 360° = 90°$

التنزه: $\frac{2}{8} \times 360° = 90°$

**المعسكر الصيفي**




**انتبه!**

**التمثيل البياني بالدائرة** ينبغي أن يكون مجموع مقاييس كل قسم في تمثيل بياني بالدائرة 360°

**مخطط الصندوق ذو العارضين** هو تمثيل بياني لملخص الأعداد الخمسة لمجموعة البيانات. يمثل الصندوق في مخطط الصندوق ذي العارضين المدى الأرباعي.

## مثال 5 إنشاء مخطط الصندوق ذي العارضين

**ارسم مخطط الصندوق ذا العارضين لهذه البيانات. صف كيفية تأثير القيمة المتطرفة على نقاط الربع.**

**14, 30, 16, 20, 18, 16, 20, 18, 22, 13, 8**

**الخطوة 1** رتب البيانات من الأصغر إلى الأكبر. ثم حدد الحد الأقصى والحد الأدنى والأرباع.

8، 13، **14**، 16، 16، **18**، 18، 20، **20**، 22، 30

الحد الأدنى $Q_1$ $Q_2$ $Q_3$ الحد الأقصى

أوجد المدى الأرباعي.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$
$$= 20 - 14 = 6$$

تحقق لترى ما إذا كانت هناك أي قيم متطرفة.

$14 - 1.5(6) = 5$ $\quad$ $20 + 1.5(6) = 29$

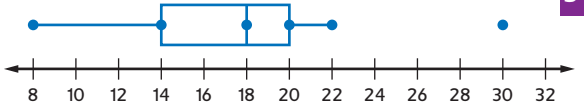
الأعداد الأقل من 5 أو الأكبر من 29 هي قيم متطرفة.

القيمة المتطرفة الوحيدة 30.

**الخطوة 2** ارسم خط أعداد يشمل قيم الحد الأدنى والحد الأقصى في البيانات. ضع النقاط فوق خط الأعداد لتمثل نقاط الربع الثلاثة وأي قيم متطرفة وأقل قيمة ليست قيمة متطرفة وأقصى قيمة ليست قيمة متطرفة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**الخطوة 3** ارسم الصندوق والعارضين. تمر القواعد الرأسية عبر الأرباع. القيم المتطرفة غير متصلة بالعارضين.




**الخطوة 4** احذف 30 من البيانات. كرر الخطوة 1 لتحدد $Q_1$، $Q_2$، و$Q_3$.

8، 13، **14**، 16، **16**، **18**، 18، **20**، 20، 22

$Q_3$ $Q_2 = 17$ $Q_1$

لا تؤثر إزالة القيمة المتطرفة في $Q_1$ أو $Q_2$ وبهذا لا تؤثر في المدى الأرباعي. تتغير قيمة $Q_2$ من 18 إلى 17.

**نصيحة دراسية**

**مخطط الصندوق ذو العارضين المتوازي** مخطط الصندوق ذو العارضين المزدوج يُسمى أحيانًا *مخطط الصندوق ذو العارضين المتوازي*.

## مثال 7 مقارنة البيانات

**المناخ** **سيذهب راشد إلى الجامعة إما في دالاس أو ناشفيل. يريد أن يعيش في مكان لا يكون شديد البرودة. لذلك قرر أن يقارن متوسط درجات الحرارة الصغرى شهريًا في كل مدينة.**

| متوسط درجات الحرارة الصغرى شهريًا (°F) | | |
|---|---|---|
| الشهر | دالاس | ناشفيل |
| يناير | 36 | 28 |
| فبراير | 41 | 31 |
| مارس | 49 | 39 |
| أبريل | 56 | 47 |
| مايو | 65 | 57 |
| يونيو | 73 | 65 |
| يوليو | 77 | 70 |
| أغسطس | 76 | 68 |
| سبتمبر | 69 | 61 |
| أكتوبر | 58 | 49 |
| نوفمبر | 47 | 40 |
| ديسمبر | 39 | 32 |

**المصدر:** weather.com

**a. ارسم مخطط الصندوق ذا العارضين لهذه البيانات.**

حدد الأرباع والقيم المتطرفة لكل مدينة.

**دالاس**

36، 39، 41، 47، 49، 56، 58، 65، 69، 73، 76، 77

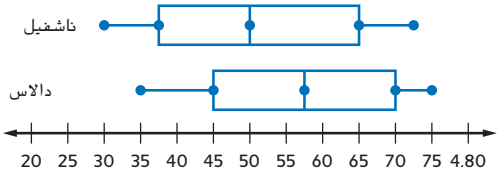
$Q_3 = 71$ $Q_2 = 57$ $Q_1 = 44$

**ناشفيل**

28، 31، 32، 39، 40، 47، 49، 57، 61، 65، 68، 70

$Q_3 = 63$ $Q_2 = 48$ $Q_1 = 35.5$

لا توجد قيم متطرفة. ارسم النقاط باستخدام خط الأعداد نفسه.




**b. استخدم مخطط الصندوق ذا العارضين المزدوج لمقارنة البيانات.**

المدى الأرباعي لدرجات الحرارة لكلتا المدينتين واحد تقريبًا. إلا أن كل أرباع درجات حرارة دالاس مائلة إلى يمين أرباع ناشفيل مما يعني أن متوسط درجات الحرارة الصغرى في دالاس أعلى.

**c. ذات ليلة في شهر أغسطس، ذكر مذيع النشرة الجوية أن درجة الحرارة الصغرى في ناشفيل "65 فقط". هل من الملائم أن يستخدم مذيع النشرة الجوية كلمة فقط في العبارة؟ هل 65 درجة حرارة صغرى غير معتادة لمدينة ناشفيل في أغسطس؟ اشرح إجابتك.**

لا، درجة الحرارة 65 ليست درجة حرارة صغرى غير معتادة في شهر أغسطس في ناشفيل. إنها أقل من المتوسط، لكن ليس بقدر كبير.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عند عرض البيانات، تُعتبر بعض التمثيلات البيانية خيارات أفضل من أخرى.

### مثال 8 تحديد طريقة عرض

**أي نوع من التمثيل البياني هو الأنسب لعرض كل مجموعة من البيانات؟ اشرح.**

**a. نتائج مسابقة الوثب الطويل الأوليمبية للسيدات من 1972 إلى 2008**

بما أن البيانات ستعرض تغيرًا مع الوقت، سيقدم التمثيل البياني بالخطوط للقارئ صورة واضحة عن التغيرات في الارتفاع.

**b. النسبة المئوية لطلاب الفصل الذين لديهم 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو أكثر من 3 حيوانات أليفة**

بما أن البيانات ستعرض كيفية ارتباط الأجزاء بالكل، سيقدم التمثيل البياني بالدائرة صورة واضحة للقارئ عن كيفية ارتباط القطاعات المختلفة في الفصل بالفصل كله.

## تمرينات

1. **الاستبيانات** أجرت ميسون استبيانًا على عدة طلاب لإيجاد عدد ساعات النوم التي يحصلون عليها عادة كل ليلة. تظهر النتائج في الجدول. مثّل البيانات في تمثيل بياني بالأعمدة.

| ساعات النوم | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ميسون | 8 | أحمد | 7.5 | طارق | 7.75 |
| فارس | 8.25 | وفاء | 7.25 | موزة | 8.5 |

2. **المسرحيات** يعرض جدول التكرار على اليسار أعمار الأشخاص الذين يحضرون مسرحية في مدرسة ثانوية.
   a. قم بعمل مدرج إحصائي لعرض البيانات.
   b. قم بعمل مدرج إحصائي تكراري تراكمي يعرض عدد الحاضرين الذين تقل أعمارهم عن 20 أو 40 أو 60 أو 80 سنة.

| العمر | رمز الإحصاء | التكرار |
|---|---|---|
| 19-0 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 II | 47 |
| 39-20 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 III | 43 |
| 59-40 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 I | 31 |
| 79-60 | 𝍸 III | 8 |

3. **العناية بالحدائق** أنشأ ناصر شركة للعناية بالحدائق. يوضح التمثيل البياني مقدار المال الذي ربحه على مدار إجازة الصيف. مثّل البيانات بتمثيل بياني بالخطوط.

| أرباح العناية بالحدائق (AED) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الأسبوع | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| الربح | 25 | 40 | 45 | 50 | 75 | 85 | 95 | 95 |

**استخدم كل مجموعة بيانات في عمل مخطط ساق وورقة ومخطط الصندوق ذي العارضين. صف كيفية تأثير القيم المتطرفة على نقاط الربيع.**

4. {65، 63، 69، 71، 73، 59، 60، 70، 72، 66، 71، 58}

5. {31، 30، 28، 26، 22، 34، 26، 31، 47، 32، 18، 33، 26، 23، 18}

6. **المعرفة المالية** يعرض الجدول كيف أنفق ماجد إعانته المالية بقيمة 40 AED. مثّل البيانات في تمثيل بياني بالدائرة.

| الإعانة المالية | |
|---|---|
| كيف تم إنفاقه | المبلغ (AED) |
| المدّخرات | 15 |
| الموسيقى التي لم تنزيلها | 8 |
| الوجبات الخفيفة | 5 |
| القميص | 12 |

7. **الركض** يوضح الجدول عدد الأميال التي ركضتها هناء كل يوم لمدة 10 أيام. مثّل البيانات بتمثيل بياني بالخطوط.

| اليوم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الأميال التي ركضتها | 2 | 2 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 2.5 | 3 | 4 | 5 |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**8. كرة السلة** يحلل فريقان لكرة السلة عدد النقاط التي سجلوها في كل مباراة هذا الموسم.

ليونز: 48، 52، 55، 49، 53، 55، 51، 50، 46، 53، 47، 55، 50، 51، 60، 52، 57، 56، 58، 55
إيجلز: 35، 39، 37، 40، 44، 42، 53، 42، 40، 44، 46، 48، 43، 47، 45، 41، 45، 43، 47، 48

**a.** ارسم مخطط صندوق ذا عارضين مزدوجًا لعرض البيانات.
**b.** ما العلاقة بين عدد النقاط التي سجلها فريق لايونز وعدد النقاط التي سجلها فريق إيجلز؟
**c.** في المباراة الأولى بعد الموسم، ذكر مذيع رياضي أن فريق لايونز سجل نقاطًا كثيرة تبلغ 60. هل من الملائم أن يستخدم المذيع كلمة "كثيرة" في العبارة؟ هل 60 يُعتبر عدد نقاط مرتفعًا بشكل غير معتاد أن يسجلها فريق لايونز؟ اشرح إجابتك.

**9. الاختبارات** يدرّس الأستاذ عبد العزيز مادة الجبر لفصلين. درجات اختبار الفصلين معروضة.

| الفترة الثالثة | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 87 | 93 | 88 | 67 | 91 | 84 | 86 | 76 | 79 | 85 | 98 | 77 |
| 88 | 90 | 95 | 84 | 85 | 83 | 84 | 82 | 80 | 81 | 78 | 99 |
| **الفترة السادسة** | | | | | | | | | | | |
| 88 | 76 | 95 | 82 | 90 | 81 | 78 | 80 | 75 | 88 | 93 | 91 |
| 70 | 88 | 72 | 91 | 88 | 83 | 94 | 85 | 88 | 93 | 79 | 89 |

**a.** ارسم مخطط صندوق ذا عارضين مزدوجًا لعرض البيانات.
**b.** اكتب وصفًا موجزًا لكل توزيع للبيانات.
**c.** ما علاقة درجات فصل الفترة الثالثة بدرجات فصل الفترة السادسة؟

**أي نوع من التمثيل البياني هو الأنسب لعرض كل مجموعة من البيانات. اشرح.**

**10.** توزيعات مؤسسة بالدرهم الإماراتي على 4 جمعيات خيرية مختلفة

**11.** أسعار تذكرة كرة القدم الجامعية من 1990 إلى الآن

**12.** النسبة المئوية للزجاج والبلاستيك والورق والصلب والألمونيوم في مركز تدوير

**13. ناقش** فيما يلي مسافات الفوز في لعبة رمي القرص للفتيات في مسابقة سنوية.

| العام | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المسافة (m) | 119 | 124 | 126 | 129 | 130 | 130 | 133 | 135 | 136 | 137 | 138 | 140 |

**a.** ارسم مخطط ساق وورقة لعرض مسافات الفوز.
**b.** ارسم مدرجًا إحصائيًا لعرض مسافات الفوز.
**c.** ما الذي يوضحه لك مخطط الساق والورقة ولا يظهر في المدرج الإحصائي؟
**d.** إذا استمر هذا الاتجاه، فما مسافة الفوز التي تتوقعها في عام 2030؟ هل إجابتك منطقية؟ اشرح.

**14. المشروبات** يشتري سعيد مشروبات لحفلة. وهو يقارن الزجاجات سعة اللترين والصناديق من 12 عبوة سعة 12 أونصة. تبلغ أسعار الزجاجات سعة اللترين 0.99 AED، و1.99 AED، و1.87 AED، و1.79 AED، و1.29 AED، و1.43 AED، و1.15 AED. تبلغ أسعار الصناديق من 12 عبوة 2.50 AED، و4.25 AED، و3.34 AED، و2.65 AED، و3.19 AED، و3.89 AED، و2.99.

**a.** ارسم مخطط صندوق ذا عارضين مزدوجًا لعرض البيانات.
**b.** لاحظ أنه عوّضاً من مقارنة سعر كل عنصر، سيكون الأكثر فائدة مقارنة السعر بالأونصة. ما سعر الأونصة من كل عنصر إذا كان اللتران يبلغان 67 أونصة تقريبًا وتبلغ 12 صندوق 144 أونصة؟ قرّب إلى أقرب مئة.
**c.** اصنع مخطط صندوق ذا عارضين مزدوجًا من البيانات التي تم الحصول عليها من الجزء b.
**d.** أيهما يُعتبر صفقة أفضل، صندوق من 12 عبوة أو زجاجات سعة 2 لتر؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الاختبار ما بعد الوحدة

**حدد ما إذا كنت بحاجة إلى إجابة تقديرية أم إجابة دقيقة. ثم استخدم خطة الخطوات الأربع لحل المسائل.**

1. **المسافة** قاد فالح دراجته لمسافة 2.3 ميل حتى منزل صديقه، ثم قادها لمسافة 0.7 ميل حتى متجر البقالة، ثم 2.1 ميل حتى المكتبة. إذا قاد الدراجة على نفس المسار عائدًا إلى المنزل، فما المسافة التي قطعها إجمالاً تقريبًا؟

2. **التسوق** السعر المعتاد للقميص 9.99 AED. هناك خصم عليه بنسبة 15%. تبلغ ضريبة المبيعات 6%. إذا أعطيت الصراف ورقة بقيمة 10 AED، فكم يبلغ الباقي الذي تحصل عليه؟

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي.**

3. $-31 + (-4)$
4. $48 - 55$
5. $-71 - (-10)$
6. $31 - 42.9$
7. $-11.5 + 8.1$
8. $-0.38 - (-1.06)$

**أوجد كل ناتج ضرب أو ناتج قسمة.**

9. $-21(-5)$
10. $-81 \div (-3)$
11. $-120 \div 8$
12. $-39 \div -3$

**عوّض كل ● بالرمز <، أو >، أو = لتكون العبارة صحيحة.**

13. $-0.62$ ● $-\frac{6}{7}$
14. $\frac{12}{44}$ ● $\frac{8}{11}$
15. قم بترتيب $2.6, 2\frac{5}{8}, 4.85, 4\frac{4}{5}$ من الأصغر إلى الأكبر.

**أوجد مجموع أو فرق كل مما يلي. اكتب في أبسط صورة.**

16. $\frac{1}{7} + \frac{5}{7}$
17. $\frac{7}{8} - \frac{1}{8}$
18. $\frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{2}\right)$
19. $-\frac{1}{12} - \left(-\frac{3}{4}\right)$

**أوجد ناتج ضرب أو قسمة كل مما يلي.**

20. $-1.2(9.3)$
21. $-20.93 \div (-2.3)$
22. $10.5 \div (-1.2)$
23. $(-3.4)(-2.8)$

**حدد المعكوس الضربي لكل عدد.**

24. 6
25. $1\frac{2}{5}$
26. $-2\frac{3}{7}$
27. $-\frac{1}{2}$
28. $\frac{4}{3}$
29. $5\frac{1}{3}$

**أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي. اكتب في أبسط صورة.**

30. $\frac{2}{5} \times \frac{5}{9}$
31. $\frac{4}{5} \div \frac{1}{5}$
32. $-\frac{7}{8} \times 2$
33. $\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{4}$
34. $-6 \times \left(-\frac{3}{4}\right)$
35. $\frac{7}{18} \div \left(-\frac{14}{15}\right)$

36. **نزهة** يمزج عمر $5\frac{1}{2}$ جالونات من عصير البرتقال من أجل نزهة فصله. يحتاج كل $\frac{1}{2}$ جالون إلى كيس من مزيج شراب البرتقال. كم عدد أكياس مزيج شراب البرتقال التي يحتاجها عمر؟

**عبّر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر في أبسط صورة.**

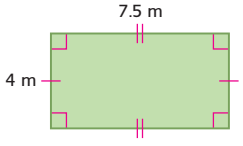
37. 6%
38. 140%

**استخدم تناسب النسبة المئوية لإيجاد كل عدد.**

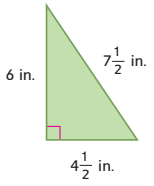
39. 50% تساوي 31 من أي عدد؟
40. كم تساوي 110% من 51؟
41. أوجد مقدار 8% من 95.
42. **المحاليل** يتم تحضير محلول عن طريق إذابة 24 ملّيلترًا من الملح في 150 ملّيلترًا من المحلول الخالص. ما نسبة الملح في المحلول الخالص؟
43. **التسوق** حصلت ميادة على خصم بنسبة 60% على سعر حذاء. إذا كانت تكلفة الحذاء تبلغ 9.75 AED (قبل ضريبة المبيعات)، فماذا كان السعر الأصلي للحذاء؟

**أوجد محيط كل شكل ومساحته.**

44.

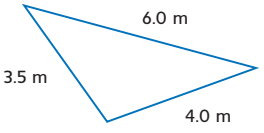



45.




46. متوازي أضلاع قاعدته 20 ملّيمترًا وارتفاعه 6 ملّيمترات. أوجد المساحة.

47. **الحدائق** أوجد محيط الحديقة.

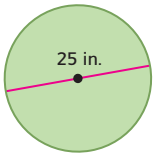



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

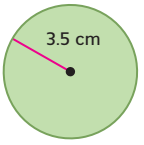
# الاختبار البعدي تابع

**أوجد محيط كل دائرة ومساحتها. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.**

48.




49.



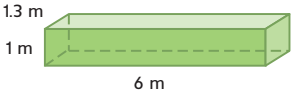

50. **المتنزهات** يحتوي متنزه على مساحة دائرية لنافورة يبلغ محيطها 16 ft. تقريبًا. فما نصف قطر المساحة الدائرية؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

**أوجد الحجم ومساحة السطح لكل منشور مستطيل على أساس القياسات أدناه.**

51. *الطول* = 1.5 m، *العرض* = 3 m، *الارتفاع* = 2 m

52. *الطول* = 4 in.، *العرض* = 1 in.، *الارتفاع* = $\frac{1}{2}$ in.

53. أوجد الحجم ومساحة السطح للمنشور المستطيل.




**يتم اختيار كرة زجاجية عشوائيًا من علبة تحتوي على 3 كرات حمراء و4 خضراء وكرتين سوداوتين و6 زرقاء. أوجد احتمالية كل ما يلي.**

54. ح(حمراء أو زرقاء)

55. ح(خضراء أو حمراء)

56. ح(ليست سوداء)

57. ح(ليست زرقاء)

58. تقدم إحدى دور السينما وجبات خفيفة خاصة. يمكنك اختيار فيشار صغير أو متوسط أو كبير أو كبير جدًا مع الزبدة أو بدونها والصودا أو المياه المعدنية. استخدم رسمًا تخطيطيًا شجريًا لإيجاد فراغ العينة للحدث. اذكر عدد النتائج المحتملة.

**يتم اختيار عملة معدنية عشوائيًا من وعاء يحتوي على 20 بنسًا و15 نكلة و3 ملاليم و12 ربعًا. فأوجد فرص ظهور النتائج التالية. حوّل لأبسط صورة.**

59. المليم

60. قيمة أقل من $ 0.25

61. قيمة أكبر من $ 0.10

62. قيمة أقل من $ 0.05

63. **المدرسة** في حصة للعلوم، يجب على طالب أن يختار مشروعًا معمليًا من قائمة تضم 15 مشروعًا ويكتب ورقة بحثية في موضوع من 6 موضوعات ويقدم عرضًا حول مادة من 8 مواد. كم عدد الطرق التي يستطيع الطلاب اختيارها للقيام بتكاليفهم؟

64. **الألعاب** حصل منصور على سبع بطاقات مختلفة. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكنه أن يلعب بها ببطاقاته إذا كان مطلوبًا منه أن يلعب بطاقة واحدة كل مرة؟

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات.**

65. {99, 88, 88, 92, 100}

66. {30, 22, 38, 41, 33, 41, 30, 24}

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الاختبار البعدي تابع

67. أوجد المدى والوسيط والربع الأدنى والربع الأعلى لكل من {77, 75, 72, 70, 79, 77, 70, 76}

68. **الاختبارات** درجات عيسى في أول أربعة اختبارات في العلوم هي 88 و92 و82 و94. ما الدرجة التي يجب أن يحصل عليها في الاختبار الخامس لكي يكون المتوسط الحسابي 90؟

69. **الطعام** يعرض الجدول نتائج استبيان كان مطلوبًا فيه من الطلاب أن يختاروا طعامهم المفضل. مثِّل البيانات في تمثيل بياني بالأعمدة.

| الأطعمة المفضلة | |
|---|---|
| الطعام | عدد الطلاب |
| بيتزا | 15 |
| قطع الدجاج المخلي | 10 |
| بطاطس بالجبن | 8 |
| المثلجات | 5 |

70. مثِّل البيانات بمخطط الصندوق ذي العارضين.
A: 26, 18, 26, 29, 18, 20, 35, 32, 31, 24, 26, 22
B: 16, 20, 16, 19, 21, 30, 25, 22, 21, 19, 16, 17

71. **الميزانية** يعرض الجدول كيف أنفقت نجلاء إعانتها المالية. ما التمثيل البياني الذي يمثل الطريقة الأفضل لعرض هذه البيانات؟ اشرح منطقك واعرض البيانات في تمثيل بياني.

| الفئة | المبلغ (AED) |
|---|---|
| المدّخرات | 25 |
| الملابس | 10 |
| الترفيه | 15 |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1

# التعابير والمعادلات والدوال

## السابق

- لقد تعلمت كيف تقوم بعمليات على الأعداد الكاملة.

## الحالي

- في هذه الوحدة، سوف:
  - تكتب التعابير الجبرية.
  - تستخدم ترتيب العمليات.
  - تحل المعادلات.
  - تمثل العلاقات والدوال وتفسرها
  - تستخدم تسمية الدالة
  - تفسر التمثيلات البيانية للدوال.

## لماذا؟ ▲

- **الغطس بجهاز تنفس** يقوم محل لتأجير أجهزة تنفس الغطس بتأجير خزانات الهواء وبدل الغطس. يمكن كتابة تعبير جبري لتمثيل التكلفة الإجمالية لاستئجار هذه المعدات. يمكن تقييم هذا التعبير لتحديد التكلفة الإجمالية المطلوبة من مجموعة من الأشخاص لاستئجار المعدات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الاستعداد للوحدة

**تحديد مدى** الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

**1 خيار الكتاب المدرسي** أجب عن التمرين السريع أدناه. ارجع إلى القسم "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

## تمرين سريع

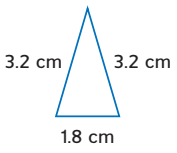
اكتب كل كسر في أبسط صورة. إذا كان الكسر في أبسط صورة بالفعل، فاكتب *أبسط صورة*.

1. $\frac{24}{36}$
2. $\frac{34}{85}$
3. $\frac{36}{12}$
4. $\frac{27}{45}$
5. $\frac{11}{18}$
6. $\frac{5}{65}$
7. $\frac{19}{1}$
8. $\frac{16}{44}$
9. $\frac{64}{88}$

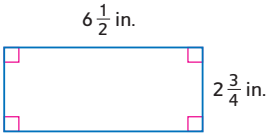
10. **المثلجات** قال أربعة وخمسون عميلاً من بين 180 عميلاً إن نكهة قطع الكوكيز في المثلجات هي نكهتهم المفضلة. ما الكسر الذي يمثل هؤلاء العملاء؟

أوجد محيط كل شكل مما يلي.

11.




12.




13. **بناء سور** يحتاج جاسر إلى بناء سور حول حديقة. أبعاد الحديقة هي 6 أمتار في 4 أمتار. فما طول السياج الذي يحتاج جاسر إلى شرائه؟

أوجد قيمة كل مما يلي.

14. $6 \times \frac{2}{3}$
15. $4.2 \times 8.1$
16. $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$
17. $5.13 \div 2.7$
18. $3\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$
19. $2.8 \times 0.2$

20. **الإنشاءات** يجب قطع لوح بقياس 7.2 أقدام إلى ثلاث قطع متساوية. أوجد طول كل قطعة.

## مراجعة سريعة

### مثال 1

اكتب $\frac{24}{40}$ في أبسط صورة.

أوجد العامل المشترك الأكبر للعددين 24 و40.

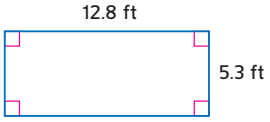
عوامل العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
عوامل العدد 40 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

العامل المشترك الأكبر للعددين 24 و40 هو 8.

$\frac{24 \div 8}{40 \div 8} = \frac{3}{5}$ اقسم البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر، وهو 8

### مثال 2

أوجد المحيط.




$P = 2\ell + 2w$

$= 2(12.8) + 2(5.3)$ $\ell = 12.8$ و $w = 5.3$

$= 25.6 + 10.6 = 36.2$ حوّل لأبسط صورة

المحيط 36.2 قدمًا.

### مثال 3

أوجد $2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \div \frac{3}{2}$ اكتب الأعداد الكسرية في صورة كسور معتلة

$= \frac{9}{4}\left(\frac{2}{3}\right)$ اضرب في المعكوس الضربي

$= \frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$ حوّل لأبسط صورة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

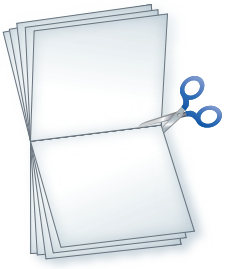
# بدء الوحدة

**سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك للوحدة 1. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.ويمكنك الرجوع إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات اللازمة.**

## مطوياتي خريطة المفاهيم

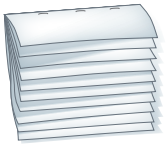
**التعابير والمعادلات والدوال** اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بالوحدة 1 حول التعابير والمعادلات والدوال. ابدأ بخمس ورقات فارغة.

1 **اطوِ** الورقات إلى نصفين بالعرض. ثم اقطع بطول الثنية.

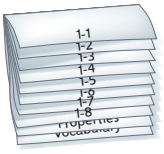


2 **دبّس** أنصاف الأوراق العشرة معًا لعمل كتيب.

3 **اقطع** تسعة سنتيمترات من أسفل الورقة العلوية وثمانية سنتيمترات من الورقة الثانية وهكذا.



4 **اكتب** على لسان كل مطوية رقم درس. واجعل المطوية التاسعة للخصائص والمطوية الأخيرة للمفردات.




## مفردات جديدة

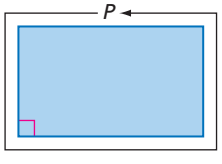
| | | |
|---|---|---|
| التعبير الجبري | (algebraic expression) | ص 5 |
| المتغير | (variable) | ص 5 |
| الحد | (term) | ص 5 |
| القوة الأسية | (power) | ص 5 |
| المعامل | (coefficient) | ص 28 |
| المعادلة | (equation) | ص 33 |
| الحل | (solution) | ص 33 |
| المحايد | (identity) | ص 35 |
| علاقة | (relation) | ص 40 |
| المجال | (domain) | ص 40 |
| المدى | (range) | ص 40 |
| المتغير المستقل | (independent variable) | ص 42 |
| المتغير التابع | (dependent variable) | ص 42 |
| الدالة | (function) | ص 47 |
| التقاطع | (intercept) | ص 56 |
| التناظر المحوري | (line symmetry) | ص 57 |
| السلوك الطرفي | (end behavior) | ص 57 |

## مراجعة المفردات

المعكوس الجمعي (additive inverse) العدد ومعكوسه

المعكوس الضربي (multiplicative inverse) عددان ناتج ضربهما يساوي 1

المحيط (perimeter) المسافة حول شكل هندسي




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-1

# المتغيرات والتعابير

**السابق**

- أجريت عمليات على الأعداد الصحيحة.

**الحالي**

1 كتابة التعابير اللفظية للتعابير الجبرية.

2 كتابة التعابير الجبرية للتعابير اللفظية.

**لماذا؟**

- حضرت نهى وصديقاتها مباراة لكرة البيسبول. كان الاستاد يقدم عرضًا ترويجيًا حيث سعر الشطيرة 0.10 AED افترض أن $d$ تمثل عدد الشطائر التي أكلتها نهى وصديقاتها. إذًا $0.10d$ تمثل تكلفة الشطائر التي أكلنها.

**مفردات جديدة**

**التعبير الجبري** (algebraic expression)
**المتغير** (variable)
**الحد** (term)
**العامل** (factor)
**ناتج الضرب** (product)
**القوة الأسية** (power)
**الأس** (exponent)
**الأساس** (base)

**ممارسات رياضية**

استخدام نماذج الرياضيات.

## 1 كتابة التعابير اللفظية

يتألف **التعبير الجبري** من مجاميع و/أو نواتج ضرب وقسمة الأعداد والمتغيرات. في التعبير الجبري $0.10d$، الحرف $d$ يُسمى متغيرًا. في الجبر، تُعتبر **المتغيرات** رموزًا تُستخدم لتمثيل أعداد أو قيم غير محددة. يمكن استخدام أي حرف كمتغير.

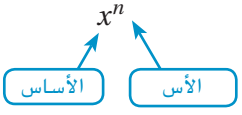
$$0.10d \qquad 2x + 4 \qquad 3 + \frac{z}{6} \qquad p \times q \qquad 4cd \div 3mn$$

قد يكون **حد** التعبير عددًا أو متغيرًا أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات. مثال، $0.10d$ و$2x$ و4 كل منهم يمثل حدًا.

الحد الذي لا يحتوي على متغير يُسمى حد *ثابت*. ← $2x + 4$ ← الحد الذي يحتوي على $x$ أو حروف أخرى يُشار إليه أحيانًا باسم حد *المتغير*.

في تعبير الضرب، الكميات التي يتم ضربها هي **العوامل**، والنتيجة هي **ناتج الضرب**. غالبًا ما تُستخدم نقطة مرفوعة أو مجموعة أقواس للإشارة إلى ناتج ضرب. فيما يلي عدة طرق لتمثيل ناتج ضرب $x$ و$y$.

$$xy \qquad x \times y \qquad x(y) \qquad (x)y \qquad (x)(y)$$




تعبير مثل $x^n$ يُسمى **القوة الأسية**. يمكن أن تشير كلمة *القوة الأسية* أيضًا إلى الأس. **الأس** هو عدد مرات استخدام الأساس في صورة عامل. في تعبير صيغته $x^n$، **الأساس** هو $x$. التعبير $x^n$ يُقرأ "$x$ مرفوعًا إلى القوة الأسية $n$." عندما لا يظهر أس، يُفهم على أنه 1. على سبيل المثال، $a = a^1$.

### مثال 1 كتابة التعابير اللفظية

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

**a.** $3x^4$

العدد 3 مضروبًا في $x$ مرفوعًا إلى الأس 4

**b.** $5z^2 + 16$

العدد 5 مضروبًا في $z$ مرفوعًا إلى الأس 2 زائد ستة عشر

**تمرين موجه**

**1A.** $16u^2 - 3$

**1B.** $\frac{1}{2}a + \frac{6b}{7}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 2 كتابة التعابير الجبرية المهارة المهمة الأخرى هي تحويل التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية.

**نصيحة دراسية**

**التمثيل** عند كتابة تعبير لتمثيل موقف، ابدأ بتحديد الكميات المهمة وعلاقاتها.

**مفهوم أساسي تحويل التعابير اللفظية إلى جبرية**

| العملية | العبارات اللفظية |
|---|---|
| **الجمع** | أكبر من، مجموع، زائد، زيادة بمقدار، مضافًا إلى |
| **الطرح** | أصغر من، بالطرح من، الفارق، انخفاض بمقدار، ناقص |
| **الضرب** | ناتج ضرب، بالضرب في، أضعاف |
| **القسمة** | ناتج قسمة، بالقسمة على |

**مثال 2 كتابة التعابير الجبرية**

**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

**a. أكبر من 6 بمقدار العدد $t$**

تشير كلمتا *أكبر من* إلى الجمع.
لهذا، فالتعبير الجبري هو $t + 6$ أو $6 + t$

**b. أصغر من ناتج ضرب 7 و$f$ بمقدار 10**

*أصغر من* تشير إلى الطرح ويشير ناتج *الضرب* إلى عملية الضرب.
إذًا، فالتعبير يُكتب $7f - 10$

**c. الثلثان من الحجم $v$**

تشير كلمة من مع كسر إلى أنك ينبغي أن تضرب.
يمكن أن يُكتب التعبير في صورة $\frac{2}{3}v$ أو $\frac{2v}{3}$

**تمرين موجه**

**2A.** ناتج ضرب $p$ و6

**2B.** الثلث من مساحة $a$

يمكن أن تمثل المتغيرات كميات معروفة وكميات مجهولة. كما تُستخدم في الصيغ والتعابير والمعادلات.

**مثال 3 من الحياة اليومية كتابة تعبير**

**التسويق الرياضي يطلب السيد راشد شراء 250 سلسلة مفاتيح مطبوعًا عليها شعار فريقه الرياضي و500 قلم مطبوعًا عليهم عنوان موقعهم الإلكتروني. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل تكلفة الشراء.**

افترض أن $k$ هي تكلفة كل سلسلة مفاتيح و$p$ هي تكلفة كل قلم. إذًا، تكلفة سلاسل المفاتيح تبلغ 250k وتكلفة الأقلام تبلغ $500p$. تتمثل تكلفة الشراء من خلال $250k + 500p$

**تمرين موجه**

**3. المقهى** تقدّر ليلى أن $\frac{1}{8}$ من الناس الذين يطلبون مشروبات يطلبون أيضًا حلويات. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثّل هذا الموقف.

**مهن في حياتنا**

**التسويق الرياضي** يعمل مسوقو الرياضة على الترويج للاعبين والفرق والمنشآت والأعمال والمؤسسات المرتبطة بالرياضة وإدارة شؤونهم. يُفضل الحصول على درجة البكالوريوس في إدارة الرياضة أو إدارة الأعمال كحد أدنى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

1. $2m$
2. $\frac{2}{3}r^4$
3. $a^2 - 18b$

**مثال 2** **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

4. مجموع عدد مع 14
5. أصغر بمقدار 6 من العدد $t$
6. أكبر من عدد مضروب في 11 بمقدار 7
7. 1 ناقص ناتج قسمة $r$ و7
8. خمسا تربيع عدد $j$
9. $n$ تكعيب مجموع إلى 5

**مثال 3**

10. **البقالة** اشترى السيد باهر بعض البقالة التي تتكلف $d$ من الدراهم. وقد دفع ورقة نقدية بقيمة 50 AED. اكتب تعبيرًا لإيجاد مبلغ النقود المعدنية التي سيحصل عليها.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

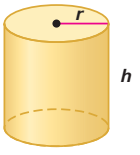
11. $4q$
12. $\frac{1}{8}y$
13. $15 + r$
14. $w - 24$
15. $3x^2$
16. $\frac{r^4}{9}$
17. $2a + 6$
18. $r^4 \times t^3$

**مثال 2** **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

19. $x$ أكبر من 7
20. عدد مطروحًا منه 35
21. العدد 5 مضروبًا في عدد
22. ثلث عدد
23. $f$ مقسومًا على 10
24. ناتج قسمة 45 و$r$
25. ثلاثة مضروبة في عدد زائد 16
26. العدد 18 مطروحًا منه 3 مضروبة في $d$
27. $k$ تربيع ناقص 11
28. 20 مقسومة على $t$ مرفوعًا إلى الأس 5

**مثال 3**

29. **علم الهندسة** حجم الأسطوانة يساوي $\pi$ مضروبًا في نصف قطر $r$ تربيع مضروبًا في ارتفاع $h$. اكتب تعبيرًا لإيجاد الحجم.




30. **المعرفة المالية** تربح جهاد $x$ من الدراهم في الساعة من العمل في متجر البقالة و$n$ من الدراهم في الساعة من العمل كجليسة أطفال. اكتب تعبيرًا يصف أرباحها إذا عملت كجليسة أطفال لمدة 25 ساعة وإذا عملت في متجر البقالة لمدة 15 ساعة.

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

31. $25 + 6x^2$
32. $6f^2 + 5f$
33. $\frac{3a^5}{2}$

34. **الاستنتاج المنطقي** تبلغ تكلفة باقة أسرية لاستخدام الهاتف الذكي 55 AED في الشهر زائد تكاليف الاستخدام الإضافي. إذا كان $x$ هو عدد دقائق الهاتف الخلوي المستخدمة فوق مقدار الباقة و$y$ هو عدد الميجابايت من البيانات المستخدمة فوق مقدار الباقة، ففسّر التعابير التالية.
   a. $0.25x$
   b. $2y$
   c. $0.25x + 2y + 55$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35. **الأحلام** يُعتقد أن حوالي $\frac{3}{4}$ أحلامنا تتضمن أشخاصًا نعرفهم.

**a.** اكتب تعبيرًا لتصف عدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم إذا كان عدد أحلامك $d$.

**b.** استخدم التعبير الذي كتبته لتتنبأ بعدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم من 28 حلمًا.

36. **الرياضة** في كرة القدم الأمريكية، يمنح الهدف 6 نقاط ويستطيع الفريق بعدها أن يحاول للحصول على نقطة بعد الهدف.

**a.** اكتب تعبيرًا يصف عدد النقاط التي تم إحرازها من الأهداف $T$ والنقاط بعد الأهداف $p$ بواسطة فريق واحد في مباراة.

**b.** إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 0–27، اكتب معادلة لتمثيل عدد الأهداف المحتمل والنقاط التالية للأهداف التي أحرزها الفريق الفائز.

**c.** إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 7–21، فكم عدد الأهداف المحتملة والنقاط التالية للأهداف التي تم تسجيلها أثناء المباراة من جانب كلا الفريقين؟

37. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تتعرف على ضرب القوى الأسية ذات الأساسات المتشابهة.

**a. التمثيل الجدولي** انسخ الجدول وأكمله.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $10^2$ | × | $10^1$ | = | 10 × 10 × 10 | = | $10^3$ |
| $10^2$ | × | $10^2$ | = | 10 × 10 × 10 × 10 | = | $10^4$ |
| $10^2$ | × | $10^3$ | = | 10 × 10 × 10 × 10 × 10 | = | ? |
| $10^2$ | × | $10^4$ | = | ? | = | ? |

**b. التمثيل الجبري** اكتب معادلة للنمط الموجود في الجدول.

**c. التمثيل اللفظي** ضع فرضية حول أس ناتج ضرب قوتين أسيتين لهما نفس الأساس.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. **الاستنتاج** اشرح الاختلافات بين التعبير الجبري والتعبير اللفظي.

39. **مسألة غير محددة الإجابة** عرّف متغيرًا ليمثل كمية من الحياة اليومية، مثل الزمن بالدقائق أو المسافة بالقدم. ثم استخدم المتغير لكتابة تعبير جبري يمثل أحد نشاطاتك اليومية. صف بالكلمات ما يمثله تعبيرك واشرح استنتاجك.

40. **التفكير الناقد** يكتب كمال وجميلة تعبيرًا جبريًا لعبارة *ثلاثة مضروبة في مجموع* $n$ *تربيع مع* 3. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

| *كمال* | *جميلة* |
|---|---|
| $3(n^2 + 3)$ | $3n^2 + 3$ |

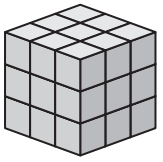
41. **مسألة تحفيزية** في المكعب، تمثل $x$ عددًا كاملاً موجبًا. أوجد قيمة $x$ بحيث يكون حجم المكعب و6 مضروبة في مساحة أحد أضلاعه لهما القيمة نفسها.

42. **الكتابة في الرياضيات** صف كيفية كتابة تعبير جبري من موقف من الحياة اليومية. ضع تعريفًا للتعبير الجبري بأسلوبك الخاص.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

## تمرين على الاختبار المعياري

**43.** ما التعبير الذي يمثل حجم المكعب بالشكل الأمثل؟



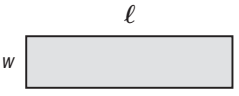
**a** ناتج ضرب العددين ثلاثة وخمسة

**b** ثلاثة مرفوعة إلى الأس 5

**c** ثلاثة تربيع

**d** ثلاثة تكعيب

**44.** ما التعبير الذي يمثل محيط المستطيل بالشكل الأمثل؟




**F** $2\ell w$

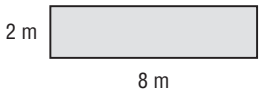
**G** $\ell + w$

**H** $2\ell + 2w$

**J** $4(\ell + w)$

**45. إجابة قصيرة** تبلغ ياردات القماش المطلوبة لعمل ستائر 3 أضعاف طول نافذة بالبوصة مقسومًا على 36. اكتب تعبيرًا يمثل ياردات القماش المطلوبة من حيث طول النافذة $\ell$.

**46. علم الهندسة** أوجد مساحة المستطيل.




**a** 14 مترًا مربعًا

**b** 16 مترًا مربعًا

**c** 50 مترًا مربعًا

**d** 60 مترًا مربعًا

## مراجعة شاملة

**47. المتنزهات الترفيهية** أجرى نادٍ لمعجبي قطار الملاهي اقتراعًا لمعرفة الألعاب المفضلة لدى كل عضو. مثِّل النتائج بتمثيل بياني بالأعمدة. (الدرس 13-0)

| الألعاب المفضلة لدينا | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| اللعبة | الغطسة الكبيرة | وقت الدوران | العين السوداء | الثور الغاضب | الوطواط | المهمة العسيرة | المغامرة |
| عدد الأصوات | 5 | 22 | 16 | 9 | 25 | 6 | 12 |

**48. الرياضة** نتائج سباق سنوي طوله 5K آلاف متر معروضة على اليسار. اصنع مخطط صندوق ذي عارضين للبيانات. اكتب جملة تصف ما تفهمه من طول مخطط الصندوق ذي العارضين عن أوقات السباق. (الدرس 13-0)

| نتائج سباق 5k السنوي | | | |
|---|---|---|---|
| فيصل | 14:48 | ياسمين | 19:58 |
| حفصة | 19:27 | يمنى | 14:58 |
| فهد | 15:06 | طارق | 20:47 |
| خالد | 20:39 | مها | 15:48 |
| تهاني | 15:54 | أسماء | 21:35 |
| أميرة | 20:49 | زُبيدة | 16:10 |
| إيمان | 16:30 | كريمة | 20:21 |

**أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات.** (الدرس 12-0)

**49.** {7, 6, 5, 7, 4, 8, 2, 2, 7, 8}

**50.** {−1, 0, 5, 2, −2, 0 ,−1, 2, −1, 0}

**51.** {17, 24, 16, 3, 12, 11, 24, 15}

**52. الرياضة** تملك خديجة جهاز وثب طوله 6 أقدام وعرضه 12 قدمًا. ما مساحة جهازها بالقدم المربع؟ (الدرس 8-0)

أوجد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي. (الدرس 5-0)

**53.** $\frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$

**54.** $\frac{4}{3} \div \frac{7}{6}$

**55.** $\frac{5}{6} \times \frac{8}{3}$

## مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

**56.** $\frac{3}{5} + \frac{4}{9}$

**57.** 5.67 − 4.21

**58.** $\frac{5}{6} - \frac{8}{3}$

**59.** 10.34 + 14.27

**60.** $\frac{11}{12} + \frac{5}{36}$

**61.** 37.02 − 15.86

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-2

# ترتيب العمليات

**السابق**

- لقد عبّرت عن تعبيرات جبرية لفظيًا.

**الحالي**

1 إيجاد قيمة التعابير العددية باستخدام ترتيب العمليات.

2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية باستخدام ترتيب العمليات.

**لماذا؟**

- يعرض الجدول أسعار دخول حديقة ملاهي سي وورلد في أورلاندو في ولاية فلوريدا. إذا ذهب أربعة بالغين وثلاثة أطفال إلى الحديقة، يمثل التعبير أدناه تكلفة الدخول للمجموعة.

$4(78.95) + 3(68.95)$

| التذكرة | السعر (AED) |
|---|---|
| الفرد البالغ | 78.95 |
| الطفل | 68.95 |

**مفردات جديدة**

إيجاد قيمة (evaluate)

ترتيب العمليات (order of operations)

**ممارسات رياضية**

إيجاد البنية واستخدامها.

## 1 إيجاد قيمة التعابير العددية

لإيجاد تكلفة الدخول، يجب إيجاد قيمة التعبير $4(78.95) + 3(68.95)$

### مثال 1 إيجاد قيمة التعابير

**أوجد قيمة $3^5$**

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ استخدم 3 كعامل 5 مرات.

$= 243$ اضرب.

**تمرين موجه**

**1A.** $2^4$ **1B.** $4^5$ **1C.** $7^3$

يحتوي التعبير العددي الذي يمثل تكلفة الدخول على أكبر من عملية. تُسمى القاعدة التي تتيح لك معرفة العملية التي تجريها أولاً **ترتيب العمليات**.

**مفهوم أساسي ترتيب العمليات**

**الخطوة 1** إيجاد قيم التعابير داخل رموز التجميع.

**الخطوة 2** إيجاد قيم جميع القيم الأسية.

**الخطوة 3** الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.

**الخطوة 4** الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

### مثال 2 ترتيب العمليات

**أوجد قيمة $16 - 8 \div 2^2 + 14$**

$16 - 8 \div 2^2 + 14 = 16 - 8 \div 4 + 14$ أوجد قيمة القوى الأسية.

$= 16 - 2 + 14$ اقسم 8 على 4

$= 14 + 14$ اطرح 2 من 16

$= 28$ اجمع 14 و14

**تمرين موجه**

**2A.** $3 + 42 \times 2 - 5$ **2B.** $20 - 7 + 8^2 - 7 \times 11$

McGraw-Hill Education مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم © حقوق الطبع والنشر محفوظة

عند استخدام رمز تجميع واحد أو أكبر، أوجد قيمة العمليات داخل رموز التجميع الداخلية أولاً.

**نصيحة دراسية**

**رموز التجميع** تُستخدم رموز التجميع مثل الأقواس ( ) والأقواس المعقوفة [ ] والأقواس المتعرجة { } لتوضيح ترتيب العمليات أو تغييره.

## مثال 3 التعابير ذات رموز التجميع

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**a.** $4 \div 2 + 5(10 - 6)$

$4 \div 2 + 5(10 - 6) = 4 \div 2 + 5(4)$ أوجد قيمة ما داخل الأقواس

$= 2 + 5(4)$ اقسم 4 على 2

$= 2 + 20$ اضرب 5 في 4

$= 22$ اجمع 2 إلى 20

**b.** $6\left[32 - (2 + 3)^2\right]$

$6\left[32 - (2 + 3)^2\right] = 6\left[32 - (5)^2\right]$ أوجد قيمة التعبير الداخلي أولاً.

$= 6[32 - 25]$ أوجد قيمة القوة الأسية.

$= 6[7]$ اطرح 25 من 32

$= 42$ اضرب.

**c.** $\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9}$

$\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9} = \dfrac{8 - 5}{15 + 9}$ أوجد قيمة القوة الأسية في البسط.

$= \dfrac{3}{15 + 9}$ اطرح 5 من 8 في البسط.

$= \dfrac{3}{24}$ or $\dfrac{1}{8}$ اجمع 15 و9 في المقام وحوّل لأبسط صورة.

**نصيحة دراسية**

**رموز التجميع** تُعتبر شرطة الكسر رمز تجميع. إذًا، أوجد قيمة التعابير في البسط والمقام قبل استكمال القسمة.

**تمرين موجه**

**3A.** $5 \times 4(10 - 8) + 20$ **3B.** $15 - \left[10 + (3 - 2)^2\right] + 6$ **3C.** $\dfrac{(4 + 5)^2}{3(7 - 4)}$

## 2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية

لإيجاد قيمة تعبير جبري، عوّض المتغيرات بقيمها. ثم أوجد قيمة التعبير العددي باستخدام ترتيب العمليات.

## مثال 4 إيجاد قيمة تعبير جبري

**أوجد قيمة $3x^2 + (2y + z^3)$ إذا كانت $x = 4, y = 5, z = 3$**

$3x^2 + (2y + z^3)$

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 3^3)$ عوّض $x$ بالعدد 4 و$y$ بالعدد 5 و$z$ بالعدد 3

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 27)$ أوجد قيمة $3^3$

$= 3(4)^2 + (10 + 27)$ اضرب 2 في 10

$= 3(4)^2 + (37)$ اجمع 10 مع 27

$= 3(16) + 37$ أوجد قيمة $4^2$

$= 48 + 37$ اضرب 3 في 16

$= 85$ اجمع 48 مع 37

**تمرين موجه**

**أوجد قيمة تعبير مما يلي.**

**4A.** $a^2(3b + 5) \div c$ إذا كانت $a = 2, b = 6, c = 4$

**4B.** $5d + (6f - g)$ إذا كانت $d = 4, f = 3, g = 12$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 5 من الحياة اليومية كتابة تعبير وإيجاد قيمته

**الدراسات البيئية** يوضح نظام كرة العلوم® (SOS) آثار العواصف الجوية والتغيرات المناخية ودرجة حرارة المحيط على البيئة. يبلغ حجم الكرة أربعة أثلاث من $\pi$ مضروبًا في نصف قطر $r$ للقوة الأسية الثالثة.

**a. اكتب تعبيرًا يمثل حجم الكرة.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **الشرح** | أربعة أثلاث | من | $\pi$ مضروبًا في نصف القطر للقوة الأسية الثالثة |
| **المتغير** | افترض أن $r$ = نصف القطر. | | |
| **المعادلة** | $\frac{4}{3}$ | × | $\frac{4}{3}\pi r^3$ أو $\pi r^3$ |

**b. أوجد حجم كرة نصف قطرها 3 أقدام تُستخدم في SOS.**

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم كرة.

$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$ عوّض $r$ بالعدد 3

$= \left(\frac{4}{3}\right)\pi(27)$ أوجد قيمة $3^3 = 27$

$= 36\pi$ اضرب $\frac{4}{3}$ في 27

حجم الكرة $36\pi$ قدم مكعب.

**تمرين موجه**

**5. حرائق الغابة** وفقًا لهيئة الغابات في كاليفورنيا، يندلع 539.2 حريقًا في المتوسط كل عام بسبب حطام مشتعل، بينما نيران المعسكرات مسؤولة عن 129.1 حريقًا في المتوسط كل عام.

**a.** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل عدد الحرائق في المتوسط في $d$ من الأعوام بسبب الحطام المشتعل وفي $c$ من الأعوام بسبب نيران المعسكرات.

**b.** كم عدد الحرائق التي ستحدث في 5 أعوام؟

**رابط من الحياة اليومية**

ابتكرت الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ (NOAA) نظام كرة العلوم لتوعية الناس بالعمليات التي تحدث على الأرض. هناك خمسة أجهزة كمبيوتر وأربعة أجهزة عرض فيديو لتشغيل الكرة.

**المصدر:** الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ

## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1-3** **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

1. $9^2$
2. $4^4$
3. $3^5$
4. $30 - 14 \div 2$
5. $5 \times 5 - 1 \times 3$
6. $(2 + 5)4$
7. $[8(2) - 4^2] + 7(4)$
8. $\frac{11 - 8}{1 + 7 \times 2}$
9. $\frac{(4 \times 3)^2}{9 + 3}$

**مثال 4** **أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $a = 4$ و $b = 6$ و $c = 8$**

10. $8b - a$
11. $2a + (b^2 \div 3)$
12. $\frac{b(9 - c)}{a^2}$

**مثال 5**

13. **الكتب** اشترت هادية كتابًا جديدًا مقابل 20 AED وثلاثة كتب مستعملة مقابل 4.95 AED لكل كتاب. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفته الكتب.

14. **الاستنتاج** اشترت فاطمة طعامًا لنفسها ولأصدقائها. اشترت 4 شطائر لحم بالجبن مقابل 2.25 AED لكل واحدة و3 عبوات بطاطس مقلية مقابل 1.25 AED لكل واحدة و4 مشروبات مقابل 4.00 AED. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفه الطعام.

McGraw-Hill Education مؤسسة ماكجروهيل للتعليم

## التمرين وحل المسائل

**الأمثلة 1-3** **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

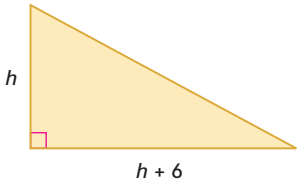
15. $7^2$
16. $14^3$
17. $2^6$
18. $35 - 3 \times 8$
19. $18 \div 9 + 2 \times 6$
20. $10 + 8^3 \div 16$
21. $24 \div 6 + 2^3 \times 4$
22. $(11 \times 7) - 9 \times 8$
23. $29 - 3(9 - 4)$
24. $(12 - 6) \times 5^2$
25. $3^5 - (1 + 10^2)$
26. $108 \div [3(9 + 3^2)]$
27. $[(6^3 - 9) \div 23]4$
28. $\frac{8 + 3^3}{12 - 7}$
29. $\frac{(1 + 6)9}{5^2 - 4}$

**مثال 4** **أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $g = 2$ و$r = 3$ و$t = 11$**

30. $g + 6t$
31. $7 - gr$
32. $r^2 + (g^3 - 8)^5$
33. $(2t + 3g) \div 4$
34. $t^2 + 8rt + r^2$
35. $3g(g + r)^2 - 1$

**مثال 5**

36. **علم الهندسة** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل مساحة المثلث. ثم أوجد قيمته للوصول إلى المساحة عندما $h = 12$ in




37. **حدائق الملاهي** في عام 2004، كان هناك 3344 حديقة وساحة ملاهٍ. انخفض هذا العدد بمقدار 148 في عام 2009. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته للوصول إلى عدد حدائق وساحات الملاهي في عام 2009.

| أسعار تذكرة كرة القدم في جامعة دوك | |
|---|---|
| تذكرة الموسم المفضلة | 100 AED |
| المنطقة الزرقاء | 80 AED |
| الدخول العام | 70 AED |

**المصدر:** جامعة دوك

38. **إيجاد البنية** تبيع سالي تذاكر في مكتب التذاكر الرياضية في جامعة دوك. إذا كانت $p$ تمثل تذكرة الموسم المفضلة، و$b$ تمثل تذكرة المنطقة الزرقاء و$g$ تمثل تذكرة الدخول العام، ففسّر التعابير التالية وأوجد قيمتها.

**a.** $45b$ **b.** $15p + 35g$ **b.** $6p + 11b + 22g$

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

39. $4^2$
40. $12^3$
41. $3^6$
42. $11^5$
43. $(3 - 4^2)^2 + 8$
44. $23 - 2(17 + 3^3)$
45. $3[4 - 8 + 4^2(2 + 5)]$
46. $\frac{2 \times 8^2 - 2^2 \times 8}{2 \times 8}$
47. $25 + \left[(16 - 3 \times 5) + \frac{12 + 3}{5}\right]$
48. $7^3 - \frac{2}{3}(13 \times 6 + 9)4$

**أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 8$ و$b = 4$ و$c = 16$**

49. $a^2bc - b^2$
50. $\frac{c^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}$
51. $\frac{2b + 3c^2}{4a^2 - 2b}$
52. $\frac{3ab + c^2}{a}$
53. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - \frac{c}{a - b}$
54. $\frac{2a - b^2}{ab} + \frac{c - a}{b^2}$

55. **المبيعات** في أحد الأيام، تم تأجير 28 مكانًا تجاريًا صغيرًا و12 مكانًا كبيرًا. وفي يوم آخر، تم تأجير 30 مكانًا صغيرًا و15 مكانًا كبيرًا. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتوضح إجمالي الإيجار الذي تم تحصيله.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

| الملابس | |
|---|---|
| تنورة | 25.99 AED |
| ملابس جينز | 39.99 AED |
| معطف | 22.99 AED |

56. **التسوق** تتسوق إسراء لشراء ملابس المدرسة. اشترت 3 تنورات وبنطلوني جينز و4 معاطف. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي أنفقته غير شامل ضريبة المبيعات.

57. **الأهرامات** الهرم الموجود في متحف اللوفر له قاعدة مربعة طول ضلعها 35.42 مترًا وارتفاعه 21.64 مترًا. الهرم الأكبر في مصر له قاعدة مربعة يبلغ طول ضلعها 230 مترًا وارتفاعه 146.5 مترًا. تعبير تحديد حجم الهرم هو $\frac{1}{3}Bh$، حيث $B$ هي مساحة القاعدة و$h$ هي الارتفاع.

**a.** ارسم كلا الهرمين واكتب الأبعاد.

**b.** اكتب تعبيرًا لفظيًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين.

**c.** اكتب تعبيرًا جبريًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين. أوجد الفرق في الحجم.

58. **المعرفة المالية** يحصل مندوب مبيعات على المرتب السنوي $s$، ومتوسط عمولة يبلغ كل شهر $c$، ومكافأة بقيمة $b$ عن كل هدف مبيعات يحققه.

**a.** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل إجمالي دخله في عام إذا حصل على أربع مكافآت متساوية.

**b.** افترض أن مرتبه السنوي يبلغ 52,000 AED ومتوسط عمولته 1225 AED في الشهر. إذا كان كل من المكافآت الأربع يساوي 1150 AED، فما دخله سنويًا؟

## مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

59. **تحليل الخطأ** تعمل حورية وسهيلة على تبسيط $[4(10) - 3^2] + 6(4)$ فهل أي منهن على صواب؟ اشرح استنتاجك.

*حورية*

$$\begin{aligned}[4(10) - 3^2] + 6(4) &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= 4(1) + 6(4)\\ &= 4 + 6(4)\\ &= 4 + 24\\ &= 28\end{aligned}$$

*سهيلة*

$$\begin{aligned}[4(10) - 3^2] + 6(4) &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= (40 - 9) + 6(4)\\ &= 31 + 6(4)\\ &= 31 + 24\\ &= 55\end{aligned}$$

60. **الاستنتاج** اشرح كيفية إيجاد قيمة $a[(b - c) \div d] - f$ إذا حصلت على قيم $a$ و$b$ و$c$ و$d$ و$f$ كيف توجد قيمة التعبير بشكل مختلف إذا كان التعبير $a \times b - c \div d - f$؟

61. **المثابرة** اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته باستخدام الأعداد الصحيحة من 1 إلى 5 مستخدمًا كل الأرقام الخمسة والجمع و/أو الطرح لإنشاء تعبير عددي قيمته 3.

62. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرًا يستخدم الأسس وثلاث عمليات مختلفة على الأصغر ومجموعتين من الأقواس. اشرح الخطوات التي ستتبعها لإيجاد قيمة التعبير.

63. **الكتابة في الرياضيات** اختر صيغة هندسية واشرح كيف يتم تطبيق ترتيب العمليات عند استخدام الصيغة.

64. **الكتابة في الرياضيات** التعابير المعادلة لها القيمة نفسها. هل التعبيران $10 \times (17 + 30)$ و $17 \times 10 + 30 \times 10$ متعادلان؟ اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**65.** لنفترض أن $m$ يمثل عدد الأميال. ما التعبير الجبري الذي يمثل عدد الأقدام في $m$ من الأميال؟

**A** $5280m$

**B** $\frac{5280}{m}$

**C** $m + 5280$

**D** $5280 - m$

**66. إجابة قصيرة**

حوّل لأبسط صورة. $\left[10 + 15(2^3)\right] \div \left[7(2^2) - 2\right]$

الخطوة 1 $\left[10 + 15(8)\right] \div \left[7(4) - 2\right]$

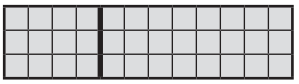
الخطوة 2 $\left[10 + 120\right] \div \left[28 - 2\right]$

الخطوة 3 $130 \div 26$

الخطوة 4 $\frac{1}{5}$

ما أول خطوة غير صحيحة؟ اشرح الخطأ.

**67. إجابة موسعة** ادرس المستطيل أدناه.



**الجزء A** ما التعبير الذي يمثل مساحة المستطيل؟

**F** $4 + 3 \times 8$

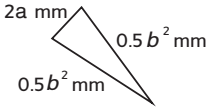
**G** $3 \times (4 + 8)$

**H** $3 \times 4 + 8$

**J** $3^2 + 8^2$

**الجزء B** ارسم مستطيلاً أو أكثر لتمثيل كل تعبير آخر.

**68. علم الهندسة** ما محيط المثلث إذا كانت $a = 9$ و$b = 10$؟




**A.** 164 mm

**B.** 118 mm

**C.** 28 mm

**D.** 4 mm

## مراجعة شاملة

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.** (الدرس 1-1)

**69.** $14 - 9c$

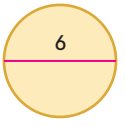
**70.** $k^3 + 13$

**71.** $\frac{4 - v}{w}$

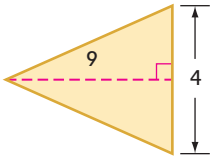
**72. المال** يكسب أحمد 8 AED في الساعة من تقديم الوجبات و15 AED عن كل حديقة يهذبها.
اكتب تعبيرًا لتوضيح مقدار المبلغ المالي الذي يكسبه من تقديم الوجبات لمدة $h$ ساعات وتهذيب $m$ حدائق. (الدرس 1-1)

**أوجد مساحة كل شكل مما يلي.** (الدرس 8-0)

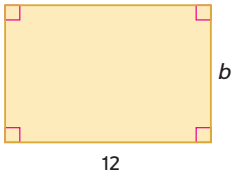
**73.**




**74.**




**75.**




**76. المدرسة** أجاب عمر إجابة صحيحة على 27 سؤالاً من 30 سؤالاً في آخر اختبار أحياء خاضه.
ما النسبة المئوية للأسئلة التي أجابها بطريقة صحيحة؟ (الدرس 6-0)

## مراجعة المهارات

**أوجد قيمة كل تعبير.**

**77.** $5.65 - 3.08$

**78.** $6 \div \frac{4}{5}$

**79.** $4.85(2.72)$

**80.** $1\frac{1}{12} + 3\frac{2}{3}$

**81.** $\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$

**82.** $7\frac{3}{4} - 4\frac{7}{10}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-3

# خصائص الأعداد

**السابق:**
- استخدمت ترتيب العمليات لتبسيط التعابير.

**الحالي:**
1. تمييز خاصيتي المساواة والمحايد.
2. تمييز خاصيتي التبديل والتجميع.

**لماذا؟**
- تعيش دنيا على مسافة 32 ميلاً من مركز التسوق. المسافة من منزلها إلى مركز التسوق هي المسافة نفسها من مركز التسوق إلى منزلها. هذا مثال على خاصية الانعكاس.

**مفردات جديدة**

**التعابير المتكافئة** (equivalent expressions)

**المحايد الجمعي** (additive identity)

**المحايد الضربي** (multiplicative identity)

**المعكوس الضربي** (multiplicative inverse)

**المقلوب الضربي** (reciprocal)

**ممارسات رياضية**

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

## 1 خاصيتا المساواة والمحايد

يُسمى التعبيران $8k + 4k$ و $12k$ **تعبيران متكافئان** لأنهما يمثلان القيمة نفسها. تسمح لك الخصائص الموجودة أدناه بكتابة تعبير مكافئ لتعبير معين.

**مفهوم أساسي خصائص المساواة**

| الخاصية | الشرح | الرموز | أمثلة |
|---|---|---|---|
| **خاصية الانعكاس** | أي كمية تساوي نفسها. | بالنسبة لأي عدد $a$، $a = a$ | $5 = 5$<br>$4 + 7 = 4 + 7$ |
| **خاصية التناظر** | إذا كانت كمية تساوي كمية ثانية، فإن الكمية الثانية تساوي الأولى. | بالنسبة لأي عددين $a$ و$b$، إذا كانت $a = b$، فإن $b = a$. | إذا كانت $8 = 2 + 6$، فإن $2 + 6 = 8$ |
| **خاصية التعدي** | إذا كنت كمية تساوي كمية ثانية والكمية الثانية تساوي كمية ثالثة، فإن الكمية الأولى تساوي الكمية الثالثة. | بالنسبة لأية أعداد $a$ و$b$ و$c$، إذا كانت $a = b$ و$b = c$، فإن $a = c$. | إذا كانت<br>$6 + 9 = 3 + 12$<br>و$15 = 3 + 12$، فإن<br>$6 + 9 = 15$ |
| **خاصية الاستبدال** | يمكن استبدال الكمية بما يعادلها في أي تعبير. | إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن استبدال $a$ بـ $b$ في أي تعبير. | إذا كانت $n = 11$، فإن<br>$4n = 4 \times 11$ |

مجموع أي عدد مع الصفر يساوي العدد. ولهذا يُسمى الصفر **المحايد الجمعي**.

**مفهوم أساسي خصائص الجمع**

| الخاصية | الشرح | الرموز | أمثلة |
|---|---|---|---|
| **المحايد الجمعي** | لأي عدد $a$، مجموع $a$ و0 هو $a$. | $a + 0 = 0 + a = a$ | $2 + 0 = 2$<br>$0 + 2 = 2$ |
| **المعكوس الجمعي** | العدد ومعكوسه يُعتبران معكوسين جمعيين لبعضهما. | $a + (-a) = 0$ | $3 + 0(-3) =$<br>$0 - 4 = 4$ |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هناك أيضًا خصائص خاصة مرتبطة بالضرب. فكّر في المعادلات التالية.

$6 \times m = 0$

حل المعادلة هو 0. ناتج ضرب أي عدد في 0 يساوي 0. هذه هي **خاصية الصفر في الضرب**.

$4 \times n = 4$

حل المعادلة هو 1. حيث إن ناتج ضرب أي عدد في 1 يساوي العدد، فإن العدد 1 يسمى **المحايد الضربي**.

العددان اللذان ناتج ضربهما يساوي 1 يسميان **المقلوبات الضربية** أو **المعكوسات الضربية**.
الصفر ليس له مقلوب ضربي لأن أي عدد يضرب في 0 يكون الناتج 0.

**مفهوم أساسي خصائص الضرب**

| الخاصية | الشرح | الرموز | أمثلة |
|---|---|---|---|
| **المحايد الضربي** | لأي عدد $a$، ناتج ضرب $a$ في 1 هو $a$. | $a \times 1 = a$<br>$1 \times a = a$ | $14 \times 1 = 14$<br>$1 \times 14 = 14$ |
| **خاصّيّة الصّفر في الضّرب** | لأي عدد $a$، ناتج ضرب $a$ في 0 هو 0. | $a \times 0 = 0$<br>$0 \times a = 0$ | $9 \times 0 = 0$<br>$0 \times 9 = 0$ |
| **المعكوس الضربي** | بالنسبة لكل عدد $\frac{a}{b}$، حيث $a, b \neq 0$، هناك عدد واحد بالضبط $\frac{b}{a}$ بحيث إن ناتج ضرب $\frac{a}{b}$ و$\frac{b}{a}$ هو 1 | $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$<br>$\frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = 1$ | $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$<br>$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{20} = 1$ |

## مثال 1 إيجاد القيمة باستخدام الخصائص

**أوجد قيمة $7(4 - 3) - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

$7(4 - 3) - 1 + 5 \times \frac{1}{5} = 7(1) - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ — الاستبدال: $4 - 3 = 1$

$= 7 - 1 + 5 \times \frac{1}{5}$ — المحايد الضربي: $7 \times 1 = 7$

$= 7 - 1 + 1$ — المعكوس الضربي: $5 \times \frac{1}{5} = 1$

$= 6 + 1$ — الاستبدال: $7 - 1 = 6$

$= 7$ — الاستبدال: $6 + 1 = 7$

**نصيحة دراسية**

**الفرضيات** أثناء إيجادك لقيمة التعبير، فأنت تقوم ببناء فرضية باستخدام فرضيات وتعريفات ونتائج محددة مسبقًا. خصائص الأعداد أسباب صالحة للخطوات في الفرضية.

**تمرين موجه**

**اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**1A.** $2 \times 3 + (4 \times 2 - 8)$

$= 2 \times 3 + (8 - 8)$ ؟

$= 2 \times 3 + (0)$ ؟

$= 6 + 0$ ؟

$= 6$ ؟

**1B.** $7 \times \frac{1}{7} + 6(15 \div 3 - 5)$

$= 7 \times \frac{1}{7} + 6(5 - 5)$ ؟

$= 7 \times \frac{1}{7} + 6(0)$ ؟

$= 1 + 6(0)$ ؟

$= 1 + 0$ ؟

$= 1$ ؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**2 استخدام خاصيتي التبديل والتجميع** تسير ندى مسافة تجمعين سكنيين حتى منزل صديقتها حسناء. ثم تسيران مسافة تجمعين آخرين حتى المدرسة. في نهاية اليوم، تعود ندى وحسناء إلى منزل حسناء ثم تسير ندى إلى المنزل.

| المسافة من المدرسة إلى منزل ندى | تساوي | المسافة من منزل ندى إلى المدرسة |
|---|---|---|
| $4 + 2$ | $=$ | $2 + 4$ |

هذا مثال على **خاصية التبديل** في الجمع.

### مفهوم أساسي خاصية التبديل

**الشرح** الترتيب الذي تستخدمه في جمع الأعداد أو ضربها لا يغير مجموعها أو ناتج ضربها.

**الرموز** لأي عددين $a$ و $b$ $a + b = b + a$, $a \times b = b \times a$

**أمثلة** $4 + 8 = 8 + 4$ $7 \times 11 = 11 \times 7$

من الطرق السهلة لإيجاد مجموع الأعداد أو ناتج ضربها، تجميع الأعداد أو ربطها باستخدام **خاصية التجميع**.

### مفهوم أساسي خاصية التجميع

**الكلمات** الطريقة التي تتبعها لتجميع ثلاثة أعداد أو أكثر عند الجمع أو الضرب لا تؤثر على مجموعها أو ناتج ضربها.

**الرموز** لأية أعداد $a$ و $b$ و $c$

$(a + b) + c = a + (b + c)$ و $a(bc) = (ab)c$

**أمثلة** $(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7)$ $(2 \times 6) \times 9 = 2 \times (6 \times 9)$

### مثال 2 من الحياة اليومية تطبيق خصائص الأعداد

**التخطيط لحفلة** يضع كمال قائمة بالعناصر التي يحتاج إلى شرائها لحفلة وتكاليفها. أوجد التكلفة الإجمالية لهذه العناصر.

| مرطبات | | طعام | | زينة | | بالونات |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20.50 | + | 23.25 | + | 14.00 | + | 6.75 |

| | |
|---|---|
| $= 6.75 + 23.25 + 14.00 + 20.50$ | التبديل (+) |
| $= (6.75 + 23.25) + (14.00 + 20.50)$ | التجميع (+) |
| $= 30.00 + 34.50$ | الاستبدال |
| $= 64.50$ | الاستبدال |

تبلغ التكلفة الإجمالية 64.50 AED.

| تجهيزات الحفلة | |
|---|---|
| العنصر | التكلفة (AED) |
| بالونات | 6.75 |
| زينة | 14.00 |
| طعام | 23.25 |
| مرطبات | 20.50 |

**تمرين موجه**

**2. الأثاث** يشتري رامي أثاثًا لأول شقة له. اشترى أريكة مقابل 300 AED ومصابيح مقابل 30.50 AED ومشاية مقابل 25.50 AED ومائدة مقابل 50 AED. أوجد التكلفة الإجمالية لهذه العناصر.

**رابط من الحياة اليومية**

قد يتكلف حفل التخرج حوالي 200 AED على حسب عدد المدعوين.

**المصدر:** Family Corner

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 3 استخدام خصائص الضرب

**أوجد قيمة $5 \times 7 \times 4 \times 2$ باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

$5 \times 7 \times 4 \times 2 = 5 \times 2 \times 7 \times 4$ تبديل (×)

$= (5 \times 2) \times (7 \times 4)$ تجميع (×)

$= 10 \times 28$ استبدال

$= 280$ استبدال

**تمرين موجه**

**أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**3A.** $2.9 \times 4 \times 10$

**3B.** $\frac{5}{3} \times 25 \times 3 \times 2$

## التحقق من فهمك

**المثال 1** **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**1.** $(1 \div 5)5 \times 14$

**2.** $6 + 4(19 - 15)$

**3.** $5(14 - 5) + 6(3 + 7)$

**4. المعرفة المالية** إسراء معها 9 أرباع و4 دايمات و7 نيكلات وبنسان ويمكن عرضهم بصيغة $(25)9 + (10)4 + (5)7 + 2$ أوجد قيمة التعبير لإيجاد مقدار المال الذي معها. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

**المثالان 2-3** **أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**5.** $23 + 42 + 37$

**6.** $2.75 + 3.5 + 4.25 + 1.5$

**7.** $3 \times 7 \times 10 \times 2$

**8.** $\frac{1}{4} \times 24 \times \frac{2}{3}$

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. عين اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**9.** $3(22 - 3 \times 7)$

**10.** $7 + (9 - 3^2)$

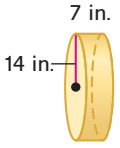
**11.** $\frac{3}{4}[4 \div (7 - 4)]$

**12.** $[3 \div (2 \times 1)]\frac{2}{3}$

**13.** $2(3 \times 2 - 5) + 3 \times \frac{1}{3}$

**14.** $6 \times \frac{1}{6} + 5(12 \div 4 - 3)$

**مثال 2**




**15. علم الهندسة** التعبير $2 \times \frac{22}{7} \times 14^2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 7$ يمثل المساحة السطحية التقريبية للأسطوانة على اليسار. أوجد قيمة هذا التعبير لإيجاد المساحة السطحية التقريبية. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

**16. الاستنتاج المنطقي** يصل مسافر إلى فندق يوم الجمعة ويغادر صباح يوم الثلاثاء التالي. استخدم الجدول للتوصل إلى التكلفة الإجمالية للغرفة مع الضريبة.

| أسعار الفندق في اليوم | | |
|---|---|---|
| اليوم | سعر الغرفة | ضريبة المبيعات |
| الاثنين – الجمعة | 72 AED | 5.40 AED |
| السبت – الأحد | 63 AED | 5.10 AED |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**المثالان 2-3** **أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

17. $25 + 14 + 15 + 36$

18. $11 + 7 + 5 + 13$

19. $3\frac{2}{3} + 4 + 5\frac{1}{3}$

20. $4\frac{4}{9} + 7\frac{2}{9}$

21. $4.3 + 2.4 + 3.6 + 9.7$

22. $3.25 + 2.2 + 5.4 + 10.75$

23. $12 \times 2 \times 6 \times 5$

24. $2 \times 8 \times 10 \times 2$

25. $0.2 \times 4.6 \times 5$

26. $3.5 \times 3 \times 6$

27. $1\frac{5}{6} \times 24 \times 3\frac{1}{11}$

28. $2\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{8} \times 32$

29. **الغطس بجهاز تنفس** توضح اللافتة المعدات المستأجرة أو المبيعة في متجر للغطس بجهاز تنفس.

**a.** اكتب تعبيرين لتمثيل المبيعات الإجمالية الناتجة عن استئجار بذلتي غوص و3 خزانات هواء و2 من أعلام الغطس وبيع 5 كاميرات تعمل تحت الماء.

**b.** ما إجمالي المبيعات؟

30. **الكعك** خبز بهاء دزينتين من الكعك برقائق الشيكولاتة و3 دزينات من كعك السكر ودزينة من كعك الزبيب بالشوفان. فما إجمالي الكعك الذي خبزه؟

**أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت a = −1 و b = 4 و c = 6**

31. $4a + 9b - 2c$

32. $-10c + 3a + a$

33. $a - b + 5a - 2b$

34. $8a + 5b - 11a - 7b$

35. $3c^2 + 2c + 2c^2$

36. $3a - 4a^2 + 2a$

37. **كرة القدم الأمريكية** يقف فريق لكرة القدم الأمريكية عند خط 35 ياردة. لاعب خلف الوسط محاصر عند خط المواجهة. لم يحقق الفريق أي تقدم، ولذلك ما زالوا عند خط 35 ياردة. ما المحايد أو الخاصية التي يمثلها هذا الموقف؟ اشرح.

**أوجد قيمة x. ثم اذكر اسم الخاصية المستخدمة.**

38. $8 = 8 + x$

39. $3.2 + x = 3.2$

40. $10x = 10$

41. $\frac{1}{2} \times x = \frac{1}{2} \times 7$

42. $x + 0 = 5$

43. $1 \times x = 3$

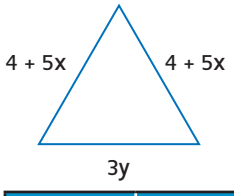
44. $5 \times \frac{1}{5} = x$

45. $2 + 8 = 8 + x$

46. $x + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4}$

47. $\frac{1}{3} \times x = 1$

48. **علم الهندسة** اكتب تعبيرًا يمثل محيط المثلث. ثم أوجد المحيط إذا كانت $x = 2$ و$y = 7$




49. **الرياضة** تبلغ تكلفة التذاكر لمباراة بيسبول 25 AED للتذكرة زائد 4.50 AED رسم تداول للتذكرة. إذا كان لدى شيماء قسيمة خصم بقيمة 10 AED وطلبت 4 تذاكر، فكم ستدفع؟

50. **الضبط** يوضح الجدول الأسعار المكتوبة على ملابس الأطفال.

| سراويل قصيرة | قمصان | قمصان خفيفة |
|---|---|---|
| 7.99 AED | 8.99 AED | 6.99 AED |
| 5.99 AED | 4.99 AED | 2.99 AED |

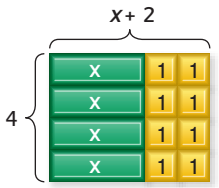
**a.** فسّر التعبير $5(8.99) + 2(2.99) + 7(5.99)$

**b.** اكتب ثلاثة تعابير مختلفة تمثل 8 سراويل قصيرة و8 قمصان خفيفة وأوجد قيمتها.

**c.** إذا اشتريت 8 سراويل قصيرة، فإنك تحصل على خصم بنسبة 15% أوجد أكبر وأصغر مبلغ من المال يمكنك إنفاقه على 16 قطعة في الخصم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

51. **علم الهندسة** يبلغ قياس ثماني الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. ما المحيط إذا كانت $x = 2$؟



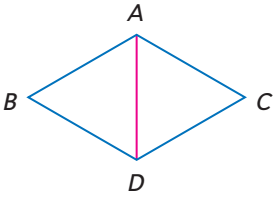

52. **التمثيلات المتعددة** يمكنك استخدام *القطع الجبرية* لتمثيل التعبيرات الجبرية والتعرف عليها. تبلغ مساحة القطعة المستطيلة $x$، مع الأبعاد 1 في $x$. تبلغ مساحة القطعة المربعة الصغيرة 1، مع الأبعاد 1 في 1.

**a. التمثيل الواقعي** اصنع مستطيلاً باستخدام القطع الجبرية لتمثيل التعبير $4(2 + x)$ كما هو موضح أعلاه. ما أبعاد هذا المستطيل؟ ما مساحته؟

**b. التمثيل التحليلي** ما مساحات المنطقة الخضراء والمنطقة الصفراء؟

**c. التمثيل اللفظي** أكمل هذه العبارة: $4(x + 2) =$ ؟ اكتب فرضية مقنعة لتبرير عبارتك.

53. **علم الهندسة البرهان** فرضية منطقية كل عبارة تقدمها أنت فيها مدعومة بعبارة مسلّم بأنها صحيحة. مقرر لدينا أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{BD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{AC}$. يريد أمجد أن يثبت أن $\triangle ADB \cong \triangle ADC$ لعمل هذا، يجب أن يبين أن $\overline{AD} \cong \overline{AD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{DC}$، و$\overline{BD} \cong \overline{AC}$




**a.** انسخ الشكل واكتب $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{BD}$، و$\overline{AB} \cong \overline{AC}$

**b.** اشرح كيف يمكنه استخدام خاصيتي الانعكاس والانتقال لإثبات أن $\triangle ADB \cong \triangle ADC$

**c.** إذا كانت $AC$ تبلغ $x$ سنتيمترات، فاكتب معادلة تعبر عن محيط $ACDB$.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

54. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلتين توضحان خاصية الانتقال في المساواة.

برر استنتاجك.

55. **الفرضيات** اشرح السبب في أن 0 ليس له معكوس ضربي.

56. **الاستنتاج** مجموع أي عددين كليين عدد كلي دائمًا. لذلك يُقال إن مجموعة الأعداد الكلية { ... 0, 1, 2, 3, 4,} مغلقة تحت الجمع. هذا مثال على **خاصية الانغلاق**. اذكر ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت خاطئة، فبرر استنتاجك.

**a.** مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت الطرح.

**b.** مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت الضرب.

**c.** مجموعة الأعداد الكلية مغلقة تحت القسمة.

57. **مسألة تحفيزية** هل تسري خاصية التبديل على الطرح أحيانًا، أم دائمًا أم لا تسري أبدًا؟ اشرح استنتاجك.

58. **الاستنتاج** اشرح ما إذا كان العدد 1 يمكن أن يكون محايدًا جمعيًا. اذكر مثالاً لتبرير إجابتك.

59. **أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟** حدد المعادلة التي لا تنتمي إلى القيم الثلاث الأخرى. اشرح استنتاجك.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x + 12 = 12 + x$ | $7h = h \times 7$ | $1 + a = a + 1$ | $(2j)k = 2(jk)$ |

60. **الكتابة في الرياضيات** حدد ما إذا كانت خاصية التبديل تسري على القسمة. برر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**61.** سطح مركب على شكل مستطيل عرضه 12 قدمًا وطوله 15 قدمًا. ما مساحة ظهر المركب؟

**A** $3\ ft^2$
**B** $27\ ft^2$
**C** $108\ ft^2$
**D** $180\ ft^2$

**62. علم الهندسة** صندوق على شكل منشور مستطيل يبلغ حجمه 56 بوصة مربعة. إذا كان طول كل ضلع مضروبًا في 2، ماذا سيكون الحجم التقريبي للصندوق؟

**F** $112\ in^3$
**G** $224\ in^3$
**H** $336\ in^3$
**J** $448\ in^3$

**63.** $27 \div 3 + (12 - 4) =$

**A** $\frac{-11}{5}$
**B** $\frac{27}{11}$
**C** 17
**D** 25

**64. إجابة شبكية** تناولت السيدة ليلى كعكة نخالة و16 أونصة من عصير البرتقال و3 أونصات من بذور عباد الشمس وشريحتين من لحم الديك الرومي ونصف كوب من السبانخ. أوجد العدد الإجمالي لجرامات البروتين التي أكلتها.

| المحتوى البروتيني | |
|---|---|
| الطعام | البروتين (g) |
| كعكة النخالة (1) | 3 |
| عصير البرتقال (8 oz) | 2 |
| بذور عباد الشمس (1 oz) | 2 |
| الديك الرومي (1 شريحة) | 12 |
| السبانخ (1 c) | 5 |

## مراجعة شاملة

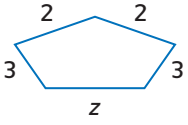
**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.** (الدرس 2-1)

**65.** $3 \times 5 + 1 - 2$

**66.** $14 \div 2 \times 6 - 5^2$

**67.** $\frac{3 \times 9^2 - 3^2 \times 9}{3 \times 9}$

**68. علم الهندسة** اكتب تعبيرًا يمثل محيط الشكل. (الدرس 1-1)




**أوجد محيط كل شكل ومساحته.** (الدرسان 7-0 و8-0)

**69.** مستطيل طوله 5 أقدام وعرضه 8 أقدام

**70.** مربع طوله 4.5 بوصات

**71. استبيان** أجرى يوسف استبيانًا على أصدقائه ليكتشف نوع الموسيقى المفضلة لديهم. من بين 34 صديقًا تم استبيان آرائهم، قال 22 إنهم يحبون موسيقى الروك أكثر. ما النسبة المئوية لمن يفضلون موسيقى الروك أكثر؟ (الدرس 6-0)

**اذكر المقلوب الضربي لكل عدد.** (الدرس 5-0)

**72.** $\frac{6}{17}$

**73.** $\frac{2}{23}$

**74.** $3\frac{4}{5}$

## مراجعة المهارات

**أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. اكتب في أبسط صورة.**

**75.** $\frac{12}{15} \times \frac{3}{14}$

**76.** $\frac{5}{7} \times \left(-\frac{4}{5}\right)$

**77.** $\frac{10}{11} \times \frac{21}{35}$

**78.** $\frac{63}{65} \times \frac{120}{126}$

**79.** $-\frac{4}{3} \times \left(-\frac{9}{2}\right)$

**80.** $\frac{1}{3} \times \frac{2}{15}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 1-3 الدقة

مختبر الجبر

**ممارسات رياضية**
مراعاة الدقة

كل القياسات المأخوذة في الواقع تقريبية. كلما زادت العناية أثناء أخذ القياس، زادت دقته. **الدقة** تشير إلى اقتراب قيمة تم قياسها من القيمة الفعلية أو المرغوب فيها. على سبيل المثال، الكسر $\frac{1}{3}$ أكبر دقة من الكسر العشري التقريبي 0.3.

## نشاط 1 متى يكون التقريب جيدًا بما فيه الكفاية؟

**قِس طول سطح مكتبك. سجّل نتائجك بالسنتيمتر وبالمتر وبالمِلّيمتر.**

### تحليل النتائج

1. هل قمت بالتقريب إلى أقرب قياس كامل؟ إذا كان الأمر كذلك، فمتى؟
2. هل قمت بالتقريب إلى أقرب نصف أم جزء من العشرة أم أصغر من ذلك؟ إذا كان الأمر كذلك، فمتى؟
3. ما وحدة القياس التي كانت الأكثر ملاءمة لهذه المهمة؟
4. ما وحدة القياس التي كانت الأكثر دقة؟

يعتمد تحديد مكان تقريب القياس على طريقة استخدام القياس. لكن ينبغي عدم تنفيذ الحسابات بدقة أكبر من دقة البيانات الأصلية.

## نشاط 2 تحديد مكان التقريب

a. **إياد معه 13 AED يريد أن يقسمهم على ستة من أبناء أخيه. عندما يكتب 6 ÷ 13 على آلته الحاسبة، العدد الذي يظهر هو 2.166666667 أين ينبغي أن ينفذ إياد التقريب؟**

بما أن إياد يقوم بتقريب مال، فالزيادة الأصغر هي الفلس، لذلك يتم التقريب إلى منزلة المئات. سيعطيه هذا 2.17 AED و 2.17 AED × 6 = 13.02 AED سيحدث عجز لدى إياد بمقدار فلسين، لذلك قم بالتقريب إلى 2.16 AED بما أن 2.16 AED × 6 = 12.96 AED، يستطيع إياد أن يعطي كلاً من أبناء أخيه 2.16 AED.

b. **والدة شوقي أعطته دزينة من الكعكات، لكنها قبل أن تغادر أكلت واحدة وأبلغت شوقي أنه يجب أن يقسّم الكعك مع أخيته. يكتب شوقي 3 ÷ 11 في آلته الحاسبة ويحصل على العدد 3.666666667 أين ينبغي أن ينفذ شوقي التقريب؟**

بعد أن تحصل كل واحدة من شقيقاته على 3 كعكات، توجد كعكتان متبقيتان. في هذه الحالة، من الأدق تحويل الجزء العشري إلى كسر وإعطاء كل شقيقة $\frac{2}{3}$ كعكة.

c. **تقيس ندى أبعاد صندوق تبلغ 8.7 و9.52 و3.16 بوصة. تضرب هذه الأعداد الثلاثة لتجد قياس الحجم. النتيجة التي تظهر على حاسبتها هي 261.72384. أين ينبغي أن تنفذ ندى التقريب؟**

ينبغي أن تنفذ ندى التقريب في خانة العشرات، 261.7، لأنها كانت دقيقة حتى خانة العشرات فقط في قياس واحد من قياساتها.

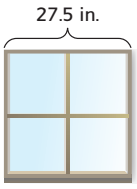
## تمارين

5. تريد جميلة أن تقسم 23 AED على ستة. يظهر على حاسبتها العدد 3.833333333 أين يجب أن تنفذ التقريب؟
6. تريد السيدة هويدا أن تقسم فطيرتين من البيتزا على 6 أشخاص. يظهر على حاسبتها العدد 0.3333333333 أين ينبغي أن تنفذ التقريب؟
7. قياسات حوض سمك هي 12.9 و7.67 و4.11 بوصة. يظهر قياس الحجم في ناتج الضرب 406.65573 أين ينبغي تقريب العدد؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في معظم قياسات الواقع، يجب اتخاذ قرار بشأن مستوى الدقة المطلوب أو المرغوب فيه.

## نشاط 3 إيجاد مستوى ملائم من الدقة




a. **يحتاج جمال إلى شراء ستارة لفتحة النافذة في الصورة، لكن الستائر ليست متاحة إلا بقياسات بالبوصة الكاملة. ما حجم الستارة التي ينبغي أن يشتريها؟**

ينبغي أن يشتري ستارة بقياس 27 بوصة لأنها ستكون كافية لتغطية الزجاج.

b. **يشتري حمدان دواء لابنه الصغير. يعتمد مقدار الدواء على وزن الطفل. الدواء متاح في عبوات تختلف مع وزن الطفل بمقدار 10 أرطال. ما الدقة التي يحتاجها حمدان لشراء الدواء الصحيح؟**

يحتاج إلى أن يكون دقيقًا في حدود 10 أرطال.

c. **يصنع مأمون محركًا نفاثًا. ما الدقة التي يحتاجها في قياساته في رأيك؟**

يحتاج إلى أن يكون دقيقًا جدًا، ربما حتى جزء من ألف من البوصة.

## تمارين

8. مائدة ماهر ينقصها ساق. يريد أن يقطع جزءًا من الخشب ليستخدمه كساق. ما الدقة التي يحتاجها في قياساته في رأيك؟

**في كل موقف، حدد أين ينبغي تنفيذ التقريب واذكر الإجابة التقريبية.**

9. يريد سامح أن يقسم 111 AED على سبعة. أظهرت آلته الحاسبة 15.85714286

10. تريد كريمة أن تقسم 3 فطائر على 11 شخصًا. يظهر على حاسبتها العدد 0.2727272727

11. آلة شادي الحاسبة تبين له حجم كرته على أنه 137.2582774 قاس شادي نصف قطر الكرة ليكون 3.2 بوصة.

**لكل موقف، حدد مستوى الدقة المطلوب. اشرح.**

12. أنت تقدّر طول ملعب كرة السلة في مدرستك. ما وحدة القياس التي ينبغي أن تستخدمها: قدم أم بوصة أم $\frac{1}{16}$ بوصة؟

13. أنت تقدّر طول طفل صغير. ما وحدة القياس التي ينبغي أن تستخدمها: قدم أم بوصة أم $\frac{1}{16}$ بوصة؟

14. **السفر** يقيس كامل مسافة القيادة من مدينة إلى أخرى. ما الدقة التي يحتاجها في قياسه في رأيك؟

15. **الدواء** تعطي إحدى الممرضات دواءً لمريض على حسب وزنه. ما الدقة التي تحتاجها في قياساتها في رأيك؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

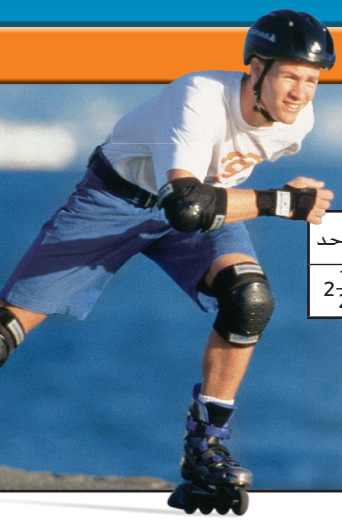
الدرس 4-1

# خاصية التوزيع

**السابق**
- تعرفت على خاصيتي التجميع والتبديل.

**الحالي**
1 استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيمة التعابير.
2 استخدم خاصية التوزيع لتحويل التعابير لأبسط صورة.

**لماذا؟**
- يحرق جمال حوالي 420 سعرًا حراريًا في الساعة عند استخدام حذاء التزلج. يوضح المخطط البياني أدناه الزمن الذي أمضاه في التزلج في أسبوع.



| اليوم | الإثنين | الثلاثاء | الأربعاء | الخميس | الجمعة | السبت | الأحد |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| الزمن (h) | 1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1 | 0 | 2 | $2\frac{1}{2}$ |

لتحديد العدد الإجمالي للسعرات الحرارية التي حرقها بالتزلج في ذلك الأسبوع، يمكنك استخدام خاصية التوزيع.

**مفردات جديدة**
- الحدود المتشابهة (like terms)
- أبسط صورة (simplest form)
- معامل (coefficient)

**ممارسات رياضية**
- فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
- البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه

## 1 إيجاد قيمة التعابير

هناك طريقتان يمكنك استخدامهما لحساب عدد السعرات الحرارية التي حرقها جمال بالتزلج. يمكنك إيجاد الزمن الإجمالي الذي أمضاه في التزلج ثم ضربه في السعرات الحرارية التي أحرقها في الساعة. أو يمكنك إيجاد عدد السعرات الحرارية التي يتم حرقها كل يوم ثم الجمع لإيجاد الزمن الإجمالي.

**الطريقة 1** الزمن الإجمالي لأوقات التزلج

$$420\left(1 + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420(7)$$
$$= 2940$$

**الطريقة 2** مجموع السعرات الحرارية التي يتم حرقها يوميًا

$$420(1) + 420\left(\frac{1}{2}\right) + 420(1) + 420(2) + 420\left(2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420 + 210 + 420 + 840 + 1050$$
$$= 2940$$

كلتا الطريقتين تعطيان الإجمالي نفسه وهو 2940 سعرًا حراريًا تم حرقهم. هذا مثال على **خاصية التوزيع**.

### مفهوم أساسي خاصية التوزيع

**الرمز**

لأي أعداد $a$ و$b$ و$c$

$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$

$a(b - c) = ab - ac$ و $(b - c)a = ba - ca$

**أمثلة**

$3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5$
$3(7) = 6 + 15$
$21 = 21$

$4(9 - 7) = 4 \times 9 - 4 \times 7$
$4(2) = 36 - 28$
$8 = 8$

تسمح خاصية التناظر في المعادلة بكتابة خاصية التوزيع كما يلي.

إذا كانت $a(b + c) = ab + ac$. فإن $ab + ac = a(b + c)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 1 من الحياة اليومية التوزيع على الجمع

**الرياضة** مجموعة من 7 بالغين و6 أطفال سيذهبون إلى مباراة البيسبول لنادي بولز في جامعة جنوب فلوريدا. استخدم خاصية التوزيع لكتابة وإيجاد قيمة تعبير يحدد التكلفة الإجمالية للتذاكر.

**الفهم** تحتاج إلى إيجاد تكلفة كل تذكرة ثم إيجاد التكلفة الإجمالية.

**التخطيط** 6 + 7 أو 13 شخصًا سيذهبون للمباراة، وتبلغ قيمة التذكرة درهمين لكل شخص.

**الحل** اكتب تعبيرًا يوضح ناتج ضرب تكلفة كل تذكرة في مجموع تذاكر البالغين وتذاكر الأطفال.

$2(7 + 6) = 2(7) + 2(6)$ خاصية التوزيع

$= 14 + 12$ اضرب.

$= 26$ اجمع.

تبلغ التكلفة الإجمالية 26 AED.

**التحقق** يبلغ العدد الإجمالي للتذاكر المطلوبة 13 وتتكلف درهمين لكل تذكرة. اضرب 13 في 2 للحصول على الناتج 26. وبهذا، فإجمالي تكلفة الشراء 26 AED.

**مباراة البيسبول لفريق بولز في جامعة جنوب فلوريدا**

| التذكرة | التكلفة (AED) |
|---|---|
| تذكرة البالغ لمباراة واحدة | 5 |
| تذكرة الأطفال لمباراة واحدة (12 عامًا فأقل) | 3 |
| تذكرة المجموعات من 10 أشخاص أو أكثر لمباراة واحدة | 2 |
| تذكرة كبار السن لمباراة واحدة (65 عامًا فأكثر) | 3 |

**المصدر:** جامعة جنوب فلوريدا

### تمرين موجه

1. **الرياضة** مجموعة من 3 بالغين و11 طفلاً في سن 11 عامًا وطفلين تحت 10 أعوام سيذهبون إلى مباراة بيسبول. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتحديد تكلفة التذاكر للمجموعة.

### رابط من الحياة اليومية

تحقق الرقم القياسي لحضور مباراة بيسبول واحدة في عام 1959. كان هناك 92,706 متفرج في مباراة بين فريقي لوس أنجلوس دودجرز وشيكاغو وايت سوكس.

**المصدر:** Baseball Almanac

### نصيحة دراسية

**الاستنتاج المنطقي والمثابرة**

خطة الخطوات الأربع لحل المسائل أداة للتفكير في أية مسألة. عندما تضع خطتك وتنفذها، اسأل نفسك باستمرار "هل هذا منطقي؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر مسارك إذا لزم الأمر.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لتسهيل الرياضيات الذهنية.

## مثال 2 الرياضيات الذهنية

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة 49 × 7 ثم أوجد القيمة.**

$7 \times 49 = 7(50 - 1)$ فكّر: $49 = 50 - 1$

$= 7(50) - 7(1)$ خاصية التوزيع

$= 350 - 7$ اجمع.

$= 343$ اطرح.

### تمرين موجه

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.**

**2A.** $304(15)$

**2B.** $44 \times 2\frac{1}{2}$

**2C.** $210(5)$

**2D.** $52(17)$

## 2 تحويل التعابير لأبسط صورة

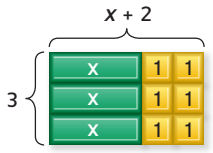
يمكنك استخدام القطع الجبرية لمعرفة كيفية ارتباط خاصية التوزيع بالتعابير الجبرية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة في حل المسائل**

**صمم نموذجًا** قد يكون من المفيد تصور مسألة باستخدام القطع الجبرية أو ورقة مطوية.

يحتوي المستطيل على اليسار على 3 قطع $x$ و6 قطع 1.
مساحة المستطيل هي $x + 1 + 1 + x + 1 + 1 + x + 1 + 1$ أو $3x + 6$ ولهذا، فإن $3(x + 2) = 3x + 6$




## مثال 3 التعابير الجبرية

**أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حول لأبسط صورة.**

**a.** $7(3w - 5)$

$7(3w - 5) = 7 \times 3w - 7 \times 5$ خاصية التوزيع

$= 21w - 35$ اضرب

**b.** $(6v^2 + v - 3)4$

$(6v^2 + v - 3)4 = 6v^2(4) + v(4) - 3(4)$ خاصية التوزيع

$= 24v^2 + 4v - 12$ اضرب

**تمرين موجه**

**3A.** $(8 + 4n)2$

**3B.** $-6(r + 3g - t)$

**2b.** $(2 - 5q)(-3)$

**3D.** $-4(-8 - 3m)$

**مراجعة المفردات**

**الحد (term)** عدد أو متغير أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

**الحدود المتشابهة** هي حدود تتكون من نفس المتغيرات مرفوعة إلى القوة الأسية ذاتها.

$5x^2 + 2x - 4$ ثلاثة حدود

$6a^2 + a^2 + 2a$ حدود متشابهة، حدود غير متشابهة

يمكن استخدام خاصية التوزيع وخصائص المساواة لإظهار أن $4k + 8k = 12k$ في هذا التعبير، $4k$ و$8k$ حدان متشابهان.

$4k + 8k = (4 + 8)k$ خاصية التوزيع

$= 12k$ الاستبدال

يكون التعبير في **أبسط صورة** عندما لا يحتوي على حدود متشابهة أو أقواس.

## مثال 4 جمع الحدود المتشابهة

**a. حوّل لأبسط صورة $17u + 25u$**

$17u + 25u = (17 + 25)u$ خاصية التوزيع

$= 42u$ الاستبدال

**b. حوّل لأبسط صورة $6t^2 + 3t - t$**

$6t^2 + 3t - t$ $= 6t^2 + (3 - 1)t$ خاصية التوزيع

$= 6t^2 + 2t$ الاستبدال

**تمرين موجه**

**حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.**

**4A.** $6n - 4n$

**4B.** $b^2 + 13b + 13$

**4C.** $4y^3 + 2y - 8y + 5$

**4D.** $7a + 4 - 6a^2 - 2a$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 5 كتابة التعابير وتحويلها لأبسط صورة

**استخدم التعبير *"ضعف الفارق بين $3x$ و$y$ زاد بمقدار خمسة مضروبة في مجموع $x$ و$2y$"***

**a. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **الشرح** | ضعف الفارق بين $3x$ و$y$ | زاد بمقدار | خمسة مضروبة في مجموع $x$ و$2y$ | |
| **متغيرات** | افترض أن $x$ و$y$ يمثلان الأعداد. | | | |
| **التعبير** | $5(x + 2y)$ | $+$ | $2(3x - y)$ | |

**b. حول التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.**

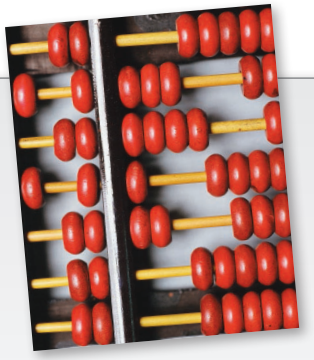
$$\begin{aligned}
2(3x - y) + 5(x + 2y) &= 2(3x) - 2(y) + 5(x) + 5(2y) && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 6x - 2y + 5x + 10y && \text{اضرب}\\
&= 6x + 5x - 2y + 10y && \text{التبديل (+)}\\
&= (6 + 5)x + (-2 + 10)y && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 11x + 8y && \text{الاستبدال}
\end{aligned}$$

### تمرين موجه

**5. استخدم التعبير** *5 مضروبة في الفارق بين $q$ تكعيب و$r$ زائد 8 مضروبة في مجموع $3q$ و$2r$*

**A.** اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

**B.** حوّل التعبير لأبسط صورة واذكر الخصائص المستخدمة.



### الربط بتاريخ الرياضيات

**كامبي موري** (عاش بين عامي 1600 و1628 تقريبًا) كان كامبي موري عالمًا يابانيًا نشر جهاز العد. وقد غيّر تركيز الرياضيات من الفلسفة إلى الحساب.

**معامل** الحد هو العامل العددي. على سبيل المثال، في $6ab$، المعامل هو 6 وفي $\frac{x^2}{3}$، المعامل هو $\frac{1}{3}$ في الحد $y$، المعامل هو 1 بما أن $y = y \times 1$ حسب خاصية المحايد الضربي.

### ملخص المفاهيم خصائص الأعداد

تسري خصائص التالية على أي أعداد $a$، و$b$، و$c$.

| الخصائص | الجمع | عملية الضرب |
|---|---|---|
| **خاصية التبديل** | $a + b = b + a$ | $ab = ba$ |
| **خاصية التجميع** | $(a + b) + c = a + (b + c)$ | $(ab)c = a(bc)$ |
| **خاصية المحايد** | 0 هو المحايد<br>$a + 0 = 0 + a = a$ | 1 هو المحايد<br>$a \times 1 = 1 \times a = a$ |
| **صفر** | — | $a \times 0 = 0 \times a = 0$ |
| **خاصية التوزيع** | $a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$ | |
| **الاستبدال** | إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن استبدال $a$ بـ $b$. | |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**مثال 1**

1. **الطيار** يفرض أحد الطيارين في عرض جوي مبلغ 25 AED على الراكب مقابل الرحلات. إذا ركب 12 بالغًا و15 طفلاً في يوم واحد، فاكتب تعبيرًا لوصف الموقف وأوجد قيمته.

**مثال 2**

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.**

2. $14(51)$
3. $6\frac{1}{9}(9)$

**مثال 3**

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.**

4. $2(4 + t)$
5. $(g - 9)5$

**مثال 4**

**حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.**

6. $15m + m$
7. $3x^3 + 5y^3 + 14$
8. $(5m + 2m)10$

**مثال 5**

**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.**

9. ضرب 4 في مجموع العدد 2 مضروبًا في $x$ وستة
10. نصف 4 مضروبة في $y$ زائد مجموع $y$ و3

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1**

11. **إدارة الوقت** تستخدم ماجدة النقاط لتتبع نشاطاتها على تقويم. تمثل النقاط الحمراء الأعمال المنزلية، وتمثل النقاط الصفراء العمل وتمثل النقاط الخضراء تدريب المشي. في الأسبوع العادي، تستخدم 5 نقاط حمراء و3 نقاط صفراء و4 نقاط خضراء. فكم عدد النشاطات التي تقوم بها ماجدة خلال 4 أسابيع؟

12. **الاستنتاج** يُطلق الصليب الأحمر حملات للتبرع بالدم في موقعين. في يوم واحد، جمع المركز الأول 715 كيس دم وجمع المركز الثاني 1035 كيس دم. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتقدير العدد الإجمالي لأكياس الدم التي تم التبرع بها على مدار في يوم واحد، 3 أيام.

**مثال 2**

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.**

13. $(4 + 5)6$
14. $7(13 + 12)$
15. $6(6 - 1)$
16. $(3 + 8)15$
17. $14(8 - 5)$
18. $(9 - 4)19$
19. $4(7 - 2)$
20. $7(2 + 1)$
21. $7 \times 497$
22. $6(525)$
23. $36 \times 3\frac{1}{4}$
24. $\left(4\frac{2}{7}\right)21$

**مثال 3**

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوِّل لأبسط صورة.**

25. $2(x + 4)$
26. $(5 + n)3$
27. $(4 - 3m)8$
28. $-3(2x - 6)$

**مثال 4**

**حوِّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.**

29. $13r + 5r$
30. $3x^3 - 2x^2$
31. $7m + 7 - 5m$
32. $5z^2 + 3z + 8z^2$
33. $(2 - 4n)17$
34. $11(4d + 6)$
35. $7m + 2m + 5p + 4m$
36. $3x + 7(3x + 4)$
37. $4(fg + 3g) + 5g$

**مثال 5**

**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم حوِّل لأبسط صورة مع توضيح الخصائص المستخدمة.**

38. ناتج ضرب 5 في $m$ تربيع زائد مجموع تربيع $m$ و5
39. 7 مضروبة في مجموع $a$ تربيع و$b$ ناقص 4 مضروبة في مجموع $a$ تربيع و$b$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40. **علم الهندسة** أوجد محيط مثلث متساوي الساقين بطول أضلاع يبلغ $x + 5$ و $x + 5$ و $xy$. اكتب في أبسط صورة.

41. **علم الهندسة** **يبلغ قياس سداسي الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. ما المحيط في أبسط صورة؟**

**حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة.**

42. $6x + 4y + 5x$

43. $3m + 5g + 6g + 11m$

44. $4a + 5a^2 + 2a^2 + a^2$

45. $5k + 3k^3 + 7k + 9k^3$

46. $6d + 4(3d + 5)$

47. $2(6x + 4) + 7x$

48. **الطعام** يختار كمال طعام رحلة لمجموعته الدراسية.

| القائمة | |
|---|---|
| العنصر | التكلفة (AED) |
| شطيرة | 2.49 |
| كوب حساء | 1.29 |
| سلطة جانبية | 0.99 |
| المشروب | 1.49 |

a. **فسّر التعبير**
$4(2.49) + 3(1.29) + 3(0.99) + 5(1.49)$

b. **كم ستبلغ التكلفة إذا اشترى كمال أربعة من كل عنصر في القائمة؟**

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوّل لأبسط صورة.**

49. $\left(\frac{1}{3} - 2b\right)27$

50. $4(8p + 4q - 7r)$

51. $6(2c - cd^2 + d)$

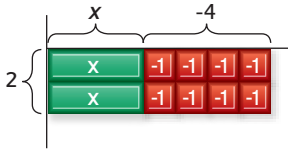
**حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.**

52. $6x^2 + 14x - 9x$

53. $4y^3 + 3y^3 + y^4$

54. $a + \frac{a}{5} + \frac{2}{5}a$

55. **التمثيلات المتعددة** تبلغ مساحة النموذج $2(x - 4)$ أو $2x - 8$ التعبير $2(x - 4)$ في *الصيغة المحللة*.




a. **التمثيل الهندسي** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيل مساحته $2x + 6$ استخدم النتيجة لكتابة $2x + 6$ في صيغة محللة.

b. **التمثيل الجدولي** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيلات تمثل كل مساحة في الجدول. قم بتسجيل الصيغة المحللة لكل تعبير.

| المساحة | الصيغة المحللة |
|---|---|
| $2x + 6$ | |
| $3x + 3$ | |
| $3x - 12$ | |
| $5x + 10$ | |

c. **التمثيل اللفظي** اشرح كيف يمكنك إيجاد الصيغة المحللة لتعبير.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **المثابرة** استخدم خاصية التوزيع لتبسيط $6x^2[(3x - 4) + (4x + 2)]$

57. **الاستنتاج** هل ينبغي أن تكون خاصية التوزيع خاصية في الضرب أم الجمع أم كليهما؟ اشرح إجابتك.

58. **الكتابة في الرياضيات** ما فائدة تمثيل التعابير اللفظية جبريًا؟

59. **الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات المتعلقة بالتزلج في صفحة 25 لشرح كيفية استخدام خاصية التوزيع للحساب بسرعة. وقارن كذلك بين طريقتي إيجاد إجمالي السعرات الحرارية التي تم حرقها.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## تمرين على الاختبار المعياري

**60.** أيهم يوضح خاصية التناظر في المعادلة؟

**A** إذا كانت $a = b$ فإن $b = a$.

**B** إذا كانت $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.

**C** إذا كانت $a = b$ فإن $b = c$.

**D** إذا كانت $a = a$ فإن $a + 0 = a$.

**61.** يقل عمر آمنة بثلاث أعوام عن شقيقتها إيمان. ما التعبير الذي يمثل عمر آمنة إذا عبّرنا عن عمر إيمان بأنه $y$ عام؟

**F** $y + 3$

**G** $y - 3$

**H** $3y$

**J** $\frac{3}{y}$

**62.** ما الخاصية المستخدمة أدناه؟

إذا كانت $4xy^2 = 8y^2$ و $8y^2 = 72$، فإن $4xy^2 = 72$.

**A** خاصية الانعكاس

**B** خاصية الاستبدال

**C** خاصية التناظر

**D** خاصية الانتقال

**63. إجابة قصيرة** يحتوي درج على الجوارب الموجودة في المخطط. ما احتمالية أن يكون الجورب المختار عشوائيًا أزرق اللون؟

| اللون | العدد |
|---|---|
| أبيض | 16 |
| أزرق | 12 |
| أسود | 8 |

## مراجعة شاملة

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.** (الدرس 3-1)

**64.** $14 + 23 + 8 + 15$

**65.** $0.24 \times 8 \times 7.05$

**66.** $1\frac{1}{4} \times 9 \times \frac{5}{6}$

**67. الرياضة** يركض باهر 6 مرات في الأسبوع لمدة 30 دقيقة، ويرفع الأوزان 3 مرات في الأسبوع لمدة 20 دقيقة. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لعدد الساعات التي يتدربها باهر في 4 أسابيع. (الدرس 1-2)

**الرياضة** راجع الجدول الذي يوضح الأوقات التي تقضيها بسمة في السفر عبر البلد لحضور أول 8 مقابلات في الموسم. فرّتب الإجابات إلى أقرب ثانية. (الدرس 12-0)

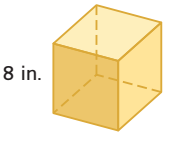
| السفر عبر البلد | |
|---|---|
| المقابلة | المدة |
| 1 | 22:31 |
| 2 | 22:21 |
| 3 | 21:48 |
| 4 | 22:01 |
| 5 | 21:48 |
| 6 | 20:56 |
| 7 | 20:34 |
| 8 | 20:15 |

**68.** أوجد المتوسط الحسابي للبيانات.

**69.** أوجد وسيط البيانات.

**70.** أوجد منوال البيانات.

**71. مساحة السطح** ما مساحة سطح المكعب؟ (الدرس 10-0)




## مراجعة المهارات

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**72.** $12(7 + 2)$

**73.** $11(5) - 8(5)$

**74.** $(13 - 9) \times 4$

**75.** $3(6) + 7(6)$

**76.** $(1 + 19) \times 8$

**77.** $16(5 + 7)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الوحدة 1 اختبار منتصف الوحدة

## الدروس من 1-1 إلى 1-4

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.** (الدرس 1-1)

1. $21 - x^3$
2. $3m^5 + 9$

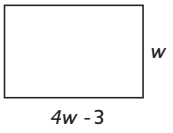
**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.** (الدرس 1-1)

3. خمسة أكبر من $s$ تربيع
4. أربعة مضروبة في $y$ مرفوعة إلى الأس 4
5. **تأجير سيارات** تفرض الوكالة س لتأجير السيارات سعرًا ثابتًا يبلغ 29 AED في اليوم زائد 0.32 AED على كل ميل تتحركه السيارة. اكتب تعبيرًا جبريًا عن تكلفة استئجار سيارة لمدة $x$ أيام وتحركت لمسافة $y$ أميال. (الدرس 1-1)

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.** (الدرس 1-2)

6. $24 \div 3 - 2 \times 3$
7. $5 + 2^2$
8. $4(3 + 9)$
9. $36 - 2(1 + 3)^2$
10. $\dfrac{40 - 2^3}{4 + 3(2^2)}$
11. **حديقة ملاهٍ** تظهر تكاليف تذاكر دخول حديقة الملاهي المحلية. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد التكلفة الإجمالية التي يدفعها 5 أشخاص بالغين و8 أطفال. (الدرس 1-2)

12. **الاختيار من متعدد** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل محيط المستطيل الظاهر أدناه. ثم أوجد قيمته لإيجاد المحيط عندما $w = 8\,cm$ (الدرس 1-2)




A 37 cm
B 232 cm
C 74 cm
D 45 cm

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.** (الدرس 1-3)

13. $(8 - 2^3) + 21$
14. $3(1 \div 3) \times 9$
15. $[5 \div (3 \times 1)]\frac{3}{5}$
16. $18 + 35 + 32 + 15$
17. $0.25 \times 7 \times 4$

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.** (الدرس 1-4)

18. $3(5 + 2)$
19. $(9 - 6)12$
20. $8(7 - 4)$

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم حوّل لأبسط صورة.** (الدرس 1-4)

21. $4(x + 3)$
22. $(6 - 2y)7$
23. $-5(3m - 2)$
24. **مبيعات أقراص الليزر** تقع سلسلة متاجر فيديو في 3 مواقع. استخدم المعلومات الموجودة في الجدول أدناه لكتابة تعبير وإيجاد قيمته لتقدير العدد الإجمالي لأقراص الليزر المبيعة على مدار 4 أيام. (الدرس 1-4)

| الموقع | أرقام المبيعات اليومية |
|---|---|
| الموقع 1 | 145 |
| الموقع 2 | 211 |
| الموقع 3 | 184 |

25. **الاختيار من متعدد** أعد كتابة التعبير $(-2)(8 - 3p)$ باستخدام خاصية التوزيع. (الدرس 1-4)

F $16 - 6p$
G $-10p$
H $-16 + 6p$
J $10p$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-5

# المعادلات

**السابق**

- لقد حولت التعابير لأبسط صورة.

**الحالي**

1 حل المعادلات ذات متغير واحد.

2 حل المعادلات ذات متغيرين.

**لماذا؟**

- سجل فريق مازن للبيسبول 3 أهداف في الشوط الأول. في بداية الشوط الثالث، كانوا قد سجلوا 4 نقاط. تمثل الجملة المفتوحة أدناه التغير في نقاطهم.

$3 + r = 4$

الحل هو 1. أحرز الفريق هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

**مفردات جديدة**

- **جملة مفتوحة** (open sentence)
- **المعادلة** (equation)
- **الحل** (solving)
- **الحل** (solution)
- **مجموعة الإحلال** (replacement set)
- **مجموعة** (set)
- **عنصر** (element)
- **مجموعة حلول** (solution set)
- **محايد** (identity)

**ممارسات رياضية**

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين

## 1 حل المعادلات

العبارة الرياضية التي تحتوي على تعابير جبرية ورموز هي **جملة مفتوحة**. الجملة التي تحتوي على رمز التساوي، =، هي **معادلة**.

معادلة ← $3x + 7 = 13$ → تعبير $3x + 7$

إيجاد قيمة لمتغير تجعل الجملة صحيحة يُسمى **حل** الجملة المفتوحة. هذه القيمة البديلة هي **الحل**.

مجموعة الأعداد التي يمكن اختيار بدائل للمتغير منها تُسمى **مجموعة الإحلال**. **المجموعة** هي مجموعة من الكائنات أو الأعداد التي غالبًا ما تظهر داخل أقواس غير مستقيمة. كل كائن أو عدد في المجموعة يُسمى **عنصرًا**، أو عضوًا. **مجموعة الحل** هي مجموعة العناصر من مجموعة الإحلال التي تكوّن جملة مفتوحة صحيحة.

### مثال 1 استخدام مجموعة إحلال

**أوجد مجموعة حل المعادلة $2q + 5 = 13$ إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{2, 3, 4, 5, 6\}$**

استخدم جدولًا في حل ما يلي. عوّض $q$ في $2q + 5 = 13$ بكل قيمة في مجموعة الإحلال.

| $q$ | $2q + 5 = 13$ | صواب أم خطأ؟ |
|---|---|---|
| 2 | $2(2) + 5 = 13$ | خطأ |
| 3 | $2(3) + 5 = 13$ | خطأ |
| 4 | $2(4) + 5 = 13$ | صواب |
| 5 | $2(5) + 5 = 13$ | خطأ |
| 6 | $2(6) + 5 = 13$ | خطأ |

بما أن المعادلة صحيحة عندما $q = 4$.
فحل $2q + 5 = 13$ هو $q = 4$

مجموعة الحل هي $\{4\}$.

**تمرين موجه**

**أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{0, 1, 2, 3\}$.**

**1A.** $8m - 7 = 17$

**1B.** $28 = 4(1 + 3d)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

غالبًا ما يمكنك حل معادلة بتطبيق ترتيب العمليات.

## مثال على الاختبار المعياري 2 تطبيق ترتيب العمليات

**حل** $6 + (5^2 - 5) \div 2 = p$

**A** 3 **B** 6 **C** 13 **D** 16

**قراءة فقرة الاختبار**

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على التعبير لكي تصل إلى قيمة $p$.

**حَل فقرة الاختبار**

| | |
|---|---|
| $6 + (5^2 - 5) \div 2 = p$ | المعادلة الأصلية |
| $6 + (25 - 5) \div 2 = p$ | أوجد قيمة القوى الأسية |
| $6 + 20 \div 2 = p$ | اطرح 5 من 25 |
| $6 + 10 = p$ | اقسم 20 على 2 |
| $16 = p$ | اجمع |

الإجابة الصحيحة هي D.

**تمرين موجه**

**2. حل** $t = 9^2 \div (5 - 2)$.

**F** 3 **G** 6 **H** 14.2 **J** 27

**نصيحة عند حل الاختبار**

**أعد كتابة المعادلة** إذا كان مسموحًا لك بالكتابة في كتيب اختباراتك، فقد يكون من المفيد أن تعيد كتابة المعادلة بحدود مُبسّطة.

بعض المعادلات لها حل فريد. هناك معادلات أخرى ليس لها حل.

## مثال 3 حلول المعادلات

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

**a.** $7 - (4^2 - 10) + n = 10$

حوّل المعادلة لأبسط صورة أولاً ثم ابحث عن حل.

| | |
|---|---|
| $7 - (4^2 - 10) + n = 10$ | المعادلة الأصلية |
| $7 - (16 - 10) + n = 10$ | أوجد قيمة الأس |
| $7 - 6 + n = 10$ | اطرح 10 من 16 |
| $1 + n = 10$ | اطرح 6 من 7 |

قيمة $n$ الوحيدة التي تجعل المعادلة صحيحة هي 9. ولهذا فهذه المعادلة لها حل فريد وهو 9.

**b.** $n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$

| | |
|---|---|
| $n(3 + 2) + 6 = 5n + (10 - 3)$ | المعادلة الأصلية |
| $n(5) + 6 = 5n + (10 - 3)$ | اجمع 3 + 2 |
| $n(5) + 6 = 5n + 7$ | اطرح 3 من 10 |
| $5n + 6 = 5n + 7$ | التبديل (×) |

بغض النظر عن القيمة الفعلية التي حلت محل $n$، سيظل الجانب الأيسر من المعادلة دائمًا أصغر من الجانب الأيمن بواحد. ولذلك لن تكون المعادلة حقيقية أبدًا. ولهذا لا يوجد حل لهذه المعادلة.

**تمرين موجه**

**3A.** $(18 + 4) + m = (5 - 3)m$ **3B.** $8 \times 4 \times k + 9 \times 5 = (36 - 4)k - (2 \times 5)$

**نصيحة دراسية**

**خمّن وتحقق** عندما يكون حل المعادلة ليس سهلاً، عوّض بقيم $x$ واختبر المعادلة. واصل اختبار القيم إلى أن تحصل على عبارة صحيحة. على سبيل المثال، إذا كانت $3x + 16 = 73$، فاختبر قيم $x$.

$3(10) + 16 = 48$
منخفض جدًا

$3(20) + 16 = 76$
مرتفع جدًا

✓ $3(19) + 16 = 73$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يُطلق على المعادلة الصحيحة لكل قيمة للمتغير اسم **محايدة**.

**قراءة الرياضيات**

**المحايدات** المحايدة هي معادلة توضح أن عددًا أو تعبيرًا يعادل نفسه.

## مثال 4 المحايدات

**حل** $(2 \times 5 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 6]2$

| | |
|---|---|
| $(2 \times 5 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 612$ | المعادلة الأصلية |
| $(10 - 8)(3h + 6) = [(2h + h) + 612$ | اضرب 5 × 2 |
| $2(3h + 6) = [(2h + h) + 612$ | اطرح 8 من 10 |
| $6h + 12 = [(2h + h) + 612$ | خاصية التوزيع |
| $6h + 12 = [3h + 612$ | اجمع $2h + h$ |
| $6h + 12 = 6h + 12$ | خاصية التوزيع |

بغض النظر عن القيمة التي حلت محل $h$، سيظل الجانب الأيسر من المعادلة دائمًا مساويًا للجانب الأيمن. ولذلك ستكون المعادلة صحيحة دائمًا. ولهذا فحل المعادلة قد يكون أي عدد حقيقي.

**تمرين موجه**

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

4A. $12(10 - 7) + 9g = g(2^2 + 5) + 36$

4B. $2d + (2^3 - 5) = 10(5 - 2) + d(12 \div 6)$

4C. $3(b + 1) - 5 = 3b - 2$

4D. $5 - \frac{1}{2}(c - 6) = 4$

## 2 حل المعادلات ذات المتغيرين

تحتوي بعض المعادلات على متغيرين. غالبًا ما يكون من المفيد وضع جدول للمتغيرات واستخدام الاستبدال لإيجاد القيم المقابلة للمتغير الثاني.

## مثال 5 المعادلات التي تتضمن متغيرين

**إيجارات الأفلام** يدفع السيد عدنان 10 AED كل شهر مقابل أفلام يتم تسليمها عبر البريد. يمكنه أيضًا إيجار الأفلام من المتجر مقابل 1.50 AED للفيلم. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي أنفقه السيد عدنان هذا الشهر إذا كان قد استأجر 3 أفلام من المتجر.

تكلفة خطة الأفلام هي سعر موحد. المتغير هو عدد الأفلام الذي يستأجره من المتجر. التكلفة الإجمالية هي سعر الخطة زائد 1.50 AED مضروبًا في عدد الأفلام من المتجر. افترض أن $C$ هي التكلفة الإجمالية و$m$ هي عدد الأفلام.

| | |
|---|---|
| $C = 1.50m + 10$ | المعادلة الأصلية |
| $= 1.50(3) + 10$ | الاستبدال 3 بـ $m$ |
| $= 4.50 + 10$ | اضرب |
| $= 14.50$ | |

ينفق السيد عدنان 14.50 AED على إيجارات الأفلام في شهر واحد.

**تمرين موجه**

5. **السفر** تقود أماني سيارتها لمسافة 65 ميلاً في الساعة في المتوسط. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي ستستغرقه للقيادة لمسافة 36 ميلًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي {11, 12, 13, 14, 15}**

1. $n + 10 = 23$
2. $7 = \frac{c}{2}$
3. $29 = 3x - 7$
4. $(k - 8)12 = 84$

**مثال 2**

5. **الاختيار من متعدد** حل $\frac{d + 5}{10} = 2$

A 10 B 15 C 20 D 25

**المثالان 3-4** **أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

6. $x = 4(6) + 3$
7. $14 - 82 = w$
8. $5 + 22a = 2 + 10 \div 2$
9. $(2 \times 5) + \frac{c^3}{3} = c^3 \div (1^5 + 2) + 10$

**مثال 5**

10. **إعادة التدوير** توجد في سان فرانسيسكو منشأة لإعادة التدوير تقبل الطلاء غير المستعمل. يمزج متطوعون الطلاء ويخلطونه ثم يوزعونه في دلاء بسعة 5 جالونات. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد دلاء الطلاء التي تم توزيعها من 30000 جالون تم التبرع بها.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعات الإحلال هي $y$: {1, 3, 5, 7, 9} و$z$: {10, 12, 14, 16, 18}**

11. $z + 10 = 22$
12. $52 = 4z$
13. $\frac{15}{y} = 3$
14. $17 = 24 - y$
15. $2z - 5 = 27$
16. $4(y + 1) = 40$
17. $22 = \frac{60}{y} + 2$
18. $111 = z^2 + 11$

**الأمثلة 2-4** **أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

19. $a = 32 - 9(2)$
20. $w = 56 \div (2^2 + 3)$
21. $\frac{27 + 5}{16} = g$
22. $\frac{12 \times 5}{15 - 3} = y$
23. $r = \frac{9(6)}{(8 + 1)3}$
24. $a = \frac{4(14 - 1)}{3(6) - 5} + 7$
25. $(4 - 2^2 + 5)w = 25$
26. $7 + x - (3 + 32 \div 8) = 3$
27. $3^2 - 2 \times 3 + u = (3^3 - 3 \times 8)(2) + u$
28. $(3 \times 6 \div 2)v + 10 = 3^2v + 9$
29. $6k + (3 \times 10 - 8) = (2 \times 3)k + 22$
30. $(3 \times 5)t + (21 - 12) = 15t + 3^2$
31. $(2^4 - 3 \times 5)q + 13 = (2 \times 9 - 4^2)q + (\frac{3 \times 4}{12} - 1)$
32. $\frac{3 \times 22}{18 + 4}r - (\frac{4^2}{9 + 7} - 1) = r + (\frac{8 \times 9}{3} \div 3)$

33. **المدرسة** تسع قاعة المؤتمرات 85 شخصًا بحد أقصى. يحتاج المسؤول واثنان من المستشارين إلى مقابلة الملتحقين حديثًا بالمدرسة لمناقشة عمليات الالتحاق. إذا كان يجب على كل طالب أن يجلب ولي أمر معه، فكم عدد الطلاب الذين يستطيعون حضور كل اجتماع؟ افترض أن كل طالب لديه مجموعة فريدة من أولياء الأمور.

34. **وضع النماذج** يبلغ محيط ثماني أضلاع عادي 128 بوصة. أوجد طول كل ضلع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5

35 **الرياضة** يحتاج رياضي يبلغ وزنه 200 رطل يتدرب لمدة أربع ساعات في اليوم إلى 2836 سعرًا حراريًا لمتطلبات الطاقة الأساسية. أثناء التدريب، يحتاج الرياضي نفسه إلى 3091 سعرًا حراريًا إضافيًا لمتطلبات الطاقة الإضافية. اكتب معادلة لإيجاد قيمة $C$، وهي السعرات الحرارية اليومية الإجمالية المطلوبة لهذا الرياضي. ثم حل المعادلة.

36. **الطاقة** يستطيع مولد كهرباء إنتاج 3550 واط من الكهرباء. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد مصابيح الإضاءة بقدرة 75 واط التي يستطيع مولد تشغيلها.

**ضع جدولاً بالقيم لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.**

37. $y = 3x - 2$

38. $3.25x + 0.75 = y$

**أوجد حل كل معادلة باستخدام مجموعة الإحلال المذكورة.**

39. $t - 13 = 7$; $\{10, 13, 17, 20\}$

40. $14(x + 5) = 126$; $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

41. $22 = \frac{n}{3}$; $\{62, 64, 66, 68, 70\}$

42. $35 = \frac{g - 8}{2}$; $\{78, 79, 80, 81\}$

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

43. $\frac{3(9) - 2}{1 + 4} = d$

44. $j = 15 \div 3 \times 5 - 4^2$

45. $c + (3^2 - 3) = 21$

46. $(3^3 - 3 \times 9) + (7 - 2^2)b = 24b$

47. **الاستنتاج المنطقي** يمكن التعبير عن معدل تدفق الدم بالصيغة $F = \frac{p_1 - p_2}{r}$، حيث $F$ هي معدل التدفق، و $p_1$ و $p_2$ هما الضغط المبدئي والنهائي على جدران الأوعية الدموية على التوالي و $r$ هي المقاومة الناتجة عن حجم الوعاء الدموي.

**a.** اكتب معادلة وضع حلها لتحديد مقاومة الوعاء الدموي لضغط أولي يبلغ 100 ملّيمتر زئبقي وضغط نهائي يبلغ 0 ملّيمتر زئبقي ومعدل تدفق يبلغ 5 لترات في الدقيقة.

**b.** استخدم المعادلة لاستكمال الجدول أدناه.

| الضغط المبدئي $p_1$ (mm Hg) | الضغط المبدئي $p_2$ (mm Hg) | المقاومة $r$ (mm Hg/L/min) | معدل تدفق الدم $F$ (L/min) |
|---|---|---|---|
| 100 | 0 | | 5 |
| 100 | 0 | 30 | |
| | 5 | 40 | 4 |
| 90 | | 10 | 6 |

**حدد ما إذا كان العدد المذكور يمثل حلاً للمعادلة.**

48. $x + 6 = 15$; 9

49. $12 + y = 26$; 14

50. $2t - 10 = 4$; 3

51. $3r + 7 = -5$; 2

52. $6 + 4m = 18$; 3

53. $-5 + 2p = -11$; $-3$

54. $\frac{q}{2} = 20$; 10

55. $\frac{w - 4}{5} = -3$; $-11$

56. $\frac{g}{3} - 4 = 12$; 48

**ضع جدولًا بالقيم لكل معادلة إذا كانت مجموعة الإحلال هي $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$**

57. $y = 3x + 5$

58. $-2x - 3 = y$

59. $y = \frac{1}{2}x + 2$

60. $4.2x - 1.6 = y$

61. **علم الهندسة** مستطيل يزيد طوله على عرضه 2 بوصة. يبلغ طول قاعدة مثلث متساوي الأضلاع 12 بوصة ويزيد طول الضلعين الآخرين بمقدار 1 بوصة عن عرض المستطيل.

**a.** ارسم صورة لكل شكل واكتب الأبعاد.

**b.** اكتب تعبيرين لإيجاد محيطي المستطيل والمثلث.

**c.** أوجد عرض المستطيل إذا كان محيطا الشكلين متساويين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

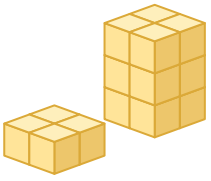
**62. الإنشاء** يتطلب إنشاء مبنى 10 أطنان من الصلب لكل طابق.

**a.** عرّف متغيرًا واكتب معادلة لعدد أطنان الصلب المطلوبة إذا كان المبنى من 15 طابقًا.

**b.** كم عدد أطنان الصلب المطلوبة؟

**63. التمثيلات المتعددة** في المسألة التالية، ستستكشف أكبر كيفية كتابة المعادلات.

**a. التمثيل الواقعي** استخدم مكعبات السنتيمتر لبناء برج مشابه للبرج الذي يظهر على اليسار.



**b. التمثيل الجدولي** انسخ الجدول الظاهر أدناه وأكمله. سجّل عدد الطبقات في البرج وعدد المكعبات المستخدمة في الجدول.

| الطبقات | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| المكعبات | ؟ | ؟ | ؟ | ؟ | ؟ | ؟ | ؟ |

**c. التمثيل التحليلي** مع زيادة عدد الطبقات في البرج، كيف يتغير عدد المكعبات في البرج؟

**d. التمثيل الجبري** اكتب قاعدة تحدد عدد المكعبات على أساس عدد الطبقات في البرج.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

**64. الاستنتاج** قارن وبيّن الفرق بين التعبير والمعادلة.

**65. مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة محايدة.

**66. الاستنتاج** اشرح السبب في أن الجملة المفتوحة دائمًا ما يكون لها متغير واحد على الأصغر.

**67. التفكير الناقد** تامر وهدى يحلان المعادلة $x = 4(3 - 2) + 6 \div 8$. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**تامر**

$$\begin{aligned} x &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\ &= 4(1) + 6 \div 8 \\ &= 4 + 6 \div 8 \\ &= 4 + \frac{6}{8} \\ &= 4\frac{3}{4} \end{aligned}$$

**هدى**

$$\begin{aligned} x &= 4(3 - 2) + 6 \div 8 \\ &= 4(1) + 6 \div 8 \\ &= 4 + 6 \div 8 \\ &= 10 \div 8 \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

**68. مسألة تحفيزية** أوجد كل حلول $x^2 + 5 = 30$

**69. مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة تتضمن عمليتين أو أكبر حلهما $-7$.

**70. الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك تحديد أن معادلة حلها لا يتضمن أعدادًا حقيقية. كيف يمكنك تحديد أن حل المعادلة هو كل الأعداد الحقيقية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**71.** أي مما يلي *ليس* معادلة؟

**A** $y = 6x - 4$

**B** $\frac{a + 4}{2} = \frac{1}{4}$

**C** $(4 \times 3b) + (8 \div 2c)$

**D** $55 = 6 + d^2$

**72.** **إجابة قصيرة** يبلغ الحضور المتوقع لمشاهدة إنتاج نادي الدراما 65% من الطلاب. إذا كانت مجموعة الطلاب تتكون من 300 طالب، فكم عدد الطلاب المتوقع حضورهم؟

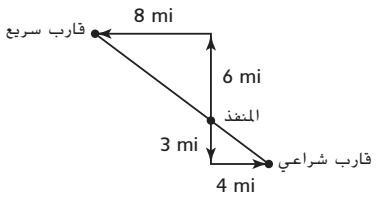
**73.** **علم الهندسة** انطلق قارب سريع وقارب شراعي من الميناء نفسه. يوضح المخطط رحلتهم. ما المسافة بين القاربين؟

**F** 12 mi

**G** 15 mi

**H** 18 mi

**J** 24 mi




**74.** تستطيع منى قراءة 1.5 صفحة في الدقيقة. كم عدد الصفحات التي تستطيع قراءتها في ساعتين؟

**A** 90 صفحة

**B** 150 صفحة

**C** 120 صفحة

**D** 180 صفحة

## مراجعة شاملة

**75.** **حديقة الحيوان** يزور حديقة الحيوان حوالي 500 طفل و750 بالغًا يوميًا. اكتب تعبيرًا يمثل عدد الزوار الذين سيزورون حديقة الحيوان تقريبًا على مدار شهر. (الدرس 4-1)

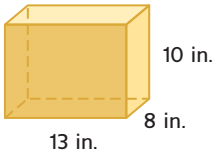
**أوجد قيمة $p$ في كل معادلة. ثم اذكر الخاصية المستخدمة.** (الدرس 3-1)

**76.** $7.3 + p = 7.3$

**77.** $12p = 1$

**78.** $1p = 4$

**79.** **الصناديق المتحركة** يوضح الشكل أبعاد الصناديق التي يستخدمها سامح في تعبئة أغراضه. كم عدد البوصات المكعبة التي يستطيع كل صندوق أن يحملها؟ (الدرس 9-0)




**عبّر عن كل نسبة مئوية في صورة كسر.** (الدرس 6-0)

**80.** 35%

**81.** 15%

**82.** 28%

في كل مسألة، حدد ما إذا كنت بحاجة إلى إجابة تقديرية أم إجابة دقيقة. ثم قم بحلها. (الدرسان 6-0 و1-0)

**83.** **السفر** المسافة من مدينة رالي في ولاية كارولاينا الشمالية إلى مدينة فيلادلفيا في ولاية بنسلفانيا، حوالي 428 ميلاً. متوسط الأميال التي تقطعها سيارة جمال بالبنزين 45 ميلاً لكل جالون. كم عدد جالونات البنزين التي ستكون مطلوبة تقريبًا لإتمام الرحلة؟

**84.** **عمل بدوام مؤقت** تدفع جهة عمل 8.50 AED في الساعة. إذا كان 20% من المبلغ يُخصم للضرائب، فما صافي المرتب عن 28 ساعة عمل؟

## مراجعة المهارات

**أوجد ناتج جمع أو طرح كل مما يلي.**

**85.** $1.14 + 5.6$

**86.** $4.28 - 2.4$

**87.** $8 - 6.35$

**88.** $\frac{4}{5} + \frac{1}{6}$

**89.** $\frac{2}{7} + \frac{3}{4}$

**90.** $\frac{6}{8} - \frac{1}{2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-1

# العلاقات

**السابق:**
- حللت معادلات تضم متغيرًا أو اثنين.

**الحالي:**
1 تمثيل العلاقات.
2 تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات.

**لماذا؟**
- كلما زاد عمقك في المحيط، زاد الضغط على جسدك. وهذا لأن هناك ماء أكثر فوقك. تسحب قوة الجاذبية وزن الماء لأسفل مما يؤدي إلى ضغط أكبر.

المعادلة التي تربط إجمالي ضغط الماء بالعمق هي $P = rgh$، حيث

$P$ = الضغط،
$r$ = كثافة الماء
$g$ = التسارع بسبب الجاذبية
$h$ = ارتفاع الماء فوقك.

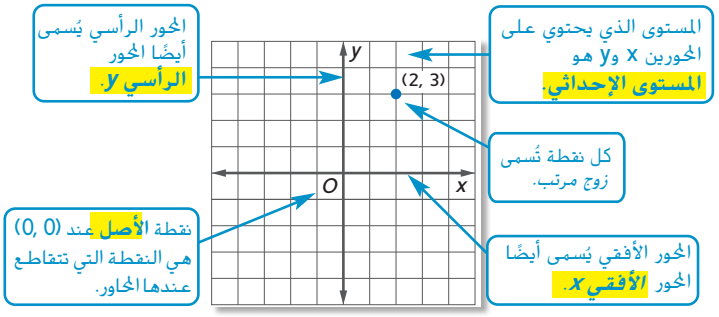
## مفردات جديدة

**النظام الإحداثي** (coordinate system)
**المستوى الإحداثي** (coordinate plane)
**المحور $x$ والمحور $y$** (x- and y-axes)
**نقطة الأصل** (origin)
**الزوج المرتب** (ordered pair)
**الإحداثيان $x$ و$y$** (x- and y-coordinates)
**العلاقة** (relation)
**المخطط** (mapping)
**المجال** (domain)
**المدى** (range)
**متغير مستقل** (independent variable)
**متغير تابع** (dependent variable)

**ممارسات رياضية**
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

## 1 تمثيل علاقة يمكن تمثيل هذه العلاقة بين العمق والضغط القائم بخط على شبكة إحداثيات.

يتكون **نظام الإحداثيات** من تقاطع خطين من الأعداد، *المحاور الأفقية والمحاور الرأسية*.

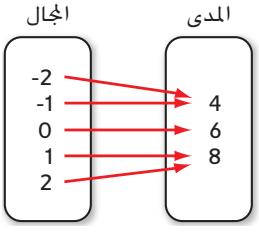



يتم تمثيل النقطة بيانيًا باستخدام أزواج مرتبة.

- **الزوج المرتب** مجموعة من الأعداد أو *الإحداثيات*، مكتوبة على شكل $(x, y)$.
- تُسمى قيمة $x$ **الإحداثي $x$**. وتمثل الوضع الأفقي للنقطة.
- تمثل قيمة $y$ أو **الإحداثي $y$** الوضع الرأسي للنقطة.

تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**. يمكن تمثيل العلاقة بعدة طرق مختلفة: على شكل معادلة أو في تمثيل بياني أو بجدول أو بمخطط.

يوضح **المخطط** كيفية اقتران كل عنصر في *المجال* بعنصر آخر في *المدى*.
مجموعة الأعداد الأولى للأزواج المرتبة هي **المجال**. مجموعة الأعداد الثانية للأزواج المرتبة هي **مدى** العلاقة. يمثل هذا المخطط الأزواج المرتبة (4 ,2−) و(4 ,1−) و(8 ,1) (6 ,0) و(8 ,2).




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة دراسية**

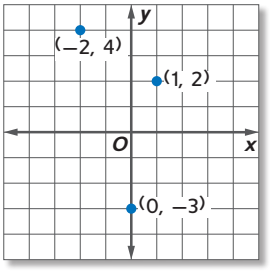
**الاستنتاج المنطقي** كل تمثيل للعلاقة نفسها يخدم غرضًا مختلفًا. يوضح تمثيل النقاط بيانيًا النمط بين النقاط. يوضح لك المخطط بنظرة سريعة ما إذا كانت العناصر مشتركة مع العنصر نفسه.

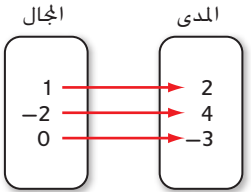
ادرس التمثيلات المختلفة للعلاقة نفسها أدناه.

| أزواج مرتبة | جدول | تمثيل بياني | مخطط |
|---|---|---|---|

(1, 2)
(−2, 4)
(0, −3)

| x | y |
|---|---|
| 1 | 2 |
| −2 | 4 |
| 0 | −3 |




القيم $x$ في العلاقة هي أعضاء في المجال والقيم $y$ في العلاقة هي أعضاء في المدى. في العلاقة أعلاه، المجال {0, 1, −2} والمدى {4, 2, −3}

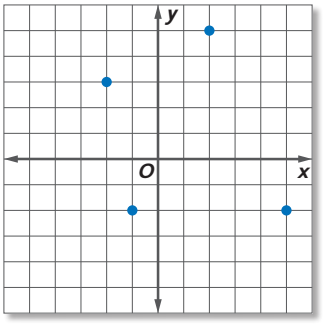
## مثال 1 تمثيلات علاقة

**a. عبّر عن {(2, 5), (−2, 3), (5, −2), (−1, −2)} على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط.**

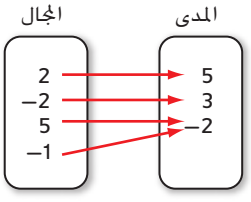
**الجدول**
ضع إحداثيات $x$ في العمود الأول في الجدول. ضع إحداثيات $y$ المقابلة في العمود الثاني في الجدول.

| x | y |
|---|---|
| 2 | 5 |
| −2 | 3 |
| 5 | −2 |
| −1 | −2 |

**التمثيل البياني**
مثّل كل زوج مرتب بيانيًا على مستوى إحداثي.




**المخطط**
أدرج قيم $x$ في المجال وقيم $y$ في المدى. ارسم أسهمًا من قيم $x$ في المجال إلى قيم $y$ المقابلة في المدى.




**b. حدد مجال العلاقة ومداها.**

مجال العلاقة هو {2, −2, 5, −1} مدى العلاقة هو {5, 3, −2}

### تمرين موجه

**1A.** عبّر عن {(4, −3), (3, 2), (−4, 1), (0, −3)} على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط.

**1B.** حدد المجال والمدى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في العلاقة، تُسمى قيمة المتغير التي تحدد المُخرَج **المتغير المستقل**. المتغير ذو القيمة المعتمدة على قيمة المتغير المستقل يُسمى **المتغير التابع**. يحتوي المجال على قيم المتغير المستقل. يحتوي المدى على قيم المتغير التابع.

## مثال 2 من الحياة اليومية المتغيرات المستقلة والتابعة

**حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

**a. كرة القدم تبيع لجنة كرة القدم تذاكر بطولة الخريف. كلما زادت التذاكر التي يبيعونها، زاد مقدار المال الذي يمكنهم إنفاقه على الديكورات.**

عدد التذاكر المبيعة هو المتغير المستقل لأنه لا يتأثر بالمال الذي تم إنفاقه على الديكورات. المال الذي يتم إنفاقه على الديكورات هو المتغير التابع لأنه يعتمد على عدد التذاكر المبيعة.

**b. الأفلام زاد متوسط سعر الذهاب لمشاهدة الأفلام عمومًا بشكل ثابت عبر الزمن.**

الزمن هو المتغير المستقل لأنه لا يتأثر بتكلفة حضور الأفلام. سعر الذهاب لمشاهدة الأفلام هو المتغير التابع لأنه يتأثر بالزمن.

### تمرين موجه

**حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

**2A.** يزيد ضغط الهواء داخل الإطار مع درجة الحرارة.

**2B.** مع زيادة مقدار المطر، يزيد مستوى ماء النهر.

### رابط من الحياة اليومية

في عام 1948، كانت تذكرة السينما تتكلف $0.36. في عام 2008، كان متوسط سعر التذكرة في الولايات المتحدة $7.18.

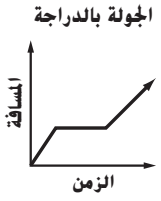
**المصدر:** الاتحاد الوطني لمالكي دور السينما

## 2 التمثيلات البيانية لعلاقة

يمكن تمثيل علاقة بيانيًا بدون مقياس على أي من المحورين. يمكن تفسير هذه التمثيلات البيانية عن طريق تحليل شكلها.

## مثال 3 تحليل التمثيلات البيانية

**يوضح التمثيل البياني المسافة التي قطعتها فاطمة على دراجتها. صف ما يحدث في التمثيل البياني.**




مع زيادة الزمن، تزيد المسافة إلى أن يصبح التمثيل البياني خطًا أفقيًا.

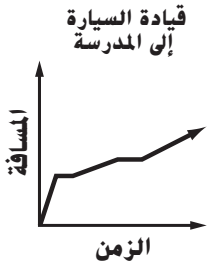
إذًا، فالزمن يزيد لكن المسافة تظل ثابتة.

توقفت فاطمة عند هذا القسم. ثم واصلت قيادة دراجتها.

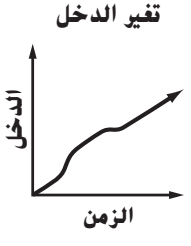
### تمرين موجه

**صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.**

**3A.**




**3B.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **عبّر عن كل علاقة على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط. ثم حدد المجال والمدى.**

1. $\{(4, 3), (-2, 2), (5, -6)\}$
2. $\{(5, -7), (-1, 4), (0, -5), (-2, 3)\}$

**مثال 2** **حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

3. زيادة درجة حرارة أحد المكونات داخل حاوية مغلقة تؤدي إلى زيادة الضغط داخل الحاوية المغلقة.

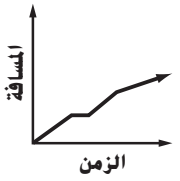
4. يستخدم هاتف أحمد الخلوي جزءًا من باقة الأسرة. إذا استخدم دقائق أكثر من حصته، فستتوفر دقائق أقل لبقية أسرته.

5. يشتري جمال تذاكر حفلة إنشاد لنفسه وأصدقائه. كلما اشترى تذاكر أكثر لحفل الإنشاد، زادت التكلفة.

6. يقدم أحد المتاجر تخفيضات في عطلة عيد العمال. كلما زادت المشتريات، زادت الأرباح.

**مثال 3** **وضع النماذج صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.**

7. يوضح التمثيل البياني المسافة التي يقطعها فريق الركض أثناء تدريب.




8. يوضح التمثيل البياني العوائد التي يحققها متجر عبر الإنترنت.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **عبّر عن كل علاقة على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط. ثم حدد المجال والمدى.**

9. $\{(0, 0), (-3, 2), (6, 4), (-1, 1)\}$
10. $\{(5, 2), (5, 6), (3, -2), (0, -2)\}$
11. $\{(6, 1), (4, -3), (3, 2), (-1, -3)\}$
12. $\{(-1, 3), (3, -6), (-1, -8), (-3, -7)\}$
13. $\{(6, 7), (3, -2), (8, 8), (-6, 2), (2, -6)\}$
14. $\{(4, -3), (1, 3), (7, -2), (2, -2), (1, 5)\}$

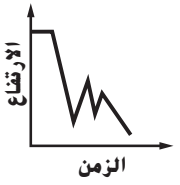
**مثال 2** **حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

15. تعقد فصول اللغة الإسبانية غداءً مشتركًا. على كل طالب يحضر أن يجلب طبقًا جانبيًا أو طبق حلوى إسبانيًا. كلما زاد عدد الطلاب الحاضرين، زاد الطعام الموجود.

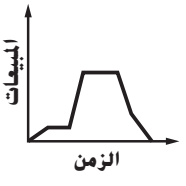
16. كلما قدت سيارتك بسرعة أكبر، زاد الوقت المطلوب لتتوقف تمامًا.

**مثال 3** **وضع النماذج صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.**

17. يوضح التمثيل البياني ارتفاع القافز بالحبل.



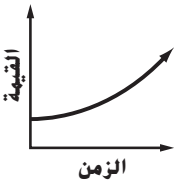

18. يوضح التمثيل البياني مبيعات منسقي الحدائق.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

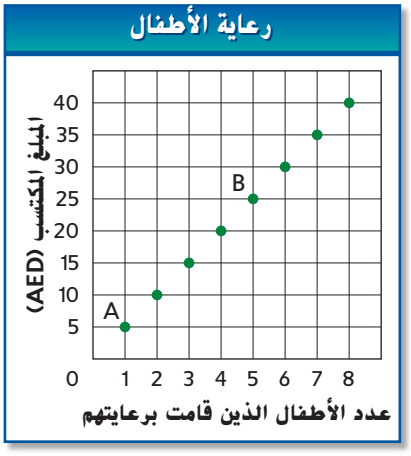
**وضع النماذج** صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.

19 يوضح التمثيل البياني قيمة بطاقة بيسبول نادرة.




20. يوضح التمثيل البياني المسافة التي قطعتها رحلة ممتدة بالسيارة.

**في التمارين 23-21، استخدم التمثيل البياني الموجود على اليسار.**

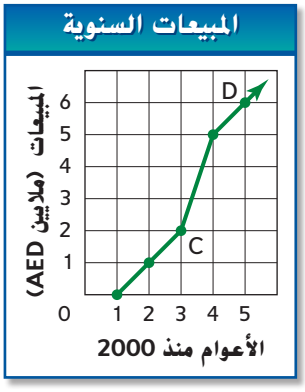



21. حدد الزوج المرتب عند النقطة $A$ واشرح ما يمثله.

22. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة $B$ واشرح ما يمثله.

23. حدد المتغيرين المستقل والتابع في العلاقة.

**في التمارين 26-24، استخدم التمثيل البياني الموجود على اليسار.**




24. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة $C$ واشرح ما يمثله.

25. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة $D$ واشرح ما يمثله.

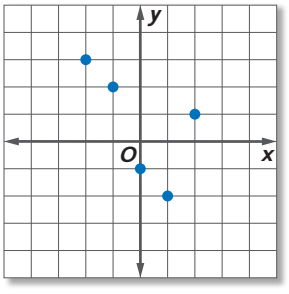
26. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

**عبّر عن كل علاقة في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. صِف المجال والمدى.**

27.

| شراء أسماك زينة | |
|---|---|
| التكلفة الإجمالية | عدد الأسماك |
| 2.50 AED | 1 |
| 4.50 AED | 2 |
| 10.50 AED | 5 |
| 16.50 AED | 8 |

28.

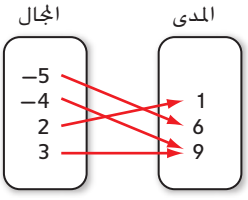



**عبّر عن العلاقة في كل جدول أو مخطط أو تمثيل بياني في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.**

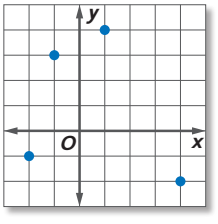
29.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 4 | −1 |
| 8 | 9 |
| −2 | −6 |
| 7 | −3 |

30.




31.

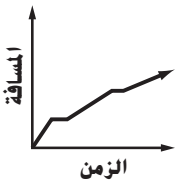



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**32. الرياضة** في سباق ثلاثي، يسبح الرياضيون 2.4 ميل ويقودون الدراجة 112 ميلاً ويركضون 26.2 ميلاً. يشمل وقتهم الإجمالي الوقت المستغرق في الانتقال من نشاط إلى التالي. ما التمثيل البياني الذي يعبّر عن مشارك في سباق ثلاثي بالشكل الأفضل؟ اشرح.

**التمثيل البياني A**

**التمثيل البياني B**




**التمثيل البياني C**

**صمم تمثيلاً بيانيًا لكل موقف.**

**33. التحف** ارتفعت قيمة ساعة عتيقة يزيد عمرها على 100 عام عن قيمة شرائها لأول مرة.

**34. السيارة** تنخفض قيمة السيارة مع الاستهلاك. تنخفض القيمة بسرعة في الأعوام القليلة الأولى.

**35. العقارات** ترتفع قيمة المنزل في العادة مع الوقت.

**36. التدريب** ينوع الرياضي بين الركض والمشي أثناء التدريب.

**37. علم وظائف الأعضاء** يحتوي جسم الشخص البالغ في العادة على رطلين من الماء لكل 3 أرطال من وزن الجسم. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $w = 2\left(\frac{b}{3}\right)$، حيث $w$ هو وزن الماء بالأرطال و$b$ هو وزن الجسم بالأرطال.

**a.** ضع جدولاً يوضح العلاقة بين الجسم ووزن الماء للأشخاص الذين تبلغ أوزانهم 100 و105 و110 و115 و120 و125 و130 رطلاً. قرّب إلى أقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.

**b.** ما المتغيران المستقل والتابع؟

**c.** اذكر المجال والمدى ثم مثّل العلاقة بيانيًا.

**d.** اعكس المتغيرات المستقلة والتابعة. مثّل هذه العلاقة بيانيًا. اشرح ما يشير إليه التمثيل البياني في هذه الحالة.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

**38. مسألة غير محددة الإجابة** صِف موقفًا من الحياة اليومية يمكن تمثيله باستخدام علاقة وناقش كيفية اعتماد إحدى الكميات في العلاقة على الأخرى. ثم مثّل العلاقة بثلاث طرق مختلفة.

**39. مسألة تحفيزية** صِف موقفًا من الحياة اليومية حيث من المنطقي أن يتم إدراج عدد سالب في المجال أو المدى.

**40. الدقة** قارن وبيّن الفرق بين المتغيرين التابع والمستقل.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 7 |

**41. مسألة تحفيزية** يمثل الجدول علاقة. مثّل الأزواج المرتبة بيانيًا. ثم اعكس الإحداثي $y$ والإحداثي $x$ في كل زوج مرتب. مثّل هذه الأزواج المرتبة بيانيًا على مستوى الإحداثي نفسه. ارسم الخط $y = x$ بيانيًا. صف العلاقة بين مجموعتي الأزواج المرتبة.

**42. الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات الخاصة بضغط الماء في الصفحة 40 لتوضيح الفارق بين المتغيرين المستقل والتابع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## تمرين على الاختبار المعياري

**43.** أجرى موظفو كافيتريا إحدى المدارس استبيانًا على 250 طالبًا يسألونهم عن المشروب الذي تناولوه مع الغداء. واستخدموا البيانات لإنشاء الجدول أدناه.

| المشروب | عدد الطلاب |
|---|---|
| حليب | 38 |
| حليب بالشيكولاتة | 112 |
| عصير | 75 |
| ماء | 25 |

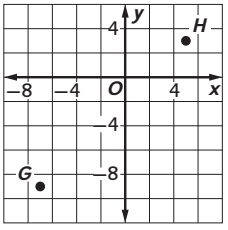
ما النسبة المئوية للطلاب الذين فضلوا شرب العصير مع الغداء في الاستبيان؟

**A** 25%
**B** 30%
**C** 35%
**D** 40%

**44.** أي مما يلي يعادل $6(3 - g) + 2(11 - g)$؟

**F** $2(20 - g)$
**G** $8(14 - g)$
**H** $8(5 - g)$
**J** $40 - g$

**45. إجابة قصيرة** يريد جابر وهيثم بناء دار مناسبات في نقطة وسط بين منزليهما. إذا كان منزل جابر يقع عند النقطة $G$ ومنزل هيثم يقع عند النقطة $H$، فماذا ستكون إحداثيات دار المناسبات؟




**46.** إذا كانت $3b = 2b$، فأي مما يلي صحيح؟

**A** $b = 0$
**B** $b = \frac{2}{3}$
**C** $b = 1$
**D** $b = \frac{3}{2}$

## مراجعة شاملة

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.** (الدرس 5-1)

**47.** $6(a + 5) = 42$

**48.** $92 = k + 11$

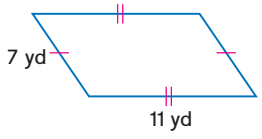
**49.** $17 = \frac{45}{w} + 2$

**50. منطاد الهواء الساخن** يعرض مالك منطاد يعمل بالهواء الساخن 150 AED على الرحلة لمدة ساعة. إذا أطلق 6 رحلات يوم الجمعة و5 رحلات يوم السبت، فاكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لوصف إجمالي دخله في الإجازة الأسبوعية. (الدروس من 4-1)

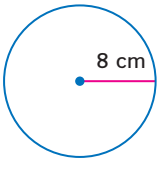
**51. الحلوى** تحتوي حقيبة حلوى على 19 قطعة حلوى بنكهة الكرز و13 بنكهة العنب و13 بنكهة التفاح الحامض و15 بنكهة الفراولة و9 بنكهة البرتقال. ما احتمالية اختيار قطعة حلوى بنكهة التفاح الحامض؟ (الدرس 11-0)

**أوجد محيط كل شكل مما يلي.** (الدرس 7-0)

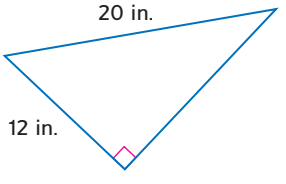
**52.**




**53.**




**54.**




## مراجعة المهارات

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**55.** $8^2$

**56.** $(-6)^2$

**57.** $(2.5)^2$

**58.** $(-1.8)^2$

**59.** $(3 + 4)^2$

**60.** $(1 - 4)^2$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 7-1

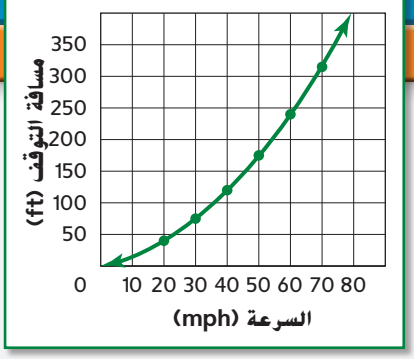
# الدوال

**السابق**
- حللت المعادلات بعناصر من مجموعة الإحلال.

**الحالي**
1. تحديد ما إذا كانت العلاقة دالة.
2. إيجاد قيم الدالة.

**لماذا؟**
- المسافة التي تقطعها سيارة من لحظة الضغط على المكابح حتى التوقف الكامل للسيارة هي مسافة التوقف؛ وهذا يشمل الزمن الذي يستغرقه رد فعل السائق. كلما كانت سرعة السيارة أكبر، زادت مسافة التوقف. مسافة التوقف هي دالة لسرعة السيارة.

**مسافة التوقف لسيارة الركاب**



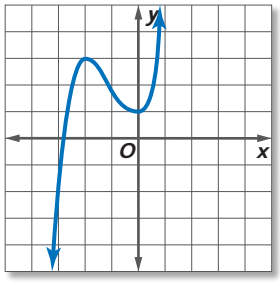

## 1 تحديد الدوال

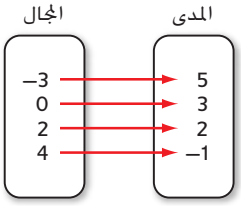
**الدالة** هي العلاقة بين المدخل والمُخرج. في الدالة، هناك مخرج واحد فقط لكل مدخل.

### مفهوم أساسي الدالة

**الشرح** الدالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد *بالضبط* في المدى.

**أمثلة**

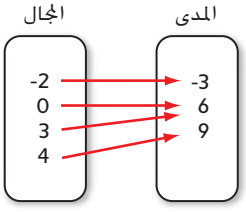



### مثال 1 تحديد الدوال

**حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.**

**a.**




لكل عنصر في المجال، هناك عنصر واحد فقط في المدى. لهذا يمثل هذا المخطط دالة. لا يهم ما إذا كان أكثر من عنصر في المجال مقترنًا بعنصر واحد في المدى.

**b.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| المجال | 1 | 3 | 5 | 1 |
| المدى | 4 | 2 | 4 | −4 |

العنصر 1 في المجال مقترن بكل من 4 و−4 في المدى. لذلك عندما $x$ تساوي 1، فهناك أكثر من قيمة محتملة لـ $y$. هذه العلاقة ليست دالة.

**تمرين موجه**

1. $\{(2, 1), (3, -2), (3, 1), (2, -2)\}$

## مفردات جديدة

**الدالة** (function)
**دالة متقطعة** (discrete function)
**دالة متصلة** (continuous function)
**اختبار المستقيم الرأسي** (vertical line test)
**تسمية الدالة** (function notation)
**دالة غير خطية** (nonlinear function)

**ممارسات رياضية**
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يكون التمثيل البياني الذي يتألف من نقاط غير متصلة **دالة متقطعة**.
الدالة الممثلة بيانيًا بخط أو منحنى متدرج تكون **دالة متصلة**.

## مثال 2 من الحياة اليومية تصميم التمثيلات البيانية

**نحت الجليد في مسابقة لنحت الجليد، تم قياس ارتفاع كل نحت للتأكد من أنه في نطاق الارتفاع المحدد بين 0 و6 أقدام. كانت القياسات كالتالي: الفريق 1، 4 أقدام؛ الفريق 2، 4.5 قدم؛ الفريق 3، 3.2 قدم؛ الفريق 4، 5.1 أقدام؛ الفريق 5، 4.8 أقدام.**

**a. أنشئ جدولاً بالقيم يوضح العلاقة بين فريق نحت الجليد وارتفاع نحتهم.**

| رقم الفريق | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| الارتفاع (ft) | 4 | 4.5 | 3.2 | 5.1 | 4.8 |

**b. حدد مجال الدالة ومداها.**

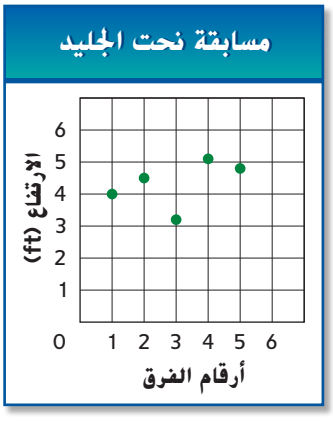
مجال الدالة هو {1, 2, 3, 4, 5} لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير المستقل. لا يتأثر بالارتفاعات.

مدى الدالة هو {4, 4.5, 3.2, 5.1, 4.8} لأن هذه المجموعة تمثل قيم المتغير التابع. تعتمد هذه القيمة على رقم الفريق.

**c. اكتب البيانات في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. ثم مثّل البيانات بيانيًا.**

استخدم الجدول. رقم الفريق هو المتغير المستقل وارتفاع النحت هو المتغير التابع. ولهذا فالأزواج المرتبة هي (1, 4) و(2, 4.5) و(3, 3.2) و(4, 5.1) و(5, 4.8).

بما أن أرقام الفرق وارتفاعات نحتهم لا يمكن أن تكون بين النقاط المذكورة، ينبغي ألا تكون النقاط متصلة.




**d. حدد ما إذا كانت الدالة *متقطعة* أم *متصلة*. اشرح استنتاجك.**

لأن النقاط غير متصلة، فالدالة متقطعة.

### رابط من الحياة اليومية

فندق الجليد الموجود في دائرة القطب الشمالي في السويد، فندق مصنوع من الجليد. يعمل الجليد على عزل الفندق الذي على شكل كوخ إسكيمو بحيث لا تقل درجة الحرارة عن −8°C

**المصدر:** فندق الجليد

### تمرين موجه

**2. يتسع صندوق طعام الطيور لكمية تبلغ 3 أرباع من الحبوب. يزن صندوق الطعام 2.3 رطل عندما يكون فارغًا و13.4 رطلاً عندما يكون ممتلئًا.**

**A.** أنشئ جدولاً يضم صندوق طعام طيور يحتوي على 0 و1 و2 و3 أرباع من الحبوب ويزن 2.3 و6 و9.7 و13.4 رطلاً على التوالي.

**B.** حدد مجال الدالة ومداها.

**C.** اكتب البيانات في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. ثم مثّل البيانات بيانيًا.

**D.** حدد ما إذا كانت الدالة *متقطعة* أم *متصلة*. اشرح استنتاجك.

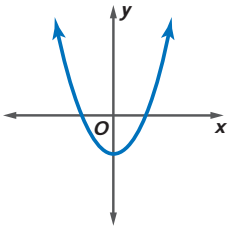
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة دراسية**

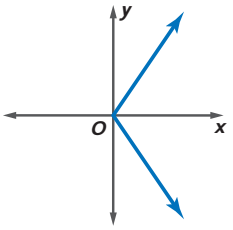
**اختبار المستقيم الرأسي** من طرق إجراء اختبار المستقيم الرأسي استخدام قلم رصاص. ضع قلمك الرصاص رأسيًا على التمثيل البياني وحرّكه من اليسار إلى اليمين. إذا مر القلم الرصاص فوق التمثيل البياني في مكان واحد فقط، فالتمثيل البياني يمثل دالة.

يمكنك استخدام **اختبار المستقيم الرأسي** لترى ما إذا كان التمثيل البياني يعبّر عن دالة. إذا تقاطع المستقيم الرأسي مع التمثيل البياني أكثر من مرة، فالتمثيل البياني ليس دالة. ما عدا ذلك، تكون العلاقة دالة.

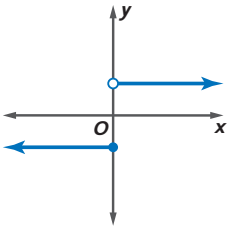
**دالة**




**ليست دالة**




**دالة**



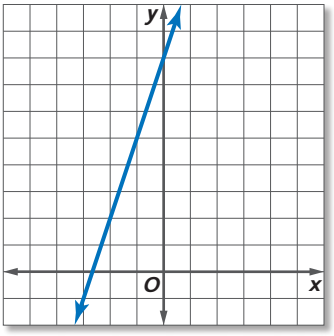

تَذَكر أن المعادلة تمثل علاقة. ويمكن أيضًا أن تُمثل المعادلات دوالاً. كل حل في المعادلة يتمثل في نقطة على تمثيل بياني. التمثيل البياني لمعادلة هو مجموعة حلولها بالكامل، والتي غالبًا ما تشكل منحنى أو خطًا.

## مثال 3 المعادلات كدوال

**حدد ما إذا كانت $-3x + y = 8$ دالة.**

أنشئ أولاً جدولاً من القيم. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

| $x$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ |
|---|---|---|---|---|
| $y$ | $5$ | $4.5$ | $11$ | $14$ |




قم بتوصيل النقاط بتمثيل بياني متدرج لتمثيل كل حلول المعادلة. التمثيل البياني عبارة عن خط. لاستخدام اختبار المستقيم الرأسي، ضع قلمًا رصاصًا عند يسار التمثيل البياني ليعبّر عن المستقيم الرأسي. تحرك بالقلم الرصاص ببطء عبر التمثيل البياني.

لأية قيمة $x$، لا يمر المستقيم الرأسي على أكثر من نقطة واحدة في التمثيل البياني. إذًا، التمثيل البياني والمعادلة يمثلان دالة.

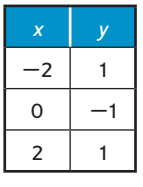
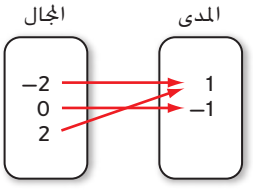
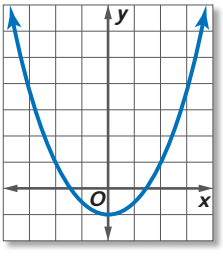
**تمرين موجه** **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

**3A.** $4x = 8$

**3B.** $4x = y + 8$

يمكن تمثيل الدالة بطرق مختلفة.

## ملخص المفهوم تمثيلات دالة

| جدول | مخطط | معادلة | تمثيل بياني |
|---|---|---|---|
|  |  | $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ |  |







حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

**نصيحة دراسية**

**تسمية الدالة** يُشار إلى الدوال بالرمز $f(x)$ هذا يُقرأ $f$ لـ $x$. يمكن استخدام حروف أخرى مثل $g$ أو $h$ لتمثيل الدوال.

## 2 إيجاد قيم الدالة

يمكن كتابة المعادلات التي تمثل دوالاً بصيغة تُسمى **تسمية الدالة**. فكّر مثلاً في $y = 3x - 8$

| المعادلة | تسمية الدالة |
|---|---|
| $y = 3x - 8$ | $f(x) = 3x - 8$ |

في الدالة، $x$ تمثل عناصر المجال، و$f(x)$ تمثل عناصر المدى. تمثيل $f(x)$ البياني هو التمثيل البياني للمعادلة $y = f(x)$ افترض أنك تريد أن تجد قيمة المدى المقابل للعنصر 5 في المجال. هذا يُكتب $f(5)$ ويُقرأ $f$ لـ 5. يتم التوصل إلى القيمة $f(5)$ عن طريق استبدال $x$ بالعدد 5 في المعادلة.

### مثال 4 قيم الدالة

**في الدالة $f(x) = -4x + 7$. أوجد قيمة كل مما يلي.**

**a.** $f(2)$

$f(2) = -4(2) + 7$ — $x = 2$

$= -8 + 7$ — اضرب

$= -1$ — اجمع

**b.** $f(-3) + 1$

$f(-3) + 1 = [-4(-3) + 7] + 1$ — $x = -3$

$= 19 + 1$ — حوّل لأبسط صورة

$= 20$ — اجمع

**تمرين موجه**

**في الدالة $f(x) = 2x - 3$. أوجد قيمة كل مما يلي.**

**4A.** $f(1)$

**4B.** $6 - f(5)$

**4C.** $f(-2)$

**4D.** $f(-1) + f(2)$

الدالة التي تمثيلها البياني ليس خطًا مستقيمًا هي **دالة غير خطية**.

### مثال 5 قيم الدالة غير الخطية

**إذا كانت $h(t) = -16t^2 + 68t + 2$. فأوجد قيمة كل مما يلي.**

**a.** $h(4)$

$h(4) = -16(4)^2 + 68(4) + 2$ — عوّض $t$ بالعدد 4

$= -256 + 272 + 2$ — اضرب

$= 18$ — اجمع

**b.** $2[h(g)]$

$2[h(g)] = 2[-16(g)^2 + 68(g) + 2]$ — عوّض $t$ بـ $g$

$= 2(-16g^2 + 68g + 2)$ — حوّل لأبسط صورة

$= -32g^2 + 136g + 4$ — خاصية التوزيع

**تمرين موجه**

**إذا كانت $f(t) = 2t^3$. فأوجد قيمة كل مما يلي.**

**5A.** $f(4)$

**5B.** $3[f(t)] + 2$

**5C.** $f(-5)$

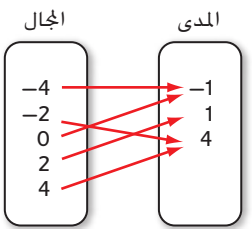
**5D.** $f(-3) - f(1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## التحقق من فهمك

**المثالان 1، 3** **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.**

1.



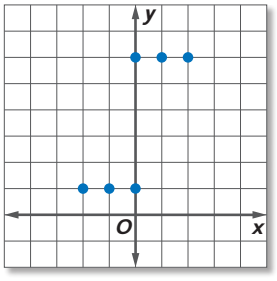

2.

| المجال | المدى |
|---|---|
| 2 | 6 |
| 5 | 7 |
| 6 | 9 |
| 6 | 10 |

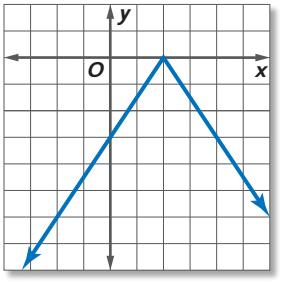
3. $\{(2, 2), (-1, 5), (5, 2), (2, -4)\}$

4. $y = \frac{1}{2}x - 6$

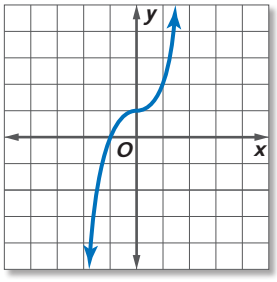
5.



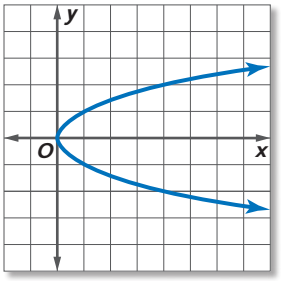

6.




7.




8.




**مثال 2**

9. **الالتحاق بالمدارس** يوضح الجدول إجمالي عدد الطلاب الملتحقين بالمدارس في مدارس الولايات المتحدة الحكومية.

| العام الدراسي | 2004-05 | 2005-06 | 2006-07 | 2007-08 |
|---|---|---|---|---|
| الالتحاق (بالآلاف) | 48,560 | 48,710 | 48,948 | 49,091 |

*المصدر: كتاب The World Almanac*

**a.** اكتب مجموعة من الأزواج المرتبة التي تمثل البيانات الموجودة في الجدول إذا كانت $x$ هي عدد سنوات الدراسة منذ 2004-2005.

**b.** ضع تمثيلاً بيانيًا يوضح العلاقة بين العام والالتحاق.

**c.** صف مجال البيانات ومداها.

10. **الاستنتاج** تكلفة إرسال صور الهاتف الخلوي يمثلها $y = 0.25x$. حيث $x$ هي عدد الصور التي ترسلها و$y$ هي التكلفة بالدرهم.

**a.** اكتب المعادلة بتسمية الدالة . فسّر الدالة من حيث السياق.

**b.** أوجد $f(5)$ و$f(12)$ ما الذي تمثله هذه القيم؟

**c.** حدد مجال هذه الدالة ومداها.

**المثالان 4-5** **إذا كانت $f(x) = 6x + 7$ و$g(x) = x^2 - 4$. فأوجد قيمة كل مما يلي.**

11. $f(-3)$
12. $f(m)$
13. $f(r - 2)$
14. $g(5)$
15. $g(a) + 9$
16. $g(-4t)$
17. $f(q + 1)$
18. $f(2) + g(2)$
19. $g(-b)$

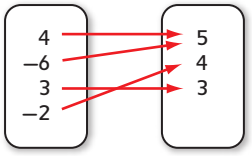


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

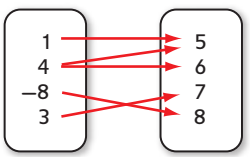
## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة. اشرح.**

**20.**




**21.**



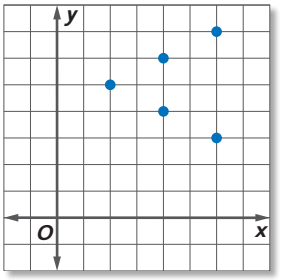

**22.**

| المجال | المدى |
|---|---|
| 4 | 6 |
| −5 | 3 |
| 6 | −3 |
| −5 | 5 |

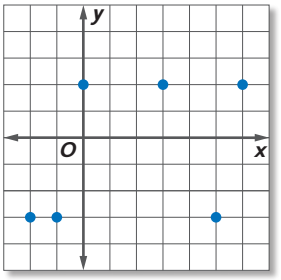
**23.**

| المجال | المدى |
|---|---|
| −4 | 2 |
| 3 | −5 |
| 4 | 2 |
| 9 | −7 |
| −3 | −5 |

**24.**




**25.**




**مثال 2** **26. الاستنتاج المنطقي** يوضح الجدول متوسط أسعار المنازل في الولايات المتحدة من عام 2007 إلى 2009.

| العام | متوسط سعر المنزل (AED) |
|---|---|
| 2007 | 234,300 |
| 2008 | 213,200 |
| 2009 | 212,200 |

**a.** اكتب مجموعة من الأزواج المرتبة التي تمثل البيانات في الجدول.

**b.** ضع رسمًا بيانيًا يوضح العلاقة بين العام والسعر.

**c.** ما مجال هذه البيانات ومداها؟

**مثال 3** **حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

**27.** $\{(5, -7), (6, -7), (-8, -1), (0, -1)\}$

**28.** $\{(4, 5), (3, -2), (-2, 5), (4, 7)\}$

**29.** $y = -8$

**30.** $x = 15$

**31.** $y = 3x - 2$

**32.** $y = 3x + 2y$

**المثالان 4-5** **إذا كانت** $f(x) = -2x - 3$ **و** $g(x) = x^2 + 5x$. **فأوجد قيمة كل مما يلي.**

**33.** $f(-1)$

**34.** $f(6)$

**35.** $g(2)$

**36.** $g(-3)$

**37.** $g(-2) + 2$

**38.** $f(0) - 7$

**39.** $f(4y)$

**40.** $g(-6m)$

**41.** $f(c - 5)$

**42.** $f(r + 2)$

**43.** $5[f(d)]$

**44.** $3[g(n)]$

**45 التعليم يمكن تمثيل متوسط** درجات اختبار الرياضيات الوطني $f(t)$ لمن تبلغ أعمارهم 17 عامًا في شكل دالة لدرجات اختبار العلوم الوطني $t$ باستخدام $f(t) = 0.8t + 72$

**a.** مثّل هذه الدالة بيانيًا. فسّر الدالة من حيث السياق.

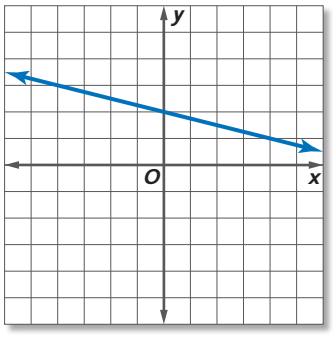
**b.** ما درجة العلوم التي تقابل درجة الرياضيات 308؟

**c.** ما مجال هذه الدالة ومداها؟

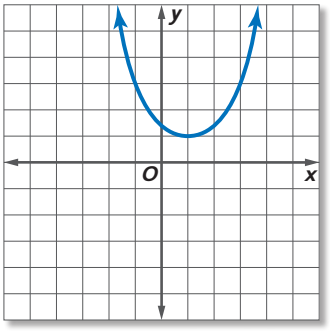
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

**حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

46.




47




48. **مجالسة الأطفال** تكسب داليا 7.50 AED في الساعة مقابل رعاية الأطفال.

**a.** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل المال الذي ستكسبه داليا إذا عملت $h$ ساعات.

**b.** اختر خمس قيم لعدد الساعات التي تستطيع داليا عملها. أنشئ جدولاً يحتوي على $h$ ومقدار المال الذي ستكسبه في ذلك الزمن.

**c.** استخدم القيم في جدولك لإنشاء تمثيل بياني.

**d.** هل من المنطقي توصيل النقاط في تمثيلك البياني بخط؟ علل إجابتك سواء كانت بالإيجاب أم السلب.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مجموعة من ثلاثة أزواج مرتبة تمثل دالة. اختر عرضًا آخر يمثل هذه الدالة.

50. **الاستنتاج** تمثل مجموعة الأزواج المرتبة $\{(0, 1), (3, 2), (3, -5), (5, 4)\}$ علاقة بين $x$ و$y$. مثّل مجموعة الأزواج المرتبة بيانيًا. حدد ما إذا كانت العلاقة دالة. اشرح.

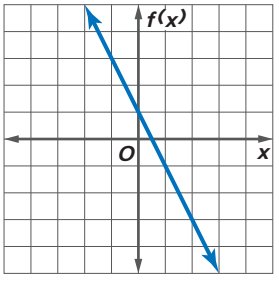
51. **مسألة تحفيزية** اعتبر أن $f(x) = -4.3x - 2$ اكتب $f(g + 3.5)$ وحولها لأبسط صورة عن طريق تجميع الحدود المتشابهة.

52. **كتابة سؤال** وضعت إحدى الزميلات في الصف تمثيلاً بيانيًا للأزواج المرتبة واستخدمت اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كانت دالة. اكتب سؤالاً لتساعدها على تحديد ما إذا كان يمكن اتباع الإستراتيجية نفسها مع مخطط.

53. **المثابرة** إذا كانت $f(3b - 1) = 9b - 1$. فأوجد تعبيرًا محتملًا للدالة $f(x)$

54. **تحليل الخطأ** يعتقد علي أن $f(x)$ و$g(x)$ تمثيلان لنفس الدالة. تختلف ميسون معه. من على حق؟ اشرح استنتاجك.

| $x$ | $g(x)$ |
|---|---|
| −1 | 1 |
| 0 | −1 |
| 1 | −3 |
| 2 | −5 |
| 3 | 7− |

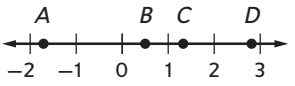



55. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل دالة؟

McGraw-Hill Education مؤسسة لمحفوظة لمحفوظة © والتأليف الطبع حقوق

## تمرين على الاختبار المعياري

**56.** أي نقطة على خط الأعداد تمثل عددًا تربيعه أصغر منه؟



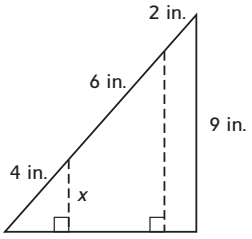

**A** $A$
**B** $B$
**C** $C$
**D** $D$

**57.** حدد أيًا من العلاقات التالية دالة.

**F** $\{(-3, 2), (4, 1), (-3, 5)\}$
**G** $\{(2, -1), (4, -1), (2, 6)\}$
**H** $\{(-3, -4), (-3, 6), (8, -2)\}$
**J** $\{(5, -1), (3, -2), (-2, -2)\}$

**58. علم الهندسة** ما قيمة $x$؟

**A** 3 in
**B** 4 in
**C** 5 in
**D** 6 in




**59. إجابة قصيرة** نجحت كريمة في 16 من 19 إرسال لها في مباراتها الأولى في الكرة الطائرة. نجحت في 13 من 16 إرسالاً لها في مباراتها الثانية. في أي مباراة حققت نسبة مئوية أكبر من إرسالاتها؟

## مراجعة شاملة

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.** (الدرس 1-5)

**60.** $x = \dfrac{27 + 3}{10}$

**61.** $m = \dfrac{3^2 + 4}{7 - 5}$

**62.** $z = 32 + 4(-3)$

**63. الأدوات المدرسية** يوضح الجدول أسعار بعض الأدوات التي يحتاجها تامر. إذا كان يحتاج 4 لاصقات صمغ و10 أقلام رصاص و4 دفاتر، فاكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لتحديد التكلفة التي سيدفعها تامر. (الدروس 1-4)

| أسعار الأدوات المدرسية | |
|---|---|
| لاصقات صمغ | 1.99 AED |
| قلم رصاص | 0.25 AED |
| دفتر | 1.85 AED |

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.** (الدرس 1-1)

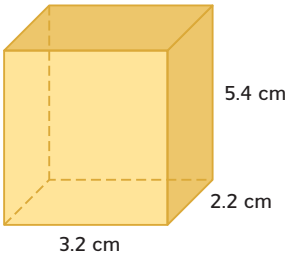
**64.** $4y + 2$

**65.** $\dfrac{2}{3}x$

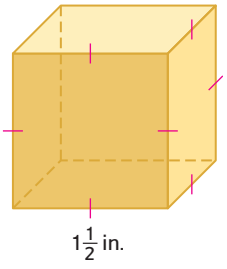
**66.** $a^2b + 5$

**أوجدحجم كل منشور مستطيل مما يلي.** (الدرس 9-0)

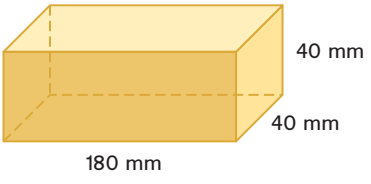
**67.**




**68.**




**69.**




## مراجعة المهارات

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**70.** إذا كانت $x = 3$، فإن $6x - 5 =$ ؟

**71.** إذا كانت $n = -1$، فإن $2n + 1 =$ ؟

**72.** إذا كانت $p = 4$، فإن $3p + 4 =$ ؟

**73.** إذا كانت $q = 7$، فإن $7q - 9 =$ ؟

**74.** إذا كانت $k = -11$، فإن $4k + 6 =$ ؟

**75.** إذا كانت $y = 10$، فإن $8y - 15 =$ ؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# مختبر تقنية التمثيل البياني
# تمثيل الدوال

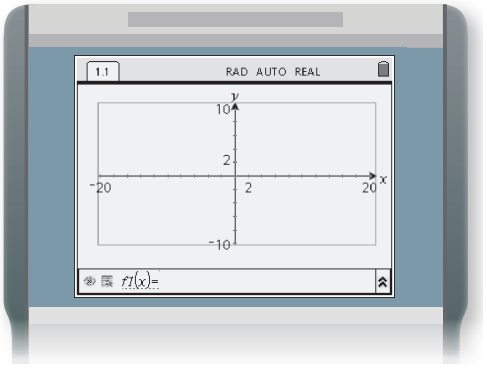
استكشف الطرق المختلفة لتمثيل دالة.

**ممارسات رياضية**
**استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية**

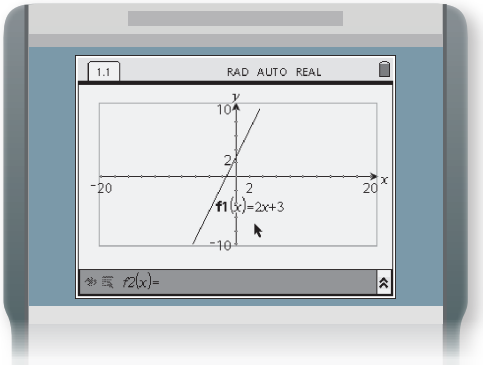
## نشاط

**مثّل $f(x) = 2x + 3$ بيانيًا على الحاسبة البيانية.**

**الخطوة 1** أضف صفحة **تمثيلات بيانية** جديدة.

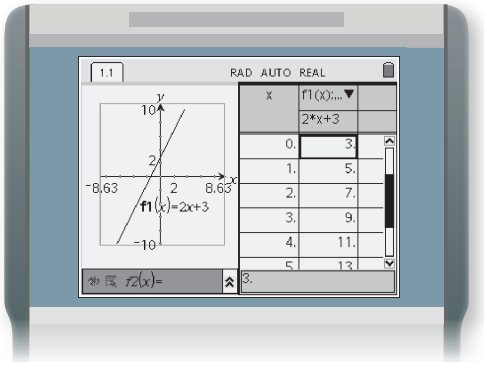



**الخطوة 2** أدخل $2x + 3$ في خط الإدخال.

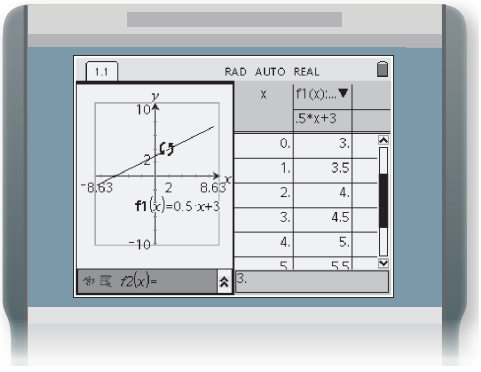



**مثّل الدالة كجدول.**

**الخطوة 4** أضف جدولاً للقيم في نفس العرض.




**الخطوة 4** انتقل من الجدول إلى التمثيل البياني. في جانب التمثيل البياني، حدد الخط وحرّكه. لاحظ كيفية تغير القيم في الجدول.




## تحليل النتائج

**الأدوات** **مثّل كل دالة بيانيًا. أنشئ جدولاً من خمسة أزواج مرتبة تمثل الدالة أيضًا.**

1. $g(x) = -x - 3$
2. $h(x) = \frac{1}{3}x + 3$
3. $f(x) = -\frac{1}{2}x - 5$
4. $f(x) = 3x - \frac{1}{2}$
5. $g(x) = -2x + 5$
6. $h(x) = \frac{1}{5}x + 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 8-1

# تفسير التمثيلات البيانية للدوال

**السابق**
- تعرفت على الدوال وأوجدت قيم الدالة.

**الحالي**
1. تفسير التقاطعات وتناظر التمثيل البياني للدالة.
2. تفسير السلوك الموجب والسالب والتزايد والنقصان والقيم العظمى والسلوك الطرفي للتمثيل البياني للدالة.

**لماذا؟**
- ارتفعت مبيعات ألعاب الفيديو، بما في ذلك الأجهزة والبرمجيات والملحقات، في بعض الأحيان وانخفضت في أحيان أخرى على مدار سنوات. يمكن تمثيل مبيعات التجزئة لألعاب الفيديو سنويًا في الولايات المتحدة من عام 2000 إلى 2009 بالتمثيل البياني لدالة غير خطية.

## مفردات جديدة

| | |
|---|---|
| تقاطع | (intercept) |
| التقاطع مع المحور الأفقي x | (x-intercept) |
| التقاطع مع المحور الرأسي y | (y-intercept) |
| التناظر المحوري | (line symmetry) |
| موجب | (positive) |
| سالب | (negative) |
| تزايدية | (increasing) |
| تناقصية | (decreasing) |
| قيم عظمى | (extrema) |
| قيمة عظمى نسبية | (relative maximum) |
| قيمة صغرى نسبية | (relative minimum) |
| السلوك الطرفي | (end behavior) |

**ممارسات رياضية**
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها

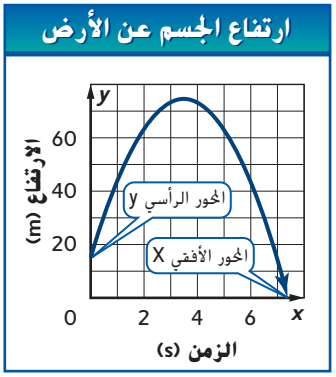
## 1 تفسير التقاطعات والتناظر

لتفسير التمثيل البياني لدالة، قدّر الخصائص الرئيسية وفسّرها.

**تقاطعات** التمثيل البياني هي نقاط يتقاطع عندها التمثيل البياني مع محور. الإحداثي y للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الرأسي y يُطلق عليه التقاطع مع المحور الرأسي **y**. وعلى نفس المنوال الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الأفقي x يُطلق عليه التقاطع مع المحور الأفقي **x**.

### مثال 1 من الحياة اليومية تفسير التقاطعات

**الفيزياء** يوضح التمثيل البياني الارتفاع **y** لجسم كدالة للوقت x. حدد الدالة باعتبارها ***خطية*** أو ***غير خطية***. ثم قدّر التقاطعات وفسّرها.



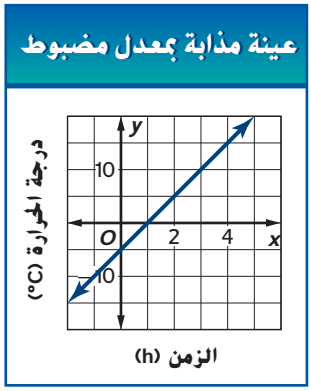

**خطية أم غير خطية:** بما أن التمثيل البياني منحنى وليس خطًا، فالتمثيل البياني غير خطي.

**التقاطع مع المحور الرأسي y:** يقطع التمثيل البياني المحور y عند النقطة (0, 15) تقريبًا. إذًا، فقيمة نقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y هي 15 تقريبًا. يعني هذا أن الجسم بدأ بارتفاع مبدئي يبلغ 15 مترًا تقريبًا فوق الأرض.

**التقاطع (التقاطعات) مع المحور الأفقي x:** يقطع التمثيل البياني المحور x عند النقطة (7.4, 0) تقريبًا. إذًا، فقيمة نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x هي 7.4 تقريبًا. يعني هذا أن الجسم لمس الأرض بعد 7.4 ثوانٍ تقريبًا.

### تمرين موجه

1. يوضح التمثيل البياني درجة الحرارة y لعينة طبية تمت إذابتها بمعدل مضبوط. حدد الدالة باعتبارها خطية أو غير خطية. ثم احسب قيمة التقاطعات وفسّرها.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

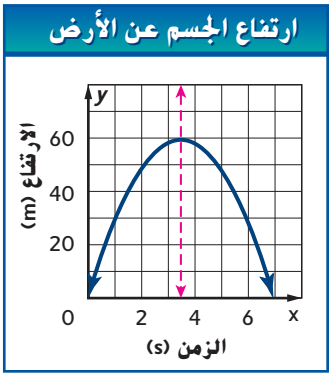
توضح التمثيلات البيانية لبعض الدوال خاصية رئيسية أخرى: التناظر. يتسم التمثيل البياني **بالتناظر المحوري** على المحور الرأسي $y$ أو خط رأسي آخر في حالة التطابق التام بين كل نصف للتمثيل البياني على جانبي الخط.

### مثال 2 من الحياة اليومية تفسير التناظر

**الفيزياء** **تحرك جسم. يوضح التمثيل البياني الارتفاع $y$ للجسم كدالة للزمن $x$.**
**صف وفسر أي تناظر.**

النصف الأيمن من التمثيل البياني هو صورة متطابقة من النصف الأيسر تقريبًا في الخط $x = 3.5$ بين $x = 0$ و$x = 7$ تقريبًا.

في سياق الموقف، يبين لك تناظر الرسم أن الزمن الذي استغرقه الجسم للارتفاع يساوي الزمن الذي استغرقه للانخفاض.




**تمرين موجه**

**2.** صف أي تناظر ظاهر في التمثيل البياني في التمرين الموجه 1 وفسّره.

**نصيحة دراسية**

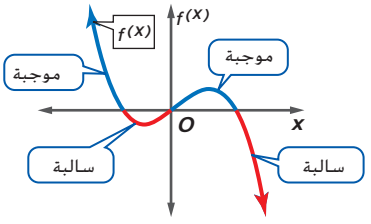
**التناظر** لا يظهر في التمثيلات البيانية لمعظم الدوال من الحياة اليومية تناظرًا على مدار المجال بالكامل. إلا أن الكثير منها تضمّن تناظرًا على مدار أقسام أصغر من المجال تستحق التحليل.

## 2 تفسير القيم العظمى والسلوك الطرفي

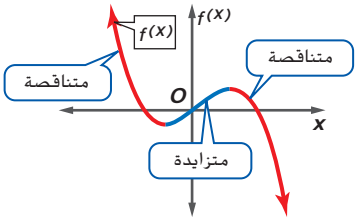
يتضمن تفسير التمثيل البياني أيضًا تقدير وتفسير مكان زيادة الدالة وانخفاضها والمكان الذي تكون فيه موجبة أو سالبة والمكان الذي تكون فيه أي قيمة في الدالة قيمة عظمى في ارتفاعها أو انخفاضها.

### المفهوم الأساسي موجبة وسالبة ومتزايدة ومتناقصة والقيمة القصوى والسلوك الطرفي

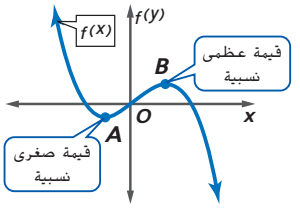
تكون الدالة **موجبة** عندما يقع التمثيل البياني لها فوق المحور الأفقي $x$ وتكون **سالبة** عندما يقع التمثيل البياني لها *أسفل* المحور الأفقي $x$.



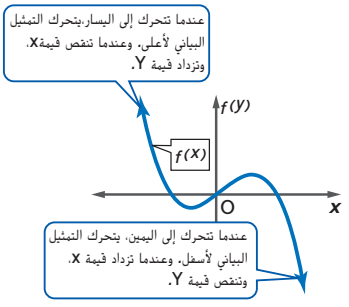

**تزداد** الدالة عندما يتحرك التمثيل البياني *لأعلى* و**تنقص** عندما يتحرك التمثيل البياني *لأسفل* عند مشاهدته من اليسار إلى اليمين.




النقاط المعروضة هي مواقع قيم دالة مرتفعة أو منخفضة نسبيًا تُسمى **القيم العظمى**.
النقطة $A$ هي **قيمة صغرى نسبية** بما أنه لا توجد في الجوار نقاط أخرى لها إحداثي $y$ أصغر.
النقطة $B$ هي **قيمة عظمى نسبية** بما أنه لا يوجد في الجوار نقاط لها إحداثي $y$ أكبر.




**السلوك الطرفي** يصف قيم الدالة عند القيم العظمى الموجبة والسالبة في المجال.



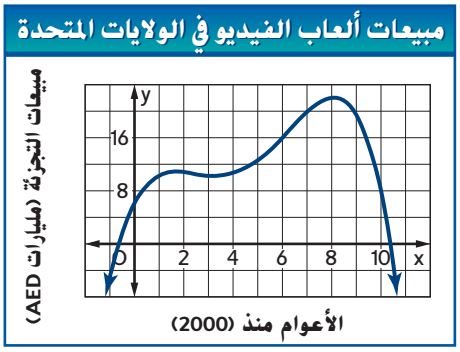

**نصيحة دراسية**

**السلوك الطرفي** يمكن وصف السلوك الطرفي لبعض التمثيلات البيانية بأنه يقترب من قيمة $y$ معينة. في هذه الحالة، يبدو قسم من التمثيل البياني كخط أفقي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## مثال 3 من الحياة اليومية تفسير القيم القصوى والسلوك الطرفي

**ألعاب الفيديو** يمكن تمثيل مبيعات التجزئة في الولايات المتحدة من ألعاب الفيديو من عام 2000 إلى 2009 بالدالة الممثلة بيانيًا على اليسار. قدر وفسر النقاط التي تكون الدالة فيها موجبة وسالبة وتزيد وتنقص وإحداثيات $x$ لأي قيم قصوى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.




**موجبة:** بين $x = -0.6$ و$x = 10.4$ **تقريبًا**

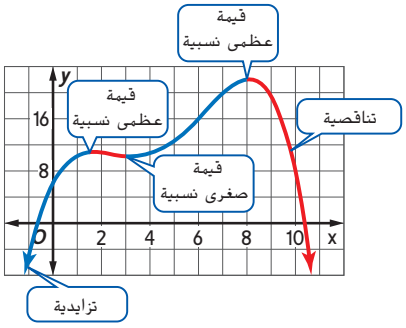
**سالبة:** عندما تكون $x < -0.6$ و$x > 10.4$ **تقريبًا**

يعني هذا أنه كانت هناك مبيعات موجبة بين عامي 2000 و2010 تقريبًا، لكن النموذج يتوقع مبيعات سلبية بعد 2010 تقريبًا؛ مما يشير إلى انهيار مستبعد للصناعة.

**تزايدية:** عندما تكون $x < 1.5$ تقريبًا وبين

$x = 3$ و$x = 8$ تقريبًا

**تناقصية:** بين $x = 2$ و$x = 3$ تقريبًا
وعندما تكون $x > 8$ تقريبًا



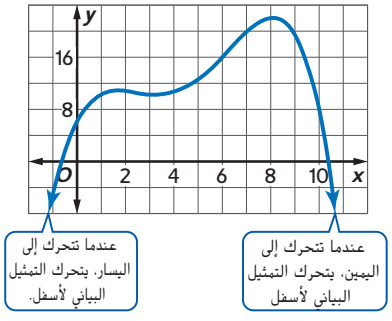

يعني هذا أن المبيعات زادت من عام 2000 إلى 2002 تقريبًا وانخفضت بين عامي 2002 و2003 وزادت بين عامي 2003 و2008 وكانت في انخفاض منذ عام 2008.

**القيم العظمى النسبية:** عندما تكون $x = 1.5$ تقريبًا و$x = 8$

**القيم الصغرى النسبية:** عندما تكون $x = 3$ **تقريبًا**

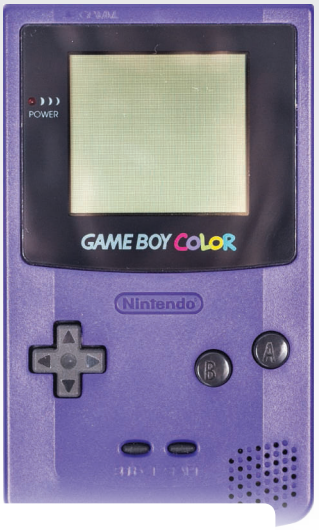
توضح القيمة العظمى في التمثيل البياني أن الصناعة شهدت ذروتين نسبيتين في المبيعات أثناء هذه الفترة: إحداهما في حدود عام 2002 بقيمة 10.5 مليارات AED تقريبًا والأخرى في حدود عام 2008 بقيمة 22 مليار AED تقريبًا. وقع انخفاض نسبي بقيمة 10 مليارات AED في المبيعات في حدود عام 2003.

**السلوك الطرفي:**
مع زيادة قيمة $x$ أو انخفاضها، تنخفض قيمة $y$.
يوضح السلوك الطرفي للرسم البياني مبيعات سالبة على مدار عدة سنوات قبل عام 2000 وعدة أعوام بعد عام 2009، وهذا مستبعد. يبدو أن هذا التمثيل البياني لا يمثل إلا المبيعات بين عامي 2000 و2009 ولا يمكن استخدامه لتوقع المبيعات في 2010.




### تمرين موجه

3. قدّر وفسر النقاط التي تكون فيها الدالة الواردة في التمرين الموجه 1 موجبة وسالبة وتزيد أو تنقص وإحداثي $x$ لأي قيم عظمى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.




### رابط من الحياة اليومية

ظهر أول نظام ألعاب فيديو محمول ناجح تم بيعه تجاريًا عام 1989 وكانت قيمته 120 AED.

**المصدر:** PCWorld

### نصيحة دراسية

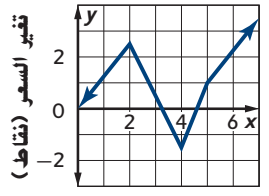
**الثابت** تكون الدالة ثابتة إذا كان التمثيل البياني لا يتحرك لأعلى أو لأسفل عند النظر إلى التمثيل البياني من اليسار أو اليمين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

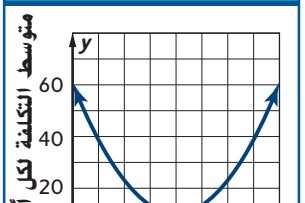
## التحقق من فهمك

**الأمثلة 1-3** **الاستنتاج المنطقي** حدد الدالة الممثلة بيانيًا باعتبارها *خطية* أو *غير خطية*. ثم قدّر وفسر تقاطعات التمثيل البياني وأي تناظر حيث الدالة فيها موجبة وسالبة وتزيد وتنقص وإحداثي $x$ لأي قيم قصوى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.

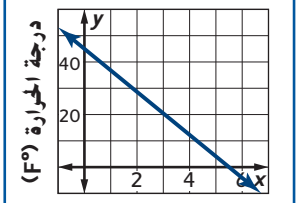
1. **قيمة الأوراق المالية**




2. **متوسط تكلفة إنتاج الأداة**



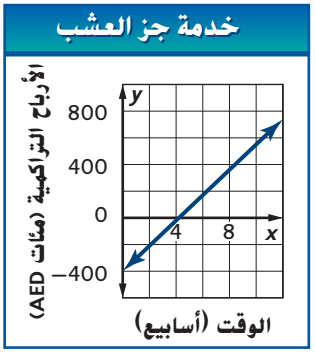

3. **تغير درجة الحرارة**




## التمرين وحل المسائل

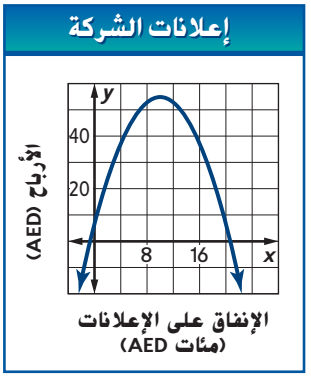
**الأمثلة 1-3** **الاستنتاج المنطقي** حدد الدالة الممثلة بيانيًا باعتبارها *خطية* أو *غير خطية*. ثم قدّر وفسر تقاطعات التمثيل البياني وأي تناظر حيث الدالة فيها موجبة وسالبة وتزيد وتنقص وإحداثي $x$ لأي قيم قصوى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.

4. **خدمة جز العشب**

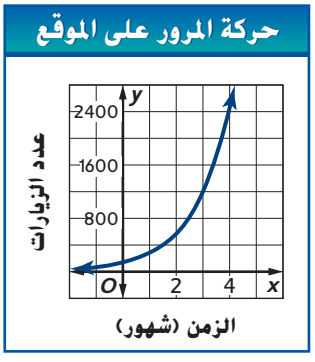



5. **انخفاض قيمة المركبة**

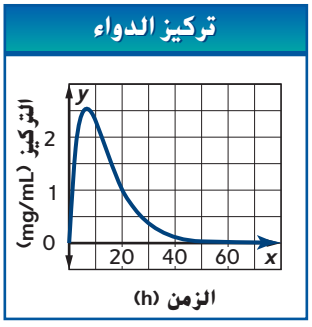
6. **إعلانات الشركة**



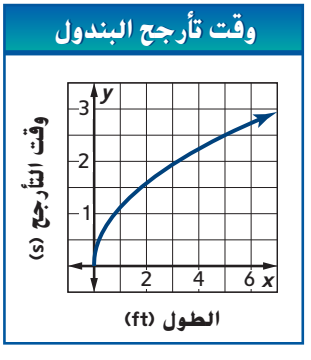

7. **حركة المرور على الموقع**




8. **تركيز الدواء**

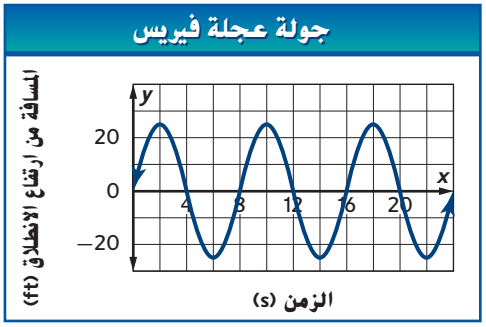



9. **وقت تأرجح البندول**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10. **عجلة فيريس** في مقدمة عجلة فيريس توجد عربة ركاب على نفس ارتفاع مركز العجلة. يتحدد الموقع $y$ بالأقدام لهذه العربة بالنسبة للمركز بعد t من الثواني من بدء التشغيل بالدالة الممثلة بيانيًا على اليسار. حدد الخصائص الرئيسية للتمثيل البياني وفسّره. (تلميح: ابحث عن نمط في التمثيل البياني ليساعدك على وصف السلوك الطرفي فيه.)




**ضع تمثيلاً بيانيًا لدالة يمكن أن تمثل كل موقف. حدد وفسّر تقاطعات التمثيل البياني، حيث التمثيل البياني يتزايد ويتناقص ويمثل أي قيمة عظمى نسبية.**

11. ارتفاع نبات الذرة من وقت غرس البذرة إلى أن يصل إلى النضج بعد 120 يومًا

12. ارتفاع كرة القدم من وقت ركلها إلى أن تصل إلى الأرض بعد 2.8 ثانية

13. المبلغ المستحق على قرض سيارة منذ تاريخ شراء السيارة إلى أن يتم بيعها بعد 4 أعوام

**ضع تمثيلات بيانية للدوال بالسمات التالية.**

14. التمثيل البياني خطي ويتقاطع مع المحور الأفقي $x$ عند $-2$. التمثيل البياني موجب عندما تكون $x < -2$، وسالب عندما تكون $x > -2$.

15. يحتوي التمثيل البياني غير الخطي على تقاطعات مع المحور الأفقي $x$ عند $-2$ و2 وتقاطع مع المحور الرأسي $y$ عند $-4$. التمثيل البياني له قيمة صغرى نسبية تبلغ $-4$ عندما تكون $x = 0$. التمثيل البياني يتناقص عندما تكون $x < 0$ ويتزايد عندما تكون $x > 0$.

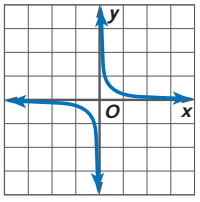
16. التمثيل البياني غير الخطي يتقاطع مع المحور الرأسي $y$ عند 2، لكن لا توجد تقاطعات مع المحور الأفقي $x$. التمثيل البياني موجب ويتزايد لجميع قيم $x$.

17. يحتوي التمثيل البياني غير الخطي على تقاطعات مع المحور الأفقي $x$ عند $-8$ و$-2$ وتقاطع مع المحور الرأسي $y$ عند 3. التمثيل البياني له قيم صغرى نسبية عند $x = -6$ و$x = 6$ وقيمة عظمى نسبية عند $x = 2$. التمثيل البياني موجب عندما تكون $x < -8$ و$x > -2$ وسالب بين $x = -8$ و$x = -2$. مع انخفاض $x$ تتزايد قيمة $y$ ومع زيادة $x$ تتزايد قيمة $y$.

## مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

18. **التفكير الناقد** تعتقد سارة أن كل الدوال الخطية لها تقاطع واحد فقط مع المحور الأفقي $x$. يعتقد أدهم أن الدالة الخطية يمكن أن يكون لها تقاطع واحد بحد أقصى مع المحور الأفقي $x$. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

19. **مسألة تحفيزية** صف السلوك الطرفي للتمثيل البياني الموضح.




20. **الاستنتاج** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أم خاطئة*. اشرح.

*الدوال لها تقاطع واحد بحد أقصى مع المحور الرأسي y.*

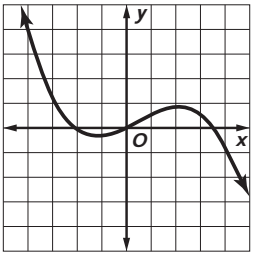
21. **مسألة غير محددة الإجابة** ضع تمثيلاً بيانيًا لدالة بقيمة عظمى نسبية واحدة وقيمة صغرى نسبية واحدة يمكن أن تمثل دالة من الحياة اليومية. صف كل محور وأدرج الوحدات الملائمة. ثم حدد القيمة القصوى النسبية لتمثيلك البياني وفسّرها.

22. **الكتابة في الرياضيات** صف الكيفية التي ستحدد بها الخصائص الرئيسية لتمثيل بياني موصوف في هذا الدرس باستخدام جدول قيم دالة.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

## تمرين على الاختبار المعياري

23. أي جملة تمثل الوصف الأمثل للسلوك الطرفي للدالة المعروضة؟




**A** مع تزايد قيمة $x$ تزيد $y$ ومع تناقص $x$ تتزايد قيمة $y$.

**B** مع تزايد قيمة $x$ تزيد $y$ ومع تناقص $x$ تتناقص قيمة $y$.

**C** مع تزايد قيمة $x$ تنخفض $y$ ومع تناقص $x$ تتزايد قيمة $y$.

**D** مع تزايد قيمة $x$ تنخفض $y$ ومع تناقص $x$ تتناقص قيمة $y$.

24. أيهم يوضح خاصية الانتقال في المعادلة؟

**F** إذا كانت $c = 1$، فإن $c \times \frac{1}{c} = 1$.

**G** إذا كانت $c = d$ و $d = f$، فإن $c = f$.

**H** إذا كانت $c = d$، فإن $d = c$.

**J** إذا كانت $c = d$ و $d = c$، فإن $c = 1$.

25. حوّل لأبسط صورة التعبير $5d(7 - 3) - 16d + 3 \times 2d$

**A** $10d$ **C** $21d$

**B** $14d$ **D** $25d$

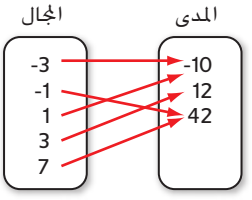
26. ما احتمالية اختيار بطاقة حمراء أو بطاقة واحدة من مجموعة أوراق قياسية؟

**F** $\frac{1}{26}$ **G** $\frac{1}{2}$ **H** $\frac{7}{13}$ **J** $\frac{15}{26}$

## مراجعة شاملة

**حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.** (الدرس 7-1)

27.



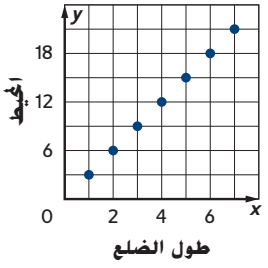

28. {(0, 2), (3, 5), (0, -1), (-2, 4)}

29.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 17 | 6 |
| 18 | 6 |
| 19 | 5 |
| 20 | 4 |

30. **علم الهندسة** عبّر عن العلاقة في التمثيل البياني الموجود على اليسار في شكل مجموعة من الأزواج المرتبة. صف المجال والمدى. (الدرس 9-1)

مثلثات متساوية الأضلاع




**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير.** (الدرس 4-1)

31. $\frac{1}{2}d(2d + 6)$ 32. $-h(6h - 1)$ 33. $3z - 6x$

34. **الملابس** يملك سليم 30 جوربًا في درج جواربه. 16 من الجوارب بيضاء و6 سوداء و2 حمراء و6 صفراء. ما احتمالية أن ينتقي جوربًا أسود بصورة عشوائية؟ (الدرس 11-0)

## مراجعة المهارات

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

35. $(-7)^2$ 36. $3.2^2$ 37. $(-4.2)^2$ 38. $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# 1 دليل الدراسة والمراجعة

## دليل الدراسة

### المفهوم الأساسي

**ترتيب العمليات** (الدرس 2-1)

- إيجاد قيمة التعابير الموجودة داخل رموز التجميع.
- إيجاد قيمة كل القوى الأسية.
- الضرب والقسمة أو أيهما بالترتيب من اليسار إلى اليمين.
- الجمع أو الطرح بالترتيب من اليسار إلى اليمين.

**خصائص المساواة** (الدرسان 3-1 و4-1)

- لأية أعداد $a$ و$b$ و$c$:

انعكاسي: $a = a$

متناظر: إذا كانت $a = b$، فإن $b = a$.

انتقالي: إذا كانت $a = b$ و$b = c$، فإن $a = c$.

استبدالي: إذا كانت $a = b$، فإن $a$ يمكن استبدالها بـ $b$ في أي تعبير.

التوزيع: $a(b + c) = ab + ac$ و$a(b - c) = ab - ac$

التبديل: $a + b = b + a$ و$ab = ba$

التجميع: $(a + b) + c = a + (b + c)$ و$(ab)c = a(bc)$

**حل المعادلات** (الدرس 5-1)

- تطبيق ترتيب العمليات وخصائص الأعداد الحقيقية لحل المعادلات.

**العلاقات والدوال وتفسير التمثيلات البيانية للدوال** (الدروس من 6-1 إلى 8-1)

- يمكن تمثيل العلاقات والدوال بالأزواج المرتبة أو جدول أو مخطط أو تمثيل بياني.
- استخدام اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كانت العلاقة دالة.
- يصف السلوك الطرفي سلوك المدى الطويل لدالة على أي من طرفي تمثيلها البياني.
- النقاط التي يتقاطع عندها التمثيل البياني لدالة مع محور تُسمى تقاطعات.
- تكون الدالة موجبة في جزء من مجالها عندما يقع التمثيل البياني لها فوق المحور الأفقي $x$ وتكون سالبة في جزء منها عندما يقع التمثيل البياني لها أسفل المحور الأفقي $x$.

### مطوياتي خريطة المفاهيم

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

### المفردات الأساسية

**التعبير الجبري** (algebraic expression) (ص 5)
**الأساس** (base) (ص 5)
**المعامل** (coefficient) (ص 28)
**النظام الإحداثي** (coordinate system) (ص 40)
**المتغير التابع** (dependent variable) (ص 42)
**المجال** (domain) (ص 40)
**السلوك الطرفي** (end behavior) (ص 57)
**المعادلة** (equation) (ص 33)
**الأس** (exponent) (ص 5)
**الدالة** (function) (ص 47)
**المتغير المستقل** (independent variable) (ص 42)
**التقاطع** (intercept) (ص 56)
**الحدود المتشابهة** (like terms) (ص 27)
**التناظر المحوري** (line symmetry) (ص 57)
**المخطط** (mapping) (ص 40)
**الزوج المرتب** (ordered pair) (ص 40)
**ترتيب العمليات** (order of operations) (ص 10)
**نقطة الأصل** (origin) (ص. 40)
**قوة الأس** (power) (ص 5)
**المدى** (range) (ص 40)
**المقلوب** (reciprocal) (ص 17)
**علاقة** (relation) (ص 40)
**القيمة العظمى النسبية** (relative maximum) (ص 57)
**القيمة الصغرى النسبية** (relative minimum) (ص 57)
**مجموعة الإحلال** (replacement set) (ص 33)
**أبسط صورة** (simplest form) (ص 27)
**الحل** (solution) (ص 33)
**الحد** (term) (ص 5)
**المتغيرات** (variables) (ص 5)
**اختبار المستقيم الرأسي** (vertical line test) (ص 49)

## مراجعة المفردات

**حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت *خاطئة*، فعوّض المصطلح الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.**

1. النظام الإحداثي يتألف من خطي أعداد متقاطعين.
2. يوضح الأس عدد مرات استخدام الأساس في صورة عامل.
3. يكون التعبير في أبسط صورة عندما يحتوي على حدود متشابهة وأقواس.
4. في التعبير الذي يتضمن الضرب، يطلق على الكميات المضروبة اسم العوامل.
5. في الدالة، هناك مخرج واحد فقط لكل مدخل.
6. ترتيب العمليات يطلب منا إجراء الضرب قبل الطرح.
7. بما أن حاصل ضرب أي عدد في 1 يساوي العدد نفسه، فإن العدد 1 يسمى المعكوس الضربي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# مراجعة درس بدرس

## 1-1 المتغيرات والتعابير

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

**8.** $h - 7$ **9.** $3x^2$ **10.** $5 + 6m^3$

**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

**11.** عدد يزيد بمقدار 9

**12.** ثلثا العدد $d$ للقوة الأسية الثالثة

**13.** 5 أصغر من أربعة أضعاف عدد

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**14.** $2^5$ **15.** $6^3$ **16.** $4^4$

**17. البولينغ** تفرض صالة فانتاستيك بولينغ مبلغ 2.50 AED على استئجار الحذاء زائد 3.25 AED على كل مباراة. اكتب تعبيرًا يمثل تكلفة استئجار الأحذية ولعب $g$ مباريات.

**مثال 1**

**اكتب تعبيرًا لفظيًا لـ $4x + 9$**

تسعة أكبر من أربعة أضعاف العدد $x$

**مثال 2**

**اكتب تعبيرًا جبريًا عن *الفارق بين اثني عشر وضعف عدد مكعب*.**

**المتغير** افترض أن $x$ تمثل العدد.

**التعبير** $12 - 2x^3$

**مثال 3**

**أوجد قيمة $3^4$.**

الأساس 3 والأس 4.

استخدم 3 كعامل 4 مرات. $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

اضرب. $= 81$

## 1-2 ترتيب العمليات

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

**18.** $24 - 4 \times 5$ **19.** $15 + 3^2 - 6$

**20.** $7 + 2(9 - 3)$ **21.** $8 \times 4 - 6 \times 5$

**22.** $\left[(2^5 - 5) \div 9\right]11$ **23.** $\dfrac{11 + 4^2}{5^2 - 4^2}$

أوجد قيمة كل تعبير إذا كانت $a = 4$ و $b = 3$ و $c = 9$.

**24.** $c + 3a$

**25.** $5b^2 \div c$

**26.** $(a^2 + 2bc) \div 7$

**27. المثلجات** تكلفة كوب بكرة واحدة من المثلجات 2.75 AED وتكلفة كوب بكرتين من المثلجات 4.25 AED. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لإيجاد التكلفة الإجمالية لثلاثة أكواب بكرة واحدة من المثلجات وكوبين بكرتين من المثلجات.

**مثال 4**

**أوجد قيمة التعبير $3(9 - 5)^2 \div 8$**

اعمل داخل الأقواس. $3(9 - 5)^2 \div 8 = 3(4)^2 \div 8$

أوجد قيمة $4^2$. $= 3(16) \div 8$

اضرب. $= 48 \div 8$

اقسم. $= 6$

**مثال 5**

**أوجد قيمة التعبير $(5m - 2n) \div p^2$**

**إذا كانت m = 8 و n = 4 و p = 2.**

$(5m - 2n) \div p^2$

عوّض $m$ بالعدد 8، و $n$ بالعدد 4، و $p$ بالعدد 2. $= (5 \times 8 - 2 \times 4) \div 2^2$

اضرب $= (40 - 8) \div 2^2$

اطرح. $= 32 \div 2^2$

أوجد قيمة $2^2$. $= 32 \div 4$

اقسم. $= 8$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 1-3 خصائص الأعداد

**أوجد قيمة كل تعبير باستخدام خصائص الأعداد. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

**28.** $18 \times 3(1 \div 3)$

**29.** $[5 \div (8 - 6)]\frac{2}{5}$

**30.** $(16 - 4^2) + 9$

**31.** $2 \times \frac{1}{2} + 4(4 \times 2 - 7)$

**32.** $18 + 41 + 32 + 9$

**33.** $7\frac{2}{5} + 5 + 2\frac{3}{5}$

**34.** $8 \times 0.5 \times 5$

**35.** $5.3 + 2.8 + 3.7 + 6.2$

**36. الأدوات المدرسية** تحتاج مها إلى شراء دفتر وكتاب دراسي وآلة حاسبة وكتاب تمارين لمادة الجبر. يتكلف الدفتر 9.25 AED والكتاب المدرسي 32.50 AED والآلة الحاسبة 18.75 AED وكتاب التمارين 15.00 AED. أوجد التكلفة الإجمالية لأدوات الجبر الخاصة بها.

### مثال 6

**أوجد قيمة $6(4 \cdot 2 - 7) + 5 \cdot \frac{1}{5}$. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

$6(4 \times 2 - 7) + 5 \times \frac{1}{5}$

$= 6(8 - 7) + 5 \times \frac{1}{5}$ الاستبدال

$= 6(1) + 5 \times \frac{1}{5}$ الاستبدال

$= 6 + 5 \times \frac{1}{5}$ المحايد الضربي

$= 6 + 1$ المعكوس الضربي

$= 7$ الاستبدال

## 1-4 خاصية التوزيع

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم أوجد القيمة.**

**37.** $(2 + 3)6$

**38.** $5(18 + 12)$

**39.** $8(6 - 2)$

**40.** $(11 - 4)3$

**41.** $-2(5 - 3)$

**42.** $(8 - 3)4$

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حوّل لأبسط صورة.

**43.** $3(x + 2)$

**44.** $(m + 8)4$

**45.** $6(d - 3)$

**46.** $-4(5 - 2t)$

**47.** $(9y - 6)(-3)$

**48.** $-6(4z + 3)$

**49. التدريس** اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لعدد الدروس التي تقدمها السيدة جميلة في 4 أسابيع.

| جدول التدريس | |
|---|---|
| اليوم | الطلاب |
| الاثنين | 3 |
| الثلاثاء | 5 |
| الأربعاء | 4 |

### مثال 7

**استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة التعبير $5(3 + 8)$. ثم أوجد القيمة.**

$5(3 + 8) = 5(3) + 5(8)$ خاصية التوزيع

$= 15 + 40$ اضرب

$= 55$ حوّل لأبسط صورة

### مثال 8

**أعد كتابة التعبير $6(x + 4)$ باستخدام خاصية التوزيع. ثم حوّل لأبسط صورة.**

$6(x + 4) = 6 \times x + 6 \times 4$ خاصية التوزيع

$= 6x + 24$ حوّل لأبسط صورة

### مثال 9

**أعد كتابة التعبير $(3x - 2)(-5)$ باستخدام خاصية التوزيع. ثم حوّل لأبسط صورة.**

$(3x - 2)(-5)$

$= (3x)(-5) - (2)(-5)$ خاصية التوزيع

$= -15x + 10$ حوّل لأبسط صورة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## 1-5 المعادلات

**أوجد مجموعة الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعات الإحلال هي** $x$: {1, 3, 5, 7, 9} **و** $y$: {6, 8, 10, 12, 14}.

**50.** $y - 9 = 3$

**51.** $14 + x = 21$

**52.** $4y = 32$

**53.** $3x - 11 = 16$

**54.** $\frac{42}{y} = 7$

**55.** $2(x - 1) = 8$

**أوجد حل كل من المعادلات التالية.**

**56.** $a = 24 - 7(3)$

**57.** $z = 63 \div (3^2 - 2)$

**58.** **العمر** يزيد عمر شيماء بمقدار 4 عن ثلاثة أضعاف عمر شهيرة. اكتب معادلة لعمر شيماء. أوجد حل المعادلة إذا كان عمر شهيرة 3 سنوات

**مثال 10**

**أوجد حل المعادلة** $5w - 19 = 11$ **إذا كانت مجموعة الإحلال هي** $w$: {2, 4, 6, 8, 10}

عوّض $w$ في $5w - 19 = 11$ بكل قيمة في مجموعة الإحلال.

| $w$ | $5w - 19 = 11$ | صواب أم خطأ؟ |
|---|---|---|
| 2 | $5(2) - 19 = 11$ | خطأ |
| 4 | $5(4) - 19 = 11$ | خطأ |
| 6 | $5(6) - 19 = 11$ | صواب |
| 8 | $5(8) - 19 = 11$ | خطأ |
| 10 | $5(10) - 19 = 11$ | خطأ |

بما أن المعادلة حقيقية عندما تكون $w = 6$، فإن حل $5w - 19 = 11$ هو $w = 6$

## 1-6 العلاقات

**عبّر عن كل علاقة على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط. ثم حدد المجال والمدى.**

**59.** {(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)}

**60.** {(−1, 1), (0, −2), (3, 1), (4, −1)}

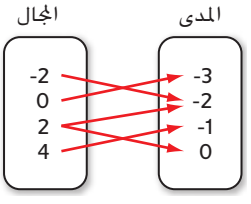
**61.** {(−2, 4), (−1, 3), (0, 2), (−1, 2)}

عبّر عن العلاقة المعروضة في كل جدول أو مخطط أو تمثيل بياني في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.

**62.**

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 5 | 3 |
| 3 | −1 |
| 1 | 2 |
| −1 | 0 |

**63.**




**64.** **البستنة** تنمو 7 نباتات في المتوسط من كل 10 بذور يتم غرسها من نوع معين. ضع جدولاً يوضح العلاقة بين البذور المغروسة والنباتات التي تنمو من 50 و100 و150 و200 بذرة. ثم اذكر المجال والمدى ومثّل العلاقة بيانيًا.

**مثال 11**

**عبّر عن العلاقة** {(−3, 4), (1, −2), (0, 1), (3, −1)} **على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط.**

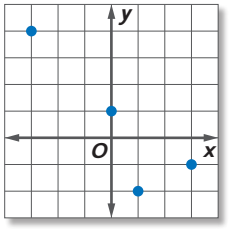
**الجدول**

ضع إحداثيات $x$ في العمود الأول. ضع إحداثيات $y$ المقابلة في العمود الثاني.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −3 | 4 |
| 1 | −2 |
| 0 | 1 |
| 3 | −1 |

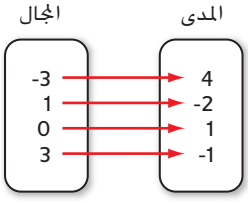
**التمثيل البياني**

مثّل كل زوج مرتب بيانيًا على مستوى إحداثي.




**المخطط**

أدرج قيم $x$ في المجال وقيم $y$ في المدى. ارسم أسهمًا من قيم $x$ في المجموعة $X$ إلى قيم $y$ في المجموعة $Y$.

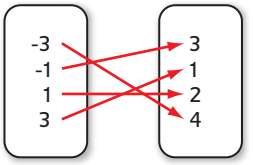



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

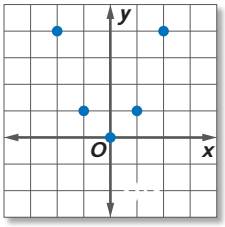
## 1-7 الدوال

**حدد ما إذا كانت كل علاقة دالة.**

**65.**




**66.**




**67.** {(8, 4), (6, 3), (4, 2), (2, 1), (6, 0)}

إذا كانت $f(x) = 2x + 4$ و $g(x) = x^2 - 3$، فأوجد كل قيمة.

**68.** $f(-3)$ **69.** $g(2)$ **70.** $f(0)$

**71.** $g(-4)$ **72.** $f(m + 2)$ **73.** $g(3p)$

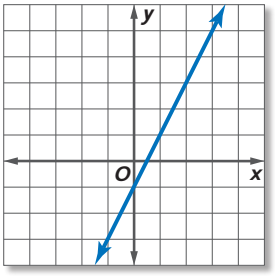
**74. الدرجات** يزعم أحد المدرسين أن العلاقة بين عدد ساعات الدراسة لاختبار ودرجة الاختبار يمكن أن توصف بالمعادلة $g(x) = 45 + 9x$، حيث تمثل $x$ عدد ساعات الدراسة. مثّل هذه الدالة بيانيًا.

**مثال 12**

**حدد ما إذا كانت $2x - y = 1$ تمثل دالة.**

أنشئ أولاً جدولاً من القيم. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −1 | −3 |
| 0 | −1 |
| 1 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 5 |

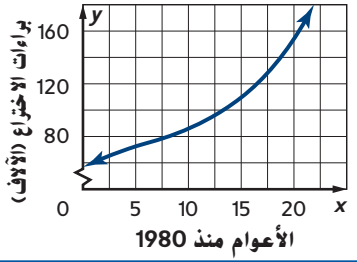



باستخدام اختبار المستقيم الرأسي، يمكن إظهار أن $2x - y = 1$ تمثل دالة.

## 1-8 تفسير التمثيلات البيانية للدوال

**75.** حدد الدالة الممثلة بيانيًا باعتبارها *خطية* أو *غير خطية*. ثم قدّر وفسر تقاطعات التمثيل البياني وأي تناظر؛ حيث الدالة فيها موجبة وسالبة وتتزايد وتتناقص وإحداثي $x$ لأي قيم عظمى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.

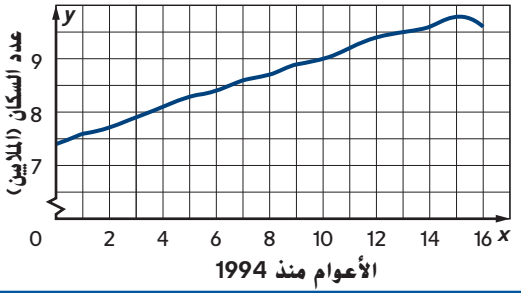
**براءات الاختراع الأمريكية الممنوحة**




**مثال 13**

**السكان يمكن تمثيل سكان هاييتي من عام 1994 إلى 2010 بالدالة الممثلة بيانيًا أدناه. قدّر وفسر النقاط التي تتزايد الدالة فيها وتتناقص وإحداثيات $x$ لأي قيم عظمى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.**

**التعداد السكاني لهاييتي**




زاد عدد السكان بين عامي 1994 و2009 وانخفض بين عامي 2009 و2010. تشير القيمة العظمى النسبية للتمثيل البياني إلى أن السكان وصلوا إلى الذروة عام 2009.

مع زيادة $x$ أو تناقصها، تتناقص قيمة $y$. يشير السلوك الطرفي إلى انخفاض عدد السكان بين عامي 2009 و2010.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# تمرين على الاختبار

**اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

1. **أكبر من عدد بمقدار 6**
2. **اثنا عشر أصغر من ناتج ضرب ثلاثة في عدد**
3. **أربعة مقسومة على الفارق بين عدد وسبعة**

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.**

4. $32 \div 4 + 2^3 - 3$

5. $\dfrac{(2 \cdot 4)^2}{7 + 3^2}$

6. **الاختيار من متعدد** أوجد قيمة التعبير $a^2 + 2ab + b^2$ إذا كانت $a = 6$ و $b = 4$

A **68**

B **92**

C **100**

D **121**

**أوجد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.**

7. $13 + (16 - 4^2)$

8. $\frac{2}{9}[9 \div (7 - 5)]$

9. $37 + 29 + 13 + 21$

**أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حوّل لأبسط صورة.**

10. $4(x + 3)$

11. $(5p - 2)(-3)$

12. **تذاكر السينما** تدير إحدى الشركات ثلاث دور للسينما. يوضح المخطط عدد التذاكر التي تباع عادة كل أسبوع في المواقع الثلاثة. اكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لعدد التذاكر الإجمالي المعتاد بيعه في كل المواقع الثلاثة في أربعة أسابيع.

| الموقع | التذاكر المبيعة |
|---|---|
| A | 438 |
| B | 374 |
| C | 512 |

**أوجد الحل لكل معادلة إذا كانت مجموعات الإحلال هي $x$: {1, 3, 5, 7, 9} و $y$: {2, 4, 6, 8, 10}**

13. $3x - 9 = 12$

14. $y^2 - 5y - 11 = 13$

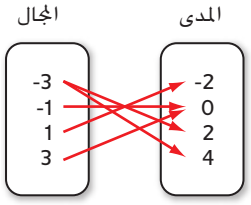
15. **الهواتف الخلوية** تقدم شركة إيه بي سي للهواتف الخلوية باقة تشمل رسمًا ثابتًا يبلغ 29 AED في الشهر زائد 10.12 AED لكل دقيقة. اكتب معادلة لإيجاد قيمة C، وهي التكلفة الإجمالية الشهرية لعدد الدقائق m. ثم حل المعادلة $m = 50$.

**عبّر عن العلاقة المعروضة في كل جدول أو مخطط أو تمثيل بياني في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.**

16.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| −2 | 4 |
| 1 | 2 |
| 3 | 0 |
| 4 | −2 |

17.




18. **الاختيار من متعدد** حدد المجال والمدى للعلاقة $\{(2, 5), (-1, 3), (0, -1), (3, 3), (-4, -2)\}$.

F D: {2, −1, 0, 3, −4}, R: {5, 3, −1, 3, −2}

G D: {5, 3, −1, 3, −2}, R: {2, −1, 0, 3, 4}

H D: {0, 1, 2, 3, 4}, R: {−4, −3, −2, −1, 0}

J D: {2, −1, 0, 3, −4}, R: {2, −1, 0, 3, 4}

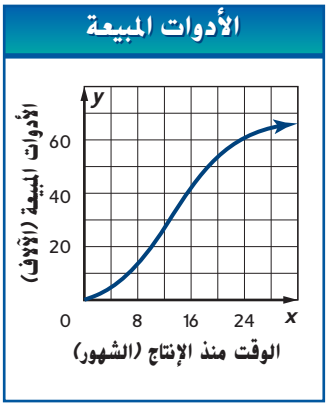
19. حدد ما إذا كانت العلاقة $\{(2, 3), (-1, 3), (0, 4), (3, 2), (-2, 3)\}$ دالة.

**إذا كانت $f(x) = 5 - 2x$ و $g(x) = x^2 + 7x$، فأوجد قيمة كل مما يلي.**

20. $g(3)$

21. $f(-6y)$

22. حدد الدالة الممثلة بيانيًا باعتبارها خطية أو غير خطية. ثم قدّر وفسر تقاطعات التمثيل البياني وأي تناظر؛ حيث الدالة فيها موجبة وسالبة وتزيد وتنقص وإحداثي x لأي قيم قصوى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# الإعداد للاختبارات المعيارية

## استبعاد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية ليساعدك ذلك على إيجاد الإجابة الصحيحة عند حل أسئلة الاختيار من متعدد. في الاختبار سيوفر لك عمل هذا الوقت عن طريق حصر قائمة الإجابات الصحيحة المحتملة.

### إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

**الخطوة 1**

اقرأ عبارة المسألة بعناية لتحديد المطلوب منك إيجاده بالضبط.

**اسأل نفسك:**

- ما المطلوب مني أن أحله؟
- ما الصيغة (مثل كسر، عدد، كسر عشري، نسبة مئوية، نوع التمثيل البياني) التي ستكون عليها الإجابة الصحيحة؟
- ما الوحدات (إذا كانت هناك وحدات) التي ستكون عليها الإجابة الصحيحة؟

**الخطوة 2**

استعرض بعناية كل خيار ممكن للإجابة وضع تقديرًا لمنطقيته.

- حدد أي خيارات للإجابة من الواضح أنها غير صحيحة واستبعدها.
- استبعد أي خيارات للإجابة ليست بالتنسيق الملائم.
- استبعد أي خيارات للإجابة ليست بالوحدات الصحيحة.

**الخطوة 3**

أوجد حل المسألة واختر الإجابة الصحيحة من الإجابات التي تتبقى. تحقق من إجابتك.

**مثال على الاختبار المعياري**

**اقرأ كُل مسألة. استبعد أي إجابات غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.**

يكسب جمال عمولة بنسبة 8.5% من مبيعاته الأسبوعية في متجر لبيع الإلكترونيات. حقق الأسبوع الماضي مبيعات بقيمة 4200 AED. فماذا كانت عمولته عن الأسبوع؟

**A** 332 AED

**B** 357 AED

**C** 425 AED

**D** 441 AED

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

باستخدام الرياضيات الذهنية، أنت تعلم أن 10% من 4200 AED تساوي 420 AED. بما أن 8.5% أصغر من 10%، فأنت تعلم أن جمال كسب أقل من 420 AED من العمولات عن مبيعاته الأسبوعية. ولذلك يمكن استبعاد الخيارين C وD لأنهما أكبر من 420 AED. وتكون الإجابة إما A أو B.

$4200 \text{ AED} \times 0.085 = 357 \text{ AED}$

إذًا، الإجابة الصحيحة هي B.

## تمرينات

**اقرأ كُل مسألة. استبعد أي إجابات غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.**

1. يتوقع المدرب رامي أن يحضر 35% من الطلاب اجتماعًا لتشجيع الطلاب. فإذا كان هناك 560 طالبًا، فكم عدد الطلاب الذين يتوقع المدرب رامي حضورهم للاجتماع؟

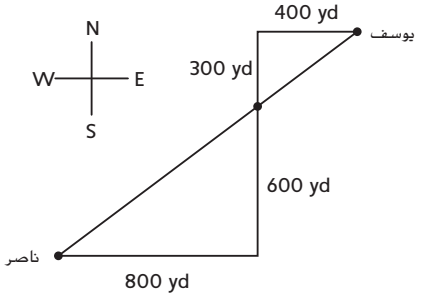
**A** 184

**B** 196

**C** 214

**D** 390

2. يغادر يوسف وناصر المدرسة في نفس الوقت. يسير يوسف 300 ياردة إلى الشمال ثم 400 ياردة إلى الشرق. ويقود ناصر دراجتها 600 ياردة إلى الجنوب ثم 800 ياردة إلى الغرب. فما المسافة بين الطالبين؟




**F** 500 yd

**G** 750 yd

**H** 1,200 yd

**J** 1,500 yd

3. ما نطاق العلاقة الواردة أدناه؟

{(1, 2),(3, 4),(5, 6),(7, 8)}

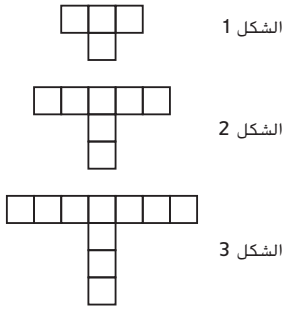
**A** جميع الأعداد الحقيقية

**B** جميع الأعداد الزوجية

**C** {2, 4, 6, 8}

**D** {1, 3, 5, 7}

4. يعطي التعبير $3n + 1$ العدد الإجمالي للمربعات اللازمة لعمل كل شكل في النمط حيث $n$ هو رقم الشكل. فكم عدد المربعات اللازمة لعمل الشكل 9؟




**F** 28 مربعًا

**G** 32.5 مربعًا

**H** 56 مربعًا

**J** 88.5 مربعًا

5. التعبير $3x - (2x + 4x - 6)$ يعادل

**A** $-3x - 6$

**B** $-3x + 6$

**C** $3x + 6$

**D** $3x - 6$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

# تمرين على الاختبار المعياري
## الوحدة 1

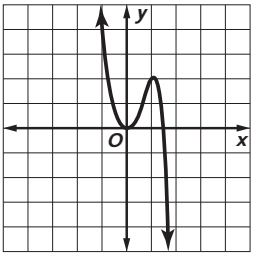
### اختيار من متعدّد

**اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.**

1. أوجد قيمة التعبير $2^6$.

A 12
B 32
C 64
D 128

2. أي جملة تمثل الوصف الأمثل للسلوك الطرفي للدالة المعروضة؟




F مع زيادة $x$ تزيد $y$ ومع انخفاض $x$ تزيد $y$.
G مع زيادة $x$ تزيد $y$ ومع انخفاض $x$ تنخفض $y$.
H مع زيادة $x$ تنخفض $y$ ومع انخفاض $x$ تزيد $y$.
J مع زيادة $x$ تنخفض $y$ ومع انخفاض $x$ تنخفض $y$.

3. لنفرض أن $y$ تمثل عدد الياردات. ما التعبير الجبري الذي يمثل عدد الأقدام في $y$؟

A $y - 3$
B $y + 3$
C $3y$
D $\frac{3}{y}$

4. ما مجال العلاقة التالية؟

$\{(1, 3), (-6, 4), (8, 5)\}$

F $\{3, 4, 5\}$
G $\{-6, 1, 8\}$
H $\{-6, 1, 3, 4, 5, 8\}$
J $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

5. يوضح الجدول عدد بعض العناصر المبيعة في كشك المشجعين في اليوم الأول لجولة فريق كرة القدم. ضع تقديرًا لعدد العناصر التي بيعت من كشك المشجعين طوال الأيام الأربعة للجولة.

| مبيعات الكشك<br>نتائج اليوم 1 | |
|---|---|
| العنصر | العدد المبيع |
| الفشار | 78 |
| الشطائر | 80 |
| الرقائق | 48 |
| الصودا | 51 |
| الماء المعبأ | 92 |

A 1350 عنصرًا
B 1400 عنصر
C 1450 عنصرًا
D 1500 عنصر

6. هناك 24 سيارة أكثر من ضعف عدد الشاحنات المعروضة للبيع في معرض. إذا كانت هناك 100 سيارة للبيع، فكم عدد الشاحنات المتاحة للبيع في المعرض؟

F 28
G 32
H 34
J 38

7. راجع العلاقة الموجودة في الجدول بالأدنى. أي من القيم التالية سيؤدي إلى علاقة ليست دالة؟

| $x$ | −6 | −2 | 0 | ؟ | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | −1 | 8 | 3 | −3 | 4 | 0 |

A −1
B 3
C 7
D 8

**نصيحة عند حل الاختبار**

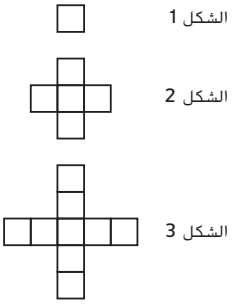
**السؤال 7** الدالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد *بالضبط* في المدى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

## الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

**سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.**

**8.** يبلغ طول ضلع كل صندوق بالأدنى وحدة واحدة.




**a.** ضع جدولاً يوضح محيطات أول 3 أشكال في النمط.

**b.** ابحث عن نمط لمحيطات الأشكال. اكتب تعبيرًا جبريًا لمحيط الشكل n.

**c.** ماذا سيكون محيط الشكل 10 في النمط؟

**9.** يوضح الجدول تكاليف عناصر معينة في متجر للخردوات.

| العنصر | التكلفة |
|---|---|
| صندوق المسامير | AED 3.80 |
| صندوق البراغي | AED 5.25 |
| مطرقة بكلابة | AED 12.95 |
| مثقاب كهربائي | AED 42.50 |

**a.** اكتب تعبيرين لتمثيل التكلفة الإجمالية لثلاثة صناديق مسامير وصندوقين للبراغي ومطرقتين ومثقاب كهربائي.

**b.** ما التكلفة الإجمالية للعناصر التي تم شراؤها؟

**10. إجابة شبكية** أوجد قيمة التعبير أدناه.

$$\frac{5^3 \cdot 4^2 - 5^2 \cdot 4^3}{5 \cdot 4}$$

**11.** استخدم المعادلة $y = 2(4 + x)$ للإجابة على كل سؤال.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |
| 5 | |
| 6 | |

**a.** أكمل الجدول بكل قيم $x$.

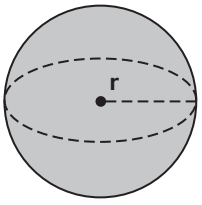
**b.** حدد النقاط الواردة في الجدول على شبكة إحداثيات. ما الذي تلاحظه في النقاط؟

**c.** ضع فرضية حول العلاقة بين التغير في $x$ والتغير في $y$.

## الإجابة الموسعة

**اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.**

**12.** يبلغ حجم الكرة أربعة أثلاث ناتج ضرب $\pi$ ونصف قطر تكعيب.




**a.** اكتب تعبيرًا لإيجاد حجم الكرة التي يبلغ نصف قطرها r.

**b.** أوجد حجم كرة بنصف قطر يبلغ 6 سنتيمترات. صِف كيف توصلت لإجابتك.

### هل تحتاج إلى مساعدة؟

| إذا أخطأت في السؤال... | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| فاذهب إلى الدرس... | 1-2 | 1-8 | 1-1 | 1-6 | 1-4 | 1-5 | 1-7 | 1-5 | 1-3 | 1-2 | 1-4 | 1-1 |

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف