مركز اتصال وزارة التربية والتعليم
اقتراح - استفسار - شكوى

80051115 04-2176855 ccc.moe@moe.gov.ae www.moe.gov.ae

المؤلفون

يضمن مؤلفونا الرواد أن برامج Macmillan/McGraw-Hill وGlencoe/McGraw-Hill للرياضيات منظمة حقًا بشكل رأسي مترابط، مع وضع الغاية النهائية نصب الأعين — ألا وهي تحقيق النجاح في الرياضيات المتكاملة ا وما بعدها. ومن خلال "التخطيط العكسي" للمحتوى المأخوذ من برامج المدارس الثانوية، فإن جميع برامجنا المتعلقة بالرياضيات موضحة بشكل جيد في نطاقها وتسلسلها.

كبار المؤلفين

الدكتور جيه إيه كارتر
المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم وتحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

الدكتور جلبرت جيه كويفاس
أستاذ تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات ثرية في الرياضيات إلى جانب تمثيلات الرياضيات

الدكتور روجر داي، مجاز في التعليم من المجلس الوطني
رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاونشيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الاحتمالية والإحصائيات وتطبيقها، إلى جانب تدريس الرياضيات لمعلمي الصفوف

الدكتورة كارول مالوي
مدرس مساعد
جامعة نورث كارولاينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولاينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير الناقد؛ نجاح الطلاب في الجبر 1

مؤلفو البرنامج

روث كيسي
مستشار الرياضيات
مدرس إقليمي مشارك
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

جيري كامنز
مستشار الرياضيات
الرئيس السابق للمجلس القومي لمشرفي الرياضيات
ويسترن سبرينجز، إلينوي

مجالات الخبرة: التمثيل البياني للتكنولوجيا والرياضيات

الدكتور بيرتشي هوليداي، دكتوراه في التعليم
استشاري إقليمي في الرياضيات
سلفر سبرينج، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لنمذجة بيانات الحياة اليومية واستيعابها؛ وتأثير التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

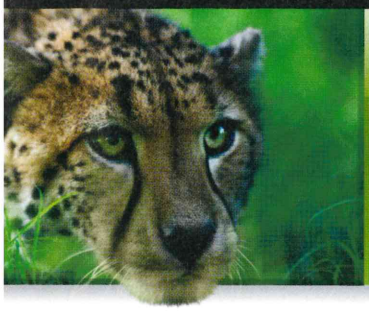
بياتريس مور لاتشين
مستشار الرياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: معارف في الرياضيات؛ العمل مع متعلمي اللغة الإنجليزية

مؤلف مشارك

دينا زايك المطويات
مستشار تعليمي
شركة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



ملخص المحتويات

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الوحدة 3 الدوال الخطية

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الوحدة 5 المتباينات الخطية

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الوحدة 7 المقادير والمعادلات التربيعية

الوحدة 8 الأسس والدوال الأسية

الوحدة 9 الدوال الجذرية والدوال النسبية

الوحدة 10 أدوات الهندسة

الوحدة 11 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الوحدة 12 المثلثات المتطابقة

الوحدة 13 الأشكال الرباعية

الوحدة 14 التشابه والتحويلات والتناظر

الوحدة 15 الدوائر

كتيب الطالب

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1 التعابير والمعادلات والدوال

الاستعداد للوحدة 1 3

1-1 **المتغيرات والتعابير** 5

1-2 **ترتيب العمليات** 10

1-3 **خصائص الأعداد** 16

التوسّع: مختبر الجبر الدقة 23

1-4 **خاصية التوزيع** 25

■ **اختبار منتصف الوحدة** 32

1-5 **المعادلات** 33

1-6 **العلاقات** 40

1-7 **الدوال** 47

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال 55

1-8 **تفسير التمثيل البياني للدالة** 56

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 62

■ **تدريب على الاختبار** 67

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 68

■ **تدريب على الاختبار المعياري** 70

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الاستعداد للوحدة 2 73

2-1 **كتابة المعادلات** 75

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات 81

2-2 **حل معادلات الخطوة الواحدة** 83

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات متعددة الخطوات 90

2-3 **حل المعادلات متعددة الخطوات** 91

2-4 **حل المعادلات التي تحتوي على متغير في كل طرف** 97

2-5 **حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة** 103

■ **اختبار منتصف الوحدة** 110

2-6 **النسب والتناسب** 111

التوسّع: مختبر ورق الجدولة التمثيل الوصفي 118

2-7 **النسبة المئوية للتغيير** 119

التوسّع: مختبر الجبر الترتيب المئوي 125

2-8 **المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي** 126

2-9 **المتوسطات الحسابية المرجحة** 132

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 139

■ **تدريب على الاختبار** 145

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 146

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدتان 1 الى 2** 148

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 3 151

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل التمثيلات البيانية الخطية 153

3-1 التمثيل البياني للمعادلات الخطية 155

3-2 حل المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني 163

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال الخطية بيانيًا 169

الاستكشاف: مختبر الجبر معدل تغير الدالة الخطية 171

3-3 معدل التغير والميل 172

■ **اختبار منتصف الوحدة** 181

3-4 التغير الطردي 182

3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية 189

التوسّع: مختبر الجبر الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي 196

3-6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية 197

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 203

■ **تدريب على الاختبار** 207

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 208

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 3** 210

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 4 213

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية استقصاء صيغة الميل والمقطع 215

4-1 **تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والمقطع** 216

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية مجموعة التمثيلات البيانية الخطية 224

4-2 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع** 226

4-3 **كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل** 233

4-4 **المستقيمات المتوازية والمتعامدة** 239

■ **اختبار منتصف الوحدة** 246

4-5 **مخططات الانتشار البياني ومستقيمات المواءمة** 247

التوسّع: مختبر الجبر الارتباط والسببية 254

4-6 **الانحدار ومستقيمات المواءمة الوسيطة** 255

4-7 **الدوال الخطية العكسية** 263

التوسّع: مختبر الجبر رسم المعكوسات 271

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 272

■ **تدريب على الاختبار** 277

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 278

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 4** 280

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 المتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 5 283

5-1 **حل المتباينات بالجمع والطرح** 285

الإستكشاف: مختبر الجبر حل المتباينات 291

5-2 **حل المتباينات بالضرب والقسمة** 292

5-3 **حل المتباينات متعددة الخطوات** 298

■ **اختبار نصف الوحدة** 304

الإستكشاف: مختبر الجبر قرائة العبارات المركبة 305

5-4 **حل المتباينات المركبة** 306

5-5 **المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة** 312

5-6 **التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين** 317

التوسّع: مختبر الهندسة نظرية التمثيل البياني 323

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 324

■ **تمرين على الاختبار** 327

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 328

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 5** 330

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 6 333

6-1 **تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا** 335

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية أنظمة المعادلات 342

6-2 **التعويض** 344

6-3 **الحذف باستخدام الجمع والطرح** 350

6-4 **الحذف باستخدام الضرب** 357

■ **اختبار نصف الوحدة** 363

6-5 **تطبيق أنظمة المعادلات الخطية** 364

التوسّع: مختبر الجبر استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات 370

6-6 **أنظمة المتباينات** 372

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المتباينات 377

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 378

■ **تمرين على الاختبار** 383

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 6** 384

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 386

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7 التعابير والمعادلات التربيعية

الاستعداد للوحدة 7 389

الاستكشاف: مختبر الجبر جمع وطرح كثيرات الحدود 391

7-1 **جمع وطرح كثيرات الحدود** 393

7-2 **ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد** 400

الاستكشاف: مختبر الجبر ضرب كثيرات الحدود 406

7-3 **ضرب كثيرات الحدود** 408

7-4 **نواتج الضرب الخاصة** 414

■ **اختبار نصف الوحدة** 420

الاستكشاف: مختبر الجبر التحليل الى العوامل باستخدام خاصية التوزيع 421

7-5 **استخدام خاصية التوزيع** 422

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل ثلاثيات الحدود إلي العوامل 429

7-6 **حل** $x^2 + bx + c = 0$ 431

7-7 **حل** $ax^2 + bx + c = 0$ 438

7-8 **فرق مربعي حدين** 444

7-9 **المربعات الكاملة** 450

7-10 **الجذور والأصفار** 458

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 466

■ **تدريب على الاختبار** 472

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 473

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 7** 475

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8 الأسس والدوال الأسية

الاستعداد للوحدة 8 477

8-1 **خواص ضرب الأسس** 479

8-2 **خواص قسمة الأسس** 486

8-3 **الأسس النسبية** 494

8-4 **الترميز العلمي** 502

■ **اختبار نصف الوحدة** 509

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني مجموعة الدوال الأسية 510

8-5 **الدوال الأسية** 512

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل الدالة الأسية المعادلات والمتباينات 518

8-6 **النمو والاضمحلال (التضاؤل)** 520

التوسّع: مختبر الجبر تحويل التعبيرات الأسية 525

8-7 **المتتاليات الهندسية في صورة دوال أسية** 526

التوسّع: مختبر الجبر متوسط معدل التغير في الدوال الأسية 532

8-8 **الصيغ التكرارية** 533

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 539

■ **تمرين على الاختبار** 543

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 544

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 8** 546

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 الدوال والمعادلات الجذرية والنسبية

الاستعداد للوحدة 9 549

9-1 دوال الجذر التربيعي 551

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني التمثيل البياني لدوال الجذر التربيعي 557

9-2 تبسيط التعابير الجذرية 558

التوسّع: مختبر الجبر الأعداد النسبية وغير النسبية 564

9-3 العمليات على التعابير الجذرية 565

9-4 المعادلات الجذرية 570

اختبار نصف الوحدة 575

9-5 التغير العكسي 576

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني مجموعة الدوال النسبية 583

9-6 الدوال النسبية 584

9-7 المعادلات النسبية 590

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات النسبية 597

التقويم

دليل الدراسة والمراجعة 599

تمرين على الاختبار 603

التحضير للاختبارات المعيارية 604

تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 8 606

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 10 أدوات الهندسة

الاستعداد للوحدة 10 609

10-1 **النقاط والمستقيمات والمستويات** 611

التوسّع: مختبر الهندسة وصف ما تراه 619

10-2 **القياس الخطي** 620

التوسّع في الدرس الدقة والظبط 628

10-3 **المسافة ونقاط المنتصف** 631

■ **اختبار نصف الوحدة** 642

10-4 **إثبات العلاقات بين القِطَع المستقيمة** 644

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 652

■ **تمرين على الاختبار** 655

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 656

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 10** 658

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الاستعداد للوحدة 11

11-1 **المستقيمات المتوازية والمتقاطعة**

التوسّع: مختبر برامج الهندسة الزوايا والمستقيمات المتوازية

11-2 **الزوايا المستقيمات المتوازية**

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني استقصاء الميل

11-3 **ميول الخطوط المستقيمة**

■ **اختبار نصف الوحدة**

11-4 **معادلات المستقيم**

التوسّع: مختبر الهندسة معادلات المُنصّفات العمودية

11-5 **إثبات توازي المستقيمات**

11-6 **المتعامدات والمسافة**

التقويم

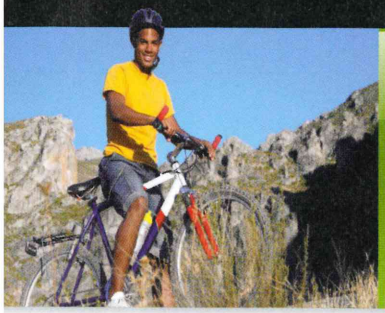
■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 11**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



الوحدة 12 المثلثات المتطابقة

الاستعداد للوحدة 12

12-1 **تصنيف المثلثات**

الاستكشاف: مختبر الهندسة زوايا المثلثات

12-2 **زوايا المثلثات**

12-3 **المثلثات المتطابقة**

12-4 **إثبات تطابق المثلثات-تساوي الأضلاع الثلاثة (SSS)، تساوي ضلعين وزاوية (SAS)**

التوسّع: مختبر الهندسة برهنة الإنشاءات

■ **اختبار نصف الوحدة**

12-5 **زوايتين والضلع المحصور بينهما (ASA) وتساوي زاويتين وضلع (SAA)**

التوسّع: مختبر الهندسة التطابق في المثلثات قائمة الزاوية

12-6 **المثلثات متساوية الساقين ومتساوية الأضلاع**

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تحويلات التطابق

12-7 **تحويلات التطابق**

12-8 **المثلثات والبرهان الإحداثي**

الاستكشاف: مختبر الهندسة إنشاء المنصفات

الاستكشاف: مختبر الهندسة إنشاء الوسيطات والارتفاعات

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني متباينة المثلث

12-9 **مساحات متوازيات الأضلاع والمثلثات**

التقويم

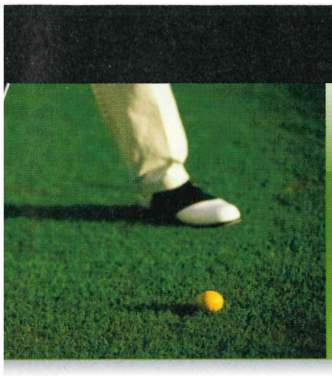
■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري تراكمي، الوحدات من 1 إلى 12**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



13 الأشكال الرباعية

الاستعداد للوحدة 13

13-1 **متوازيات الأضلاع**

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني متوازيات الأضلاع

13-2 **اختبارات متوازيات الأضلاع**

■ **اختبار نصف الوحدة**

13-3 **المستطيلات**

13-4 **المعينات والمربعات**

13-5 **شبه المنحرف والطائرة الورقية**

التقويم

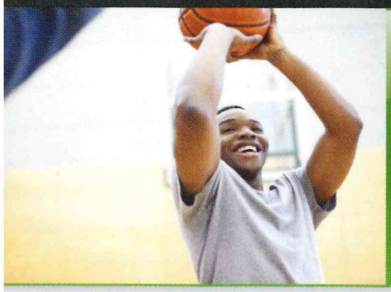
■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري تراكمي، الوحدات من 1 إلى 13**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



14 التشابه والتحويلات والتناظر

الاستعداد للوحدة 14

14-1 **المثلثات المتشابهة**

التوسّع: مختبر الهندسة براهين المستقيمات المتعامدة والمستقيمات المتوازية

14-2 **المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة**

14-3 **تحويلات التشابه**

14-4 **الانعكاس**

14-5 **الازاحة**

■ **اختبار نصف الوحدة**

الاستكشاف: مختبر الهندسة الدوران

14-6 **الدوران**

التوسّع: مختبر الهندسة المجسمات الناتجة عن الدوران

الاستكشاف: مختبر برامج الهندسة تراكيب التحويلات

14-7 **تراكيب التحويلات**

التوسّع: مختبر الهندسة الفسيفساء

14-8 **التناظر**

التوسّع: مختبر الهندسة استكشاف الرسومات الهندسية باستخدام أداة عاكسة

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني عمليات تغيير الأبعاد

14-9 **عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد)**

التوسّع: مختبر الهندسة التحقق من تطابق وتشابه المثلثات

التقويم

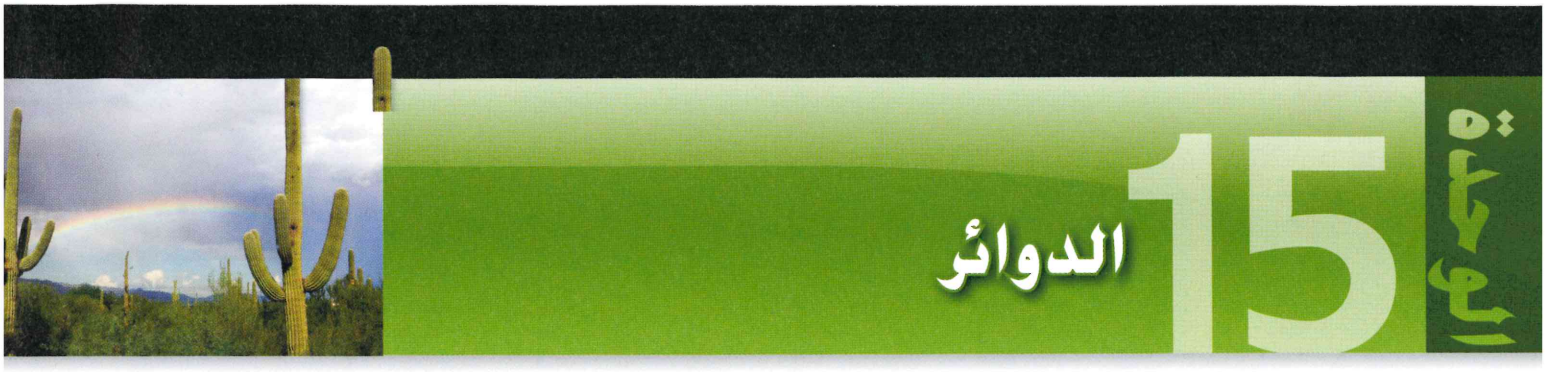
■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري تراكمي، الوحدات من 1 إلى 14**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



الوحدة 15 الدوائر

الاستعداد للوحدة 15

15-1 **الدوائر والمحيطات**

15-2 **الأقواس والأوتار**

15-3 **المماسات**

التوسّع: مختبر الهندسة الدوائر المحيطة والمحاطة

15-4 **معادلات الدوائر**

التقويم

- **دليل الدراسة والمراجعة**
- **تدريب على الاختبار**
- **التحضير للاختبارات المعيارية**
- **تدريب على الاختبار المعياري تراكمي، الوحدات من 1 إلى 15**

كتيب الطالب

المرجع

القاموس

الصيغ والرموز

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7

التعابير والمعادلات التربيعية

.. السابق

- قمت بتطبيق قوانين الأسس واستكشاف الدوال الأسية.

.. الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - جمع، طرح ، وضرب كثيرات الحدود.
  - تحليل ثلاثية الحدود إلى عوامل.
  - تحليل فروق المربعات إلى عوامل.
  - تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا.
  - حل المعادلات التربيعية.

.. لماذا؟ ▲

- **الهندسة المعمارية** يمكن استخدام المعادلات التربيعية لتمثيل نموذج أشكال المباني المعمارية مثل أطول نصب تذكاري في الولايات المتحدة وهو قوس جيت واي بولاية ميسوري.

Chapter sourced and adapted from Integrated Math II Chapter 1 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد حل اختبار التدريب السريع أدناه للتحقق من المهارات المطلوبة لديك. وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع: ثم بسّط.

1. $a(a + 5)$
2. $2(3 + x)$
3. $n(n - 3n^2 + 2)$
4. $-6(x^2 - 5x + 6)$
5. **المعرفة المالية** خمسة أصدقاء سوف يدفعون AED9 لكل تذكرة، و AED3 لكل مشروب، و AED6 لكل عبوة فشار في السينما. اكتب تعبيرًا يمكن استخدامه لتحديد تكلفة ذهابهم إلى السينما.

بسّط كل تعبير مما يلي. إذا لم يكن هذا ممكنًا، فاكتب مبسّط.

6. $3u + 10u$
7. $5a - 2 + 6a$
8. $6m^2 - 8m$
9. $4w^2 + w + 15w^2$
10. $2x^2 + 5 - 11x^2$
11. $8v^3 - 27$
12. $4k^2 + 2k - 2k + 1$
13. $a^2 - 4a - 4a + 16$
14. $6y^2 + 2y - 3y - 1$
15. $9g^2 - 3g - 6g + 2$

بسّط.

16. $b(b^6)$
17. $4n^3(n^2)$
18. $8m(4m^2)$
19. $-5z^4(3z^5)$
20. $5xy(4x^3y)$
21. $(-2a^4c^5)(7ac^4)$
22. **الهندسة** مربع يبلغ طول ضلعه $6X^3$ cm. ما مساحة المربع؟

تدريب سريع

مثال 1

أعِد كتابة $6x(-3x - 5x - 5x^2 + x^3)$ باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّط.

$$\begin{aligned}&6x(-3x - 5x - 5x^2 + x^3)\\ &= 6x(-3x) + 6x(-5x) + 6x(-5x^2) + 6x(x^3)\\ &= -18x^2 - 30x^2 - 30x^3 + 6x^4\\ &= -48x^2 - 30x^3 + 6x^4\end{aligned}$$

مثال 2

بسّط $8c + 6 - 4c + 2c^2$.

$$\begin{aligned}8c + 6 - 4c + 2c^2 &= 2c^2 + 8c - 4c + 6\\ &= 2c^2 + (8 - 4)c + 6\\ &= 2c^2 + 4c + 6\end{aligned}$$

مثال 3

بسّط $(-2y^3)(9y^4)$.

$$\begin{aligned}(9y^3)(-2y^4) &= (-2 \cdot 9)(y^3 \cdot y^4)\\ &= (-2 \cdot 9)(y^{3+4})\\ &= -18y^7\end{aligned}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

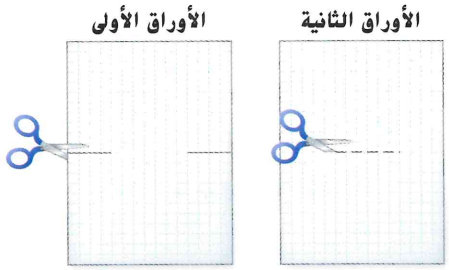
البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى الوحدات السابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

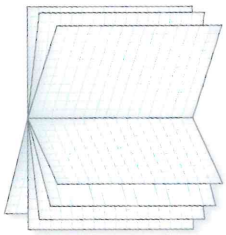
المطويات منظّم الدراسة

التعابير والمعادلات التربيعية شكّل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك عن التعابير والمعادلات التربيعية. وابدأ بخمس ورقات تمثيل بياني.

1 **اطوِ** الورق إلى نصفين بالعرض. على أول ثلاث ورقات، قصّ مسافة 5 سنتيمترات على طول الطية من على الجانبين. على الورقتين الباقيتين، قصّ من المنتصف، وتوقف على مسافة 5 سنتيمترات من الجانبين.



2 **أدخل** مجموعة الأوارق الأولى خلال المجموعة الثانية وحاذِ بين الطيّتين. سمِّ الوجه الأمامي الوحدة 8، التعابير والمعادلات التربيعية. وسمِّ الصفحات بأرقام الدرس والصفحة الأخيرة بالمفردات.

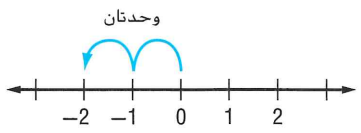


المفردات الجديدة

Polynomial كثيرة الحدود
Binomial ذات الحدّين
Trinomial ثلاثية الحدود
Degree of a monomial درجة أحادية الحد
Degree of a polynomial درجة كثيرة الحدود
Standard form of a Polynomial الصيغة القياسية لكثيرة الحدود
Leading coefficient معامل رئيسي
FOIL method طريقة فويل
Quadratic expression تعبير تربيعي
Factoring التحليل إلى عوامل
Factoring by grouping التحليل إلى عوامل بالتجميع
Zero Product Property الخاصية الصفرية
Prime polynomial معادلة تربيعية
Difference of two Squares كثيرات حدود أولية فرق مربعين
Perfect square trinomial ثنائية حدود المربع الكامل
Square Root Property خاصيّة الجذر التربيعي

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة القيمة المطلقة لأي عدد n هي مقدار المسافة بينه وبين الصفر على خط الأعداد وتكتب $|n|$



القيمة المطلقة للعدد 2- هي 2 لأنها عبارة عن وحدتين بداية من الصفر.

المُربع الكامل عدد يكون جذره التربيعي عددًا نسبيًا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستكشاف 7-1

مختبر الجبر
جمع وطرح كثيرات الحدود

يمكن استخدام القطع الجبرية لتمثيل كثيرات الحدود. كثيرة الحدود هي تعبير أحادي الحد أو مجموع تعابير أحادية الحد. يوضح الرسم التخطيطي أدناه النماذج.

نماذج كثيرة الحدود

- يتم تمثيل نماذج كثيرة الحدود باستخدام ثلاثة أنواع من المربعات.
- لكل مربع عدد مقابل.

النشاط 1 تمثيل كثيرات الحدود

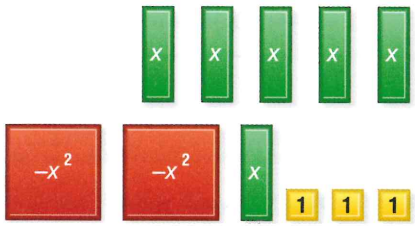
استخدم القطع الجبرية لتمثيل كل كثيرة حدود.

- $5x$

لتمثيل كثيرة الحدود هذه، ستحتاج إلى 5 x مربعات خضراء.

- $-2x^2 + x + 3$

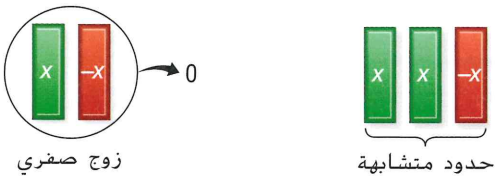
لتمثيل كثيرة الحدود هذه، ستحتاج إلى 2 $-x^2$ مربع أحمر و 1 مربع أخضر x و3 مربعات صفراء من الفئة 1.



تسمى الدوال أحادية الحد مثل $3x$ و$-2x$ حدود *متشابهة* لأن لهما نفس المتغير إلى نفس القوة الأسية .

نماذج كثيرة الحدود

- تُمثَّل الحدود المتشابهة عن طريق مربعات لها نفس الشكل والحجم.
- A زوج صفري يمكن تكوينه عن طريق جمع مربع واحد مع مقابله. يمكنك إزالة الزوجين الصفريين أو إضافتهما دون تغيير كثيرة الحدود.

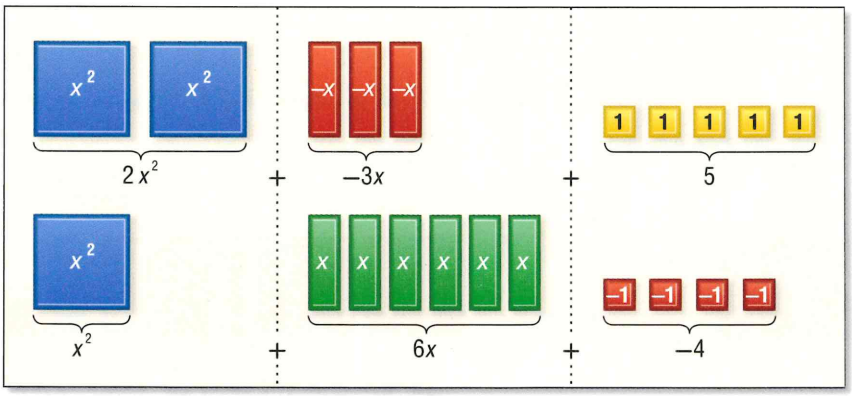


النشاط 2 جمع كثيرات الحدود

استخدم القطع الجبرية لإيجاد $(2x^2 - 3x + 5) + (x^2 + 6x - 4)$.

الخطوة 1

مثّل كل كثيرة حدود.



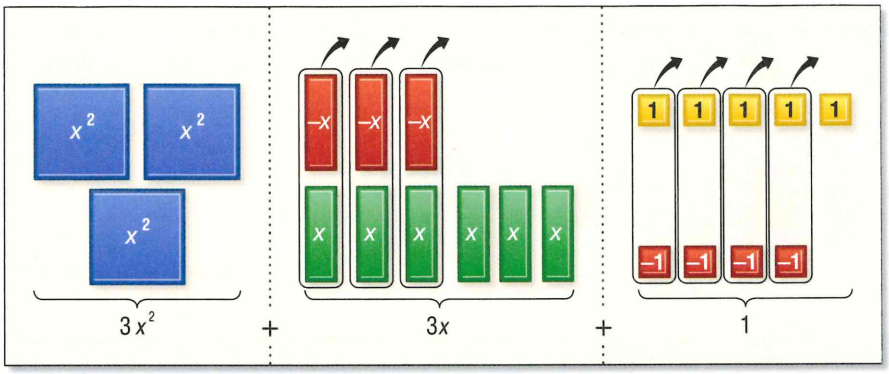
(يُتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جمع وطرح كثيرات الحدود تابع

الخطوة 2

اجمع الحدود المتشابهة واحذف الأزواج الصفرية.



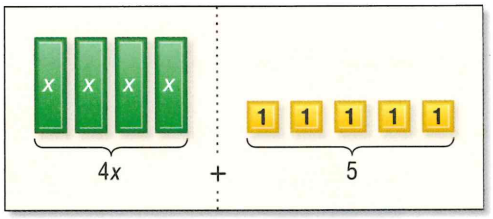
الخطوة 3 اكتب كثيرة الحدود.

$$(2x^2 - 3x + 5) + (x^2 + 6x - 4) = 3x^2 + 3x + 1$$

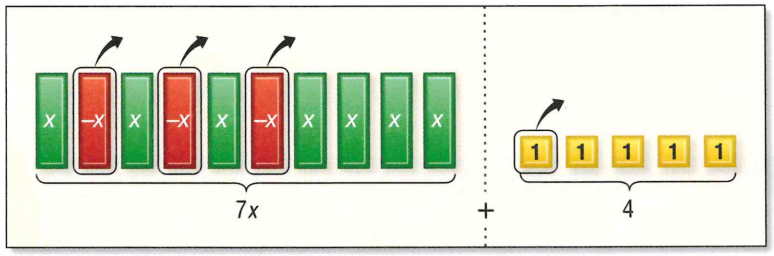
النشاط 3 طرح كثيرات الحدود

استخدم القطع الجبرية لإيجاد $(4x + 5) - (-3x + 1)$.

الخطوة 1 مثّل كثيرة الحدود $4x + 5$.



الخطوة 2 لطرح $-3x + 1$ ، احذف 3 مربعات حمراء $-x$ و 1 مربع أصفر من الفئة 1. يمكنك حذف مربع من الفئة 1. ولكن لا توجد مربعات $-x$. أضف ثلاثة أزواج صفرية من المربعات. ثم احذف $-x$ المربعات الحمراء الثلاثة.



الخطوة 3 اكتب كثيرة الحدود.

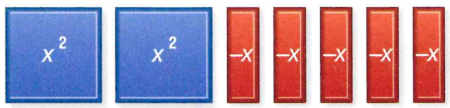
$$(4x + 5) - (-3x + 1) = 7x + 4$$

النموذج والتحليل

استخدم القطع الجبرية لتمثيل كل كثيرة حدود. ثم قم بتصميم رسم تخطيطي.

1. $-2x^2$
2. $5x - 4$
3. $x^2 - 4x$

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل نموذج.

4. 

5.

استخدم القطع الجبرية لإيجاد كل مجموع أو فرق فيما يلي.

6. $(x^2 + 5x - 2) + (3x^2 - 2x + 6)$
7. $(2x^2 + 8x + 1) - (x^2 - 4x - 2)$
8. $(-4x^2 + x) - (x^2 + 5x)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 7-1

جمع وطرح كثيرات الحدود

السابق:
- لقد تعرفت على الدوال أحادية الحد وخواصها.

الحالي:
1. كتابة الدوال كثيرة الحدود بالصيغة القياسية لها.
2. جمع الدوال كثيرة الحدود وطرحها.

لماذا؟
- يتوقع أن تصل مبيعات مشغلات الصوت الرقمية في عام 2017 إلى أرقام قياسية. ويمكن تمثيل بيانات المبيعات من خلال المعادلة $U = -2.7t^2 + 49.4t + 128.7$، حيث تعبر U عن عدد الوحدات التي يتم شحنها بالملايين وتعبر t عن عدد الأعوام منذ 2005. ويعد التعبير $-2.7t^2 + 49.4t + 128.7$ مثالاً على الدالة كثيرة الحدود. ويمكن استخدام الدوال كثيرات الحدود لتمثيل الحالات.

المفردات الجديدة

كثيرة الحدود polynomial
ذات الحدّين binomial
ثلاثية الحدود trinomial
درجة أحادية الحد degree of a monomial
درجة كثيرة الحدود degree of a polynomial
الصيغة القياسية للدالة كثيرة الحدود standard form of a polynomial
معامل رئيسي leading coefficient

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 الصيغة القياسية للدوال كثيرة الحدود

تتكون **الدالة كثيرة الحدود** من دالة أحادية الحد أو مجموع دوال أحادية الحد يسمى كل منها حد الدالة كثيرة الحدود. ويكون لبعض الدوال كثيرة الحدود أسماء خاصة. تتكون **الدالة ذات الحدين** من مجموع دالتين أحادية الحد، وتتكون **الدالة ثلاثية الحدود** من مجموع ثلاث دوال أحادية الحد.

أحادية الحد	ثنائية الحد	ثلاثية الحدود
$5x$	$2x^2 + 7$	$x^3 - 10x + 1$

درجة الدالة أحادية الحد هي مجموع أسس جميع متغيراتها. ويكون للحد الثابت غير الصفري الدرجة صفر، ولا يكون للصفر درجة.

درجة الدالة كثيرة الحدود هي أكبر درجة لأي حد في الدالة كثيرة الحدود. ويمكنك إيجاد درجة كثيرة الحدود من خلال إيجاد درجة كل حد. ويتم تسمية كثيرات الحدود على أساس درجاتها.

الدرجة	الاسم
0	ثابتة
1	خطية
2	تربيعية
3	تكعيبية
4	من الدرجة الرابعة
5	من الدرجة الخامسة
6 أو أكثر	من الدرجة السادسة والدرجة السابعة وهكذا

مثال 1 تحديد كثيرات الحدود

حدد ما إذا كان كل تعبير مما يلي كثير حدود أم لا. وإذا كان كذلك، فأوجد الدرجة وحدد ما إذا كان *أحادي الحد* أو *ثنائي الحدود* أو *ثلاثي الحدود*.

التعبير	هل هو كثير الحدود؟	الدرجة	أحادي الحد أو ثنائي الحدود أو ثلاثي الحدود؟
a. $4y - 5xz$	نعم؛ $4y - 5xz$ مجموع $4y$ و $-5xz$.	2	ثنائي الحدود
b. -6.5	نعم؛ -6.5 عدد حقيقي.	0	أحادي الحد
c. $7a^{-3} + 9b$	لا؛ $7a^{-3} = \frac{7}{a^3}$، والذي ليس أحادي الحد.	—	———
d. $6x^3 + 4x + x + 3$	نعم؛ $6x^3 + 4x + x + 3 = 6x^3 + 5x + 3$ مجموع الدوال الثلاث أحادية الحد.	3	ثلاثي الحدود

تمرين موجه

1A. x

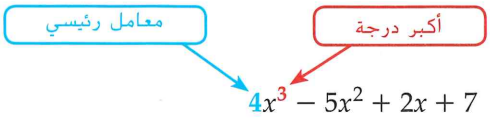
1B. $-3y^2 - 2y + 4y - 1$

1C. $5rx + 7tuv$

1D. $10x^{-4} - 8x^a$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن كتابة حدود الدالة كثيرة الحدود بأي ترتيب. ومع ذلك، عادةً ما تكون كثيرات الحدود المكونة من متغير واحد مكتوبة بالصيغة القياسية. وتكون الحدود في **الصيغة القياسية لكثيرة الحدود** مرتبة من الدرجة الأكبر إلى الدرجة الأقل. وفي هذه الصيغة، يسمى معامل الحد الأول **المعامل الرئيسي**.



مثال 2 الصيغة القياسية للدالة كثيرة الحدود

اكتب كل كثيرة حدود بالصيغة القياسية. وحدّد المعامل الرئيسي.

a. $3x^2 + 4x^5 - 7x$

أوجد درجة كل حد.

الدرجة: 2 5 1

كثيرة حدود: $3x^2 + 4x^5 - 7x$

أكبر درجة هي 5. وبالتالي يمكن كتابة كثيرة الحدود بالصيغة $4x^5 + 3x^2 - 7x$. حيث يكون المعامل الرئيسي 4.

b. $5y - 9 - 2y^4 - 6y^3$

أوجد درجة كل حد.

الدرجة: 1 0 4 3

كثيرة حدود: $5y - 9 - 2y^4 - 6y^3$

أكبر درجة هي 4. وبالتالي يمكن كتابة كثيرة الحدود بالصيغة $-2y^4 - 6y^3 + 5y - 9$. حيث يكون المعامل الرئيسي -2.

تمرين موجه

2A. $8 - 2x^2 + 4x^4 - 3x$

2B. $y + 5y^3 - 2y^2 - 7y^6 + 10$

2 جمع الدوال كثيرات الحدود وطرحها

يتضمن جمع الدوال كثيرات الحدود جمع الحدود المتشابهة. ويمكنك تجميع الحدود المتشابهة باستخدام تنسيق أفقي أو عمودي.

مثال 3 جمع كثيرات الحدود

أوجد مجموع كل مما يلي.

a. $(2x^2 + 5x - 7) + (3 - 4x^2 + 6x)$

الطريقة الأفقية

ادمج الحدود المتشابهة وجمّعها.

$(2x^2 + 5x - 7) + (3 - 4x^2 + 6x)$

$= [2x^2 + (-4x^2)] + [5x + 6x] + [-7 + 3]$ جمّع الحدود المتشابهة.

$= -2x^2 + 11x - 4$ ادمج الحدود المتشابهة.

b. $(3y + y^3 - 5) + (4y^2 - 4y + 2y^3 + 8)$

الطريقة الرأسية

حاذِ الحدود المتشابهة في أعمدة واجمعها.

$y^3 + 0y^2 + 3y - 5$ أدرج عنصرًا نائبًا للمساعدة في محاذاة الحدود.

$(+)\ 2y^3 + 4y^2 - 4y + 8$ حاذِ الحدود المتشابهة واجمعها.

$3y^3 + 4y^2 - y + 3$

تمرين موجه

3A. $(5x^2 - 3x + 4) + (6x - 3x^2 - 3)$

3B. $(y^4 - 3y + 7) + (2y^3 + 2y - 2y^4 - 11)$

نصيحة دراسية

الطريقة الرأسية لاحظ أن الدوال كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية مع محاذاة الحدود المتشابهة. وبما أنه لا يوجد حد y^2 في الدالة كثيرة الحدود الأولى، يتم استخدام $0y^2$ كعنصر نائب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك طرح دالة كثيرة الحدود عن طريق إضافة المعكوس الجمعي لها. ولإيجاد المعكوس الجمعي لدالة كثيرة الحدود، اكتب الأعداد المقابلة لكل حد، كما هو مبين.

$$-(3x^2 + 2x - 6) = \underbrace{-3x^2 - 2x + 6}_{\text{المعكوس الجمعي}}$$

نصيحة دراسية

المعكوس الجمعي عند إيجاد المعكوس الجمعي لكثيرة حدود، تضرب كل حد في -1.

مثال 4 طرح كثيرات الحدود

أوجد ناتج طرح كل مما يلي.

a. $(3 - 2x + 2x^2) - (4x - 5 + 3x^2)$

الطريقة الأفقية

اطرح $4x - 5 + 3x^2$ عن طريق إضافة المعكوس الجمعي لها.

$(3 - 2x + 2x^2) - (4x - 5 + 3x^2)$ — المعكوس الجمعي

$= (3 - 2x + 2x^2) + (-4x + 5 - 3x^2)$ — $4x - 5 + 3x^2$ is $-4x + 5 - 3x^2$ لـ

$= [2x^2 + (-3x^2)] + [(-2x) + (-4x)] + [3 + 5]$ — اجمع الحدود المتشابهة.

$= -x^2 - 6x + 8$ — اجمع الحدود المتشابهة.

b. $(7p + 4p^3 - 8) - (3p^2 + 2 - 9p)$

الطريقة الرأسية

حاذِ الحدود المتشابهة في أعمدة واطرحها عن طريق إضافة المعكوس الجمعي لها.

$$\begin{array}{rr} & 4p^3 + 0p^2 + 7p - 8 \\ (-) & 3p^2 - 9p + 2 \end{array} \quad \xrightarrow{\text{اجمع المقابل.}} \quad \begin{array}{rr} & 4p^3 + 0p^2 + 7p - 8 \\ (+) & -3p^2 + 9p - 2 \\ \hline & 4p^3 - 3p^2 + 16p - 10 \end{array}$$

تمرين موجه

4A. $(4x^3 - 3x^2 + 6x - 4) - (-2x^3 + x^2 - 2)$

4B. $(8y - 10 + 5y^2) - (7 - y^3 + 12y)$

يعطي جمع أعدادٍ صحيحةٍ أو طرحها عددًا صحيحًا، ولذلك فإن الجمع والطرح محصوران ضمن مجموعة الأعداد الصحيحة. وبصورةٍ مشابهة، ينتج عن جمع كثيرات الحدود أو طرحها كثيرة حدود، ولذلك فإن الجمع والطرح محصوران ضمن مجموعة كثيرات الحدود.

مثال 5 من الحياة اليومية جمع الدوال كثيرات الحدود وطرحها

الإلكترونيات تمثل المعادلات $P = 7m + 137$ و $C = 4m + 78$ عدد الهواتف الخلوية P والكاميرات الرقمية C التي تم بيعها في m أشهر في متجر أجهزة إلكترونية. اكتب معادلة لمجموع المبيعات الشهرية T من الهواتف والكاميرات. ثم استنتج عدد الهواتف والكاميرات التي تم بيعها في 10 أشهر.

لكتابة معادلة تمثل إجمالي المبيعات T، اجمع المعادلات التي تمثل عدد الهواتف الخلوية P والكاميرات الرقمية C.

$T = 7m + 137 + 4m + 78$

$= 11m + 215$

عوّض بالرقم 10 عن m لاستنتاج عدد الهواتف والكاميرات التي تم بيعها في 10 أشهر.

$T = 11(10) + 215$

$= 110 + 215$ or 325

وبالتالي، سيتم بيع ما مجموعه 325 هاتف خلوي وكاميرا رقمية في 10 أشهر.

تمرين موجه

5. استخدم المعلومات الواردة أعلاه لكتابة معادلة تمثل الفرق في المبيعات الشهرية من الهواتف الخلوية والمبيعات الشهرية من الكاميرات الرقمية. استخدم المعادلة لاستنتاج الفرق في المبيعات الشهرية في 24 شهرًا.

الربط بالحياة اليومية

زادت مبيعات الكاميرات الرقمية مؤخرًا بنسبة 42% في سنة واحدة. ويتوقع أن تزيد المبيعات بنسبة 15% على الأقل كل عام نظرًا لتحديث المستهلكين للكاميرات الخاصة بهم.

المصدر: شركة التسويق "Big Planet Marketing"

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل تعبير مما يلي كثير حدود أم لا. وإذا كان كذلك، فأوجد الدرجة وحدد ما إذا كان أحادي الحد أم ثنائي الحدود أم ثلاثي الحدود.**

1. $7ab + 6b^2 - 2a^3$
2. $2y - 5 + 3y^2$
3. $3x^2$
4. $\frac{4m}{3p}$
5. $5m^2p^3 + 6$
6. $5q^{-4} + 6q$

مثال 2 **اكتب كل كثيرة حدود بالصيغة القياسية. وحدّد المعامل الرئيسي.**

7. $2x^5 - 12 + 3x$
8. $-4d^4 + 1 - d^2$
9. $4z - 2z^2 - 5z^4$
10. $2a + 4a^3 - 5a^2 - 1$

المثالان 3-4 **أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.**

11. $(6x^3 - 4) + (-2x^3 + 9)$
12. $(g^3 - 2g^2 + 5g + 6) - (g^2 + 2g)$
13. $(4 + 2a^2 - 2a) - (3a^2 - 8a + 7)$
14. $(8y - 4y^2) + (3y - 9y^2)$
15. $(-4z^3 - 2z + 8) - (4z^3 + 3z^2 - 5)$
16. $(-3d^2 - 8 + 2d) + (4d - 12 + d^2)$
17. $(y + 5) + (2y + 4y^2 - 2)$
18. $(3n^3 - 5n + n^2) - (-8n^2 + 3n^3)$

مثال 5

19. **الاستنتاج المنطقي** يتكون العدد الإجمالي للطلاب T الذين سافروا لعطلة الربيع من مجموعتين: الطلاب الذين ركبوا الطائرة إلى وجهتهم F والطلاب الذين ركبوا السيارة إلى وجهتهم D. يمكن تمثيل عدد الطلاب (بالآلاف) الذين ركبوا الطائرة والعدد الإجمالي للطلاب الذين ركبوا الطائرة أو ركبوا السيارة عن طريق المعادلات التالية، حيث يشير n إلى عدد الأعوام منذ عام 1995.

$$T = 14n + 21 \qquad F = 8n + 7$$

a. اكتب معادلة توضح عدد الطلاب الذين ركبوا السيارة إلى وجهتهم خلال هذه الفترة الزمنية.

b. استنتج عدد الطلاب الذين سيركبون السيارة إلى وجهتهم في عام 2018.

c. كم عدد الطلاب سيركبون السيارة أو سيركبون الطائرة إلى وجهتهم في عام 2020؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل تعبير مما يلي كثير حدود أم لا. وإذا كان كذلك، فأوجد الدرجة وحدد ما إذا كان أحادي الحد أم ثنائي الحدود أم ثلاثي الحدود.**

20. $\frac{5y^3}{x^2} + 4x$
21. 21
22. $c^4 - 2c^2 + 1$
23. $d + 3d^c$
24. $a - a^2$
25. $5n^3 + nq^3$

مثال 2 **اكتب كل كثيرة حدود بالصيغة القياسية. وحدّد المعامل الرئيسي.**

26. $5x^2 - 2 + 3x$
27. $8y + 7y^3$
28. $4 - 3c - 5c^2$
29. $-y^3 + 3y - 3y^2 + 2$
30. $11t + 2t^2 - 3 + t^5$
31. $2 + r - r^3$
32. $\frac{1}{2}x - 3x^4 + 7$
33. $-9b^2 + 10b - b^6$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

المثالان 3-4 **أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.**

34. $(2c^2 + 6c + 4) + (5c^2 - 7)$

35 $(2x + 3x^2) - (7 - 8x^2)$

36. $(3c^3 - c + 11) - (c^2 + 2c + 8)$

37. $(z^2 + z) + (z^2 - 11)$

38. $(2x - 2y + 1) - (3y + 4x)$

39. $(4a - 5b^2 + 3) + (6 - 2a + 3b^2)$

40. $(x^2y - 3x^2 + y) + (3y - 2x^2y)$

41. $(-8xy + 3x^2 - 5y) + (4x^2 - 2y + 6xy)$

42. $(5n - 2p^2 + 2np) - (4p^2 + 4n)$

43. $(4rxt - 8r^2x + x^2) - (6rx^2 + 5rxt - 2x^2)$

مثال 5 **44. الحيوانات الأليفة** من عام 1999 حتى عام 2009، يتم تمثيل عدد الكلاب D وعدد القطط C (بالمئات) الذي تم اعتماده من ملاجئ الحيوانات في الولايات المتحدة عن طريق المعادلتين $D = 2n + 3$ و $C = n + 4$، حيث تمثل n عدد الأعوام منذ عام 1999.

a. اكتب دالة تمثل العدد الإجمالي T بالمئات للكلاب والقطط التي تم اعتمادها لهذه الفترة الزمنية.

b. إذا استمر الأمر على هذا النحو، فكم عدد الكلاب والقطط التي سيتم اعتمادها في عام 2013؟

صنّف كل كثيرة حدود وفقًا لدرجتها وعدد حدودها.

45. $4x - 3x^2 + 5$

46. $11z^3$

47. $9 + y^4$

48. $3x^3 - 7$

49. $-2x^5 - x^2 + 5x - 8$

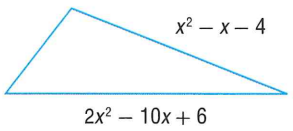
50. $10t - 4t^2 + 6t^3$

51. الالتحاق في نظام مدرسي سريع النمو، يتم تمثيل العدد الإجمالي للطلاب (بالمئات) بالحرف N وعدد الطلاب من رياض الأطفال وحتى الصف الخامس بالحرف P. وتمثل المعادلتان $N = 1.25t2 - t + 7.5$ و $P = 0.7t2 - 0.95t + 3.8$، عدد الطلاب المسجلين من عام 2000 حتى عام 2009، حيث تمثل t عدد الأعوام منذ عام 2000.

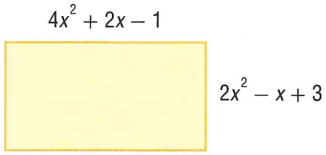
a. اكتب معادلة تمثل عدد الطلاب S في الصفوف من السادس إلى الثاني عشر الذين التحقوا خلال هذه الفترة الزمنية.

b. كم عدد الطلاب الذين التحقوا في الصفوف من السادس إلى الثاني عشر في النظام المدرسي في عام 2007؟

52. الاستنتاج يمكن تمثيل محيط المثلث عن طريق التعبير $3x^2 - 7x + 2$. اكتب كثيرة حدود تمثل قياس الضلع الثالث.



53. الهندسة انظر إلى المستطيل.



a. ماذا تمثل $(4x^2 + 2x - 1)(2x^2 - x + 3)$؟

b. ماذا تمثل $(4x^2 + 2x - 1) + 2(2x^2 - x + 3)2$؟

أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

54. $(4x + 2y - 6z) + (5y - 2z + 7x) + (-9z - 2x - 3y)$

55. $(5a^2 - 4) + (a^2 - 2a + 12) + (4a^2 - 6a + 8)$

56. $(3c^2 - 7) + (4c + 7) - (c^2 + 5c - 8)$

57. $(3n^3 + 3n - 10) - (4n^2 - 5n) + (4n^3 - 3n^2 - 9n + 4)$

58. كرة القدم ينقسم الدوري الوطني لكرة القدم إلى رابطتين، الأمريكية A والوطنية N. من عام 2002 حتى عام 2009، يمكن تمثيل عدد الجمهور الإجمالي T (بالآلاف) لكلا الرابطتين وألعاب الرابطة الأمريكي عن طريق المعادلات التالية، حيث تمثل x عدد الأعوام منذ عام 2002.

$T = -0.69x^3 + 55.83x^2 + 643.31x + 10{,}538$ $A = -3.78x^3 + 58.96x^2 + 265.96x + 5257$

قدّر عدد الأشخاص الذين حضروا مباريات الدوري الوطني لكرة القدم في عام 2009.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

59. استئجار السيارات تبلغ تكلفة استئجار سيارة ليوم واحد AED 15 بالإضافة إلى AED 0.15 لكل كيلو متر يتم قطعه أثناء القيادة.

a. اكتب كثيرة حدود تمثل تكلفة استئجار سيارة لمسافة m كيلو متر.

b. إذا كانت تتم قيادة السيارة لمسافة 145 كيلو متراً، فكم ستبلغ تكلفة استئجارها؟

c. إذا كانت تتم قيادة السيارة لمسافة 105 كيلو متر كل يوم لمدة أربعة أيام، فكم ستبلغ تكلفة استئجارها؟

d. إذا كانت تتم قيادة السيارة لمسافة 220 كيلو متراً كل يوم لمدة سبعة أيام، فكم ستبلغ تكلفة استئجارها؟

60. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستستكشف المحيط والمساحة.

a. هندسيًا ارسم ثلاثة مستطيلات يبلغ محيط كل منها 400 cm.

b. جدوليّ سجل عرض كل مستطيل وطوله في جدول مثل الجدول الموضح أدناه. أوجد مساحة كل مستطيل.

المستطيل	الطول	العرض	المساحة
1	100 cm		
2	50 cm		
3	75 cm		
4	x cm		

c. بيانيًا على نظام إحداثي، ارسم رسمًا بيانيًا لمساحة المستطيل 4 من حيث الطول، x. استخدم الرسم البياني لتحديد أكبر مساحة ممكنة.

d. تحليليًا حدد الطول والعرض اللذان ينتجان أكبر مساحة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

61. النقد يعمل خالد وسلمان على إيجاد حل $(2x^2 - x) - (3x + 3x^2 - 2)$.
هل أي منهما صواب؟ اشرح استنتاجك.

خالد

$(2x^2 - x) - (3x + 3x^2 - 2)$
$= (2x^2 - x) + (-3x + 3x^2 - 2)$
$= 5x^2 - 4x - 2$

سلمان

$(2x^2 - x) - (3x + 3x^2 - 2)$
$= (2x^2 - x) + (-3x - 3x^2 - 2)$
$= -x^2 - 4x - 2$

62. الاستنتاج حدد ما إذا كانت كل من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة. واشرح استنتاجك.

a. يمكن أن يكون لذات الحدين درجة الصفر.

b. ترتيب كثيرات الحدود التي يتم طرحها غير مهم.

63. تحدٍّ اكتب كثيرة حدود تمثل مجموع عدد صحيح فردي $2n + 1$ والعددين الصحيحين الفرديين المتتاليين.

64. الكتابة في الرياضيات لماذا تجمع أو تطرح معادلات تمثل مواقف من الحياة اليومية؟ اشرح.

65. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية جمع وطرح كثيرات الحدود باستخدام كل من التنسيقين الرأسي والأفقي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

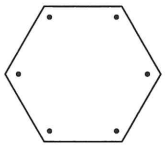
66. يمكن تمثيل ثلاثة أعداد صحيحة متتالية عن طريق x، و $x + 1$، و $x + 2$. ما مجموع الأعداد الصحيحة الثلاثة هذه؟

A $x(x + 1)(x + 2)$ C $3x + 3$

B $x^3 + 3$ D $x + 3$

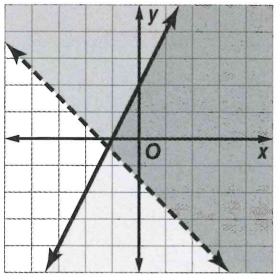
67. **إجابة قصيرة** ما محيط مربع طول أضلاعه $2x + 3$ وحدة؟

68. يقطع جمال لوحة على شكل سداسي منتظم ويدق مسمار عند كل رأس، كما هو مبين. كم عدد الأشرطة المطاطية التي سيحتاجها لتمديد شريط مطاطي بين كل زوج ممكن من المسامير؟



F 15 G 14 H 12 J 9

69. أي زوج مرتّب في مجموعة حل نظام المتباينات المبين في التمثيل البياني؟



A $(-3, 0)$ C $(5, 0)$

B $(0, -3)$ D $(0, 5)$

مراجعة شاملة

بسّط ما يلي.

70. $\sqrt{72}$ **71.** $\sqrt{18} \cdot \sqrt{14}$ **72.** $\sqrt{44x^4y^3}$ **73.** $\frac{3}{\sqrt{18}}$

74. $\sqrt{\frac{28}{75}}$ **75.** $\frac{\sqrt{8a^6}}{\sqrt{108}}$ **76.** $\frac{5}{4 - \sqrt{2}}$ **77.** $\frac{4\sqrt{3}}{2 + \sqrt{5}}$

78. **المعرفة المالية** لنفترض أنك اشتريت 3 قمصان وبنطلونين من التخفيضات في أحد متاجر بيع الملابس مقابل AED 72. في اليوم التالي، اشترى صديق قميصين و 4 بناطيل مقابل AED 96. فإذا كانت القمصان التي اشتراها كل منكما بنفس السعر وكانت البناطيل أيضًا بنفس السعر، فما هو ثمن كل قميص وكل بنطلون؟

مثّل النقاط التالية تمثيلاً بيانيًا وصِل بينها لتكوين شكل.

79. $A(-5, 3)$, $B(3, -4)$ و $C(-2, -3)$

80. $P(-2, 1)$, $Q(3, 4)$, $R(5, 1)$ و $S(0, -2)$

البقالة **أوجد الوزن المتري بالجرامات لكل عنصر.**

81.

الوزن الصافي: 15 كيلو جرام

82.

الوزن الصافي: 8.2 مليجرام

83.

الوزن الصافي:
2.5 كيلو جرام

مراجعة المهارات

بسّط ما يلي.

84. $t(t^5)(t^7)$ **85.** $n^3(n^2)(-2n^3)$ **86.** $(5t^5v^2)(10t^3v^4)$ **87.** $(-8u^4z^5)(5uz^4)$

88. $[(3)^2]^3$ **89.** $[(2)^3]^2$ **90.** $(2m^4k^3)^2(-3mk^2)^3$ **91.** $(6xy^2)^2(2x^2y^2z^2)^3$

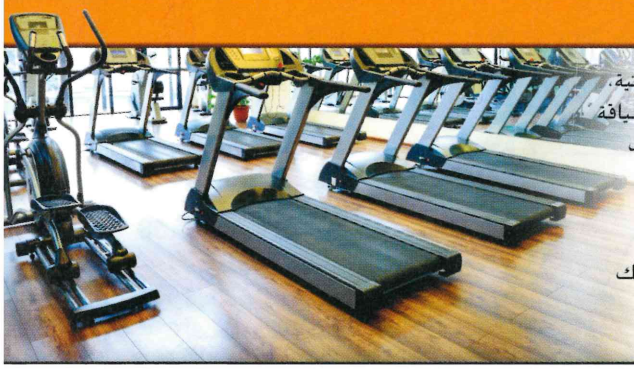
McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

7-2 ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد

السابق:
- لقت قمت بضرب أحاديات الحد.

الحالي:
1. ضرب كثيرة حدود في أحادية حدّ.
2. حل المعادلات التي تتضمن نواتج ضرب أحاديات الحدود وكثيرات الحدود.

لماذا؟
- تفتتح ياسمين خالد نادٍ للياقة البدنية. وأخبرت المقاول أن طول غرفة اللياقة البدنية يجب أن يكون ثلاثة أضعاف عرضها بالإضافة إلى 8 أقدام. ولتغطية أرضية فصول التمرين بالسجاد، تحتاج السيدة ياسمين إلى معرفة مساحة الأرضية. لذلك فإنها تضرب العرض في الطول، $w(3w + 8)$.



ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد

لإيجاد ناتج ضرب كثيرة حدود في أحادية الحد، يمكنك استخدام خاصية التوزيع.

مثال 1 ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد

أوجد ناتج $-3x^2(7x^2 - x + 4)$.

الطريقة الأفقية

$-3x^2(7x^2 - x + 4)$	التعبير الأصلي
$= -3x^2(7x^2) - (-3x^2)(x) + (-3x^2)(4)$	خاصية التوزيع
$= -21x^4 - (-3x^3) + (-12x^2)$	اضرب.
$= -21x^4 + 3x^3 - 12x^2$	بسّط.

الطريقة الرأسية

$7x^2 - x + 4$	
$(\times) \quad -3x^2$	خاصية التوزيع
$-21x^4 + 3x^3 - 12x^2$	اضرب.

تمرين موجّه

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

1A. $5a^2(-4a^2 + 2a - 7)$

1B. $-6d^3(3d^4 - 2d^3 - d + 9)$

يمكننا استخدام هذه الطريقة نفسها أكثر من مرة لتبسيط التعبيرات الكبيرة.

مثال 2 تبسيط التعابير

بسّط $2p(-4p^2 + 5p) - 5(2p^2 + 20)$.

$2p(-4p^2 + 5p) - 5(2p^2 + 20)$	التعبير الأصلي
$= (2p)(-4p^2) + (2p)(5p) + (-5)(2p^2) + (-5)(20)$	خاصية التوزيع
$= -8p^3 + 10p^2 - 10p^2 - 100$	اضرب.
$= -8p^3 + (10p^2 - 10p^2) - 100$	خاصيتا التبديل والتجميع
$= -8p^3 - 100$	جمّع الحدود المتشابهة.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تمرين موجّه

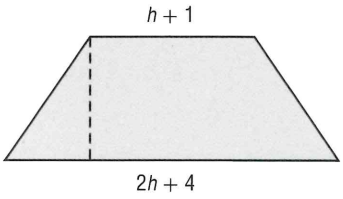
بسّط كل تعبير مما يلي.

2A. $3(5x^2 + 2x - 4) - x(7x^2 + 2x - 3)$ **2B.** $15t(10y^3t^5 + 5y^2t) - 2y(yt^2 + 4y^2)$

يمكننا استخدام خاصية التوزيع لضرب أحاديات الحدود في كثيرات الحدود وحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة وإيجاد قيم كثيرة الحدود وإيجاد قيمتها

إجابة شبكية موضوع حفلة مدرسية هو "الذهب الصلب". من أجل التزيين، يغطي سليم قطعة من لوحة ملصقات على شكل شبه منحرف بورق معدني ذهبي اللون لتبدو وكأنها قالب من الذهب. فإذا كان ارتفاع لوحة الملصقات 18 cm، فكم ورقة معدنية سوف تحتاجها سليم بالسنتيمتر المربع؟



قراءة فقرة الاختبار

يطلب منك السؤال إيجاد مساحة شبه منحرف ارتفاعه h وقاعدتاه $h + 1$ و $2h + 4$.

حَل فقرة الاختبار

اكتب معادلة تمثل مساحة شبه المنحرف.

افترض أن $b_1 = h + 1$ وافترض أن $b_2 = 2h + 4$ وافترض أن h هو ارتفاع شبه المنحرف.

$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$	مساحة شبه المنحرف
$= \frac{1}{2}h[(h + 1) + (2h + 4)]$	$b_1 = h + 1$ و $b_2 = 2h + 4$
$= \frac{1}{2}h(3h + 5)$	اجمع وبسّط.
$= \frac{3}{2}h^2 + \frac{5}{2}h$	خاصية التوزيع
$= \frac{3}{2}(18)^2 + \frac{5}{2}(18)$	$h = 18$
$= 531$	بسّط.

5	3	1		
.	.	.	.	.
0	0	0	0	0
1	1	●	1	1
2	2	2	2	2
3	●	3	3	3
4	4	4	4	4
●	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	7	7	7	7
8	8	8	8	8
9	9	9	9	9

سيحتاج سليم $231\ cm^2$ من الورق المعدني.

مثّل إجابتك 531 شبكيًا.

تمرين موجّه

3. إجابة قصيرة تصنع سعاد أربطة رأس مثلثية الشكل للقطط في نادي الحيوانات الأليفة الخاص بها. يساوي طول قاعدة رباط الرأس طول الطوق مع إضافة 4 بوصات إلى كل طرف من أجل ربطه. يبلغ الارتفاع $\frac{1}{2}$ طول الطوق.

a. إذا كان طول طوق قطة كريمة 12 بوصة، فكم ستحتاج من القماش بالبوصة المربعة؟

b. إذا صنعت سعاد رباط رأس لقطة صديقة لها بطوق طوله 6 بوصات، فكم ستحتاج من القماش بالبوصة المربعة؟

نصيحة عند حل الاختبار

الأدوات تقدم العديد من الاختبارات المعيارية أوراق قوانين تحتوي على القوانين الأكثر استعمالاً. إذا لم تكن متأكدًا من القانون الصحيح، فتحقق من الورقة قبل البدء في حل المسألة.

الربط بالحياة اليومية

في العام الأخير، حققت تجارة مستلزمات الحيوانات الأليفة مبيعات تقدر بنحو 7.05 مليار درهم. وتتراوح هذه التجارة من الطعام اللذيذ إلى التيجان المصنوعة من حجر الراين، والقلادات المصنوعة من اللؤلؤ، والمعاطف المصنوعة من الكشمير.

المصدر: مجلة *Entrepreneur*

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

2 حل المعادلات ذات التعابير كثيرات الحدود

يمكننا استخدام خاصية التوزيع لحل المعادلات التي تتضمن نواتج أحاديات الحد وكثيرات الحدود.

مثال 4 المعادلات ذات التعابير كثيرات الحدود على كلا الطرفين

حُـــلّ $2a(5a - 2) + 3a(2a + 6) + 8 = a(4a + 1) + 2a(6a - 4) + 50$.

$2a(5a - 2) + 3a(2a + 6) + 8 = a(4a + 1) + 2a(6a - 4) + 50$	المعادلة الأصلية
$10a^2 - 4a + 6a^2 + 18a + 8 = 4a^2 + a + 12a^2 - 8a + 50$	خاصية التوزيع
$16a^2 + 14a + 8 = 16a^2 - 7a + 50$	اجمع الحدود المتشابهة.
$14a + 8 = -7a + 50$	اطرح $16a^2$ من الطرفين.
$21a + 8 = 50$	اجمع $7a$ على الطرفين.
$21a = 42$	اطرح 8 من الطرفين.
$a = 2$	اقسم الطرفين على 21.

تحقق

$$2a(5a - 2) + 3a(2a + 6) + 8 = a(4a + 1) + 2a(6a - 4) + 50$$
$$2(2)[5(2) - 2] + 3(2)[2(2) + 6] + 8 \stackrel{?}{=} 2[4(2) + 1] + 2(2)[6(2) - 4] + 50$$
$$4(8) + 6(10) + 8 \stackrel{?}{=} 2(9) + 4(8) + 50 \quad \text{بسّط.}$$
$$32 + 60 + 8 \stackrel{?}{=} 18 + 32 + 50 \quad \text{اضرب.}$$
$$100 = 100 \checkmark \quad \text{اجمع واطرح.}$$

تمرين موجّه

حُـــلّ كل من المعادلات التالية.

4A. $2x(x + 4) + 7 = (x + 8) + 2x(x + 1) + 12$

4B. $d(d + 3) - d(d - 4) = 9d - 16$

نصيحة دراسية

جمع الحدود المتشابهة عند تبسيط تعبير طويل، قد يكون من المفيد وضع دائرة حول مجموعة من الحدود المشابهة، ومستطيل حول مجموعة أخرى، ومثلث حول مجموعة أخرى، وهكذا.

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.**

1. $5w(-3w^2 + 2w - 4)$

2. $6g^2(3g^3 + 4g^2 + 10g - 1)$

3. $4km^2(8km^2 + 2k^2m + 5k)$

4. $-3p^4r^3(2p^2r^4 - 6p^6r^3 - 5)$

5 $2ab(7a^4b^2 + a^5b - 2a)$

6. $c^2d^3(5cd^7 - 3c^3d^2 - 4d^3)$

مثال 2 **بسّط كلًا من التعابير التالية.**

7. $t(4t^2 + 15t + 4) - 4(3t - 1)$

8. $x(3x^2 + 4) + 2(7x - 3)$

9. $-2d(d^3c^2 - 4dc^2 + 2d^2c) + c^2(dc^2 - 3d^4)$

10. $-5w^2(8w^2x - 11wx^2) + 6x(9wx^4 - 4w - 3x^2)$

مثال 3

11. إجابة شبكية اشترت منى تلفزيون بلازما جديد. يبلغ ارتفاع شاشة التلفزيون نصف عرضها بالإضافة إلى 5 بوصات، ويبلغ العرض 30 بوصة. أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصة.

مثال 4 **حُـــلّ كل من المعادلات التالية.**

12. $-6(11 - 2c) = 7(-2 - 2c)$

13. $t(2t + 3) + 20 = 2t(t - 3)$

14. $-2(w + 1) + w = 7 - 4w$

15. $3(y - 2) + 2y = 4y + 14$

16. $a(a + 3) + a(a - 6) + 35 = a(a - 5) + a(a + 7)$

17. $n(n - 4) + n(n + 8) = n(n - 13) + n(n + 1) + 16$

McGraw-Hill Education مؤسسة لمحفوظة لمطابع والتأليف © حقوق الطبع

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **أوجد ناتج ضرب كل مما يلي.**

18. $b(b^2 - 12b + 1)$

19. $f(f^2 + 2f + 25)$

20. $-3m^3(2m^3 - 12m^2 + 2m + 25)$

21. $2j^2(5j^3 - 15j^2 + 2j + 2)$

22. $2pr^2(2pr + 5p^2r - 15p)$

23. $4t^3u(2t^2u^2 - 10tu^4 + 2)$

مثال 2 **بسّط كلاً من التعابير التالية.**

24. $-3(5x^2 + 2x + 9) + x(2x - 3)$

25. $a(-8a^2 + 2a + 4) + 3(6a^2 - 4)$

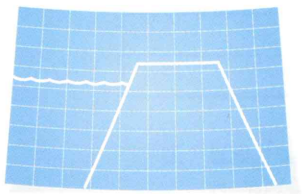
26. $-4d(5d^2 - 12) + 7(d + 5)$

27. $-9g(-2g + g^2) + 3(g^2 + 4)$

28. $2j(7j^2k^2 + jk^2 + 5k) - 9k(-2j^2k^2 + 2k^2 + 3j)$

29. $4n(2n^3p^2 - 3np^2 + 5n) + 4p(6n^2p - 2np^2 + 3p)$

مثال 3



30. السدود هناك سد جديد يجري بناؤه على شكل شبه منحرف. يبلغ طول القاعدة في أسفل السد ضعفي الارتفاع، ويبلغ طول القاعدة في أعلى السد $\frac{1}{5}$ الارتفاع ناقص 30 m.

a. اكتب تعبيرًا لإيجاد مساحة مقطع شبه المنحرف العرضي للسد.

b. إذا كان ارتفاع السد 180 m، فأوجد مساحة هذا المقطع العرضي.

مثال 4 **حُـــلّ كل من المعادلات التالية.**

31 $7(t^2 + 5t - 9) + t = t(7t - 2) + 13$

32. $w(4w + 6) + 2w = 2(2w^2 + 7w - 3)$

33. $5(4z + 6) - 2(z - 4) = 7z(z + 4) - z(7z - 2) - 48$

34. $9c(c - 11) + 10(5c - 3) = 3c(c + 5) + c(6c - 3) - 30$

35. $2f(5f - 2) - 10(f^2 - 3f + 6) = -8f(f + 4) + 4(2f^2 - 7f)$

36. $2k(-3k + 4) + 6(k^2 + 10) = k(4k + 8) - 2k(2k + 5)$

بسّط كل تعبير.

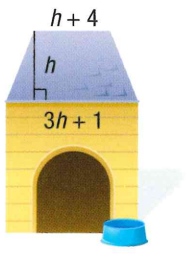
37. $\frac{2}{3}np^2(30p^2 + 9n^2p - 12)$

38. $\frac{3}{5}r^2t(10r^3 + 5rt^3 + 15t^2)$

39. $-5q^2w^3(4q + 7w) + 4qw^2(7q^2w + 2q) - 3qw(3q^2w^2 + 9)$

40. $-x^2z(2z^2 + 4xz^3) + xz^2(xz + 5x^3z) + x^2z^3(3x^2z + 4xz)$

41. إيتاف السيارات يتقاضى كراج سيارات AED 30 في الشهر بالاضافة إلى AED 0.5 في الساعة أثناء النهار و AED 0.25 في الساعة أثناء الليل وعطلات نهاية الأسبوع. لنفترض أن محمود يوقف سيارته في الكراج لمدة 47 ساعة في شهر يناير وأن h ساعة منها تكون أثناء الليل وعطلات نهاية الأسبوع.



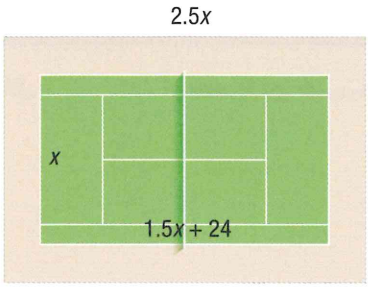
a. أوجد التعبير الخاص لحساب قيمة فاتورة محمود خلال شهر يناير.

b. أوجد التكلفة إذا أوقف محمود سيارته لمدة 12 ساعة أثناء الليل وعطلات نهاية الأسبوع.

42. تمثيل النماذج يبني سمير منزلاً لقطته الجديدة، ويكون الوجه العلوي للمنزل على شكل شبه منحرف. فإذا كان ارتفاع شبه المنحرف 12 سنتميتر، فأوجد مساحة وجه هذه القطعة من المنزل.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

43. التنس يبني نادي التنس ملعبًا جديدًا للتنس مع مسار حوله.



a. اكتب تعبيرًا لمساحة ملعب التنس.

b. اكتب تعبيرًا لمساحة المسار.

c. إذا كانت $x = 36$ قدمًا، فما محيط الجانب الخارجي للمسار؟

44. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف من درجة ناتج ضرب أحادية حدود وكثيرة حدود.

a. **جدوليّ** اكتب ثلاث دوال أحادية الحدود من درجات مختلفة وثلاث دوال كثيرة الحدود من درجات مختلفة. حدد درجة كل أحادية حدود وكثيرة حدود. اضرب أحاديات الحدود في كثيرات الحدود. حدد درجة كل ناتج ضرب. سجّل النتائج في جدول مثل الجدول الموضح أدناه.

أحادية الحد	الدرجة	كثيرة حدود	الدرجة	ناتج ضرب أحادية الحد في كثيرة الحدود	الدرجة

b. **لفظيًا** خمّن درجة حاصل ضرب أحادية حدود وكثيرة حدود. ما هي درجة حاصل ضرب أحادية حدود من الدرجة a وكثيرة حدود من الدرجة b؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. تحليل الخطأ قدم كل من سلام وناديا حلاً لهذه المسألة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

سلام

$2x^2(3x^2 + 4x + 2)$

$6x^4 + 8x^2 + 4x^2$

$6x^4 + 12x^2$

ناديا

$2x^2(3x^2 + 4x + 2)$

$6x^4 + 8x^3 + 4x^2$

46. المثابرة أوجد قيمة p حيث إن $3x^p(4x^{2p+3} + 2x^{3p-2}) = 12x^{12} + 6x^{10}$.

47. تحدٍ بسّط $4x^{-3}y^2(2x^5y^{-4} + 6x^{-7}y^6 - 4x^0y^{-2})$.

48. الاستنتاج هل توجد قيمة لـ x تجعل العبارة $(x + 2)^2 = x^2 + 2^2$ صحيحة؟ إذا كان الأمر كذلك، فأوجد قيمة x. اشرح استنتاجك.

49. مسألة غير محددة الإجابة اكتب أحادية حدود وكثيرة حدود باستخدام n كمتغير. أوجد ناتج ضربهما.

50. الكتابة في الرياضيات اذكر خطوات ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبار المعياري

51. يبيع أحد المتاجر كل أسبوع j بنطال جينز و t قميص. يربح المتجر AED 8 في كل قميص و AED 12 من كل بنطلون. أي من العبارات التالية يمثل المبلغ الإجمالي -بالدرهم- للأموال التي يربحها المتجر كل أسبوع؟

A $8j + 12t$
B $12j + 8t$
C $20(j + t)$
D $96jt$

52. إذا كانت $a = 5x + 7y$ وكانت $b = 2y - 3x$. فما ناتج $a + b$؟

F $2x - 9y$
G $3y + 4x$
H $2x + 9y$
J $2x - 5y$

53. الهندسة مثلث له ضلع طوله 5 cm وضلع 8.5 cm. أي مما يلي لا يمكن أن يكون طول الضلع الثالث؟

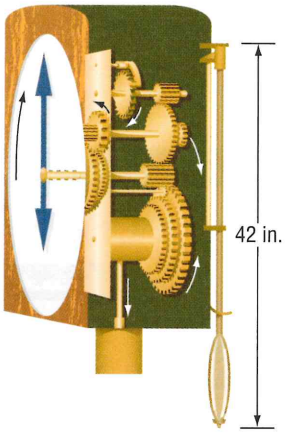
A 3.5 cm
B 4 cm
C 5.5 cm
D 12 cm

54. إجابة قصيرة اكتب معادلة تتغير فيها x طرديًا كمكعب y وعكسيًا كمربع z.

مراجعة شاملة

أوجد كل مجموع أو فرق.

55. $(2x^2 - 7) + (8 - 5x^2)$
56. $(3z^2 + 2z - 1) + (z^2 - 6)$
57. $(2a - 4a^2 + 1) - (5a^2 - 2a - 6)$
58. $(a^3 - 3a^2 + 4) - (4a^2 + 7)$
59. $(2ab - 3a + 4b) + (5a + 4ab)$
60. $(8c^3 - 3c^2 + c - 2) - (3c^3 + 9)$



61. الساعات مدة البندول هو الزمن اللازم للتأرجح مرة واحدة كاملة ذهابًا وإيابًا. قانون المدة P في ثواني بندول هو $P = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{32}}$، حيث تمثل ℓ طول البندول بالقدم.

a. ما هي مدة البندول في الساعة الموضحة لأقرب عشر من الثانية؟

b. كم بوصة تقريبًا يجب أن يقطعها البندول من أجل فترة قدرها ثانية واحدة؟

حل كل متباينة.

62. $-14n \geq 42$
63. $p + 6 > 15$
64. $-2a - 5 < 20$
65. $5x \leq 3x - 26$

مراجعة المهارات

بسّط ما يلي.

66. $b(b^2)(b^3)$
67. $2y(3y^2)$
68. $-y^4(-2y^3)$
69. $-3z^3(-5z^4 + 2z)$
70. $2m(-4m^4) - 3(-5m^3)$
71. $4p^2(-2p^3) + 2p^4(5p^6)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستكشاف

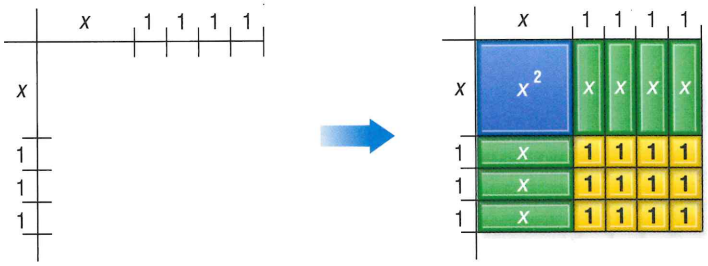
7-3 مختبر الجبر
ضرب كثيرات الحدود

يمكنك استخدام القطع الجبرية لإيجاد ناتج ضرب ذوات الحدين.

النشاط 1 ضرب ذوات الحدين

يمكنك استخدام القطع الجبرية لإيجاد $(x + 4)(x + 3)$.

سيكون عرض المستطيل $x + 3$ وطوله $x + 4$. استخدم القطع الجبرية لتحديد الأبعاد على نموذج ناتج الضرب. ثم أكمل المستطيل باستخدام القطع الجبرية.

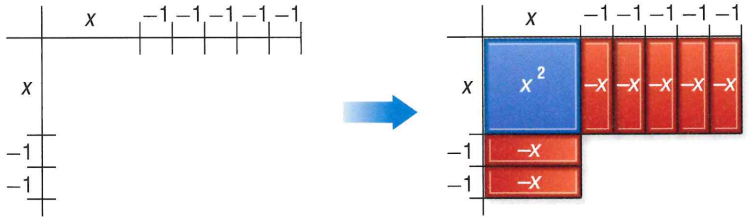


يتكون المستطيل من 1 مربع أزرق x^2، و 7 مربعات خضراء x، و 12 مربعًا أصفرًا من الفئة 1. مساحة المستطيل هي $x^2 + 7x + 12$. إذًا، $(x + 4)(x + 3) = x^2 + 7x + 12$.

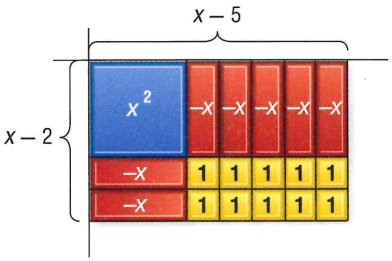
النشاط 2 ضرب ذوات الحدين

استخدم القطع الجبرية لإيجاد $(x - 5)(x - 2)$.

الخطوة 1 سيكون عرض المستطيل $x - 2$ وطوله $x - 5$. استخدم القطع الجبرية لتحديد الأبعاد على نموذج ناتج الضرب. ثم ابدأ عمل المستطيل باستخدام القطع الجبرية.



الخطوة 2 حدد ما إذا كنت ستستخدم 10 مربعات صفراء من الفئة 1 أو 10 مربعات حمراء من الفئة -1 لإكمال المستطيل. تكون مساحة كل مربع أصفر هي حاصل ضرب 1 $-$ في -1. املأ الفراغ باستخدام 10 مربعات صفراء من الفئة 1 لإكمال المستطيل.



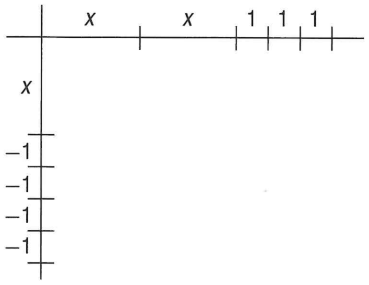
يتكون المستطيل من ا مربع أزرق x^2 و $7 - x$ مربعات حمراء و 10 مربعات صفراء من الفئة 1. مساحة المستطيل هي $x^2 - 7x + 10$. إذًا، $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 7x + 10$.

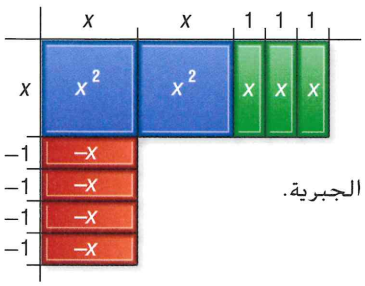
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

النشاط 3 ضرب ذوات الحدين

استخدم القطع الجبرية لإيجاد $(x - 4)(2x + 3)$.

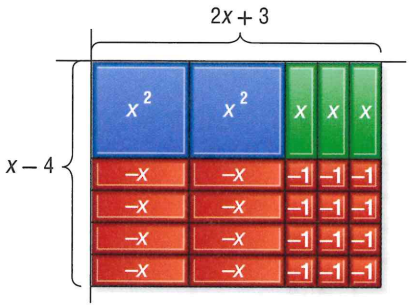
الخطوة 1 سيكون عرض المستطيل $x - 4$ وطوله $x + 3$.
استخدم القطع الجبرية لتحديد الأبعاد على نموذج ناتج الضرب. ثم ابدأ عمل المستطيل باستخدام القطع الجبرية.





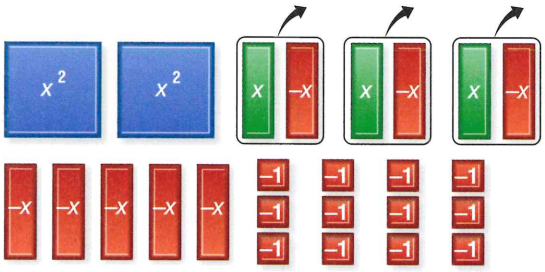
الخطوة 2 حدد ما لون المربعات ذات الفئة x وما لون المربعات ذات الفئة 1 المستخدمة لإكمال المستطيل.
مساحة كل مربع أحمر هي x هي حاصل ضرب x في -1.
تُمثل كل مساحة مربع أحمر من الفئة 1 بواسطة $1(-1)$ أو -1.

أكمل المستطيل باستخدام 4 مربعات حمراء من الفئة x و 12 مربعًا أحمرًا من الفئة -1.



الخطوة 3 أعد ترتيب المربعات لتبسيط كثيرة الحدود التي كونتها.
لاحظ أنه تم تكوين 3 أزواج صفرية عن طريق ثلاثة مربعات موجبة وثلاثة أخرى سلبية x.

يوجد 2 مربع أزرق x^2 و 5 مربعات حمراء $-x$ و 12 مربع أحمر من الفئة -1. في أبسط صورة، $(x - 4)(2x + 3) = 2x^2 - 5x - 12$.



النموذج والتحليل

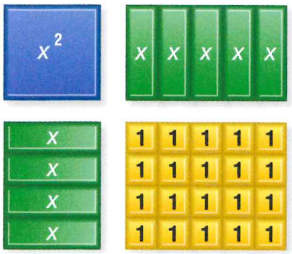
استخدم القطع الجبرية لإيجاد كل ناتج ضرب.

1. $(x + 1)(x + 4)$
2. $(x - 3)(x - 2)$
3. $(x + 5)(x - 1)$
4. $(x + 2)(2x + 3)$
5. $(x - 1)(2x - 1)$
6. $(x + 4)(2x - 5)$

هل العبارات التالية *صحيحة* أم *خاطئة*؟ برر إجابتك مع رسم القطع الجبرية.

7. $(x - 4)(x - 2) = x^2 - 6x + 8$
8. $(x + 3)(x + 5) = x^2 + 15$

9. **الكتابة في الرياضيات** يمكنك أيضًا استخدام خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب ذوات الحدين. يُبين الشكل الموجود على اليمين نموذجًا لـ $(x + 5)(x + 4)$ مقسمًا إلى أربعة أجزاء. اكتب جملة أو اثنتين يوضحان كيف يبين هذا النموذج استخدام خاصية التوزيع.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 7-3

ضرب كثيرات الحدود

السابق

- قمت بضرب كثيرات الحدود في أحاديات الحدود.

الحالي

1 ضرب القيم ذات الحدين عن طريق استخدام طريقة فويل.

2 ضرب كثيرات الحدود باستخدام خاصية التوزيع.

لماذا؟

- تُصنع ألواح السباحة، التي تستخدم لركوب الأمواج، من الفوم وتكون ذات شكل مستطيل أكثر من ألواح التزلج على الماء. وتُحدد أبعاد ألواح السباحة حسب طول المستخدم ومستوى مهارته.

يجب أن يكون طول لوح السباحة الخاص بعمر هو نفس ارتفاع عمر h ناقص 32 بوصة أو $h - 32$. ويجب أن يكون عرض لوح السباحة نصف ارتفاع عمر زائد 11 بوصة أو $\frac{1}{2}h + 11$. ولتقريب مساحة لوح السباحة، تحتاج إلى إيجاد $(h - 32)\left(\frac{1}{2}h + 11\right)$.

المفردات الجديدة

طريقة فويل (FOIL method)

تعبير تربيعي (quadratic expression)

ممارسات في الرياضيات

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 ضرب ذوات الحدين

لضرب زوج من ذوات الحدين مثل $h - 32$ و $\frac{1}{2}h + 11$، تستخدم خاصية التوزيع. يمكن ضرب ذوات الحدين أفقيًا أو عموديًا.

مثال 1 خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب

a. $(2x + 3)(x + 5)$

الطريقة الرأسية

اضرب في 5.	اضرب في x.	اجمع الحدود المتشابهة.
$2x + 3$	$2x + 3$	$2x + 3$
$(\times)\ x + 5$	$(\times)\ x + 5$	$(\times)\ x + 5$
$10x + 15$	$10x + 15$	$10x + 15$
	$2x^2 + 3x$	$2x^2 + 3x$
$5(2x + 3) = 10x + 15$	$x(2x + 3) = 2x^2 + 3x$	$2x^2 + 13x + 15$

الطريقة الأفقية

أعد الكتابة في صورة مجموع ناتجي ضرب.
خاصية التوزيع
اجمع الحدود المتشابهة.

$$\begin{aligned}(2x + 3)(x + 5) &= 2x(x + 5) + 3(x + 5)\\ &= 2x^2 + 10x + 3x + 15\\ &= 2x^2 + 13x + 15\end{aligned}$$

b. $(x - 2)(3x + 4)$

الطريقة الرأسية

اضرب في 4.	اضرب في $3x$.	اجمع الحدود المتشابهة.
$x - 2$	$x - 2$	$x - 2$
$(\times)\ 3x + 4$	$(\times)\ 3x + 4$	$(\times)\ 3x + 4$
$4x - 8$	$4x - 8$	$4x - 8$
	$3x^2 - 6x$	$3x^2 - 6x$
$4(x - 2) = 4x - 8$	$3x(x - 2) = 3x^2 - 6x$	$3x^2 - 2x - 8$

الطريقة الأفقية

أعد الكتابة في صورة الفرق بين ناتجي ضرب.
خاصية التوزيع
اجمع الحدود المتشابهة.

$$\begin{aligned}(x - 2)(3x + 4) &= x(3x + 4) - 2(3x + 4)\\ &= 3x^2 + 4x - 6x - 8\\ &= 3x^2 - 2x - 8\end{aligned}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

تمرين موجّه

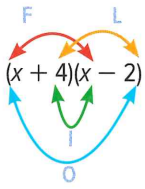
1A. $(3m + 4)(m + 5)$ **1B.** $(5y - 2)(y + 8)$

يُطلق على الصيغة المختصرة لخاصية التوزيع لضرب ذوات الحدين **طريقة فويل**

المفهوم الأساسي طريقة فويل

الشرح لضرب زوج من ذوات الحدين، أوجد مجموع نواتج ضرب حدود ***F*** الذي يشير إلى الكلمة الإنجليزية *First* (*الأولى*)، وحدود ***O*** الذي يشير إلى الكلمة الإنجليزية *Outer* (*الطرفي*)، وحدود ***I*** الذي يشير إلى الكلمة الإنجليزية *Inner* (*الداخلي*)، وحدود ***L*** الذي يشير إلى الكلمة الإنجليزية *Last* (*الأخير*).

مثال



الحدود الاولية — الحدود الطرفية — الحدود الداخلية — الحدود الاخيرة

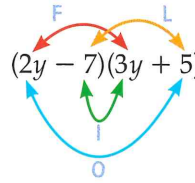
$$(x + 4)(x - 2) = (x)(x) + (x)(-2) + (4)(x) + (4)(-2)$$
$$= x^2 - 2x + 4x - 8$$
$$= x^2 + 2x - 8$$

قراءة في الرياضيات
كثيرات الحدود في صورة عوامل
التعبير $(x + 4)(x - 2)$ يُقرأ في صورة *الكمية* x *مجموعة إلى* 4 *الكل مضروبًا في الكمية* x *ناقص* 2.

مثال 2 طريقة فويل

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

a. $(2y - 7)(3y + 5)$



$$(2y - 7)(3y + 5) = (2y)(3y) + (2y)(5) + (-7)(3y) + (-7)(5)$$ طريقة فويل
$$= 6y^2 + 10y - 21y - 35$$ اضرب.
$$= 6y^2 - 11y - 35$$ اجمع الحدود المتشابهة.

b. $(4a - 5)(2a - 9)$

$$(4a - 5)(2a - 9)$$ طريقة فويل
$$= (4a)(2a) + (4a)(-9) + (-5)(2a) + (-5)(-9)$$ اضرب.
$$= 8a^2 - 36a - 10a + 45$$ اجمع الحدود المتشابهة.
$$= 8a^2 - 46a + 45$$

تمرين موجّه

2A. $(x + 3)(x - 4)$ **2B.** $(4b - 5)(3b + 2)$

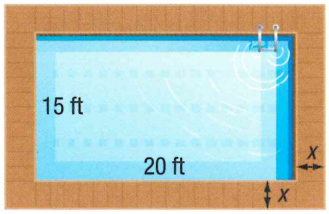
2C. $(2y - 5)(y - 6)$ **2D.** $(5a + 2)(3a - 4)$

لاحظ أنه عند ضرب زوج من التعابير الخطية، تصبح النتيجة عبارة عن تعبيرًا تربيعيًا. **التعبير التربيعي** هو تعبير ذو متغير واحد من الدرجة الثانية. عند ضرب ثلاثة من التعابير الخطية، تصبح النتيجة من الدرجة الثالثة.

ويمكن استخدام طريقة فويل لإيجاد تعبير يمثل مساحة مستطيل وذلك عندما تعطى أطوال الأضلاع كمقادير ذات حدين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من الحياة اليومية طريقة فويل



حمام السباحة يبني أحد المقاولين ممر حول حمام سباحة مستطيل الشكل حيث يكون الممر x أقدام من كل جانب من جوانب الحمام. اكتب تعبيرًا للمساحة الكلية للحمام والممر.

الاستيعاب نحتاج إلى إيجاد تعبير للمساحة الكلية للحمام والممر.

الخطة أوجد ناتج ضرب طول وعرض الحمام في الممر.

الحل حيث إن الممر يبعد نفس المسافة عن كل جانب من جوانب الحمام، وطول وعرض الحمام هو أطول بمقدار $2x$. إذًا، فإنه يمكن تمثيل الطول بـ $2x + 20$ ويمكن تمثيل العرض بـ $2x + 15$.

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$= (2x + 20)(2x + 15)$

عوّض

$= (2x)(2x) + (2x)(15) + (20)(2x) + (20)(15)$

طريقة فويل

$= 4x^2 + 30x + 40x + 300$

اضرب.

$= 4x^2 + 70x + 300$

اجمع الحدود المتشابهة.

إذًا، المساحة الكلية للممر والحمام هي $4x^2 + 70x + 300$.

تحقق اختر قيمة لكل من x. وعوض بهذه القيمة في $(2x + 20)(2x + 15)$ و $4x^2 + 70x + 300$. ينبغي أن تكون النتيجة متماثلة لكلا التعبيرين.

تمرين موجّه

3. إذا كان يبلغ طول الحمام 25 قدمًا ويبلغ عرضه 20 قدمًا، فأوجد مساحة الحمام والممر المحيطة به.

الربط بالحياة اليومية

تعتمد تكلفة حمام السباحة على عدة عوامل، من ضمنها حجم الحمام، وما إذا كان الحمام فوق الأرض أم داخل الأرض بالإضافة إلى المواد المستخدمة.

المصدر: American Dream Homes

2 ضرب كثيرات الحدود

يمكن أيضًا استخدام خاصية التوزيع لضرب أي زوج من كثيرات الحدود.

مثال 4 خاصية التوزيع

أوجد ناتج الضرب

a. $(6x + 5)(2x^2 - 3x - 5)$

$(6x + 5)(2x^2 - 3x - 5)$

$= 6x(2x^2 - 3x - 5) + 5(2x^2 - 3x - 5)$ خاصية التوزيع

$= 12x^3 - 18x^2 - 30x + 10x^2 - 15x - 25$ اضرب.

$= 12x^3 - 8x^2 - 45x - 25$ اجمع الحدود المتشابهة.

b. $(2y^2 + 3y - 1)(3y^2 - 5y + 2)$

$(2y^2 + 3y - 1)(3y^2 - 5y + 2)$

$= 2y^2(3y^2 - 5y + 2) + 3y(3y^2 - 5y + 2) - 1(3y^2 - 5y + 2)$ خاصية التوزيع

$= 6y^4 - 10y^3 + 4y^2 + 9y^3 - 15y^2 + 6y - 3y^2 + 5y - 2$ اضرب.

$= 6y^4 - y^3 - 14y^2 + 11y - 2$ اجمع الحدود المتشابهة.

تمرين موجّه

4A. $(3x - 5)(2x^2 + 7x - 8)$

4B. $(m^2 + 2m - 3)(4m^2 - 7m + 5)$

نصيحة دراسية

ضرب كثيرات الحدود

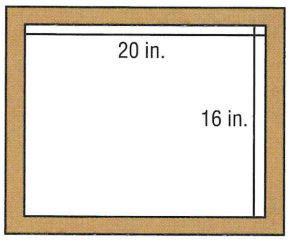
إذا ضُربت تعبير كثيرة حدود بها c من الحدود في تعبير كثير الحدود بها d من الحدود، هناك $c.d$ من الحدود قبل التبسيط. ففي المثال 4a، هناك 3 x 2 أو 6 حدود قبل التبسيط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **أوجد ناتج الضرب**

1. $(x + 5)(x + 2)$
2. $(y - 2)(y + 4)$
3. $(b - 7)(b + 3)$
4. $(4n + 3)(n + 9)$
5. $(8h - 1)(2h - 3)$
6. $(2a + 9)(5a - 6)$



مثال 3

7. **إطار** يُصمم زيد إطارًا كما هو موضح على الجهة اليمنى. حيث يبلغ عرض الإطار x بوصة في محيطه بأكمله .
اكتب تعبيرًا يمثل المساحة الكلية للصورة والإطار.

مثال 4 **أوجد ناتج الضرب**

8. $(2a - 9)(3a^2 + 4a - 4)$
9. $(4y^2 - 3)(4y^2 + 7y + 2)$
10. $(x^2 - 4x + 5)(5x^2 + 3x - 4)$
11. $(2n^2 + 3n - 6)(5n^2 - 2n - 8)$

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **أوجد ناتج الضرب**

12. $(3c - 5)(c + 3)$
13. $(g + 10)(2g - 5)$
14. $(6a + 5)(5a + 3)$
15. $(4x + 1)(6x + 3)$
16. $(5y - 4)(3y - 1)$
17. $(6d - 5)(4d - 7)$
18. $(3m + 5)(2m + 3)$
19. $(7n - 6)(7n - 6)$
20. $(12t - 5)(12t + 5)$
21. $(5r + 7)(5r - 7)$
22. $(8w + 4x)(5w - 6x)$
23. $(11z - 5y)(3z + 2y)$

مثال 3

24. **الحديقة** يحيط ممر بحديقة مستطيلة. يبلغ عرض الحديقة 8 أمتار، وطولها 6 أمتار. حيث يكون العرض x للممر المحيط بالحديقة هو نفسه على كل جانب. اكتب تعبيرًا يمثل المساحة الكلية للحديقة والممر.

مثال 4 **أوجد ناتج الضرب**

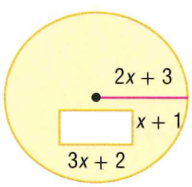
25. $(2y - 11)(y^2 - 3y + 2)$
26. $(4a + 7)(9a^2 + 2a - 7)$
27. $(m^2 - 5m + 4)(m^2 + 7m - 3)$
28. $(x^2 + 5x - 1)(5x^2 - 6x + 1)$
29. $(3b^3 - 4b - 7)(2b^2 - b - 9)$
30. $(6z^2 - 5z - 2)(3z^3 - 2z - 4)$

بسّط.

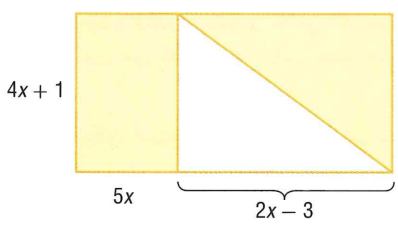
31. $(m + 2)\left[(m^2 + 3m - 6) + (m^2 - 2m + 4)\right]$
32. $\left[(t^2 + 3t - 8) - (t^2 - 2t + 6)\right](t - 4)$

البنية **أوجد تعبيرًا لتمثيل مساحة كل منطقة مظللة.**

33.



34.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35. **كرة طائرة** تُمثل أبعاد الملعب الرملي للكرة الطائرة بعرض $6y - 5$ قدمًا وطول $3y + 4$ قدمًا.

a. اكتب تعبيرًا يُمثّل مساحة الملعب.

b. إذا كان يبلغ طول الملعب الرملي للكرة الطائرة 31 قدمًا، فأوجد مساحة الملعب.

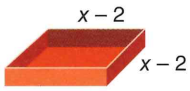
36. **الهندسة** اكتب تعبيرًا لمساحة مثلث بقاعدة $2x + 3$ وطول $3x - 1$.

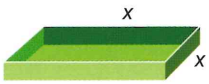
أوجد ناتج الضرب

37. $(a - 2b)^2$ **38.** $(3c + 4d)^2$ **39.** $(x - 5y)^2$

40. $(2r - 3t)^3$ **41.** $(5g + 2h)^3$ **42.** $(4y + 3z)(4y - 3z)^2$

43. **الإنشاء** تُمكنك أدوات صندوق الرمال من إنشاء صندوق رمال مربع الشكل أو مستطيل الشكل كما هو مُبين.





a. ما هي القيمة المحتملة لـ x؟ اشرح.

b. ما الشكل الذي له مساحة أكبر؟

c. ما الفرق في المساحة بين كل منهما؟

44. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف مربع مجموع.

a. جدولي انسخ الجدول لكل مجموع وأكمله.

التعبير	مربع التعبير
$x + 5$	
$3y + 1$	
$z + q$	

b. لفظيًا خمن حدود مربع مجموع.

c. رمزيًا لإيجاد مجموع الصيغة $a + b$، اكتب تعبيرًا لمربع المجموع.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا*، أم *دائمًا*، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

يمكن استخدام طريقة فويل لضرب ثنائي الحدود وثلاثي الحدود.

46. **تحدٍ** أوجد $(x^m + x^p)(x^{m-1} - x^{1-p} + x^p)$.

47. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرًا ذو حدين وتعبيرًا ذو ثلاثة الحدود يتضمن متغيرًا واحدًا. ثم أوجد ناتج ضربهما.

48. **توافق** قارن ووضح الفرق بين الإجراء المستخدم لضرب تعبير ثلاثي الحدود في تعبير ذو حدين باستخدام الطريقة الرأسية والإجراء المستخدم لضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقمين.

49. **الكتابة في الرياضيات** لخص الطرق التي يمكن استخدامها لضرب كثيرات الحدود.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

تدريب على الاختبار المعياري

50. ما ناتج ضرب $2x - 5$ في $3x + 4$؟

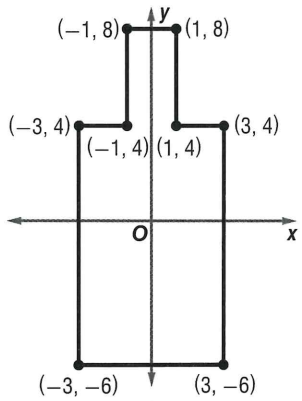
A $5x - 1$

B $6x^2 - 7x - 20$

C $6x^2 - 20$

D $6x^2 + 7x - 20$

51. أي العبارات صحيحة بشأن تماثل هذا التصميم؟



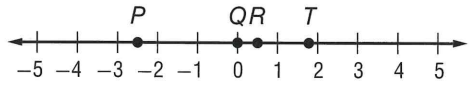
F التصميم متماثلًا فقط حول محور y.

G التصميم متماثلًا فقط حول محور x.

H التصميم متماثلًا حول كل من محوري y x.

J ليس للتصميم تماثل.

52. أي نقطة على خط الأعداد تُمثل العدد الذي سينتج عن تكعيبه عددًا أكبر منه؟



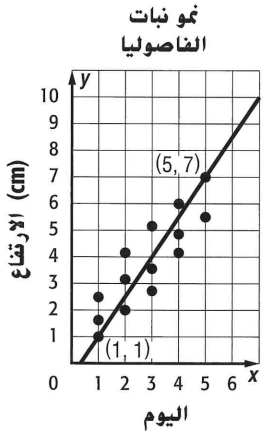
A P

B Q

C R

D T

53. إجابة قصيرة اختارت خديجة ثلاث ثمرات من نبات الفاصوليا متساوية الارتفاع من أجل مشروع علمي. وظلت تقيس ارتفاعها بالسنتيمترات لمدة خمسة أيام، ثم رسمت القيم على التمثيل البياني أدناه.



رسمت المستقيم الأمثل مواءمة على التمثيل البياني. ما ميل المستقيم الذي رسمته؟

مراجعة شاملة

54. المدخرات لدى حمدة AED 6000 للاستثمار. وضعت x درهم في حساب المدخرات الذي يحقق نسبة مرابحة تساوي 2% سنويًا. واستخدمت باقي المبلغ لشراء شهادة إيداع التي تحقق ربحًا بنسبة 4%. اكتب تعبير للمبلغ المالي الذي سوف تحصل عليه حمدة في سنة واحدة. (الدرس 2-7)

أوجد كل مجموع أو فرق. (الدرس 1-7)

55. $(7a^2 - 5) + (-3a^2 + 10)$

56. $(8n - 2n^2) + (4n - 6n^2)$

57. $(4 + n^3 + 3n^2) + (2n^3 - 9n^2 + 6)$

58. $(-4u^2 - 9 + 2u) + (6u + 14 + 2u^2)$

59. $(b + 4) + (c + 3b - 2)$

60. $(3a^3 - 6a) - (3a^3 + 5a)$

61. $(-4m^3 - m + 10) - (3m^3 + 3m^2 - 7)$

62. $(3a + 4ab + 3b) - (2b + 5a + 8ab)$

مراجعة المهارات

بسّط.

63. $(-2t^4)^3 - 3(-2t^3)^4$

64. $(-3h^2)^3 - 2(-h^3)^2$

65. $2(-5y^3)^2 + (-3y^3)^3$

66. $3(-6n^4)^2 + (-2n^2)^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

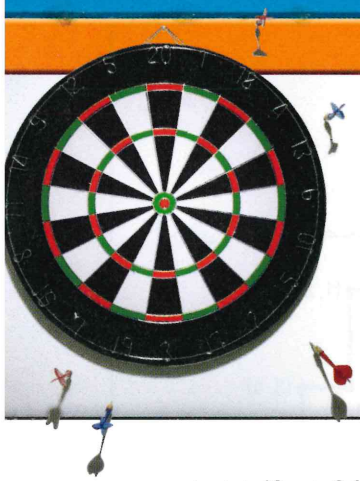
7-4 نواتج الضرب الخاصة

السابق:
- قمت بضرب القيم ذات الحدين عن طريق استخدام طريقة فويل.

الحالي:
1. إيجاد ناتج مربع تعبير ذو حدين.
2. إيجاد ناتج ضرب المجموع في الفرق.

لماذا؟
- يريد أحمد تثبيت لوحة أسهم على قطعة مربعة من لوح من الفلين. إذا كان نصف قطر لوحة الأسهم هو $r + 12$. فكم يجب أن يكون لوح الفلين المربع؟

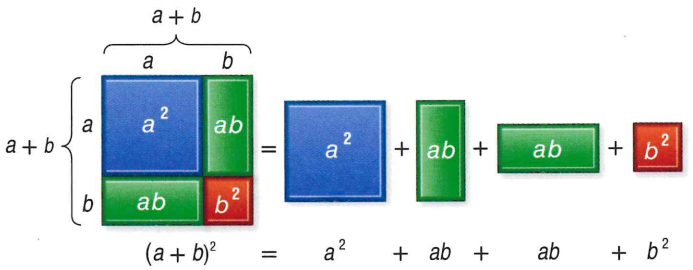
يعرف أحمد أن قطر دائرة لوحة الأسهم يبلغ $2(r + 12)$ أو $2r + 24$. كما أن كل ضلع من أضلاع المربع يبلغ $2r + 24$. لإيجاد المقدار اللازم من لوح الفلين، يتعين على أحمد إيجاد مساحة المربع: $A = (2r + 24)^2$.



ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 مربعات المجاميع والفروق

بعض أزواج التعابير، مثل المربعات على غرار $(2r + 24)^2$، لها نواتج ضرب تتبع نمطًا معينًا. مربع مجموع، $(a + b)^2$ أو $(a + b)(a + b)$، هو أحد نواتج الضرب هذه.



$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$

المفهوم الأساسي مربع المجموع

الألفاظ مربع $a + b$ هو مربع a زائد ضعف ناتج ضرب a و b زائد مربع b.

الرموز $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$
$= a^2 + 2ab + b^2$

مثال $(x + 4)^2 = (x + 4)(x + 4)$
$= x^2 + 8x + 16$

مثال 1 مربع مجموع

أوجد $(3x + 5)^2$.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ قم بتربيع المجموع

$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2$ $a = 3x$, $b = 5$

$= 9x^2 + 30x + 25$ بسّط. واستخدم طريقة فويل للتحقق من حلك.

تمرين موجّه

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

1A. $(8c + 3d)^2$

1B. $(3x + 4y)^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يوجد أيضًا نمط *لمربع الفرق*. اكتب $a - b$ على شكل $a + (-b)$ وأوجد مربعها باستخدام نمط مربع ناتج الجمع.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= [a+(-b)]^2 \\ &= a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

قم بتربيع المجموع.
بسّط.

المفهوم الأساسي مربع الفرق

الشرح مربع $a - b$ هو مربع a ناقص ضعف ناتج ضرب a في b زائد مربع b.

الرموز $(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$
$= a^2 - 2ab + b^2$

مثال $(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$
$= x^2 - 6x + 9$

مثال 2 مربع الفرق

أوجد $(2x - 5y)^2$.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (2x-5y)^2 &= (2x)^2 - 2(2x)(5y) + (5y)^2 \\ &= 4x^2 - 20xy + 25y^2\end{aligned}$$

قم بتربيع الفرق
$b = 5y$ و $a = 2x$
بسّط.

انتبه!
الانتظام تذكر أن $(x-7)^2$ لا يساوي $x^2 - 7^2$، أو $x^2 - 49$.
$(x-7)^2$
$= (x-7)(x-7)$
$= x^2 - 14x + 49$

تمرين موجّه

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

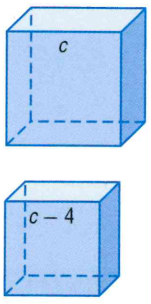
2A. $(6p - 1)^2$

2B. $(a - 2b)^2$

يُسمى ناتج ضرب مربع المجموع أو مربع الفرق ثلاثي حدود تربيعي *كامل*. يمكننا استخدام هذه الخطوات لإيجاد الأنماط لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 3 من الحياة اليومية مربع الفرق

العلوم الفيزيائية **كل حافة مكعب من الألومينيوم تكون أقل من حافة مكعب من النحاس بمقدار 4 سنتيمترات. اكتب تعبير يمثل مساحة سطح مكعب الألومينيوم.**



افترض أن c طول كل حافة من مكعب النحاس.
إذًا، كل حافة من مكعب الألومينيوم تكون $c - 4$.

$$\begin{aligned}SA &= 6s^2 \\ SA &= 6(c-4)^2 \\ SA &= 6[c^2 - 2(4)(c) + 4^2] \\ SA &= 6(c^2 - 8c + 16)\end{aligned}$$

صيغة مساحة سطح مكعب
عوّض عن s بـ $c - 4$.
قم بتربيع الفرق
بسّط.

تمرين موجّه

3. البستنة يمتلك علي حديقة يبلغ طولها g قدم ويبلغ عرضها g قدم. يرغب علي في إضافة 3 أقدام إلى الطول والعرض.

A. اشرح كيف يمكن تمثيل المساحة الجديدة للحديقة عن طريق مربع تعبير ذو حدين.

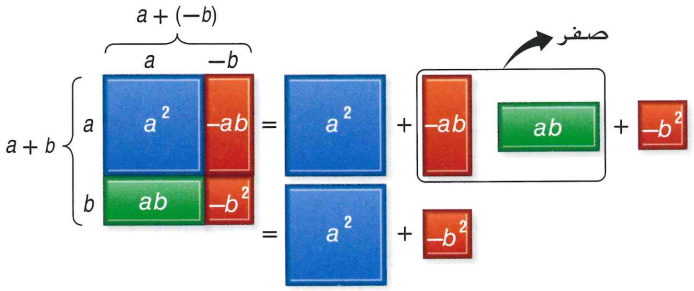
B. أوجد مربع هذا التعبير ذو الحدين.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

2 ناتج ضرب المجموع والفرق

سوف نرى الآن نتيجة ضرب مجموع في فرق. أو $(a + b)(a - b)$.

تذكر أن $a - b$ يمكن كتابتها بالصيغة $a + (-b)$.



لاحظ أن الحدود الوسطى أعداد متقابلة وتُجمع على زوج صفري إذًا
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$.

المفهوم الأساسي ناتج ضرب مجموع وفرق

الشرح ناتج ضرب $a + b$ في $a - b$ هو مربع a ناقص مربع b.

الرموز
$$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$$
$$= a^2 - b^2$$

نصيحة دراسية

الأنماط عند استخدام أي من هذه الأنماط، يمكن أن تكون a و b أرقامًا أو متغيرات أو تعابير تحتوي على أرقام ومتغيرات.

مثال 4 ناتج ضرب المجموع في الفرق

أوجد $(2x^2 + 3)(2x^2 - 3)$.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ناتج ضرب المجموع في الفرق

$(2x^2 + 3)(2x^2 - 3) = (2x^2)^2 - (3)^2$ $b = 3$ و $a = 2x^2$

$= 4x^4 - 9$ بسّط.

تمرين موجّه

أوجد ناتج كل ضرب مما يلي.

4A. $(3n + 2)(3n - 2)$

4B. $(4c - 7d)(4c + 7d)$

التحقق من فهمك

المثالان 2 – 1 **أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.**

1. $(x + 5)^2$

2. $(11 - a)^2$

3 $(2x + 7y)^2$

4. $(3m - 4)(3m - 4)$

5. $(g - 4h)(g - 4h)$

6. $(3c + 6d)^2$

مثال 3

7. الجينات يرتبط لون شعر كلاب لابرادور ريتريفر بالجينات. تسود جينات الألوان الداكنة D على جينات اللون الأصفر y. القطط التي لديها الجينات DD أو Dy سيكون شعرها داكن اللون. أما القطط الذي لديها الجينات yy فسيكون شعرها أصفر اللون. وتكون جينات لون شعر القطط A Dy، وجينات B yy.

	D	y
D	DD	Dy
y	Dy	yy

a. اكتب تعبيرًا لألوان الشعر المحتملة لكل من القطط A و B.

b. ما احتمال أن تمتلك إحدى القطط لون فراء أصفر؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

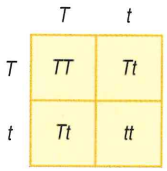
8. $(a - 3)(a + 3)$
9. $(x + 5)(x - 5)$
10. $(6y - 7)(6y + 7)$
11. $(9t + 6)(9t - 6)$

التمرين وحل المسائل

المثالان 2 – 1 أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

12. $(a + 10)(a + 10)$
13. $(b - 6)(b - 6)$
14. $(h + 7)^2$
15. $(x + 6)^2$
16. $(8 - m)^2$
17. $(9 - 2y)^2$
18. $(2b + 3)^2$
19. $(5t - 2)^2$
20. $(8h - 4n)^2$

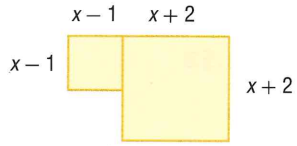
مثال 3



21. **الجينات** القدرة على لف لسانك هي سمة موروثة جينيًا من الوالدين إذا كان أحد الوالدين لديه السمة السائدة T. وبالتالي فإن الأطفال الذين لا توجد لدى والديهم هذه السمة لن يكونوا قادرين على لف ألسنتهم.
   a. وضح كيف يمكن تمثيل التوافيق عن طريق مربع مجموع.
   b. توقع النسبة المئوية للأطفال الذين سيكون لديهم كلا الجينين سائدين، وجين واحد سائد، وكلا الجينين متنحيين.

مثال 4 أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

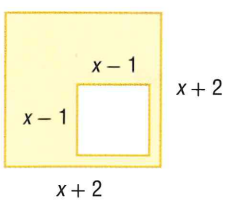
22. $(u + 3)(u - 3)$
23. $(b + 7)(b - 7)$
24. $(2 + x)(2 - x)$
25. $(4 - x)(4 + x)$
26. $(2q + 5r)(2q - 5r)$
27. $(3a^2 + 7b)(3a^2 - 7b)$
28. $(5y + 7)^2$
29. $(8 - 10a)^2$
30. $(10x - 2)(10x + 2)$
31. $(3t + 12)(3t - 12)$
32. $(a + 4b)^2$
33. $(3q - 5r)^2$
34. $(2c - 9d)^2$
35. $(g + 5h)^2$
36. $(6y - 13)(6y + 13)$
37. $(3a^4 - b)(3a^4 + b)$
38. $(5x^2 - y^2)^2$
39. $(8a^2 - 9b^3)(8a^2 + 9b^3)$
40. $\left(\frac{3}{4}k + 8\right)^2$
41. $\left(\frac{2}{5}y - 4\right)^2$
42. $(7z^2 + 5y^2)(7z^2 - 5y^2)$
43. $(2m + 3)(2m - 3)(m + 4)$
44. $(r + 2)(r - 5)(r - 2)(r + 5)$



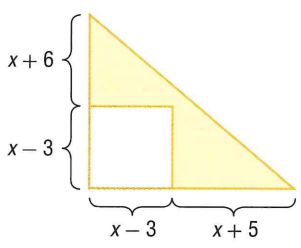
45. **الاستنتاج المنطقي** اكتب معادلة كثيرة الحدود تمثل مساحة الشكل الموجود على اليسار.
46. **الأطباق الطائرة** يحلق طبق طائر على شكل دائرة نصف قطرها $x + 3$ بوصة.
   a. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة الطبق الطائر.
   b. توجد فتحة نصف قطرها $x - 1$ بوصة في منتصف القرص. اكتب تعبيرًا يمثل المساحة المتبقية.

هندسة أوجد مساحة كل منطقة مظللة.

47.



48.



McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

أوجد ناتج ضرب ما يلي.

49. $(c + d)(c + d)(c + d)$

50. $(2a - b)^3$

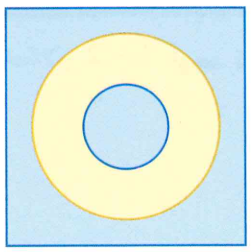
51. $(f + g)(f - g)(f + g)$

52. $(k - m)(k + m)(k - m)$

53. $(n - p)^2(n + p)$

54. $(q + r)^2(q - r)$

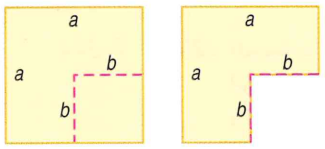
55. المصارعة يجب أن تكون حصيرة المصارعة في مدرسة ثانوية على شكل مربع يبلغ طول ضلعه 38 قدمًا وتحتوي على دائرتين كما هو مبين. لنفرض أن الدائرة الداخلية نصف قطرها r قدم. وأن نصف قطر الدائرة الخارجية أطول من نصف قطر الدائرة الداخلية من بتسعة أقدام.



a. اكتب تعبيرًا لمساحة الدائرة الكبيرة.

b. اكتب تعبيرًا لمساحة الجزء الذي يقع خارج الدائرة الكبيرة من المربع.

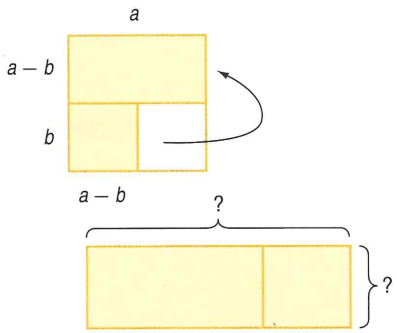
56. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف نمطًا. ابدء بقطعة مربعة من الورق المقوى. سمِّ جميع حواف الورقة a. في أي زاوية من الزوايا، ارسم مربعًا أصغر وسمِّ الحواف b.



a. عدديًا أوجِد جبريًا مساحة جميع المربعات.

b. عمليًا اقطع المربع الأصغر من الزاوية. ما مساحة الشكل؟

c. تحليليًا قم بإزالة المستطيل الأصغر في الجزء السفلي. قم بإدارته وتحريكه إلى جانب المستطيل العلوي. ما طول الترتيب الجديد؟ وكم يبلغ العرض؟ وكم تبلغ المساحة؟



D. تحليليًا ما النمط الذي يثبته ذلك؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

57. أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟ ما التعبير الذي لا ينتمي؟ مع الشرح.

$(c + d)(c + d)$	$(2c + d)(2c + d)$	$(2c + d)(2c - d)$	$(2c - d)(2c - d)$

58. البنية هل يوجد نمط لمكعب مجموع $(a + b)^3$؟

a. استكشف هذه المسألة عن طريق إيجاد ناتج ضرب $(a + b)(a + b)(a + b)$.

b. استخدم النمط الذي اكتشفته في الجزء a لإيجاد $(x + 2)^3$.

C. ارسم رسمًا تخطيطيًا للتمثيل الهندسي للتعبير $(a + b)^3$.

d. ما نمط مكعب الفرق $(a - b)^3$؟

59. الاستنتاج أوجد قيمة c التي تجعل $25x^2 - 90x + c$ تعبيرًا تربيعيًا ثلاثي الحدود كاملاً.

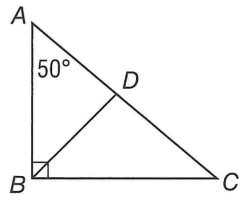
60. مسألة غير محددة الإجابة اكتب زوجًا من ذوات الحدين بناتج ضرب مكون من حدين. ثم اكتب زوجًا من ذوات الحدين بناتج ضرب غير مكون من حدين.

61. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية تربيع مجموع مقدارين وتربيع فرق مقدارين وكيفية إيجاد ناتج ضرب مجموع مقدارين وفرق مقدارين.

McGraw-Hill Education مؤسسة الطبع والتأليف © محفوظة لصالح حقوق

تدريب على الاختبار المعياري

62. إجابة شبكية في المثلث قائم الزاوية، ينصف $\overline{DB}$ الزاوية $\angle B$. ما قياس الزاوية $\angle ADB$ بالدرجات؟



63. ما ناتج ضرب $(2a - 3)$ و $(2a - 3)$؟

A $4a^2 + 12a + 9$
B $4a^2 + 9$
C $4a^2 - 12a - 9$
D $4a^2 - 12a + 9$

64. يستطيع مازن قطع 4 أمتار بالسيارة في m دقائق. بهذا المعدل، ما عدد الدقائق التي سيستغرقها لقطع 19 مترًا بالسيارة؟

F $76m$
G $\frac{19m}{4}$
H $\frac{4m}{19}$
J $\frac{4}{19m}$

65. ما الخواص التي يمكن استخدامها لحل المعادلة $2x + 0 = 2x$؟

A خاصية التبديل في الجمع
B خاصية المعكوس الجمعي
C خاصية المحايد الجمعي
D خاصية التجميع في الجمع

مراجعة شاملة

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي.

66. $(y - 4)(y - 2)$
67. $(2c - 1)(c + 3)$
68. $(d - 9)(d + 5)$
69. $(4h - 3)(2h - 7)$
70. $(3x + 5)(2x + 3)$
71. $(5m + 4)(8m + 3)$

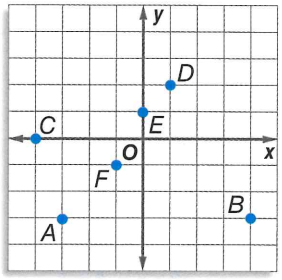
بسّط.

72. $x(2x - 7) + 5x$
73. $c(c - 8) + 2c(c + 3)$
74. $8y(-3y + 7) - 11y^2$
75. $-2d(5d) - 3d(d + 6)$
76. $5m(2m^3 + m^2 + 8) + 4m$
77. $3p(6p - 4) + 2\left(\frac{1}{2}p^2 - 3p\right)$

بسّط.

78. $\sqrt{48}$
79. $\sqrt{162}$
80. $\sqrt{25a^6b^4}$
81. $\sqrt{45xy^8}$

اكتب الزوج المرتّب لكل نقطة موضحة.



82. A
83. B
84. C
85. D
86. E
87. F

مراجعة المهارات

اكتب كل كثيرة حدود بالصيغة القياسية. وحدّد المعامل الرئيسي

88. $2x^2 - x^4 - 8 + x$
89. $-5p^4 + p^2 + 12 + 2p^5$
90. $-10 + a^3 - a + 6a^2$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

7 اختبار نصف الوحدة
الدروس من 1–7 إلى 4–7

حدد إذا كان كل تعبير فيما يلي كثير الحدود أم لا. وإذا كان كذلك، فأوجد الدرجة وحدد إذا كان *أحادي الحد* أو *ثنائي الحدود* أو *ثلاثي الحدود*. (الدرس 1–7)

1. $3y^2 - 2$
2. $4t^5 + 3t^2 + t$
3. $\frac{3x}{5y}$
4. ax^{-3}
5. $3b^2$
6. $2x^{-3} - 4x + 1$
7. **السكان** يبين الجدول الكثافة السكانية في إحدى الدول لسنوات مختلفة. (الدرس1–7)

العام	سنوات منذ 1930	عدد الأشخاص/ الميل المربع
1930	0	0.8
1960	30	2.6
1980	50	7.3
1990	60	10.9
2000	70	18.2

a. يمكن تمثيل الكثافة السكانية d في هذه الدولة بين عامي 1930 و 2000 عن طريق $d = 0.005n^2 - 0.127n + 1$، حيث إن n يمثل عدد السنوات منذ عام 1930. حدد نوع كثير الحدود لـ $0.005n^2 - 0.127n + 1$.

b. ما درجة كثير الحدود؟

c. توقع الكثافة السكانية في هذه الدولة لعام 2020 وعام 2030.

أوجد كل مجموع أو فرق. (الدرس 1–7)

8. $(y^2 + 2y + 3) + (y^2 + 3y - 1)$
9. $(3n^3 - 2n + 7) - (n^2 - 2n + 8)$
10. $(5d + d^2) - (4 - 4d^2)$
11. $(x + 4) + (3x + 2x^2 - 7)$
12. $(3a - 3b + 2) - (4a + 5b)$
13. $(8x - y^2 + 3) + (9 - 3x + 2y^2)$

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 2–7)

14. $6y(y^2 + 3y + 1)$
15. $3n(n^2 - 5n + 2)$
16. $d^2(-4 - 3d + 2d^2)$
17. $-2xy(3x^2 + 2xy - 4y^2)$
18. $ab^2(12a + 5b - ab)$
19. $x^2y^4(3xy^2 - x + 2y^2)$

20. **الاختيار من متعدد** بسّط $x(4x + 5) + 3(2x^2 - 4x + 1)$. (الدرس 2–7)

A $10x^2 + 17x + 3$
B $10x^2 - 7x + 3$
C $2x^2 - 7x + 3$
D $2x^2 + 17x + 3$

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 3–7)

21. $(x + 2)(x + 5)$
22. $(3b - 2)(b - 4)$
23. $(n - 5)(n + 3)$
24. $(4c - 2)(c + 2)$
25. $(k - 1)(k - 3k^2)$
26. $(8d - 3)(2d^2 + d + 1)$

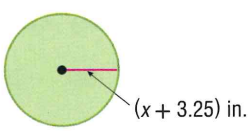
27. **التصنيع** تقوم الشركة بتصميم عبوة للمعكرونة الجافة على شكل منشور مستطيل حيث يزيد طوله عن عرضه بـ 2 بوصة ويزيد ارتفاعه عن طوله بـ 3 بوصات. اكتب تعبيرًا بدلالة العرض لحجم العبوة. (الدرس 3 – 7)

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 4–7)

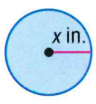
28. $(x + 2)^2$
29. $(n - 11)^2$
30. $(4b - 2)^2$
31. $(6c + 3)^2$
32. $(5d - 3)(5d + 3)$
33. $(9k + 1)(9k - 1)$

34. **جولف القرص** تختلف الأقراص المصرح باستخدامها في جولف القرص في أحجامها. (الدرس 4–7)

القرص الأكبر



القرص الأصغر



a. اكتب تعبيرين مختلفين لمساحة أكبر قرص.

b. إذا كان x هو 10.5، فما مساحة كل من أكبر قرص وأصغر قرص؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

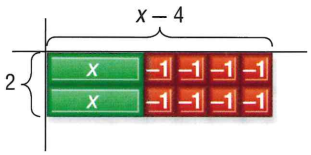
7-5 مختبر الجبر
التحليل إلى العوامل باستخدام خاصية التوزيع

عند ضرب عددين، يكون هذان العددان *عاملين* لناتج الضرب. تعطى الطالب أحيانًا ناتج ضرب ثنائيتي حدودٍ ويطلب منك إيجاد العوامل. ويدعى هذا بالتحليل إلى عوامل. ويمكنك استخدام القطع الجبرية لتحليل ثنائيات الحد إلى العوامل.

النشاط 1 استخدام القطع الجبرية لتحليل $2x - 8$ إلى العوامل

الخطوة 1 مثّل $2x - 8$.

الخطوة 2 رتّب القطع على هيئة مستطيل. تمثل مساحة المستطيل الكلية ناتج الضرب، ويمثل طوله وعرضه العاملين.

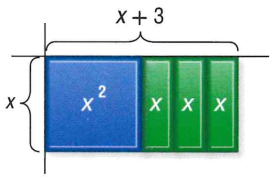


للمستطيل عرض يساوي 2 وطول يساوي $x - 4$. ولهذا فإن $2x - 8 = 2(x - 4)$.

النشاط 2 استخدم القطع الجبرية لتحليل $x^2 + 3x$ إلى العوامل

الخطوة 1 مثّل $x^2 + 3x$.

الخطوة 2 رتّب القطع في صورة مستطيل.



للمستطيل عرض يساوي x وطول يساوي $x + 3$. ولذلك فإن $x^2 + 3x = x(x + 3)$.

النموذج والتحليل

استخدام القطع الجبرية لتحليل كل ثنائية حدود إلى العوامل.

1. $4x + 12$
2. $4x - 6$
3. $3x^2 + 4x$
4. $10 - 2x$

حدد إن كان يمكن تحليل كل ثنائية حدود إلى العوامل. وبرر إجابتك برسم

5. $6x - 9$
6. $5x - 4$
7. $4x^2 + 7$
8. $x^2 + 3x$

9. **الكتابة في الرياضيات** اكتب فقرةً تشرح فيها كيف يمكنك استخدام القطع الجبرية لتحديد ما إذا كان من الممكن تحليل ثنائية حدود. وأورد مثالاً عن ثنائية حد واحدة يمكن تحليلها وأخرى لا يمكن تحليلها.

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 7–5 استخدام خاصية التوزيع

السابق
- استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيم التعابير.

الحالي
1. استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرات الحدود إلى العوامل.
2. حل المعادلات ذات الصيغة $ax^2 + bx = 0$.

لماذا؟
- تحدد تكلفة إيجار متجر السيد كريم بالقدم المربعة من المكان. ويمكن تمثيل مساحة المتجر بالمعادلة $A = 1.6w^2 + 6w$. حيث w عرض المتجر بالأقدام. يمكننا استخدام التحليل إلى العوامل وخاصية ناتج الضرب الصفري لإيجاد الأبعاد الممكنة.

المفردات الجديدة

التحليل إلى العوامل (factoring)

التحليل إلى العوامل بالتجميع (factoring by grouping)

خاصية ناتج الضرب الصفري (Zero Product Property)

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

1 استخدام خاصية التوزيع للتحليل إلى العوامل

لقد استخدمت خاصية التوزيع لضرب أحادية حد بكثيرة حدود. يمكنك الحل بترتيب عكسي للتعبير عن كثيرة حدود بأنها ناتج ضرب عامل أحادي الحد وعامل كثير الحدود.

$$1.6w^2 + 6w = 1.6w(w) + 6(w)$$
$$= w(1.6w + 6)$$

إذًا، $w(1.6w + 6)$ تمثل *الصيغة المحللة إلى العوامل* لـ $1.6w^2 + 6w$. ينطوي **تحليل كثيرة حدود إلى العوامل** إيجاد صيغتها المحللة *بالكامل* إلى عوامل.

مثال 1 استخدام خاصية التوزيع

استخدِم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

a. $27y^2 + 18y$

أوجد العامل المشترك الأكبر لكل حد.

$27y^2 = (3) \cdot (3) \cdot 3 \cdot (y) \cdot y$ — حلل كل حد.

$18y = 2 \cdot (3) \cdot (3) \cdot (y)$ — ضع دوائر حول العوامل المشتركة

$\text{GCF} = 3 \cdot 3 \cdot y = 9y$

اكتب كل حد بصيغة ناتج ضرب للعامل المشترك الأكبر وعوامله المتبقية. ثم استخدم خاصية التوزيع *للتحليل بإخراج* العامل المشترك الأكبر.

$27y^2 + 18y = 9y(3y) + 9y(2)$ — أعد كتابة كل حدٍ باستخدام العامل المشترك الأكبر.

$= 9y(3y + 2)$ — خاصية التوزيع

b. $-4a^2b - 8ab^2 + 2ab$

$-4a^2b = -1 \cdot (2) \cdot 2 \cdot (a) \cdot a \cdot (b)$ — حلل كل حد.

$-8ab^2 = -1 \cdot (2) \cdot 2 \cdot 2 \cdot (a) \cdot (b) \cdot b$ — ضع دوائر حول العوامل المشتركة.

$2ab = (2) \cdot (a) \cdot (b)$

$\text{GCF} = 2 \cdot a \cdot b = 2ab$

$-4a^2b - 8ab^2 + 2ab = 2ab(-2a) - 2ab(4b) + 2ab(1)$ — أعد كتابة كل حد باستخدام العامل المشترك الأكبر.

$= 2ab(-2a - 4b + 1)$ — خاصية التوزيع

تمرين موجّه

1A. $15w - 3v$

1B. $7u^2t^2 + 21ut^2 - ut$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يطلق على استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرات حدود ذات أربعة حدود أو أكثر اسم **التحليل إلى العوامل بالتجميع** لأن الحدود توضع في مجموعات ثم تُحلّل إلى العوامل. تُطبق خاصية التوزيع بعد ذلك على عامل مشترك ثنائي الحدود.

المفهوم الأساسي التحليل إلى العوامل بالتجميع

الشرح يمكن تحليل كثيرة حدود إلى العوامل بالتجميع فقط إذا تحققت الشروط التالية كلها.

- هناك أربعة حدود أو أكثر.
- للحدود عوامل مشتركة يمكن تجميعها معًا.
- هناك عاملان مشتركان متطابقان أو يعدّان معكوسين جمعيين لبعضهما بعضًا.

الرموز

$$\begin{aligned} ax + bx + ay + by &= (ax + bx) + (ay + by) \\ &= x(a + b) + y(a + b) \\ &= (x + y)(a + b) \end{aligned}$$

مثال 2 التحليل إلى العوامل بالتجميع

حلّل إلى العوامل: $4qr + 8r + 3q + 6$.

$4qr + 8r + 3q + 6$ التعبير الأصلي

$= (4qr + 8r) + (3q + 6)$ جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة.

$= 4r(q + 2) + 3(q + 2)$ حلّل بإخراج المشترك الأكبر لكل مجموعة.

لاحظ أن الحد $(q + 2)$ مشترك في كلتا المجموعتين. ولذلك فإنه يصبح العامل المشترك الأكبر.

$= (4r + 3)(q + 2)$ خاصية التوزيع

تمرين موجّه

حلّل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

2A. $rn + 5n - r - 5$ **2B.** $3np + 15p - 4n - 20$

قد يكون من المفيد تمييز الحالات التي تكون فيها ثنائيات الحدود معكوسات جمعية بالنسبة لبعضها بعضًا. $6 - a = -1(a - 6)$.

مثال 3 التحليل إلى العوامل بالتوزيع بوجود معكوسات جمعية

حلل إلى عوامل: $2mk - 12m + 42 - 7k$.

$2mk - 12m + 42 - 7k$

$= (2mk - 12m) + (42 - 7k)$ جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة.

$= 2m(k - 6) + 7(6 - k)$ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر من كل مجموعة.

$= 2m(k - 6) + 7[(-1)(k - 6)]$ $6 - k = -1(k - 6)$

$= 2m(k - 6) - 7(k - 6)$ خاصية التجميع

$= (2m - 7)(k - 6)$ خاصية التوزيع

تمرين موجّه

حلّل كل كثيرة حدود إلى إلى العوامل.

3A. $c - 2cd + 8d - 4$ **3B.** $3p - 2p^2 - 18p + 27$

نصيحة دراسية

تحقق تحليل التعابير إلى عوامل للتحقق من إجاباتك في تحليل العوامل، اضرب العوامل معًا. ينبغي أن تكون النتيجة التي تحصل عليها هي التعبير الأصلي.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

2 حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

يمكن حل المعادلات بتحليل العوامل.

فكر بالتالي.

$0(0.25) = 0$ $\quad -312(0) = 0$ $\quad 0(2 - 2) = 0$ $\quad 3(0) = 0$

لاحظ في كل حالة أن واحدًا من العوامل على الأقل يساوي 0. وهذه الأمثلة براهين عن **خاصية ناتج الضرب في صفر**.

المفهوم الأساسي خاصية ناتج الضرب الصفري

الشرح إذا كان ناتج ضرب عاملين يساوي 0. فأحدهما على الأقل يجب أن يساوي 0.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b. إذا كان $ab = 0$ فإن $a = 0$ أو $b = 0$. أو كلٌ من a و b يساوي 0.

تذكر أن حل معادلة أو جذرها هو أي قيمةٍ تجعل المعادلة صحيحة

مثال 4 حل المعادلات

حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة حلولك.

a. $(2d + 6)(3d - 15) = 0$

$(2d + 6)(3d - 15) = 0$ المعادلة الأصلية

$2d + 6 = 0$ أو $3d - 15 = 0$ خاصية ناتج الضرب في صفر

$2d = -6$ $\quad 3d = 15$ حُـــل كل معادلة.

$d = -3$ $\quad d = 5$ اقسم.

الجذران هما -3 و 5.

تحقق عوّض بـ -3 و 5 بدلاً عن d في المعادلة الأصلية.

$(2d + 6)(3d - 15) = 0$ $\quad (2d + 6)(3d - 15) = 0$

$[2(-3) + 6][3(-3) - 15] \stackrel{?}{=} 0$ $\quad [2(5) + 6][3(5) - 15] \stackrel{?}{=} 0$

$(-6 + 6)(-9 - 15) \stackrel{?}{=} 0$ $\quad (10 + 6)(15 - 15) \stackrel{?}{=} 0$

$(0)(-24) \stackrel{?}{=} 0$ $\quad 16(0) \stackrel{?}{=} 0$

$0 = 0$ ✓ $\quad 0 = 0$ ✓

b. $c^2 = 3c$ المعادلة الأصلية

$c^2 = 3c$ اطرح $3c$ من كل طرف لتحصل على 0 في أحد طرفي المعادلة

$c^2 - 3c = 0$ حلّل إلى العوامل باستخدام العوامل المشتركة الأكبر لتحصل على الصيغة $ba = 0$

$c(c - 3) = 0$ خاصية ناتج الضرب في صفر

$c = 0$ $\quad c - 3 = 0$ حُلّ كل معادلة.

$c = 3$ تحقق بالتعويض بـ 0 و 3 عن c.

الجذران هما 0 و 3.

تمرين موجّه

4A. $3n(n + 2) = 0$ $\quad$ **4B.** $8b^2 - 40b = 0$ $\quad$ **4C.** $x^2 = -10x$

انتبه!

القيمة المجهولة ربما يغريك حل معادلةٍ بقسمة كل طرفٍ على متغير. بيد أن للمتغير قيمة مجهولة. ولذلك ربّما تقسم على 0. وذلك غير معرّف.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 من الحياة اليومية استخدام التحليل إلى العوامل

الرشاقة في خفة الحركة تنافس أحد الكلاب المشهورة مع مدرّبها على مضمار الرشاقة. وضمن المضمار، كان على الكلب أن يقفز فوق حاجز. يمكن تمثيل قفزته بالمعادلة $h = -16t^2 + 20t$، وفيها h ارتفاع القفزة بالبوصات عند t ثانية. أوجد قيم t عندما يكون $h = 0$.

$h = -16t^2 + 20t$ المعادلة الأصلية

$0 = -16t^2 + 20t$ عوّض $h = 0$.

$0 = 4t(-4t + 5)$ حلل إلى العوامل باستخدام العوامل المشتركة الأكبر.

أو

$4t = 0$ $\quad -4t + 5 = 0$ خاصية ناتج الضرب في صفر

$t = 0$ $\quad -4t = -5$ حُلّ كل معادلة.

$t = \frac{5}{4}$ أو 1.25 اقسم كل طرف على -4.

يساوي ارتفاع الكلب 0 بوصة عند 0 و 1.25 ثانية ضمن القفزة.

تمرين موجّه

5. الكنغر يمكن تمثيل قفزة الكنغر بالمعادلة $h = 24t - 16t^2$ حيث تمثل h ارتفاع القفزة بالأمتار و t الزمن بالثانية. أوجد قيم t عندما يكون $h = 0$.

لربط بالحياة اليومية

ختبر رشاقة الكلاب مهارات شخص بمثابة مدربٍ صاحب الكلاب. حيث يتسابق منافسون على مضمارٍ من عوائق يضم حواجز وأنفاقًا أرجوحةً وأعمدة قائمة.

مصدر: رابطة رشاقة الكلاب في ولايات المتحدة

التحقق من فهمك

مثال 1 **استخدم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى العوامل.**

1. $21b - 15a$

2. $14c^2 + 2c$

3. $10g^2h^2 + 9gh^2 - g^2h$

4. $12jk^2 + 6j^2k + 2j^2k^2$

المثالان 2–3 **حلّل كل كثيرة حدود إلى العوامل.**

5 $np + 2n + 8p + 16$

6. $xy - 7x + 7y - 49$

7. $3bc - 2b - 10 + 15c$

8. $9fg - 45f - 7g + 35$

مثال 4 **حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.**

9. $3k(k + 10) = 0$

10. $(4m + 2)(3m - 9) = 0$

11. $20p^2 - 15p = 0$

12. $r^2 = 14r$

مثال 5

13. العناكب يمكن العثور على العناكب الوائبة بصورةٍ شائعةٍ في المنازل والإسطبلات. ويمكن تمثيل قفزة العنكبوت الوائب بالمعادلة $h = 33.3t - 16t^2$، والتي يمثل فيها t الزمن بالثواني و h الارتفاع بالأقدام.

a. متى يكون ارتفاع العنكبوت 0 من الأقدام؟

b. ما ارتفاع العنكبوت بعد ثانية واحدة؟ وبعد ثانيتين؟

14. الاستنتاج خلال احتفال وطني، يُطلق صاروخٌ باتجاه مستقيم إلى الأعلى وبسرعة متجهة بدائية قدرها 125 قدمًا في الثانية. يُمثَّل ارتفاع الصاروخ h بالأقدام فوق سطح بالبحر بالقانون $h = 125t - 16t^2$. وتمثل فيه t الزمن بالثواني بعد إطلاق الصاروخ.

a. ما ارتفاع الصاروخ عند عودته إلى الأرض؟

b. افرض أن $h = 0$ في المعادلة وحُلّها لإيجاد t.

c. كم ثانيةً سيستغرق الصاروخ كي يعود إلى الأرض؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **استخدِّم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى عوامل.**

15. $16t - 40y$

16. $30v + 50x$

17. $2k^2 + 4k$

18. $5z^2 + 10z$

19. $4a^2b^2 + 2a^2b - 10ab^2$

20. $5c^2v - 15c^2v^2 + 5c^2v^3$

المثالان 2–3 **حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.**

21 $fg - 5g + 4f - 20$

22. $a^2 - 4a - 24 + 6a$

23. $hj - 2h + 5j - 10$

24. $xy - 2x - 2 + y$

25. $45pq - 27q - 50p + 30$

26. $24ty - 18t + 4y - 3$

27. $3dt - 21d + 35 - 5t$

28. $8r^2 + 12r$

29. $21th - 3t - 35h + 5$

30. $vp + 12v + 8p + 96$

31. $5br - 25b + 2r - 10$

32. $2nu - 8u + 3n - 12$

33. $5gf^2 + g^2f + 15gf$

34. $rp - 9r + 9p - 81$

35. $27cd^2 - 18c^2d^2 + 3cd$

36. $18r^3t^2 + 12r^2t^2 - 6r^2t$

37. $48tu - 90t + 32u - 60$

38. $16gh + 24g - 2h - 3$

مثال 4 **حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.**

39. $3b(9b - 27) = 0$

40. $2n(3n + 3) = 0$

41. $(8z + 4)(5z + 10) = 0$

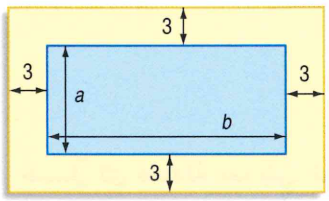
42. $(7x + 3)(2x - 6) = 0$

43. $b^2 = -3b$

44. $a^2 = 4a$

مثال 5

45. الاستنتاج المنطقي استخدم الرسم التخطيطي إلى اليمين.



a. اكتب تعبيرًا بالصيغة المحللة إلى العوامل لتمثيل مساحة الجزء الأزرق.

b. اكتب تعبيرًا بالصيغة المحللة إلى العوامل لتمثيل مساحة المنطقة التي تشكلها الحافة الخارجية.

c. اكتب تعبيرًا بالصيغة المحللة إلى العوامل لتمثيل المنطقة الصفراء.

46. الألعاب النارية تُطلق قذيفة ألعاب نارية من مستوى سطح الأرض. يُعطى ارتفاع القذيفة بالأقدام من خلال الصيغة $h = 263t - 16t^2$. وفيها t الزمن بالثواني بعد الإطلاق.

a. اكتب التعبير الذي يمثل الارتفاع بالصيغة المحللة إلى العوامل.

b. ما الزمن الذي يساوي عنده الارتفاع 0؟ هل الإجابة عملية؟ اشرح.

c. ما ارتفاع القذيفة بعد 8 و 10 ثوانٍ من إطلاقها؟

d. عند الثانية العاشرة، هل تكون القذيفة صاعدةً أم هابطة؟

47. الهندسة المعمارية إطار أحد المداخل قوسٌ يمكن تمثيله بالتمثيل البياني للمعادلة $y = -3x^2 + 12x$. حيث يقاس x و y بالأقدام. وتُمثّل الأرضية على المستوى الإحداثي بالمحور الأفقي x.

a. أعدّ جدولاً بقيم ارتفاع القوس إذا كان x يساوي صفر و 1 و 2 و 3 و 4 أقدام.

b. مثّل النقاط من الجدول على مستوى إحداثي واربط النقاط لتشكل منحنى منتظمًا لتمثيل القوس.

c. ما ارتفاع المدخل؟

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

48. **ألعاب الملاهي** افترض أنه يمكن تمثيل ارتفاع راكبٍ بعد هبوطه بالمعادلة $h = -16t^2 - 96t + 160$. وفيها h الارتفاع بالأقدام و t الزمن بالثواني.

a. اكتب تعبيرًا لتمثيل الارتفاع بالصيغة المحللة إلى العوامل.

b. ما الارتفاع الذي هبط منه الراكب بدايةً؟

c. ما ارتفاع الراكب بعد 3 ثوان؟ هل ذلك ممكن؟ اشرح.

49 **رمي السهام** يمكن تمثيل ارتفاع سهمٍ h بالأقدام من خلال المعادلة $h = 64t - 16t^2$. وفيها t الزمن بالثواني. بإهمال ارتفاع الرامي، كم الزمن الذي سيستغرقه السهم بعد إطلاقه ليصطدم بالأرض؟

50. **التنس** يضرب لاعب تنس الكرة إلى الأعلى بسرعة متجهة بدائية تساوي 80 قدمًا في الثانية. يمكن تمثيل ارتفاع كرة التنس بالأقدام h بالمعادلة $h = 80t - 16t^2$. وفيها t الزمن بالثواني. بإهمال ارتفاع لاعب التنس، كم تستغرق الكرة كي تصطدم بالأرض؟

51. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف *طريقة الصندوق* في التحليل إلى العوامل. لتحليل $x^2 + x - 6$ إلى عوامل، اكتب الحد الأول في الزاوية العلوية اليسرى من الصندوق، ثم اكتب الحد الأخير في الزاوية السفلية اليمنى.

?	?
?	x^2	?
?	?	-6

a. تحليليًا حدّد العاملين اللذين يساوي ناتج ضربهما -6 ومجموعهما 1.

b. رمزيًا اكتب كل عاملٍ في مربع فارغٍ من الصندوق. واشتمل على الإشارة الموجبة أو السالبة والمتغير

c. تحليليًا أوجد عامل كل صفٍ وعمود في الصندوق. ما عوامل $x^2 + x - 6$؟

d. لفظيًا صِف كيف تستخدم طريقة الصندوق لتحليل $x^2 - 3x - 40$ إلى عوامل.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **النقد** يحل هاني وريم المعادلة $2m^2 = 4m$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

هاني

$2m^2 = 4m$

$\frac{2m^2}{m} = \frac{4m^2}{2m}$

$2m = 2$

$m = 1$

ريم

$2m^2 = 4m$

$2m^2 - 4m = 0$

$2m(m - 2) = 0$

$2m = 0$ أو $m - 2 = 0$

$m = 0$ أو 2

53. **تحدٍّ** لديك المعادلة $(ax + b)(ax - b) = 0$، أوجد حلها من أجل x. ماذا تعرف عن قيمتي a و b؟

54. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب كثيرة حدود من أربعة حدود يمكن تحليلها إلى العوامل بالتجميع. ثم حللها إلى العوامل.

55. **الاستنتاج** لديك المعادلة $c = a^2 - ab$، ما قيمتا a و b اللتان تجعلان $c = 0$؟

56. **الكتابة في الرياضيات** اشرح طريقة حل معادلة تربيعية عبر استخدام خاصية ناتج الضرب في صفر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

57. أي مما يلي عاملُ $4z$ من $6z^2 - 3z - 2$؟

A $2z + 1$
B $3z - 2$
C $z + 2$
D $2z - 1$

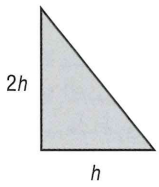
58. الاحتمالات بحوزة هلال 10 مكعبات: اثنان أحمران و 4 زرقاء و 3 صفراء ومكعب واحد أخضر. فما احتمال أن يعطي الاختيار العشوائي مكعبًا أحمر أو أصفر؟

F $\frac{3}{10}$
G $\frac{1}{5}$
H $\frac{1}{2}$
J $\frac{7}{10}$

59. إجابة شبكية يصنع راشد لحافًا أبعاده 140 بوصة في 160 بوصة بواسطة قطع مربعة طول ضلع كل منها 8 بوصات. فكم عدد المربعات التي سيحتاج إليها لصنع اللحاف؟

60. الهندسة مساحة المثلث قائم الزاوية الموضح أدناه $5h$ سنتيمترًا مربعًا. فما ارتفاع المثلث؟

A 2 cm
B 5 cm
C 8 cm
D 10 cm



مراجعة شاملة

61. الوراثة جينات العيون البنية B سائدة على جينات العيون الزرقاء b. فإذا كان شخص لديه الجينان BB أو Bb فإن عينيه بنيتان. ومن لديه الجينان bb فإن له عينين زرقاوين. عينا لميس زرقاوان ولهما الجينان Bb، وعينا باسم زرقاوان. اكتب تعبيرًا يحدد ألوان العين الممكنة لطفل لميس وباسم. وحدّد الاحتمال في أن يكون للطفل عينان زرقاوان. (الدرس 4–7)

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي. (الدرس 2–7)

62. $n(n^2 - 4n + 3)$
63. $2b(b^2 + b - 5)$
64. $-c(4c^2 + 2c - 2)$
65. $-4x(x^3 + x^2 + 2x - 1)$
66. $2ab(4a^2b + 2ab - 2b^2)$
67. $-3xy(x^2 + xy + 2y^2)$

68. الرحلة الصفية يركب صف الأستاذ أيمن الدراسي لمادة التاريخ سيارة أجرة من الفندق الذي يمكثون فيه في أبوظبي باتجاه المتحف الوطني. تساوي تعرفة الكيلو متر الأول AED 2.75 ويضاف إليها مبلغ AED 1.25 لكل كيلو متر إضافي. تساوي المسافة m كيلو متراً ويحتاج الصف إلى t سيارة أجرة. اكتب تعبيرًا تكلفة نقل الصف. (الدرس 2–7)

أوجد درجة تعبير كثير حدود. (الدرس 1–7)

69. 2
70. $-3a$
71. $5x^2 + 3x$
72. $d^4 - 6c^2$
73. $2x^3 - 4z + 8xz$
74. $3d^4 + 5d^3 - 4c^2 + 1$

مراجعة المهارات

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

75. $(a + 2)(a + 5)$
76. $(d + 4)(d + 10)$
77. $(z - 1)(z - 8)$
78. $(c + 9)(c - 3)$
79. $(x - 7)(x - 6)$
80. $(g - 2)(g + 11)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مختبر الجبر
تحليل ثلاثيات الحدود إلى العوامل

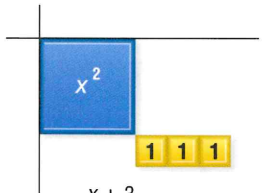
يمكنك استخدام القطع الجبرية لتحليل ثلاثيات الحدود إلى العوامل. فإذا كانت ثلاثية حدود تمثل مساحة مستطيلٍ مُشكّل من قطع جبرية، إذا فإن طول المستطيل وعرضه *عاملان* للمساحة. وإذا كان من غير الممكن تشكيل مستطيل لتمثيل ثلاثية الحد، إذًا فهي غير قابلة للتحليل إلى العوامل.

النشاط 1 حلّل $x^2 + bx + c$ إلى العوامل

استخدم القطع الجبرية لتحليل $x^2 + 4x + 3$ إلى العوامل.

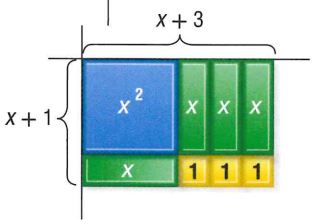
الخطوة 1 مثّل $x^2 + 4x + 3$.

الخطوة 2 ضع القطعة x^2 في زاوية نموذج ناتج الضرب. ورتّب القطع الجبرية الممثلة للعدد 1 في صف مستطيل. ونظرًا إلى أن العدد 3 أولي، يمكن ترتيب القطع الـ 3 في المستطيل بطريقة واحدة، ألا وهي مستطيل أبعاده 1 في 3.



الخطوة 3 أكمل المستطيل بالقطع الجبرية x للمستطيل عرض يساوي $x + 1$ وطول يساوي $x + 3$.

ولذلك، $x^2 + 4x + 3 = (x + 1)(x + 3)$.

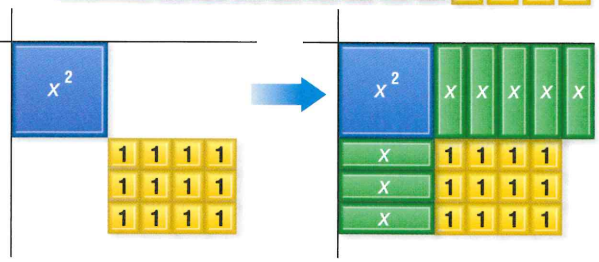


النشاط 2 حلّل $x^2 + bx + c$ إلى العوامل

استخدم القطع الجبرية لتحليل $x^2 + 8x + 12$ إلى العوامل.

الخطوة 1 مثّل $x^2 + 8x + 12$.

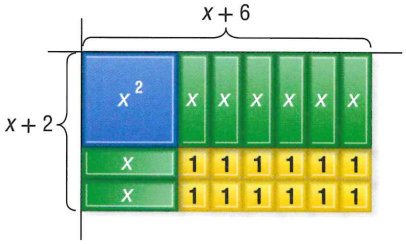
الخطوة 2 ضع القطعة الجبرية x^2 في زاوية نموذج ناتج الضرب. ورتب القطع الجبرية الممثلة للعدد 1 في صف مستطيل. بما أن $12 = 3 \times 4$، جرّب مستطيلاً بعداه 3 في 4. حاول إكمال المستطيل. ولاحظ أن هناك قطعة x إضافية.



الخطوة 3 رتّب القطع الجبرية الممثلة للعدد 1 في صف مستطيل بعداه 2 في 6 . يمكنك هذه المرة إكمال المستطيل بواسطة قطع x الجبرية.

للمستطيل عرض يساوي $x + 2$ وطول يساوي $x + 6$.

لذلك، $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$.

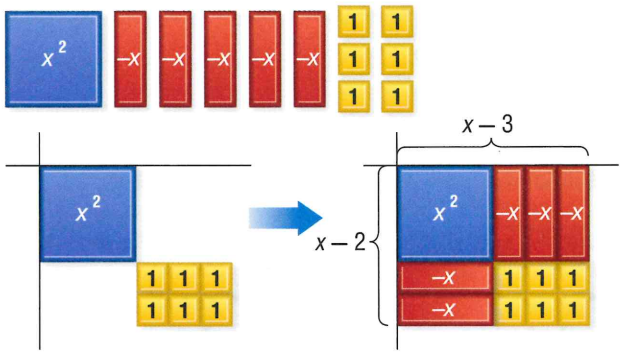


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحليل ثلاثيات الحدود إلى العوامل تابع

النشاط 3 حلّل $x^2 - bx + c$ إلى العوامل

استخدم القطع الجبرية لتحليل $x^2 - 5x + 6$ إلى العوامل.



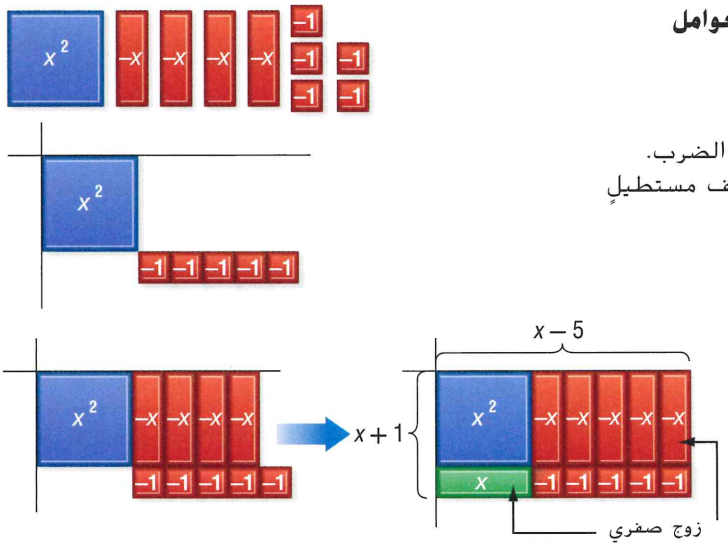
الخطوة 1 مثّل $x^2 - 5x + 6$.

الخطوة 2 ضع القطعة الجبرية x^2 في زاوية نموذج ناتج الضرب. ورتّب القطع الجبرية الممثلة للعدد 1 في صفيفٍ مستطيلٍ بعداه 2 في 3 كما هو موضح.

الخطوة 3 أكمل المستطيل بالقطع الجبرية x. للمستطيل عرض يساوي $x - 2$ وطول يساوي $x - 3$.
ولذلك، $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

نشاط 4 حلّل $x^2 - bx - c$ إلى العوامل

استخدم القطع الجبرية لتحليل $x^2 - 4x - 5$ إلى العوامل



الخطوة 1 مثّل $x^2 - 4x - 5$.

الخطوة 2 ضع القطعة الجبرية x^1 في زاوية نموذج ناتج الضرب. ورتّب القطع الجبرية الممثلة للعدد 1 في صف مستطيلٍ بعداه 1 في 5 كما هو موضح.

الخطوة 3 ضع القطعة الجبرية x كما هو موضح. يمكنك جمع الأزواج الصفرية بدون تغيير قيمة كثيرة الحدود. وفي هذه الحالة، أضف زوجًا صفريًا من x مربعًا جبريًا. للمستطيل عرض يساوي $x + 1$ و a وطول يساوي $x - 5$.
ولذلك، $x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5)$.

النموذج والتحليل

استخدام القطع الجبرية لتحليل كل ثلاثية حد إلى العوامل.

1. $x^2 + 3x + 2$
2. $x^2 + 6x + 8$
3. $x^2 + 3x - 4$
4. $x^2 - 7x + 12$
5. $x^2 + 7x + 10$
6. $x^2 - 2x + 1$
7. $x^2 + x - 12$
8. $x^2 - 8x + 15$

اذكر إن كان يمكن تحليل كل ثلاثية حدود إلى العوامل. وبرر إجابتك برسم

9. $x^2 + 3x + 6$
10. $x^2 - 5x - 6$
11. $x^2 - x - 4$
12. $x^2 - 4$

13. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك استخدام القطع الجبرية لتحديد ما إذا كانت ثلاثية حدودٍ قابلةً للتحليل إلى العوامل؟

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

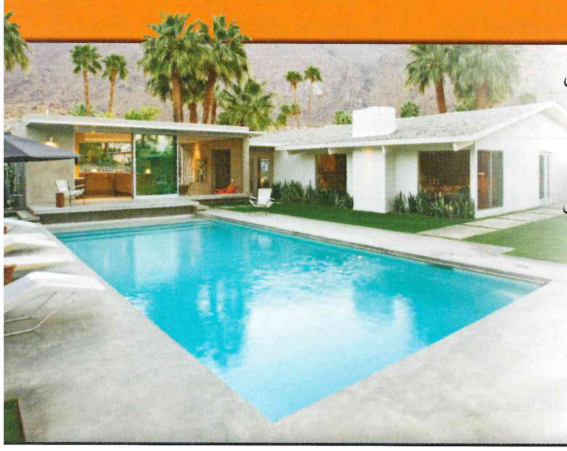
الدرس 6-7 حلّ $x^2 + bx + c = 0$

السابق:
- قمت بضرب القيم ذات الحدين عن طريق استخدام طريقة فويل.

الحالي:
1. تحليل ثلاثيات الحدود ذات الصيغة $x^2 + bx + c$ إلى عوامل.
2. حلّ المعادلات من الصيغة $x^2 + bx + c = 0$.

لماذا؟
- تريد ديانا تركيب حوض سباحة أرضي مستطيل، وتودّ أن يحاط الحوض بسورٍ امتداده 24 قدمًا. يحتل حوض السباحة مساحةً مقدارها 36 قدمًا مربعة. فما الأبعاد التي ينبغي أن تكون لحوض السباحة؟

لحلّ هذه المسألة، يحتاج المهندس منسق المناظر الطبيعية إلى عددين ناتج ضربهما 36 ومجموعهما 12، وهو نصف محيط حوض السباحة.



المفردات الجديدة

معادلة تربيعية
quadratic equation

ممارسات في الرياضيات
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 حلّل $x^2 + bx + c$ إلى عوامل.

لقد تعلمت كيفية ضرب ثنائيتي حدود بعضهما ببعض باستخدام طريقة فويل لضرب الأقواس. وكانت كل من ثنائيتي الحدود عاملاً لناتج الضرب. ويمكن استخدام نمط ضرب ثنائيات الحدود لتحليل أنواع محددة من ثلاثيات الحدود إلى عوامل.

$(x + 3)(x + 4) = x^2 + 4x + 3x + 3 \cdot 4$ استخدم طريقة فويل لضرب الأقواس.

$= x^2 + (4 + 3)x + 3 \cdot 4$ خاصية التوزيع

$= x^2 + 7x + 12$ بسّط.

لاحظ أن معامل الحد الأوسط $7x$، هو مجموع 3 و 4، وأن الحد الأخير، 12، هو ناتج ضرب 3 و 4.

لاحظ النمط التالي في الضرب.

$(x + 3)(x + 4) = x^2 + (4 + 3)x + (3 \cdot 4)$

$(x + m)(x + p) = x^2 + (p + m)x + mp$ بفرض أن $m = 3$ و $p = 4$.

$= x^2 + (m + p)x + mp$ خاصية التبديل (+)

$x^2 + bx + c$ $b = m + p$ و $c = mp$

لاحظ أن معامل الحد الأوسط يساوي مجموع m و p، وأن الحد الأخير يساوي ناتج ضرب m و p. يمكن استخدام هذا النمط لتحليل ثلاثيات الحدود ذات الصيغة $x^2 + bx + c$ إلى عوامل.

المفهوم الأساسي تحليل $x^2 + bx + c$ إلى العوامل

الشرح لتحليل ثلاثيات الحدود ذات الصيغة $x^2 + bx + c$ إلى عوامل، أوجد عددين صحيحين m و p مجموعهما b وناتج ضربهما c. ثم اكتب $x^2 + bx + c$ بالصيغة $(x + m)(x + p)$.

الرموز $x^2 + bx + c = (x + m)(x + p)$ عندما $m + p = b$ و $mp = c$.

مثال $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$، لأن $2 + 4 = 6$ و $2 \cdot 4 = 8$.

عندما يكون c موجبًا، فإن لعوامله الإشارة نفسها. فإما أن يكون كلا العاملين موجبًا أو سالبًا استنادًا إلى إشارة b . فإذا كان إشارة b موجبة، إذًا فالعاملان موجبان. وإذا كانت إشارة b سالبة، فالعاملان سالبان.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 1 b و c موجبان

حلّل $x^2 + 9x + 20$ إلى عوامل.

في ثلاثية الحدود هذه، $b = 9$ و $c = 20$. بما أن c موجب و b موجب، فأنت بحاجةٍ إلى عاملين موجبين مجموعهما 9 وناتج ضربهما 20. شكّل قائمة منظمة من عوامل العدد 20، وابحث عن زوج من العوامل مجموعهما 9.

عوامل العدد 20	مجموع العوامل
1, 20	21
2, 10	12
4, 5	9

العاملان الصحيحان هما 4 و 5.

$x^2 + 9x + 20 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.
$= (x + 4)(x + 5)$ $m = 4$ و $p = 5$

تحقق يمكنك التحقق من هذه النتيجة بضرب العاملين. وينبغي أن يساوي ناتج الضرب التعبير الأصلي.

$(x + 4)(x + 5) = x^2 + 5x + 4x + 20$ طريقة فويل لضرب الأقواس
$= x^2 + 9x + 20$ ✓ بسّط.

تمرين موجه

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

1A. $d^2 + 11x + 24$ **1B.** $9 + 10t + t^2$

نصيحة في حل المسائل

التخمين والتحقق عند تحليل ثلاثية حدود، قم بتخمين مدروس. وتحقق من مدى الصحة، ثم عدّل التخمين إلى أن تعثر على الإجابة الصحيحة.

عند تحليل ثلاثية حدود فيها b سالب وc موجب إلى عوامل، استخدم ما تعرفه عن ناتج ضرب ثلاثيات الحدود لتضييق قائمة العوامل الممكنة.

مثال 2 b سالب و c موجب

حلّل $x^2 - 8x + 12$ إلى عوامل. وتحقق من صحة إجابتك باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

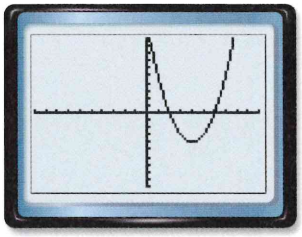
في ثلاثية الحدود $b = -8$ و $c = 12$. بما أن c موجب و b سالب، فإنك بحاجة إلى إيجاد عاملين سالبين مجموعهما -8 وناتج ضربهما 12.

عوامل العدد 12	مجموع العوامل
$-1, -12$	-13
$-2, -6$	-8
$-3, -4$	-7

العاملان الصحيحان هما -2 و -6.

$x^2 - 8x + 12 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.
$= (x - 2)(x - 6)$ $m = -2$ و $p = -6$

تحقّق مثّل بيانيًا $y = x^2 - 8x + 12$ و $y = (x - 2)(x - 6)$ على الشاشة نفسها. وبما أنه يظهر تمثيل بياني واحد فقط، فلا بد أن التمثيلين البيانيين متطابقان.
ولذلك فإن ثلاثية الحدود قد حللت على نحوٍ صحيح. ✓



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

تمرين موجه

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

2A. $21 - 22m + m^2$ **2B.** $w^2 - 11w + 28$

نصيحة دراسية

التوافق عندما تعثر على العوامل الصحيحة، لا يلزم تجريب أي عوامل أخرى. في المثال 2، -2 و -6 هما العاملان الصحيحان، إذًا فلا حاجة لتجريب 3− و 4−.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مراجعة المفردات

القيمة المطلقة المسافة التي يبعدها العدد عن الصفر على مستقيم الأعداد. وتُكتب $|n|$

عندما يكون c سالبًا، فإن لعامليه إشارتين متعاكستين. ولتحديد أيّ من العاملين موجب وأي منهما سالب، انظر إلى إشارة b. ويكون للعامل ذي القيمة المطلقة الأكبر إشارة مماثلة لإشارة b.

مثال 3 c سالب

حلل كل كثيرة حدود إلى عوامل. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

a. $x^2 + 2x - 15$

في ثلاثية الحدود $b = 2$ و $c = -15$. بما أن c سالب، فإن للعاملين m و p إشارتان متعاكستان. إذًا إما أن يكون m أو p سالبًا، وليس كلاهما. وبما أن b موجب، فإن العامل ذا القيمة المطلقة الأكبر موجب أيضًا.

أدرج عوامل -15، بحيث يكون لعاملٍ واحدٍ من كل زوجٍ إشارة سالبة. ابحث عن الزوج المؤلف من عاملين مجموعهما 2.

عوامل العدد -15	مجموع العوامل
$-1, 15$	14
$-3, 5$	2

العاملان الصحيحان هما -3 و 5.

اكتب النمط.

$p = 5$ و $m = -3$

$$x^2 + 2x - 15 = (x + m)(x + p)$$
$$= (x - 3)(x + 5)$$

تحقق طريقة فويل لضرب الأقواس بسّط.

$$(x - 3)(x + 5) = x^2 + 5x - 3x - 15$$
$$= x^2 + 2x - 15 \checkmark$$

b. $x^2 - 7x - 18$

في ثلاثية الحدود $b = -7$ و $c = -18$. إما m أو p سالب، ولكن ليس كلاهما. وبما أن b سالب، فالعامل ذو القيمة المطلقة الأكبر سالب أيضًا.

أدرج عوامل -18، بحيث يكون لعاملٍ واحدٍ من كل زوجٍ إشارة سالبة. ابحث عن الزوج المؤلف من عاملين مجموعهما -7.

عوامل العدد -18	مجموع العوامل
$1, -18$	-17
$2, -9$	-7
$3, -6$	-3

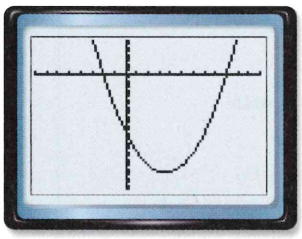
العاملان الصحيحان هما 2 و -9.

اكتب النمط.

$m = 2$ و $p = -9$

$$x^2 - 7x - 18 = (x + m)(x + p)$$
$$= (x + 2)(x - 9)$$

تحقّق مثّل $y = x^2 - 7x - 18$ و $y = (x + 2)(x - 9)$ بيانيًا على الشاشة نفسها.



[−10, 15] scl: 1 by [−40, 20] scl: 1

يتطابق التمثيلان البيانيان. ولذلك فقد حُلّلت ثلاثية الحدود إلى عوامل على نحوٍ صحيح. ✓

تمرين موجه

3A. $y^2 + 13y - 48$

3B. $r^2 - 2r - 24$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

2 حل المعادلات بالتحليل إلى العوامل

يمكن أن تُكتب **المعادلة التربيعية** بالصيغة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a \neq 0$. يمكن حلّ بعض المعادلات ذات الصيغة $x^2 + bx + c = 0$ باستخدام التحليل إلى عوامل ومن ثم استخدام خاصية ناتج الضرب في صفر.

مثال 4 حل معادلةٍ بالتحليل إلى عوامل

حُلّ المعادلة $x^2 + 6x = 27$. ثم تحقق من صحة الحل.

$x^2 + 6x = 27$	المعادلة الأصلية
$x^2 + 6x - 27 = 0$	اطرح 27 من كل طرف.
$(x - 3)(x + 9) = 0$	حلل إلى العوامل.
$x - 3 = 0$ or $x + 9 = 0$	خاصية ناتج الضرب في صفر
$x = 3$ $\quad x = -9$	حُلّ كل معادلة.

الجذران هما 3 و9−.

تحقق عوّض بـ 3 و 9− عن x في المعادلة الأصلية.

$x^2 + 6x = 27$
$(-9)^2 + 6(-9) \stackrel{?}{=} 27$
$81 - 54 \stackrel{?}{=} 27$
$27 = 27$ ✓

$x^2 + 6x = 27$
$(3)^2 + 6(3) \stackrel{?}{=} 27$
$9 + 18 \stackrel{?}{=} 27$
$27 = 27$ ✓

تمرين موجه

حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

4A. $z^2 - 3z = 70$

4B. $x^2 + 3x - 18 = 0$

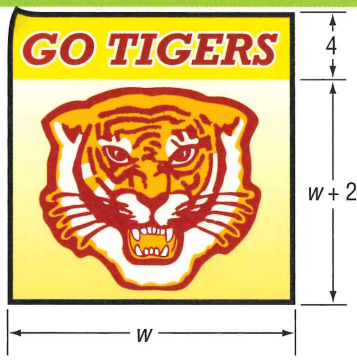
نصيحة دراسية

حل معادلةٍ بالتحليل إلى العوامل تذكّر أن تصفّر أحد طرفي المعادلة قبل التحليل إلى عوامل.

يمكن أن يكون التحليل إلى عوامل مفيدًا عند حل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 5 من الحياة اليومية حل المسائل بالتحليل إلى عوامل

التصميم يصمم أحمد ملصقًا. طول الجزء العلوي من الملصق 4 سنتميتر وطول بقية الملصق أكبر ببوصتين من عرضه. فإذا كان الملصق يستهلك 616 سنتميتر مربع من لوحة تثبيت الملصقات، فأوجد عرض الملصق w.



الفهم يتعين عليك إيجاد عرض الملصق.

التخطيط بما أن الملصق مستطيل، فإن العرض × الطول = المساحة.

الحل ليكن w = عرض الملصق. يساوي الطول $w + 2 + 4$ أو $w + 6$.

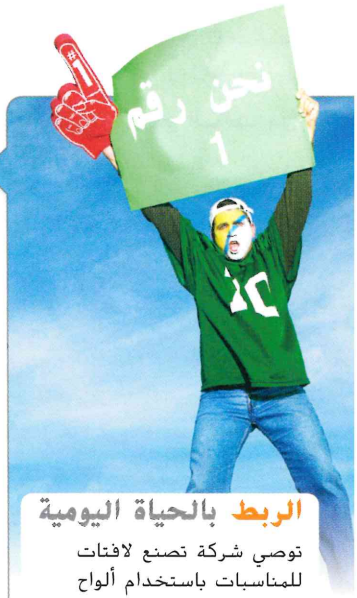
$w(w + 6) = 616$	اكتب المعادلة.
$w^2 + 6w = 616$	اضرب.
$w^2 + 6w - 616 = 0$	اطرح 616 من كل طرف.
$(w + 28)(w - 22) = 0$	حلل إلى عوامل.
$w + 28 = 0$ or $w - 22 = 0$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$w = -28$ $\quad w = 22$	حُل كل معادلة.

بما أن الأبعاد لا يمكن أن تكون سالبة، فإن العرض يساوي 22 سنتميتر.

تحقّق إذا كان عرض الملصق يساوي 22 سنتميتر، إذًا فمساحته تساوي 22 • (6 + 22) أو 616 سنتميتر مربع، وهو المقدار الذي يحتاج إليه الملصق. ✓

تمرين موجه

5. الهندسة يقلّ ارتفاع متوازي أضلاعٍ بمقدار 18 سنتيمترًا عن طول قاعدته. فإذا كانت مساحة متوازي الأضلاع تساوي 175 سنتيمترًا، فما ارتفاعه؟



الربط بالحياة اليومية

توصي شركة تصنع لافتات للمناسبات باستخدام ألواح من الفلين بالنسبة للافتات التي تستخدم مرة واحدة. أما بالنسبة للافتات التي تستخدم أكثر من مرة، فإنها توصي باستخدام ألواحٍ من نوعٍ أقوى من الفلين.

المصدر: MegaPrint Inc.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **حلل كل كثيرة حدود إلى العوامل. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.**

1. $x^2 + 14x + 24$
2. $y^2 - 7y - 30$
3. $n^2 + 4n - 21$
4. $m^2 - 15m + 50$

مثال 4 **حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.**

5. $x^2 - 4x - 21 = 0$
6. $n^2 - 3n + 2 = 0$
7. $x^2 - 15x + 54 = 0$
8. $x^2 + 12x = -32$
9. $x^2 - x - 72 = 0$
10. $x^2 - 10x = -24$

مثال 5

11. **إعداد الإطارات** اشترت سعاد إطارًا لصورة، ولكن الصورة أكبر بكثير من أن يلائمها الإطار. تحتاج سعاد إلى تصغير طول الصورة وعرضها بالمقدار نفسه. حيث ينبغي تصغير مساحة الصورة إلى نصف مساحتها الأصلية. فإذا كان بعدا الصورة الأصلية 12 بوصة في 16 بوصة، فكم سيساوي بعدا الصورة الأصغر؟

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **حلل كل كثيرة حدود إلى العوامل. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.**

12. $x^2 + 17x + 42$
13. $y^2 - 17y + 72$
14. $a^2 + 8a - 48$
15. $n^2 - 2n - 35$
16. $44 + 15h + h^2$
17. $40 - 22x + x^2$
18. $-24 - 10x + x^2$
19. $-42 - m + m^2$

مثال 4 **حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.**

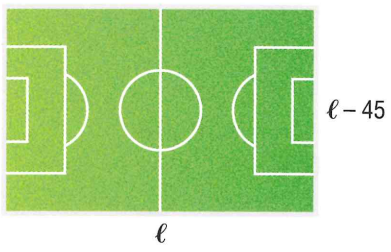
20. $x^2 - 7x + 12 = 0$
21. $y^2 + y = 20$
22. $x^2 - 6x = 27$
23. $a^2 + 11a = -18$
24. $c^2 + 10c + 9 = 0$
25. $x^2 - 18x = -32$
26. $n^2 - 120 = 7n$
27. $d^2 + 56 = -18d$
28. $y^2 - 90 = 13y$
29. $h^2 + 48 = 16h$

مثال 5

30. **الهندسة** لمثلث مساحة قدرها 36 قدمًا مربعة. فإذا كان ارتفاع المثلث أكبر من طول قاعدته بـ 6 أقدام، فما ارتفاع المثلث وطول قاعدته؟

31. **الهندسة** لمستطيل مساحة تمثّل بالعلاقة $x^2 - 4x - 12$ قدمًا مربعة. فإذا كان طول المستطيل يساوي $x + 2$ قدمًا، فما عرضه؟

32. **كرة القدم** يقلّ عرض ملعب كرة القدم في مدرسة ثانوية عن طوله بمقدار 45 ياردة.



a. عرّف متغيرًا واكتب تعبيرًا يمثل مساحة الملعب.

b. مساحة الملعب 9000 ياردةٍ مربعة. أوجد بعديه.

البنية **حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.**

33. $q^2 + 11qr + 18r^2$
34. $x^2 - 14xy - 51y^2$
35. $x^2 - 6xy + 5y^2$
36. $a^2 + 10ab - 39b^2$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

37. **السباحة** يزيد طول حوض سباحة 20 قدمًا عن عرضه. وتساوي مساحتُه 525 قدمًا مربعة.

a. عرّف متغيرًا واكتب معادلة لإيجاد مساحة بركة السباحة.

b. حُـــلّ المعادلة.

c. فسّر الحل. هل كلا الحلين منطقيين؟ اشرح.

الهندسة **أوجد تعبيرًا لمحيط مستطيلٍ إذا أعطيت مساحته.**

38. $A = {}^{2} + 24x - 81$

39. $A = x^2 + 13x - 90$

40. التمثيلات المتعددة سوف تستكشف في هذه المعادلة التحليل إلى عوامل عندما لا يساوي معامل الحدّ الأعلى رتبةً 1.

a. **جدوليّ** انسخ الجدول أدناه وأكمله.

$a \times c$	$m \times p$	$ax^2 + bx + c$	$ax^2 + mx + px + c$	ناتج ضرب ثنائيتي حدود
24	24	$2x^2 + 11x + 12$	$2x^2 + 8x + 3x + 12$	$(2x + 3)(x + 4)$
				$(x + 1)(3x + 5)$
				$(2x - 1)(4x + 1)$
				$(3x + 5)(4x - 2)$

b. **تحليليًا** ما علاقة m و p بـــ a و c؟

c. **تحليليًا** ما علاقة m و p بـــ b؟

d. **لفظيًا** صف عملية يمكنك استخدامها لتحليل كثيرة حدود من الصيغة $ax^2 + bx + c$ إلى عوامل.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. **تحليل الخطأ** حلّل جميل و بشير $x^2 + 6x - 16$ إلى عوامل. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

جميل

$x^2 + 6x - 16 = (x + 2)(x - 8)$

بشير

$x^2 + 6x - 16 = (x - 2)(x + 8)$

البراهين **أوجد كل قيم *k* بحيث يمكن تحليل كل كثيرة حدود إلى العوامل باستخدام أعداد صحيحة.**

42. $x^2 + kx - 19$

43. $x^2 + kx + 14$

44. $x^2 - 8x + k,\ k > 0$

45. $x^2 - 5x + k,\ k > 0$

46. **الاستنتاج** أيًا كانت $x^2 + bx + c$ ثلاثية حدود قابلة للتحليل إلى عوامل، هل ستكون القيمة المطلقة لـــ b أحيانًا أم دائمًا أم لن تكون على الإطلاق أصغر من القيمة المطلقة لـــ c؟ اشرح.

47. **مسألة غير محددة الإجابة** أعط مثالاً عن ثلاثية حدود يمكن تحليلها إلى العوامل باستخدام التقنيات الواردة في هذا الدرس للتحليل إلى عوامل. ثم حلل ثلاثية الحدود إلى عوامل.

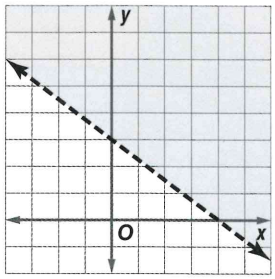
48. **تحدٍّ** حلّل $(4y - 5)^2 + 3(4y - 5) - 70$ إلى عوامل.

49. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيفية تحليل ثلاثيات الحدود ذات الصيغة $x^2 + bx + c$ إلى عوامل وكيفية تحديد إشارات عوامل c.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبار المعياري

50. أي المتباينات تظهر في التمثيل البياني أدناه؟



A $y \leq -\frac{3}{4}x + 3$

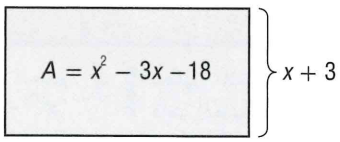
B $y < -\frac{3}{4}x + 3$

C $y > -\frac{3}{4}x + 3$

D $y \geq -\frac{3}{4}x + 3$

51. إجابة قصيرة يجب أن تجني أماني أكثر من AED 254 من بيع قطع الحلوى كي تتمكن من الذهاب في رحلةٍ مع جمعية الحي. فإذا كانت قطعة الحلوى الواحدة تباع بمبلغ AED 1.25، فكم قطعة حلوى عليها أن تبيع على الأقل؟

52. الهندسة ما التعبير الذي يمثل طول المستطيل؟



F $x + 5$

G $x + 6$

H $x - 6$

J $x - 5$

53. يساوي الفرق بين العدد 21 وعددٍ آخر n العدد 6. ما المعادلة التي توضح هذه العلاقة؟

A $21 - n = 6$

B $21 + n = 6$

C $21n = 6$

D $6n = -21$

مراجعة شاملة

حلِّل كل كثيرة حدود إلى العوامل. (الدرس 5-7)

54. $10a^2 + 40a$

55. $11x + 44x^2y$

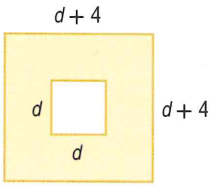
56. $2m^3p^2 - 16mp^2 + 8mp$

57. $2ax + 6xc + ba + 3bc$

58. $8ac - 2ad + 4bc - bd$

59. $x^2 - xy - xy + y^2$

60. اكتب كثيرة حدود تمثل مساحة المنطقة المظللة في الشكل الموجود على الجهة اليمنى. (الدرس 4-1)



راجع مخططات التحويل على الوجه الداخلي لغلاف كتابك في نهايته.

61. الركض يشارك أحمد في سباقٍ خيري مسافته 5 كيلومترات في عطلة نهاية الأسبوع المقبلة. فما مسافة السباق مقدرةً بالأميال تقريبًا؟

62. الطبيعة يزن فيل إفريقي 9 أطنان. فكم كيلوجرامًا يساوي ذلك تقريبًا؟

63. الرياضة يساوي طول ملعب لكرة القدم 100 ياردةٍ من إحدى نهايتيه إلى النهاية الأخرى. فكم قدمًا يساوي طول الملعب؟

مراجعة المهارات

حلّل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

64. $6mx - 4m + 3rx - 2r$

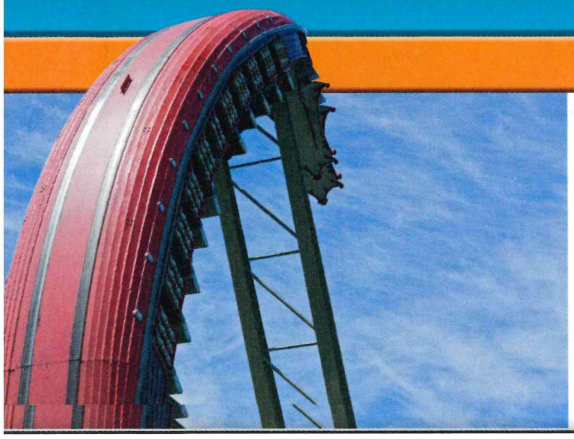
65. $3ax - 6bx + 8b - 4a$

66. $2d^2g + 2fg + 4d^2h + 4fh$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 7-7

حلّ $ax^2 + bx + c = 0$



السابق:
- حللت ثلاثيات الحدود ذات الصيغة $x^2 + bx + c$.

الحالي:
1. تحليل ثلاثيات حدود ذات الصيغة $ax^2 + bx + c$.
2. حل المعادلات ذات الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$.

لماذا؟
- يمكن تمثيل مسار راكبٍ على سفينة الملاهي الموضحة إلى الجهة اليمنى بالعلاقة $16t^2 - 5t + 120$.

يمكن أن يساعد تحليلُ هذا التعبير إلى العوامل مشغلي سفينة الملاهي على تحديد زمن الشوط الابتدائي لحركة الراكب.

المفردات الجديدة

كثيرة حدود أولية
prime polynomial

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات.

1 التحليل إلى عوامل $ax^2 + bx + c$

في الدرس الأخير، حللت تعابير تربيعية من الصيغة $ax^2 + bx + c$، حيث $a = 1$. وفي هذا الدرس ستطبق طرق التحليل إلى عوامل على تعابير تربيعية فيها a لا يساوي 1.

يساوي بعدا المستطيل المشكل من القطع الجبرية عاملي $2x^2 + 5x + 3$. وعوامل $2x^2 + 5x + 3$ يساويان $x + 1$ و $2x + 3$.

يمكنك أيضًا استخدام طريقة التحليل إلى عوامل بالتجميع لحل هذا التعبير.

الخطوة 1 طبق النمط: $2x^2 + 5x + 3 = 2x^2 + mx + px + 3$.

الخطوة 2 ناتج ضربهما $2 \cdot 3$ أو 6 ومجموعهما 5.

عوامل العدد 6	مجموع العوامل
1, 6	7
2, 3	5

الخطوة 3 استخدم التجميع لإيجاد العوامل.

$2x^2 + 5x + 3 = 2x^2 + mx + px + 3$ اكتب النمط.

$= 2x^2 + 2x + 3x + 3$ $m = 2$ و $p = 3$

$= (2x^2 + 2x) + (3x + 3)$ جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة.

$= 2x(x + 1) + 3(x + 1)$ حلل بأخراج العامل المشترك الأكبر إلى العوامل.

$= (2x + 3)(x + 1)$ $x + 1$ هو العامل المشترك.

لذلك، $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$.

المفهوم الأساسي تحليل $ax^2 + bx + c$ إلى العوامل

الشرح لتحليل ثلاثيات حدود لها الصيغة $ax^2 + bx + c$ إلى عوامل، أوجد عددين صحيحين m و p مجموعهما b وناتج ضربهما ac. ثم اكتب $ax^2 + bx + c$ as $ax^2 + mx + px + c$. وحلل إلى عوامل بالتجميع.

مثال

$5x^2 - 13x + 6 = 5x^2 - 10x - 3x + 6$ $m = -10$ و $p = -3$

$= 5x(x - 2) + (-3)(x - 2)$

$= (5x - 3)(x - 2)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 1 حلل $ax^2 + bx + c$ إلى العوامل

حلّل كل ثلاثية حدود إلى العوامل.

a. $7x^2 + 29x + 4$

في ثلاثية الحدود، $a = 7$ و $b = 29$ و $c = 4$. أنت بحاجة إلى إيجاد عددين مجموعهما 29 وناتج ضربهما $7 \cdot 4$ أو 28. أعدّ قائمةً بعوامل العدد 28 وابحث عن العاملين اللذين لهما المجموع 29.

عوامل العدد 28	مجموع العوامل
1, 28	29

العاملان الصحيحان هما 1 و 28.

$7x^2 + 29x + 4 = 7x^2 + mx + px + 4$ اكتب النمط.

$= 7x^2 + 1x + 28x + 4$ $p = 28$ و $m = 1$

$= (7x^2 + 1x) + (28x + 4)$ جمّع العوامل ذات الحدود المشتركة.

$= x(7x + 1) + 4(7x + 1)$ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر إلى عوامل.

$= (x + 4)(7x + 1)$ $7x + 1$ هو العامل المشترك.

b. $3x^2 + 15x + 18$

العامل المشترك الأكبر للحدود $15x$ و $3x^2$ و 18 يساوي 3. حلّله إلى عوامل أولاً.

$3x^2 + 15x + 18 = 3(x^2 + 5x + 6)$ خاصية التوزيع

$= 3(x + 3)(x + 2)$ أوجد عاملين للعدد 6 مجموعهما 5.

تمرين موجه

1A. $5x^2 + 13x + 6$ **1B.** $6x^2 + 22x - 8$

نصيحة دراسية

العامل المشترك الأكبر

ابحث دائمًا على عامل مشترك أكبر لكثيرة الحدود قبل التحليل إلى عوامل.

أحيانًا، يكون معامل الحدّ x سالبًا.

مثال 2 حلّل $ax^2 - bx + c$ إلى العوامل

حلّل $3x^2 - 17x + 20$ إلى العوامل.

في ثلاثية الجدود $a = 3$ و $b = -17$ و $c = 20$. وبما أن b سالب، إذًا m + p سيكون سالبًا. وبما أن c موجب، إذًا سيكون mp موجبًا.

لتحديد m و p، أدرج العوامل السالبة لـ ac أو 60. ينبغي أن يساوي مجموع m و p القيمة -17.

عوامل العدد 60	مجموع العوامل
$-2, -30$	-32
$-3, -20$	-23
$-4, -15$	-19
$-5, -12$	-17

العاملان الصحيحان هما -5 و -12.

$3x^2 - 17x + 20 = 3x^2 - 12x - 5x + 20$ $p = -5$ و $m = -12$

$= (3x^2 - 12x) + (-5x + 20)$ جمّع الحدود ذات العوامل المشتركة.

$= 3x(x - 4) + (-5)(x - 4)$ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر إلى عوامل.

$= (3x - 5)(x - 4)$ خاصية التوزيع

تمرين موجه

2A. $2n^2 - n - 1$ **2B.** $10y^2 - 35y + 30$

مهنة من الحياة اليومية

مخطط المناطق الحضرية يصمم مخططو المناطق الحضرية مخططات المناطق. ويأخذون في الحسبان مساحة الأرض المتاحة فضلاً عن عوامل جغرافية وبيئية لتصميم منطقة تنفع المجتمع المحلي أكثر من غيره. يحمل مخططو المناطق الحضرية شهادة بكالوريوس في التخطيط ونصفهم تقريبًا يحمل درجة الماجستير.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدعى كثيرة الحدود التي لا يمكن أن تُكتَب بصيغة ناتج ضرب كثيرتي حدود اثنتين فيهما معاملات متكاملة بـ**كثيرة الحدود الأولية**.

مثال 3 حدّد إن كانت كثيرة الحدود أولية

حلّل $4x^2 - 3x + 5$ إلى عوامل إن أمكن. وإذا لم يكن ممكنًا تحليل كثيرة الحدود باستخدام أعداد صحيحة، فاكتب *أولية*.

في ثلاثية الحدود هذه، $a = 4$ و $b = -3$ و $c = 5$. وبما أن b سالب، فإن m + p سالب. وبما أن c موجب، فإن mp موجب. إذًا m و p كلاهما سالبان. بعد ذلك، أدرج عوامل العدد 20. وابحث عن عددين مجموعهما -3.

عوامل العدد 20	مجموع العوامل
$-20, -1$	-21
$-4, -5$	-9
$-2, -10$	-12

ليس هناك عاملان مجموعهما -3. إذًا لا يمكن تحليل التعبير التربيعي باستخدام أعداد صحيحة. ولذلك فإن $4x^2 - 3x + 5$ أولية.

تمرين موجه

حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى العوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*.

3A. $4r^2 - r + 7$ **3B.** $2x^2 + 3x - 5$

2 حل معادلات باستخدام التحليل إلى العوامل

يُمكننا إيجاد ارتفاع قذيفة بالعلاقة $h = -16t^2 + vt + h_0$. وفيها h الارتفاع بالقدم، و t الزمن بالثواني، و v السرعة المتجهة الابتدائية نحو الأعلى بالقدم في الثانية، و h_0 الارتفاع الابتدائي بالأقدام. يمكن حل المعادلات ذات الصيغة $ax^2 + bx + c = 0$ بالتحليل إلى العوامل وباستخدام خاصية ناتج الضرب في الصفر.

مثال 4 من الحياة اليومية حلّ المعادلات بالتحليل إلى عوامل

الحياة البرية **افترض أن فهدًا يثب على ظبي بسرعة ابتدائية متجهة إلى الأعلى قيمتها 19 قدمًا في الثانية. كم يبقى الفهد في الهواء إذا هبط على الربع الخلفي من جسد الظبي على ارتفاع 3 أقدام عن الأرض؟**

$h = -16t^2 + vt + h_0$	معادلة الارتفاع
$3 = -16t^2 + 19t + 0$	$h_0 = 0$ و $h = 3, v = 19$.
$0 = -16t^2 + 19t - 3$	اطرح 3 من كل طرف.
$0 = 16t^2 - 19t + 3$	اضرب كل طرف بـ -1.
$0 = (16t - 3)(t - 1)$	حلل إلى العوامل $16t^2 - 19t + 3$
$16t - 3 = 0$ or $t - 1 = 0$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$16t = 3$ $\quad t = 1$	حُلّ كل معادلة.
$t = \frac{3}{16}$	

الحلان هما $\frac{3}{16}$ ثانية وثانية واحدة. يستغرق الفهد $\frac{3}{16}$ ثانيةً ليبلغ ارتفاع 3 أقدام في طريقه إلى الأعلى. ويستغرق ثانية واحدة للوصول إلى ارتفاع 3 أقدام للوصول إلى ارتفاع 3 أقدام في ريقه إلى الأسفل. إذًا يبقى الفهد لمدة ثانية واحدة قبل أن يمسك بالظبي.

تمرين موجه

4. **العلوم الفيزيائية** يرمي شخص كرة إلى الأعلى من بناء ارتفاعه 506 أقدام. ويعطى ارتفاع الكرة h بالأقدام بعد t ثانيةً بالمعادلة $h = -16t^2 + 48t + 506$. تحطّ الكرة على شرفة ارتفاعها 218 قدمًا فوق سطح الأرض. فكم ثانيةً بقيت في الهواء؟

الربط بالحياة اليومية

الفهود أسرع الحيوانات البرية في العالم. وتصل إلى سرعات تصل إلى 70 mph. ويمكن أن تتسارع من 0 إلى 40 mph في 3 خطوات. ويستغرق الفهد ثواني فقط للوصول إلى سرعته الكاملة البالغة 70 mph.

المصدر: صندوق الحفاظ على الفهود

انتبه!

احتفظ بـ -1 ولا تنسَ حمل الـ -1 الذي حُلّل إلى عوامل خلال باقي الخطوات أو اضرب كلا الطرفين بـ -1.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك

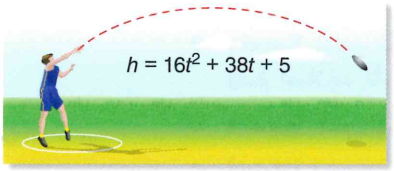
الأمثلة 1-3 **حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى العوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*.**

1. $3x^2 + 17x + 10$
2. $2x^2 + 22x + 56$
3. $5x^2 - 3x + 4$
4. $3x^2 - 11x - 20$

مثال 4 **حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.**

5. $2x^2 + 9x + 9 = 0$
6. $3x^2 + 17x + 20 = 0$
7. $3x^2 - 10x + 8 = 0$
8. $2x^2 - 17x + 30 = 0$

9. **تمثيل النماذج** يرمي كنان قرصًا في لقاء مدرسي.



a. ما الارتفاع الأولي للقرص؟

b. بعد كم ثانية يصطدم القرص بالأرض؟

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى عوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*.**

10. $5x^2 + 34x + 24$
11. $2x^2 + 19x + 24$
12. $4x^2 + 22x + 10$
13. $4x^2 + 38x + 70$
14. $2x^2 - 3x - 9$
15. $4x^2 - 13x + 10$
16. $2x^2 + 3x + 6$
17. $5x^2 + 3x + 4$
18. $12x^2 + 69x + 45$
19. $4x^2 - 5x + 7$
20. $5x^2 + 23x + 24$
21. $3x^2 - 8x + 15$

مثال 4 22. **رمي الكرة الحديدية** يرمي رياضي كرة حديدية بسرعة ابتدائية متجهة إلى الأعلى مقدارها 29 قدمًا في الثانية ومن ارتفاع ابتدائي يساوي 6 أقدام.

a. اكتب معادلة تمثل ارتفاع الكرة الحديدية بالأقدام بالنسبة للزمن بالثواني.

b. بعد كم ثانية ستصطدم الكرة الحديدية بالأرض؟

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

23. $2x^2 + 9x - 18 = 0$
24. $4x^2 + 17x + 15 = 0$
25. $-3x^2 + 26x = 16$
26. $-2x^2 + 13x = 15$
27. $-3x^2 + 5x = -2$
28. $-4x^2 + 19x = -30$

29. **كرة السلة** عندما يرمي جابر رمية حرة، يكون ارتفاع الكرة 6 أقدام عن الأرض، وتساوي سرعتها الابتدائية المتجهة إلى الأعلى 20 قدمًا في الثانية. ترتفع السلة 10 أقدام عن الأرض .

a. استخدم نموذج الحركة الرأسية لتوضيح معادلة تمثل رمية جابر الحرة.

b. كم ثانية تستغرق كرة السلة قبل وصولها إلى السلة؟

c. يرمي رائد رمية حرة من ارتفاع 5 أقدام و 9 بوصات عن الأرض وبالسرعة المتجهة نفسها إلى الأعلى. هل ستبقى الكرة في الهواء لمدة أطول أم أقصر؟ اشرح.

30. **الغطس** يغطس بلال من منصة ارتفاعها 36 قدمًا. تمثل المعادلة $h = -16t^2 + 14t + 36$ الغطسة. فكم سيستغرق بلال وقتًا ليصل إلى الماء؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

31. **نظرية الأعداد** ستة أضعاف مربع عدد x زائد 11 ضعفًا من العدد تعطي 2. فما القيم المحتملة لـ x؟

حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثير الحدود إلى العوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*.

32. $-6x^2 - 23x - 20$

33. $-4x^2 - 15x - 14$

34. $-5x^2 + 18x + 8$

35. $-6x^2 + 31x - 35$

36. $-4x^2 + 5x - 12$

37. $-12x^2 + x + 20$

38. **تخطيط المناطق الحضرية** كلفت المدينةُ ببناء منتزهٍ مستطيل. يمكن التعبير عن مساحة المنتزه بالعلاقة $660x^2 + 524x + 85$. حلل هذا التعبير إلى عوامل من خلال معاملات صحيحة تمثل الأبعاد الممكنة للمنتزه. فإذا كان $x = 8$، فما المحيط المحتمل للمنتزه؟

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف تحليل نوع خاص من كثيرات الحدود إلى عوامل.

a. **هندسيًا** ارسم مربعًا وسمّ أضلاعه a. داخل هذا المربع، ارسم مربعًا أصغر يشترك معه برأس واحد. وسمّ أضلاعه b. ما مساحتا المربعين؟

b. **هندسيًا** قُصّ المربع الصغير واحذفه. ما مساحة المنطقة المتبقية؟

c. **تحليليًا** ارسم مستقيمًا قطريًا بين الزاوية الداخلية والزاوية الخارجية للشكل، وقُصّ على طول هذا الخط لتشكّل قطعتين متطابقتين. ثم أعد ترتيب القطعتين لتشكل مستطيلاً. ما أبعاد المستطيل؟

d. **تحليليًا** اكتب مساحة المستطيل في صورة ناتج ضربٍ لثنائيتي حدود.

e. **لفظيًا** أكمل العبارة: ... = $a^2 - b^2$ ما سبب صحة هذه العبارة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

40. **النقد** يحلّ زكريا و سامي المعادلة $6x^2 - x = 12$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

زكريا

$6x^2 - x = 12$

$x(6x - 1) = 12$

$x = 12$ or $6x - 1 = 12$

$6x = 13$

$x = \frac{13}{6}$

سامي

$6x^2 - x = 12$

$6x^2 - x - 12 = 0$

$(2x - 3)(3x + 4) = 0$

$2x - 3 = 0$ or $3x + 4 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ $\quad x = -\frac{4}{3}$

41. **الاستنتاج** لديك مربع مساحته $9x^2 + 30xy + 25y^2$ بوصة مربعة. وبعداه ثنائيتا حدود من عوامل صحيحة موجبة. فما محيط المربع؟ اشرح.

42. **تحدٍّ** أوجد كل قيم k التي تتيح تحليل $2x^2 + kx + 12$ إلى عوامل في صيغة ثنائيتي حدود باستخدام أعداد صحيحة.

43. **الكتابة في الرياضيات** ما الذي عليك التفكير به عند حل معادلة تربيعية تمثل حالةً من الحياة اليومية؟

44. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيفية تحديد القيم التي ينبغي اختيارها لـ m و p عند تحليل كثيرة حدود من الصيغة $ax^2 + bx + c$ إلى العوامل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

45. إجابة شبكية لساميا أختان. إحداهما أكبر منها بـ 8 سنوات والأخرى أصغر منها بسنتين. يساوي ناتج ضرب عمري أختي ساميا 56. فكم عمر ساميا؟

46. ما ناتج ضرب $\frac{2}{3}a^3b^5$ و $\frac{3}{5}a^5b^2$ ؟

A $\frac{2}{5}a^8b^7$

B $\frac{2}{5}a^2b^3$

C $\frac{2}{5}a^8b^3$

D $\frac{2}{5}a^2b^7$

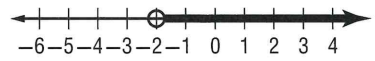
47. ما مجموعة حلول $x^2 + 2x - 24 = 0$؟

F $\{-4, 6\}$ H $\{-3, 8\}$

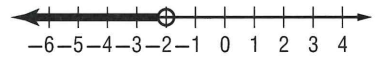
G $\{3, -8\}$ J $\{4, -6\}$

48. ما مجموعة حلول $x \geq -2$؟

A

B 

C

D 

مراجعة شاملة

حلِّل كل كثيرة حدود إلى عوامل. (الدرس 6-7)

49. $x^2 - 9x + 14$

50. $n^2 - 8n + 15$

51. $x^2 - 5x - 24$

52. $z^2 + 15z + 36$

53. $r^2 + 3r - 40$

54. $v^2 + 16v + 63$

حُـــلّ كلّ معادلة مما يلي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس 5-7)

55. $a(a - 9) = 0$

56. $(2y + 6)(y - 1) = 0$

57. $10x^2 - 20x = 0$

58. $8b^2 - 12b = 0$

59. $15a^2 = 60a$

60. $33x^2 = -22x$

سمِّ طريقة ملائمة لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. ثم أوجد حل النظام.

61. $-5x + 2y = 13$
$2x + 3y = -9$

62. $y = -5x + 7$
$y = 3x - 17$

63. $x - 8y = 16$
$7x - 4y = -18$

أكمل كل جملة. (الدرس 1-0)

64. 54 in. = __?__ ft

65. 275 mm = __?__ m

66. 7 gal __?__ pt

67. عربات النقل حد التحميل الأقصى لسقف سيارة رياضية 75 رطلاً.
نريد وضع حاملٍ للبضائع و 4 قطع من الأمتعة فوق السقف. اكتب متباينةً وحُلّها لإيجاد الوزن المتوسط المسموح به لكل قطعةٍ من الأمتعة. (الدرس 6-0)

مراجعة المهارات

أوجد الجذر التربيعي الرئيسي لكل عدد.

68. 16

69. 36

70. 64

71. 81

72. 121

73. 100

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

7-8 فرق مربعي حدين

.. السابق

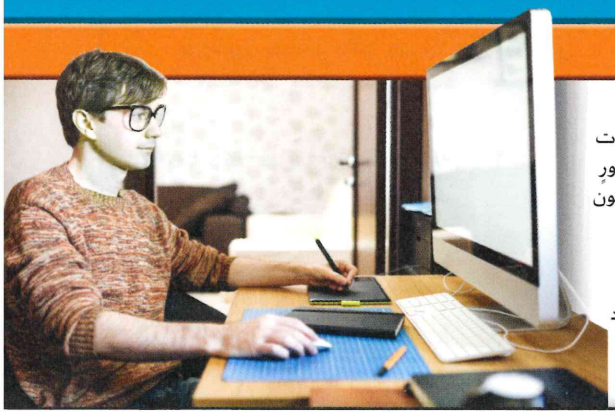
- حللت ثلاثيات حدود إلى ثنائيتي حدود.

.. الحالي

1. تحليل ثنائيات الحدود التي تمثل فرق مربعي حدين.
2. استخدام فرق مربعي حدين لحل المسائل.

.. لماذا؟

- يستخدم مصممو الرسومات الحاسوبية مزيجًا من المهارات الفنية والرياضية لتصميم صورٍ ومقاطع فيديو. وهم يستخدمون معادلاتٍ لصياغة أشكال ومستقيماتٍ على الحاسوب. ويمكن أن يساعد التحليل إلى عوامل على تحديد أبعاد الأشكال وهيئاتها.



المفردات الجديدة

فرق مربعين (difference of two squares)

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 تحليل فرق مربعي حدين إلى العوامل

لقد تعلمت سابقًا عن ناتج ضرب مجموع كميتين بفرقهما. ويُطلق على ناتج الضرب هذا **فرق مربعي عددين**. إذًا، تدعى الصيغة المحللة إلى عوامل لفرق مربعي حدين بناتج ضرب مجموع كميتين بفرقهما.

المفهوم الأساسي فرق مربعي حدين

الرموز $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ أو $(a - b)(a + b)$

الأمثلة $x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$ أو $(x - 5)(x + 5)$

$t^2 - 64 = (t + 8)(t - 8)$ أو $(t - 8)(t + 8)$

مثال 1 تحليل فرق مربعي حدين إلى العوامل

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

a. $16h^2 - 9a^2$

$16h^2 - 9a^2 = (4h)^2 - (3a)^2$ اكتب بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= (4h + 3a)(4h - 3a)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

b. $121 - 4b^2$

$121 - 4b^2 = (11)^2 - (2b)^2$ اكتب بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= (11 - 2b)(11 + 2b)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

c. $27g^3 - 3g$

نظرًا إلى أن للحدود عاملاً مشتركًا، حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر أولاً. ثم تابع من خلال التقنيات الأخرى للتحليل إلى عوامل.

$27g^3 - 3g = 3g(9g^2 - 1)$ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر $3g$.

$= 3g[(3g)^2 - (1)^2]$ اكتب بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= 3g(3g - 1)(3g + 1)$ حلل فرق مربعي الحدين.

تمرين موجّه

1A. $81 - c^2$

1B. $64g^2 - h^2$

1C. $9x^3 - 4x$

1D. $-4y^3 + 9y$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

لتحليل كثيرة حدود إلى عواملها بالكامل، قد يحتاج الأمر إلى تطبيق تقنية أكثر من مرة واحدة. وينطبق ذلك أيضًا على نمط فرق مربعين.

مثال 2 تطبيق تقنية أكثر من مرة

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

a. $b^4 - 16$

$b^4 - 16 = (b^2)^2 - (4)^2$ اكتب $b^4 - 16$ بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= (b^2 + 4)(b^2 - 4)$ حلل فرق مربعي الحدين.

$= (b^2 + 4)(b^2 - 2^2)$ $b^2 - 4$ أيضًا فرق مربعين.

$= (b^2 + 4)(b + 2)(b - 2)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

b. $625 - x^4$

$625 - x^4 = (25)^2 - (x^2)^2$ اكتب $625 - x^4$ بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= (25 + x^2)(25 - x^2)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

$= (25 + x^2)(5^2 - x^2)$ اكتب $25 - x^2$ بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= (25 + x^2)(5 - x)(5 + x)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

تمرين موجّه

2A. $y^4 - 1$

2B. $4a^4 - b^4$

2C. $81 - x^4$

2D. $16y^4 - 1$

انتبه!

مجموع مربعين لا يُحلل مجموع المربعين $a^2 + b^2$ إلى $(a + b)(a + b)$. بل إن مجموع مربعين هو كثيرة حدودٍ أولية، ولا يمكن تحليلها إلى عوامل.

وفي بعض الأحيان، يتطلب الأمر تطبيق أكثر من تقنية تحليل واحدة إلى عوامل لضمان التحليل الكامل لكثيرة الحدود.

مثال 3 تطبيق تقنيات مختلفة

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل.

a. $5x^5 - 45x$

$5x^5 - 45x = 5x(x^4 - 9)$ حلل بإخراج العامل المشترك الأكبر.

$= 5x[(x^2)^2 - (3)^2]$ اكتب $x^4 - 9$ بالصيغة $a^2 - b^2$.

$= 5x(x^2 - 3)(x^2 + 3)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

$x^2 - 3$ ليس فرقًا بين مربعي حدين لأن العدد 3 ليس مربعًا كاملاً.

b. $7x^3 + 21x^2 - 7x - 21$

$7x^3 + 21x^2 - 7x - 21$ التعبير الأصلي

$= 7(x^3 + 3x^2 - x - 3)$ حلل بإخراج العامل المشترك.

$= 7[(x^3 + 3x^2) - (x + 3)]$ جمع الحدود ذات العوامل المشتركة.

$= 7[x^2(x + 3) - 1(x + 3)]$ حلل كل مجموعة إلى عوامل.

$= 7(x + 3)(x^2 - 1)$ $x + 3$ هو العامل المشترك.

$= 7(x + 3)(x + 1)(x - 1)$ حلل فرق مربعي الحدين إلى عوامل.

تمرين موجّه

3A. $2y^4 - 50$

3B. $6x^4 - 96$

3C. $2m^3 + m^2 - 50m - 25$

3D. $r^3 + 6r^2 + 11r + 66$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 حلّ المعادلات بالتحليل إلى العوامل

بعد التحليل إلى عوامل، يمكنك تطبيق خاصية ناتج الضرب في صفر على المعادلات المكتوبة بصيغة ناتج ضرب عوامل يساوي ناتجها 0.

مثال 4 من الحياة اليومية حل معادلةٍ بالتحليل إلى عوامل

في المعادلة $y = x^2 - \frac{9}{16}$، أي مما يلي قيمة لـ x عندما $y = 0$؟

A $-\frac{9}{4}$ B 0 C $\frac{3}{4}$ D $\frac{9}{4}$

قراءة فقرة الاختبار

عوّض عن y بـ 0 ثم حُـــلّ.

حَل فقرة الاختبار

$y = x^2 - \frac{9}{16}$	المعادلة الأصلية
$0 = x^2 - \frac{9}{16}$	عوّض عن y بـ 0.
$0 = x^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$	اكتب بالصيغة $a^2 - b^2$.
$0 = \left(x + \frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$	حلل فرق مربعي الحدين.
$0 = x + \frac{3}{4}$ أو $0 = x - \frac{3}{4}$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$x = -\frac{3}{4}$ $x = \frac{3}{4}$	الإجابة الصحيحة هي C.

نصيحة عند حل الاختبار

الاستنتاج المنطقي من الطرق الأخرى التي يمكن استخدامها لحل هذه المعادلة تعويض كل خيارٍ محتملٍ للحل في المعادلة.

تمرين موجّه

4. ما حلول $18x^3 = 50x$؟

F $0, \frac{5}{3}$ G $-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}$ H $-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 0$ J $-\frac{5}{3}, \frac{5}{3}, 1$

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **حلّل كل تعبير كثير الحدود إلى العوامل.**

1. $x^2 - 9$
2. $4a^2 - 25$
3. $9m^2 - 144$
4. $2p^3 - 162p$
5. $u^4 - 81$
6. $2d^4 - 32f^4$
7. $20r^4 - 45n^4$
8. $256n^4 - c^4$
9. $2c^3 + 3c^2 - 2c - 3$
10. $f^3 - 4f^2 - 9f + 36$
11. $3t^3 + 2t^2 - 48t - 32$
12. $w^3 - 3w^2 - 9w + 27$

مثال 4 **إجابة موسعة** **يمكن أن تنتج علامات الانزلاق أثناء الحوادث المرورية عن الضغط المفاجئ على المكابح. تقدّر الصيغة $d = \frac{1}{24}s^2$ سرعة المركبة s بالميل في الساعة إذا أعطينا طول علامات الانزلاق d بالأقدام على الإسمنت الجاف.**

13. إذا كان طول علامات الانزلاق على الإسمنت الجاف 54 قدمًا، فما السرعة التي كانت تسير بها السيارة عند الضغط على المكابح؟
14. إذا كان طول علامات الانزلاق على الإسمنت الجاف 150 قدمًا، فما السرعة التي كانت تسير بها السيارة عند الضغط على المكابح

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

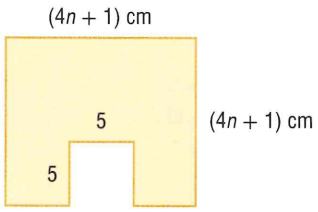
التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 **حلّل كل تعبير كثير الحدود إلى العوامل.**

15. $q^2 - 121$
16. $r^4 - k^4$
17. $6n^4 - 6$
18. $w^4 - 625$
19. $r^2 - 9t^2$
20. $2c^2 - 32d^2$
21. $h^3 - 100h$
22. $h^4 - 256$
23. $2x^3 - x^2 - 162x + 81$
24. $x^2 - 4y^2$
25. $7h^4 - 7p^4$
26. $3c^3 + 2c^2 - 147c - 98$
27. $6k^2h^4 - 54k^4$
28. $5a^3 - 20a$
29. $f^3 + 2f^2 - 64f - 128$
30. $3r^3 - 192r$
31. $10q^3 - 1210q$
32. $3xn^4 - 27x^3$
33. $p^3r^5 - p^3r$
34. $8c^3 - 8c$
35. $r^3 - 5r^2 - 100r + 500$
36. $3t^3 - 7t^2 - 3t + 7$
37. $a^2 - 49$
38. $4m^3 + 9m^2 - 36m - 81$
39. $3m^4 + 243$
40. $3x^3 + x^2 - 75x - 25$
41. $12a^3 + 2a^2 - 192a - 32$
42. $x^4 + 6x^3 - 36x^2 - 216x$
43. $15m^3 + 12m^2 - 375m - 300$

مثال 4

44. **الهندسة** الرسم المبين في الجهة اليمنى مربع قد قُصّ منه مربع.



a. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة المنطقة المظللة.

b. أوجد بعدي مستطيلٍ له مساحة المنطقة المظللة نفسها في الرسم. وافترض أن بعدي المستطيل يجب أن يمثلا بثنائيتي حدود ذواتي معاملات متكاملة.

45. **الديكورات** استخدم قوسٌ عليه بالونات لتزيين النادي الرياضي استعدادًا لحفل الربيع الراقص. يمكن تمثيل شكل القوس بالمعادلة $y = -0.5x^2 + 4.5x$، حيث x و y يقاسان بالأقدام ويمثل المحور الأفقي x الأرضية.

a. اكتب التعبير الذي يمثل ارتفاع القوس بصيغة محللة إلى العوامل.

b. ما المسافة الفاصلة بين نقطتي تلامس القوس مع الأرض؟

c. مثل هذه المعادلة على حاسبتك. ما ارتفاع النقطة العليا في القوس؟

46. **الاستنتاج المنطقي** تنشئ زينة شرفة في الفناء الخلفي. وتوضح المخططات الخاصة بالشرفة أن بعديه هما 24 في 24 قدمًا. تودّ زينة تقليل بعدٍ واحدٍ بمقدار عدد الأقدام وزيادة البعد الآخر بالمقدار نفسه. فإذا كانت مساحة الشرفة الصغرى 512 قدمًا مربعة، فما بعدا الشرفة؟

47. **المبيعات** يمكن تمثيل مبيعات قرص موسيقي بالمعادلة $S = -25m^2 + 125m$، حيث S عددُ الأقراص المبيعة بالآلاف، و m عدد الأشهر منذ طرحها في السوق.

a. في أي شهرٍ على متجر التسجيلات الموسيقية أن يتوقع توقف بيع الأقراص؟

b. في أي شهرٍ ستبلغ مبيعات الأقراص ذروتها؟

c. كم نسخةً ستباع من القرص في ذروة المبيعات؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حُـــلّ كل معادلة بالتحليل إلى العوامل. تحقق من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

48. $36w^2 = 121$

49 $100 = 25x^2$

50. $64x^2 - 1 = 0$

51. $4y^2 - \frac{9}{16} = 0$

52. $\frac{1}{4}b^2 = 16$

53. $81 - \frac{1}{25}x^2 = 0$

54. $9d^2 - 81 = 0$

55. $4a^2 = \frac{9}{64}$

56. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستستكشف ثلاثيات حدود المربعات الكاملة.

a. جدولي انسخ الجدول أدناه وأكمله بتحليل كل كثيرة حدود إلى عوامل.ثم اكتب الحدين الأول والأخير لكثيرات الحدود المعطاة في صورة مربعات كاملة.

b. تحليليًا اكتب الحد المتوسط لكل كثيرة حدود باستخدام الجذرين التربيعيين للمربعين الكاملين للحدين الأول والأخير.

كثيرة حدود	كثيرة حدود محللة إلى عوامل	الحد الأول	الحد الأخير	الحد الأوسط
$4x^2 + 12x + 9$	$(2x + 3)(2x + 3)$	$4x^2 = (2x)^2$	$3^2 = 9$	
$9x^2 - 24x + 16$				
$4x^2 - 20x + 25$				
$16x^2 + 24x + 9$				
$25x^2 + 20x + 4$				

c. جبريًا اكتب نمط ثلاثية حدود مربع كامل.

d. لفظيًا ما الشروط التي يجب أن تتحقق لتُصنّف ثلاثية حدود على أنها ثلاثية حدود مربع كامل؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

57. تحليل الخطأ تحلّل سارة و خلود تعبيرًا إلى عوامله. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

سارة

$16x^4 - 25y^2 =$
$(4x^2 - 5y)(4x^2 + 5y)$

خلود

$16x^4 - 25y^2 =$
$(4x - 5y)(4x + 5y)$

58. تحدٍّ حلّل وبسّط $(k + 3)^2 - 9$ التي تمثل فرق مربعي حدّين.

59. المثابرة حلّل $x^{16} - 81$ إلى عوامل.

60. الاستنتاج اكتب ثنائية حدودٍ تمثل فرق مربعي حدين كاملين عاملهما المشترك الأكبر يساوي $5mk$ إلى عواملها.

61. التبرير حدّد إذا كانت العبارة التالية صحيحة أو خاطئة. وأعط مثالاً أو مثالاً مضادًا لتبرير إجابتك.
كل ثنائيات الحدود التي يعدّ كلٌّ من حدّيها مربعًا كاملاً قابلةٌ للتحليل إلى عوامل.

62. مسألة غير محددة الإجابة اكتب ثنائية حدودٍ يتعين تكرار نمط فرق المربعين فيها لتحليلها بالكامل إلى العوامل. ثم حللها إلى عواملها.

63. الكتابة في الرياضيات صِف السبب في عدم احتواء نمط الفرق بين مربعين على حدٍ أوسط ذي متغير.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

تدريب على الاختبار المعياري

64. أحد جذري $2x^2 + 13x = 24$ يساوي -8. فما الجذر الآخر؟

A $-\frac{3}{2}$ C $\frac{2}{3}$

B $-\frac{2}{3}$ D $\frac{3}{2}$

65. أيٌّ مما يلي هو مجموع حلّي المعادلة $x^2 + 3x = 54$؟

F -21 H 3

G -3 J 21

66. ما نقاط التقاطع مع المحور الأفقي x للتمثيل البياني الخاص بـ $y = -3x^2 + 7x + 20$؟

A $\frac{5}{3}, -4$ C $-\frac{5}{3}, 4$

B $-\frac{5}{3}, -4$ D $\frac{5}{3}, 4$

67. إجابة موسعة تغادر سيارتان المدينة A في الوقت نفسه من منطقتين مختلفتين من المدينة وتتجهان إلى المدينة B. يمكن تمثيل بعد السيارتين بالأميال عن مركز المدينة A بالمعادلتين الموضحتين أدناه، حيث يمثل t الزمن بالساعات.

السيارة الأولى: $65t + 15$ السيارة الثانية: $60t + 25$

a. أيهما أسرع؟ اشرح.

b. أوجد تعبيرًا يمثل المسافة بين السيارتين.

c. كم ستكون المسافة بين السيارتين بعد ساعتين ونصف ساعة؟

مراجعة شاملة

حلل كل ثلاثية حدود مما يلي إلى عوامل إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل ثلاثية الحدود إلى عوامل باستخدام الأعداد الصحيحة، فاكتب *أولية*. (الدرس 7-7)

68. $5x^2 - 17x + 14$

69. $5a^2 - 3a + 15$

70. $10x^2 - 20xy + 10y^2$

حُـــلّ كلّ معادلة مما يلي، ثم تحقق من صحة الحل. (الدرس 7-6)

71. $n^2 - 9n = -18$

72. $10 + a^2 = -7a$

73. $22x - x^2 = 96$

حُـــلّ كلّ معادلة مما يلي، وتحقق من الحلول. (الدرس 7-4)

74. $2x^2 = 32$

75. $(x - 4)^2 = 25$

76. $4x^2 - 4x + 1 = 16$

77. $2x^2 + 16x = -32$

78. $(x + 3)^2 = 5$

79. $4x^2 - 12x = -9$

أوجد كل مجموع أو فرق. (الدرس 7-1)

80. $(3n^2 - 3) + (4 + 4n^2)$

81. $(2d^2 - 7d - 3) - (4d^2 + 7)$

82. $(2b^3 - 4b^2 + 4) - (3b^4 + 5b^2 - 9)$

83. $(8 - 4h^2 + 6h^4) + (5h^2 - 3 + 2h^3)$

مراجعة المهارات

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

84. $(x - 6)^2$

85. $(x - 2)(x - 2)$

86. $(x + 3)(x + 3)$

87. $(2x - 5)^2$

88. $(6x - 1)^2$

89. $(4x + 5)(4x + 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7-9 المربعات الكاملة

السابق:
- أوجدت ناتج ضرب المجموع والفرق.

الحالي:
1. تحليل ثلاثيات الحدود المربعة الكاملة إلى عوامل.
2. حل معادلات تتضمن مربعات كاملة.

لماذا؟
- في الفراغ، سوف تسقط الريشة والبيانو بنفس السرعة أو السرعة المتجهة. ولإيجاد الزمن الذي يستغرقه جسم للاصطدام بالأرض إذا سقط من ارتفاع ابتدائي h_0 بالقدم فوق سطح الأرض، فيجب عليك حل المعادلة $0 = -16t^2 + h_0$ حيث t هو الزمن بالثواني بعد سقوط الجسم.

المفردات الجديدة

تحليل ثلاثية حدود مربعة كاملة إلى عوامل (perfect square trinomial)

ممارسات في الرياضيات

مراعاة الدقة.

1 تحليل ثلاثيات حدود المربعة الكاملة إلى العوامل

لقد تعلمت أنماط نواتج ضرب ذات الحدين $(a + b)^2$ و $(a - b)^2$. تذكر أن نواتج الضرب هذه خاصة وتتبع أنماطًا محددة.

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$
$$= a^2 - ab - ab + b^2$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

يُطلق على نواتج الضرب هذه **ثلاثيات حدود مربعة كاملة**، لأنها مربعات ثلاثيات الحدود. وتساعدك الأنماط السابقة في تحليل ثلاثيات حدود المربعة الكاملة إلى عوامل.

حتى تصبح ثلاثية الحدود قابلة للتحليل في صورة مربع كامل، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير عبارة عن مربعات كاملة وأن يكون الحد الأوسط عبارة عن ضعف الجذرين التربيعيين للحدين الأول والأخير.

ثلاثية الحدود $16x^2 + 24x + 9$ هي ثلاثية حدود مربعة كاملة، كما هو موضح أدناه.

$16x^2 + 24x + 9$

- هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، لأن $16x^2 = (4x)^2$.
- هل الحد الأوسط يساوي ضعف ناتج ضرب الجذرين التربيعيين للحدين الأول والأخير؟ نعم، لأن $24x = 2(4x)(3)$.
- هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، لأن $9 = 3^2$.

المفهوم الأساسي تحليل ثلاثيات الحدود المربعة الكاملة إلى العوامل

الرموز

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b) = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b) = (a - b)^2$

الأمثلة

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4) = (x + 4)^2$

$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 التعرف على ثلاثيات حدود مربعة كاملة وتحليلها إلى العوامل

حدد ما إذا كانت كل ثلاثية حدود هي ثلاثية حدود مربعة كاملة أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كانت كذلك، فحلّلها إلى عواملها.

a. $4y^2 + 12y + 9$

1. هل الحد الأول مربع كامل؟ — نعم، لأن $4y^2 = (2y)^2$.
2. هل الحد الأول مربع كامل؟ — نعم، لأن $9 = 3^2$.
3. هل الحد الأوسط يساوي $2(2y)(3)$؟ — نعم، لأن $12y = 2(2y)(3)$

بما أن الشروط الثلاثة مستوفاة، إذًا $4y^2 + 12y + 9$ هي ثلاثية حدود مربعة كاملة.

اكتب في صورة $a^2 + 2ab + b^2$.

$4y^2 + 12y + 9 = (2y)^2 + 2(2y)(3) + 3^2$

حلل إلى عوامل باستخدام النمط.

$= (2y + 3)^2$

b. $9x^2 - 6x + 4$

1. هل الحد الأول مربع كامل؟ — نعم، لأن $9x^2 = (3x)^2$.
2. هل الحد الأول مربع كامل؟ — نعم، لأن $4 = 2^2$.
3. هل الحد الأوسط يساوي $-2(3x)(2)$؟ — لا، لأن $-6x \neq -2(3x)(2)$.

بما أن الحد الأوسط لا يستوفي الشروط، إذًا $9x^2 - 6x + 4$ ليست ثلاثية حدود مربعة كاملة.

تمرين موجّه

1A. $9y^2 + 24y + 16$

1B. $2a^2 + 10a + 25$

نصيحة دراسية

التعرّف على ثلاثيات الحدود المربعة الكاملة إذا كان الحد الثابت في ثلاثية الحدود سالبًا، فإن ثلاثية الحدود ليست ثلاثية حدود مربعة كاملة؛ ولذلك لا يجب عليك التحقق من الشروط الأخرى.

تكون كثيرة الحدود قد تم تحليلها بالكامل إلى عوامل عندما تُكتب في صورة عملية ضرب ثلاثيات الحدود. وقد نحتاج إلى أكثر من طريقة لتحليل كثيرة الحدود بالكامل إلى عوامل. عندما تقوم بتحليل كثيرة حدود إلى عوامل بالكامل، قد يساعدك ملخص المفهوم في تحديد المكان الذي ينبغي البدء منه.

تذكر، إذا لم تتوافق كثيرة الحدود مع أي نمط أو لم تستطع تحليلها إلى عوامل، فإن كثيرة الحدود أولية.

ملخص المفهوم طرق التحليل إلى عوامل

الخطوات	عدد الحدود	الأمثلة
الخطوة 1 تحليل العامل المشترك الأكبر.	أي عدد	$4x^3 + 2x^2 - 6x = 2x(2x^2 + x - 3)$
الخطوة 2 التحقق من وجود اختلاف بين المربعات أو ثلاثية الحدود المربعة الكاملة.	2 أو 3	$9x^2 - 16 = (3x + 4)(3x - 4)$ $16x^2 + 24x + 9 = (4x + 3)^2$
الخطوة 3 تطبيق أنماط التحليل إلى عوامل لـ $x^2 + bx + c$ أو $ax^2 + bx + c$ (ثلاثية حدود عامة)، أو التحليل إلى العوامل من خلال التجميع.	3 أو 4	$x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$ $2x^2 + 13x + 6 = (2x + 1)(x + 6)$ $12y^2 + 9y + 8y + 6$ $= (12y^2 + 9y) + (8y + 6)$ $= 3y(4y + 3) + 2(4y + 3)$ $= (4y + 3)(3y + 2)$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 2 التحليل إلى العوامل بالكامل

حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى عوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل، فاكتب *أولية*.

a. $5x^2 - 80$

الخطوة 1 العامل المشترك الأكبر في $5x^2$ و -80 هو 5. إذًا يُمكنك تحليلها إلى عوامل.

الخطوة 2 نظرًا لأن هناك حدان، تحقق من وجود اختلاف في المربعات.

$$\begin{aligned} 5x^2 - 80 &= 5(x^2 - 16) && \text{5 هو العامل المشترك الأكبر للحدين.} \\ &= 5(x^2 - 4^2) && x^2 = x \times x \text{ و } 16 = 4 \times 4 \\ &= 5(x - 4)(x + 4) && \text{حلل فرق المربعات إلى عوامل.} \end{aligned}$$

b. $9x^2 - 6x - 35$

الخطوة 1 العامل المشترك الأكبر لـ $9x^2$، و $-6x$، و -35 هو 1.

الخطوة 2 نظرًا لأن 35 ليس مربعًا كاملاً، فإنه ليس ثلاثية حدود مربعة كاملة.

الخطوة 3 حلل إلى عوامل باستخدام النمط $ax^2 + bx + c$. هل هناك عددان لهما ناتج الضرب $9(-35)$ أو -315 ومجموعهما هو -6؟ نعم، ناتج ضرب 15 و -21 هو -315، ومجموعهما هو -6.

$$\begin{aligned} 9x^2 - 6x - 35 &= 9x^2 + mx + px - 35 && \text{اكتب النمط.} \\ &= 9x^2 + 15x - 21x - 35 && m = 15 \text{ و } n = -21 \\ &= (9x^2 + 15x) + (-21x - 35) && \text{ضع الحدود التي لها نفس العوامل في مجموعة واحدة.} \\ &= 3x(3x + 5) - 7(3x + 5) && \text{حلل العامل المشترك الأكبر لكل مجموعة إلى عوامل.} \\ &= (3x + 5)(3x - 7) && 3x + 5 \text{ هو العامل المشترك.} \end{aligned}$$

تمرين موجّه

2A. $2x^2 - 32$

2B. $12x^2 + 5x - 25$

نصيحة دراسية

تحقق من إجابتك يُمكنك التحقق من إجابتك من خلال:

- استخدام طريقة فويل.
- استخدم خاصية التوزيع.
- تمثيل التعبير الأصلي والتعبير المحلل إلى عوامل بيانيًا، ومقارنة التمثيلين البيانيين.

إذا كان ناتج ضرب العوامل لا يساوي التعبير الأصلي بالضبط، فإن الإجابة تكون غير صحيحة.

2 حل المعادلات التي تتضمن مربعات كاملة

عند حل معادلات تتضمن عوامل متكررة، يجب عليك فقط أن تجعل أحد العوامل المتكررة يساوي صفرًا.

مثال 3 حل المعادلات باستخدام العوامل المتكررة

حُـــلّ المعادلة $9x^2 - 48x = -64$.

$$\begin{aligned} 9x^2 - 48x &= -64 && \text{المعادلة الأصلية} \\ 9x^2 - 48x + 64 &= 0 && \text{أضف 64 إلى الطرفين.} \\ (3x)^2 - 2(3x)(8) + (8)^2 &= 0 && \text{انظر إلى } 9x^2 - 48x + 64 \text{ على أنها ثلاثية حدود مربعة كاملة.} \\ (3x - 8)^2 &= 0 && \text{حلل ثلاثية الحدود المربعة الكاملة إلى عوامل.} \\ (3x - 8)(3x - 8) &= 0 && \text{اكتب } (3x - 8)^2 \text{ في صورة عاملين.} \\ 3x - 8 &= 0 && \text{اجعل العامل المتكرر يساوي صفرًا.} \\ 3x &= 8 && \text{أضف 8 إلى الطرفين.} \\ x &= \frac{8}{3} && \text{اقسم الطرفين على 3.} \end{aligned}$$

تمرين موجّه

حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.

3A. $a^2 + 12a + 36 = 0$

3B. $y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{9} = 0$

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

لقد حللت معادلات مثل $x^2 - 16 = 0$ من خلال التحليل إلى عوامل. ويُمكنك أيضًا استخدام تعريف الجذر التربيعي لحل المعادلة.

$x^2 - 16 = 0$	المعادلة الأصلية
$x^2 = 16$	أضف 61 إلى الطرفين.
$x = \pm\sqrt{16}$	احسب الجذر التربيعي للطرفين.

قراءة في الرياضيات
حلول الجذر التربيعي
$\pm\sqrt{16}$ يُقرأ موجب أو سالب الجذر التربيعي للعدد 16.

تذكر أن هناك جذرين تربيعيين للعدد 16، وهما 4 و -4. إذًا مجموعة الحل هي $\{-4, 4\}$. ويُمكنك التعبير عن هذا بهذه المجموعة $\{\pm 4\}$.

المفهوم الأساسي خاصية الجذر التربيعي

الشرح لحل معادلة تربيعية في صيغة $x^2 = n$، احسب الجذر التربيعي للطرفين.

الرموز لأي عدد $n \geq 0$، إذا كان $x^2 = n$، فإن $x = \pm\sqrt{n}$.

مثال
$x^2 = 25$
$x = \pm\sqrt{25}$ أو ± 5

في المعادلة $x^2 = n$، إذا كان n ليس مربعًا كاملاً، فإنك تحتاج إلى تقريب الجذر التربيعي. استخدم آلة حاسبة لإيجاد التقريب. إذا كان n مربعًا كاملاً، فسوف تحصل على حل دقيق.

مثال 4 استخدم خاصية الجذر التربيعي

حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.

a. $(y - 6)^2 = 81$

$(y - 6)^2 = 81$	المعادلة الأصلية
$y - 6 = \pm\sqrt{81}$	خاصية الجذر التربيعي
$y - 6 = \pm 9$	$81 = 9 \times 9$
$y = 6 \pm 9$	أضف 6 إلى الطرفين.
$y = 6 + 9$ أو $y = 6 - 9$	افصل إلى معادلتين.
$= 15$ $= -3$	بسّط.

الجذران هما 15 و -3. تحقق من الحل في المعادلة الأصلية.

b. $(x + 6)^2 = 12$

$(x + 6)^2 = 12$	المعادلة الأصلية
$x + 6 = \pm\sqrt{12}$	خاصية الجذر التربيعي
$x = -6 \pm \sqrt{12}$	اطرح 6 من الطرفين.

الجذران هما $-6 \pm \sqrt{12}$ أو $-6 + \sqrt{12}$ و $-6 - \sqrt{12}$.

باستخدام آلة حاسبة، $-6 + \sqrt{12} \approx -2.54$ و $-6 - \sqrt{12} \approx -9.46$.

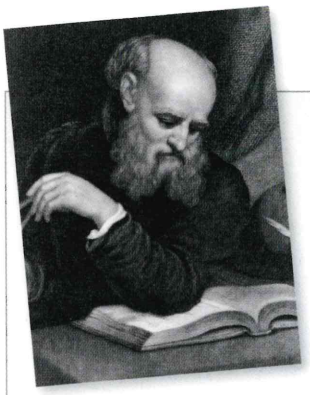
نصيحة دراسية
الحل بالفحص
يُمكن عادة حل المعادلات التي تتضمن جذورًا تربيعية ذهنيًا. لحل $x^2 = n$، فكّر كما يلي: *ما العدد الذي مربعه هو n؟* عندما يكون n مربعًا كاملاً، فإن x يكون عددًا نسبيًا. وإذا كان الأمر غير ذلك، فإن x يكون عددًا غير نسبي.

تمرين موجّه

4A. $(a - 10)^2 = 121$

4B. $(z + 3)^2 = 26$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



الربط بتاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي (1564-1642)

كان جاليليو هو أول من أثبت أن الأجسام التي لها أوزان مختلفة تسقط بنفس السرعة المتجهة، وذلك من خلال إسقاط جسمين لهما وزنين مختلفين من قمة برج بيزا المائل عام 1589.

مثال 5 من الحياة اليومية حل المعادلة

العلوم الفيزيائية **خلال تجربة، سقطت كرة من ارتفاع 205 أقدام. يُمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + h_0$ لتقريب عدد الثواني التي يستغرقها t حتى تصل الكرة إلى الارتفاع h من الارتفاع الابتدائي h_0 بالقدم. أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض.**

في مستوى الأرض، $h = 0$ والارتفاع الابتدائي هو 205. إذًا $h_0 = 205$.

$h = -16t^2 + h_0$	الصيغة الأصلية
$0 = -16t^2 + 205$	عوّض عن h بـ 0 وعن h_0 بـ 205.
$-205 = -16t^2$	اطرح 205 من الطرفين.
$12.8125 = t^2$	اقسم الطرفين على -16.
$\pm 3.6 \approx t$	استخدم خاصية الجذر التربيعي.

بما أن العدد السلبي ليس له معنى في هذه الحالة، فإن الحل هو 3.6. تستغرق الكرة حوالي 3.6 ثانية للوصول إلى الأرض.

تمرين موجّه

5. أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة للوصول إلى الأرض إذا سقطت من الكوبري الذي يبلغ ارتفاعه نصف الارتفاع السابق.

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كانت كل ثلاثية حدود هي ثلاثية حدود مربعة كاملة أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كانت كذلك، فحلّلها إلى عواملها.**

1. $25x^2 + 60x + 36$

2. $6x^2 + 30x + 36$

مثال 2 **حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى عوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل، فاكتب *أولية*.**

3. $2x^2 - x - 28$

4. $6x^2 - 34x + 48$

5. $4x^2 + 64$

6. $4x^2 + 9x - 16$

المثالان 3 و 4 **حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.**

7. $4x^2 = 36$

8. $25a^2 - 40a = -16$

9. $64y^2 - 48y + 18 = 9$

10. $(z + 5)^2 = 47$

مثال 5 **11. الاستنتاج** بينما كان حسن يطلي غرفته، سقطت فرشاة الطلاء من فوق السلم من ارتفاع 6 أقدام. استخدم الصيغة $h = -16t^2 + h_0$ لتقريب عدد الثواني التي تستغرقها فرشاة الطلاء للاصطدام بالأرض.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كانت كل ثلاثية حدود هي ثلاثية حدود مربعة كاملة أم لا. اكتب نعم أو لا. وإن كانت كذلك، فحلّلها إلى عواملها.**

12. $4x^2 - 42x + 110$

13. $16x^2 - 56x + 49$

14. $81x^2 - 90x + 25$

15 $x^2 + 26x + 168$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مثال 2 **حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى عوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل، فاكتب *أولية*.**

16. $24d^2 + 39d - 18$
17. $8x^2 + 10x - 21$
18. $2b^2 + 12b - 24$
19. $8y^2 - 200z^2$
20. $16a^2 - 121b^2$
21. $12m^3 - 22m^2 - 70m$
22. $8c^2 - 88c + 242$
23. $12x^2 - 84x + 147$
24. $w^4 - w^2$
25. $12p^3 - 3p$
26. $16q^3 - 48q^2 + 36q$
27. $4t^3 + 10t^2 - 84t$
28. $x^3 + 2x^2y - 4x - 8y$
29. $2a^2b^2 - 2a^2 - 2ab^3 + 2ab$
30. $2r^3 - r^2 - 72r + 36$
31. $3k^3 - 24k^2 + 48k$
32. $4c^4d - 10c^3d + 4c^2d^3 - 10cd^3$
33. $g^2 + 2g - 3h^2 + 4h$

المثالان 3 و 4 **حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.**

34. $4m^2 - 24m + 36 = 0$
35. $(y - 4)^2 = 7$
36. $a^2 + \frac{10}{7}a + \frac{25}{49} = 0$
37. $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$
38. $x^2 + 8x + 16 = 25$
39. $5x^2 - 60x = -180$
40. $4x^2 = 80x - 400$
41. $9 - 54x = -81x^2$
42. $4c^2 + 4c + 1 = 15$
43. $x^2 - 16x + 64 = 6$

44. **العلوم الفيزيائية** هناك مثال من درس الفيزياء وهو سقط بالون ماء من نافذة المدرسة. ويصل ارتفاع النافذة إلى 40 قدمًا. فما المدة التي يستغرقها البالون حتى يصطدم بالأرض؟ قرّب الحل لأقرب جزء من مئة.

45. **الشاشات** يُمكن تمثيل المساحة A بالقدم المربع للصورة المعروضة لشاشة السينما من خلال المعادلة $A = 0.25d^2$، حيث d تمثل المسافة من المسلاط إلى شاشة السينما. ما المسافة التي عندها ستكون مساحة الصورة المعروضة هي 100 قدم مربع؟

مثال 5

46. **الهندسة** يتم تمثيل مساحة المربع من خلال $9x^2 - 42x + 49$. أوجد طول كل ضلع.

47. **الهندسة** يتم تمثيل مساحة المربع من خلال $16x^2 + 40x + 25$. أوجد طول كل ضلع.

48. **الهندسة** يتم تمثيل حجم المنشور المستطيل من خلال التعبير $8y^3 + 40y^2 + 50y$. أوجد الأبعاد الممكنة للمنشور إذا كانت الأبعاد يتم تمثيلها باستخدام حدود بمعاملات صحيحة.

49. **حمامات السباحة** يريد عمر أن يشتري حمام سباحة مرتفعًا عن سطح الأرض ليضعه داخل حديقة منزله. يبلغ عمق النموذج A 42 بوصة ويسع 1750 قدمًا مربعًا. ويزيد طول حمام السباحة المستطيل عن عرضه بمقدار 5 أقدام.

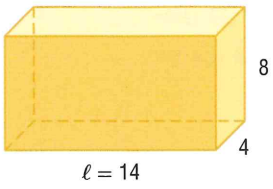
a. ما مساحة سطح الماء؟

b. ما أبعاد حمام السباحة؟

c. يتسع النموذج B لضعف كمية الماء التي يتسع لها النموذج A. ما بعض الأبعاد الممكنة لحمام السباحة؟

d. يزيد طول النموذج A وعرضه بمقدار الضعف عن النموذج A، لكن النموذجان لهما نفس الارتفاع. ما نسبة حجم النموذج A إلى النموذج C؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



50. الهندسة استخدم المنشور المستطيل الموجود على اليسار.

a. اكتب تعبيرًا لارتفاع المنشور بدلالة الطول ℓ.

b. اكتب ثلاثة حدود لحجم المنشور بدلالة طوله.

51. الدقة لدى حديقة حيوان حوض سمك يأخذ شكل منشور مستطيل. ويبلغ حجمه 180 قدمًا مكعبًا. ويزيد ارتفاع حوض السمك عن عرضه بمقدار 9 أقدام، وينقص الطول عن العرض بمقدار 4 أقدام. ما أبعاد حوض السمك؟

52. الانتخابات يقوم خالد من أجل انتخابات مجلس الطلاب بصنع صندوق للاقتراع يبلغ حجمه 96 بوصة مكعبة. ما أبعاد صندوق الاقتراع؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

53. تحليل الخطأ يقوم سعيد و ورامي بتحليل التعبير $x^8 - x^4$ إلى عوامل بالكامل. هل إحداهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

سعيد	رامي
$x^8 - x^4 = x^4(x^2 + 1)(x^2 - 1)$	$x^8 - x^4 = x^4(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

54. تحدٍ حلل $x^{n+6} + x^{n+2} + x^n$ إلى العوامل بالكامل.

55. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلة لثلاثة حدود مربعة كاملة واجعل معامل الحد الأوسط سالبًا والحد الأخير عبارة عن كسر. حل المعادلة.

56. الاستنتاج المثال المضاد هو عبارة عن حالة محددة تكون فيه جملة خطأ. أوجد مثالاً مضادًا للجملة التالية.

المعادلة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة دائمًا لديها ثلاثة حلول.

57. التوافق اشرح كيف تقوم بتحليل كثيرة الحدود إلى عوامل بالكامل.

58. أيّ مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟ حدد ثلاثية الحدود التي لا تنتمي إلى المجموعة، مع الشرح.

$9x^2 - 24x + 16$	$4x^2 + 10x + 4$	$25x^2 + 10x + 1$	$4x^2 - 36x + 81$

59. مسألة غير محددة الإجابة اكتب ثنائية حدود يُمكن تحليلها إلى العوامل باستخدام الفرق بين مربعين مرتين. اجعل ثنائية الحدود تساوي صفرًا وحل المعادلة.

60. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية تحديد ما إذا كانت ثلاثية الحدود هي ثلاثية حدود مربعة كاملة أم لا.

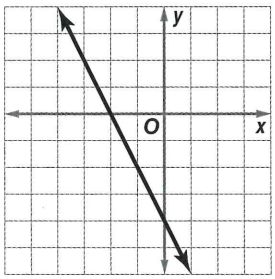
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

61. ما مجموعة حل المعادلة $(x - 3)^2 = 25$؟

A $\{-8, 2\}$
B $\{-2, 8\}$
C $\{4, 14\}$
D $\{-4, 14\}$

62. إجابة قصيرة اكتب معادلة في صيغة الميل والمقطع للتمثيل البياني الموضح أدناه.



63. في مدرج، بلغت قيمة مقعدين على العشب ومقعدين في الجناح AED 120. وبلغت قيمة 3 مقاعد على العشب و 4 مقاعد في الجناح AED 225. كم تبلغ تكلفة المقعد على العشب والمقعد في الجناح؟

F AED 20 و AED 41.25
G AED 10 و AED 50
H AED 15 و AED 45
J AED 30 و AED 30

64. الهندسة محيط دائرة يساوي $\frac{6\pi}{5}$ وحدة. ما مساحة هذه الدائرة؟

A $\frac{9\pi}{25}$ وحدة^2
B $\frac{3\pi}{5}$ وحدة^2
C $\frac{6\pi}{5}$ وحدة^2
D $\frac{12\pi}{5}$ وحدة^2

مراجعة شاملة

حلّل كل كثيرة حدود إن أمكن إلى عوامل. فإن لم يكن من الممكن تحليل كثيرة الحدود، فاكتب *أوّلية*. (الدرس 8-7)

65. $x^2 - 16$
66. $4x^2 - 81y^2$
67. $1 - 100p^2$
68. $3a^2 - 20$
69. $25n^2 - 1$
70. $36 - 9c^2$

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني. (الدرس 7-7)

71. $4x^2 - 8x - 32 = 0$
72. $6x^2 - 48x + 90 = 0$
73. $14x^2 + 14x = 28$
74. $2x^2 - 10x = 48$
75. $5x^2 - 25x = -30$
76. $8x^2 - 16x = 192$

77. لعبة الملاهي يبلغ ارتفاع سيارة موجودة على منحدر الخروج لجولة سقوط حر h بالقدم، ويُمكن تمثيلها من خلال $h(t) = -16t^2 + s$. حيث t هو الزمن بالثواني بعد سقوط السيارة، و s هو الارتفاع الابتدائي للسيارة بالقدم. إذا كان المصمم يريد للعبة أن تستمر لمدة 3 ثوانٍ، ما الارتفاع الابتدائي بالقدم الذي ينبغي تصميمه. (الدرس 7-9)

حلّل كل كثيرة حدود إلى عوامل. فإن لم يكن من الممكن تحليل كثيرة الحدود، فاكتب *أوّلية*. (الدرس 7-8)

78. $x^2 - 81$
79. $a^2 - 121$
80. $n^2 + 100$
81. $-25 + 4y^2$
82. $p^4 - 16$
83. $4t^4 - 4$

مراجعة المهارات

أوجد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

84. (5, 7), (−2, −3)
85. (2, −1), (5, −3)
86. (−4, −1), (−3, −3)
87. (−3, −4), (5, −1)
88. (−2, 3), (8, 3)
89. (−5, 4), (−5, −1)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 7-10

الجذور والأصفار

السابق:
- لقد استعملت الأعداد المركبة لوصف حلول المعادلات التربيعية.

الحالي:
1. تحديد عدد جذور معادلة كثيرة الحدود وأنوعها.
2. إيجاد أصفار الدالة كثيرة الحدود.

لماذا؟
- يمكن استخدام الدالة $g(x) = 1.384x^4 - 0.003x^3 + 0.28x^2 - 0.078x + 1.365$ لتمثيل متوسط سعر جالون البنزين في إحدى السنوات إذا كان x يمثل عدد السنوات منذ عام 1990. لإيجاد متوسط سعر البنزين في عام محدد، يمكنك استخدام جذور المعادلة كثيرة الحدود ذات الصلة.

ممارسات في الرياضيات
مراعاة الدقة.

1 أنواع الجذور التركيبية

في السابق، تعلمت أن صفر الدالة $f(x)$ هو أي قيمة c بحيث $f(c) = 0$. وعند تمثيل الدالة بيانيًّا ، تكون الأصفار الحقيقية للدالة هي تقاطعات x مع التمثيل البياني.

ملخص المفهوم الأصفار والعوامل والجذور ونقاط التقاطع

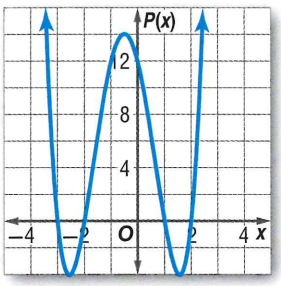
الشرح

بفرض أن $P(x) = a_nx^n + \cdots + a_1x + a_0$ دالة كثيرة الحدود. إذًا فالعبارات التالية متساوية.

- c صفرٌ لـ $P(x)$.
- c حلٌّ أو جذرٌ لـ $P(x) = 0$.
- $x - c$ عاملٌ لـ $a_nx^n + \cdots + a_1x + a_0$.
- إذا كان c عددًا حقيقيًا، إذًا $(c, 0)$ هي نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x للرسم البياني الخاص بالدالة $P(x)$.

مثال

ادرس الدالة كثيرة الحدود $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



أصفار الدالة $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ هي -3 و -2 و 1 و 2.

جذور الدالة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ هي -3 و -2 و 1 و 2.

عوامل الدالة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ هي $(x + 3)$ و $(x + 2)$ و $(x - 1)$ و $(x - 2)$.

نقاط تقاطع x للتمثيل البياني الخاص بالدالة $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$ هي $(-3, 0)$ و $(-2, 0)$ و $(1, 0)$ و $(2, 0)$.

عند حل معادلة كثيرة الحدود بدرجة أكبر من الصفر، قد يكون هناك جذر حقيقي واحد أو أكثر أو لا يوجد جذور حقيقية (الجذور أعداد تخيلية). بما أن الأعداد الحقيقية والأعداد التخيلية تنتمي لمجموعة الأعداد المركبة، فإن جميع المعادلات كثيرة الحدود بدرجة أكبر من الصفر سيكون لها جذر واحد على الأقل في مجموعة الأعداد المركبة. وهذا ما يطلق عليه **نظرية الجبر الأساسية**

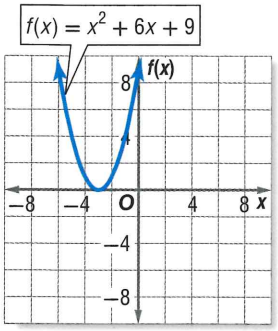
المفهوم الأساسي نظرية الجبر الأساسية

لأي معادلة كثيرة الحدود درجتها أكبر من الصفر جذر واحد على الأقل في مجموعة الأعداد المركبة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 تحديد عدد الجذور ونوعها

حُـــلّ كل معادلة. اذكر عدد الجذور ونوعها.

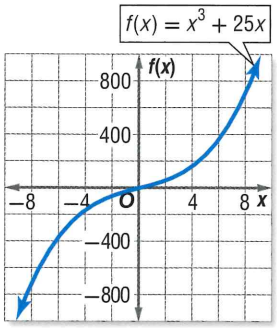


a. $x^2 + 6x + 9 = 0$

$x^2 + 6x + 9 = 0$	المعادلة الأصلية
$(x + 3)^2 = 0$	حلل إلى عوامل.
$x + 3 = 0$	احسب الجذر لكل طرف.
$x = -3$	حل لإيجاد قيمة x.

نظرًا لأن $(x + 3)$ هي ضعف عامل $x^2 + 6x + 9$, -3 جذر مكرر. إذًا، للمعادلة جذر واحد مكرر، -3.

التحقق يلامس التمثيل البياني للمعادلة المحور x عند $x = -3$. بما أن -3 هو جذر مكرر، فإن التمثيل البياني لا يقطع المحور. ✓



b. $x^3 + 25x = 0$

$x^3 + 25x = 0$	المعادلة الأصلية
$x(x^2 + 25) = 0$	حلل إلى العوامل.
$x = 0$ أو $x^2 + 25 = 0$	
$x^2 = -25$	
$x = \pm\sqrt{-25}$ أو $\pm 5i$	

لهذه المعادلة جذر حقيقي واحد، وجذران تخيليان، $5i$ و $-5i$.

التحقق يقطع التمثيل البياني لهذه المعادلة المحور x عند موضع واحد فقط، $x = 0$. ✓

قراءة في الرياضيات

الجذور المكررة قد يكون للمعادلات كثيرة الحدود جذورًا مضاعفة أو جذورًا ثلاثية أو جذورًا تربيعية وهكذا. وهذا يشار إليها بشكل عام باسم *الجذور المتعددة*.

تمرين موجّه

1A. $x^3 + 2x = 0$

1B. $x^4 - 16 = 0$

1C. $x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0$

1D. $3x^3 - x^2 + 9x - 3 = 0$

افحص حلول كل معادلة في المثال 1. ولاحظ أن عدد حلول كل معادلة هو نفسه درجة كل كثيرة حدود. اللازمة التالية لنظرية الجبر الأساسية تصف تلك العلاقة بين درجة الجذور وعددها في معادلة كثيرة الحدود.

المفهوم الأساسي لازمة نظرية الجبر الأساسية

الشرح أي معادلة كثيرة حدود من الدرجة n لها بالضبط n جذرًا في مجموعة الأعداد المركبة، بما فيها الجذور المكرّرة.

مثال

$x^3 + 2x^2 + 6$	$4x^4 - 3x^3 + 5x - 6$	$-2x^5 - 3x^2 + 8$
3 جذور	4 جذور	5 جذور

وبصورة مشابهة، أي دالة كثيرة الحدود من الدرجة n لها بالضبط n صفرًا.

إضافةً إلى ذلك، اكتشف عالم الرياضيات الفرنسي رينيه ديكارت علاقةً بين إشارات معاملات الدالة كثيرة الحدود وبين عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والسالبة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

الصفر نقطة الأصل إذا كان أحد أصفار دالةٍ يقع في قطة الأصل، فإن مجموع أعداد الأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية يختزل بعدد مرات كون العدد صفر صفرًا للدالة.

المفهوم الأساسي قاعدة ديكارت للإشارات

بفرض أن $P(x) = a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$ دالة كثير حدود لها معامل حقيقي. إذًا

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ هو نفسه عدد التغيرات في إشارة معاملات الحدود، أو أقل من هذا العدد بعددٍ زوجي
- وإن عدد الأصفار الحقيقية السالبة $P(x)$ هو نفسه عدد التغيرات في إشارة معاملات الحدود الخاصة بالدالة $P(-x)$، أو أقل من هذا العدد بعددٍ زوجي.

مثال 2 إيجاد أعداد الأصفار الموجبة والسالبة

اذكر العدد المحتمل للأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لـ $f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$.

نظرًا لأن $f(x)$ من الدرجة 6، فإن لديها ستة أصفار، إما حقيقة حقيقية أو تخيلية. استخدم قاعدة "ديكارت" للإشارات لتحديد عدد الأصفار *الحقيقية* المحتملة ونوعها.

أحصِ عدد التغيرات في إشارة معاملات الدالة $f(x)$.

$$f(x) = x^6 + 3x^5 - 4x^4 - 6x^3 + x^2 - 8x + 5$$

+ إلى +: لا — + إلى −: نعم — − إلى −: لا — − إلى +: نعم — + إلى −: نعم — + إلى +: نعم

هناك 4 تغيّرات في الإشارة، وبالتالي هناك 4 أصفار حقيقية أو صفران حقيقيان أو لا توجد أي أصفار حقيقية موجبة.

أحصِ عدد التغيرات في إشارة معاملات الدالة $f(-x)$.

$$f(-x) = (-x)^6 + 3(-x)^5 - 4(-x)^4 - 6(-x)^3 + (-x)^2 - 8(-x) + 5$$
$$= x^6 - 3x^5 - 4x^4 + 6x^3 + x^2 + 8x + 5$$

+ إلى +: لا — + إلى +: لا — + إلى −: نعم — − إلى −: لا — − إلى +: نعم — + إلى −: نعم

هناك تغيّران في الإشارة، وبالتالي هناك صفران حقيقيان أو لا توجد أي أصفار حقيقية.
ارسم مخططًا بالتوافيق المحتملة للأصفار الحقيقية والتخيلية.

عدد الأصفار الحقيقية الموجبة	عدد الأصفار الحقيقية السالبة	عدد الأصفار التخيلية	العدد الكلي للأصفار
4	2	0	4 + 2 + 0 = 6
4	0	2	4 + 0 + 2 = 6
2	2	2	2 + 2 + 2 = 6
2	0	4	2 + 0 + 4 = 6
0	2	4	0 + 2 + 4 = 6
0	0	6	0 + 0 + 6 = 6

تمرين موجّه

2. اذكر العدد المحتمل للأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لـ $h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9$ أو 0؛ أو 2 .4 .1 أو 0

2 إيجاد الأصفار يمكنك استعمال عدة استراتيجياتٍ ونظرياتٍ قد تعلّمتها من أجل إيجاد جميع أصفار الدالة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

مثال 3 استخدم التعويض التركيبي لإيجاد الأصفار

أوجد جميع أصفار $f(x) = x^4 - 18x^2 + 12x + 80$.

الخطوة 1 حدّد العدد الكليّ للأصفار.

بما أن للدالة $f(x)$ الدرجة 4، فلهذه الدالة 4 أصفار.

الخطوة 2 حدّد نوع الأصفار.

تفحّص عدد التغيرات في الإشارات للدالة $f(x)$ والدالة $f(-x)$.

$f(-x) = x^4 - 18x^2 - 12x + 80$ نعم، لا، نعم

$f(x) = x^4 - 18x^2 + 12x + 80$ نعم، نعم، لا

نظرًا لوجود تغيرين في الإشارة لمعاملات $f(x)$، فإن الدالة لها صفران حقيقيان موجبان أو ليس لها أصفار على الإطلاق. ونظرًا لوجود تغيرين في الإشارة لمعاملات $f(-x)$، فإن $f(x)$ لها صفران حقيقيان سالبان أو ليس لها أصفار على الإطلاق. إذًا $f(x)$ لها 4 أصفار حقيقية وصفران تخيليان، أو 4 أصفار تخيلية.

الخطوة 3 حدّد الأصفار الحقيقية. أدرج بعض القيم المحتملة، ثم استخدم التعويض التركيبي لإيجاد قيمة الدالة $f(x)$ لإيجاد القيم الحقيقية لـ x.

80	12	−18	0	1	x
−37	39	−9	−3	1	−3
0	40	−14	−2	1	−2
51	29	−17	−1	1	−1
80	12	−18	0	1	0
75	−5	−17	1	1	1
76	−2	−14	2	1	2

يعرض كل صفّ معاملات كثيرة الحدود المنخفضة والباقي.

من الجدول، يمكننا معرفة أن صفرًا واحدًا يوجد عند $x = -2$. بما أن هناك صفرين حقيقيين سالبين، فاستخدم التعويض التركيبي مع الدالة كثيرة الحدود المنخفضة $f(x) = x^3 - 2x^2 - 14x + 40$ لإيجاد صفر سالب آخر.

40	−14	−2	1	x
0	10	−6	1	−4
−65	21	−7	1	−5
−164	34	−8	1	−6

يوجد صفر سالب آخر عند $x = -4$.

بما أن كثيرة الحدود المنخفضة $x^2 - 6x + 10$ تربيعية، فاستخدم الصيغة التربيعية لإيجاد الأصفار المتبقية لـ $f(x) = x^2 - 6x + 10$.

الصيغة التربيعية

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

عوّض عن a بـ 1 و b بـ −6 و c بـ 10.

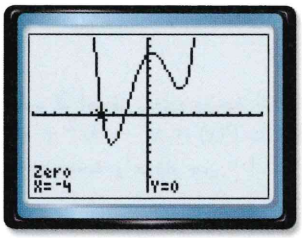
$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

بسّط.

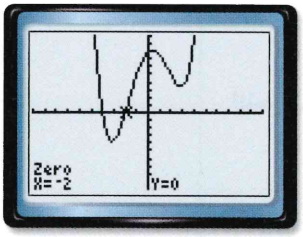
$$= 3 \pm i$$

للدالة صفرٌ عند 4− و2− و $3+i$ و $3-i$.

التحقق مثّل الدالة بيانيًّا على حاسبة التمثيل البياني. يقطع التمثيل البياني المحور x مرتين، لذا فهناك صفران حقيقيان. استخدم الدالة الصفرية في قائمة CALC لتحديد موقع كل صفر. الصفران الحقيقيان هما 4− و2−.



[−10, 10] scl: 1 by [−100, 100] scl: 10



[−10, 10] scl: 1 by [−100, 100] scl: 10

نصيحة دراسية

اختبار الأصفار إذا لم تكن قيمةٌ ما صفرًا لكثيرة حدود، فإنها لن تكون صفرًا لكثيرة الحدود المنخفضة أيضًا. وبالتالي لا حاجة للتحقق منها من جديد.

نصيحة دراسية

تحديد مواضع الأصفار راجع الدرس 2-4 لمعرفة كيفية استخدام قائمة CALC لتحديد موضع صفرٍ على آلتك الحاسبة.

تمرين موجّه

3. أوجد جميع أصفار $h(x) = x^3 + 2x^2 + 9x + 18$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

مراجعة المفردات

المرافقان المركبان هما عددان مركبان من الصيغتين $a + bi$ و $a - bi$

في الوحدة 4، تعلمت أن ناتج ضرب المرافقين المركبين هو دائمًا عدد حقيقي وأن الجذور المركبة تأتي دائمًا في أزواج مترافقة. على سبيل المثال، إذا كان أحد جذري $x^2 - 8x + 52 = 0$ يساوي $4 + 6i$، فإن الجذر الثاني يساوي $4 - 6i$.

وهذا ينطبق على أصفار الدوال كثيرة الحدود أيضًا. بالنسبة لأي دالة كثيرة الحدود لها معاملات حقيقية، إذا كان أي عدد تخيلي يساوي صفرًا من هذه الدالة، فإن مرافقه يساوي صفرًا أيضًا. وهذا ما يسمى بـ **نظرية المُركبات المترافقة**.

المفهوم الأساسي نظرية المُركبات المترافقة

الشرح بفرض أن a و b عددان حقيقيان، و $b \neq 0$. إذا كان $a + bi$ يساوي صفرًا من دالة كثيرة الحدود ذات معامل حقيقي، فإن $a - bi$ يساوي صفرًا أيضًا من الدالة.

مثال إذا كان $3 + 4i$ صفرًا للدالة $f(x) = x^3 - 4x^2 + 13x + 50$، فإن $3 - 4i$ هو أيضًا صفرٌ للدالة.

عندما تكون لديك جميع أصفار دالةٍ كثيرة الحدود ويطلب منك تحديد الدالة، حوّل الأصفار إلى العوامل ومن ثمّ اضرب جميع العوامل بعضها ببعض. والناتج يكون دالة كثيرة الحدود.

مثال 4 استخدام الأصفار لكتابة دالةٍ كثيرة الحدود

اكتب دالةً كثيرة الحدود ذات معاملاتٍ تكاملية وبأصغر درجة ممكنة، بحيث تتضمن أصفارها 1− و $i - 5$.

الفهم إذا كان $5 - i$ صفرًا للدالة، فإن $5 + i$ صفر للدالة أيضًا وفقًا لنظرية المُركبات المترافقة. إذًا، $x - (5 - i)$ و $x + 1$ و $x - (5 + i)$ عوامل لكثيرة الحدود.

التخطيط اكتب الدالة كثيرة الحدود على هيئة حاصل ضربٍ لعواملها.

$$P(x) = (x + 1)[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$$

الحلّ اضرب العوامل لإيجاد الدالة كثيرة الحدود.

$P(x) = (x + 1)\,[x - (5 - i)][x - (5 + i)]$	اكتب المعادلة.
$= (x + 1)\,[(x - 5) + i][(x - 5) - i]$	أعد تجميع الحدود.
$= (x + 1)\,[(x - 5)^2 - i^2]$	أوجد الفرق بين مربعين
$= (x + 1)\,[(x^2 - 10x + 25 - (-1)]$	قم بتربيع الحدود.
$= (x + 1)\,(x^2 - 10x + 26)$	بسّط.
$= x^3 - 10x^2 + 26x + x^2 - 10x + 26$	اضرب.
$= x^3 - 9x^2 + 16x + 26$	اجمع الحدود المتشابهة.

التحقق نظرًا لوجود 3 أصفار، فإن درجة الدالة كثيرة الحدود يجب أن تكون 3. إذًا $P(x) = x^3 - 9x^2 + 16x + 26$ دالة كثيرة الحدود من أصغر درجة ولها معاملات صحيحة وأصفار من 1−، $5 - i$، و $5 + i$.

تمرين موجّه

4. اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة لها معاملات صحيحة بأصفار تتضمن 1− و $1 + 2i$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **حُـــلّ كل معادلة. اذكر عدد الجذور ونوعها.**

1. $x^2 - 3x - 10 = 0$

2. $x^3 + 12x^2 + 32x = 0$

3. $16x^4 - 81 = 0$

4. $0 = x^3 - 8$

مثال 2 **اذكر عدد الأصفار الحقيقية الموجبة المحتمل وعدد الأصفار الحقيقية السالبة وعدد الأصفار التخيلية في كل دالة.**

5. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$

6. $f(x) = 6x^4 + 4x^3 - x^2 - 5x - 7$

7. $f(x) = 3x^5 - 8x^3 + 2x - 4$

8. $f(x) = -2x^4 - 3x^3 - 2x - 5$

مثال 3 **أوجد جميع أصفار كل دالة.**

9. $f(x) = x^3 + 9x^2 + 6x - 16$

10. $f(x) = x^3 + 7x^2 + 4x + 28$

11. $f(x) = x^4 - 2x^3 - 8x^2 - 32x - 384$

12. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 6x - 10$

مثال 4 **اكتب دالةً كثيرة الحدود ذات معاملاتٍ صحيحة وبأصغر درجة ممكنة، بحيث تكون لها الأصفار المعطاة.**

13. $4, -1, 6$

14. $3, -1, 1, 2$

15. $-2, 5, -3i$

16. $-4, 4 + i$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حُـــلّ كل معادلة. واذكر عدد الجذور ونوعها.**

17. $2x^2 + x - 6 = 0$

18. $4x^2 + 1 = 0$

19. $x^3 + 1 = 0$

20. $2x^2 - 5x + 14 = 0$

21. $-3x^2 - 5x + 8 = 0$

22. $8x^3 - 27 = 0$

23. $16x^4 - 625 = 0$

24. $x^3 - 6x^2 + 7x = 0$

25. $x^5 - 8x^3 + 16x = 0$

26. $x^5 + 2x^3 + x = 0$

مثال 2 **اذكر العدد المحتمل للأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لكل دالّة.**

27. $f(x) = x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 5x + 7$

28. $f(x) = 2x^3 - 7x^2 - 2x + 12$

29. $f(x) = -3x^5 + 5x^4 + 4x^2 - 8$

30. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 5x + 19$

31. $f(x) = 4x^6 - 5x^4 - x^2 + 24$

32. $f(x) = -x^5 + 14x^3 + 18x - 36$

مثال 3 **أوجد جميع أصفار كل دالة.**

33. $f(x) = x^3 + 7x^2 + 4x - 12$

34. $f(x) = x^3 + x^2 - 17x + 15$

35. $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 75x - 700$

36. $f(x) = x^4 + 6x^3 + 73x^2 + 384x + 576$

37. $f(x) = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 32x + 64$

38. $f(x) = x^5 - 8x^3 - 9x$

مثال 4 **اكتب دالة كثيرة حدود من أصغر درجة ولها معاملات بأصفار صحيحة محددة.**

39. $5, -2, -1$

40. $-4, -3, 5$

41. $-1, -1, 2i$

42. $-3, 1, -3i$

43. $0, -5, 3 + i$

44. $-2, -3, 4 - 3i$

45 **الاستنتاج** تحدد شركةٌ لتصنيع الحواسيب الربح الذي يترتب عن إنتاج x حاسوبٍ في اليوم بواسطة العلاقة $P(x) = -0.006x^4 + 0.15x^3 - 0.05x^2 - 1.8x$.

a. كم عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية الموجودة؟

b. ما معنى الأصفار في هذه الحالة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

ارسم التمثيل البياني لكل دالة باستخدام أصفارها.

46. $f(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

47 $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2$

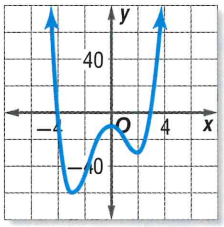
48. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 6x - 8$

49. $f(x) = x^4 - 6x^3 + 9x^2 + 4x - 12$

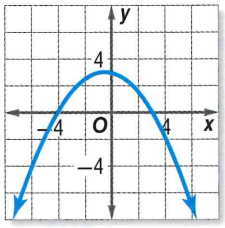
قابل كلاً من الرسوم البيانية التالية بالأصفار المعطاة.

a. $-3, 4, i, -i$ **b.** $-4, 3$ **c.** $-4, 3, i, -i$

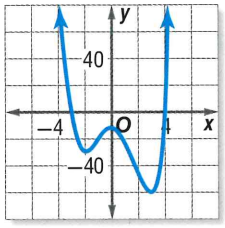
50.



51.



52.



53. الحفلات يمكن تمثيل مبلغ المال الذي حققته صالة الفنون الموسيقية بين عامي 2003 و 2010 من خلال الدالة $M(x) = -2.03x^3 + 50.1x^2 - 214x + 4020$، وفيها x عدد السنوات منذ 2003.

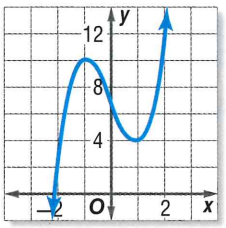
a. كم عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية الموجودة؟

b. مثّل الدالة بيانيًا باستخدام آلتك الحاسبة.

c. قرّب جميع الأصفار الحقيقية إلى أقرب جزء من عشرة. ما دلالة كل صف في سياق هذه الحالة؟

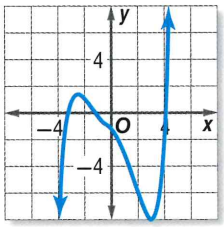
حدّد عدد الأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لكل دالّة. اشرح استنتاجك.

54.



الدرجة: 3

55.



الدرجة: 5

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. مسألة غير محددة الإجابة ارسم التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود تضم:

a. 3 أصفارًا حقيقية وصفرين تخيليين **b.** 4 أصفارًا حقيقية **c.** صفرين تخيليين

57. تحدٍّ اكتب معادلةً بالصيغة المحللة إلى عوامل لدالة كثيرة الحدود من الدرجة 5 وتضم صفرين تخيليين، وصفرًا غير صحيح واحد، وصفرين غير منطقيين. اشرح.

58. الفرضيات حدّد المعادلة المختلفة عن باقي المعادلات. اشرح.

$r^3 - 8 = 0$ $r^2 - 1 = 0$ $r^3 + 1 = 0$ $r^4 + 1 = 0$

59. الاستنتاج أعط مثالاً مضادًا لكل عبارة مما يلي.

a. جميع الدوال كثيرة الحدود من درجة أكبر من 2 لها جذر حقيقي سالب واحد على الأقل.

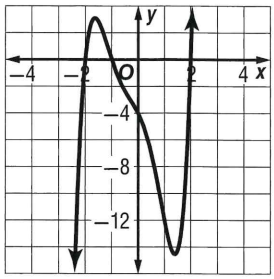
b. جميع الدوال كثيرة الحدود من درجة أكبر من 2 لها جذر حقيقي موجب واحد على الأقل.

60. الكتابة في الرياضيات اشرح لأحد أصدقائك كيف ستستخدم قاعدة ديكارت للإشارات من أجل تحديد عدد الجذور الحقيقية الموجبة المحتملة وعدد الجذور السالبة المحتملة للدالة كثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 + 5x - 12$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

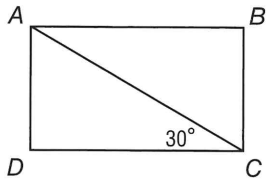
61. استخدم التمثيل البياني للدالة كثيرة الحدود الموضحة أدناه. أيها لا يعد عاملاً لكثيرة الحدود $x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4$



A $x - 2$
B $x + 2$
C $x - 1$
D $x + 1$

62. إجابة قصيرة هناك نافذة على شكل مثلث متساوي الأضلاع. طول كل ضلع 8 أقدام. والنافذة مقسومة نصفين بدعامة من رأس إلى نقطة منتصف ضلع المثلث المقابل للرأس. فما طول الدعامة تقريبًا؟

63. الهندسة في المستطيل $ABCD$، طول $\overline{AD}$ يساوي 8 وحدات. فما طول $\overline{AB}$؟



F 4 وحدات
G 8 وحدات
H $8\sqrt{3}$ وحدات
J 16 وحدة

64. SAT/ACT المساحة الإجمالية لمستطيل تساوي $25a^4 - 16b^2$ وحدات مربعة. أي العوامل يمكن أن تمثل الطول والعرض؟

A $(5a^2 + 4b)$ وحدة و$(5a^2 + 4b)$ وحدة
B $(5a^2 + 4b)$ وحدة و$(5a^2 - 4b)$ وحدة
C $(5a^2 - 4b)$ وحدة و$(5a^2 - 4b)$ وحدة
D $(5a - 4b)$ وحدة و$(5a - 4b)$ وحدة
E $(5a + 4b)$ وحدة و$(5a - 4b)$ وحدة

مراجعة شاملة

65. علم الوراثة تُعد الجينات البنية B سائدة على الجينات الزرقاء b. ولدى الشخص الذي جيناته BB أو Bb عينان باللون البني. ولدى الشخص الذي جيناته bb عينان باللون الأزرق. ولدى السيدة عائشة عينان باللون البني وجيناتها Bb بينما لدى زوجها السيد خالد عينان باللون الأزرق. اكتب تعبيرًا لاحتمالات ألوان عيون أطفالهما. ثم أوجد احتمالاً أن يكون لأحد الأطفال عينان باللون الأزرق. (الدرس 4-7)

حلِّل كل كثيرة حدود إلى عوامل. (الدرس 6-7)

66. $x^2 - 4x - 21$
67. $11x + x^2 + 30$
68. $32 + x^2 - 12x$
69. $-36 - 9x + x^2$
70. $x^2 + 12x + 20$
71. $-x + x^2 - 42$

72. التصنيع تقوم الشركة بتصميم عبوة للمعكرونة الجافة على شكل منشور مستطيل حيث يزيد طوله عن عرضه بـ 2 بوصة ويزيد ارتفاعه عن طوله بـ 3 بوصات. اكتب تعبيرًا لحجم العبوة بدلالة العرض. (الدرس 3-7)

مراجعة المهارات

أوجد جميع القيم المحتملة لـ $\pm\frac{b}{a}$ لكل مجموعة استبدال.

73. $a = \{1, 2, 4\}$; $b = \{1, 2, 3, 6\}$
74. $a = \{1, 5\}$; $b = \{1, 2, 4, 8\}$
75. $a = \{1, 2, 3, 6\}$; $b = \{1, 7\}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

7 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

العمليات على كثيرات الحدود (الدروس من 7-1 إلى 7-4)

- جمع كثيرات الحدود أو طرحها. وجمع الحدود المتشابهة وطرحها.
- لضرب كثيرات الحدود: استخدم خاصية التوزيع.
- نواتج الضرب الخاصة:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

التحليل إلى العوامل باستخدام خاصية التوزيع (الدرس 7-5)

- يُطلق على استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرات الحدود إلى عوامل بأربعة حدود أو أكثر اسم التحليل إلى عوامل من خلال التجميع.

$$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$$
$$= (a + b)(x + y)$$

حل المعادلات التربيعية من خلال التحليل إلى العوامل (الدروس من 7-6 إلى 7-8)

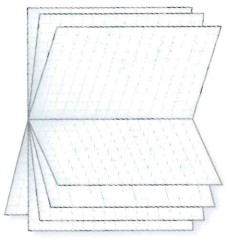
- لتحليل $x^2 + bx + c$ إلى عوامل، أوجد m وp بمجموع b وناتج ضرب c. ثم اكتب $x^2 + bx + c$ في صورة $(x + m)(x + p)$.
- لتحليل $ax^2 + bx + c$ إلى عوامل، أوجد m وp بمجموع b وناتج ضرب ac. ثم اكتب ذلك في صورة $ax^2 + mx + px + c$ وحلل إلى عوامل من خلال التجميع.

حل المربعات الكاملة والتحليل إلى العوامل (الدرس 7-9)

- حتى تصبح ثلاثية الحدود مربعة كاملة، يجب أن يكون الحدان الأول والأخير عبارة عن مربعات كاملة وأن يكون الحد الأوسط عبارة عن ضعف ناتج ضرب الجذرين التربيعيين للحدين الأول والأخير.
- لأي عدد $n \geq 0$، إذا كان $x^2 = n$، فإن $x = \pm\sqrt{n}$.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.



المفردات الأساسية

ثنائية الحدود (binomial)
درجة أحادية الحد (degree of a monomial)
درجة كثيرة الحدود (degree of a polynomial)
الفرق بين مربعين (difference of two squares)
التحليل إلى العوامل (factoring)
التحليل إلى العوامل بالتجميع (factoring by grouping)
طريقة فويل (FOIL method)
المعامل الرئيس (leading coefficient)
ثنائية حدود مربعة كاملة (perfect square trinomial)
كثيرة الحدود (polynomial)
كثيرة حدود أولية (prime polynomial)
معادلة تربيعية (quadratic equation)
تعبير تربيعي (quadratic expression)
خاصيّة الجذر التربيعي (Square Root Property)
الصيغة القياسية لكثيرة الحدود (standard form of a polynomial)
ثلاثية الحدود (trinomial)
خاصية ناتج الضرب في الصفر (Zero Product Property)

مراجعة المفردات

اكتب ما إذا كانت كل عبارة *صحيحة* أم *خاطئة*. إن كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو الكلمات التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

1. $x^2 + 5x + 6$ هو مثال لكثيرة حدود أولية.
2. $(x + 5)(x - 5)$ هو عبارة عن تحليل الفرق بين المربعات إلى العوامل.
3. $4x^2 - 2x + 7$ هي كثيرة حدود من الدرجة 2.
4. $(x + 5)(x - 2)$ هي الصيغة المحللة إلى العوامل من $x^2 - 3x - 10$.
5. يُمكن في بعض الأحيان للتعبيرات التي تضم أربعة حدود أو حدودًا غير متشابهة أن يتم تحليلها إلى العوامل من خلال التجميع.
6. تنص خاصية ناتج الضرب الصفري على أنه إذا كان $ab = 1$، فإن a أو b يساوي 1.
7. $x^2 - 12x + 36$ هو مثال على ثلاثية حدود مربعة كاملة.
8. المعامل الرئيسي لـ $1 + 6a + 9a^2$ هو 1.
9. $x^2 - 16$ هو مثال لثلاثية حدود مربعة كاملة.
10. تُستخدم طريقة فويل في ضرب اثنين من ثلاثيات الحدود.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

7-1 جمع وطرح كثيرات الحدود

مثال 1

اكتب $x^2 + 4x - 3$ بالصيغة القياسية.

الخطوة 1 أوجد درجة كل حد.

3: الدرجة 0

$-x^2$: الدرجة 2

$4x$: الدرجة 1

الخطوة 2 اكتب الحدود بترتيب تنازلي حسب الدرجة.

$3 - x^2 + 4x = -x^2 + 4x + 3$

مثال 2

أوجد $(8r^2 + 3r) - (10r^2 - 5)$.

$(8r^2 + 3r) - (10r^2 - 5)$

$= (8r^2 + 3r) + (-10r^2 + 5)$ استخدم المعاكس الجمعي.

$= (8r^2 - 10r^2) + 3r + 5$ ضع الحدود المتشابهة في مجموعة واحدة.

$= -2r^2 + 3r + 5$ أضف الحدود المتشابهة.

اكتب كل كثيرة حدود بالصيغة القياسية.

11. $x + 2 + 3x^2$

12. $1 - x^4$

13. $2 + 3x + x^2$

14. $3x^5 - 2 + 6x - 2x^2 + x^3$

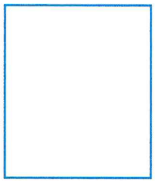
أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

15. $(x^3 + 2) + (-3x^3 - 5)$

16. $a^2 + 5a - 3 - (2a^2 - 4a + 3)$

17. $(4x - 3x^2 + 5) + (2x^2 - 5x + 1)$

18. إطارات الصور تقوم عائشة بصنع إطار للوحة مستطيلة الشكل. ما محيط الإطار؟



7-2 ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحد

مثال 3

حُـــلّ المعادلة $m(2m - 5) + m = 2m(m - 6) + 16$.

$m(2m - 5) + m = 2m(m - 6) + 16$

$2m^2 - 5m + m = 2m^2 - 12m + 16$

$2m^2 - 4m = 2m^2 - 12m + 16$

$-4m = -12m + 16$

$8m = 16$

$m = 2$

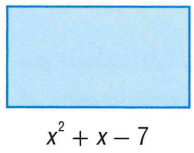
حُـــلّ كل من المعادلات التالية.

19. $x^2(x + 2) = x(x^2 + 2x + 1)$

20. $2x(x + 3) = 2(x^2 + 3)$

21. $2(4w + w^2) - 6 = 2w(w - 4) + 10$

22. الهندسة أوجد مساحة المستطيل.



7-3 ضرب كثيرات الحدود

مثال 4

أوجد $(6x - 5)(x + 4)$.

$(6x - 5)(x + 4)$

F O I L

$= (6x)(x) + (6x)(4) + (-5)(x) + (-5)(4)$

$= 6x^2 + 24x - 5x - 20$ اضرب.

$= 6x^2 + 19x - 20$ اجمع الحدود المتشابهة.

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

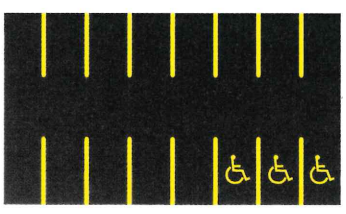
23. $(x - 3)(x + 7)$

24. $(3a - 2)(6a + 5)$

25. $(3r - 7t)(2r + 5t)$

26. $(2x + 5)(5x + 2)$

27. ساحة انتظار السيارات سيتم رصف ساحة انتظار السيارات. ما مساحة المنطقة التي سيتم رصفها؟



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

7-4 نواتج الضرب الخاصة

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

28. $(x + 5)(x - 5)$

29. $(3x - 2)^2$

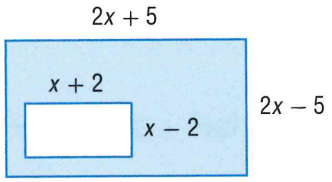
30. $(5x + 4)^2$

31. $(2x - 3)(2x + 3)$

32. $(2r + 5t)^2$

33. $(3m - 2)(3m + 2)$

34. الهندسة اكتب تعبيرًا لتمثيل مساحة المنطقة المظللة.



مثال 5

أوجد $(x - 7)^2$.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ مربع الفرق

$(x - 7)^2 = x^2 - 2(x)(7) + (-7)^2$ $b = 7$ و $a = x$

$= x^2 - 14x + 49$ بسّط.

مثال 6

أوجد $(5a + 4)(5a - 4)$.

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ناتج ضرب المجموع والفرق

$b = 4$ و $a = 5a$

$(5a - 4)(5a + 4) = (5a)^2 - (4)^2$ بسّط.

$= 25a^2 - 16$

7-5 استخدام خاصية التوزيع

استخدِّم خاصية التوزيع لتحليل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

35. $12x + 24y$

36. $14x^2y - 21xy + 35xy^2$

37. $8xy - 16x^3y + 10y$

38. $a^2 - 4ac + ab - 4bc$

39. $2x^2 - 3xz - 2xy + 3yz$

40. $24am - 9an + 40bm - 15bn$

حُـــلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

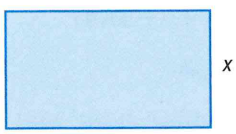
41. $x(3x - 6) = 0$

42. $6x^2 = 12x$

43. $x^2 = 3x$

44. $3x^2 = 5x$

45. الهندسة مساحة المستطيل الموضحة هي $x^3 - 2x^2 + 5x$ وحدة مربعة. كم يبلغ الطول؟



مثال 7

حلل $12y^2 + 9y + 8y + 6$ إلى عوامل.

$12y^2 + 9y + 8y + 6$

ضع الحدود التي لها نفس العوامل في مجموعة واحدة.

$= (12y^2 + 9y) + (8y + 6)$

حلل العامل المشترك الأكبر لكل مجموعة إلى عوامل.

$= 3y(4y + 3) + 2(4y + 3)$

خاصية التوزيع

$= (4y + 3)(3y + 2)$

مثال 8

حُـــلّ $x^2 - 6x = 0$. وتحقق من حلولك.

اكتب المعادلة بحيث تكون على شكل $ab = 0$.

$x^2 - 6x = 0$ المعادلة الأصلية

$x(x - 6) = 0$ حلل باستخدام العامل المشترك الأكبر إلى عوامل.

$x = 0$ or $x - 6 = 0$ خاصية ناتج الضرب الصفري

$x = 6$ حل.

الجذران هما 0 و6. تحقق من خلال التعويض بالعددين 0 و6 عن x في المعادلة الأصلية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7-6 حل $x^2 + bx + c = 0$

حلل كل ثلاثية حدود إلى العوامل. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

46. $x^2 - 8x + 15$

47. $x^2 + 9x + 20$

48. $x^2 - 5x - 6$

49. $x^2 + 3x - 18$

حُـــلّ كل معادلة مما يلي. ثم تحقق من صحة الحل.

50. $x^2 + 5x - 50 = 0$

51. $x^2 - 6x + 8 = 0$

52. $x^2 + 12x + 32 = 0$

53. $x^2 - 2x - 48 = 0$

54. $x^2 + 11x + 10 = 0$

55. الفن يعمل فنان على رسم لوحة يزيد طولها 3 بوصات عن عرضها. وتبلغ مساحة اللوحة 154 بوصة. ما طول اللوحة؟

مثال 9

حلل $x^2 + 10x + 21$ إلى عوامل

بما أن $b = 10$ و$c = 21$، إذا $m + p$ موجب وmp موجب. إذًا، m وp يجب أن يكونا موجبين. اكتب عوامل 21 الموجبة، وابحث عن أزواج العوامل التي مجموعها يساوي 10.

عوامل العدد 21	مجموع 10
1, 21	22
3, 7	10

العاملان الصحيحان هما 3 و 7.

$x^2 + 10x + 21 = (x + m)(x + p)$ اكتب النمط.

$= (x + 3)(x + 7)$ $p = 7$ و$m = 3$

7-7 حلّ $ax^2 + bx + c = 0$

حلّل كل ثلاثية حدود مما يلي إلى عوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل ثلاثية الحدود إلى عوامل، فاكتب *أولية*.

56. $12x^2 + 22x - 14$

57. $2y^2 - 9y + 3$

58. $3x^2 - 6x - 45$

59. $2a^2 + 13a - 24$

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

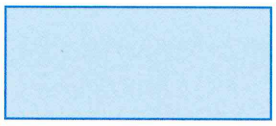
60. $40x^2 + 2x = 24$

61. $2x^2 - 3x - 20 = 0$

62. $-16t^2 + 36t - 8 = 0$

63. $6x^2 - 7x - 5 = 0$

64. الهندسة مساحة المستطيل الموضح أدناه تساوي $6x^2 + 11x - 7$ وحدات مربعة. ما عرض المستطيل؟



$2x - 1$

مثال 10

حلل $12a^2 + 17a + 6$ إلى عوامل

$a = 12$، و$b = 17$، و$c = 6$. بما أن b is موجب، فإن $m + p$ موجب. وبما أن c موجب، فإن mp موجب. إذًا m موجب وp موجب كذلك. اكتب عوامل 12(6) أو 72 إذا كان العاملان موجبين.

عوامل العدد 72	مجموع 17
1, 72	73
2, 36	38
3, 24	27
4, 18	22
6, 12	18
8, 9	17

العاملان الصحيحان هما 8 و 9.

$12a^2 + 17a + 6 = 12a^2 + ma + pa + 6$

$= 12a^2 + 8a + 9a + 6$

$= (12a^2 + 8a) + (9a + 6)$

$= 4a(3a + 2) + 3(3a + 2)$

$= (3a + 2)(4a + 3)$

إذًا، $12a^2 + 17a + 6 = (3a + 2)(4a + 3)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

7-8 فرق مربعي حدين

حلّل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

65. $y^2 - 81$

66. $64 - 25x^2$

67. $16a^2 - 21b^2$

68. $3x^2 - 3$

حُـــلّ كل معادلة بالتحليل إلى العوامل. تحقق من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

69. $a^2 - 25 = 0$ **70.** $9x^2 - 25 = 0$

71. $81 - y^2 = 0$ **72.** $x^2 - 5 = 20$

73. التعرية تسقط صخرة كبيرة من جبل إلى الماء بعمق 64 قدمًا. ويُمكن حساب المسافة d التي قطعتها الصخرة خلال t ثانية بالمعادلة $d = 16t^2$. ما الوقت الذي تستغرقه الصخرة للاصطدام بالماء؟

مثال 11

حُـــلّ المعادلة $x^2 - 4 = 12$ من خلال التحليل إلى العوامل.

$x^2 - 4 = 12$	المعادلة الأصلية
$x^2 - 16 = 0$	اطرح 12 من الطرفين.
$x^2 - (4)^2 = 0$	$16 = 4^2$
$(x + 4)(x - 4) = 0$	حلل فرق المربعات إلى العوامل.
$x + 4 = 0$ or $x - 4 = 0$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$x = -4$ $x = 4$	أوجد حل كل معادلة.

الحلّان هما -4 و 4.

7-9 المربعات الكاملة

حلّل كل كثيرة حدود مما يلي إلى العوامل، إذا كان ممكنًا. فإذا كان من غير الممكن تحليل كثيرة الحدود إلى عوامل، فاكتب *أولية*.

74. $x^2 + 12x + 36$

75. $x^2 + 5x + 25$

76. $9y^2 - 12y + 4$

77. $4 - 28a + 49a^2$

78. $x^4 - 1$

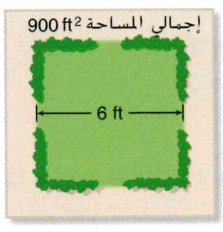
79. $x^4 - 16x^2$

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

80. $(x - 5)^2 = 121$ **81.** $4c^2 + 4c + 1 = 9$

82. $4y^2 = 64$ **83.** $16d^2 + 40d + 25 = 9$

84. تنسيق الحدائق يتم بناء رصيف مشاة له عرض متساوٍ حول حديقة مربعة. ما عرض الرصيف؟



مثال 12

حُـــلّ المعادلة $(x - 9)^2 = 144$.

$(x - 9)^2 = 144$	المعادلة الأصلية
$x - 9 = \pm\sqrt{144}$	خاصية الجذر التربيعي
$x - 9 = \pm 12$	$12 \cdot 12 = 144$
$x = 9 \pm 12$	اجمع 9 إلى الطرفين.
$x = 9 + 12$ or $x = 9 - 12$	خاصية ناتج الضرب الصفري
$x = 21$ $x = -3$	أوجد الحل.

تحقق

$(x - 9)^2 = 144$ | $(x - 9)^2 = 144$

$(21 - 9)^2 \stackrel{?}{=} 144$ | $(-3 - 9)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$(12)^2 \stackrel{?}{=} 144$ | $(-12)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✓ | $144 = 144$ ✓

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-7 الجذور والأصفار

اذكر العدد المحتمل للأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لكل معادلة.

85. $f(x) = -2x^3 + 11x^2 - 3x + 2$

86. $f(x) = -4x^4 - 2x^3 - 12x^2 - x - 23$

87. $f(x) = x^6 - 5x^3 + x^2 + x - 6$

88. $f(x) = -2x^5 + 4x^4 + x^2 - 3$

89. $f(x) = -2x^6 + 4x^4 + x^2 - 3x - 3$

مثال 13

اذكر العدد المحتمل للأصفار الحقيقية الموجبة والأصفار الحقيقية السالبة والأصفار التخيلية لـ $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 26x - 48$.

$f(x)$ بها تغير واحد في العلامات، إذًا يوجد صفر حقيقي موجب.

$f(-x)$ بها 3 تغيرات في العلامات، إذًا يوجد 3 أصفار أو صفر واحد حقيقي سالب.

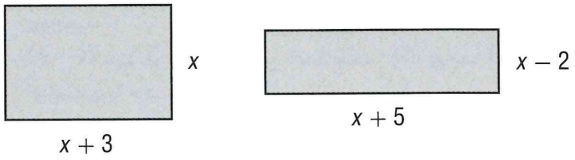
يوجد صفران تخيليان أو لا يوجد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

7 تدريب على الاختبار

أوجد المجموع أو الفرق لكل مما يلي.

1. $(x + 5) + (x^2 - 3x + 7)$
2. $(7m - 8n^2 + 3n) - (-2n^2 + 4m - 3n)$
3. **الاختيار من متعدد** تغطي خديجة غرفتين في منزلها بالسجاد. والأبعاد موضحة أدناه. ما التعبير الذي يمثل المساحة الكلية المطلوب تغطيتها بالسجاد؟



A $x^2 + 3x$
C $x^2 + 3x - 5$
B $2x^2 + 6x - 10$
D $8x + 12$

أوجد كل ناتج ضرب مما يلي.

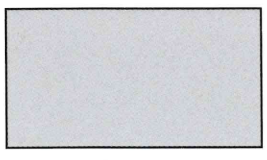
4. $a(a^2 + 2a - 10)$
5. $(2a - 5)(3a + 5)$
6. $(x - 3)(x^2 + 5x - 6)$
7. $(x + 3)^2$
8. $(2b - 5)(2b + 5)$
9. **المعرفة المالية** افترض أنك تستثمر AED 4000 في شهادة إيداع لعامين.

a. إذا كانت نسبة مرابحة الشهادة هي 5% في العام، فيُمكن حل التعبير $4000(1 + 0.05)^2$ لإيجاد إجمالي قيمة المال بعد عامين. اشرح الأعداد الواردة في هذا التعبير.

b. أوجد القيمة بعد نهاية العامين.

c. افترض أنك استثمرت AED 10,000 في شهادة إيداع لأربعة أعوام بنسبة مرابحة سنوية 6.25%. ما إجمالي المال الذي ستحصل عليه بعد مرور 4 أعوام؟

10. **الاختيار من متعدد** مساحة المستطيل الموضح أدناه تساوي $2x^2 - x - 15$ وحدة مربعة. ما عرض هذا المستطيل؟



F $x - 5$
G $x + 3$
H $x - 3$
J $2x - 3$

حُـــلّ كل من المعادلات التالية.

11. $5(t^2 - 3t + 2) = t(5t - 2)$
12. $3x(x + 2) = 3(x^2 - 2)$

حلّل كل كثيرة حدود إلى العوامل.

13. $5xy - 10x$
14. $7ab + 14ab^2 + 21a^2b$
15. $4x^2 + 8x + x + 2$
16. $10a^2 - 50a - a + 5$

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

17. $y(y - 14) = 0$
18. $3x(x + 6) = 0$
19. $a^2 = 12a$
20. **الاختيار من متعدد** تغطي عائشة غرفة بالسجاد تبلغ مساحتها $x^2 - 100$ قدم مربع. إذا كان عرض الغرفة يساوي $x - 10$ قدم، ما طول الغرفة؟

A $x - 10$ ft
B $x + 10$ ft
C $x - 100$ ft
D 10 ft

حلّل كل ثلاثية حدود إلى العوامل.

21. $x^2 + 7x + 6$
22. $x^2 - 3x - 28$
23. $10x^2 - x - 3$
24. $15x^2 + 7x - 2$
25. $x^2 - 25$
26. $4x^2 - 81$
27. $9x^2 - 12x + 4$
28. $16x^2 + 40x + 25$

حُـــلّ كل معادلة. تأكد من الحلول باستخدام حاسبة التمثيل البياني.

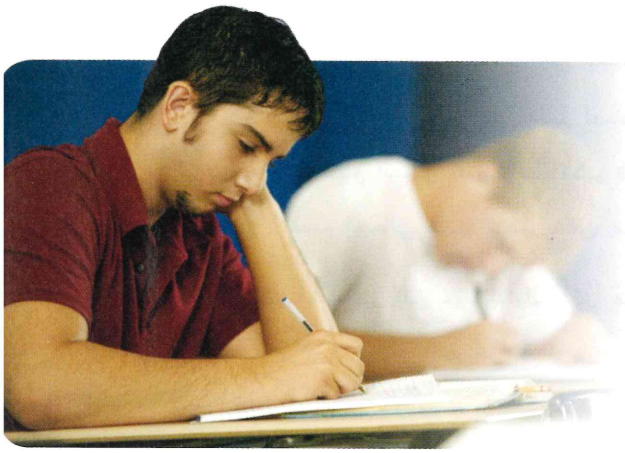
29. $x^2 - 4x = 21$
30. $x^2 - 2x - 24 = 0$
31. $6x^2 - 5x - 6 = 0$
32. $2x^2 - 13x + 20 = 0$
33. **الاختيار من متعدد** ما الاختيار الذي يمثل عاملاً لـ $x^4 - 1$ عندما يتم تحليله بالكامل إلى العوامل؟

F $x^2 - 1$
H x
G $x - 1$
J 1

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7

التحضير للاختبارات المعيارية



حل المسائل متعددة الخطوات

في بعض المسائل ضمن الاختبارات المعيارية، يجب عليك حل أجزاء متعددة من أجل التوصل إلى الحل النهائي. استخدم هذا الدرس لممارسة هذه الأنواع من المسائل.

إستراتيجيات حل المسائل متعددة الخطوات

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب مني حله؟ وما المعطيات؟
- هل توجد أي خطوات وسيطة ينبغي أن تكتمل قبل محاولة حل المسألة؟

الخطوة 2

نظّم طريقة حلك.

- اكتب قائمة بالخطوات التي ستحتاج إلى إكمالها من أجل حل المسألة.
- تذكر أنه قد توجد أكثر من طريقة ممكنة لحل المسألة.

الخطوة 3

حلّ المسألة وتحقق من الحل.

- حُل بكفاءة قدر المستطاع من أجل إكمال كل خطوة والوصول للحل.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

يريد بائع زهور استخدام 80 وردة و50 زهرة زنبق و20 زهرة سوسن في تكوين باقات زهور. ويريد عمل أكبر عدد ممكن من الباقات باستخدام كل هذه الزهور. ينبغي أن تتضمن كل باقة نفس العدد من كل نوع من الزهور. كم عدد الزهور في كل باقة؟

A 4 زهور

B 8 زهور

C 10 زهور

D 15 زهرة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 7 التحضير للاختبارات المعيارية تابع

اقرأ المسألة بعناية. أنت تعرف عدد الورود والزنبق والسوسن، وتعرف كذلك أن باقات الزهور ستتضمن نفس العدد من الزهور. وتحتاج إلى إيجاد عدد الزهور التي ستضمنها كل باقة.

الخطوة 1 أوجد العامل المشترك الأكبر لعدد الورود والزنبق والسوسن.

الخطوة 2 استخدم العامل المشترك الأكبر في تحديد عدد الباقات التي ستصنعها.

الخطوة 3 اقسم إجمالي عدد الزهور على عدد الباقات.

الخطوة 1 اكتب التحليل إلى عوامل أولية لكل عدد من الزهور لإيجاد العامل المشترك الأكبر.

$80 = \mathbf{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \mathbf{5}$

$50 = \mathbf{2} \cdot \mathbf{5} \cdot 5$

$20 = \mathbf{2} \cdot 2 \cdot \mathbf{5}$

العامل المشترك الأكبر $= 10 = 2 \cdot 5$

الخطوة 2 نعرف من خلال العامل المشترك الأكبر لعدد الورود والزنبق والسوسن عدد الباقات التي يُمكننا صنعها على أن تتضمن كل باقة نفس العدد من الزهور. إذًا، يُمكن لبائع الزهور صنع إجمالي 10 باقات.

الخطوة 3 اقسم عدد الزهور على عدد الباقات لإيجاد عدد الزهور في كل باقة.

$$\frac{80}{10} = 8$$

إذًا، ستكون هناك 8 زهور في كل باقة. الإجابة هي B.

التمارين

اقرأ كل مسألة مما يلي، وحدّد ما تحتاج لمعرفته، ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. أي من القيم التالية ليست حلاً لـ

$x^3 - 3x^2 - 25x + 75 = 0$?

A $x = 5$

B $x = 3$

C $x = -3$

D $x = -5$

2. سيذهب 12 معلمًا و90 طالبًا و36 متطوعًا من أولياء الأمور إلى الرحلة الميدانية. وتريد السيدة خولة أن تقسم إجمالي عدد الجميع على مجموعات متساوية بنفس العدد من المعلمين والطلاب وأولياء الأمور في كل مجموعة. إذا صنعت أكبر عدد من المجموعات، فما سيكون عدد الطلاب في كل مجموعة؟

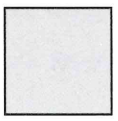
F 6

G 9

H 12

J 15

3. ما مساحة المربع؟



A $x^2 + 16$

B $4x - 16$

C $x^2 - 8x - 16$

D $x^2 - 8x + 16$

4. يبيع الطلاب المجلات لجمع الأموال من أجل الرحلة الميدانية. ويجنون AED 2.75 لكل مجلة يبيعونها. إذا كانوا يريدون جمع AED 600، فما أقل عدد من المجلات التي ينبغي بيعها؟

F 121

G 177

H 202

J 219

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

تمرين تراكمي، الوحدة 7

الاختيار من متعدّد

1. أي مما يلي يُعد حلاً لـ $x^2 + 6x - 112 = 0$؟

F -14

G -8

H 6

J 12

2. أي من كثيرات الحدود التالية أولية؟

A $5x^2 + 34x + 24$

B $4x^2 + 22x + 10$

C $4x^2 + 38x + 70$

D $5x^2 + 3x + 4$

3. أي مما يلي لا يُعد عاملاً لكثيرة الحدود $45a^2 - 80b^2$؟

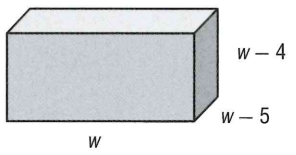
F 5

G $3a - 4b$

H $2a - 5b$

J $3a + 4b$

4. يُمكن تمثيل أبعاد عبوة هدية مستطيلة الشكل بالشكل الموضح. وحجم العبوة يساوي $56w$ بوصة مكعبة. أي مما يلي *ليس* بُعدًا للعبوة؟



A 6 in.

B 7 in.

C 8 in.

D 12 in.

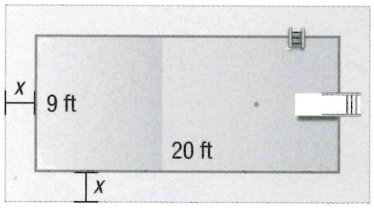
إجابة مختصرة/إجابة شبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

5. تمثل المعادلة $h = -16t^2 + 40t + 3$ الارتفاع h لكرة قدم بالأقدام، وذلك بعد t ثانية. ما ارتفاع الكرة بعد ثانيتين؟

6. حلِّل $2x^4 - 32$ إلى عوامل بالكامل.

7. **إجابة شبكية** تقوم خديجة بتركيب ممر أسمنتي حول محيط حمام سباحة بالأبعاد الموضحة أدناه. إذا كان $x = 3$، فأوجد مساحة حمام السباحة والممر الأسمنتي بالقدم المربع.



الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

8. يُمكن إيجاد ارتفاع نموذج صاروخ بالقدم بعد مرور t ثانية من إطلاقه إلى الهواء من خلال الدالة $h(t) = -16t^2 + 200t$.

a. اكتب التعبير الذي يمثل ارتفاع الصاروخ بصيغة محللة إلى عوامل.

b. ما الزمن (الفترات الزمنية) الذي سيكون ارتفاع الصاروخ فيه صفرًا قدمًا فوق مستوى الأرض؟ اشرح معنى حلك في الحياة اليومية.

c. ما أقصى ارتفاع وصل إليه نموذج الصاروخ؟ ومتى حدث ذلك؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education.

الوحدة

8 الأسس والدوال الأسس

السابق

- لقد أوجدت قيم التعابير التي تتضمن أسسًا.

الحالي

- بعد لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - تبسيط التعابير التي تتضمن أسسًا وتنفيذ العمليات عليها.
  - تطبيق خواص أسس العدد الصحيح على الأسس النسبية.
  - استخدام الترميز العلمي.
  - تمثيل الدوال النسبية بيانيًا.

لماذا؟ ▲

- **الفضاء** يُعتبر مصفوف المراصد العظيم VLA ترتيبًا من 27 هوائيًا لاسلكيًا على شكل Y. يستخدم الفلكيون حول العالم البيانات التي تجمعها الهوائيات لدراسة الكواكب والنجوم. يستخدم علماء الفيزياء الفلكية خواص الأسس ويطبقونها لتمثيل بُعد الأجرام السماوية ومدارها.

Chapter sourced from Integrated Math I Chapter 7 © 2012 .McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة