الوحدة 10 أدوات الهندسة

الاستعداد للوحدة 10 559

10-1 **النقاط والمستقيمات والمستويات** 561

التوسع: مختبر الهندسة وصف ما تراه 569

10-2 **القياس الخطي** 570

التوسع في الدرس الدقة والظبط 578

10-3 **المسافة ونقاط المنتصف** 581

10-4 **قياس الزوايا** 592

■ **اختبار نصف الوحدة** 601

10-5 **التوسع: مختبر الهندسة** إنشاء المستقيمات المتعامدة 602

10-6 **الأشكال ثنائية الأبعاد** 603

التوسع: مختبر برامج الهندسة الأشكال ثنائية الأبعاد 612

10-7 **إثبات العلاقات بين القِطَع المستقيمة** 614

10-8 **إثبات علاقات الزوايا** 621

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 630

■ **تمرين على الاختبار** 635

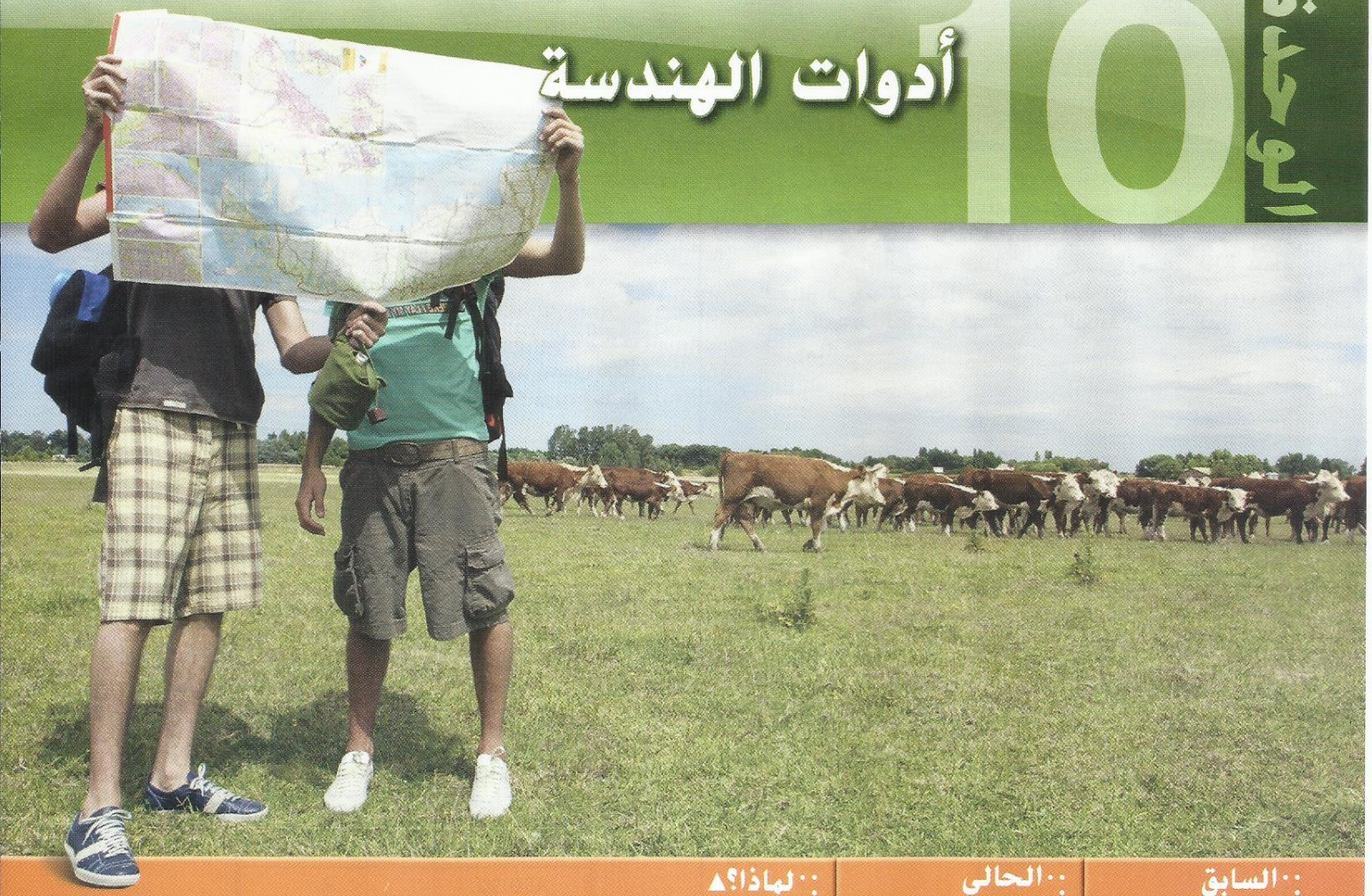
■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 636

■ **تمرين على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 10** 638

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة

10 أدوات الهندسة



السابق

- مثّلت النقاط بيانيًا على المستوى الإحداثي وأوجدت قيمة التعابير الرياضية.

الحالي

- في هذه الوحدة، ستقوم بما يلي:
  - إيجاد المسافات بين النقاط ونقاط المنتصف لقطع مستقيمة.
  - تحديد العلاقات بين الزوايا.
  - إيجاد المحيط والمساحة ومساحة السطح والحجم.

لماذا؟

- **الخرائط** يمكن استخدام الأشكال والمفاهيم الهندسية لتمثيل ووصف مواقف من الحياة اليومية. فعلى الخريطة، يمكن تمثيل مواقع المدن من خلال النقاط. وتمثيل الطرق السريعة أو الشوارع من خلال المستقيمات. وتمثيل الحدائق الوطنية من خلال المضلعات التي لها محيط ومساحة. وتعد الخريطة نفسها تمثيلاً لأحد المستويات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي

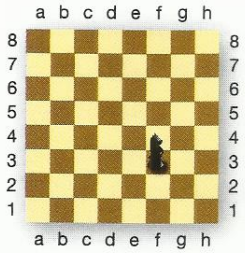
أجب عن التدريب السريع أدناه. عُد إلى الجزء "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

تدريب سريع

مثّل بيانيًا كل نقطة مما يلي في المستوى الإحداثي ثم سمّها.

1. $W(5, 2)$
2. $X(0, 6)$
3. $Y(-3, -1)$
4. $Z(4, -2)$

5. **الألعاب** تستخدم سهيلة الرسم التخطيطي لتسجيل تحركات قطع الشطرنج الخاصة بها. وتحرك قطعة الحصان بمقدار خانتين لأعلى وخانة واحدة لليسار من f3. فما موقع الحصان بعد أن تكمل سهيلة دورها؟



أوجد المجموع أو الفرق لكلٍ مما يلي.

6. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
7. $2\frac{1}{18} + 4\frac{3}{4}$
8. $\frac{13}{18} - \frac{5}{9}$
9. $14\frac{3}{5} - 9\frac{7}{15}$

10. **الطعام** أكل مازن $\frac{1}{3}$ من فطيرة بيتزا على العشاء وأخذ منها $\frac{1}{6}$ ليتناوله في غداء اليوم التالي. فما مقدار فطيرة البيتزا التي تركها؟

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

11. $(-4 - 5)^2$
12. $(6 - 10)^2$
13. $(8 - 5)^2 + [9 - (-3)]^2$

أوجد حل كل معادلة مما يلي.

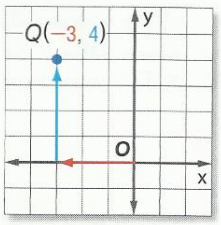
14. $6x + 5 + 2x - 11 = 90$
15. $8x - 7 = 53 - 2x$

مراجعة سريعة

مثال 1

مثّل بيانيًا النقطة Q(-3, 4) في المستوى الإحداثي ثم سمّها.

ابدأ من نقطة الأصل. وحيث إن الإحداثي x سالب، تحرّك 3 وحدات إلى اليسار. ثم تحرّك 4 وحدات لأعلى حيث إن الإحداثي y موجب. ارسم نقطة وسمّها Q.



مثال 2

أوجد ناتج $3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4}$.

$3\frac{1}{6} + 2\frac{3}{4} = \frac{19}{6} + \frac{11}{4}$ اكتب في صورة كسور مختلطة.

$= \frac{19}{6}\left(\frac{2}{2}\right) + \frac{11}{4}\left(\frac{3}{3}\right)$ المقام المشترك الأصغر هو 12.

$= \frac{38}{12} + \frac{33}{12}$ اضرب.

$= \frac{71}{12}$ or $5\frac{11}{12}$ بسّط.

مثال 3

أوجد قيمة التعبير $[-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2$.

اتبع ترتيب العمليات.

$[-2 - (-7)]^2 + (1 - 8)^2$

$= 5^2 + (-7)^2$ اطرح.

$= 25 + 49$ $5^2 = 25, (-7)^2 = 49$

$= 74$ اجمع.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

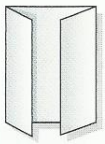
البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك للوحدة 10. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك.

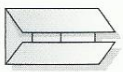
مطويات منظّم الدراسة

أدوات الهندسة اصنع هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك عن الوحدة 10 حول النقاط والمستقيمات والمستويات؛ والزوايا والعلاقات بين الزوايا؛ والصيغ والملاحظات عن المسافة ونقطة المنتصف والمحيط والمساحة والحجم. ابدأ بورقة مقاس 17″ × 11″.

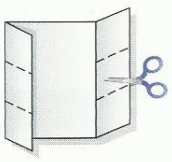
1 **اطوِ** الجوانب القصيرة لتلتقي في المنتصف.



2 **اطوِ** الكتيب أثلاثًا بشكل طولي.



3 **افتح وقص** الكتيب أثلاثًا بشكل طولي.



4 **ضع** اسمًا للتبويبات كما هو موضح.

المفردات الجديدة

على استقامة واحدة collinear

في مستوى واحد coplanar

تطابق congruent

نقطة المنتصف midpoint

مُنصِّف قطعة segment bisector

زاوية angle

رأس vertex

مُنصِّف زاوية angle bisector

مضلع polygon

محيط perimeter

مراجعة المفردات

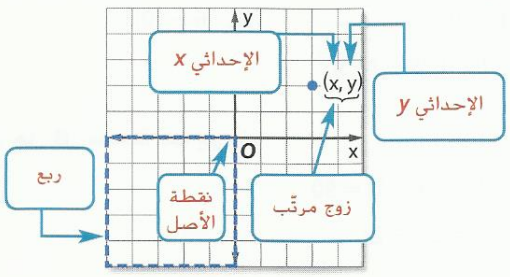
زوج مرتب (ordered pair) مجموعة من الأعداد أو الإحداثيات المستخدَمة لتحديد موقع أي نقطة على المستوى الإحداثي. ويُكتب بالشكل (x, y)

نقطة الأصل (origin) النقطة التي يتقاطع عندها المحوران عند نقطتي الصفر الخاصتين بهما

الأرباع (quadrants) المناطق الأربعة التي يُقسَّم إليها المستوى الإحداثي بواسطة المحور الأفقي x والمحور الرأسي y

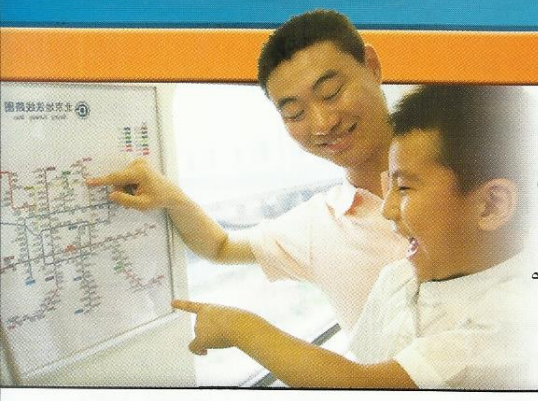
الإحداثي x (x-coordinate) هو العدد الأول في زوج مرتب

الإحداثي y (y-coordinate) هو العدد الثاني في زوج مرتب



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

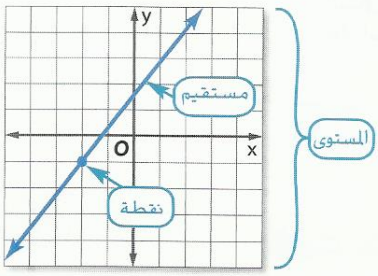
1-0 النقاط والمستقيمات والمستويات



:: السابق	:: الحالي	:: لماذا؟
• استخدمت مفاهيم وخواص هندسية أساسية لحل المسائل.	1 • تحديد النقاط والمستقيمات والمستويات وتمثيلها. 2 تحديد المستقيمات والمستويات المتقاطعة.	• على خريطة مترو أنفاق. تُمثَّل مواقع محطات التوقف عن طريق *النقاط*. ويُمثَّل الطريق الذي يسلكه القطار عن طريق سلسلة من المسارات المتصلة التي تشبه *المستقيمات*. والسطح المستوي للخريطة التي تقع عليها هذه النقاط والمستقيمات يمثل *المستوى*.

1 النقاط والمستقيمات والمستويات

بخلاف ما تمثله من أشياء في الحياة اليومية، ليس للأشكال والنقاط والمستقيمات والمستويات أي أحجام فعلية. وفي الهندسة، *تُعتبر النقطة والمستقيم والمستوى* مفاهيم **غير معرّفة** لأنه لا يتم شرحها إلا باستخدام الأمثلة والأوصاف.



لا شك أنك تعرف بالفعل كلاً من مفهوم النقطة والمستقيم والمستوى من الجبر. وقد مثَّلتَ بيانيًا على مستوى إحداثي وأوجدتَ الأزواج المرتبة التي مثلتْ *النقاط* على *المستقيمات*. وفي الهندسة، تحمل هذه المفاهيم معانٍ مشابهة.

يعني التعبير "*واحد بالضبط*" في عبارة، مثل "يوجد مستقيم واحد بالضبط بين أي نقطتين" أنه يوجد مستقيم *واحد فقط*.

المفهوم الأساسي مفاهيم غير معرفة

النقطة هي موقع محدد. وليس لها شكل أو حجم.

التسمية من خلال حرف كبير

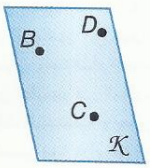
مثال النقطة A

المستقيم يتكون من نقاط وليس له سُمك أو عَرض. يوجد خط مستقيم واحد بالضبط بين أي نقطتين.

التسمية من خلال الحروف التي تمثل نقطتين على المستقيم أو بحرف واحد صغير

مثال المستقيم m أو المستقيم PQ أو $\overleftrightarrow{PQ}$. المستقيم QP أو $\overleftrightarrow{QP}$

المستوى هو سطح مستوٍ يتكون من نقاط تمتد بلا نهاية في جميع الاتجاهات. يوجد مستوى واحد بالضبط بين أي ثلاث نقاط ليست على نفس المستقيم.



التسمية من خلال حرف كبير أو بالحروف التي تسمي ثلاث نقاط ليست جميعها على نفس المستقيم

مثال المستوى K. المستوى BCD. المستوى CDB. المستوى DCB. المستوى DBC. المستوى CBD. المستوى BDC

النقاط **الواقعة على استقامة واحدة** هي النقاط التي تقع على نفس المستقيم. أما النقاط غير الواقعة على استقامة واحد فلا تقع على نفس المستقيم. والنقاط **الواقعة في مستوى واحد** هي نقاط تقع في نفس المستوى. أما النقاط غير الواقعة في مستوى واحد فلا تقع في نفس المستوى.

المفردات الجديدة

مفهوم غير مُعرّف undefined concept
نقطة point
مستقيم line
مستوى plane
على استقامة واحدة collinear
في مستوى واحد coplanar
تقاطع intersection
تعريف definition
مصطلح مُعرّف defined term
فراغ space

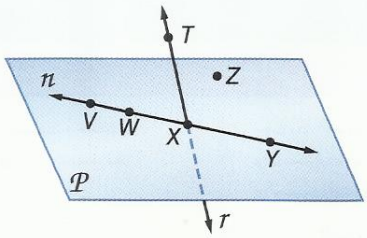
ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات.
مراعاة الدقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 تسمية المستقيمات والمستويات

استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.



a. مستقيم يحتوي على النقطة *W*

يمكن تسمية المستقيم بالمستقيم n. أو يمكن استخدام أي نقطتين من النقاط الأربعة الواقعة على المستقيم لتسمية المستقيم.

$\overleftrightarrow{VW}$ $\overleftrightarrow{WV}$ $\overleftrightarrow{VX}$ $\overleftrightarrow{XV}$ $\overleftrightarrow{VY}$ $\overleftrightarrow{YV}$
$\overleftrightarrow{WX}$ $\overleftrightarrow{XW}$ $\overleftrightarrow{WY}$ $\overleftrightarrow{YW}$ $\overleftrightarrow{XY}$ $\overleftrightarrow{YX}$

b. مستوى يحتوي على النقطة *X*

مستوى واحد يمكن تسميته هو المستوى P. يمكنك أيضًا استخدام حروف أي ثلاث نقاط *ليست على استقامة واحدة* لتسمية هذا المستوى.

المستوى XZY المستوى VZW المستوى VZX
المستوى VZY المستوى WZX المستوى WZY

يمكن إعادة ترتيب حروف كل من هذه الأسماء لوضع أسماء أخرى مقبولة لهذا المستوى. على سبيل المثال، المستوى XZY يمكن أن يُكتَب أيضًا هكذا XYZ و ZXY و ZYX و YXZ و YZX. إجمالاً، يوجد 36 اسمًا مختلفًا ثلاثي الأحرف لهذا المستوى.

تمرين موجّه

1A. مستوى يحتوي على النقطتين T و Z

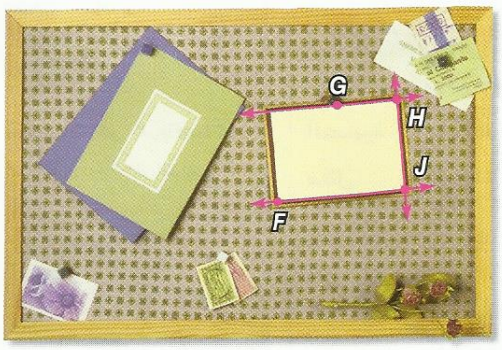
1B. مستقيم يحتوي على النقطة T

نصيحة دراسية

مستويات إضافية رغم عدم رسمه في المثال 1b، يوجد مستوى آخر يحتوي على النقطة X. وبما أن النقاط W و T و X ليست على استقامة واحدة، فالنقطة X تقع أيضًا في المستوى WTX.

مثال 2 من الحياة اليومية تمثيل النقاط والمستقيمات والمستويات

لوحة النقاش اذكر أسماء المفاهيم الهندسية التي تمثلها الأشياء الموجودة في الصورة.



دبوس الدفع يُمثِّل النقطة G.

الإطار الأحمر الداكن على البطاقة يُمثّل المستقيم GH.

حافة البطاقة تمثل المستقيم HJ.

البطاقة نفسها تُمثّل المستوى FGJ.

تمرين موجّه

اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.

2A. أشرطة على معطف

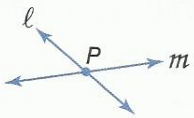
2B. ركن صندوق

مهنة من الحياة اليومية

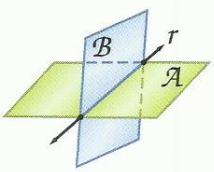
الرسام يستخدم الرسَّامون منظورهم لتصميم الرسومات من أجل إنشاء كل شيء بدءًا من ألعاب الأطفال وصولاً إلى الأبنية المدرسية. ويحتاج الرسامون إلى مهاراتٍ في الرياضيات واستخدام الحاسوب. ويتلقون تعليمهم في المدارس المهنية والكليات المجتمعية و بعض الكليات التي تستمر مدة دراستها أربعة أعوام. ارجع إلى التمرينين 50 و 51.

2 تقاطعات المستقيمات والمستويات

يُمثل **تقاطع** شكلين هندسيين أو أكثر مجموعة النقاط المشتركة بينهم. ويتقاطع المستقيمان في نقطة واحدة. ويمكن للمستقيمات أن تتقاطع مع المستويات، ويمكن للمستويات أن تتقاطع مع بعضها.



P تُمثّل تقاطع المستقيمين ℓ و m.



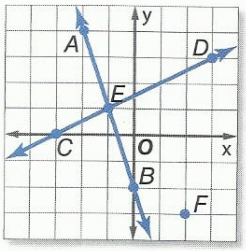
المستقيم r يمثل تقاطع المستويين A و B.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 3 رسم الأشكال الهندسية

ارسم وسمِّ شكلاً لكل علاقة مما يلي.

a. الجبر يتقاطع المستقيمان BA و DC عند النقطة E بالإحداثيات $A(-2, 4)$ و $B(0, -2)$ و $C(-3, 0)$ و $D(3, 3)$ على مستوى إحداثي. النقطة F تقع في مستوى واحد مع هذه النقاط، ولكن ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$ أو $\overleftrightarrow{CD}$.

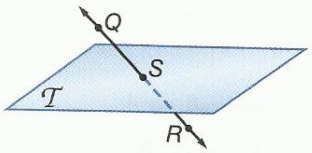


مثِّل بيانيًا كل نقطة وارسم $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$

سمِّ نقطة التقاطع بالحرف E.

يقع عدد لا نهائي من النقاط في مستوى واحد مع A و B و C و D و E ولكنها ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$. في التمثيل البياني، إحدى هذه النقاط هي النقطة $F(2, -3)$.

b. المستقيم RQ يتقاطع مع المستوى T عند النقطة S.



ارسم سطحًا لتمثيل المستوى T ثم سمِّه.

ارسم نقطة تُمثِّل النقطة S في أي مكان على المستوى وارسم نقطة ليست على المستوى T تُمثِّل النقطة Q.

ارسم مستقيمًا فيما بين النقطتين Q و S. ضع شُرَطًا على المستقيم للإشارة إلى الجزء الذي أخفاه المستوى. ثمَّ ارسم نقطة أخرى على المستقيم وسمِّها R.

نصيحة دراسية

رسومات ثلاثية الأبعاد

نظرًا لعدم إمكانية عرض مستوى كامل في شكلٍ ما، تُستخدَم أشكال محددة مع درجات مختلفة من الألوان لتمثيل المستويات.

تمرين موجّه

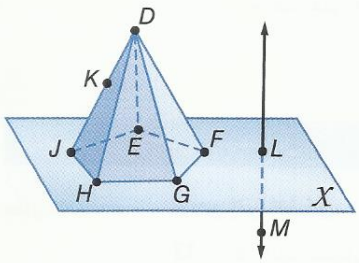
3A. النقاط $J(-4, 2)$ و $K(3, 2)$ و L تقع على استقامة واحدة.

3B. المستقيم p يقع في المستوى N ويحتوي على النقطة L.

يتم شرح **التعريفات** أو **المفاهيم المُعرَّفة** باستخدام مفاهيم غير مُعرَّفة و/أو مفاهيم مُعرَّفة أُخرى. يُعرَّف **الفراغ** بأنه مجموعة ثلاثية الأبعاد لا نهائية من جميع النقاط. ويمكن أن يحتوي الفراغ على مستقيمات ومستويات.

مثال 4 تفسير الرسومات

a. كم عدد المستويات التي تظهر في هذا الشكل؟



ستة: المستوى X والمستوى HDJ والمستوى JDE والمستوى FDE والمستوى GDF والمستوى GDH.

b. اذكر ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

النقاط J و K و D على استقامة واحدة.

c. عَيِّن نقطة تقاطع المستوى GDH مع المستوى X.

المستوى GDH يتقاطع مع المستوى X في $\overleftrightarrow{HG}$.

d. في أيِّ نقطة يتقاطع المستقيمان $\overleftrightarrow{LM}$ و $\overleftrightarrow{EF}$؟ اشرح.

لا يبدو أن هذين المستقيمين متقاطعان. $\overleftrightarrow{EF}$ تقع في المستوى X. ولكن النقطة L فقط من المستقيم $\overleftrightarrow{LM}$ تقع في المستوى X.

نصيحة دراسية

الدقة النقطة ليس لها بُعْد. والمستقيم يوجد في بُعْدٍ واحد. ومع ذلك، تكون الدائرة ثنائية الأبعاد، والشكل الهرمي ثلاثي الأبعاد.

تمرين موجّه

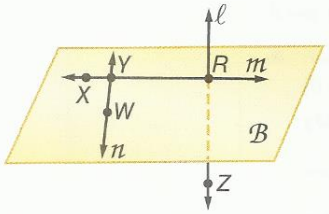
اشرح استنتاجك.

4A. هل النقاط E و D و F و G تقع في مستوى واحد؟

4B. عند أي نقطة أو في أي مستقيم تتقاطع المستويات HDJ و EDJ و FDE؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك



مثال 1 **استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.**

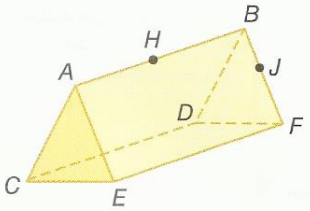
1. مستقيم يحتوي على النقطة X
2. مستقيم يحتوي على النقطة Z
3. مستوىً يحتوي على النقطتين W و R

مثال 2 **اذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يمثله كل شيء من هذه الأشياء.**

4. شعاعُ من الليزر
5. أرضية

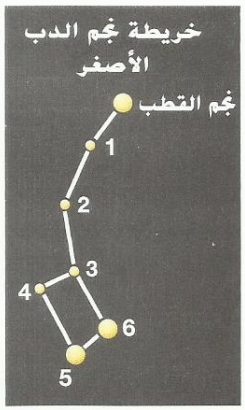
مثال 3 **ارسم وسمِّ شكلاً لكل علاقة مما يلي.**

6. مستقيم في مستوى إحداثي يحتوي على $A(0, -5)$ و $B(3, 1)$ ونقطة C ليست على استقامة واحدة مع $\overleftrightarrow{AB}$.
7. المستوى Z يحتوي على المستقيمات x و y و w. المستقيمان x و y يتقاطعان عند النقطة V والمستقيمان x و w يتقاطعان عند النقطة P.



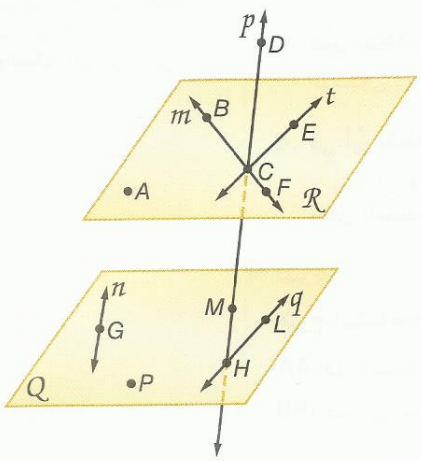
مثال 4 **ارجع إلى الشكل.**

8. كم عدد المستويات الموضَّحة في الشكل؟
9. اذكر ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
10. هل النقاط A و H و J و D تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
11. هل النقاط B و D و F تقع في مستوى واحد؟ اشرح.



12. **علم الفلك** الدب الأصغر أو الركوة الصغرى هي كوكبة تتكون من سبعة نجوم في السماء الشمالية، وتشتمل على النجم القطبي (بولاريس).
   a. ما الأشكال الهندسية التي تمثلها النجوم؟
   b. هل كلٌّ من النجم 1 والنجم 2 والنجم 3 على استقامة واحدة على خريطة الكوكبة؟ اشرح.
   c. هل النجم القطبي والنجم 2 والنجم 6 تقع في مستوى واحد على الخريطة؟

التمرين وحل المسائل



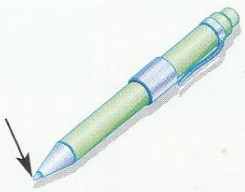
مثال 1 **ارجع إلى الشكل.**

13. اذكر المستقيمات التي تقع في المستوى Q فقط.
14. كم عدد المستويات المُسمَّاة في الشكل؟
15. اذكر المستوى الذي يحتوي على المستقيمين m و t.
16. عَيِّن نقطة تقاطع المستقيمين m و t.
17. عيِّن نقطة لا تقع في مستوى واحد مع النقاط A و B و C.
18. هل النقاط F و M و G و P تقع في مستوى واحد؟ اشرح.
19. عيّن النقاط غير المتضمَّنة في المستقيم الموضَّح.
20. اذكر اسمًا آخر للمستقيم t؟
21. هل المستقيم n يتقاطع مع المستقيم q؟ اشرح.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 2 **اذكر المفهوم أو (المفاهيم) الهندسيةالذي يُمثِّله كل شيء من الأشياء التالية.**

22.



23.

24.

25.

26. بطانية

27. عقدة في حبل

28. عمود الهاتف

29. حافة مكتب

30. جداران متصلان

31. ملف مفتوح جزئيًا

مثال 3 **ارسم شكلاً وسمِّه لكل علاقة.**

32. المستقيم m يتقاطع مع المستوى R في نقطة واحدة.

33. مستويان لا يتقاطعان.

34. النقطتان X و Y تقعان على $\overleftrightarrow{CD}$.

35. تتقاطع المستقيمات الثلاثة عند النقطة J ولكنها لا تقع جميعًا في المستوى نفسه.

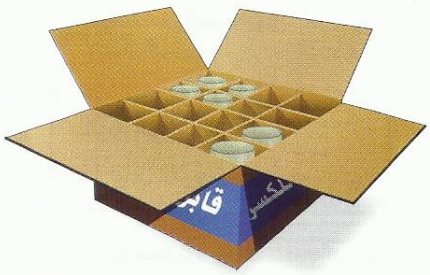
36. النقاط $A(2, 3)$ و $B(2, -3)$ و C و D تقع على استقامة واحدة، ولكن النقاط A و B و C و D و F ليست كذلك.

37. المستقيمان $\overleftrightarrow{LM}$ و $\overleftrightarrow{NP}$ يقعان في مستوى واحد ولكنهما لا يتقاطعان.

38. *المستقيمان* $\overleftrightarrow{FG}$ و $\overleftrightarrow{JK}$ يتقاطعان في النقطة $P(4, 3)$، حيث النقطة F عند $(-2, 5)$ والنقطة J عند $(7, 9)$.

39. المستقيمان s و t يتقاطعان، والمستقيم v لا يتقاطع مع أيٍ منهما.

مثال 4 **التمثيل** **عند تعبئة أشياء قابلة للكسر مثل الزجاج، كثيرًا ما يستخدم عُمَّال النقل صناديق بداخلها حواجز مثل الصندوق الموضح.**

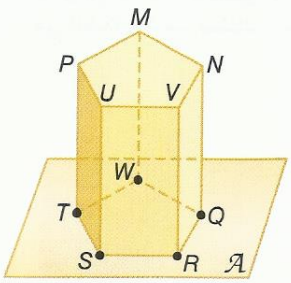


40. كم عدد المستويات الممثلة في الصورة؟

41. ما أجزاء الصندوق التي تمثل المستقيمات؟

42. ما أجزاء الصندوق التي تمثل النقاط؟

راجع الشكل الموجود على اليسار.



43. اذكر نقطتين على استقامة واحدة.

44. كم عدد المستويات التي تظهر في الشكل؟

45. هل المستوى A والمستوى PNM يتقاطعان؟ اشرح.

46. في أي مستقيم يتقاطع المستويان A و VRQ؟

47. هل النقاط T و S و R و Q و V تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

48. هل النقاط T و S و R و Q و W تقع في مستوى واحد؟ اشرح.

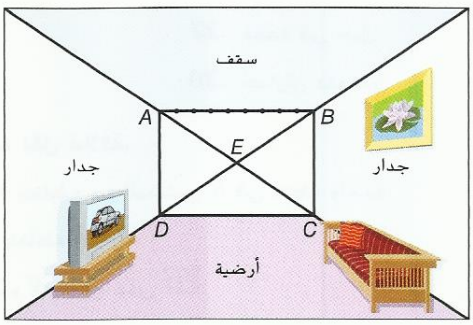
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

49. المستويات المحدودة *المستوى المحدود* هو مستوى له حدود، أو لا يمتد إلى ما لا نهاية. وتُعَد لافتات الشارع الموضَّحة مستوياتٍ محدودة.

a. إذا كان العمود يُمثِّل مستقيمًا، فاذكر اسم المفهوم الهندسي الذي يصف التقاطع بين اللافتات والعمود.

b. ما المفهوم الهندسي (أو المفاهيم) الذي يصف التقاطع بين المستويين المحدودين؟ اشرح إجابتك باستخدام رسمٍ تخطيطي إذا لزم الأمر.

50. منظور النقطة الواحدة تَستخدِم رسومات منظور النقطة الواحدة المستقيمات لنقل العمق. ويمكن تمديد المستقيمات التي تمثل المستقيمات الأفقية في الشيء الحقيقي لتلتقي في نقطة واحدة تُسمّى نقطة *التلاشي*. افترض أنك تريد رسم سقفٍ مُبلَّط في الغرفة أدناه بتسع بلاطات متقاطعة.

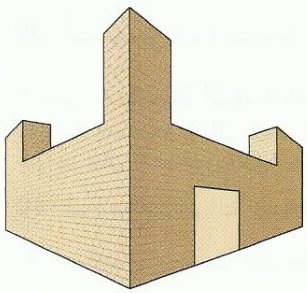


a. ما النقطة التي تمثل نقطة التلاشي في الرسم؟

b. استشِفّ الشكل. ثمَّ ارسم مستقيمات من نقطة التلاشي تمر عبر كل نقطة من النقاط الثماني بين A و B. قم بمدّ هذه المستقيمات إلى الحافة العلوية من الرسم.

c. كيف يمكنك تغيير الرسم لجعل جدار الغرفة الخلفي يبدو بعيدًا؟

51. منظور النقطتين تَستخدِم رسومات منظور النقطتين نقطتي تلاشٍ لنقل العمق.



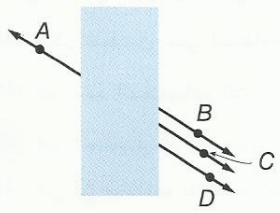
a. استشِفّ رسمة القلعة الموضَّحة. ثمَّ ارسم خمسة من المستقيمات الرأسية المُستخدَمة لإنشاء الرسم.

b. قم برسم ومد المستقيمات الأفقية لتحديد نقاط التلاشي ثمَّ سمِّها.

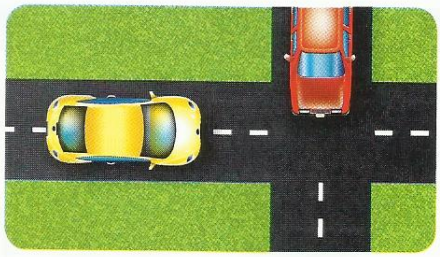
c. ما الذي تلاحظه عن المستقيمات الرأسية عندما تقترب من نقطة التلاشي؟

d. ارسم منظورًا من نقطتين لمنزلٍ أو غرفةٍ في منزل.

52. الفرضيات سمِّ نقطتين على نفس المستقيم في الشكل. كيف يمكنك دعم إثباتك؟



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



53. **النقل** عندما تدخل سيارتان في تقاطع في الوقت نفسه على مسارين متضادين، يجب على إحدى السيارتين ضبط سرعتها أو اتجاهها لتجنب الاصطدام. من ناحيةٍ ثانية، يمكن لطائرتين المرور عبر المسارات وفي الوقت نفسه تسير في اتجاهات مختلفة بدون اصطدام. اشرح كيف يمكن هذا.

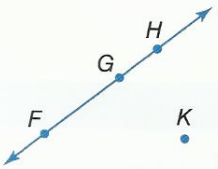
54. **التمثيلات المتعددة** هناك طريقة أخرى لوصف مجموعة من النقاط تُسمّى المحل الهندسي. إن **المحل الهندسي** هو مجموعة من النقاط تُحقق شرطًا معينًا. في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المعادلة.

a. **جدوليًا** مثِّل المحل الهندسي للنقاط التي تحقق $y = x + 2$ باستخدام جدول لا يقل عن خمس قيم.

b. **بيانيًا** مثِّل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني.

c. **لفظيًا** وضِّح الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط.

55 **الاحتمالات** يتم اختيار ثلاث نقاط من النقاط المُسمَّاة عشوائيًا.



a. ما احتمال وقوع النقاط المُختارة على استقامة واحدة؟

b. ما احتمال وقوع النقاط المُختارة في مستوى واحد؟

56. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة.

a. **جدوليًا** مثِّل المحل الهندسي للنقاط التي تُحقق المتباينة $y < -3x - 1$ باستخدام جدولٍ لا يقل عن عشر قيم.

b. **بيانيًا** مثِّل نفس هذا المحل الهندسي للنقاط باستخدام تمثيل بياني.

c. **لفظيًا** صِفْ الشكل الهندسي الذي تشير إليه النقاط.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العُليا

57. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم رسمًا تخطيطيًا لثلاثة مستويات تتقاطع في مستقيم.

58. **تحليل الخطأ** تحاول ياسمين ووفاء تحديد أكبر عددٍ من المستقيمات يمكن رسمها باستخدام أي نقطتين من أربع نقاط عشوائية. هل كلتاهما على صواب؟ اشرح.

ياسمين

بما أن هناك أربع نقاط، إذًا يُمكِن رسم **4** مستقيمات · أو **3** أو **2** أو **1** بين النقاط.

وفاء

يُمكِنك رسم **3** مستقيمات · أو **2** أو **1** أو **6** بين النقاط.

59. **الفرضيات** ما أكبر عددٍ من المستويات يُمكِن تحديده باستخدام أي ثلاثٍ من النقاط A و B و C و D إذا لم توجد ثلاث نقاط على استقامة واحدة؟

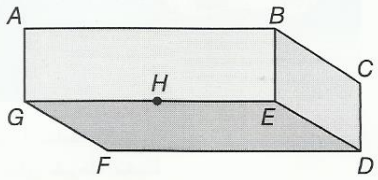
60. **التبرير** هل يمكن لأي نقطتين على سطح منشور ألا تقعا على استقامة واحدة أو مستوى واحد؟ علِّل إجابتك.

61. **الكتابة في الرياضيات** راجع التمرين 49. أعطِ مثالاً من الحياة اليومية لمستوى محدود. هل يمكن الحصول على شيء من الحياة اليومية يُمثِّل مستوى غير محدود؟ اشرح استنتاجك.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

تمرين على الاختبار المعياري

62. أي عبارة من العبارات التالية حوْل الشكل أدناه ليست صحيحة؟



A النقطة H تقع في المستويين EGA و DEG.

B المستويات BAG و DFG و DEB تتقاطع في النقطة E.

C النقاط F و E و B على استقامة واحدة.

D النقاط A و H و D تقع على استقامة واحدة.

63. الجبر ما قيمة x إذا كانت $3x + 2 = 8$؟

F -2 **G** 0 **H** 2 **J** 6

64. إجابة شبكية يحتوي صندوق ثلج على 3 أنواع من المشروبات: 10 من عصير التفاح، و 15 من عصير العنب، و 15 زجاجة من المياه. فما احتمالية ألا يحتوي مشروب مُختار عشوائيًا من صندوق الثلج على عصير فواكه؟

65. SAT/ACT زادت عمليات الالتحاق بمدرسة معينة بنسبة 6% خلال هذا العام عن عمليات الالتحاق في العام الماضي. فإذا كان يلتحق بالمدرسة حاليًا 8731 طالبًا، فكم عدد الطلاب الذين التحقوا بالمدرسة في العام الماضي؟

A 1295 **C** 1350 **E** 1500

B 1300 **D** 1460

مراجعة شاملة

استخدِم طريقة الحذف لحل كل نِظام من أنظمة المعادلات.

66. $2x + y = 5$
$3x - 2y = 4$

67. $4x - 3y = 12$
$x + 2y = 14$

68. $2x - 3y = 2$
$5x + 4y = 28$

69. الصحة ينقضي حوالي 20% من الوقت الذي تستغرقه في النوم في حركة العين السريعة (REM)، والتي ترتبط بالأحلام. فإذا نام شخصٌ بالغٌ من 7 إلى 8 ساعات، فما مقدار الوقت الذي ينقضي في نوم حركة العين السريعة؟

حوّل لأبسط صورة. افترض أن جميع المقامات لا تساوي صفرًا.

70. $\frac{a^6}{a^3}$

71. $\frac{4^7}{4^5}$

72. $\frac{c^3d^4}{cd^7}$

73. $\left(\frac{4h^{-2}g}{2g^5}\right)^0$

74. $\frac{5q^{-2}t^6}{10q^2t^{-4}}$

75. $b^3(m^{-3})(b^{-6})$

أوجد حل كل جُمْلة من الجُمل المفتوحة.

76. $|y - 2| > 7$

77. $|z + 5| < 3$

78. $|2b + 7| \leq -6$

79. $|3 - 2y| \geq 8$

80. $|9 - 4m| < -1$

81. $|5c - 2| \leq 13$

مراجعة المهارات

استبدِل كل ● مما يلي بالرمز > أو < أو = لتكوين عبارة صحيحة.

82. $\frac{1}{4}$ cm ● $\frac{1}{2}$ cm

83. $\frac{3}{4}$ cm ● $\frac{5}{8}$ cm

84. $\frac{3}{8}$ cm ● $\frac{6}{16}$ cm

85. 18 mm ● 2 cm

86. 32 mm ● 3.2 cm

87. 0.8 m ● 8 cm

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

10-1 مختبر الهندسة
وصف ما تراه

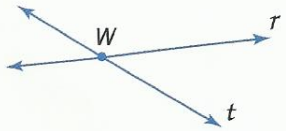
عندما تتعلم المفاهيم الهندسية، من المهم استخدام رسوماتٍ دقيقة لتمثيل المعلومات. ومن المفيد معرفة الكلمات والعبارات التي يمكن استخدامها لوصف الأشكال. من المهم كذلك معرفة كيفية قراءة وصف هندسي والقدرة على رسم الشكل الذي يصفه.

تساعدك الأشكال والأوصاف أدناه على تصور النقاط والمستقيمات والمستويات والكتابة عنها.

النقطة Q على المستقيم ℓ.

المستقيم ℓ يحتوي على النقطة Q.

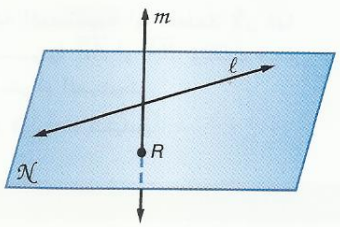
المستقيم ℓ يمر عبر النقطة Q.



المستقيمان r و t يتقاطعان عند النقطة W.

النقطة W هي نقطة تقاطع r و t.

النقطة W تقع على المستقيم r. والنقطة W تقع على المستقيم t.



المستقيم ℓ والنقطة R يقعان في المستوى N.

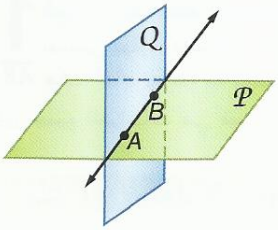
النقطة R تقع في المستوى N.

المستوى N يحتوي على النقطة R والمستقيم ℓ.

المستقيم m يقطع المستوى N عند النقطة R.

النقطة R هي نقطة تقاطع المستقيم m مع المستوى N.

المستقيمان ℓ و m لا يتقاطعان.



$\overleftrightarrow{AB}$ تقع في P و Q.

النقطتان A و B تقعان في كلٍ من P و Q.

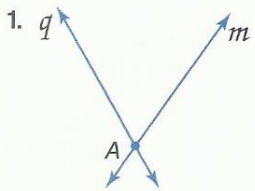
المستويان P و Q كلاهما يحتويان $\overleftrightarrow{AB}$.

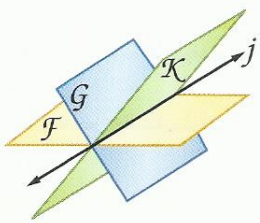
المستويان P و Q يتقاطعان في $\overleftrightarrow{AB}$.

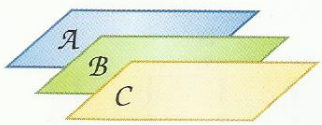
$\overleftrightarrow{AB}$ هي نقطة تقاطع P و Q.

تمارين

اكتب وصفًا لكل شكل مما يلي.

1. 

2. 

3. 

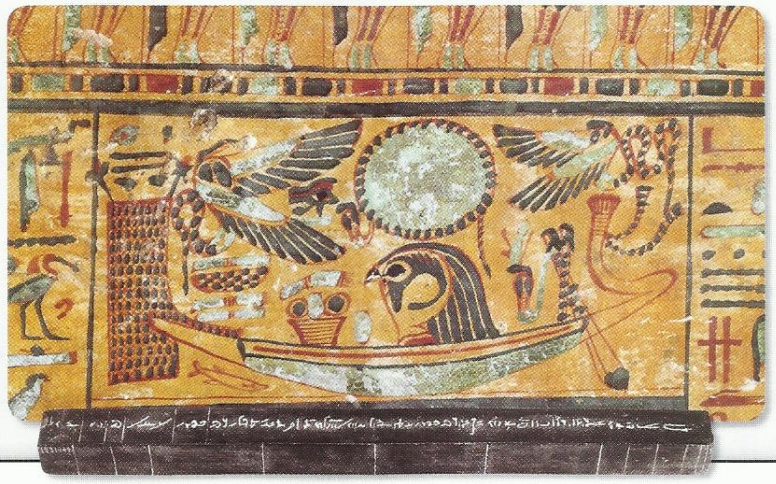
4. ارسم شكلاً وسمِّه للعبارة:- المستويان N و P يحتويان على المستقيم a.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الدرس 10-2

القياس الخطي

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
• تعرفتَ على النقاط والمستقيمات والمستويات ومثّلتها.	1 قياس القطع المستقيمة. 2 الحساب باستخدام القياسات.	• عندما وجد المصريون القدماء أن هناك حاجة لنظام قياس، فإنهم استخدموا الجسم البشري كدليل. فكانت وحدة قياس الذراع تمثل طول الذراع من المرفق إلى أطراف الأصابع. وفي النهاية وحّد المصريون طول الذراع بعشرة *أذرع ملكية*، أي ما يعادل قصبة *واحدة*.



1 قياس القطعة المستقيمة

بخلاف المستقيم، يمكن قياس **القطعة المستقيمة** أو *القطعة* لأن لها نقطتي نهاية. فالقطعة المستقيمة ذات نقطتي النهاية A و B يمكن تسميتها $\overline{AB}$ أو $\overline{BA}$. ويُكتَب *قياس* $\overline{AB}$ هكذا AB. ودائمًا ما يتضمن طول قياس القطعة وحدة قياس، مثل المتر أو السنتيمتر.

إن جميع القياسات هي قيم تقريبية تعتمد على أصغر وحدة قياس متوفرة في أداة القياس.

المفردات الجديدة

قطعة مستقيمة
line segment
بينية النقاط
betweenness of points
بين between
قطع مستقيمة متطابقة
congruent segments
إنشاء construction

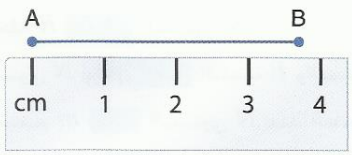
ممارسات في الرياضيات

مراعاة الدقة.

مثال 1 الطول في الوحدات المترية

أوجد طول $\overline{AB}$ باستخدام كل مسطرة.

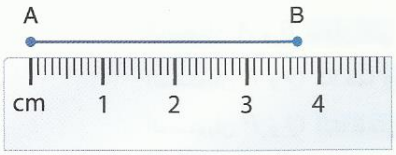
a.



المسطرة مدرّجة بالسنتيمترات.
والنقطة B أقرب إلى علامة 4 سنتيمترات من 3 سنتيمترات.

وبالتالي، *يبلغ طول* $\overline{AB}$ حوالي 4 سنتيمترات.

b.



العلامات الطويلة هي السنتيمترات، والعلامات الأقصر هي الميليمترات.
توجد 10 ميليمترات في كل سنتيمتر.

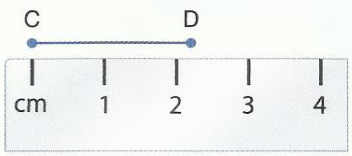
بالتالي، *يبلغ طول* $\overline{AB}$ حوالي 3.7 سنتيمترات.

تمرين موجّه

1A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالسنتيمترات.

1B. قس طول قلم رصاص بالملليمترات.

1C. أوجد طول $\overline{CD}$.

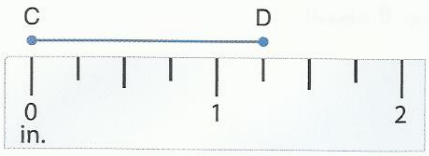


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 الطول في الوحدات القياسية

أوجد طول $\overline{CD}$ باستخدام كل مسطرة.

a.

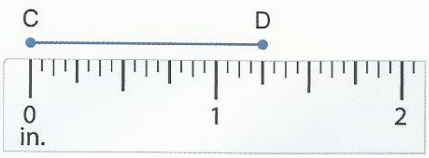


ينقسم كل سنتيمتر إلى أرباع.

النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{1}{4}$ سنتيمتر.

يبلغ طول $\overline{CD}$ حوالي $1\frac{1}{4}$ سنتيمترات.

b.



ينقسم كل سنتيمتر إلى أجزاء من ستة عشر.

النقطة D أقرب إلى العلامة $1\frac{4}{16}$ سنتيمتر.

يبلغ طول $\overline{CD}$ حوالي $1\frac{4}{16}$ أو $1\frac{1}{4}$ سنتيمترات.

تمرين موجّه

2A. قس طول ورقة نقدية فئة 5 دراهم بالسنتيمترات.

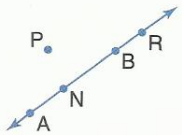
2B. قس طول قلم رصاص بالسنتيمترات.

نصيحة دراسية

استخدام المسطرة قد لا تكون نقطة الصفر محدّدة بوضوح على المسطرة. وبالنسبة لبعض المساطر، يقع الصفر في الحافة اليسرى من المسطرة. وفي البعض الآخر، قد يكون خطًا رفيعًا إضافيًا على المقياس. وإذا لم يكن مكان الصفر واضحًا، فضع إحدى النقاط الطرفية بمحاذاة الرقم 1 واطرح 1 من القياس عند النقطة الطرفية.

2 حساب القياسات

تذكّر أنه بالنسبة لأي عددين حقيقيين a و b، يوجد عدد حقيقي n يقع بين a و b مثل أن $a < n < b$.



وتنطبق هذه العلاقة أيضًا على النقاط الواقعة على المستقيم وتُسمى **بينية النقاط**. في هذا الشكل، النقطة N تقع بين النقطتين A و B، ولكن النقطتين R و P ليستا كذلك.

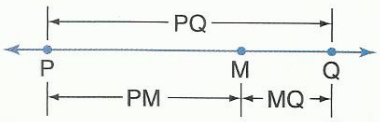
إن القياسات هي أعداد حقيقة، ومن ثمّ يمكن استخدام جميع العمليات الحسابية معها. وأنتَ تعلم أن الشيء الكامل عادةً ما يساوي مجموع أجزائه. وهذا ينطبق أيضًا على القطع المستقيمة في الهندسة.

المفهوم الأساسي بينية النقاط

الشرح

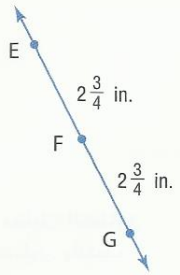
تقع النقطة M **بين** النقطتين P و Q إذا وفقط إذا كانت P و Q و M على استقامة واحدة و $PM + MQ = PQ$.

استخدام النماذج



مثال 3 أوجد القياسات عن طريق الجمع

أوجد EG. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.



EG هي قياس $\overline{EG}$. والنقطة F تقع بين E و G.

أوجد EG من خلال جمع EF و FG.

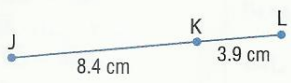
$EF + FG = EG$ بينية النقاط

$2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} = EG$ تعويض

$5\frac{1}{2}$ cm $= EG$ جمع.

تمرين موجّه

3. أوجد JL. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس.



نصيحة دراسية

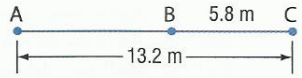
مقارنة القياسات

نظرًا لأن القياسات هي أعداد حقيقية، فبإمكانك مقارنتها. فإذا كانت النقاط X و Y و Z تقع على استقامة واحدة بهذا الترتيب، إذًا فواحدة من العبارات التالية صحيحة: $XY = YZ$ أو $XY > YZ$ أو $XY < YZ$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 أوجد القياسات عن طريق الطرح

أوجد AB. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

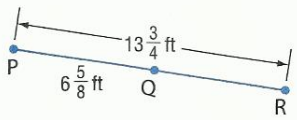


النقطة B تقع بين A و C.

$AB + BC = AC$	بينية النقاط
$AB + 5.8 = 13.2$	تعويض
$AB + 5.8 - 5.8 = 13.2 - 5.8$	اطرح 5.8 من كل طرف.
$AB = 7.4$ m	بسّط.

تمرين موجّه

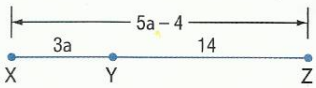
4. أوجد QR. افترض أن الشكل ليس مرسومًا حسب مقياس.



مثال 5 اكتب وأوجد حل المعادلات لإيجاد القياسات

الجبر أوجد قيمة a و XY إذا كانت Y تقع بين X و Z، و $XY = 3a$، و $XZ = 5a - 4$، و $YZ = 14$.

ارسم شكلاً لتمثيل هذه المعلومات.



$XZ = XY + YZ$	بينية النقاط
$5a - 4 = 3a + 14$	تعويض
$5a - 4 - 3a = 3a + 14 - 3a$	اطرح $3a$ من كل طرف.
$2a - 4 = 14$	بسّط.
$2a - 4 + 4 = 14 + 4$	اجمع 4 على كل طرف.
$2a = 18$	بسّط.
$\frac{2a}{2} = \frac{18}{2}$	اقسم كل طرف على 2.
$a = 9$	بسّط.

الآن أوجد XY.

$XY = 3a$	المعطيات
$= 3(9)$ أو 27	$a = 9$

تمرين موجّه

5. أوجد x و BC إذا كانت B تقع بين A و C، و $AC = 4x - 12$، و $AB = x$، و $BC = 2x + 3$.

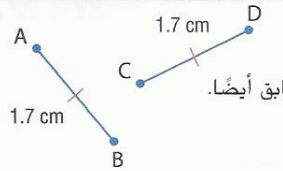
تُسمَّى القطع المستقيمة التي لها نفس القياس **قطع مستقيمة متطابقة**.

المفهوم الأساسي القطع المستقيمة المتطابقة

الشرح القطع المستقيمة المتطابقة لها نفس القياس.

الرموز $\cong$ تُقرأ *متطابق مع*. وتُشير الشُرَط الحمراء على الشكل إلى التطابق أيضًا.

مثال $\overline{AB} \cong \overline{CD}$



انتبه!

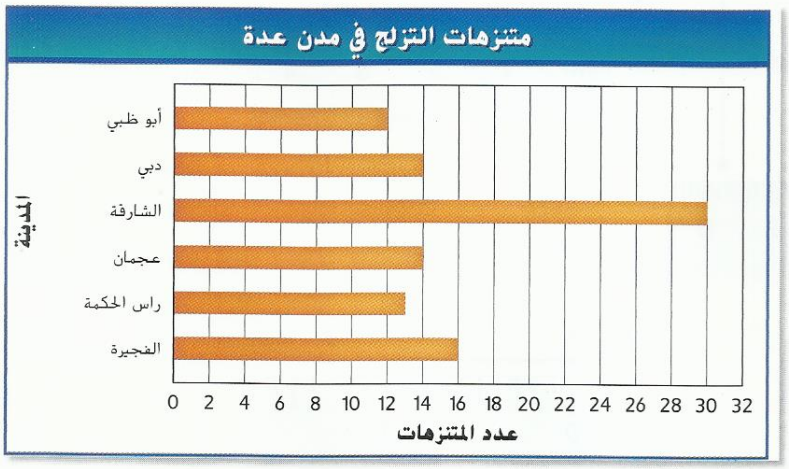
التساوي مقابل التطابق

الأطوال تتساوى والقطع المستقيمة تتطابق. ويصح القول إن $AB = CD$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. ولكن، لا يصح القول إن $\overline{AB} = \overline{CD}$ أو إن $AB \cong CD$.

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

مثال 6 من الحياة اليومية القطع المستقيمة المتطابقة

متنزهات التزلج في التمثيل البياني التالي، افترض أن قطعة مستقيمة كانت مرسومة على طول الجزء العلوي من كل عمود. فأي المدن سيكون بها قطع مستقيمة متطابقة؟ اشرح.

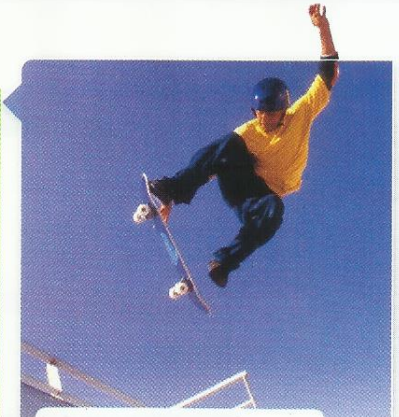


ستكون القطع المستقيمة الموجودة على الأعمدة الخاصة بمدينة دبي وعجمان متطابقة لأن كلتيهما تمثلان العدد نفسه من متنزهات التزلج.

تمرين موجّه

6A. لنفترض أن مدينة أبو ظبي أضافت متنزه تزلج آخر. فهل ستكون القطعة المستقيمة المرسومة بطول العمود الممثل لمدينة أبو ظبي متطابقة مع أي قطعة أخرى؟

6B. عيّن القطع المستقيمة المتطابقة في اللافتة الموضحة.



الربط بالحياة اليومية

عُرف أول لوح تزلج تجاري في عام 1959. وفي الوقت الحاضر، يوجد أكثر من 500 متنزه تزلج في الولايات المتحدة.

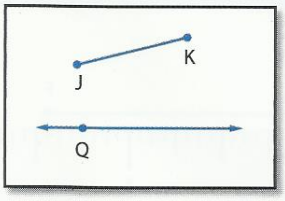
المصدر: *الموسوعة البريطانية*

تُرسَم الأشكال الهندسية باستخدام أدوات قياس مثل المسطرة والمنقلة. وتعد **الإنشاءات** طرقًا لرسم هذه الأشكال بدون مساعدة أدوات القياس. فبوجهٍ عام، لا يُستخدَم سوى قلم رصاص ومسطرة تقويم وفرجار في الإنشاءات. وتُرسَم *الرسومات التخطيطية* بدون استخدام أيٍ من هذه الأدوات.

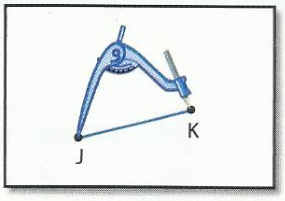
ويمكنك إنشاء قطعة مستقيمة متطابقة مع قطعة مستقيمة معينة.

الإنشاء نسخ قطعة مستقيمة

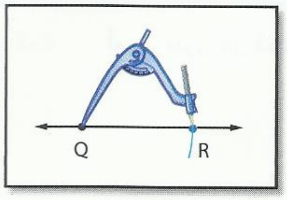
الخطوة 1 ارسم القطعة $\overline{JK}$. في موضعٍ آخر على الورقة، ارسم مستقيمًا ونقطة على هذا المستقيم. سمِّ النقطة Q.



الخطوة 2 ضع الفرجار عند النقطة J واضبط وضعية الفرجار بحيث يكون القلم الرصاص عند النقطة K.



الخطوة 3 باستخدام تلك الوضعية، ضع سن الفرجار عند Q وارسم قوسًا يقطع المستقيم. ثمَّ سمِّ نقطة التقاطع R. $\overline{JK} \cong \overline{QR}$

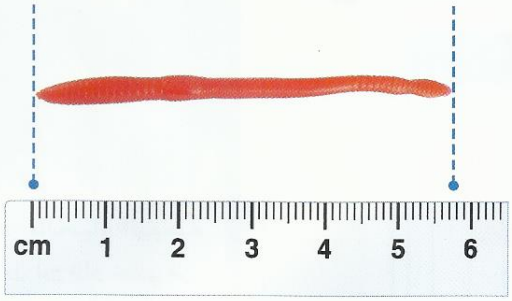


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

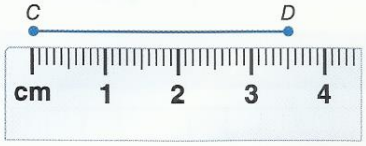
التحقق من فهمك

مثال 1 أوجد طول كل قطعة مستقيمة أو كائن.

1.

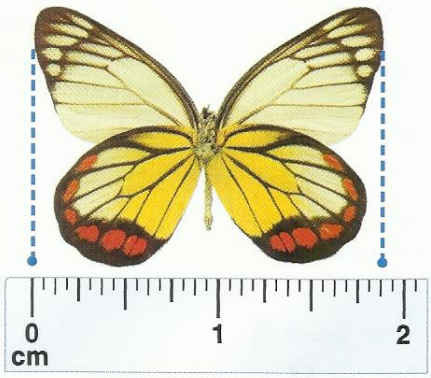


2.

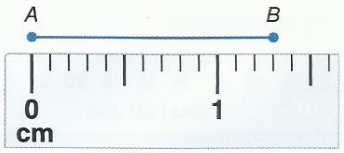


مثال 2

3.

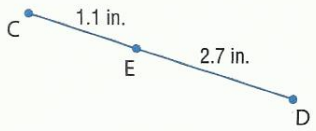


4.

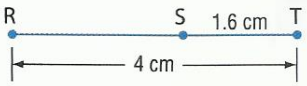


الأمثلة 3-4 أوجد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

5. $\overline{CD}$



6. $\overline{RS}$



مثال 5 **الجبر** أوجد قيمة x و BC إذا كانت B تقع بين C و D.

7. $CB = 2x,\ BD = 4x$ و $BD = 12$

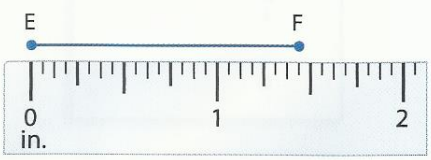
8. $CB = 4x - 9,\ BD = 3x + 5$ و $CD = 17$

مثال 6 9. **البنية** اعتُمِد علم ولاية إنديانا في عام 1917. وقياسات القطع المستقيمة بين النجوم والشعلة موضّحة على الرسم التخطيطي بالسنتيمترات. اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.

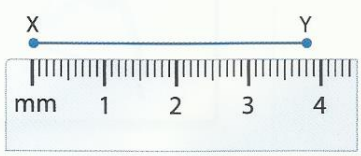
التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-2 أوجد طول كل قطعة مستقيمة.

10.

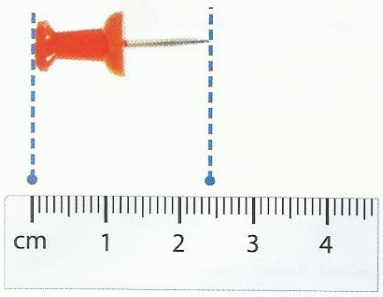


11.

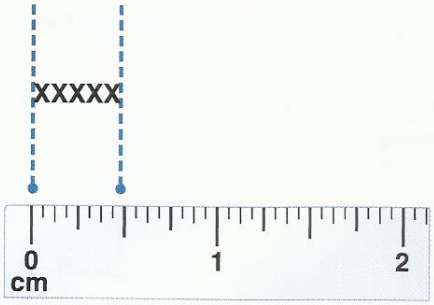


McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح الطبع والتأليف © محفوظة لصالح حقوق

12.

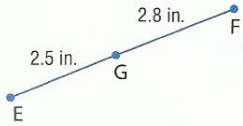


13.



الأمثلة 3-4 أوجد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا حسب المقياس.

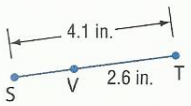
14. $\overline{EF}$



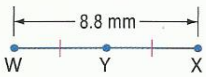
15. $\overline{JL}$

16. $\overline{PR}$

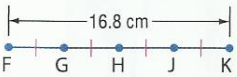
17. $\overline{SV}$

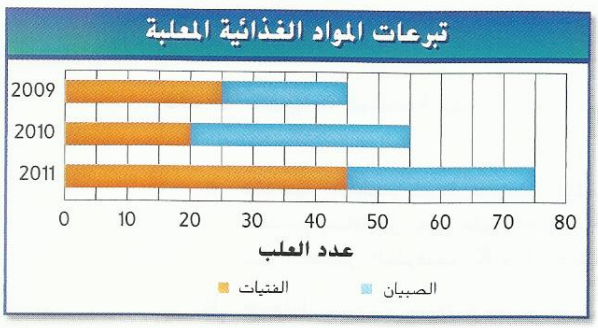


18. $\overline{WY}$



19. $\overline{FG}$





20. **التبرير المنطقي** يوضّح تمثيل الأعمدة البيانية المجتمّع عددًا من المواد الغذائية المُعلبة التي تبرع بها الفتيات والفتيان في الصف الدراسي خلال ثلاثة أعوام. استخدم مفهوم بينية النقاط لإيجاد عدد العلب التي تبرع بها الفتيان في كل عام. اشرح طريقتك.

مثال 5 **الجبر** أوجد قيمة المتغير و YZ إذا كانت Y تقع بين X و Z.

21. $XY = 11,\ YZ = 4c,\ XZ = 83$

22. $XY = 6b,\ YZ = 8b,\ XZ = 175$

23. $XY = 7a,\ YZ = 5a,\ XZ = 6a + 24$

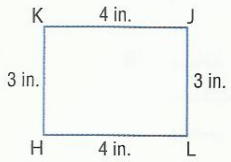
24. $XY = 11d,\ YZ = 9d - 2,\ XZ = 5d + 28$

25. $XY = 4n + 3,\ YZ = 2n - 7,\ XZ = 22$

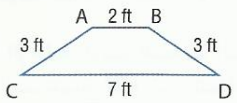
26. $XY = 3a - 4,\ YZ = 6a + 2,\ XZ = 5a + 22$

مثال 6 **حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.**

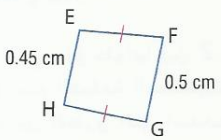
27. $\overline{KJ}, \overline{HL}$



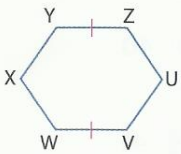
28. $\overline{AC}, \overline{BD}$



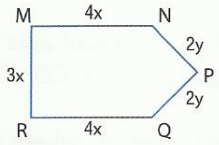
29. $\overline{EH}, \overline{FG}$



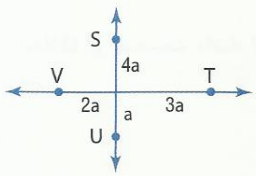
30. $\overline{VW}, \overline{UZ}$



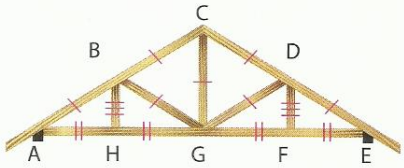
31. $\overline{MN}, \overline{RQ}$



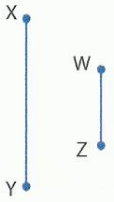
32. $\overline{SU}, \overline{VT}$



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة



33. الجمالونات إن الجمالون هو هيكل يُستخدَم لدعم حِمْل على امتداد ما، مثل جسر أو سطح منزل.
اذكر جميع القطع المستقيمة المتطابقة في الشكل.



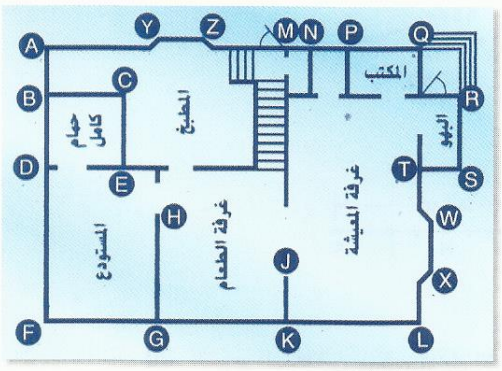
34. الإنشاء لكل تعبير:

- أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام القياس المُعطَى.
- اشرح العملية التي استخدمتها لإنشاء القطعة المستقيمة.
- تحقق من أن قياس القطعة المستقيمة التي أنشأتها هو القياس المُعطَى.

a. $2(XY)$

b. $6(WZ) - XY$

35. المخططات استخدم مسطرة لتحديد ما لا يقل عن خمسة أزواجٍ من القطع المستقيمة المتطابقة بنقاط طرفية مسماة في المخطط الموجود على اليسار.



36. التمثيلات المتعددة تضمن بينية النقاط أن القطعة المستقيمة يمكن تقسيمها إلى عدد لا نهائي من القطع المستقيمة.

a. **هندسيًا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة بطول 3 سنتيمترات. سمِّ النقطتين الطرفيتين A و D. ارسم نقطتين إضافيتين على طول القطعة المستقيمة وسمِّهما B و C. ارسم قطعة مستقيمة ثانية بطول 6 سنتيمترات. سمِّ النقطتين الطرفيتين K و P. أضف أربع نقاط إضافية بطول المستقيم وسمِّها L و M و N و O.

b. **جدوليًا** استخدم مسطرة لقياس طول القطعة المستقيمة بين كل نقطة من النقاط التي رسمتها. نظِّم أطوال القطع المستقيمة في $\overline{AD}$ و $\overline{KP}$ في جدول. وأدرج عمودًا في الجدول لتسجيل مجموع هذه القياسات.

c. **جبريًا** أعطِ معادلةً يمكن استخدامها لإيجاد أطوال $\overline{AD}$ و $\overline{KP}$. ثم قارن الأطوال التي حددتها معادلتك بالأطوال الفعلية.

مسائل مهارات التفكير العليا

37. الكتابة في الرياضيات إذا كانت النقطة B تقع بين النقطتين A و C، فاشرح كيف يمكنك إيجاد AC إذا كنت تعرف AB و BC. واشرح كيف يمكنك إيجاد BC إذا كنت تعلم AB و AC.

38. مسألة غير محددة الإجابة ارسم القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ التي يبلغ طولها بين 2 و 3 سنتيمترات. ثم ارسم رسمًا تخطيطيًا للقطعة المستقيمة $\overline{CD}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$، وارسم القطعة المستقيمة $\overline{EF}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$. وأنشئ القطعة المستقيمة $\overline{GH}$ التي تتطابق مع $\overline{AB}$. قارن بين الطرق التي استخدمتها.

39. التحدّي النقطة K تقع بين النقطتين J و L. فإذا كانت $JK = x^2 - 4x$، و $KL = 3x - 2$، و $JL = 28$، فاكتب معادلة وحلها لإيجاد أطوال JK و KL.

40. التبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أو غير صحيحة إطلاقًا أو صحيحة دائمًا: *إذا كانت النقطة M تقع بين النقطتين C و D، فإن CD أكبر من كلٍ من CM أو MD.* اشرح.

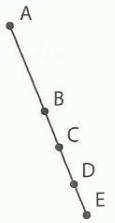
41. الكتابة في الرياضيات ما أهمية وجود معيار قياس؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

42. إجابة مختصرة قُطِع شريط طوله 36 مترًا إلى ثلاث قطع. القطعة الأولى من الشريط نصف طول القطعة الثانية منه. وطول القطعة الثالثة يزيد عن ضعف طول القطعة الثانية من الشريط بمتر واحد. فما طول أطول قطعة من الشريط؟

43. في الشكل، النقاط A و B و C و D و E تقع على استقامة واحدة. فإذا كان $AE = 38$ و $BD = 15$. و $\overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE}$. فما طول $\overline{AD}$؟



A 7.5
B 15
C 22.5
D 30 .5

44. SAT/ACT إذا كان $f(x) = 7x^2 - 4x$. فما قيمة $f(2)$؟

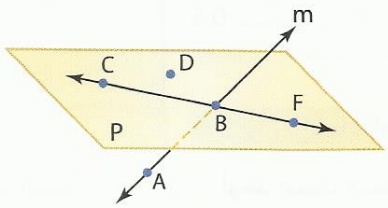
F -8
G 2
H 6
J 17
K 20

45. الجبر
حوّل لأبسط صورة $(3x^2 - 2)(2x + 4) - 2x^2 + 6x + 7$.

A $4x^2 + 14x - 1$
B $4x^2 - 14x + 15$
C $6x^3 + 12x^2 + 2x - 1$
D $6x^3 + 10x^2 + 2x - 1$

مراجعة شاملة

راجع الشكل. (الدرس 1-10)



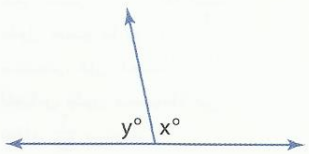
46. ما الاسمان الآخران لـ $\overleftrightarrow{AB}$؟

47. أعطِ اسمًا آخر للمستوى P.

48. عيّن نقطة تقاطع المستوى P و $\overleftrightarrow{AB}$.

49. عيّن ثلاث نقاط على استقامة واحدة.

50. عيّن نقطتين لا تقعان في مستوى واحد.



51. الهندسة الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسهما 180°. وبالنسبة للزاويتين المتكاملتين في الشكل، يزيد قياس الزاوية الأكبر عن قياس الزاوية الأصغر بمقدار 24°. اكتب وحل نظامًا من المعادلات لإيجاد هذه القياسات.

أكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم الذي يمر عبر كل نقطة بالميل المُعطَى.

52. $(2, 5), m = 3$

53. $(-3, 6), m = -7$

54. $(-1, -2), m = -\frac{1}{2}$

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -7$، و $b = 4$، و $c = -3$، و $d = 5$.

55. $b - c$

56. $|a - d|$

57. $|d - c|$

58. $\frac{b - a}{2}$

59. $(a - c)^2$

60. $\sqrt{(a - b)^2 + (c - d)^2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-2 التوسّع في الدرس
الدقة والضبط

الهدف:

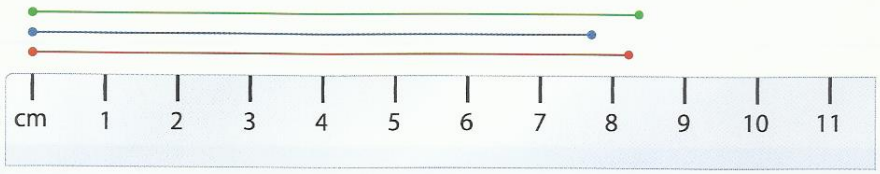
1 تحديد ضبط القياسات.

2 تحديد دقة القياسات.

وفقًا لما ذُكر في الدرس 2-10، فجميع القياسات عبارة عن تقديرات تقريبية. ويُراعى عاملان أساسيان عند تحديد جودة هذا التقدير التقريبي.

- ما مدى ضبط القياس؟
- ما مدى دقة القياس؟

1 الضبط يشير **الضبط** إلى تجمع مجموعة من القياسات. ويعتمد فقط على أصغر وحدة قياس متاحة في أداة القياس. افترض أنك أُخبرت أن قطعة مستقيمة قياسها 8 سنتيمترات. وطول كل قطعة مستقيمة، فيما يلي يساوي 8 سنتيمترات، وذلك بالتقريب إلى أقرب سنتيمتر.



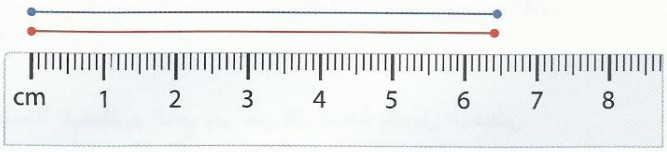
لاحظ أن الطول الدقيق لكل قطعة مستقيمة فيما سبق يتراوح ما بين 7.5 و 8.5 سنتيمترات، أو في نطاق 0.5 سنتيمتر من 8 سنتيمترات. **الخطأ المطلق** للقياس يساوي نصف وحدة القياس. وكلما صغرت وحدة القياس، زاد ضبط القياس.

مثال 1 إيجاد الخطأ المطلق

أوجد الخطأ المطلق لكل قياس. ثم اشرح معناه.

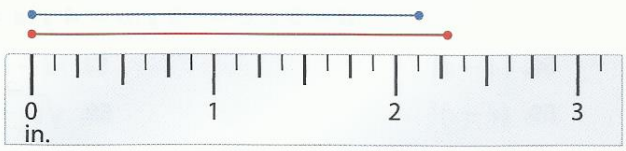
a. 6.4 سنتيمترات

يتم تقريب القياس المُعطى إلى أقرب 0.1 سنتيمتر. إذًا فإن الخطأ المطلق لهذا القياس يساوي $\frac{1}{2}(0.1)$ أو 0.05 سنتيمتر. وبالتالي، فإن القياس الدقيق قد يتراوح بين 6.35 و 6.45 سنتيمترات. ويبلغ قياس القطعتين المستقيمتين التاليتين 6.4 ± 0.05 سنتيمتر.



b. $2\frac{1}{4}$ سنتيمتر

يتم تقريب القياس المُعطى إلى أقرب $\frac{1}{4}$ سنتيمتر. إذًا فإن الخطأ المطلق لهذا القياس يساوي $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)$ أو $\frac{1}{8}$ سنتيمتر. وبالتالي، فإن القياس الدقيق قد يتراوح بين $2\frac{1}{8}$ و $2\frac{3}{8}$ سنتيمتر. ويساوي قياس القطعتين المستقيمتين التاليتين $2\frac{1}{4} \pm \frac{1}{8}$ سنتيمتر.



تمرين موجّه

1A. $1\frac{1}{2}$ سنتيمتر

1B. 4 سنتيمترات

نصيحة دراسية

الضبط يتحدد الخطأ المطلق للقياس في الوحدات التقليدية قبل اختزال الكسر. على سبيل المثال، إذا قست طول جسم ما ووجدته $1\frac{4}{16}$ سنتيمتر، فإن الخطأ المطلق للقياس يكون مضبوطًا في نطاق $\frac{1}{32}$ سنتيمتر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عادة ما يُعبَّر عن الضبط في القياس بعدد **الأرقام المحددة التي لها معنى**. أي أن قياس $\overline{AB}$ على أنه 4 سنتيمترات أقل دقة من تحديد قياس $\overline{AB}$ على أنه 4.1 سنتيمترات.

لتحديد ما إذا كانت الأرقام تُعتبر ذات معنى أم لا، اتبع القواعد التالية.

- الأرقام غير الصفرية دائمًا ما تكون ذات معنى.
- في الأعداد الكلية، تكون الأصفار ذات معنى إذا وقعت بين أرقام غير صفرية.
- في الأعداد العشرية الأكبر من أو تساوي 1، يُعتبر كل رقم ذا معنى.
- في الأعداد العشرية الأقل من 1، فإن أول رقم غير صفري وكل رقم يوجد على اليمين يُعتبر ذا معنى.

الربط بالحياة اليومية

إن الضبط في القياس في الحياة اليومية عادةً ما يكون في أحد الأسعار.

- الضبط في عملية من 3 أرقام ذات معنى قد تكلف AED 100 في الجودة التجارية.
- الضبط في عملية من 4 أرقام ذات معنى قد تكلف AED 500 في الجودة الصناعية.
- الضبط في عملية من 5 أرقام ذات معنى قد تكلف AED 2500 في الجودة العلمية.

المصدر: كلية Southwest Texas Junior College

مثال 2 أرقام ذات معنى

حدد عدد الأرقام ذات المعنى في كل قياس.

a. 430.008 مترًا

بما أن هذا عدد عشري أكبر من 1، فكل رقم له معنى. إذًا، يضم هذا القياس 6 أرقام ذات معنى.

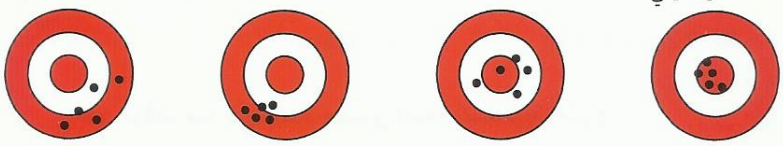
b. 0.00750 سنتيمتر

هذا عدد عشري أقل من 1. وأول رقم غير صفري هو 7، ويوجد رقمان على يمين 7 وهما 5 و 0. إذًا، هذا القياس يضم 3 أرقام ذات معنى.

تمرين موجّه

2A. 779,000 km **2B.** 50,008 m **2C.** 230.004500 m

2الدقة تشير **الدقة** إلى مدى قرب القيمة المقيسة إلى القيمة الفعلية أو المطلوبة. فكّر في نتائج التمرين المستهدف الموضحة فيما يلي.



الخطأ النسبي في القياس هو نسبة الخطأ المطلق إلى القياس المتوقع. ويُقال عن القياس ذي الخطأ النسبي الأقل إنه أكثر دقة.

مثال 3 إيجاد الخطأ النسبي

التصنيع مصنع يقيس كل جزء لإحدى المعدات حتى يبلغ طوله 23 سنتيمترًا. أوجد الخطأ النسبي لهذا القياس.

$$\text{الخطأ النسبي} = \frac{\text{الخطأ المطلق}}{\text{القياس المتوقع}} = \frac{0.5\text{ cm}}{23\text{ cm}} \approx 0.022 \text{ أو } 2.2\%$$

تمرين موجّه

أوجد الخطأ النسبي لكل قياس.

3A. 3.2 km **3B.** 1 m **3C.** 26 m

نصيحة دراسية

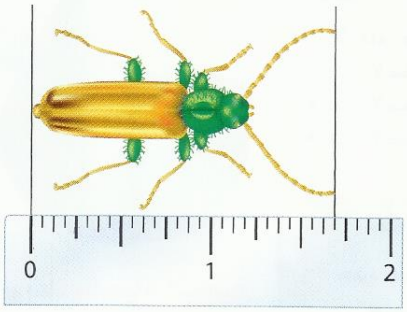
الدقة تعتمد الدقة أو الخطأ النسبي للقياس على كل من الخطأ المطلق وحجم الكائن الذي يخضع للقياس.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

أوجد الخطأ المطلق لكل قياس. ثم اشرح معناه.

1. 12 yd **2.** $50\frac{4}{16}$ cm **3.** 3.28 m **4.** 2.759 cm

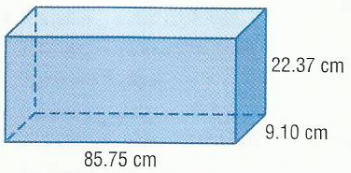


5. تحليل الخطأ في صف الأحياء، يقيس كل من أيوب وسعيد خنفساء كما هو موضح. ويقول أيوب إن الخنفساء يتراوح قياسها بين $1\frac{5}{8}$ و $1\frac{3}{4}$ سنتيمتر. ويقول سعيد إن قياسها يتراوح بين $1\frac{9}{16}$ و $1\frac{5}{8}$ سنتيمتر. هل أي من عبارتيهما بخصوص قياس الخنفساء صحيح؟ اشرح استنتاجك.

6. الأهرامات يقترح بحث أن تصميم أبعاد الهرم الأكبر في الجيزة بمصر كان 440 في 440 ذراعًا ملكيًا. وتبلغ دقة جوانب الهرم في حدود 0.05%. فما أكبر وأصغر أطوال محتملة للجوانب؟

حدد عدد الأرقام ذات المعنى في كل قياس.

7. 4.05 cm **8.** 53,000 km **9.** 0.0005 mm **10.** 750,001 m



11. الحجم عند ضرب القياسات أو قسمتها، فإن ناتج الضرب أو ناتج القسمة ينبغي ألا يحتوي إلا على عدد أرقام ذات معنى تماثل القياس المضروب أو المقسوم الذي يضم أقل عدد من الأرقام ذات المعنى. فكم عدد الأرقام ذات المعنى التي ينبغي تقريرها في حجم المنشور المستطيلي المبيَّن؟ اذكر الحجم ارتباطًا بهذا العدد من الأرقام ذات المعنى.

أوجد الخطأ النسبي لكل قياس.

12. 48 cm **13.** 2.0 km **14.** 11.14 cm **15.** 0.6 m

حدِّد القياس الأكثر ضبطًا والقياس الأكثر دقة. اشرح استنتاجك.

16. 22.4 m; 5.82 m **17.** 25 km; 8 km **18.** 9.2 cm; 42 mm **19.** $18\frac{1}{4}$ cm; 125 yd

لكل موقف مما يلي، حدد مستوى الدقة المطلوبة. اشرح.

20. تقدّر طول شخص ما. فأي وحدة قياس ينبغي لك استخدامها:
1 متر، أم 1 سنتيمتر، أم $\frac{1}{16}$ سنتيمتر؟

21. تقدّر ارتفاع جبل ما. فأي وحدة قياس ينبغي لك استخدامها:
1 متر، أم 1 سنتيمتر، أم $\frac{1}{16}$ سنتيمتر؟

22. المحيط محيط الشكل الهندسي يساوي مجموع أطوال أضلاعه. تستخدم هيام مسطرة مقسمة إلى سنتيمترات وتقيس أضلاع مستطيل لتجدها $2\frac{1}{4}$ سنتيمتر و $4\frac{3}{4}$ سنتيمتر. ما أكبر وأقل قياس ممكن لمحيطات المستطيل؟ اشرح.

23. الكتابة في الرياضيات ما مقدار الضبط الكافي؟

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

السابق	الحالي	لماذا؟
• أنشأت تمثيلا بيانيًا للنقاط على المستوى الإحداثي.	1 إيجاد المسافة بين نقطتين. 2 إيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة.	• يُحدَّد موقع مدينة ما على الخريطة بدرجات خطي العرض والطول .وفيما يتعلق بالمسافات القصيرة، فإنه يمكن استخدام نظرية فيثاغورث لتقريب المسافة بين موقعين.

المفردات الجديدة

المسافة distance
عدد غير نسبي irrational number
نقطة المنتصف midpoint
مُنصِّف قطعة مستقيمة segment bisector

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 المسافة بين نقطتين

المسافة بين نقطتين هي طول القطعة المستقيمة التي تمثل هاتان النقطتان نقطتي النهاية لها. ويمكن استخدام إحداثي النقطتين لإيجاد هذا الطول. ولأن طول $\overline{PQ}$ هو نفس طول $\overline{QP}$، فإن الترتيب الذي تعين به نقطتي النهاية ليس ضروريًا عند حساب المسافة.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (على خط الأعداد)

الشرح المسافة بين نقطتين هي القيمة المطلقة للفرق بين الإحداثيات الخاصة بهما.

الرموز إذا كانت P لها الإحداثي x_1 و Q لها الإحداثي x_2، فإن $PQ = |x_2 - x_1|$ أو $|x_1 - x_2|$.

مثال 1 إيجاد المسافة على خط الأعداد

استخدم خط الأعداد لإيجاد BE.

إحداثيا النقطتين B و E يساويان -6 و 2.

$BE = |x_2 - x_1|$ صيغة المسافة

$= |2 - (-6)|$ $x_2 = 2$ و $x_1 = -6$

$= 8$ بسّط.

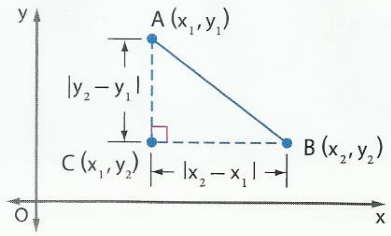
تمرين موجّه

استخدم خط الأعداد السابق لإيجاد كل قياس.

1A. AC **1B.** CF **1C.** FB

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

لإيجاد المسافة بين النقطتين A و B في المستوى الإحداثي، فإنه يمكنك إنشاء مثلث قائم الزاوية على أن يكون $\overline{AB}$ هو وتر المثلث والنقطة C هي رأسه كما هو موضح. ثم استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد AB.



$(CB)^2 + (AC)^2 = (AB)^2$ نظرية فيثاغورث

$(|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2 = (AB)^2$ $CB = |x_2 - x_1|, AC = |y_2 - y_1|$

$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (AB)^2$ يكون تربيع العدد دائمًا موجبًا.

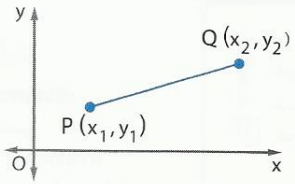
$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = AB$ خذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف.

هذا يعطينا صيغة مسافة للنقاط الموجودة في المستوى الإحداثي. ولأن هذه الصيغة تتضمن أخذ الجذر التربيعي لعدد حقيقي، فقد تكون المسافات غير نسبية. تذكر أن **العدد غير النسبي** هو عدد لا يمكن التعبير عنه في صورة كسر عشري منتهٍ أو متكرر.

المفهوم الأساسي صيغة المسافة (في المستوى الإحداثي)

إذا كانت النقطة P لها الإحداثيان (x_1, y_1) والنقطة Q لها الإحداثيان (x_2, y_2)، فإن

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



ترتيب الإحداثيين x و y في كل مجموعة أقواس ليس ضروريًا.

مثال 2 إيجاد المسافة على المستوى الإحداثي

أوجد المسافة بين $C(-4, -6)$ و $D(5, -1)$.

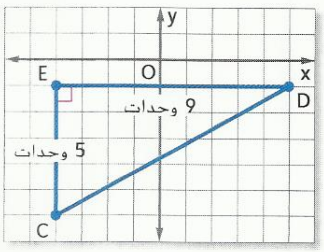
$CD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ صيغة المسافة

$= \sqrt{[5 - (-4)]^2 + [-1 - (-6)]^2}$ $(x_2, y_2) = (5, -1)$ و $(x_1, y_1) = (-4, -6)$

$= \sqrt{9^2 + 5^2}$ أو $\sqrt{106}$ اطرح.

المسافة بين C و D تساوي $\sqrt{106}$ وحدات. استخدم الحاسبة لإيجاد أن $\sqrt{106}$ وحدات تساوي تقريبًا 10.3 وحدات.

التحقق مثّل بيانيًا الأزواج المرتبة وتحقق باستخدام نظرية فيثاغورث.



$(CD)^2 \stackrel{?}{=} (EC)^2 + (ED)^2$

$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 5^2 + 9^2$

$(CD)^2 \stackrel{?}{=} 106$

$CD = \sqrt{106}$ ✓

تمرين موجّه

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

2A. $E(-5, 6)$ و $F(8, -4)$

2B. $J(4, 3)$ و $K(-3, -7)$

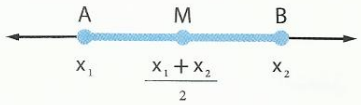
2 نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة

إن **نقطة المنتصف** للقطعة المستقيمة هي النقطة التي تقع في المنتصف بين نقطتي النهاية للقطعة المستقيمة. وإذا كانت X هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $AX = XB$ و $\overline{AX} \cong \overline{XB}$. ويمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على خط الأعداد عن طريق إيجاد *الوسط* أو المتوسط الخاص بإحداثيات نقطتي نهايتها.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (على خط الأعداد)

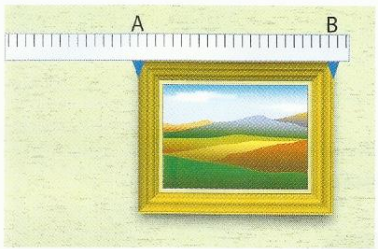
إذا كانت $\overline{AB}$ لها نقطتا نهاية عند x_1 و x_2 على خط الأعداد، فإن نقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ يكون لها الإحداثي

$$\frac{x_1 + x_2}{2}$$



مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد نقطة المنتصف على خط الأعداد

الديكور **تعلّق هناء صورة على بعد 15 سنتيمترًا من الجانب الأيسر لأحد الحوائط. فكم المسافة من حافة الحائط التي ينبغي أن تضع عندها علامة لموضع المسمار الذي سيعلّق عليه الصورة إذا كانت الحافة اليمنى تبعد بمقدار 37.5 سنتيمترًا من الجانب الأيسر للحائط؟**



تبلغ إحداثيات نقطتي النهاية لإطار الصورة من الأعلى 15 سنتيمترًا و 37.5 سنتيمترًا. لنفترض أن M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

$$M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$ صيغة نقطة المنتصف

$$= \frac{15 + 37.5}{2}$$ $x_1 = 15,\ x_2 = 37.5$

$$= \frac{52.5}{2} \text{ أو } 26.25$$ بسّط.

تقع نقطة المنتصف عند 26.25 أو $26\frac{1}{4}$ سنتيمتر من يسار حافة الحائط.

تمرين موجّه

3. درجة الحرارة انخفضت درجة الحرارة على مقياس حرارة من قراءة تبلغ 25° إلى −8°. أوجد نقطة المنتصف لدرجتي الحرارة هاتين.

نصيحة دراسية

طريقة بديلة

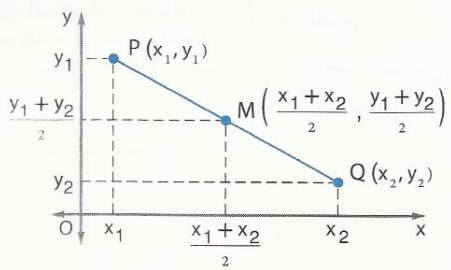
في المثال 3، من الممكن أن يكون إحداثي نقطة المنتصف قد حُدّد أيضًا أولاً عن طريق إيجاد طول القطعة المستقيمة AB. وهو يساوي 15 − 37.5 أو 22.5 سنتيمترًا. ويكون نصف هذا القياس هو المسافة من إحدى نقطتي النهاية إلى نقطة المنتصف بين A و B: $\frac{22.5}{2}$ أو 11.25. أضف هذه المسافة إلى مسافة النقطة A من يسار الحائط. إذًا، نقطة المنتصف بين A و B تساوي 15 + 11.25 أو 26.25 سنتيمترا من يسار الحائط.

يمكنك إيجاد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة على المستوى الإحداثي عن طريق إيجاد متوسط الإحداثيين x والإحداثيين y لنقطتي النهاية.

المفهوم الأساسي صيغة نقطة المنتصف (في المستوى الإحداثي)

إذا كانت $\overline{PQ}$ لها نقطتا نهاية عند $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ في المستوى الإحداثي، فسيكون لنقطة المنتصف M للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ الإحداثيان

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right).$$



عند إيجاد نقطة منتصف لقطعة مستقيمة، فإن ترتيب إحداثيات نقطتي النهاية لا يكون ضروريًا.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

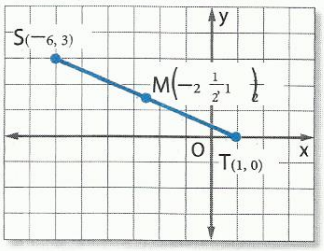
مثال 4 إيجاد نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيي M، وهي نقطة منتصف للقطعة المستقيمة $\overline{ST}$، مع مراعاة $S(-6, 3)$ و $T(1, 0)$.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$ صيغة نقطة المنتصف

$$= \left(\frac{-6 + 1}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right)$$ $(x_1, y_1) = S(-6, 3), (x_2, y_2) = T(1, 0)$

$$= \left(\frac{-5}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ أو } M\left(-2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}\right)$$ بسّط.



التحقق مثّل بيانيًا S و T و M. المسافة من S إلى M يبدو أنها نفس المسافة من M إلى T، إذًا، إجابتنا صحيحة.

تمرين موجّه

حدّد إحداثيي نقطة المنتصف في قطعة مستقيمة باستخدام الإحداثيات المعطاة.

4A. $A(5, 12), B(-4, 8)$

4B. $C(-8, -2), D(5, 1)$

يمكنك أيضًا إيجاد إحداثيي نقطة النهاية لقطعة مستقيمة إذا كنت تعرف إحداثيات نقطة نهايتها الأخرى ونقطة منتصفها.

مثال 5 إيجاد إحداثيي نقطة منتصف

أوجد إحداثيي J إذا كانت $K(-1, 2)$ هي نقطة منتصف $\overline{JL}$ و L لها الإحداثيان $(3, -5)$.

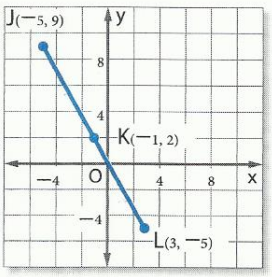
الخطوة 1 لنفترض أن J هي (x_1, y_1) و L هي (x_2, y_2) في صيغة نقطة المنتصف.

$$K\left(\frac{x_1 + 3}{2}, \frac{y_1 + (-5)}{2}\right) = K(-1, 2)$$ $(x_2, y_2) = (3, -5)$

الخطوة 2 اكتب معادلتين لإيجاد إحداثيي J.

$\frac{x_1 + 3}{2} = -1$ صيغة نقطة المنتصف	$\frac{y_1 + (-5)}{2} = 2$ صيغة نقطة المنتصف
$x_1 + 3 = -2$ اضرب كل طرف في 2.	$y_1 - 5 = 4$ اضرب كل طرف في 2.
$x_1 = -5$ اجمع 3 إلى كل طرف.	$y_1 = 9$ اطرح 5 من كل طرف.

إحداثيا J هما $(-5, 9)$.



التحقق مثّل بيانيًا J و K و L. المسافة من J إلى K يبدو أنها نفس المسافة من K إلى L، إذًا، إجابتنا صحيحة.

تمرين موجّه

أوجد إحداثيي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت P هي نقطة منتصف $\overline{EG}$.

5A. $E(-8, 6), P(-5, 10)$

5B. $P(-1, 3), G(5, 6)$

نصيحة دراسية

التحقق من مدى صحة الحل

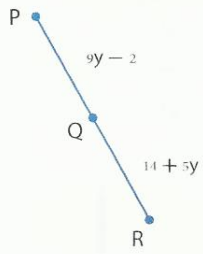
احرص دومًا على التمثيل البياني للمعلومات المعطاة والإحداثيات المحسوبة للنقطة الثالثة للتحقق من مدى صحة إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام الجبر لإيجاد القياس أو القيمة المفقودة في الشكل الذي يتضمن نقطة منتصف قطعة مستقيمة.

مثال 6 استخدام الجبر لإيجاد القياسات

الجبر **أوجد قياس $\overline{PQ}$ إذا كانت Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$.**



الفهم تعرف أن Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$.

والمطلوب إيجاد قياس $\overline{PQ}$.

التخطيط نظرًا لأن Q هي نقطة المنتصف، فأنت تعرف أن $PQ = QR$. استخدم هذه المعادلة لإيجاد قيمة y.

الحل

تعريف نقطة المنتصف

$PQ = QR$

$PQ = 9y - 2,\ QR = 14 + 5y$

$9y - 2 = 14 + 5y$

اطرح $5y$ من كل طرف.

$4y - 2 = 14$

اجمع 2 إلى كل طرف.

$4y = 16$

اقسم كل طرف على 4.

$y = 4$

الآن استبدل 4 مكان y في التعبير الخاص بـ PQ.

القياس الأصلي

$PQ = 9y - 2$

$y = 4$

$= 9(4) - 2$

بسّط.

$= 36 - 2$ أو 34

قياس $\overline{PQ}$ يساوي 34.

التحقق بما أن $PQ = QR$، فإنه عند إيجاد قيمة التعبير الخاص بـ QR عند 4، فينبغي أن يساوي أيضًا 34.

القياس الأصلي

$QR = 14 + 5y$

$y = 4$

$\stackrel{?}{=} 14 + 5(4)$

بسّط.

$= 34$ ✓

تمرين موجّه

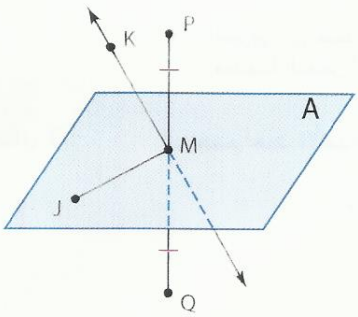
6A. أوجد قياس $\overline{YZ}$ إذا كانت Y هي نقطة منتصف $\overline{YZ}$ و $XY = 2x - 3$ و $YZ = 27 - 4x$.

6B. أوجد قيمة x إذا كانت C هي نقطة منتصف $\overline{AB}$. و $AC = 4x + 5$ و $AB = 78$

نصيحة دراسية

التبرير المنطقي والمثابرة تعد الخطة المكونةمن أربع خطوات لحل المسائل أداة لفهم طبيعة أي مسألة. وعند عمل الخطة وتنفيذها، اسأل نفسك دومًا: "هل هذه الخطة منطقية؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر المسار إذا لزم الأمر.

يطلَق على أي قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوي يتقاطع مع قطعة مستقيمة أخرى عند نقطة منتصفها اسم **مُنصِّف القطعة المستقيمة**. في الشكل على اليسار، تعد M هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$. المستوى A و $\overline{MJ}$ و $\overleftrightarrow{KM}$ والنقطة M جميعها منصِّفات $\overline{PQ}$ إننا نقول إنها مُنصِّف $\overline{PQ}$.



الإنشاء في الصفحة التالية يوضح طريقة إنشاء خط مستقيم يُنصّف قطعة مستقيمة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة محددة.

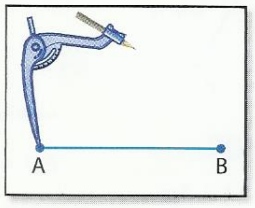
نصيحة دراسية

منصِّفات القطع المستقيمة قد يوجد عدد لا نهائي للمُنصِّفات وكل مُنصِّف يجب أن يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة.

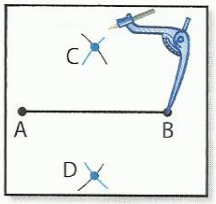
McGraw-Hill Education تصريح لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

الإنشاء تنصيف قطعة مستقيمة

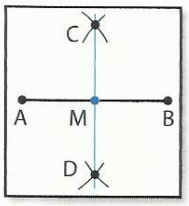
الخطوة 1 ارسم قطعة مستقيمة وسمّها $\overline{AB}$. ضع الفرجار عند النقطة A. اضبط الفرجار بحيث يكون عرضه أكبر من $\frac{1}{2}AB$.
ارسم قوسين فوق $\overline{AB}$ وتحتها.



الخطوة 2 باستخدام وضعية الفرجار ذاتها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسين فوق وتحت $\overline{AB}$ بحيث يتقاطعان مع القوسين المرسومين مسبقًا. سمّ نقطتي تقاطع الأقواس بـ C و D.

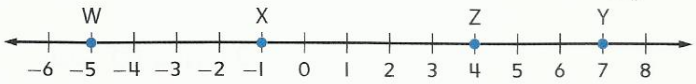


الخطوة 3 استخدم مسطرة تقويم لرسم القطعة المستقيمة $\overline{CD}$. سمّ النقطة التي تتقاطع عندها مع $\overline{AB}$ باسم M. وتكون النقطة M هي نقطة منتصف $\overline{AB}$. و $\overline{CD}$ هو مُنصّف $\overline{AB}$.



التحقق من فهمك

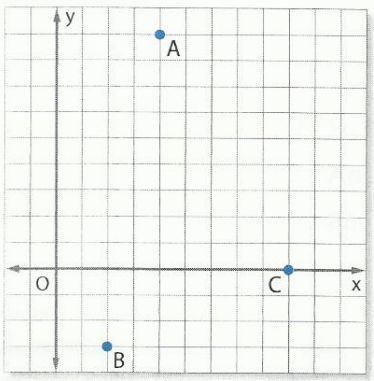
مثال 1 **استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.**



1. XY

2. WZ

مثال 2 **صندوق المحتويات الزمنية** دفنت فصول التخرج صناديق المحتويات الزمنية في حرم مدرسة إيست ساید الثانوية على مدار عشرين عامًا. وتوضح النقاط الموجودة في الرسم التخطيطي مكان ثلاثة صناديق منها. أوجد المسافة بين كل زوج من هذه الصناديق.



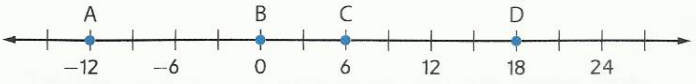
3. $A(4, 9), B(2, -3)$

4. $A(4, 9), C(9, 0)$

5. $B(2, -3), C(9, 0)$

6. **التبرير** أي صندوقين من صناديق المحتويات الزمنية هذه الأقرب إلى بعضهما البعض؟ وأيهما الأبعد؟

مثال 3 **استخدم خط الأعداد لإيجاد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة.**



7. $\overline{AC}$

8. $\overline{BD}$

مثال 4 **أوجد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.**

9. $J(5, -3), K(3, -8)$

10. $M(7, 1), N(4, -1)$

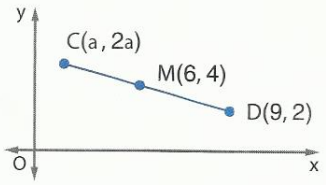
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © لصالح مؤسسة

مثال 5

11 أوجد إحداثيي G إذا كانت $F(1, 3.5)$ هي نقطة منتصف $\overline{GJ}$ و J لها الإحداثيان $(6, -2)$.

مثال 6

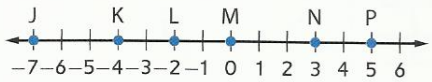
12. **الجبر** النقطة M هي نقطة منتصف $\overline{CD}$. فما قيمة a في الشكل؟



التمرين وحل المسائل

مثال 1

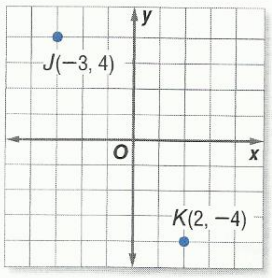
استخدم خط الأعداد في إيجاد كل قياس.

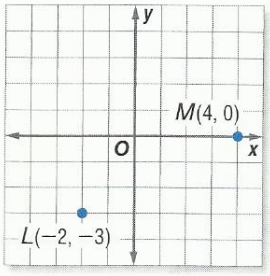


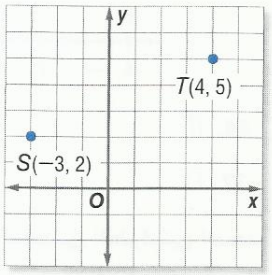
13. JL
14. JK
15. KP
16. NP
17. JP
18. LN

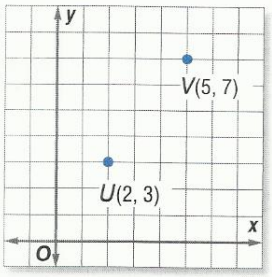
مثال 2

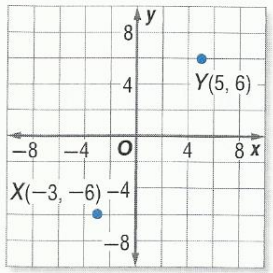
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

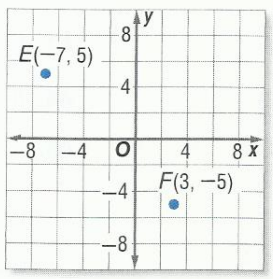


20.


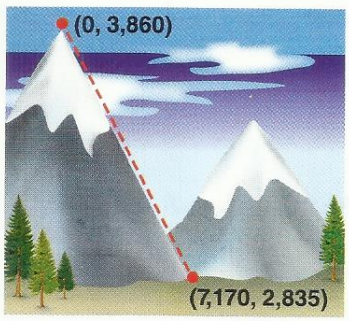
21.


22.


23.


24.


25. $X(1, 2)$, $Y(5, 9)$
26. $P(3, 4)$, $Q(7, 2)$
27. $M(-3, 8)$, $N(-5, 1)$
28. $Y(-4, 9)$, $Z(-5, 3)$
29. $A(2, 4)$, $B(5, 7)$
30. $C(5, 1)$, $D(3, 6)$



31. **التبرير** تخطط هدى لأن تصعد إلى أعلى قمة جبل خلال عطلة عائلتها. وتم توضيح إحداثيات قمة الجبل وإحداثيات قاعدة المسار. فإذا كان من الممكن تقريب المسار باستخدام خط مستقيم. فقدّر طول المسار. (*ملاحظة:* 1 km = 1000 m)

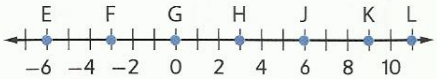
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

32. **استخدام النماذج** يعيش يوسف وناصر في الأماكن الموضحة على الخريطة التالية.

a. إذا كان كل مربع على الشبكة يمثل كتلة سكنية واحدة والركن السفلي الأيسر من الشبكة هو موضع نقطة الأصل. فما مسافة الخط المستقيم من منزل يوسف إلى منزل ناصر؟

b. إذا انتقل يوسف بمقدار ثلاث كتل سكنية إلى الشمال وانتقل ناصر بمقدار 5 كتل إلى الغرب. فكم ستفصل المسافة بينهما؟

مثال 3 **استخدم خط الأعداد لإيجاد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة.**



33. $\overline{HK}$ 34. $\overline{JL}$ 35. $\overline{EF}$

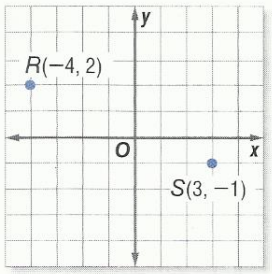
36. $\overline{FG}$ 37. $\overline{FK}$ 38. $\overline{EL}$

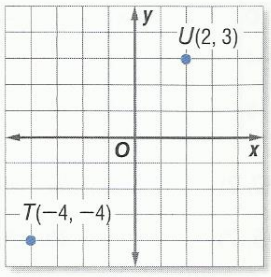
مثال 4 **أوجد إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.**

39. $C(22, 4), B(15, 7)$ 40. $W(12, 2), X(7, 9)$

41. $D(-15, 4), E(2, -10)$ 42. $V(-2, 5), Z(3, -17)$

43. $X(-2.4, -14), Y(-6, -6.8)$ 44. $J(-11.2, -3.4), K(-5.6, -7.8)$

45. 

46. 

مثال 5 **أوجد إحداثي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت B نقطة منتصف $\overline{AC}$.**

47. $C(-5, 4), B(-2, 5)$ 48. $A(1, 7), B(-3, 1)$ 49. $A(-4, 2), B(6, -1)$

50. $C(-6, -2), B(-3, -5)$ 51. $A(4, -0.25), B(-4, 6.5)$ 52. $C\left(\frac{5}{3}, -6\right), B\left(\frac{8}{3}, 4\right)$

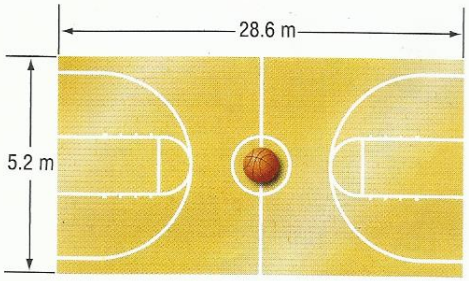
مثال 6 **الجبر** **افترض أن M هي نقطة منتصف $\overline{FG}$. استخدم المعطيات المعطاة لإيجاد القياس أو القيمة الناقصة.**

53. $FM = 3x - 4, MG = 5x - 26, FG = ?$ 54. $FM = 5y + 13, MG = 5 - 3y, FG = ?$

55. $MG = 7x - 15, FG = 33, x = ?$ 56. $FM = 8a + 1, FG = 42, a = ?$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

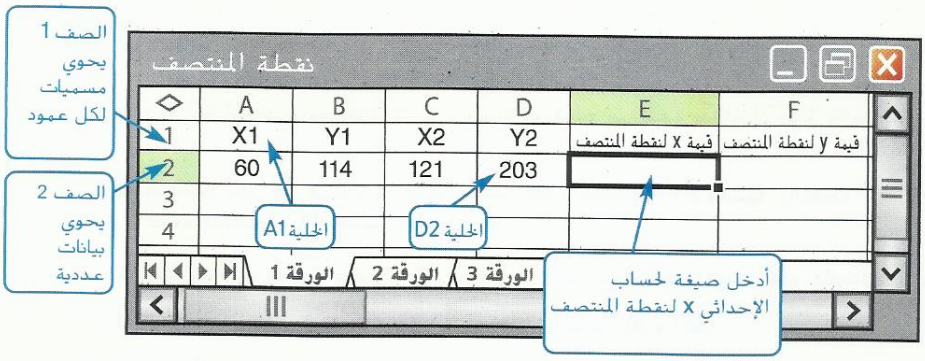
57 كرة السلة أبعاد ملعب كرة سلة موضحة فيما يلي .افترض أن اللاعب يرمي الكرة من أحد الأركان إلى زميل له في منتصف الملعب.



a. فإذا كان منتصف الملعب يوجد عند نقطة الأصل، فأوجد الزوج المرتب الذي يمثل موقع اللاعب في الركن السفلي الأيمن.

b. أوجد المسافة التي تقطعها الكرة.

الأدوات يمكن استخدام أوراق بيانات لإجراء العمليات الحسابية سريعًا. ويمكن استخدام ورقة البيانات التالية لحساب المسافة بين نقطتين. وتُستخدم القيم في الصيغ عن طريق استخدام اسم معين للخلية. وتُستخدَم قيمة x_1 في إحدى الصيغ باستخدام اسم خليتها، A2.



اكتب صيغة للخلية المشار إليها بحيث يمكن استخدامها لحساب القيمة المبينة باستخدام الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) لتكون النقطة الطرفية لقطعة مستقيمة.

58. E2؛ قيمة x لنقطة منتصف القطعة المستقيمة

59. F2؛ قيمة y لنقطة منتصف القطعة المستقيمة

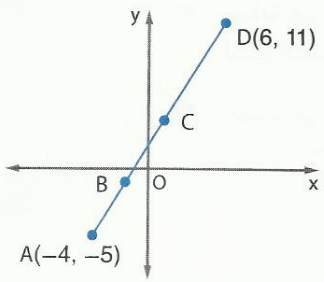
60. G2؛ طول القطعة المستقيمة

ضع اسمًا للنقطة (النقاط) التي تتفق مع الحالة المعطاة.

61. النقطتان على المحور الأفقي x اللتان تساويان 10 وحدات من (1, 8)

62. النقطتان على المحور الرأسي y اللتان تساويان 25 وحدة من (3, −24)

63. **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيي النقطة B إذا كانت B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$ والنقطة C هي نقطة منتصف $\overline{AD}$.



الجبر حدد قيمة (قيم) n.

64. $J(n, n+2), K(3n, n-1), JK = 5$

65. $P(3n, n-7), Q(4n, n+5), PQ = 13$

McGraw-Hill Education هي جزء من مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم © جميع الحقوق محفوظة

66. **المثابرة** تقع مدينة ويلمنجتون بولاية نورث كارولينا عند (34°.3 ,77°.9)، وهو ما يمثل خط عرض شمالي وخط طول غربي .وتقع مدينة وينستون-سالم في الجزء الشمالي من الولاية عند (36°.1 ,80°.2).

a. أوجد خط العرض وخط الطول لنقطة منتصف القطعة المستقيمة بين ويلمنجتون ووينستون-سالم.

b. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موضع نقطة المنتصف.

c. إذا كانت وينستون – سالم هي نقطة منتصف القطعة المستقيمة ولها نقطة نهاية عند ويلمنجتون، فأوجد خط العرض وخط الطول لنقطة النهاية الأخرى.

d. استخدم الأطلس أو الإنترنت لإيجاد مدينة قريبة من موقع نقطة النهاية الأخرى.

67. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف العلاقة بين نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة ونقطة المنتصف التي تقع بين نقطة النهاية ونقطة المنتصف.

a. هندسيًا استخدم مسطرة تقويم لرسم ثلاث قطع مستقيمة مختلفة. وسمِّ نقاط النهاية A و B.

b. هندسيًا على كل قطعة مستقيمة، أوجد نقطة منتصف $\overline{AB}$ وسمِّها بالنقطة C. ثم أوجد نقطة منتصف $\overline{AC}$ وسمِّها بالنقطة D.

c. جدوليًا قِس وسجِّل قياس AB و AC و AD لكل قطعة مستقيمة. نظِّم نتائجك في جدول.

d. جبريًا إذا كانت $AB = x$. فاكتب تعبيرًا لقياسات AC و AD.

e. لفظيًا ضع تخمينًا حول العلاقة بين AB وكل قطعة مستقيمة إذا كان عليك الاستمرار لإيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة ونقطة منتصف وجدتها سابقًا.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

68. **الكتابة في الرياضيات** اشرح العلاقة بين نظرية فيثاغورث وصيغة المسافة.

69. **التبرير** هل النقطة التي تقع في ثلث المسافة من (x_1, y_1) إلى (x_2, y_2) تمثل أحيانًا أم *دائمًا* أم لا تمثل مطلقًا النقطة $\left(\frac{x_1 + x_2}{3}, \frac{y_1 + y_2}{3}\right)$؟ اشرح.

70. **التحدي** تقع النقطة P على القطعة المستقيمة بين النقطة A (1, 4) والنقطة D(7, 13). المسافة من A إلى P تساوي ضعف المسافة من P إلى D. فما إحداثيًا النقطة P؟

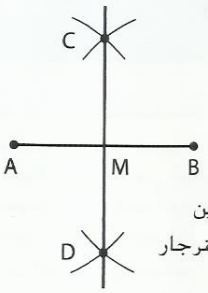
71. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم قطعة مستقيمة وسمِّها $\overline{AB}$. وباستخدام فرجار ومسطرة تقويم فقط، أنشئ القطعة المستقيمة $\overline{CD}$ بحيث يكون $CD = 5\frac{1}{4}AB$. اشرح إنشاءك ثم علِّله.

72. **الكتابة في الرياضيات** اذكر طريقة لإيجاد نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة لها نقطة نهاية واحدة عند (0, 0). اضرب مثالاً باستخدام طريقتك، واشرح سبب نجاح طريقتك.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تمرين على الاختبار المعياري

73. أي مما يلي يعطي أفضل وصف للخطوة الأولى في تنصيف $\overline{AB}$؟



A من النقطة A، ارسم أقواسًا متساوية على $\overline{CD}$ باستخدام عرض الفرجار ذاته.

B من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض الفرجار $\frac{1}{3}\overline{AB}$.

C من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض للفرجار أكبر من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.

D من النقطة A، ارسم قوسين متساويين فوق وتحت $\overline{AB}$ باستخدام عرض للفرجار أقل من $\frac{1}{2}\overline{AB}$.

74. الجبر دفعت هداية AED 74.88 مقابل 3 أزواج من سراويل الجينز. وكانت جميع الأزواج الثلاثة من الجينز بسعر واحد. فكم درهمًا تكلفه كل زوج من الجينز؟

F AED 24.96
G AED 37.44
H AED 74.88
J AED 224.64

75. SAT/ACT إذا كان $5^{2x-3} = 1$، فإن $x =$ C.

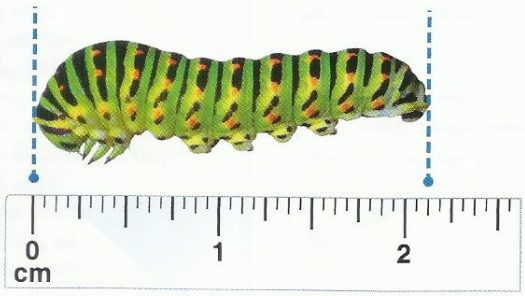
A 0.4
B 0.6
C 1.5
D 1.6
E 2

76. إجابة شبكية لإحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ الإحداثيان $(-3, 5)$. فإذا كان إحداثيا نقطة منتصف $\overline{AB}$ هما $(-6, 2)$، فما الطول التقريبي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟

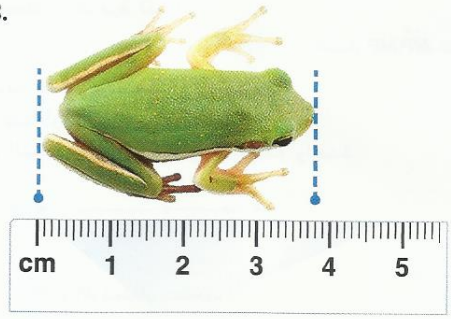
مراجعة شاملة

أوجد طول كل كائن مما يلي. (الدرس 2-10)

77.



78.



ارسم شكلاً لكل علاقة وسمِّه. (الدرس 1-10)

79. $\overleftrightarrow{FG}$ تقع في المستوى M وتضم النقطة H.

80. يتقاطع المستقيمان r و s عند النقطة W.

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

81. $8x - 15 = 5x$

82. $5y - 3 + y = 90$

83. $16a + 21 = 20a - 9$

84. $9k - 7 = 21 - 3k$

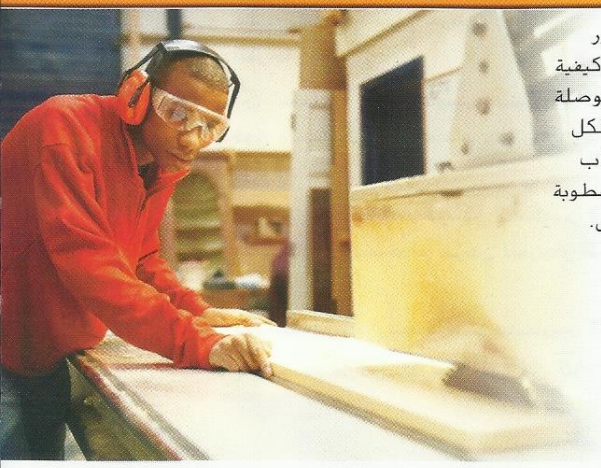
85. $11z - 13 = 3z + 17$

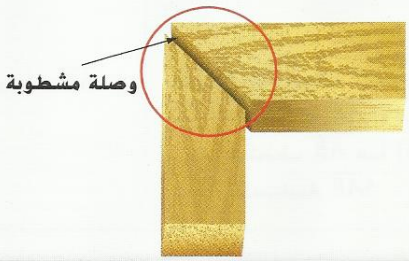
86. $15 + 6n = 4n + 23$

Macmillan Education ... حقوق الطبع والنشر ©

10-4 قياس الزاوية

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
• قمتَ بقياس القطع المستقيمة.	1 • قياس الزوايا وتصنيفها. 2 • تحديد الزوايا المتطابقة واستخدامها وكذلك الأمر مع مُنصّف الزاوية.	• من المهارات التي يجب على منصور تعلمها في مادة أعمال النجارة هي كيفية قطع وصلة مشطوبة. وتنشأ هذه الوصلة عندما يُقطع لوحان من عند زاوية لكل منهما. وقد تعلَّمَ أن الخطأ في حساب قياس زاوية قد يؤدي إلى حواف مشطوبة (مائلة) لا تتناسب مع بعضها البعض.





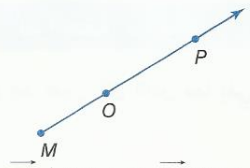
المفردات الجديدة

شعاع ray
أشعة متقابلة opposite rays
زاوية angle
ضلع side
رأس vertex
داخلي interior
خارجي exterior
درجة degree
زاوية قائمة right angle
زاوية حادة acute angle
زاوية منفرجة obtuse angle
مُنصّف الزاوية angle bisector

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.
مراعاة الدقة.

1 القياس وتصنيف الزوايا

الشعاع عبارة عن جزء من المستقيم. فهو له نقطة طرفية ويمتد إلى ما لا نهاية في أحد الاتجاهات. وتُسمى الأشعة بذكر النقطة الطرفية أولاً ثم أي نقطة أخرى على الشعاع. والشعاع الموضح لا يمكن تسميته بالاسم $\overrightarrow{OM}$ لأن O ليست النقطة الطرفية للشعاع.

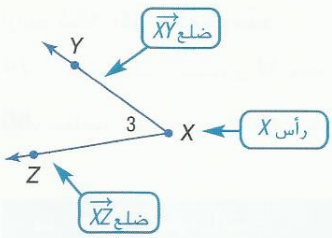


الشعاع $\overrightarrow{MP}$، الشعاع $\overrightarrow{MO}$، أو $\overrightarrow{MO}$

إذا اخترت نقطة على مستقيم، فإن هذه النقطة تحدد بالضبط شعاعين يُطلق عليهما **شعاعين متقابلين**. وبما أن كلا الشعاعين يشتركان في النقطة الطرفية مشتركة، فإن الشعاعين المتقابلين يقعان على استقامة واحدة

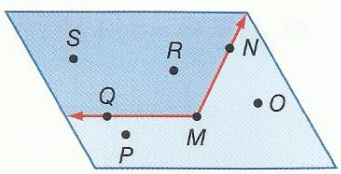
$\overrightarrow{JH}$ و $\overrightarrow{JK}$ شعاعان متقابلان.

تتكون **الزاوية** من خلال شعاعين *لا* يقعان على استقامة واحدة ويشتركان في النقطة الطرفية. ويطلَق على **الشعاعين** ضلعا الزاوية. والنقطة الطرفية المشتركة هي **الرأس**.



عند تسمية الزوايا باستخدام ثلاثة حروف، يجب أن تكون الرأس هي الحرف الثاني من الحروف الثلاثة. ويمكنك تسمية زاوية باستخدام حرف واحد فقط عندما يوجد بالتحديد زاوية واحدة توجد عند ذلك الرأس. ويمكن تسمية الزاوية الموضحة باسم $\angle X$ أو $\angle YXZ$ أو $\angle ZXY$ أو $\angle 3$.

تقسّم الزاوية المستوى إلى ثلاثة أجزاء محددة.

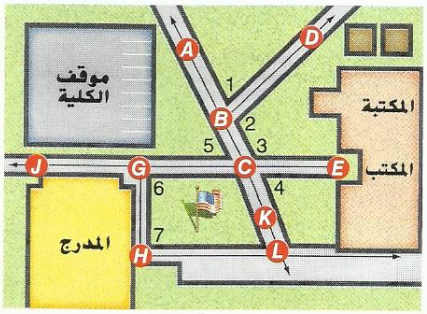


- تقع النقاط Q و M و N على الزاوية.
- تقع النقطتان S و R **داخل** الزاوية.
- تقع النقطتان P و O **خارج** الزاوية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية الزوايا وأجزاؤها

الخرائط استخدم خريطة المدرسة الثانوية الموضحة.



a. حدد جميع الزوايا التي تمثل النقطة *B* رأسها.

$\angle 1$ أو $\angle ABD$. و $\angle 2$ أو $\angle DBC$

b. حدد أضلاع $\angle 3$.

$\overrightarrow{CA}$ و $\overline{CE}$ أو $\overrightarrow{CB}$ و $\overline{CE}$

c. ما الاسم الآخر للزاوية $\angle GHL$؟

$\angle 7$. أو $\angle H$. أو $\angle LHG$

d. حدد نقطة تقع داخل $\angle DBK$.

النقطة E

نصيحة دراسية

القطع المستقيمة كأضلاع

بما أن الشعاع قد يضم قطعة مستقيمة. فإن ضلع الزاوية قد يكون قطعة مستقيمة.

تمرين موجّه

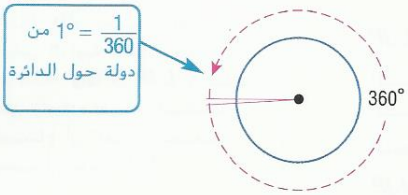
1A. ما رأس الزاوية $\angle 5$؟

1B. ضع أسماء لأضلاع $\angle 5$.

1C. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle ECL$.

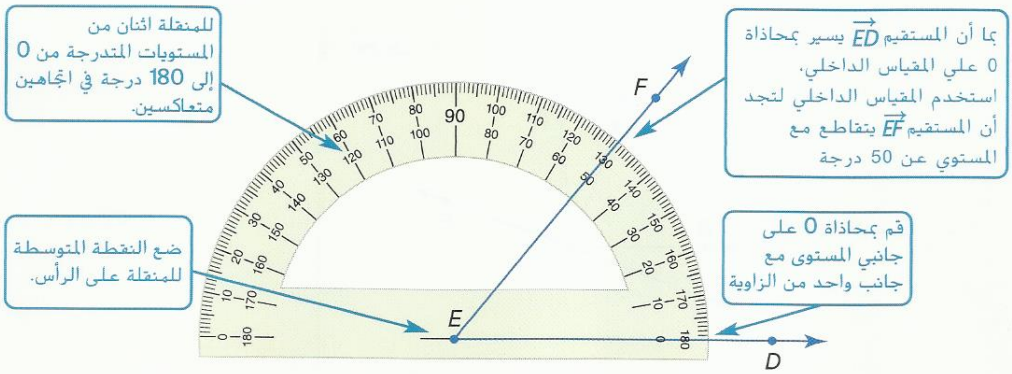
1D. اذكر اسم نقطة تقع خارج $\angle CLH$.

تقاس الزوايا بوحدات تسمى الدرجات. وتنتج **الدرجة** عن تقسيم المسافة حول دائرة إلى 360 جزءًا.



لقياس زاوية. يمكنك استخدام *المنقلة*. وتعد الزاوية *DEF* التالية زاوية قياسها 50 درجة (50°).

و في هذا الخصوص. فإننا نقول إن *قياس* درجة الزاوية $\angle DEF$ يساوي 50. أو $m\angle DEF = 50$.



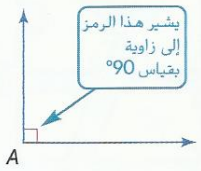
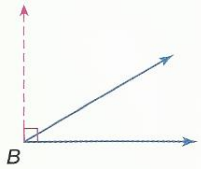
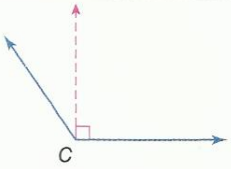
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

يمكن تصنيف الزوايا حسب قياساتها كما هو موضح فيما يلي.

قراءة في الرياضيات

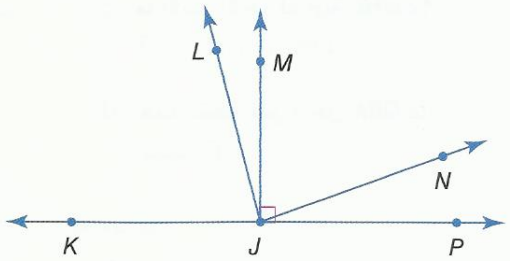
الزاوية المستقيمة الشعاعان المتقابلان اللذان لهما رأس واحدة يكوّنان *زاوية مستقيمة*. وقياسها يساوي 180. ولكن ما لم يُذكر غير ذلك في هذا الكتاب، فإن مفهوم *الزاوية* يعني زاوية غير مستقيمة.

المفهوم الأساسي تصنيف الزوايا

زاوية قائمة	زاوية حادة	زاوية منفرجة
		
$m\angle A = 90$	$m\angle B < 90$	$180 > m\angle C > 90$

مثال 2 قياس الزوايا وتصنيفها

انسخ الرسم التخطيطي التالي، وقم بتمديد كل شعاع. صنّف كل زاوية وحدد ما إذا كانت *قائمة* أم *حادة* أم *منفرجة*. ثم استخدم المنقلة لقياس الزاوية إلى أقرب درجة.



انتبه!

التصنيف قبل القياس

تصنيف الزاوية قبل قياسها قد يمنعك من اختيار المقياس الخطأ على منقلتك. في المثال 2b، يجب أن تقرر هل قياس الزاوية $\angle LJP$ يبلغ 75 أم 105. وبما أن $\angle LJP$ عبارة عن زاوية منفرجة، فيمكنك استنتاج أن القياس الصحيح يجب أن يكون 105.

a. $\angle MJP$

$\angle MJP$ محددة على أنها زاوية قائمة. إذًا $m\angle MJP = 90$.

b. $\angle LJP$

النقطة L الموجودة في الزاوية $\angle LJP$ تقع خارج الزاوية القائمة $\angle MJP$. إذًا $\angle LJP$ هي زاوية منفرجة. استخدم المنقلة لتعرف أن $m\angle LJP = 105$

التحقق بما أن $90 < 105$، فإن $\angle LJP$ تكون زاوية منفرجة. ✓

c. $\angle NJP$

النقطة N الموجودة في الزاوية $\angle NJP$ تقع داخل الزاوية القائمة $\angle MJP$. إذًا $\angle NJP$ عبارة عن زاوية حادة. استخدم المنقلة لتعرف أن $m\angle NJP = 20$.

التحقق بما أن $90 > 20$، فإن $\angle NJP$ تكون زاوية حادة. ✓

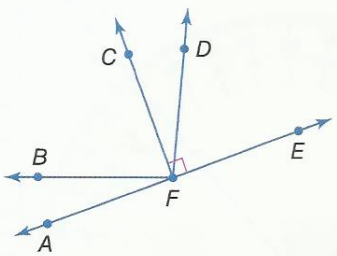
تمرين موجّه

2A. $\angle AFB$

2B. $\angle CFA$

2C. $\angle AFD$

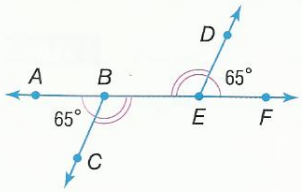
2D. $\angle CFD$



McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح التأليف © محفوظة لصالح حقوق الطبع والتأليف

2 الزوايا المتطابقة كما أن القطع المستقيمة التي لها نفس القياس تكون عبارة عن قطع مستقيمة متطابقة، فإن الزوايا التي لها نفس القياس تكون أيضًا *زوايا متطابقة*.

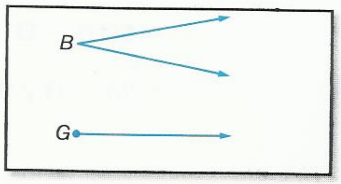
في الشكل، بما أن $m\angle ABC = m\angle FED$، فإن $\angle ABC \cong \angle FED$. كما أن أعداد الأقواس المتطابقة على الشكل يدل أيضًا أن الزوايا متطابقة. إذًا $\angle CBE \cong \angle DEB$.



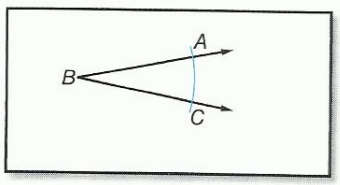
يمكنك إنشاء زاوية متطابقة مع زاوية محددة باستخدام الإنشاء.

الإنشاء نسخ زاوية

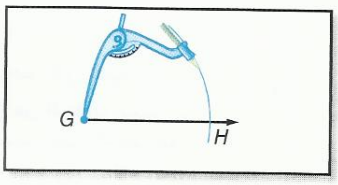
الخطوة 1 ارسم زاوية مثل $\angle B$ على ورقة في دفترك. استخدم مسطرة تقويم لرسم شعاع على الورقة. ثم حدد نقطته الطرفية G.



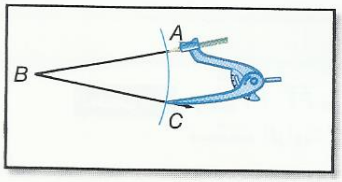
الخطوة 2 ضع سن الفرجار عند النقطة B وارسم قوسًا كبيرًا يقطع كلًا من ضلعي $\angle B$. سمِّ نقطتي التقاطع A و C.



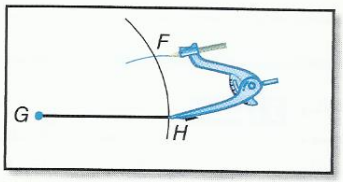
الخطوة 3 وباستخدام وضعية الفرجار ذاتها، ضع الفرجار عند النقطة G وارسم قوسًا كبيرًا يبدأ فوق الشعاع ويقطع هذا الشعاع. سمِّ نقطة التقاطع H.



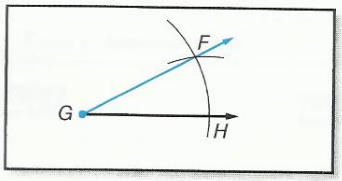
الخطوة 4 ضع سن الفرجار على النقطة C واضبطه بحيث يكون طرف القلم الرصاص على النقطة A.



الخطوة 5 وبدون تغيير الوضعية، ضع الفرجار عند النقطة H وارسم قوسًا يتقاطع مع القوس الكبير الذي رسمتَه في الخطوة 4. سمِّ نقطة التقاطع F.



الخطوة 6 استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overrightarrow{GF}$. $\angle ABC \cong \angle FGH$

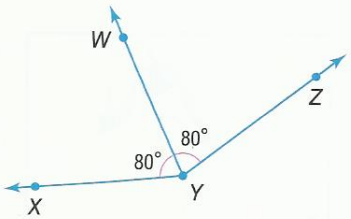


نصيحة دراسية

القطع المستقيمة يمكن للقطعة المستقيمة أيضًا أن تنصّف الزاوية.

الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين يسمى **مُنصِّف زاوية**.

وإذا كان $\overrightarrow{YW}$ عبارة عن مُنصِّف للزاوية $\angle XYZ$، فإن النقطة W تقع بداخل $\angle XYZ$ و $\angle XYW \cong \angle WYZ$.

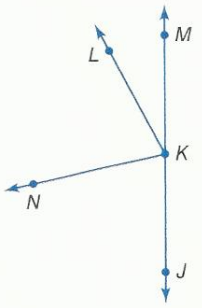


مثلما هو الحال مع القطع المستقيمة، فعندما يقسّم مستقيم أو قطعة مستقيمة أو شعاع زاوية ما إلى زوايا أصغر، فإن مجموع قياسات الزوايا الأصغر يساوي قياس الزاوية الأكبر.

إذًا في الشكل، $m\angle XYW + m\angle WYZ = m\angle XYZ$.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 3 قياس الزوايا وتصنيفها



الجبر في الشكل، يكون $\overrightarrow{KJ}$ و $\overrightarrow{KM}$ عبارة عن شعاعين متقابلين، و $\overrightarrow{KN}$ ينصّف $\angle JKL$. فإذا كانت $m\angle JKN = 8x - 13$ و $m\angle NKL = 6x + 11$، فأوجد $m\angle JKN$.

الخطوة 1 أوجد حل x.

بما أن $\overrightarrow{KN}$ ينصّف $\angle JKL$، فإن $\angle JKN \cong \angle NKL$.

$m\angle JKN = m\angle NKL$	تعريف الزوايا المتطابقة
$8x - 13 = 6x + 11$	تعويض
$8x = 6x + 24$	أضف 13 إلى كل طرف.
$2x = 24$	اطرح $6x$ من كل طرف.
$x = 12$	اقسم كل طرف على 2.

الخطوة 2 استخدم قيمة x لإيجاد $m\angle JKN$.

$m\angle JKN = 8x - 13$	المعطيات
$= 8(12) - 13$	$x = 12$
$= 96 - 13$ أو 83	بسّط.

تمرين موجّه

3. افترض أن $m\angle JKL = 9y + 15$ و $m\angle JKN = 5y + 2$. أوجد $m\angle JKL$.

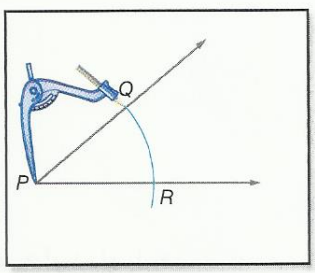
نصيحة دراسية

التحقق من الحلول تحقق من أنك حسبت قيمة x بطريقة صحيحة عن طريق التعويض بالقيمة في التعبير المتعلق بـ $\angle NKL$. فإذا لم تحصل على القياس ذاته مثل $\angle JKN$، فبذلك تكون قد أخطأت.

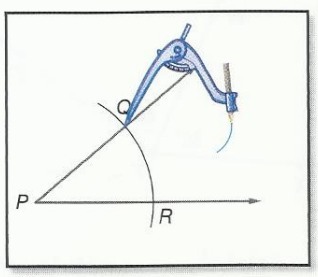
يمكنك إنشاء مُنصّف لأي زاوية دون معرفة قياس الزاوية.

الإنشاء تنصيف زاوية

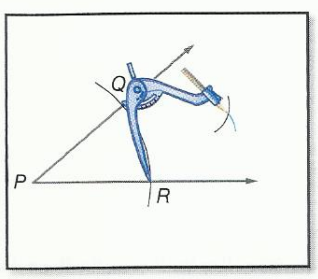
الخطوة 1 ارسم زاوية على ورقة في دفترك. وسمّ الرأس بالاسم P. ضع الفرجار عند النقطة P وارسم قوسًا كبيرًا يتقاطع مع كلا ضلعي $\angle P$. سمّ نقطتي التقاطع Q و R.



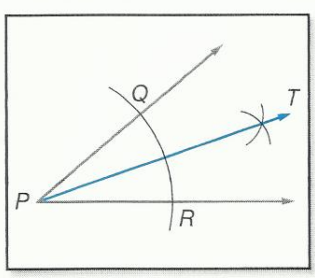
الخطوة 2 بجعل الفرجار عند النقطة Q. ارسم قوسًا بداخل الزاوية.



الخطوة 3 وبالحفاظ على وضعية الفرجار ذاتها، ضع الفرجار عند النقطة R وارسم قوسًا يتقاطع مع القوس المرسوم في الخطوة 2. سمّ نقطة التقاطع T.



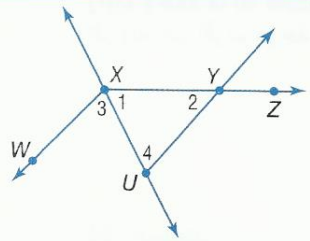
الخطوة 4 ارسم $\overrightarrow{PT}$. $\overrightarrow{PT}$ هو مُنصّف الزاوية $\angle P$.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

التحقق من فهمك

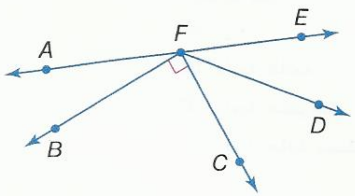
مثال 1



استخدم الشكل على اليسار.

1. حدد رأس $\angle 4$.
2. حدد ضلعي $\angle 3$.
3. ما الاسم الآخر لـ $\angle 2$؟
4. ما الاسم الآخر لـ $\angle UXY$؟

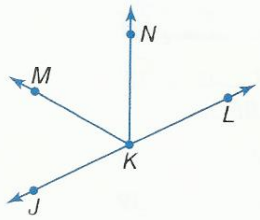
مثال 2



انسخ الرسم التخطيطي الموضح، وقم بتمديد كل شعاع. صنّف كل زاوية وحدد ما إذا كانت *قائمة* أم *حادة* أم *منفرجة*. ثم استخدم المنقلة لقياس الزاوية إلى أقرب درجة.

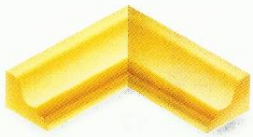
5. $\angle CFD$
6. $\angle AFD$
7. $\angle BFC$
8. $\angle AFB$

مثال 3



الجبر في الشكل، $\overrightarrow{KJ}$ و $\overrightarrow{KL}$ عبارة عن شعاعين متقابلين. $\overrightarrow{KN}$ ينصّف $\angle LKM$.

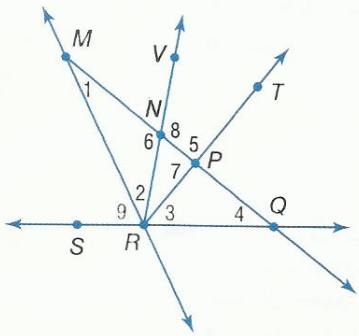
9. إذا كانت $m\angle LKM = 7x - 5$ و $m\angle NKM = 3x + 9$. فأوجد $m\angle LKM$.
10. إذا كانت $m\angle NKL = 7x - 9$ و $m\angle JKM = x + 3$. فأوجد $m\angle JKN$.



11. **الدقة** يُستخدم قطع مشطوب زاوي لإنشاء إطارات صور ذات أركان تلتقي عند زوايا قائمة.
   a. يشكّل محمود أطراف بعض الأخشاب بشكل مشطوب زاوي لعمل إطار صورة عند زوايا متطابقة. فما قياس قَطعِه بالدرجات؟ اشرح الزاوية وصنّفها.
   b. ما الذي تمثله الوصلة فيما يتعلق بالزاوية التي تشكلها قطعتا الخشب؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1



فيما يتعلق بالتمارين 12–29، استخدم الشكل المبيَّن على اليسار.

حدد اسم الرأس لكل زاوية.

12. $\angle 4$
13. $\angle 7$
14. $\angle 2$
15. $\angle 1$

سمِّ ضلعي كل زاوية.

16. $\angle TPQ$
17. $\angle VNM$
18. $\angle 6$
19. $\angle 3$

اكتب اسمًا آخر لكل زاوية.

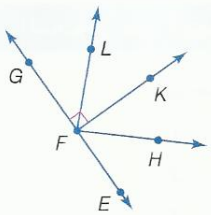
20. $\angle 9$
21. $\angle QPT$
22. $\angle MQS$
23. $\angle 5$

24. حدد اسم زاوية رأسها النقطة N بحيث تبدو منفرجة.
25. اذكر اسم زاوية رأسها النقطة Q بحيث تبدو حادة.
26. اذكر نقطة تقع داخل $\angle VRQ$.
27. اذكر نقطة تقع خارج $\angle MRT$.
28. اذكر زاويتين تشتركان بالتحديد في نقطة واحدة.
29. اذكر زاويتين تشتركان في أكثر من نقطة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

انسخ الرسم التخطيطي المبيَّن، وقم بتمديد كل شعاع. صنّف كل زاوية وحدِّد ما إذا كانت *قائمة* أم *حادة* أم *منفرجة*. ثم استخدم منقلة لقياس الزاوية إلى أقرب درجة.

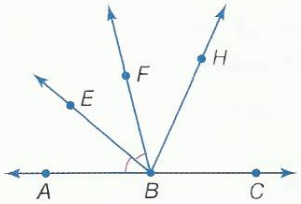


30. $\angle GFK$
31. $\angle EFK$
32. $\angle LFK$
33. $\angle EFH$
34. $\angle GFH$
35. $\angle EFL$

36. **الساعات** اذكر على الأقل ثلاثة أوقات مختلفة أثناء اليوم عندما تكوّن العقارب في الساعة كلاً من الزوايا التالية. اشرح.
   a. زاوية قائمة
   b. زاوية منفرجة
   c. زوايا حادة متطابقة

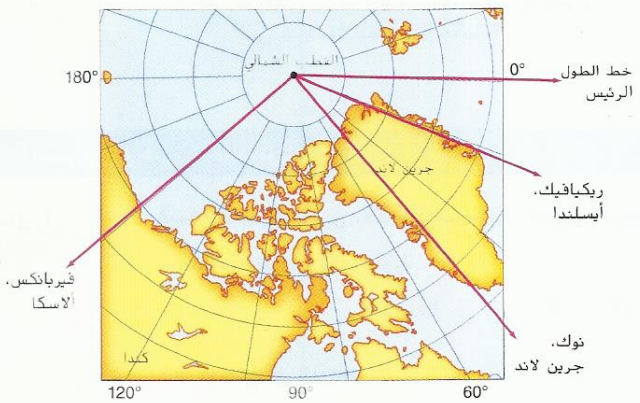
مثال 3

الجبر في الشكل، $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ عبارة عن شعاعين متقابلين. $\overrightarrow{BH}$ ينصّف $\angle EBC$.



37. إذا كانت $m\angle ABE = 2n + 7$ و $m\angle EBF = 4n - 13$. فأوجد $m\angle ABE$.
38. إذا كانت $m\angle EBH = 6x + 12$ و $m\angle HBC = 8x - 10$. فأوجد $m\angle EBH$.
39. إذا كانت $m\angle ABF = 7b - 24$ و $m\angle ABE = 2b$. فأوجد $m\angle EBF$.
40. إذا كانت $m\angle EBC = 31a - 2$ و $m\angle EBH = 4a + 45$. فأوجد $m\angle HBC$.
41. إذا كانت $m\angle ABF = 8s - 6$ و $m\angle ABE = 2(s + 11)$. فأوجد $m\angle EBF$.
42. إذا كانت $m\angle EBC = 3r + 10$ و $m\angle ABE = 2r - 20$. فأوجد $m\angle EBF$.

43. **الخرائط قدّر قياس الزاوية التي تشكلها كل مدينة أو موقع مذكور، والقطب الشمالي، وخط الطول الرئيس.**
   a. نوك، جرين لاند
   b. فيربانكس، ألاسكا
   c. ريكيافيك، أيسلندا
   d. خط الطول الرئيس



44. **الأدوات** رمز البوصلة عبارة عن شكل على الخريطة يبيّن الاتجاهات .فبالإضافة إلى اتجاهات الشمال والجنوب والشرق والغرب، يمكن أن يحتوي رمز البوصلة على ما يقرب من 32 علامة.
   a. بجعل مركز البوصلة هو رأس الزاوية، فما قياس الزاوية التي تقع بين اتجاه الغرب واتجاه الشمال؟
   b. ما قياس الزاوية التي تقع بين اتجاه الشمال والشمال الغربي؟
   c. ما علاقة الشعاع الشمالي الغربي بالزاوية الموجودة في الجزء a؟

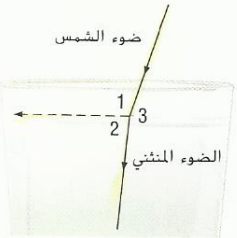
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

حدد النقاط في المستوى الإحداثي وارسم $\angle XYZ$. ثم صنفها وحدد ما إذا كانت زاوية *قائمة* أم *حادة* أم *منفرجة*.

45. $X(5, -3)$, $Y(4, -1)$, $Z(6, -2)$

46. $X(6, 7)$, $Y(2, 3)$, $Z(4, 1)$

47. **الفيزياء** عندما تنظر إلى قلم رصاص في الماء، فإنه يبدو منثنيًا. وتنتج هذه الصورة الخادعة عن *انكسار* أو انثناء الضوء عندما ينتقل من مادة إلى التي تليها.

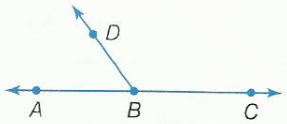


a. ما هي $m\angle 1$؟ صنّف هذه الزاوية وحدد ما إذا كانت *حادة* أم *قائمة* أم *منفرجة*.

b. ما هي $m\angle 2$؟ صنّف هذه الزاوية وحدد ما إذا كانت *حادة* أم *قائمة* أم *منفرجة*.

c. بدون القياس، حدد كم درجة تغير بها مسار الضوء بعد الدخول إلى الماء. اشرح استنتاجك.

48. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف العلاقة بين الزوايا التي تشكّل شعاعين متقابلين.



a. **هندسيًا** ارسم أربعة مستقيمات، وكل له النقاط A و B و C. ارسم $\overleftrightarrow{BD}$ لكل مستقيم، بحيث يختلف موضع النقطة D. استخدم المنقلة لقياس $\angle ABD$ و $\angle DBC$ في كل شكل.

b. **جدوليًا** نظّم القياسات لكل شكل في جدول. أدرج صفًا في جدولك لتسجيل مجموع هذه القياسات.

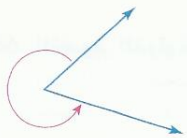
c. **لفظيًا** ضع تخمينًا حول مجموع قياس الزاويتين. اشرح استنتاجك.

d. **الجبر** إذا كانت x تساوي قياس $\angle ABD$ و y تساوي قياس $\angle DBC$، فاكتب معادلة تربط بين قياس الزاويتين.

مسائل مهارات التفكير العليا

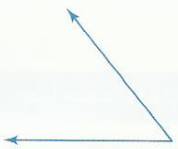
49. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم زاوية منفرجة وسمّها ABC. قس $\angle ABC$. ثم أنشئ المنصّف $\overrightarrow{BD}$ للزاوية $\angle ABC$. اشرح الخطوات التي اتبعتها في إنشائك وبرّر كل خطوة. صنّف الزاويتين اللتين شكلهما مُنصّف الزاوية.

50. **التحدي** اذكر كيف استخدمت المنقلة لقياس الزاوية المبينة.



51. **الفرضيات** مجموع زاويتين حادتين قد يساوي *أحيانًا* أو *دائمًا* أو *لا يساوي مطلقًا* زاوية منفرجة. اشرح.

25. **التحدي** $\overrightarrow{MP}$ ينصّف $\angle LMN$، و $\overrightarrow{MQ}$ ينصّف $\angle LMP$، و $\overrightarrow{MR}$ ينصّف $\angle QMP$. فإذا كانت $m\angle RMP = 21$. فأوجد $m\angle LMN$. اشرح استنتاجك.



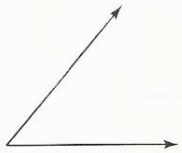
53. **الكتابة في الرياضيات** يقول راشد إنّ بإمكانه تقدير قياس الزاوية الحادة باستخدام قطعة ورقية في نطاق ست درجات من الدقة. اشرح كيف يمكن أن يكون ذلك ممكنًا. ثم استخدم هذه الطريقة لتقدير قياس الزاوية الموضحة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

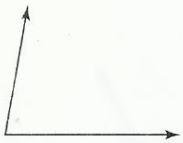
تمرين على الاختبار المعياري

54. أي من قياسات الزوايا التالية الأقرب إلى 60°؟

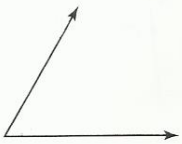
A



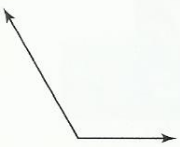
C



B

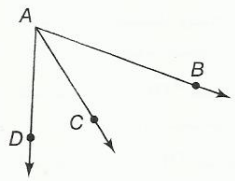


D



55. إجابة مختصرة أجرت هالة دراسة استقصائية على 50 طالبًا متخصصًا في علوم اللغة الإنجليزية في إحدى الجامعات لترى هل ينبغي على الكلية الجامعية تشغيل موسيقى الجاز في الكافيتيريا في وقت الغداء أم لا. ويوجد بالكلية 75 تخصصًا مختلفًا وإجمالي 2000 طالب. اشرح لماذا تمثل أو لا تمثل نتائج الدراسة الاستقصائية التي أجرتها هالة مجمل الطلاب في الكلية.

56. في الشكل التالي. إذا كانت $m\angle BAC = 38$. فماذا يجب أن يكون قياس $\angle BAD$ من أجل أن يكون $\overrightarrow{AC}$ منصّفًا للزاوية؟



F 142
G 76
H 52
J 38

57. SAT/ACT إذا كان n يقبل القسمة على 2 و 5 و14. فأي مما يلي أيضًا يقبل القسمة على هذه الأعداد؟

A $n + 7$
B $n + 10$
C $n + 14$
D $n + 20$
E $n + 70$

مراجعة شاملة

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط. قرّب إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس 3-10)

58. $A(-1, -8)$, $B(3, 4)$

59. $C(0, 1)$, $D(-2, 9)$

60. $E(-3, -12)$, $F(5, 4)$

61. $G(4, -10)$, $H(9, -25)$

62. $J\left(1, \frac{1}{4}\right)$, $K\left(-3, \frac{7}{4}\right)$

63. $L\left(-5, \frac{8}{5}\right)$, $M\left(5, \frac{2}{5}\right)$

أوجد قيمة المتغير و ST إذا كانت S تقع بين R و T. (الدرس 2-10)

64. $RS = 7a$, $ST = 12a$, $RT = 76$

65. $RS = 12$, $ST = 2x$, $RT = 34$

66. التصوير الفوتوغرافي غالبًا ما يضع المصورون الفوتوغرافيون كاميراتهم على حوامل ثلاثية القوائم. وفي الرسم التخطيطي. وُضع الحامل على على سطح مائل. وضُبط طول كل ساق بحيث تبقى الكاميرا مستوية مع الأفق. فهل تقف أقدام الحامل في مستوى واحد؟ اشرح استنتاجك. (الدرس 1-10)

مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

67. $(90 - x) - x = 18$

68. $(5x + 3) + 7x = 180$

69. $(13x + 10) + 2x = 90$

70. $(180 - x) - 4x = 56$

71. $(4n + 17) + (n - 2) = 180$

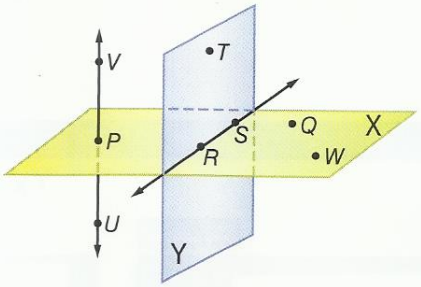
72. $(8a - 23) + (9 - 2a) = 90$

McGraw-Hill Education مؤسسة مملوكة لصالح محتوى الطبع والتأليف ©

اختبار نصف الوحدة

الدروس من 10-1 إلى 10-4

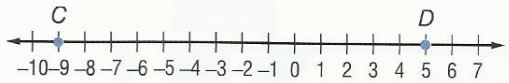
استخدم الشكل لإكمال كل مما يلي. (الدرس 10-1)



1. حدد نقطة أخرى تقع على استقامة واحدة مع النقطتين U و V.
2. ما الاسم الآخر للمستوى Y؟
3. عيّن مستقيمًا يقع في مستوى واحد مع النقاط P و Q و W.

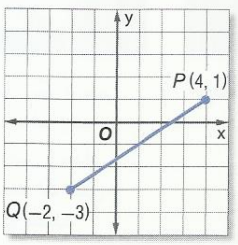
أوجد قيمة x و AC إذا كانت B تقع بين النقطتين A و C. (الدرس 10-2)

4. $AB = 12,\ BC = 8x - 2,\ AC = 10x$
5. $AB = 5x,\ BC = 9x - 2,\ AC = 11x + 7.6$
6. أوجد DC وإحداثي نقطة منتصف $\overline{CD}$.

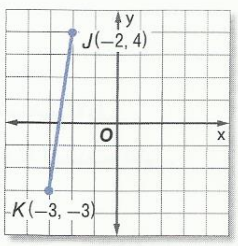


أوجد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة. ثم أوجد طول كل قطعة مستقيمة. (الدرس 10-3)

7.



8.

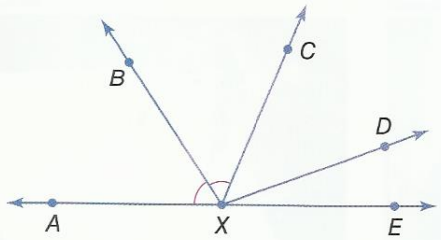


أوجد إحداثي نقطة المنتصف لكل قطعة مستقيمة ذات نقطتي النهاية المحددتين. ثم أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط. (الدرس 10-3)

9. $P(26, 12)$ و $Q(8, 42)$
10. $M(6, -41)$ و $N(-18, -27)$
11. **الخرائط** خريطة لإحدى المدن مرسومة على شبكة إحداثية. وتوجد مدرسة ثانوية عند النقطة $(3, 1)$ ويوجد مجلس المدينة عند النقطة $(-5, 7)$. (الدرس 10-3)
    - **a.** إذا كانت المدرسة الثانوية تقع في نقطة المنتصف بين مجلس المدينة ومكتبة المدينة، فعند أي من الأزواج المرتبة ينبغي أن تجد المكتبة؟
    - **b.** إذا كانت وحدة واحدة على الشبكة تساوي 50 مترًا، فكم تبعد المدرسة الثانوية عن مجلس المدينة؟
12. **الاختيار من متعدد** يوجد رأس $\angle ABC$ عند نقطة الأصل. وتوجد النقطة A عند $(5, 0)$ والنقطة C عند $(0, 2)$. كيف يمكن تصنيف $\angle ABC$؟

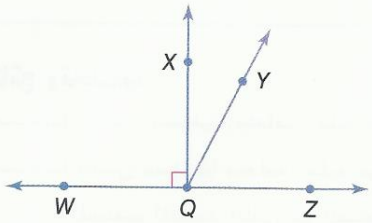
A حاد الزاوية	**C** قائم الزاوية
B منفرج الزاوية	**D** مختلف الأضلاع

في الشكل، $\overrightarrow{XA}$ و $\overrightarrow{XE}$ عبارة عن شعاعين متقابلين، ويتم قطع $\angle AXC$ من المنتصف بواسطة $\overrightarrow{XB}$. (الدرس 10-4)



13. إذا كانت $m\angle AXC = 8x - 7$ و $m\angle AXB = 3x + 10$، فأوجد $m\angle AXC$.
14. إذا كانت $m\angle CXD = 4x + 6$، و $m\angle DXE = 3x + 1$، و $m\angle CXE = 8x - 2$، فأوجد $m\angle DXE$.

صنّف كل زاوية على أنها حادة أم قائمة أم منفرجة. (الدرس 10-4)



15. $\angle WQY$
16. $\angle YQZ$

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

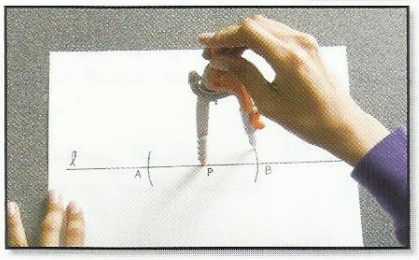
مختبر الهندسة
إنشاء المستقيمات المتعامدة

يمكنك استخدام فرجار ومسطرة تقويم لإنشاء مستقيم متعامد على مستقيم معين من خلال نقطة على هذا المستقيم، أو من خلال نقطة *ليست* عليه.

نشاط إنشاء مستقيم متعامد

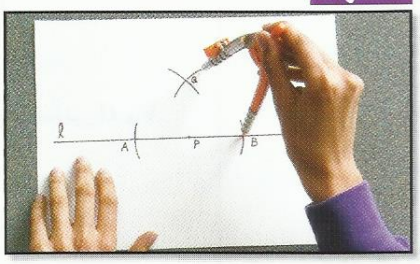
a. أنشئ مستقيمًا متعامدًا على المستقيم ℓ ويمر من خلال النقطة P على المستقيم ℓ.

الخطوة 1



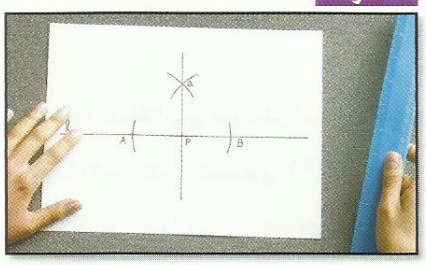
ضع الفرجار عند النقطة P. وارسم قوسين على الجانبين الأيمن والأيسر للنقطة P التي تتقاطع مع المستقيم ℓ باستخدام إعداد الفرجار نفسه. سمّ نقطتي التقاطع A و B.

الخطوة 2



باستخدام الفرجار عند النقطة A، ارسم قوسًا فوق المستقيم ℓ باستخدام إعداد أكبر من النقطتين AP. وباستخدام نفس إعداد الفرجار، ارسم قوسًا بداية من النقطة B التي تتقاطع مع القوس السابق. سمِّ نقطة التقاطع Q.

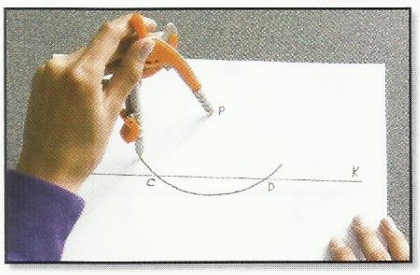
الخطوة 3



استخدام مسطرة تقويم لرسم $\overleftrightarrow{QP}$.

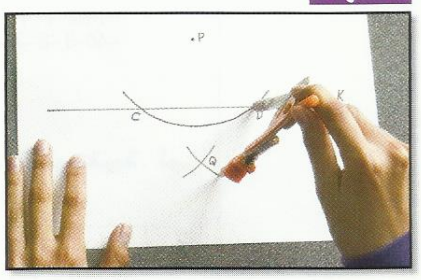
b. أنشئ مستقيمًا متعامدًا على المستقيم k ويمر عبر النقطة P وليس على k.

الخطوة 1



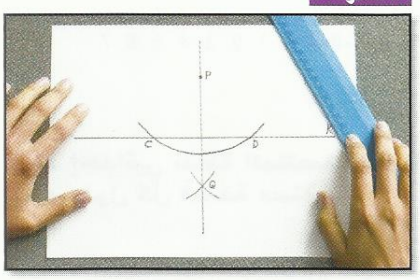
ضع الفرجار عند النقطة P. وارسم قوسًا يتقاطع مع المستقيم k في مكانين مختلفين. سمِّ نقطتي التقاطع C و D.

الخطوة 2



باستخدام الفرجار عند النقطة C، ارسم قوسًا تحت المستقيم k باستخدام إعداد أكبر من $\frac{1}{2}CD$. وباستخدام نفس إعداد الفرجار، ارسم قوسًا من النقطة D التي تتقاطع مع القوس السابق. سمِّ نقطة التقاطع Q.

الخطوة 3



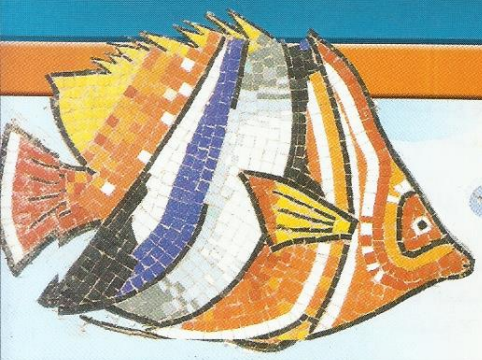
استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overleftrightarrow{PQ}$.

تمثيل النتائج وتحليلها

1. ارسم مستقيمًا وأنشئ مستقيمًا متعامدًا عليه من خلال نقطة على هذا المستقيم الأول.
2. ارسم مستقيمًا وأنشئ مستقيمًا متعامدًا عليه من خلال نقطة ليست على هذا المستقيم الأول.
3. ما وجه تشابه المستقيم المتعامد الثاني مع المستقيم الأول؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education Ed-Imaging

10-6 الأشكال ثنائية الأبعاد



السابق	الحالي	لماذا؟
• قمتَ بقياس أشكال أحادية البعد.	1 تحديد وتسمية المضلعات. 2 إيجاد المحيط ومحيط الدائرة ومساحة الأشكال ثنائية الأبعاد.	• الفسيفساء عبارة عن أشكال أو صور يتم ابتكارها باستخدام قطع صغيرة من الزجاج أو الأحجار الملونة. وتوضع عادةً على الحائط أو الأرضيات وغالبًا ما تكون في شكل مضلعات.

المفردات الجديدة

مضلع polygon
رأس المُضلع vertex of a polygon
مقعّر concave
مُحدّب convex
n-عدد أضلاع المُضلع n-gon
مُضلع متساوي الأضلاع equilateral polygon
مُضلع متساوي الزوايا equiangular polygon
مُضلع منتظم regular polygon
محيط Perimeter
محيط الدائرة circumference
المساحة area

ممارسات في الرياضيات

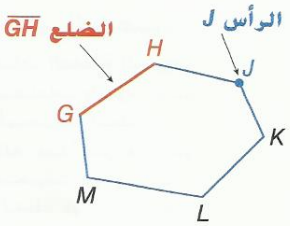
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
مراعاة الدقة.

1 تعريف المضلعات تكون معظم الأشكال المغلقة المبينة في الفسيفساء عبارة عن مُضلعات. إن مفهوم *مُضلع* مشتق من كلمة يونانية تعني *العديد من الزوايا*.

المفهوم الأساسي المضلعات

المُضلع عبارة عن شكل مُغلق يتكون من عدد محدود من القطع المستقيمة التي تكون في مستوى واحد، والتي تُسمى *أضلاعًا*، بحيث تكون

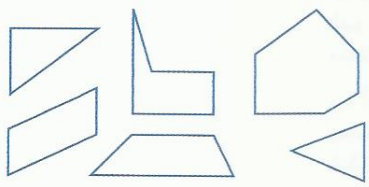
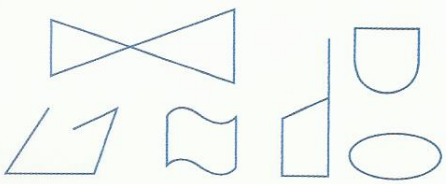
- الأضلاع التي لها نقطة طرفية مشتركة ليست على استقامة واحدة
- وكل ضلع يقاطع ضلعين آخرين تمامًا، ولكن فقط عند النقاط الطرفية الخاصة بهما.



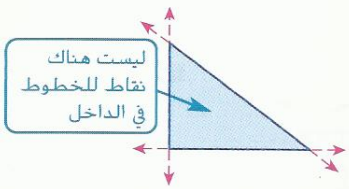
المضلع GHJKLM

تكون رأس كل زاوية هي رأس المُضلع.
وتتم تسمية المضلع حسب حروف رؤوسه، وتُكتب بترتيب الرؤوس المتعاقبة.

يوضح الجدول التالي بعض الأمثلة الإضافية للمضلعات، وبعض أمثلة الأشكال التي ليست مُضلعات .

مُضلعات	ليست مُضلعات
	

يمكن أن تكون المُضلعات **محدبة** أو **مُقعّرة**. افترض أن المستقيم الذي يضم كل ضلع مرسومًا. فإذا كان أي من المستقيمات يضم أي نقطة في الجزء الداخلي للمُضلع، فحينها يكون مُقعّرًا. وإلاّ فإنه يكون مُحدّبًا.



مضلع مقعر

مضلع مقعر

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

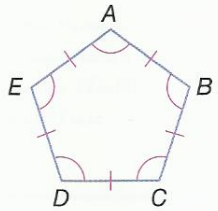
نصيحة دراسية

تسمية الأضلاع تُستخدم البادئات اليونانية المُستخدمة في تسمية الأضلاع أيضًا في ترميز الأعداد. فعلى سبيل المثال، تكون *للدراجة* الهوائية (bicycle) عجلتان، ويكون للحامل الثلاثي *(tripod)* ثلاثة أرجل.

بوجه عام، يُصنَّف المُضلع بحسب عدد أضلاعه. ويُدرج الجدول التالي بعض الأسماء المشتركة لفئات مُختلفة من المُضلعات. ويكون المُضلع الذي يحتوي على عدد n من الأضلاع هو **مضلع n من الأضلاع**. على سبيل المثال، المُضلع ذو الـ 15 ضلعًا يُسمى مضلع 15 ضلعًا (أو مضلع له 15 ضلعًا).

عدد الأضلاع	المضلع
3	المثلث
4	رباعي الأضلاع
5	خماسي الأضلاع
6	سداسي الأضلاع
7	سباعي الأضلاع
8	ثماني الأضلاع
9	تساعي الأضلاع
10	عشاري الأضلاع
11	أحادي عشري الأضلاع
12	اثنا عشري الأضلاع
n	n–عدد أضلاع المُضلع

المُضلع **متساوي الأضلاع** هو مضلع تكون جميع أضلاعه متطابقة. في حين أن المُضلع **متساوي الزوايا** هو مُضلع تكون جميع زواياه متطابقة.



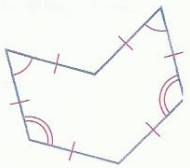
خماسي الأضلاع المنتظم *ABCDE*

ويُطلق على المُضلع المُحدّب، الذي يكون متساوي الأضلاع ومتساوي الزوايا، اسم **مُضلع منتظم**. أما المُضلع *غير المنتظم* فهو مُضلع لا يكون منتظمًا.

مثال 1 تسمية وتصنيف المُضلعات

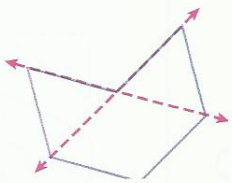
سمِّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثمّ صنفه على أنه *مُحدّب* أو *مُقعّر* ومنتظم أو غير منتظم.

a.



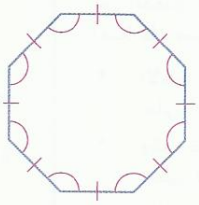
يضم المضلع 6 أضلاع، إذًا فهو سداسي الأضلاع.

سيمر اثنان من المستقيمات اللذان يضمان أضلاع المُضلع من خلال الجزء الداخلي للشكل سداسي الأضلاع؛ إذًا فهو مُقعر.



يمكن للمُضلعات المُحدبة فقط أن تكون منتظمة، وبالتالي فهذا شكل سداسي الأضلاع غير منتظم.

b.



توجد 8 أضلاع، إذًا هذا شكل ثماني الأضلاع.

لا يوجد مستقيم يضم أيًا من الأضلاع سيمر من خلال الجزء الداخلي للشكل ثماني الأضلاع، وبالتالي فهو محدَّب.

جميع الأضلاع متطابقة، وبالتالي فهو متساوي الأضلاع. وجميع الزوايا متطابقة، وبالتالي فهو متساوي الزوايا.

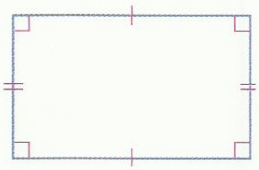
بما أن المُضلع مُحدب ومتساوي الأضلاع ومتساوي الزوايا، فهو منتظم. إذًا، هذا شكل ثماني الأضلاع منتظم.

قراءة في الرياضيات

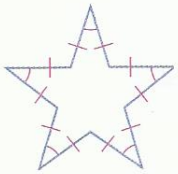
المنحنيات المغلقة البسيطة تعد المُضلعات والدوائر أمثلة على *المنحنيات المُغلقة البسيطة*. ويبدأ مثل هذا النوع من المنحنيات وينتهي عند نفس النقطة دون أن يتقاطع مع نفسه. والأشكال الموضحة أدناه *ليست* منحنيات مُغلقة بسيطة.

تمرين موجّه

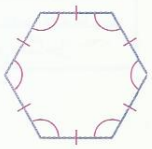
1A.



1B.



1C.



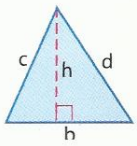
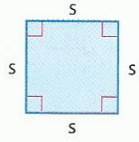
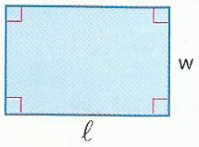
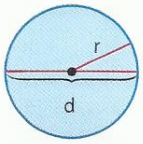
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح للطبع والتأليف © محفوظة حقوق

2 المحيط ومحيط الدائرة والمساحة

إن **مُحيط** المُضلع هو مجموع أطوال أضلاع هذا المُضلع. ولبعض الأشكال قوانين أو صيغ خاصة للمحيط، ولكن جميعها مشتق من التعريف الأساسي للمحيط. **ومحيط** الدائرة هو المسافة المحيطة بهذه الدائرة.

إن **مساحة** شكل ما هي عدد الوحدات المربعة اللازمة لتغطية سطح ما. راجع الصيغ المتعلقة بمحيط ومساحة المضلعات الثلاثة الشائعة والدائرة الواردة فيما يلي.

المفهوم الأساسي المُحيط ومحيط الدائرة والمساحة

مثلث	مربع	مستطيل	دائرة
			
$P = b + c + d$	$P = s + s + s + s$ $= 4s$	$P = \ell + w + \ell + w$ $= 2\ell + 2w$	$C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$
$A = \frac{1}{2}bh$	$A = s^2$	$A = \ell w$	$A = \pi r^2$

P = مُحيط المُضلع A = مساحة الشكل C = محيط الدائرة

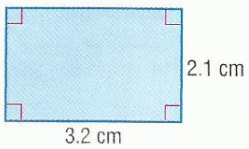
b = القاعدة، h = الارتفاع ℓ = الطول، w = العرض، r = نصف القُطر، d = القُطر

قراءة في الرياضيات

Pi الرمز π يُقرأ *pi*. وهذا ليس مُتغيرًا ولكنه عدد غير نسبي. وتتمثل أدق طريقة لإجراء عملية حساب من خلال π في استخدام حاسبة. وفي حال عدم توفر حاسبة، يكون 3.14 تقديرًا جيدًا لـ π.

مثال 2 أوجد المحيط والمساحة

أوجد المُحيط أو محيط الدائرة ومساحة كل شكل .

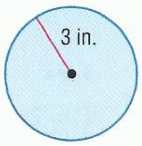
a. 

مُحيط المستطيل
$P = 2\ell + 2w$
$= 2(3.2) + 2(2.1)$ $\ell = 3.2,\ w = 2.1$
$= 10.6$ بسّط

يبلغ المُحيط 10.6 سنتيمترات.

مساحة المستطيل
$A = \ell w$
$= (3.2)(2.1)$ $\ell = 3.2,\ w = 2.1$
$= 6.72$ بسّط

المساحة تساوي حوالي 6.7 سنتيمترات مُربعة.

b. 

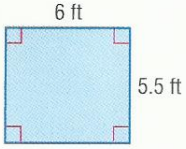
محيط الدائرة
$C = 2\pi r$
$= 2\pi(3)$ $r = 3$
≈ 18.85 استخدم حاسبة

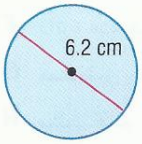
يبلغ مُحيط الدائرة حوالي 18.9 سنتيمترًا.

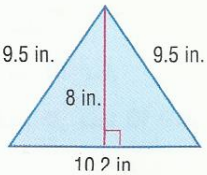
مساحة الدائرة
$A = \pi r^2$
$= \pi(3)^2$ $r = 3$
≈ 28.3 استخدم حاسبة

تبلغ المساحة حوالي 28.3 سنتيمترًا مُربعًا.

تمرين موجّه

2A. 

2B. 

2C. 

نصيحة دراسية

المُحيط مقابل المساحة بما أن حساب مساحة الشكل تتضمن ضرب بُعدين (وحدة × وحدة)، فإنه يتم استخدام وحدات مُربعة. ويُستخدم بُعد واحد فقط عند إيجاد المُحيط (المسافة المحيطة). لذا، يتم الحصول عليه ببساطة في صورة وحدات.

McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 3 على الاختبار المعياري أكبر مساحة

لدى نورة 26 سنتيمترًا من سلك لتأطير صورة لها في دفتر القصاصات الخاص بها. فأي من الأشكال التالية سيستهلك معظم أو كل هذا السلك مع الإحاطة بأكبر مساحة؟

A مثلث قائم الزاوية طول كل ساق فيه حوالي 7 سنتيمترات

B دائرة بنصف قُطر يبلغ حوالي 4 سنتيمترات

C مستطيل بطول يبلغ 8 سنتيمترات وعرض 4.5 سنتيمترات

D مربع به ضلع طوله يبلغ 6 سنتيمترات

قراءة فقرة الاختبار

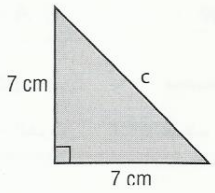
قارن مساحة ومحيط أربعة أشكال مختلفة.

حل فقرة الاختبار

أوجد محيط ومساحة كل شكل.

مثلث قائم الزاوية

استخدم نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر.



$c^2 = a^2 + b^2$ نظرية فيثاغورس

$c^2 = 7^2 + 7^2$ أو 98 $a = 7, b = 7$

$c = \sqrt{98}$ أو حوالي 9.9 بسّط

$P = a + b + c$ محيط المثلث

$\approx 7 + 7 + 9.9$ أو حوالي 23.9 cm تعويض

$A = \frac{1}{2}bh$ مساحة المثلث

$= \frac{1}{2}(7)(7)$ أو 24.5 cm^2 تعويض

مربع	مستطيل	دائرة
$P = 4s$	$P = 2\ell + 2w$	$C = 2\pi r$
$= 4(6)$	$= 2(8) + 2(4.5)$	$= 2\pi(4)$
$= 24$ cm	$= 25$ cm	≈ 25.1 cm
$A = s^2$	$A = \ell w$	$A = \pi r^2$
$= 6^2$	$= (8)(4.5)$	$= \pi(4)^2$
$= 36$ cm^2	$= 36$ cm^2	≈ 50.3 cm^2

الشكل الذي يستخدم معظم السلك ويُحيط بأكبر مساحة هو الدائرة.
الإجابة هي B.

نصيحة عند حل الاختبار

الرياضيات الذهنية عندما يطلب منك مقارنة قياسات تتعلق بأشكال مختلفة، فقد يساعدك استخدام الرياضيات الذهنية. قدّر محيط ومساحة كل شكل، ثم تحقق من حساباتك.

نصيحة دراسية

القياسات غير النسبية لاحظ أن محيط المثلث الوارد في المثال 3 هو تقدير تقريبي فقط. ولأن طول الوتر عدد غير نسبي، يكون المحيط الفعلي للمثلث هو القياس غير النسبي $(14 + \sqrt{98})$ سنتيمترات.

تمرين موجّه

3. لدى مُحمد 23 مترًا من السياج لتسييج منطقة لعب لقطته. فأي شكل لمنطقة اللعب يستخدم معظم أو كل السياج ويُسيّج أكبر قدر من المنطقة؟

F دائرة بنصف قُطر يبلغ حوالي 5 أمتار

G مستطيل بطول يبلغ 5 أمتار وعرض 10 أمتار

H مثلث قائم الزاوية بسيقان يبلغ طول كل منها 10 أمتار

J مربع بضلع يبلغ طوله 8 أمتار

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

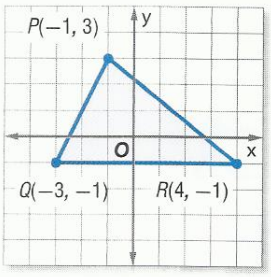
يمكنك استخدام صيغة المسافة لإيجاد محيط مُضلع ثم تمثيله بيانيًا على مستوى إحداثي.

مثال 4 المحيط والمساحة على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية **أوجد محيط ومساحة $\triangle PQR$ برؤوس $P(-1, 3)$ و $Q(-3, -1)$، و $R(4, -1)$.**

الخطوة 1 أوجد محيط $\triangle PQR$.

مثّل $\triangle PQR$ بيانيًا.



لإيجاد مُحيط $\triangle PQR$، أولًا احسب أطوال كل ضلع. ومن خلال عدّ المربعات على الشبكة، نجد أن $QR = 7$ وحدات. استخدم صيغة المسافة لإيجاد أطوال $\overline{PQ}$ و $\overline{PR}$.

$\overline{PQ}$ لها نقطتان طرفيتان عند $P(-1, 3)$ و $Q(-3, -1)$.

صيغة المسافة $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

عوّض $= \sqrt{[-1 - (-3)]^2 + [3 - (-1)]^2}$

اطرح $= \sqrt{2^2 + 4^2}$

بسّط $= \sqrt{20}$ أو حوالي 4.5

$\overline{PR}$ لها نقطتان طرفيتان عند $P(-1, 3)$ و $R(4, -1)$.

صيغة المسافة $PR = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

عوّض $= \sqrt{(-1 - 4)^2 + [3 - (-1)]^2}$

اطرح $= \sqrt{(-5)^2 + 4^2}$

بسّط $= \sqrt{41}$ أو حوالي 6.4

مُحيط $\triangle PQR$ هو $\sqrt{20} + \sqrt{41} + 7$ أو حوالي 17.9 وحدات.

الخطوة 2 أوجد مساحة $\triangle PQR$.

لإيجاد مساحة المثلث، أوجد أطوال الارتفاع والقاعدة. والارتفاع هو المسافة العمودية من P إلى $\overline{QR}$. ومن خلال عدّ المربعات الموجودة على التمثيل البياني، فإن الارتفاع يبلغ 4 وحدات. ويبلغ طول $\overline{QR}$ 7 وحدات.

مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$

عوّض وبسّط $= \frac{1}{2}(7)(4)$ أو 14

تبلغ مساحة $\triangle PQR$ 14 وحدة مربعة.

تحقق من فهمك

4. أوجد محيط ومساحة $\triangle ABC$ برؤوس $A(-1, 4)$ و $B(-1, -1)$ و $C(6, -1)$.

نصيحة دراسية

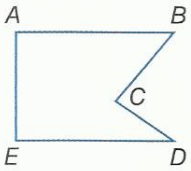
الوحدات المربعة والخطية

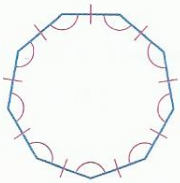
تذكر استخدام وحدات خطية مع المحيط ووحدات مربعة مع المساحة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **سمِّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثم صنفه كمُحدب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.**

1. 

2. 

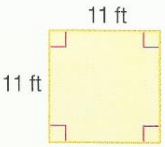
اللافتات **حدّد شكل كل لافتة مرورية. وصنِّفها ما إذا كانت منتظمة أم غير منتظمة.**

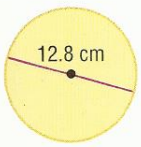
3. قف

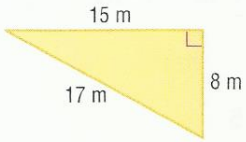
4. تحذير أو إنذار

5. قلِّل سرعة المركبة المتحركة

مثال 2 **أوجد محيط ومساحة كل شكل. قرّب لأقرب جزء من عشرة.**

6. 

7. 

8. 

مثال 3 9. **الاختيار من متعدد** تقوم نهلة بعمل لافتة للمباراة. وهي لديها 20 مترًا مربعًا من القماش. ما الشكل *الذي* سيستهلك معظم أو كل القماش؟

A مربع به ضلع بطول 4 أمتار

B مستطيل بطول يبلغ 4 أمتار وعرض 3.5 أمتار.

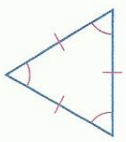
C دائرة بنصف قُطر يبلغ حوالي 2.5 متر.

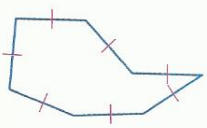
D مثلث قائم الزاوية بسيقان يبلغ كل منها حوالي 5 أمتار

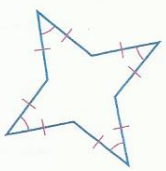
مثال 4 10. **الاستنتاج** أوجد محيط ومساحة $\triangle ABC$ برؤوس $A(-1, 2)$ و $B(3, 6)$ و $C(3, -2)$.

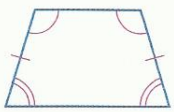
التمرين وحل المسائل

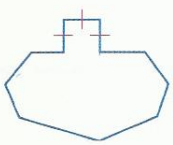
مثال 1 **سمِّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثم صنفه كمُحدب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.**

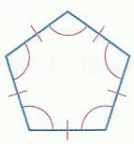
11. 

12. 

13. 

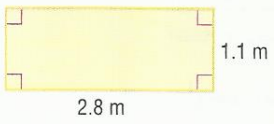
14. 

15. 

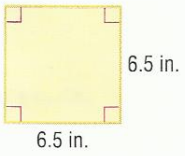
16. 

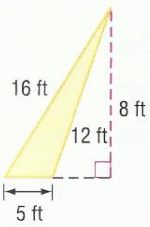
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

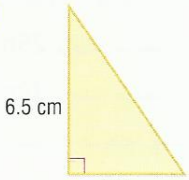
الأمثلة 3-2 أوجد محيط أو محيط دائرة ومساحة كل شكل. وقرّب لأقرب جزء من عشرة.

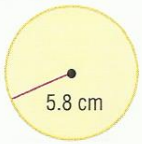
17. 

18.

19. 

20. 

21. 

22. 

23. **الصناعات اليدوية** لدى نسرين صورة مربعة بمقاس 4 سنتيمترات لكل جانب. ويتم وضع الصورة في إطار بطول شريط. وتريد استخدام نفس قطعة الشريط لتأطير صورة دائرية. ما أقصى نصف قُطر للإطار الدائري؟

24. **تنسيق الحدائق** يملك السيد ماجد حديقة دائرية بقُطر دائرة يبلغ 10 أمتار. وهي مُحاطة بحاشية. ومن خلال نفس طول الحاشية، سيقوم بإنشاء حديقة مربعة. ما أقصى طول ضلع للمربع؟

مثال 4 **الاستنتاج** **مثّل بيانيًا كل شكل باستخدام الرؤوس المذكورة وحدّد الشكل. ثم أوجد محيط الشكل ومساحته.**

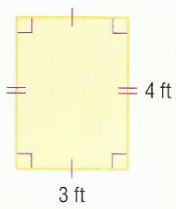
25. $D(-2, -2)$, $E(-2, 3)$, $F(2, -1)$

26. $J(-3, -3)$, $K(3, 2)$, $L(3, -3)$

27. $P(-1, 1)$, $Q(3, 4)$, $R(6, 0)$, $S(2, -3)$

28. $T(-2, 3)$, $U(1, 6)$, $V(5, 2)$, $W(2, -1)$

29. **تغيير الأبعاد** استخدم المستطيل على يسار الصفحة.



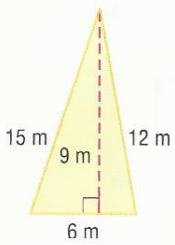
a. أوجد محيط المستطيل.

b. أوجد مساحة المستطيل.

c. افترض مضاعفة طول المستطيل وعرضه. كيف سيكون تأثير هذا على المحيط؟ والمساحة؟ برّر إجابتك.

d. افترض إنزال طول وعرض المستطيل إلى النصف. كيف سيكون تأثير ذلك على المُحيط؟ والمساحة؟ برّر إجابتك.

30. **تغيير الأبعاد** استخدم المثلث الموجود على يسار الصفحة.



a. أوجد مُحيط المثلث.

b. أوجد مساحة المثلث.

c. افترض مضاعفة أطوال وارتفاع أضلاع المثلث. كيف سيكون تأثير ذلك على المحيط؟ والمساحة؟ برّر إجابتك.

d. افترض قسمة أطوال وارتفاع أضلاع المثلث على ثلاثة. كيف سيكون تأثير ذلك على المحيط؟ والمساحة؟ برّر إجابتك.

31. **الجبر** مستطيل تبلغ مساحته 360 مترًا مربعًا وطوله أكبر من عرضه 10 مرات. أوجد طوله وعرضه.

32. **الجبر** مستطيل تبلغ مساحته 350 مترًا مربعًا وعرضه أكبر من طوله 14 مرة. أوجد طوله وعرضه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

33 **قرص الجولف** يتراوح قياس قطر أشهر ماركة للأقراص الطائرة المستخدمة في رياضة قرص الجولف بين 20 و25 سنتيمترًا. أوجد مدى محيطات الدائرة الممكنة لهذه الأقراص الطائرة ومساحاتها مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة.

الجبر أوجد المحيط أو محيط الدائرة لكل شكل تم وصفه.

34. مساحة مربع تبلغ 36 وحدة مربعة

35. طول مستطيل يبلغ نصف العرض. وتبلغ المساحة 25 مترًا مربعًا.

36. مساحة دائرة تبلغ 25π وحدة مربعة.

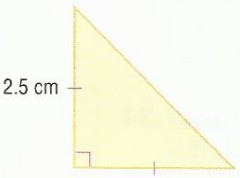
37. مساحة دائرة تبلغ 32π وحدة مربعة.

38. مستطيل طوله 3 أضعاف عرضه. وتبلغ المساحة 27 سنتيمترًا مربعًا.

39. مستطيل طوله ضعف عرضه. وتبلغ المساحة 48 سنتيمترًا مربعًا.

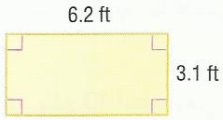
الدقة أوجد محيط كل شكل ومساحته بالسنتيمترات. قرّب لأقرب جزء من المئة، عند الحاجة.

40.



41.

42.



الجسم	d	C	$\frac{C}{d}$
1			
2			
3			
⋮			
10			

43. **التمثيلات المتعددة** اجمع وقِس قُطر ومُحيط الدائرة لعشرة أجسام مستديرة باستخدام شريط قياس بوحدة المليمتر.

a. **جدوليًا** سجّل القياسات في جدول كما هو موضح.

b. **جبريًا** احسب قيمة $\frac{C}{d}$ لأقرب جزء من مئة لكل جسم وسجّل النتيجة.

c. **بيانيًا** أنشئ مخطط انتشار للبيانات بقِيَم d على المحور الأفقي وقِيَم C على المحور الأفقي.

d. **لفظيًا** أوجد معادلة للمستقيم الأفضل مواءمة للبيانات. ماذا تُمثل هذه المعادلة؟ ماذا يُمثل ميل المستقيم؟

مسائل مهارات التفكير العليا

44. **أي مما يلي لا ينتمي إلى المجموعة؟** حدد المفهوم الذي لا ينتمي إلى المفاهيم الثلاثة الأخرى. اشرح استنتاجك.

مربع	دائرة	مثلث	خماسي أضلاع

45. **التحدي** رؤوس مستطيل بأطوال أضلاع تبلغ 10 و 24 وحدة تقع على دائرة بنصف قُطر يبلغ 13 وحدة. أوجد المساحة بين الأشكال.

46. **الاستنتاج** اذكر مُضلعًا يكون منتظمًا دائمًا ومُضلعًا يكون منتظمًا أحيانًا اشرح استنتاجك.

47. **مسألة غير مُحددة الإجابة** ارسم خماسي أضلاع. هل خماسي الأضلاع هذا مُحدب أم مُقعّر؟ هل هذا الخماسي منتظم أم غير منتظم؟ برّر إجاباتك.

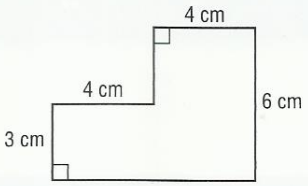
48. **التحدي** غرفة مستطيلة الشكل مقاس 20 مترًا في 12.5 مترًا. كم عدد البلاطات مقاس 5 سنتيمترات مربعة التي ستستهلكها هذه الغرفة لتغطية أرضيتها؟ اشرح.

49. **الكتابة في الرياضيات** صف طريقتين محتملتين يمكن للمضلع من خلالهما أن يكون متساوي الزوايا وليس مُضلعًا منتظمًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

50. أوجد مُحيط الشكل.



A 17 cm
B 25 cm
C 28 cm
D 31 cm

51. الاحتمالات في ثلاث رميات متتالية لحجر نرد (مكعب أعداد)، رمى فالح الحجر وظهر العدد 6. فما احتمالية أن يظهر العدد 6 إذا رمى فالح الحجر للمرة الرابعة؟

F $\frac{1}{6}$
G $\frac{1}{4}$
H $\frac{1}{3}$
J 1

52. إجابة مُختصرة يُخطط فهد لحفل تناول عشاء لـ80 شخصًا. ووفقًا للنمط الوارد في الجدول، كم ملليلترًا من المثلجات سيتعين على فهد شراؤها؟

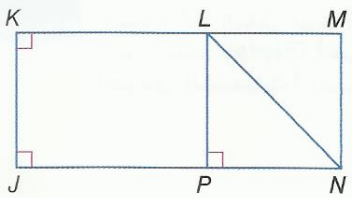
عدد الضيوف	ملليلترات المثلجات
8	2
16	4
24	6
32	8

53. SAT/ACT إطار بعرض 2 سنتيمتر يُحيط بلوحة يبلغ عرضها 18 سنتيمترًا ويبلغ طولها 14 سنتيمترًا. فما مساحة هذا الإطار؟

A 68 cm^2
B 84 cm^2
C 144 cm^2
D 252 cm^2
E 396 cm^2

مراجعة شاملة

حدد ما إذا كان من الممكن افتراض كل عبارة من الشكل. اشرح. (الدرس 5-10)



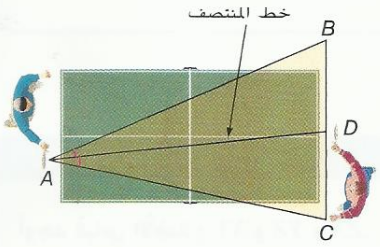
54. $\angle KJN$ هي زاوية قائمة.

55. $\angle PLN \cong \angle NLM$

56. $\angle PNL$ و $\angle MNL$ زاويتان متتامتان.

57. $\angle KLN$ و $\angle MLN$ هما زاويتان متكاملتان.

58. تنس الطاولة يوضح الرسم التخطيطي زاوية لعب لأحد لاعبي تنس الطاولة. إذا كان لدى لاعب يمارس اللعبة باليد اليُمنى ضربة قوية ببطن المضرب، فسيتعين عليه الوقوف على يسار خط المنتصف لزاوية لعب المنافس. (الدرس 4-10)



a. ما المفهوم الهندسي الذي يصف خط المنتصف؟

b. إذا كان قياس زاوية اللعب الموضحة في الرسم التخطيطي يبلغ 43°. فما قياس الزاوية $m\angle BAD$؟

مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير إذا كان $P = 10$ و $B = 12$ و $h = 6$ و $r = 3$ و $\ell = 5$. قرّب لأقرب جزء من عشرة، عند الحاجة.

59. $\frac{1}{2}P\ell + B$
60. $\frac{1}{3}Bh$
61. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
62. $2\pi rh + 2\pi r^2$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

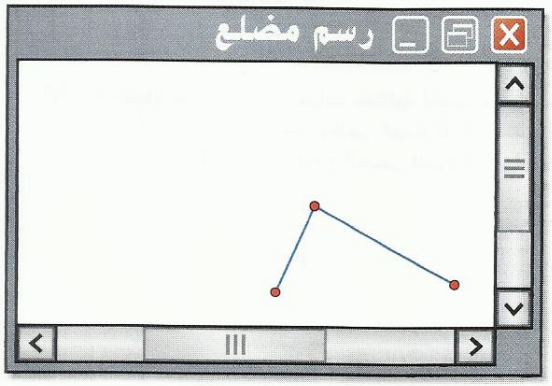
10-6 مختبر برامج الهندسة
الأشكال ثنائية الأبعاد

النشاط 1 رسم مضلع

ارسم $\triangle XYZ$.

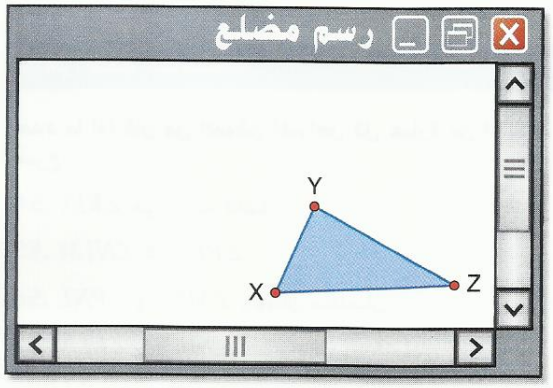
الخطوة 1 حدد أداة رسم القطعة المستقيمة من شريط الأدوات واضغط لضبط نقطة النهاية الأولى X للضلع $\overline{XY}$. بعد ذلك، اسحب المؤشر، وانقر مرة أخرى لضبط نقطة النهاية الأخرى Y.

الخطوة 2 انقر فوق النقطة Y لضبط نقطة النهاية لـ $\overline{YZ}$. اسحب المؤشر وانقر فوق لضبط النقطة Z.



الخطوة 3 انقر فوق النقطة Z لضبط نقطة النهاية لـ $\overline{ZX}$. ثم حرك المؤشر لإبراز النقطة X. انقر فوق X لرسم $\overline{ZX}$.

الخطوة 4 استخدم أداة المؤشر للنقر فوق النقاط X و Y و Z. ضمن القائمة **Display (عرض)**، حدد **Show Labels (عرض التسميات)** لتسمية رؤوس مثلثك.



النشاط 2 قياس الأضلاع

أوجد قياس الأضلاع XY و YZ و ZX.

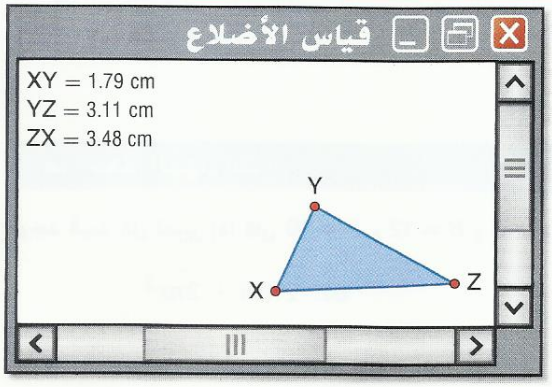
الخطوة 1 استخدام أداة المؤشر لتحديد $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$ و $\overline{ZX}$

الخطوة 2 حدد الأمر **Length (طول)** من القائمة **Measure (قياس)** لعرض أطوال $\overline{XY}$, $\overline{YZ}$ و $\overline{ZX}$.

$XY = 1.79$ cm

$YZ = 3.11$ cm

$ZX = 3.48$ cm

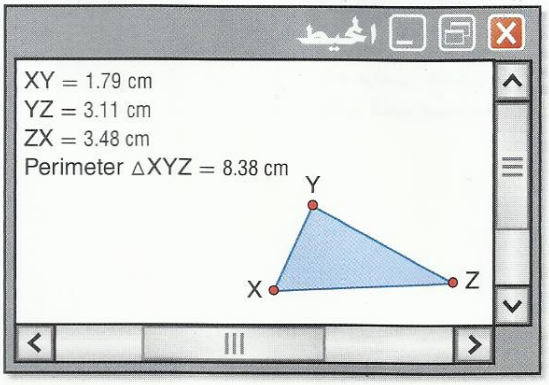


(يتبع في الصفحة التالية)

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الأشكال ثنائية الأبعاد تابع

النشاط 3 أوجد المحيط



أوجد محيط $\triangle XYZ$.

الخطوة 1 استخدم أداة المؤشر لتحديد النقاط X و Y و Z.

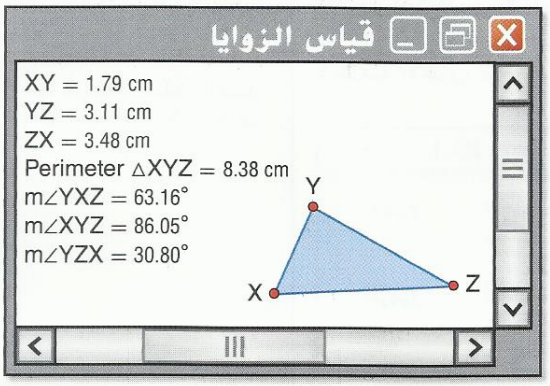
الخطوة 2 من القائمة **Construct (إنشاء)**. حدد **Triangle Interior (الجزء الداخلي للمثلث)**. سيُظلل المثلث حينها.

الخطوة 3 حدد الجزء الداخلي للمثلث باستخدام المؤشر.

الخطوة 4 اختر الأمر **Perimeter (المحيط)** من القائمة **Measure (قياس)** لإيجاد محيط $\triangle XYZ$.

يبلغ محيط $\triangle XYZ$ 8.38 سنتيمترات.

النشاط 4 قياس الزوايا



أوجد $m\angle X$ و $m\angle Y$ و $m\angle Z$.

الخطوة 1 تذكر أن $\angle X$ يمكن أيضًا تسميتها $\angle YXZ$ أو $\angle ZXY$. استخدم المؤشر لتحديد النقاط Y و X و Z بالترتيب.

الخطوة 2 حدد الأمر **Angle (زاوية)** من القائمة **Measure (قياس)** لإيجاد $m\angle X$.

الخطوة 3 حدد النقاط X و Y و Z. أوجد $m\angle Y$.

الخطوة 4 حدد النقاط X و Z و Y. أوجد $m\angle Z$.

$m\angle X = 63.16$ و $m\angle Y = 86.05$ و $m\angle Z = 30.8$.

تحليل النتائج

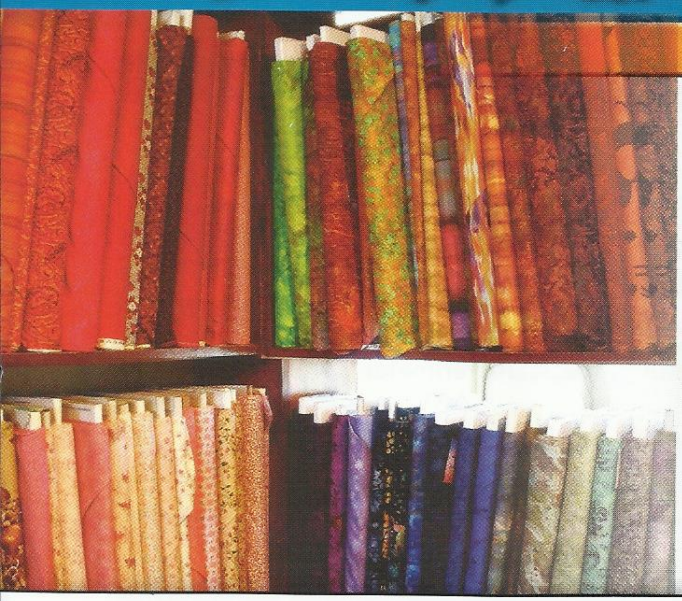
1. اجمع قياسات الأضلاع من النشاط 2. ما وجه تشابه هذا مع النتيجة الواردة في النشاط 3؟
2. ما مجموع قياسات زوايا $\triangle XYZ$؟
3. كرّر الأنشطة لكل شكل.

a. رباعي أضلاع غير منتظم **b.** مربع **c.** خماسي أضلاع **d.** شكل سداسي

4. ارسم رباعي أضلاع آخر وأوجد محيطه. ثم كبّر شكلك باستخدام الأمر **Dilate (تغيير الأبعاد)**. كيف يؤثر تغيير الأضلاع على المحيط؟
5. قارن نتائجك مع نتائج زملائك.
6. خمّن مجموع قياسات الزوايا في أي مثلث.
7. ما مجموع قياسات زوايا رباعي الأضلاع؟ خماسي الأضلاع؟ الشكل السداسي؟
8. ما مجموع زوايا المضلعات المرتبطة بعدد الأضلاع؟
9. اختبر فرضيتك على مضلعات أخرى. هل تنطبق فرضيتك؟ اشرح.
10. عندما تتغير أضلاع مضلع ما حسب عامل مشترك، هل يتغير محيط المضلع حسب نفس العامل كما حدث مع الأضلاع؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-7 إثبات العلاقات بين القِطع المستقيمة



السابق	الحالي	لماذا؟
• قمتَ بكتابة براهين جبرية وبراهين من عمودين.	1 • كتابة براهين تتضمن جمع قطع مستقيمة. 2 كتابة براهين تتضمن تطابق قطع مستقيمة.	• تعمل نجلاء في متجر للأقمشة بعد المدرسة. وتقيس طول القماش بشد الطرف المستقيم للقماش مقابل مسطرة قياس. لقياس الأطوال مثل الطول 39 سنتيمترًا، والذي هو أطول من مسطرة القياس، تقوم بوضع علامة عند الطول 36 سنتيمترًا. ومن نهاية هذه العلامة، تقوم بقياس طول إضافي يبلغ 3 سنتيمترات. سيؤكد ذلك أن إجمالي طول القماش هو 3 + 36 سنتيمترات أو 39 سنتيمترًا.

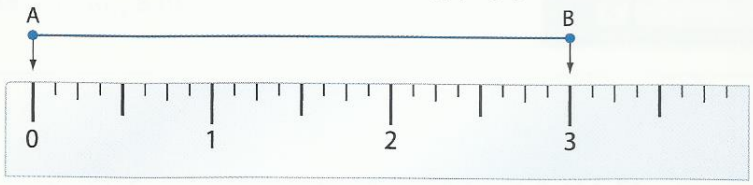
ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 مسلّمة المسطرة في الدرس 2-10 قمت بقياس القطع المستقيمة بمسطرة من خلال مطابقة علامة الصفر عند إحدى النقطتين الطرفيتين، ثم إيجاد العدد الموجود على المسطرة المتطابق مع النقطة الطرفية الأخرى. وهذا يوضح مسلّمة المسطرة.

المسلّمة 10.1 مسلّمة المسطرة

الشرح يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

الرموز إذا وقع نقطتان محددتان A و B على مستقيم، وإذا كانت A مكافئة لصفر، فإذًا Bستكافئ عددًا حقيقيًا موجبًا.

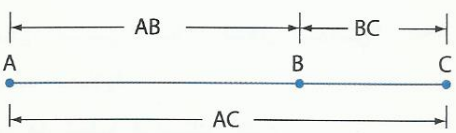


في الدرس 2-10 تعلَّمتَ أيضًا ماذا يعني أن تكون النقطة بين نقطتين أخريين. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بمسلّمة جمع القطع المستقيمة.

المسلّمة 10.2 مسلّمة جمع قطع مستقيمة

الشرح إذا كانت كل من A و B و C تقع على استقامة واحدة، فإذًا ستقع النقطة B بين A و C فقط إذا كانت $AB + BC = AC$.

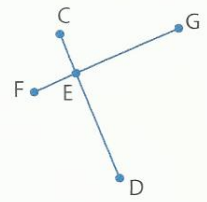
الرموز



تُستخدم مسلّمة جمع القطع المستقيمة باعتبارها تفسيرًا في العديد من البراهين أو الإثباتات الهندسية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © لصالح مؤسسة

مثال 1 استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة



أثبت أنه إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ فان $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.

المعطى : $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}; \overline{ED} \cong \overline{EG}$	1. المُعطى
2. $CE = FE; ED = EG$	2. تعريف التطابق
3. $CE + ED = CD$	3. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
4. $FE + EG = CD$	4. التعويض (الخطوتان 2 و 3)
5. $FE + EG = FG$	5. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
6. $CD = FG$	6. التعويض (الخطوتان 4 و 5)
7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$	7. تعريف التطابق

قراءة في الرياضيات

خاصية التعويض إن خاصية التعويض أو الاستبدال في المعادلة غالبا ما تكتب "تعويض" فقط.

تمرين موجّه

انسخ البرهان مع إكماله.

1. **المُعطى:** $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a. المُعطى
b. $JL = KM$	b.
c. $JK + KL =$? ; $KL + LM =$?	c. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
d. $JK + KL = KL + LM$	d.
e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e. خاصية الطرح في المعادلة
f. ?	f. التعويض
g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g. تعريف التطابق

2 تطابق القطع المستقيمة

القطع المستقيمة ذات القياس نفسه تكون متطابقة. وتطابق القطع المستقيمة له أيضًا خواص انعكاس وتماثل وتعدّ.

النظرية 10.1 خصائص تطابق القطع المستقيمة

خاصية انعكاس التطابق		$\overline{AB} \cong \overline{AB}$
خاصية التماثل في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$
خاصية التعدي في التطابق	إذا كانت	$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

ربط المفردات

متماثل

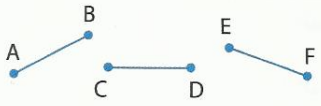
الاستخدام اليومي متوازن أو تناسبي

استخدام الرياضيات إذا كان $a = b$ فإن $b = a$.

سوف تثبت خاصيتي التماثل والانعكاس في التمرينين 6 و 7 على التوالي.

جميع الحقوق محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © والتأليف

البرهان خاصية التعدي في التطابق



المُعطى $\overline{AB} \cong \overline{CD}; \overline{CD} \cong \overline{EF}$

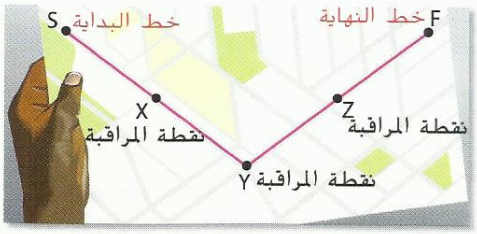
المطلوب $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

فقرة برهان:

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{CD} = \overline{EF}$ وحسب تعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وحسب خاصية التعدي في المعادلة، فإن $\overline{AB} = \overline{EF}$ وبالتالي $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ حسب تعريف التطابق.

مثال 2 من الحياة اليومية برهان استخدام تطابق القطع

التطوع **موضّح في الشكل أدناه مسار سباق جري لصالح الأعمال الخيرية. وتعد نقطتا المراقبة X و Z نقطتا منتصف بين خط البداية ونقطة المراقبة Y ونقطة المراقبة Y وخط النهاية F، على التوالي. فإذا كانت نقطة *المراقبة* Y تقع على نفس المسافة من نقطتي المراقبة X و Z، فأثبت أن الطريق من نقطة المراقبة Z إلى خط النهاية متطابق مع الطريق من خط البداية إلى نقطة المراقبة X.**



المُعطى: تعد النقطة X نقطة منتصف $\overline{SY}$ وتعد النقطة Z نقطة منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$

المطلوب $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

برهان من عمودين:

العبارات	المبررات
1. تقع النقطة X في منتصف $\overline{SY}$. وتقع النقطة Z في منتصف $\overline{YF}$. $XY = YZ$	1. المُعطى
2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}; \overline{YZ} \cong \overline{ZF}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$	3. تعريف التطابق
4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$	4. خاصية التعدي في التطابق
5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$	6. خاصية التماثل في التطابق

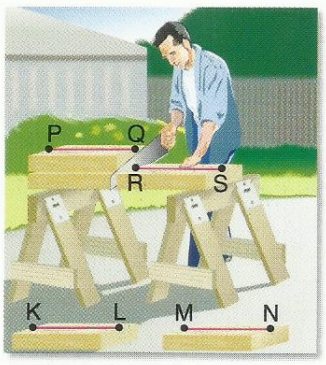
الربط بالحياة اليومية

وفقًا لاستطلاع رأي أُجري حديثًا، وُجد أن 70% من المراهقين الذين يتطوعون بدأوا ذلك قبل إتمامهم 12 عامًا. وقال آخرون إنهم قد يتطوعون إذا سنحت أمامهم مزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: مؤسسة
Youth Service America

تمرين موجّه

2. أعمال النجارة يقطع نجار لوحًا مقاس $4'' \times 2''$ إلى الطول المطلوب. ثم، يستخدم هذا اللوح كنمط لقطع لوح ثانٍ يتطابق مع الأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني ليقطع لوح ثالث ويستخدم اللوح الثالث ليقطع لوح رابع. أثبت أنه تم قطع آخر لوح بنفس قياس اللوح الأول.

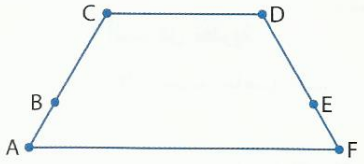


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال1

1. انسخ البرهان مع إكماله.



المُعطى: $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{FD}$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\overline{AB} \cong \overline{FE}, \overline{BC} \cong \overline{ED}$	a.
b.	b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة
c. $AB + FE = BC + ED$	c.
d.	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $AC = FD$	e.
f. $\overline{AC} \cong \overline{FD}$	f.

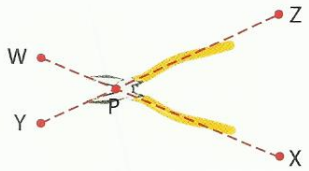
مثال2

2. **البرهان** أثبت ما يلي.

المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

المطلوب: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

3. **الكماشة** راجع الرسم التخطيطي الموضح.



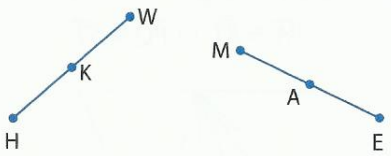
$\overline{WP}$ متطابق مع $\overline{YP}$ و $\overline{WP}$ متطابق مع $\overline{XP}$

أثبت أن $WP + ZP = YP + XP$

التمرين وحل المسائل

مثال1

4. انسخ البرهان مع إكماله.



المُعطى: النقطة K هي نقطة منتصف $\overline{HW}$

والنقطة A هي نقطة منتصف $\overline{ME}$

$\overline{HW} \cong \overline{ME}$

المطلوب: $\overline{HK} \cong \overline{MA}$

العبارات	المبررات
a.	a. المُعطى
b. $HK = KW, MA = AE$	b.
c. $HW = ME$	c.
d.	d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة
e. $HK + KW = MA + AE$	e.
f. $HK + HK = MA + MA$	f.
g.	g. حوّل لأبسط صورة.
h.	h. خاصية القسمة في المعادلة
i. $\overline{HK} \cong \overline{MA}$	i.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أثبت كل نظرية.

5. نظرية خاصية التماثل في التطابق 10.1

6. نظرية خاصية الانعكاس في التطابق 10.1

7. السفر يربط طريق إنترستيت 90 السريع بين مدن كادوكا ورابيد سيتي وسايوكس فالز وألكسندريا وولاية داكوتا الجنوبية.

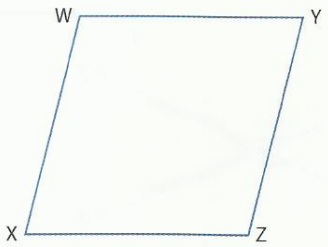
- تقع مدينة سايوكس فالز على بعد 256 كيلومترًا من كادوكا و 352 كيلومترًا من مدينة رابيد سيتي
- تقع رابيد سيتي على بعد 96 كيلومترًا من مدينة كادوكا و 292 كيلومترًا من ألكسندريا

a. ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل مواقع المدن بالنسبة لبعضها البعض والمسافات بين كل مدينة. افترض أن طريق إنترستيت 90 مستقيم.

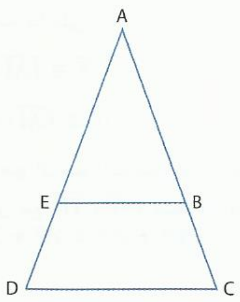
b. اكتب فقرة إثباتية لدعم استنتاجك.

البرهان أثبت ما يلي.

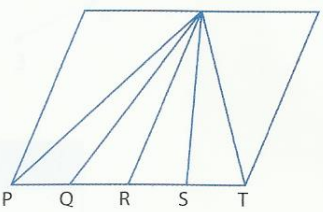
8. إذا كان $\overline{YZ} \cong \overline{ZX}$ و $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$ إذًا $\overline{XW} \cong \overline{ZX}$.



9. إذا كانت $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AC} \cong \overline{AD}$ إذًا $\overline{AE} \cong \overline{AB}$



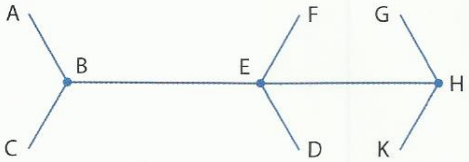
10. إذا كانت R هي نقطة منتصف $\overline{QS}$ و $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$ إذًا $\overline{PA} \cong \overline{RT}$



11. إذا كانت Q هي نقطة منتصف $\overline{PR}$ و S هي نقطة منتصف $\overline{RT}$ و $\overline{QR} \cong \overline{RS}$ إذًا $PT = 4QR$

مثال1

12.



المُعطى: $AB + BE + ED = EF + EH + HK$ و $\overline{ED} \cong \overline{HK}$ و $\overline{AB} \cong \overline{FE}$

المطلوب: $\overline{BE} \cong \overline{EH}$

McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © حقوق الطبع والتأليف

13. **الإنشاء** أنشئ قطعة مستقيمة يكون طولها ضعف $\overline{PQ}$.
اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير إنشائك.

14. **التمثيلات المتعددة** A هي نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B هي نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C هي نقطة منتصف $\overline{PB}$

a. **هندسيًا** ارسم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل هذه الحالة.

b. **جبريًا** خمّن العلاقة الجبرية بين PQ و PC.

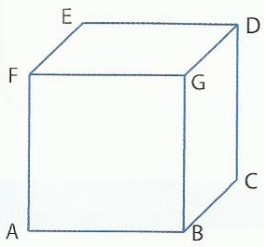
c. **هندسيًا** انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي. ثم أنشئ النقطتين C و B على $\overline{PQ}$ اشرح كيف يمكنك استخدام إنشائك لدعم تخمينك.

d. **عمليًا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك التخطيطي ولرسم النقطتين B و C على $\overline{PQ}$ استخدم رسمك لدعم تخمينك.

e. **منطقيًا** أثبت فرضيتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

15. **تحليل الخطأ** في الرسم التخطيطي $\overline{BC} \cong \overline{DG}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$
تحقق من الاستنتاجات التي أجرتها نجاة ونبيلة.
هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



نجاة

حيث إن $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ و $\overline{DG} \cong \overline{BC}$
فإن $\overline{DE} \cong \overline{AB}$ حسب خاصية الانعكاس في التطابق.

نبيلة

حيث إن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DG}$
فإن $\overline{AB} \cong \overline{DG}$ حسب خاصية التعدي في التطابق.

16. **التحدي** $ABCD$ عبارة عن مستطيل. أثبت $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

17. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية طرح في التطابق؟ اشرح.

18. **التبرير** صنّف صحة أو خطأ العبارة التالية. إذا كانت خطأً. فقدّم مثالًا مضادًا.

إذا كانت A و B و C و D و E تقع على مستقيم واحد. مع كون B هي نقطة المنتصف بين A و C وكانت C هي نقطة المنتصف بين B و D وكانت D هي نقطة المنتصف بين E و C إذًا $AB = BC = DE$.

19. **مسألة غير مُحددة الإجابة** ارسم تمثيلاً لمسلّمة جمع القطع المستقيمة. حيث يكون طول القطعة المستقيمة $1\frac{1}{2}$ سنتيمتر. ويحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة. ولا يحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.

20. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين الفقرات الإثباتية والبراهين المكونة من عمودين.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تمرين على الاختبار المعياري

21. **الجبر** يوضح المُخطط البياني الموضح أدناه عملية إعادة تدوير سنوية حسب المواد في الولايات المتحدة الأمريكية. فكم تقريبًا عدد كيلوجرامات الألمنيوم الذي يتم إعادة تدويره كل عام؟

A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

22. **الجبر** ما التعبير المُكافئ لـ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

23. **إجابة مختصرة** إذا كان قياس زاويتين متتامتين بالنسبة 4:1. فما قياس الزاوية الأصغر؟

24. **SAT/ACT** بإمكان ميسون كتابة 40 كلمة في الدقيقة. فكم دقيقة ستقضيها ميسون في كتابة 200 كلمة؟

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

مراجعة شاملة

25. **الهندسة** إذا كان طول ضلع مكعب هو s. ويُمثَّل حجمه من خلال s^3. وتُمثَّل مساحة سطحه من خلال $6s^2$.

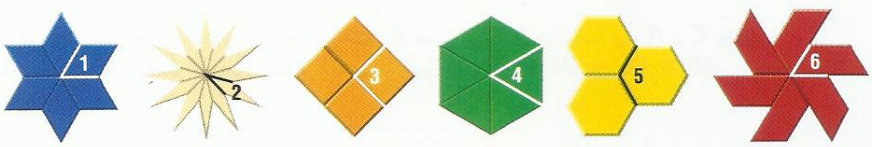
a. هل التعابير المستخدمة للحجم ومساحة السطح أحادية الحد؟ اشرح.

b. إذا كان قياس ضلع المكعب يساوي 3 أمتار، فأوجد الحجم ومساحة السطح.

c. أوجد طول الضلع s الذي يجعل للحجم ومساحة السطح نفس القياس.

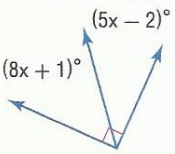
d. يمكن الحصول على حجم أسطوانة عن طريق ضرب تربيع نصف القطر في الارتفاع في π. أو $V = \pi r^2 h$. افترض أن لديك أسطوانتين. ويبلغ كل قياس في الثانية ضعف كل قياس في الأولى. إذًا $V = \pi(2r)^2(2h)$. ما نسبة حجم الأسطوانة الأولى إلى الأسطوانة الثانية؟

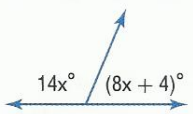
26. **قِطَع الأشكال الهندسية** يمكن ترتيب قطع الأشكال الهندسية لتلائم نمطًا دائريًا دون ترك مسافات. تذكر أن القياس حول دائرة كاملة يبلغ°360. حدد قياس درجة الزوايا المرقمة الموضحة أدناه.

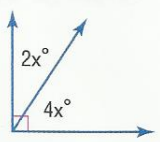


مراجعة المهارات

الجبر أوجد قيمة x.

27.


28.


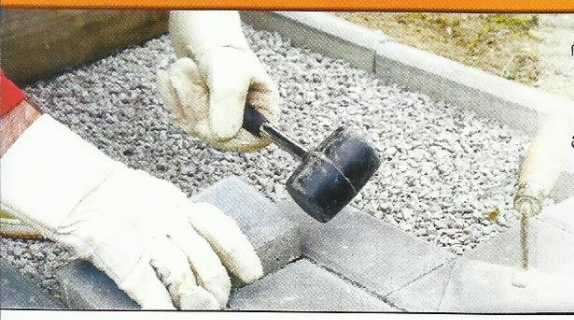
29.


McGraw-Hill Education مؤسسة محفوظة لصالح © والتأليف الطبع حقوق

الدرس 10-8

إثبات علاقات الزوايا

السابق	الحالي	لماذا؟
• حدّدت أزواجًا خاصة من الزوايا واستخدمتها.	1 كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة ومتتامة. 2 كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وقائمة.	• تقوم مدرسة جمال ببناء ممر سيضم أحجارًا بها أسماء المتخرجين من كل صف دراسي. وجميع الأحجار مستطيلة الشكل. لذا فعندما توضع الأحجار ، تكوّن جميع الزوايا أزواجًا خطية.



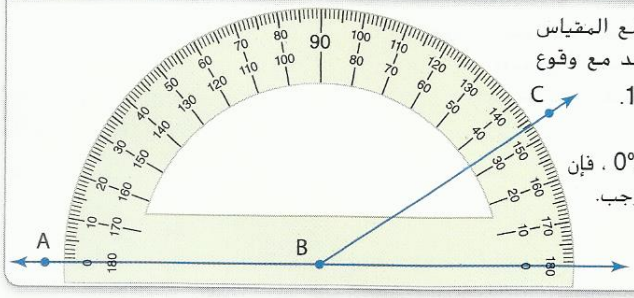
ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
مراعاة الدقة.

1 الزوايا المتكاملة والمتتامة

توضح مسلّمة المنقلة العلاقة بين مقاييس الزوايا والأعداد الحقيقية.

المسلّمة 10.3 مسلّمة المنقلة

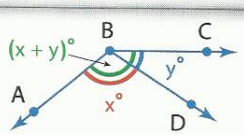
الشرح في أي زاوية مُعطاة، يمكن وضع المقياس في صورة مقابلة واحد إلىواحد مع وقوع الأعداد الحقيقية بين 0 و 180.



مثال إذا وُضعت $\overrightarrow{BA}$ بطول المنقلة عند الدرجة0° ، فإن قياس $\angle ABC$ سيتوافق مع عدد حقيقي موجب.

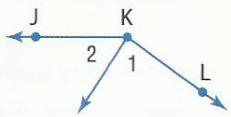
في الدرس 7-10 تعلّمت مسلّمة جمع القطع المستقيمة. وتوجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

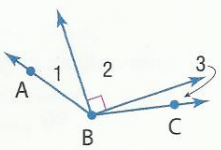
المسلّمة 10.4 مسلّمة جمع الزوايا



D هي الزاوية الداخلية للزاوية $\angle ABC$ فقط في حال كانت $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$.

مثال 1 استخدام مسلّمة إضافة زاوية





أوجد $m\angle 1$ إذا كانت $m\angle JKL = 145$ و $m\angle 2 = 56$

$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$	مُسلّمة جمع زاوية
$m\angle 1 + 56 = 145$	$m\angle 2 = 56$ $m\angle JKL = 145$
$m\angle 1 + 56 - 56 = 145 - 56$	خاصية الطرح في المساواة
$m\angle 1 = 89$	التعويض

تمرين موجّه

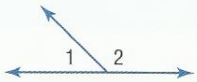
1. إذا كانت $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$ فأوجد قياس $\angle 3$ برّر كل خطوة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام مسلّمة جمع الزوايا مع علاقات زوايا أخرى لإعداد نظريات إضافية مرتبطة بالزوايا.

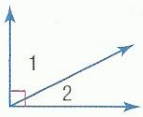
النظريات

10.2 نظرية الزوايا المتكاملة إذا كانت زاويتان تشكلان زوجًا خطيًا.
فهما زاويتان متكاملتان.



مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

10.3 نظرية الزوايا المتتامة إذا كانت الأضلاع غير المشتركة لزاويتين متجاورتين تشكلان زاوية قائمة.
فستكون الزاويتان متتامتين.



مثال $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

سوف تثبت النظريتين 10.2 و 10.3 في التمرينين 17 و 16 على التوالي.

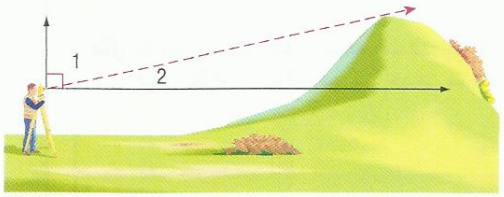
نصيحة دراسية

نظرية الزوج الخطي قد تُعرف نظرية الزوايا المتكاملة أيضًا باسم *نظرية الزوج الخطي*.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام المتمم أو المُكمّل

مسح الأراضي باستخدام مزواة، استطاع أحد المسّاحين النظر إلى قمة أحد التلال وتسجيل زاوية قياسها حوالي 73°. فما قياس الزاوية التي تصنعها قمة التل مع الأفق؟ برِّر كل خطوة.

الفهم ارسم رسمًا تخطيطيًا حول هذه الحالة. يقوم المسّاح بقياس زاوية خط رؤيته أدنى الخط العمودي. ارسم شعاعًا عموديًا وشعاعًا أفقيًا من نقطة رؤية المسّاح للتل. وسمّ الزوايا التي تكونت. إننا نعلم أن الشعاعين الرأسي والأفقي يشكلان زاوية قائمة.



التخطيط بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يشكلان زاوية قائمة، فسيكون بإمكانك استخدام نظرية الزوايا المتتامة.

الحل

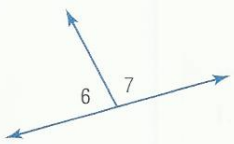
$m\angle 1 + m\angle 2 = 90$	نظرية الزوايا المتتامة
$73 + m\angle 2 = 90$	$m\angle 1 = 73$
$73 + m\angle 2 - 73 = 90 - 73$	خاصية الطرح في المساواة
$m\angle 2 = 17$	التعويض

تُحدِث قمة التل زاوية 17° مع الأفق.

التحقق بما أننا نعلم أن مجموع الزوايا يجب أن يكون 90. تحقق من معلوماتك الرياضية.
مجموع 73 و 17 هو 90 . ✓

تمرين موجّه

2. إن $\angle 6$ و $\angle 7$ يشكلان زوجًا خطيًا. وإذا كانت $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$. فأوجد قيمة x و $m\angle 6$ و $m\angle 7$.
برِّر كل خطوة.



مراجعة المفردات

زاويتان متكاملتان
supplementary angles
زاويتان مجموع قياسيهما يُساوي 180

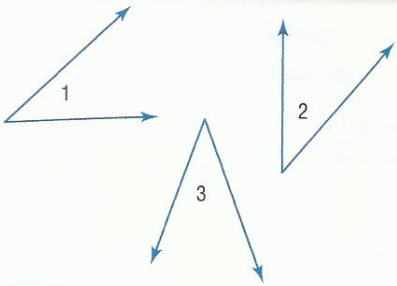
زاويتان متتامتان
complementary angles
زاويتان مجموع قياسيهما يُساوي 90

زوج خطي linear pair
زوج من الزوايا المجاورة بأضلاع غير مشتركة تُشكّل أشعة متقابلة

McGraw-Hill Education: يحق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح برنامج

2 الزوايا المتطابقة خصائص الجبر التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة والتساوي في قياساتها تنطبق أيضًا على تطابق الزوايا والتساوي في قياساتها.

النظرية 10.4 خصائص تطابق الزوايا



خاصية الانعكاس في التطابق

$\angle 1 \cong \angle 1$

خاصية التماثل في التطابق

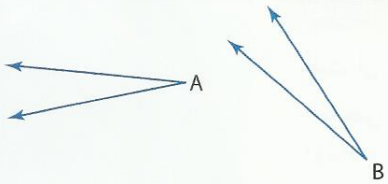
إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

خاصية التعدي في التطابق

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 2 \cong \angle 3$ فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.

ستثبت خاصيتي الانعكاس والتعدي في التطابق في التمرينين 19 و 18 على التوالي.

البرهان خاصية التماثل في التطابق



المُعطى: $\angle A \cong \angle B$

الإثبات: $\angle B \cong \angle A$

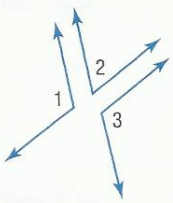
الفقرة الإثباتية:

لدينا $\angle A \cong \angle B$. وحسب تعريف الزوايا المتطابقة، فإن $m\angle A = m\angle B$. وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة، فإن $m\angle B = m\angle A$. لذا، فإن $\angle B \cong \angle A$ حسب تعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخصائص الجبرية لإثبات نظريات علاقات التطابق التي تتضمن الزوايا المتكاملة والمتتامة.

النظريات

10.5 نظرية المتكاملات المتطابقة

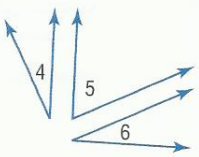


الزوايا المتكاملة للزاوية ذاتها أو لزوايا متطابقة تكون متطابقة.

الاختصار *∡ مكملة للزاوية ذاتها ∠ أو ∡ ≅ هي ≅.*

مثال إذا كانت $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$. فإن $\angle 1 \cong \angle 3$.

10.6 نظرية المتتامات المتطابقة



الزوايا المتممة للزاوية ذاتها أو لزوايا متطابقة تكون متطابقة.

الاختصار *∡ متممة للزاوية ذاتها ∠ أو ∡ ≅ هي ≅.*

مثال إذا كانت $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90$ فإن $\angle 4 \cong \angle 6$

ستثبت إحدى حالات النظرية 10.5 في التمرين 6.

قراءة في الرياضيات

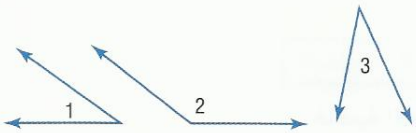
الاختصارات والرموز يُشير الترميز *∡ إلى الزوايا.*

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

برهان إحدى حالات نظرية المتكاملات المتطابقة

المُعطى: $\angle 2$ و $\angle 1$ متكاملتان.
$\angle 3$ و $\angle 2$ متكاملتان.

إثبات: $\angle 1 \cong \angle 3$



البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.	1. المُعطى
2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$	2. تعريف الزوايا المتكاملة
3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$	3. التعويض
4. $m\angle 2 = m\angle 2$	4. خاصية الانعكاس
5. $m\angle 1 = m\angle 3$	5. خاصية الطرح
6. $\angle 1 \cong \angle 3$	6. تعريف الزوايا المتطابقة

مثال 3 الإثبات باستخدام نظريات المتتامات أو المتكاملات المتطابقة

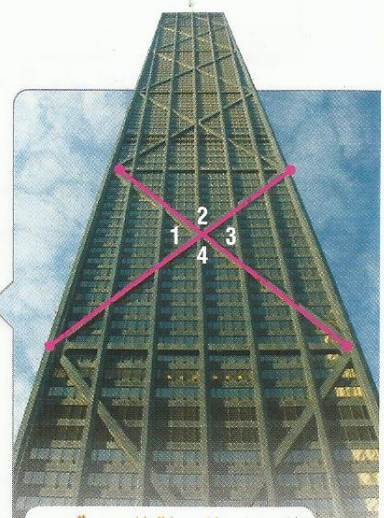
أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 4 و 2 في الصورة على اليمين متطابقتان.

المُعطى: $\angle 4$ و $\angle 2$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.

الإثبات: $\angle 4 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
1. $\angle 4$ و $\angle 2$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.	1. المُعطى
2. $\angle 4$ و $\angle 2$ هما زاويتان غير متجاورتين تشكلهما مستقيمات متقاطعة.	2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
3. $\angle 3$ و $\angle 2$ من زوج خطي. $\angle 4$ و $\angle 3$ يشكلان زوجًا خطيًا.	3. تعريف الزوج الخطي
4. $\angle 3$ و $\angle 2$ متكاملتان. $\angle 4$ و $\angle 3$ متكاملتان.	4. نظرية المتكاملات
5. $\angle 2 \cong \angle 4$	5. $\triangle$ مكملة للزاوية ذاتها $\angle$ أو $\triangle \cong$ هي $\cong$.



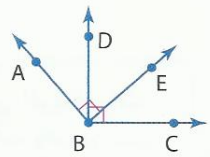
الربط بالحياة اليومية

يستخدم مبنى جون هانكوك المكون من 100 طابق في تصميمه دعامات هائلة على شكل الحرف الإنجليزي X. وتتصل هذه التصميمات القُطرية بالأعمدة الخارجية، مما يتيح حمل قوى الرياح الشديدة من خلال الدعامات وتوجيهها إلى الأعمدة الخارجية والجزء الخلفي.

المصدر: PBS

تمرين موجّه

3. في الشكل، $\angle DBC$ و $\angle ABE$ هما زاويتان قائمتان. أثبت أن $\angle EBC \cong \angle ABD$.



مراجعة المفردات

زاويتان متقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تشكلهما مستقيمات متقاطعة

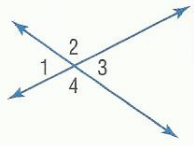
لاحظ أنه في المثال 3، تكون $\angle 3$ و $\angle 1$ زاويتين متقابلتين بالرأس. ويدعم الاستنتاج الوارد في هذا المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس التالية.

النظرية 10.7 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

إذا كانت زاويتان متقابلتين بالرأس، إذًا فهما متطابقتان.

الاختصار *$\triangle$ المتقابلتان بالرأس يكونان $\cong$.*

مثال $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 1$

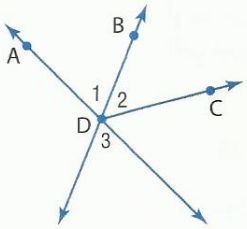


سوف تثبت النظرية 10.7 في التمرين 28.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس

أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{DB}$ ينصّف $\angle ADC$، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$



المُعطى: $\overrightarrow{DB}$ ينصّف $\angle ADC$.

إثبات: $\angle 2 \cong \angle 3$

البرهان:

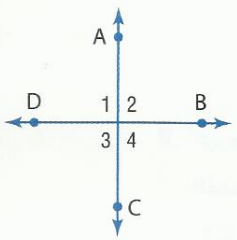
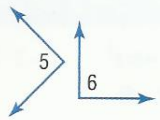
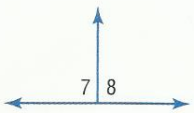
العبارات	المبررات
1. $\overrightarrow{DB}$ ينصّف $\angle ADC$.	1. المُعطى
2. $\angle 1 \cong \angle 2$	2. تعريف مُنصّف الزاوية
3. $\angle 3$ و $\angle 1$ هما زاويتان متقابلتان بالرأس.	3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس
4. $\angle 3 \cong \angle 1$	4. $\triangle$ متقابلتان بالرأس يكونان $\cong$.
5. $\angle 3 \cong \angle 2$	5. خاصية التعدي في التطابق
6. $\angle 2 \cong \angle 3$	6. خاصية التماثل في التطابق

تمرين موجّه

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 3$ زاويتين متقابلتين بالرأس، وكانت $m\angle 3 = 6x + 2$ و $m\angle 4 = 8x - 14$. فأوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$ برّر كل خطوة.

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزوايا القائمة التالية.

النظريات نظريات الزاوية القائمة

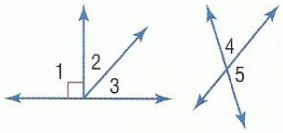
نظرية	مثال
10.8 مستقيمات متعامدة تتقاطع لتشكيل أربع زوايا قائمة. **مثال** إذا كانت $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ إذًا $\angle 4$ و $\angle 3$ و $\angle 2$ و $\angle 1$ هي $\triangle$ rt.	
10.9 جميع الزوايا القائمة متطابقة. **مثال** إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ هي $\triangle$ rt. إذًا $\angle 4 \cong \angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$.	
10.10 المستقيمات المتعامدة تشكل زوايا مجاورة متطابقة. **مثال** إذا كانت $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ و $\angle 1 \cong \angle 3$.	
10.11 إذا كانت زاويتان متطابقتان ومتكاملتان، فإن كلًا منهما تعتبر زاوية قائمة. **مثال** إذا كانت الزاويتان $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 5$ مكملة للزاوية $\angle 6$، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ تكونان $\triangle$ rt.	
10.12 إذا شكلت زاويتان متطابقتان زوجًا خطيًا، فستكونان زاويتين قائمتين. **مثال** إذا كانت الزاوية $\angle 7$ و $\angle 8$ تشكلان زوجًا خطيًا، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ تكونان $\triangle$ rt.	

سوف تثبت النظريات 10.8–10.12 في التمارين 22–26.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد قياس كل زاوية مُرقمة واذكر اسم النظريات التي تبرر عملك.**



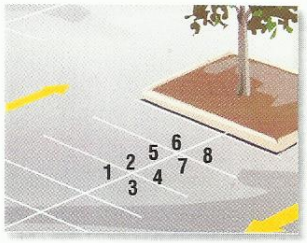
1. $m\angle 2 = 36$

2. $m\angle 2 = x, m\angle 3 = x + 6$

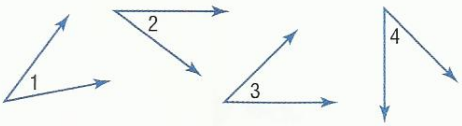
3. $m\angle 4 = 2x, m\angle 5 = x - 9$

4. $m\angle 4 = 3(x - 7), m\angle 5 = x + 25$

مثال 2 **5. موقف سيارات** طالع الرسم التخطيطي لموقف السيارات على الجانب الأيسر. افترض أن $\angle 5 \cong \angle 1$. فأثبت أن $\angle 7 \cong \angle 3$.



مثال 3 **6. البرهان انسخ البرهان الخاص بحالة واحدة من حالات النظرية 10.6 مع إكماله.**



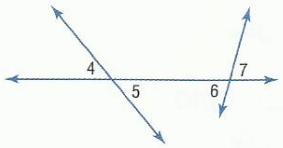
المُعطى: $\angle 3$ و $\angle 1$ زاويتان متتامتان.
$\angle 4$ و $\angle 2$ زاويتان متتامتان.
$\angle 3 \cong \angle 4$

الإثبات: $\angle 1 \cong \angle 2$

البرهان:

العبارات	المبررات
$\angle 3$ و $\angle 1$ هما زاويتان متتامتان $\angle 4$ و $\angle 2$ هما زاويتان متتامتان $\angle 3 \cong \angle 4$	a.
b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$ $m\angle 2 + m\angle 4 = 90$	b.
c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 4$	c.
d.	d. تعريف التطابق
e. $m\angle 1 = m\angle 2$	e.
f. $\angle 1 \cong \angle 2$	f.

مثال 4 **7. البرهان اكتب برهانًا من عمودين.**



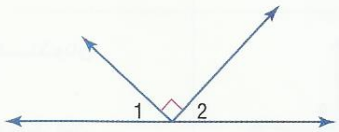
المُعطى: $\angle 6 \cong \angle 4$

الإثبات: $\angle 5 \cong \angle 7$

التمرين وحل المسائل

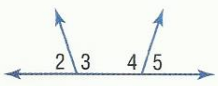
الأمثلة 1-3 **أوجد قياس كل زاوية مُرقمة، واذكر اسم النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.**

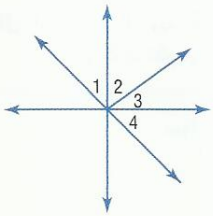
8. $m\angle 1 = m\angle 2$



9. $\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان متتامتان و $\angle 4 \cong \angle 1$
$m\angle 3 = 18$

10. $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان متكاملتان
$m\angle 4 = 110$

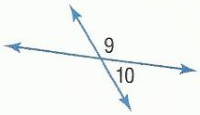




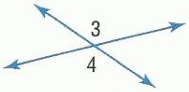
McGraw-Hill Education مجموعة نصائح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

أوجد قياس كل زاوية مُرقمة، واذكر اسم النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.

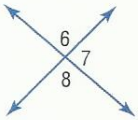
11. $m\angle 9 = 3x - 24$
$m\angle 10 = x + 12$



12. $m\angle 3 = 2x + 23$
$m\angle 4 = 5x - 70$



13. $m\angle 6 = 2x - 29$
$m\angle 7 = 3x - 21$

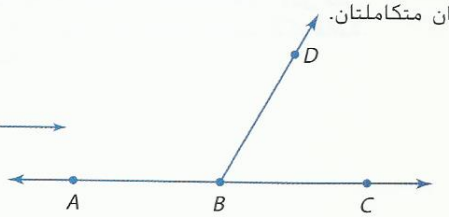


مثال 4

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

14. المُعطى: $\angle ABC$ هي زاوية مستقيمة.
D هي في الزاوية الداخلية لـ $\angle ABC$

الإثبات: $\angle CBD$ و $\angle ABD$ هما زاويتان متكاملتان.



15. المُعطى: $\angle 4 \cong \angle 7$

الإثبات: $\angle 6$ و $\angle 4$ هما زاويتان متكاملتان.

اكتب برهانًا لكل نظرية.

16. نظرية المتكاملات 10.2

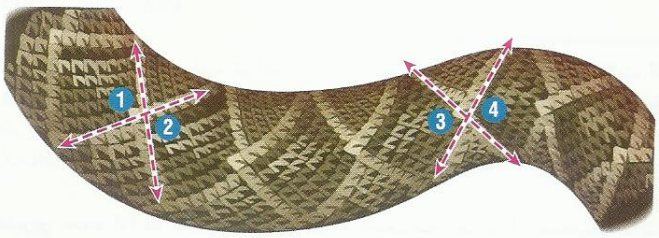
17. نظرية المتتامات 10.3

18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا 10.4

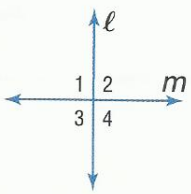
19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا 10.4

20. الأعلام طالع علم دولة جامايكا الموجود على اليسار. أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الأربع هو 360.

21. الطبيعة للثعبان ذي الأجراس جلد بشكل المُعيّن على ظهره. وتظهر صورة مكبرة للثعبان أدناه. وإذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$. فأثبت أن $\angle 3 \cong \angle 2$.



البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان لكل نظرية.



22. النظرية 10.8

23. النظرية 10.9

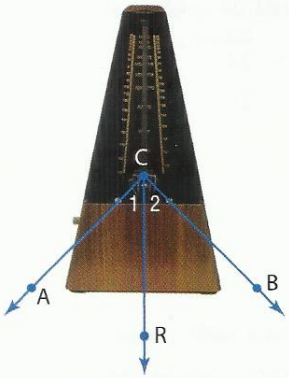
24. النظرية 10.10

25. النظرية 10.11

26. النظرية 10.12

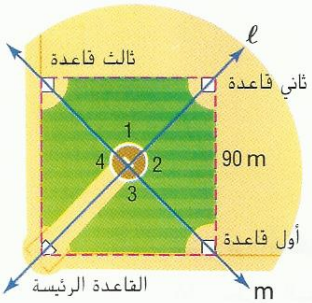
McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © والتأليف الطبع حقوق

27. الوقت لتحديد الوقت، يجب ضبط الذراع الموجود على بندول الإيقاع، بحيث يتأرجح بمعدل محدد. افترض أن $\angle ABC$ في الصورة بزاوية قائمة. وإذا كانت $m\angle 1 = 45$؛ فاكتب فقرة إثباتية لتوضح أن $\overrightarrow{BR}$ ينصّف $\angle ABC$



28. البرهان اكتب بُرهانًا للنظرية 10.7.

29. ألعاب رياضية الجزء الداخلي من منطقة الرمي في ملعب البيسبول مربع الشكل. ومن خلال رسم خطوط قطرية من أول قاعدة إلى ثالث قاعدة ومن ثاني قاعدة إلى القاعدة الرئيسة، تُشكَّل أربع زوايا. وإذا كانت الزاوية $\angle 2$ قائمة. فأثبت أن المستقيمين l و m متعامدان.



30. تمثيلات متعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف العلاقات بين الزوايا.

a. **هندسيًا** ارسم زاوية قائمة XYZ. ضع النقطة W في الجزء الداخلي من هذه الزاوية وارسم $\overrightarrow{YW}$. ارسم $\overrightarrow{AB}$ وأنشئ $\angle CAB$ بحيث تتطابق مع $\angle XYW$.

b. **لفظيًا** خمّن العلاقة بين $\angle WYZ$ و $\angle CAB$.

c. **منطقيًا** أثبت تخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. مسألة غير محددة الإجابة ارسم $\angle ABC$ بحيث تكون $m\angle ABC = 90$. أنشئ $\angle DBC$ بحيث تكون متطابقة مع $\angle ABC$. خمّن قياس الزاوية $\angle ABD$ ثم أثبت تخمينك.

32. الكتابة في الرياضيات اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.

المُعطى: $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$, $WX = \frac{1}{2}XZ$

الإثبات: $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

33. التحدي في هذا الدرس، تم إثبات واحدة من حالات نظرية المتكاملات المتطابقة. وفي التمرين 6. قمت بإثبات حالة من حالات نظرية المتتامات المتطابقة. اشرح لماذا توجد حالة أخرى لكل واحدة من هذه النظريات. ثم اكتب برهانًا عن الحالة الثانية لكل نظرية.

34. التبرير حدد إذا ما كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا، أم صحيحة دائمًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين منفرجة، فحينها تكون الزوايا الأخرى المتكونة حادة.

35. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف يمكنك استخدام منقلتك لإيجاد قياس تكامل إحدى الزوايا بشكل سريع.

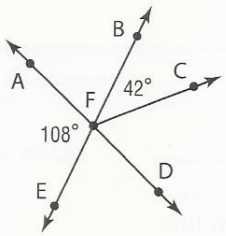
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تمرين على الاختبار المعياري

36. إجابة شبكية ما وضع هذه المجموعة من البيانات؟

4, 3, −2, 1, 4, 0, 1, 4

37. أوجد قياس∠CFD.



A 66°
B 72°
C 108°
D 138°

38. الجبر حوّل لأبسط صورة.

$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$

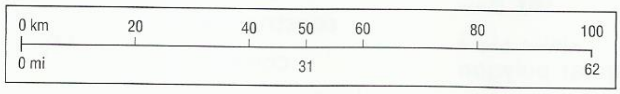
F $9x^2 + 3x - 14$
G $9x^2 + 13x - 14$
H $27x^2 + 37x - 38$
J $27x^2 + 27x - 26$

39. SAT/ACT على شبكة إحداثية حيث تمثل كل وحدة 1 كيلومتر، يقع منزل مايسة عند (3, 0) ويقع مركز تجاري عند (0, 4) فما المسافة بين منزل مايسة والمركز التجاري؟

A 3 كيلومترات
B 5 كيلومترات
C 12 كيلومترًا
D 13 كيلومترًا
E 25 كيلومترًا

مراجعة شاملة

40. الخرائط على خريطة الولايات المتحدة الأمريكية، يوجد مقياس يسرد عدد الكيلومترات في الأعلى والأسفل.



افترض أن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ قطعتين مستقيمتين على هذه الخريطة. فإذا كانت 100 كيلومتر = AB و 26 كيلومترًا = CD. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$؟ اشرح. (الدرس 7-10)

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة. (الدرس 6-10)

41. إذا كانت $y + 7 = 5$ فإن $y = -2$.

42. إذا كانت $MN = PQ$ فإن $PQ = MN$.

43. إذا كانت $a - b = x$ و $b = 3$ فإن $a - 3 = x$.

44. إذا كانت $x(y + z) = 4$ فإن $xy + xz = 4$.

حدد قيمة الحقيقة للعبارة التالية لكل مجموعة من الأحوال.
إذا كنت مُصابًا بالحمى، فإنك مريض. (الدرس 3-10)

45. لست مصابًا بالحمى، وأنت مريض.

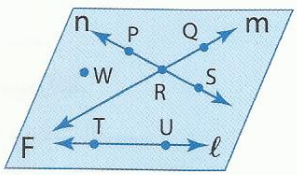
46. أنت مصاب بالحمى، وأنت غير مريض.

47. لست مصابًا بالحمى، وأنت غير مريض.

48. أنت مصاب بالحمى، وأنت مريض.

مراجعة المهارات

ارجع إلى الشكل.



49. قم بتسمية المستقيم الذي يضم النقطة P.

50. قم بتسمية نقطة تقاطع المستقيمين n و m.

51. قم بتسمية نقطة غير متضمنة في المستقيمات n أو m أو ℓ.

52. ما الاسم الآخر للمستقيم n؟

53. هل يتقاطع المستقيم ℓ مع المستقيم m أو المستقيم n ؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

نقاط ومستقيمات ومستويات (الدرس 1-10)

- يوجد بالضبط مستقيم واحد يمر من خلال أي نقطتين.
- يوجد بالضبط مستوى واحد من خلال أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

المسافة ونقاط المنتصف (الدرس 3-10)

- على مستقيم الأعداد، يكون قياس القطعة المستقيمة باستخدام إحداثيي نقطة طرفية a و b هو $|a - b|$.
- في المستوى الإحداثي، تتحدد المسافة بين نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) من خلال $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
- على مستقيم الأعداد، يكون إحداثي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة بها نقطتان طرفيتان a و b هو $\frac{a + b}{2}$.
- في المستوى الإحداثي، يكون إحداثيا نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة لها نقطتان طرفيتان يتمثلان في (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هما $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

الزوايا (الدروس 3-10 و 4-10 و 5-10)

- تتشكل الزاوية من خلال شعاعين ليسا على استقامة واحدة ولهما نقطة طرفية مشتركة تُسمى رأسها. ويمكن تصنيف الزوايا حسب قياساتها.
- الزاويتان المتجاورتان هما زاويتان متحدتا المستوى تقعان في نفس المستوى ولهما رأس مشتركة وضلع مشترك ولكن بدون نقاط داخلية مشتركة.
- الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين يشكلهما مستقيمان متقاطعان.
- الزوج الخطي هو زوج من الزوايا المتجاورة بأضلاع غير مشتركة والتي تشكل أشعة متقابلة.
- الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 90.
- الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما 180.

البرهان (الدرسان 7-10 و 8-10)

الخطوة 1 اكتب قائمة بالمعلومات المُعطاة وصمّم رسمًا تخطيطيًا، إن أمكن.

الخطوة 2 اذكر ما يلزم إثباته.

الخطوة 3 اذكر فرضية استقرائية.

الخطوة 4 برر كل عبارة مع ذكر السبب.

الخطوة 5 اذكر ما قمت بإثباته.

المفردات الأساسية

زاوية حادة acute angle	مستقيم line
زاوية angle	قطعة مستقيمة segment line
مُنصِّف الزاوية angle bisector	نقطة المنتصف midpoint
المساحة area	n-عدد أضلاع المُضلع n-gon
بين between	زاوية منفرجة obtuse angle
محيط الدائرة circumference	أشعة متقابلة opposite rays
على استقامة واحدة collinear	محيط Perimeter
مقعّر concave	مستوى plane
تطابق congruent	نقطة point
إنشاء construction	مضلع polygon
مُحدّب convex	شعاع ray
في مستوى واحد coplanar	مُضلع منتظم regular polygon
درجة degree	زاوية قائمة right angle
المسافة distance	مُنصِّف قطعة مستقيمة segment bisector
مُضلع متساوي الزوايا equiangular polygon	ضلع side
مُضلع متساوي الأضلاع equilateral polygon	فراغ space
خارجي exterior	مفهوم غير مُعرّف undefined term
داخلي interior	رأس vertex
تقاطع intersection	رأس المُضلع vertex of a polygon

مطويات منظّم الدراسة

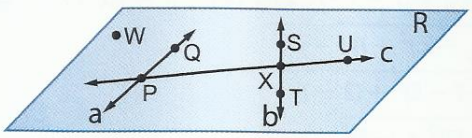
تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مراجعة درس بدرس

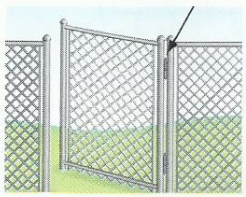
10-1 النقاط والمستقيمات والمستويات

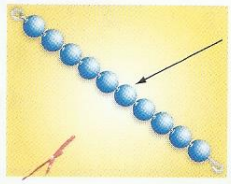
استخدم الشكل لتكملة كلٍ مما يلي.



1. قم بتسمية نقطة تقاطع المستقيمين a و c .
2. أعطِ اسمًا آخر للمستقيم b.
3. أعطِ اسمًا للنقطة غير المشمولة في أي من المستقيمات الثلاثة a أو b أو c.
4. أعطِ اسمًا آخر للمستوى WPX.

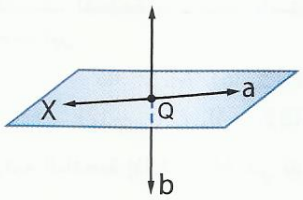
أعطِ اسمًا للمفهوم الهندسي الذي تم تمثيله بأفضل صورة بواسطة كل شكل.

5. 

6. 

مثال 1

ارسم وسمّ شكلاً للعلاقة التالية.



يشمل المستوى X المستقيم a، ويتقاطع المستقيم b مع المستقيم a عند النقطة Q، ولكن المستقيم b ليس في المستوى X.

ارسم سطحًا لتمثيل المستوى X وسمّه.

ارسم مستقيمًا في المستوى X وسمّه المستقيم a.

ارسم مستقيمًا يُسمى b ويتقاطع مع كل من المستوى والمستقيم a وسمّ نقطة التقاطع Q.

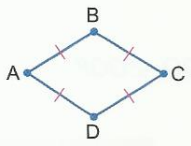
10-2 القياس الخطي

أوجد قيمة المتغير و XP ، إذا كانت X تقع بين P و Q.

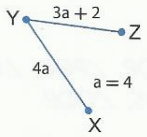
7. $XQ = 13,\ XP = 5x - 3,\ PQ = 40$
8. $XQ = 3k,\ XP = 7k - 2,\ PQ = 6k + 16$

حدد ما إذا كان كل زوج من القطع المستقيمة متطابقًا.

9. $\overline{AB}, \overline{CD}$



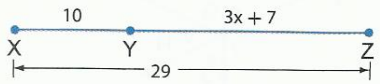
10. $\overline{XY}, \overline{YZ}$



11. **المسافة** تبلغ المسافة من مكان عمل فارس إلى منزله 3 مرات أكبر من المسافة من منزله إلى المدرسة. وإذا كان منزله يقع بين مكان العمل والمدرسة والمسافة من مكان عمله إلى المدرسة تساوي 6 كيلومترات، فكم يبعد منزل فارس عن المدرسة؟

مثال 2

استخدم الشكل لإيجاد قيمة المتغير وطول $\overline{YZ}$.



$XZ = XY + YZ$	بينية التقاطع
$29 = 10 + 3x + 7$	تعويض
$29 = 3x + 17$	بسّط.
$12 = 3x$	اطرح 17 من كل طرف.
$4 = x$	اقسم كل طرف على 3.
$YZ = 3x + 7$	مُعطى
$= 3(4) + 7$ أو 19	تعويض

إذًا. $x = 4$ و $YZ = 19$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-3 المسافة ونقاط المنتصف

أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

12. $A(-3, 1)$, $B(7, 13)$

13. $P(2, -1)$, $Q(10, -7)$

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

14. $L(-3, 16)$, $M(17, 4)$

15. $C(32, -1)$, $D(0, -12)$

أوجد إحداثيي النقطة الطرفية الناقصة إذا كانت M هي نقطة منتصف XY.

16. $X(-11, -6)$, $M(15, 4)$

17. $M(-4, 8)$, $Y(19, 0)$

18. **التجول سيرًا على الأقدام** تتجول كل من موزة ومها سيرًا على الأقدام في حديقة عامة. وقررتا اتخاذ مسارات مختلفة. وتوجد خريطة الحديقة بالأعلى على شبكة إحداثية. ويوجد موقع موزة عند النقطة $(7, 13)$ ومها عند $(3, 5)$.

a. أوجد المسافة بينهما.

b. أوجد إحداثيي النقطة الموجودة في المنتصف بين الموقعين.

مثال 3

أوجد المسافة بين $X(5, 7)$ و $Y(-7, 2)$.

افترض أن $(x_1, y_1) = (5, 7)$ و $(x_2, y_2) = (-7, 2)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-7 - 5)^2 + (2 - 7)^2}$$
$$= \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{169} \text{ or } 13$$

المسافة من X إلى Y تبلغ 13 وحدة.

مثال 4

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف بين $P(-4, 13)$ و $Q(6, 5)$.

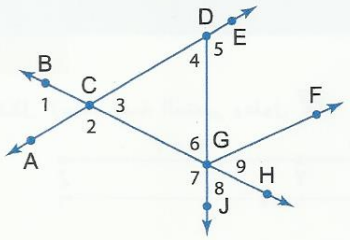
افترض أن $(x_1, y_1) = (-4, 13)$ و $(x_2, y_2) = (6, 5)$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-4 + 6}{2}, \frac{13 + 5}{2}\right)$$
$$= M(1, 9)$$

إحداثيًا نقطة المنتصف هما $(1, 9)$.

10-4 قياس الزاوية

بالنسبة للتمارين 22–19، ارجع إلى الشكل أدناه.



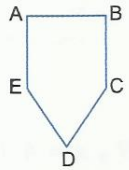
19. سمّ رأس $\angle 7$.

20. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 4$.

21. سمّ أضلاع $\angle 2$.

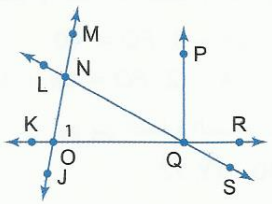
22. سمّ زوجًا من الأشعة المتقابلة.

23. **لافتات** تتخذ لافتة في إحدى المدارس الثانوية الشكل الموضح. قِس كل زاوية وصنّفها ما إذا كانت *قائمة* أم *حادة* أم *منفرجة*.



مثال 5

ارجع إلى الشكل أدناه. سمّ جميع الزوايا التي تضم Q كرأس.



$\angle OQN$, $\angle NQP$, $\angle PQR$, $\angle RQS$, $\angle SQO$, $\angle OQP$, $\angle NQR$, $\angle PQS$, $\angle OQR$

مثال 6

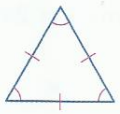
في الشكل السابق، اذكر جميع الأسماء الأخرى للزاوية $\angle 1$.

$\angle NOQ$, $\angle QON$, $\angle MOQ$, $\angle QOM$, $\angle MOR$, $\angle ROM$, $\angle NOR$, $\angle RON$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

10-6 الأشكال ثنائية الأبعاد

سمّ كل مُضلع بعدد أضلاعه. ثمّ صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.

24. 

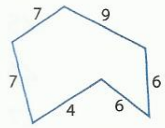
25.

26. أوجد محيط الشكل رباعي الأضلاع $ABCD$ بالرؤوس $A(-3, 5)$ و $B(0, 5)$ و $C(2, 0)$ و $D(-5, 0)$.

27. حدائق استقبلت حديقة ويستساید سیاجًا من السلاسل المتصلة بطول 136 مترًا كتبرع لبناء منطقة ألعاب مغلقة للقطط. ويحتاج مديرو الحديقة إلى تحديد الشكل الذي ينبغي أن تكون عليه المساحة. ولديهم ثلاثة خيارات: (1) مستطيل بطول 28 مترًا وعرض 40 مترًا. أو (2) مربع بأضلاع يبلغ طولها 34 مترًا. أو (3) دائرة بنصف قطر يبلغ حوالي 22 مترًا.

مثال 7

سمّ المضلع بعدد أضلاعه. ثم صنفه على أنه مُحدّب أم مُقعّر ومنتظم أم غير منتظم.



توجد 6 أضلاع؛ إذًا فهذا شكل سداسي. وإذا كان اثنان من أضلاعه ممتدين لتكوين مستقيمين. فسيمران من خلال الجزء الداخلي له. وبالتالي فهذا شكل مقعّر .وبما أنه مُقعّر. فلا يُمكن أن يكون منتظمًا.

مثال 8

أوجد مُحيط المُضلع في الشكل أعلاه.

تعريف المُحيط $P = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6$

تعويض $= 7 + 7 + 9 + 6 + 6 + 4$

بسّط. $= 39$

مُحيط المُضلع هو 39 وحدة.

10-7 إثبات العلاقات بين القِطع المستقيمة

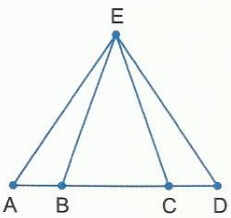
اكتب برهانًا من عمودين.

28. المُعطى: X هي نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.

الإثبات: $VW = ZY$

29. **المُعطى:** $AB = DC$

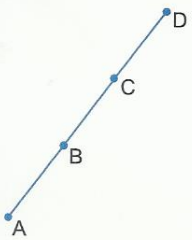
الإثبات: $AC = DB$



30. جغرافيا يُخطط عيسى للقيادة من مدينة كانساس سيتي إلى مدينة مينيوبوليس على طول الطريق السريع إنترستيت 35. وتوضح الخريطة التي يستخدمها أن المسافة من كانساس سيتي إلى مدينة دي موين تساوي 194 كيلومترًا ومن دي موين إلى مينوبوليس تساوي 243 كيلومترًا. ما الذي يتيح له استنتاج أن المسافة التي سيقطعها بالسيارة تساوي 437 كيلومترًا من كانساس سيتي إلى مينوبوليس؟ افترض أن الطريق إنترستيت 35 يشكل خطًا مستقيمًا.

مثال 9

اكتب برهانًا من عمودين.



المُعطى: B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$

C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$

الإثبات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

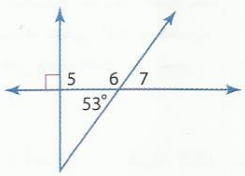
البرهان:

العبارات	المبررات
1. B هي نقطة منتصف $\overline{AC}$.	1. المُعطى
2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$	2. تعريف نقطة المنتصف
3. C هي نقطة منتصف $\overline{BD}$.	3. المُعطى
4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$	4. تعريف نقطة المنتصف
5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$	5. خاصية التعدّي في المعادلة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10-8 إثبات علاقات الزوايا

أوجد قياس كل زاوية.



31. $\angle 5$

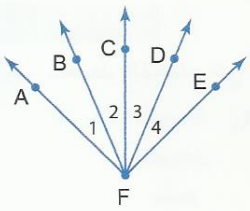
32. $\angle 6$

33. $\angle 7$

34. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.

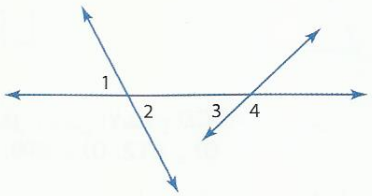
المُعطى: $\angle 3 \cong \angle 2$, $\angle 4 \cong \angle 1$

الإثبات: $\angle AFC \cong \angle EFC$



مثال 10

أوجد قياس كل زاوية مُرقمة إذا كانت $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$.



$m\angle 2 = 72$. بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متقابلتان بالرأس.

$\angle 3$ و $\angle 4$ تشكلان زوجًا خطيًا ويجب أن تكونا زاويتين متكاملتين.

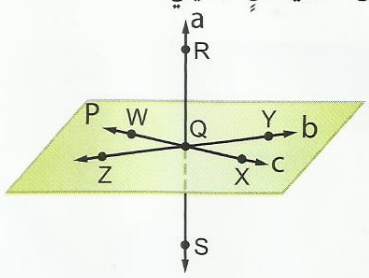
$26 + m\angle 4 = 180$ تعريف الزوايا المتكاملة

$m\angle 4 = 154$ اطرح 26 من كل طرف.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

10 تمرين على الاختبار

استخدم الشكل لتسمية كلٍ مما يلي.



1. المستقيم الذي يضم النقطتين Q و Z
2. نقطتان في مستوى واحد مع النقاط W و X و Y
3. نقطة تقاطع المستقيمين a و b

أوجد قيمة المتغير إذا كانت P تقع بين J و K.

4. $JP = 2x,\ PK = 7x,\ JK = 27$
5. $JP = 3y + 1,\ PK = 12y - 4,\ JK = 75$
6. $JP = 8z - 17,\ PK = 5z + 37,\ JK = 17z - 4$

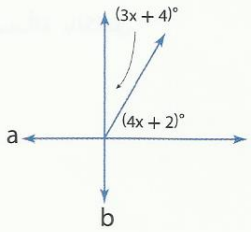
أوجد إحداثيي نقطة المنتصف لقطعة مستقيمة باستخدام النقطتين الطرفيتين المحددتين.

7. $(16, 5)$ و $(28, -13)$
8. $(-11, 34)$ و $(47, 0)$
9. $(-4, -14)$ و $(-22, 9)$

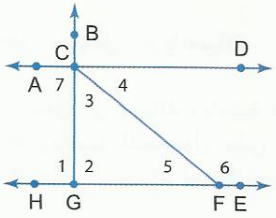
أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط.

10. $(43, -15)$ و $(29, -3)$
11. $(21, 5)$ و $(28, -1)$
12. $(0, -5)$ و $(18, -10)$

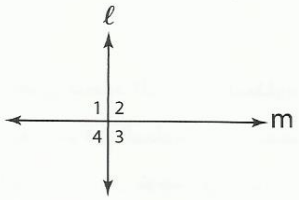
13. **الجبر** يبلغ قياس الزاوية $\angle X$ 18 أكثر من 3 أضعاف قياس الزاوية المتممة لها. أوجد قياس الزاوية $\angle X$.
14. أوجد قيمة x التي ستجعل المستقيمين a و b متعامدين في الشكل أدناه.



بالنسبة للتمارين 15–18، استخدم الشكل أدناه.



15. سمّ رأس الزاوية $\angle 3$.
16. سمّ أضلاع الزاوية $\angle 1$.
17. اكتب اسمًا آخر للزاوية $\angle 6$.
18. سمّ زوجًا من الزوايا يشترك بالتحديد في نقطة واحدة.
19. **الاختيار من متعدد** إذا كانت $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فأي من العبارات التالية صحيح؟



A $\angle 2 \cong \angle 4$

B $\angle 2$ هي زاوية قائمة.

C $\ell \perp m$

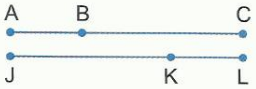
D جميع ما ذكر أعلاه

أوجد مُحيط كل مُضلع.

20. المثلث XYZ برؤوس $X(3, 7)$ و $Y(-1, -5)$ و $Z(6, -4)$
21. المستطيل $PQRS$ برؤوس $P(0, 0)$ و $Q(0, 7)$ و $R(12, 7)$ و $S(12, 0)$
22. **السلامة** تم سماع صفارات إنذار شديدة عن الطقس في المدينة المحلية في حدود نصف قُطر يبلغ 1.3 كيلومتر. وإذا أراد عُمدة المدينة صفارة إنذار جديدة تُغطي ضعف إذا مساحة صفارة الإنذار القديمة، فما نصف القُطر الذي يجب أن تكون في حدوده صفارة الإنذار الجديدة؟ قرّب لأقرب جزء من عشرة للكيلومتر.
23. **البرهان** اكتب فقرة إثباتية.

المُعطى: $\overline{JK} \cong \overline{CB}, \overline{KL} \cong \overline{AB}$

الإثبات: $\overline{JL} \cong \overline{AC}$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

10 التحضير للاختبارات المعيارية

حل مسائل الرياضيات

استراتيجيات حل مسائل الرياضيات

تتمثل أول خطوة لحل أي مسألة رياضية في قراءة المسألة. وعند قراءة مسألة رياضية للحصول على المعلومات التي تحتاج إليها لحلها، من المفيد استخدام إستراتيجيات خاصة في القراءة.

الخطوة 1

اقرأ المسألة لتحديد نوع المعلومات المقدمة.

- **التحليل:** حدد ما تطلبه منك المسألة بالتحديد لتقوم بالحل.
- **وضع خط سفلي:** إذا توفرت لك إمكانية الكتابة في كتاب اختبارك، فضع خطًا تحت أية معلومة مهمة.

الخطوة 2

اقرأ المسألة مرة أخرى لتحدد المعلومة المطلوبة لحل المسألة.

- **التفكير:** كيف تتوافق المعلومات مع بعضها البعض؟
- **الكلمات الرئيسة:** هل توجد أي كلمات رئيسة أو متغيرات أو مفاهيم رياضية في المسألة؟
- **الرسوم التخطيطية:** هل تحتاج إلى استخدام جدول أو قائمة أو رسم تخطيطي؟
- **الصيغ:** هل تحتاج إلى صيغة أو معادلة لحل المسألة؟

الخطوة 3

ضع خطة وحل المسألة. استخدم المعلومات التي حصلت عليها في الخطوتين 1 و 2.

- **السؤال:** ما المسألة التي تقوم بحلها؟
- **التقدير:** قدّر الإجابة.
- **الإزالة:** أزِل جميع الإجابات غير المنطقية و/أو المتفاوتة بشكل كبير عن تقديرك.

الخطوة 4

تحقق من إجابتك.

- **القراءة مرة أخرى:** اقرأ المسألة مرة أخرى سريعًا لتتأكد من أنك قد قمتَ بحل المسألة بالكامل.
- **مدى صحة الحل:** هل إجابتك صحيحة؟
- **الوحدات:** تأكد من أن إجابتك تشمل الوحدات الصحيحة للقياس.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

تستخدم منى شبكة إحداثية لعمل خريطة لفنائها الخلفي. وحددت موقعًا لمجموعة الأراجيح عند النقطة S(2, 5) وشجرة البلوط الكبيرة عند النقطة O(−3, −6). وإذا كانت كل وحدة على الشبكة تمثل 5 أمتار. فما المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط؟
قرّب إجابتك إلى أقرب متر كلي.

A 12 m **B** 25 m **C** 60 m **D** 74 m

حدد ما تطلبه منك المسألة بالضبط لتحلها .ضع خطًا تحت أية معلومة مهمة.

تستخدم منى شبكة إحداثية لعمل خريطة لفنائها الخلفي. وحددت موقعًا لمجموعة الأراجيح عند النقطة S(2, 5) وشجرة البلوط الكبيرة عند النقطة O(-3, -6). وإذا كانت كل وحدة على الشبكة تمثل 5 أمتار. فما المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط؟
قرّب إجابتك إلى أقرب متر كلي.

تسأل المسألة عن المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط. وتتمثل الكلمة الرئيسة في المسافة. إذًا فأنت تعرف أنك ستحتاج إلى استخدام صيغة المسافة.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ صيغة المسافة

$= \sqrt{(-3 - 2)^2 + (-6 - 5)^2}$ $(x_1, y_1) = (2, 5)$, $(x_2, y_2) = (-3, -6)$

$= \sqrt{(-5)^2 + (-11)^2}$ اطرح.

$= \sqrt{25 + 121}$ or $\sqrt{146}$ بسّط.

المسافة بين مجموعة الأراجيح وشجرة البلوط هي $\sqrt{146}$ وحدة. استخدم حاسبة لإيجاد أن $\sqrt{146}$ وحدة تساوي تقريبًا 12.08 وحدة.

بما أن كل وحدة على الشبكة تمثل 5 أمتار. فإن المسافة هي (5) × (12.08) أو 60.4 m. إذًا. الإجابة الصحيحة هي C.

تحقق من إجابتك للتأكد من أنها صحيحة. وأنك قد استخدمت الوحدات الصحيحة.

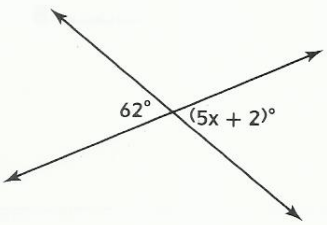
تمارين

اقرأ كل مسألة. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

1. لخماسي منتظم محيط يبلغ 24 سنتيمترًا. فما قياس كل ضلع؟

A 3 سنتيمترات **C** 4 سنتيمترات
B 3.8 سنتيمترات **D** 4.8 سنتيمترات

2. ما قيمة x في الشكل الموجود على اليسار؟



F 10
G 12
H 14
J 15

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تمرين على الاختبار المعياري
تراكمي، الوحدات من 1 إلى 10

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها معلمك أو في ورقة أخرى.

1. قامت شركة عمر للتأجير باستئجار 12 دراجة هوائية أكثر من الدراجات البخارية في عطلة نهاية الأسبوع الماضي بإجمالي إيرادات تبلغ AED 2,125. فكم عدد الدرجات البخارية التي تم استئجارها؟

الأداة	رسوم الإيجار
دراجة هوائية	AED 20
دراجة بخارية	AED 45

A 26 **C** 37

B 29 **D** 41

2. أوجد المسافة بين $M(-3, 1)$ و $N(2, 8)$ على مستوى إحداثي.

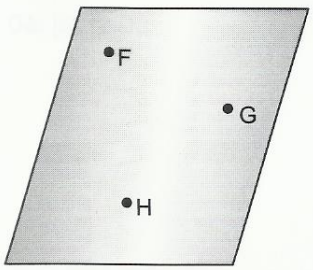
F 6.1 وحدات

G 6.9 وحدات

H 7.3 وحدات

J 8.6 وحدات

3. أي من الحدود التالية هو أفضل وصف للنقاط F و G و H ؟



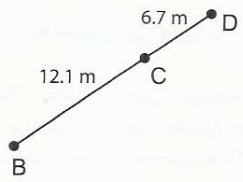
A على استقامة واحدة **C** على مستوى واحد

B متطابقة **D** ليست على نفس المستوى

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 إن فهم مفاهيم الهندسة قد يساعدك في حل المسائل. يشير المفهوم" *تطابق*" إلى أشكال هندسية، ويشير *تخالف* إلى المستقيمات، وبالتالي يمكن إزالة كلتا الإجابتين.

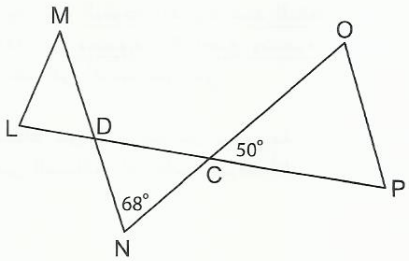
4. ما طول القطعة المستقيمة BD؟



F 17.4 m **H** 18.8 m

G 18.3 m **J** 19.1 m

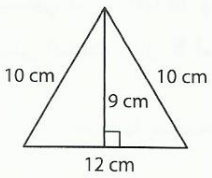
5. في الشكل المذكور أدناه، ما قياس الزاوية CDN؟



A 58° **C** 68°

B 62° **D** 70°

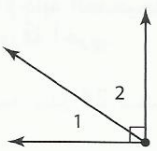
6. أوجد محيط الشكل الوارد أدناه.



F 20 cm **H** 32 cm

G 29 cm **J** 41 cm

7. ما علاقة $\angle 1$ و $\angle 2$؟



A زاويتان متتامتان

B زوج خطي

C زاويتان متكاملتان

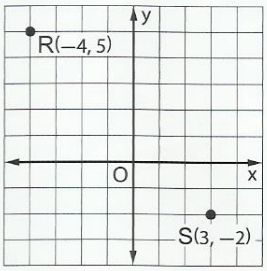
D زاويتان متقابلتان بالرأس

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. أوجد المسافة بين النقطتين R و S على الشبكة الإحداثية الواردة أدناه .قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.



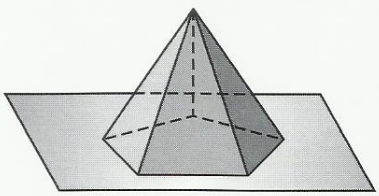
9. إجابة قصيرة أوجد قيمة x و AB في حال كانت B تقع بين A و C وكانت $AB = 2x$ و $AC = 6x - 5$ و $BC = 7$.

10. افترض أن مستقيمين يتقاطعان في أحد المستويات.

a. ما الذي تعرفه عن زوجي الزوايا المتقابلة بالرأس التي تكونت؟

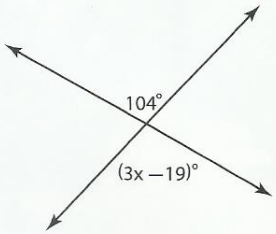
b. ما الذي تعرفه عن زوجي الزوايا المجاورة التي تكونت؟

11. إجابة شبكية ما عدد المستويات المُوضَّحة في الشكل الوارد أدناه؟



12. حصل عمر على قسيمة هدايا بقيمة AED 50 بمناسبة تخرجه. ويرغب في شراء قرص DVD وملصق من متجر للوسائط. (لنفترض أن ضريبة المبيعات مُضمَّنة في الأسعار.) اكتب وأوجد حل متباينة خطية لتوضح كم سيتبقى لإنفاقه بعد إجراء هذه المشتريات.

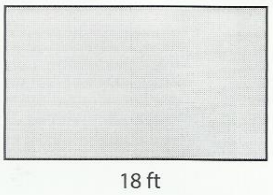
13. إجابة شبكية ما قيمة x في الشكل؟



الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك في ورقة. اكتب الحل هنا.

14. إن أبعاد غرفة ميسون موضحة في الشكل.



a. أوجد محيط غرفتها.

b. أوجد مساحة غرفتها.

c. في حال مضاعفة الطول والعرض. ما التأثير الذي سيقع على المحيط؟

d. ما التأثير الذي سيقع على المساحة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education