السابق	الحالي	لماذا؟ ▲
لقد صنفت المضلعات وتعرفت على خصائص المضلعات وخواصها.	في هذه الوحدة، يتم: • إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لمضلع واستخدامها. • التعرف على خصائص الأشكال الرباعية وتطبيقها. • المقارنة بين الأشكال الرباعية.	**البرج والألعاب** يمكن استخدام خصائص الأشكال الرباعية لإيجاد قياسات زوايا متعددة وأطوال أضلاع مثل قياسات الزوايا في معدات الألعاب والملاعب والوصلات الألعاب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

- يرجع تاريخ تصميمات ألواح اللعب في الأشكال رباعية الأضلاع إلى عام 1400 قبل الميلاد.
- بعد ذلك، يجب أن تستخدم المجموعات الأنواع المتعددة من الأشكال رباعية الأضلاع في تصميم وعمل لوحة اللعب الخاصة بها. كذلك، اجعل الطلاب يضعوا هدفًا للعبتهم ويضعوا تعليمات للعبها توضح جليًا كيفية اللعب وربح اللعبة.
- بعد الخطوة السابقة وبعد إتمام عمل لوحة اللعب، اجعل الطلاب يصنفوا الأشكال رباعية الأضلاع التي استخدموها في تصميمهم. بعد ذلك، اطلب منهم أن ينشئوا معيارًا لتصنيفات جديدة وينظموا الأشكال رباعية الأضلاع حسب هذا المعيار الجديد.
- في النهاية، اجعل كل مجموعة تعرض تصميم لوحة اللعب الخاصة بها والتعليمات الخاصة باللعبة ونتائج بحثها أمام الفصل بأكمله. أكمل المشروع بأن تسمح للطلاب أن يتبادلوا اللعب فيما بينهم.

المفردات الأساسية قدم المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي.

عرّف: متوازيات الأضلاع هي أشكال رباعية يتوازى فيه كل ضلعين متقابلين؟

مثال:

اسأل: ما العلاقة في رأيك بين أطوال الأضلاع المتقابلة؟ وما العلاقة في رأيك بين قياسات الزوايا المتقابلة؟

الإجابات الإضافية (صفحة 801)

7. $x = 1$, $WX = XY = YW = 9$

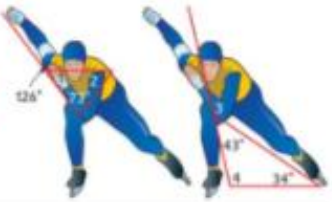
8. $x = 5$, $FG = GH = 39$

أوجد قيمة x إلى أقرب جزء من العشرة.

1. 150 2. 9.7

التزلج السريع تصنع متزلجة سريعة على الأقل مجموعتين من زوايا المثلث والزوايا الخارجية أثناء تزلجها.

3. $m\angle 1$ 54
4. $m\angle 2$ 53
5. $m\angle 3$ 137
6. $m\angle 4$ 103



مثال 1 (مستخدم في الدرس 1-13)

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.

a. $m\angle 1$

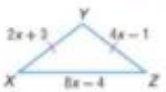
$m\angle 1 = 65 + 47$	نظرية الزاوية ∠ الخارجية
$m\angle 1 = 112$	اجمع.

b. $m\angle 2$

$180 = m\angle 2 + 68 + 65$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$180 = m\angle 2 + 133$	بسّط.
$m\angle 2 = 47$	اطرح.

مثال 2 (مستخدم في الدروس 2-13 و 3-13 و 6-13)

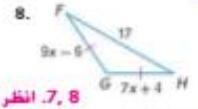
الجبر أوجد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $\triangle XYZ$.



$XY = YZ$	معطى
$2x + 3 = 4x - 1$	بالتعويض
$-2x = -4$	اطرح.
$x = 2$	بسّط.
$XY = 2x + 3$	معطى
$= 2(2) + 3$ أو 7	$x = 2$
$YZ = XY$	معطى
$= 7$	$XY = 7$
$XZ = 8x - 4$	معطى
$= 8(2) - 4$ أو 12	$x = 2$

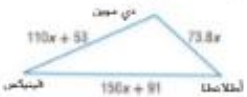
الجبر أوجد x وقياسات الأضلاع المجهولة في كل مثلث.

7. 8.



7, 8. انظر الهامش.

9. **السفر** تنتقل طائرة من دي موين إلى فينيكس، ثم إلى أطلنطا وتعود مرة أخرى إلى دي موين كما هو موضح أدناه. أوجد المسافة بالكيلومتر من دي موين إلى فينيكس إذا كان طول الرحلة كلها 5570 كيلومترًا.



من دي موين إلى فينيكس = 1686 km، ومن دي موين إلى أطلنطا = 1540 km، ومن فينيكس إلى أطلنطا = 2344 km

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأسئلة الأساسية

- كيف يمكن حساب مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع؟ الإجابة النموذجية: نقسّم الشكل إلى مثلثات لا تتداخل مع بعضها البعض. والمجموع هو ناتج عدد المثلثات التي ستتشكل و 180.
- ما الأنواع المختلفة للأشكال الرباعية، وما العلاقة بينها؟ الإجابة النموذجية: متوازيات الأضلاع، والمستطيلات، والمعيّن، والمربعات، وشبه المنحرف والطائرات الورقة. المستطيل والمعيّن والمربع عبارة عن متوازيات أضلاع. والمربع عبارة عن مستطيل ومعيّن. وشبه المنحرف والطائرة الورقية لا تعد من متوازيات الأضلاع.

يستخدم الطلاب مطوياتهم لتدوين الملاحظات، وتعريف المصطلحات، وتسجيل المفاهيم، وتطبيق خواص الأشكال الرباعية. شجع الطلاب على استخدام البيانات المسجلة للمقارنة وتبين الفرق بين الأشكال الرباعية الخمسة المدرّسة.

وقت الاستخدام

تهيئات المطوية	الدرس (الدروس)
متوازيات الأضلاع	13-1, 13-2
المستطيلات	13-1, 13-3
المربعات والمعينات	13-4
أشباه المنحرف والطائرة الورقية	13-5

التدريس المتمايز

مسرد مصطلحات الطالب

يُكمل الطلا ب المخطط عن طريق تقديم تعريف كل مصطلح وطرح مثال عليه أثناء التقدم في الوحدة 13. هذه الوسيلة الدراسية يمكن استخدامها أيضًا في المراجعة استعدادًا لاختبار الوحدة.

المطويات منظّم الدراسة

الأشكال رباعية الأضلاع اصنع المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 6 عن الاستمال. وابدأ بورقة واحدة من أوراق الدفتر.

1 **اطوِ** بالطول حتى القوس.

2 **اطوِ** بطول عرض الورقة مرتين ثم افرد الورقة.

3 **قُصّ** بطول علامات الطي على الجانب الأيسر من الورقة.

4 **سَمِّ** المثلثات كما هو موضح.

المفردات الجديدة

متوازي أضلاع	parallelogram
مستطيل	rectangle
معين	rhombus
مربّع	square
شبه منحرف	trapezoid
أساس/قاعدة	base
ساقان	legs
شبه منحرف	isosceles trapezoid
متساوي الساقين	
متصف ساقي	midsegment of a trapezoid
شبه المنحرف	

مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية هي زاوية تتكون بواسطة أحد أضلاع مثلث مع امتداد ضلع آخر له

الزاوية الداخلية غير المجاورة هي زوايا المثلث غير المجاورة للزاوية الخارجية المحددة

الميل لمستقيم (غير رأسي) يحتوي على نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2)، يتحدد العدد m من القانون

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \text{ حيث } x_2 \neq x_1$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

802 | الوحدة 13 | الأشكال الرباعية

الدرس 1-13 التعرف على خصائص الأضلاع والزوايا لمتوازي الأضلاع وتطبيقها. التعرف على خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها.

بعد الدرس 1-13 التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

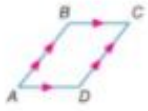
- ما الخصائص التي تجعل الشكل المكون من الأذرع والقائم والمرمى متوازي أضلاع؟ أن تكون الأذرع متوازية دائمًا وأن يكون القائم والمرمى متوازيين دائمًا.
- ما الذي يحدث لقياس الزوايا إذا تم خفض المرمى من 3 أمتار إلى 1.5 متر؟ تصبح الزوايا الحادة منفرجة وتصبح الزوايا المنفرجة حادة.
- ما التخمينات التي يمكنك التوصل إليها بشأن العلاقة بين الزوايا الأربع بغض النظر عن ارتفاع المرمى؟ سيساوي مجموع قياسات الزوايا الأربع 360 دائمًا. ستكون الزوايا المتقابلة دائمًا متطابقة. وإذا كان قياس أحد الزوايا 90، فإن جميع الزوايا ستساوي 90.

المفردات الجديدة
متوازي أضلاع
parallelogram

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.
استخدام مبادئ الرياضيات.
بناء فرضيات منطقية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 أضلاع متوازيات الأضلاع وزواياها متوازي الأضلاع هو رباعي أضلاع يتوازى فيه كل ضلعان متقابلان.

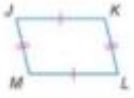
لتسمية متوازي الأضلاع، استخدم الرمز ▱ في ▱ABCD. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ حسب التعريف.



▱ABCD

الخصائص الأخرى لمتوازيات الأضلاع مذكورة في النظريات أدناه.

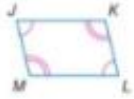
نظرية خواص متوازيات الأضلاع



13.1 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

الاختصار الضلعان المتقابلان في ▱ متطابقان ≅.

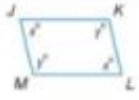
مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ و $\overline{JM} \cong \overline{KL}$.



13.2 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

الاختصار الزاويتان المتقابلتان ∡ في ▱ متطابقتان ≅.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \cong \angle M$.



13.3 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

الاختصار الزاويتان المتتاليتان ∡ في ▱ متكاملتان.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $x + y = 180$.

13.4 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.

الاختصار إذا كان ▱ فيه ∡ زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على 4 ∡ زوايا قائمة

مثال في ▱$JKLM$، إذا كانت ∡J زاوية قائمة، فإن ∡K، و ∡L، و ∡M هي أيضًا زوايا قائمة.

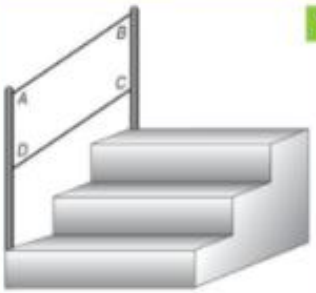
803

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1



الإنشاء في $\square ABCD$. افترض أن $m\angle B = 32$. $CD = 200$ cm. $BC = 40$ cm. احسب كل قياس.

a. AD 40 cm

b. $m\angle C$ 148

c. $m\angle D$ 32

$\angle F \cong \angle H$, $\angle J \cong \angle G$ .4

$\angle J$ و $\angle H$ متكاملتان.

$\angle G$ و $\angle H$ متكاملتان.

4. الزوايا المكملة لنفس الزاوية تكون متطابقة.

مثال من الحياة اليومية 1 استخدام خصائص متوازيات الأضلاع

كرة السلة في $\square ABCD$ افترض أن $m\angle A = 55$ وأن $AB = 0.75$ متر وأن $BC = 0.30$ متر. أوجد جميع القياسات.

a. DC

$DC = AB$ — الضلعان المتقابلان في $\square$ متطابقان $\cong$.

$= 0.75$ m — بالتعويض

b. $m\angle B$

$m\angle B + m\angle A = 180$ — الزاويتان المتتاليتان A في $\square$ متكاملتان.

$m\angle B + 55 = 180$ — بالتعويض

$m\angle B = 125$ — اطرح 55 من كل طرف.

c. $m\angle C$

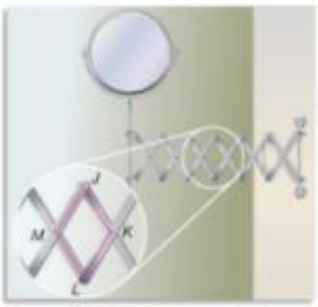
$m\angle C = m\angle A$ — الزاويتان المتقابلتان A في $\square$ متطابقتان $\cong$.

$= 55$ — بالتعويض

مهنة من الحياة اليومية

المدرب تنظّم المدربون عمل الرياضيين الهواة والمحترفين. ويعلّمونهم أساسيات إحدى الرياضات ويديرون فرقًا أثناء مواسم التدريب والمسابقات على حدٍ سواء. وقد تشتمل المهام الإضافية على اختيار المعدات والمواد واللوازم الرياضية وتوزيعها. وعادةً ما يكون المدربون الفنيون في المدارس الثانوية الحكومية حاصلين على درجة البكالوريوس.

تمرين موجّه



1. **المرايا** المرآة المثبتة على الحائط الموضحة تستخدم متوازيات أضلاع تغير شكلها عند تمديد الذراع. في $\square JKLM$ افترض أن $m\angle J = 47$. أوجد جميع القياسات.

A. $m\angle L$ 47 **B.** $m\angle M$ 133

C. افترض أن الذراع قد مُدّدت أكثر بحيث تكون الزاوية $m\angle J = 90$ ما قياس كل زاوية من الزوايا الأخرى؟ برر إجابتك.

1C. كل قياس من قياسات الزوايا الأخرى سيكون 90 بحسب النظرية 13.6.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

متوازيات الأضلاع تنطبق النظريات من 13.3 إلى 13.6 فقط إذا كنت تعرف بالفعل أن الشكل متوازي أضلاع. وبشكل خاص لا ينطبق معكوس نظرية 13.6.

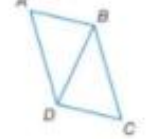
إرشاد للمعلمين الجدد

متوازي الأضلاع قبل إخبار الطلاب بالنظريات من 13.3 إلى 13.6، اطلب منهم إعمال الفكر لتخمين الخصائص التي يظنون أنها تنطبق على متوازي الأضلاع.

13.6 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

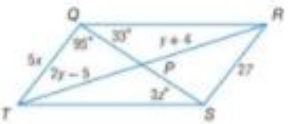
الاختصار القطر يقسم ▱ إلى △ ≅ △.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.



مثال 2 استخدام خواص متوازي المستطيلات والجبر

الجبر إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. x

$\overline{QT} \cong \overline{RS}$	الضلعان المتقابلان في ▱ متطابقان ≅
$QT = RS$	تعريف التطابق
$5x = 27$	بالتعويض
$x = 5.4$	اقسم كل طرف على 5.

b. y

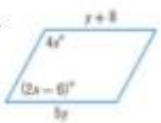
$\overline{TP} \cong \overline{PR}$	قطرا ▱ ينصفان بعضهما.
$TP = PR$	تعريف التطابق
$2y - 5 = y + 4$	بالتعويض
$y = 9$	اطرح y وأضف 5 إلى كل طرف.

c. z

$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$	القطر يقسّم ▱ إلى مثلثين متطابقين ≅ △
$\angle QST \cong \angle SQR$	CTCPC المبرهنة
$m\angle QST = m\angle SQR$	تعريف التطابق
$3z = 33$	بالتعويض
$z = 11$	اقسم الطرفين على 3.

تمرين موجّه

أوجد قيمة كل متغير في متوازي الأضلاع المعطى.

2A. 

$x = 31, y = 2$

2B.

$z = 4.5$

تصيحة دراسية

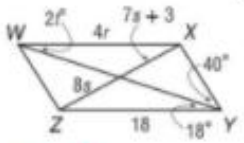
المثلثات المتطابقة

متوازي الأضلاع الذي به قطران ينصفان الشكل إلى زوجين من المثلثات المتطابقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

805

2 إذا كان $WXYZ$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. r $r = 4.5$

b. s $s = 3$

c. t $t = 9$

التركيز على محتوى الرياضيات

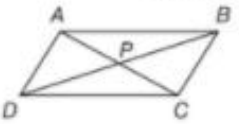
القواطع تتقاطع أقطار متوازي الأضلاع وبالتالي تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني أكد أنه في بعض متوازيات الأضلاع، تبدو الأقطار وكأنها تنصف الزوايا المقابلة، بيد أن هذا ليس من خصائص متوازيات الأضلاع. نبّه الطلاب لئلا يفترضوا أن الزوايا منصفة. في الدرس 4-13، سيدرس الطلاب المعين والمربع. وفي هذا النوع من متوازيات الأضلاع تنصف الأقطار الزوايا المقابلة.

هما قطراه والنقطة P هي نقطة تقاطع $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.

المطلوب: ينصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ كل منهما الآخر.



$ABCD$ متوازي أضلاع و $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ هما قطراه. إذًا $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. و $\overline{AC}$ متقاطع. $\angle BAC \cong \angle DCA$ و $\angle ABD \cong \angle CDB$ وفقًا لنظرية الزوايا الداخلية المتبادلة $\triangle$ لمتوازي الأضلاع $AB \cong CD$ حيث إن أضلاع $\cong$ $\triangle APB \cong \triangle CPD$ وفقًا لمسلمة تساوي زاويتين وضلع محصور. إذًا، وفقًا لخصائص المثلثات المتطابقة $\overline{BP} \cong \overline{DP}$ و $\overline{AP} \cong \overline{CP}$. وبناء على ذلك، ينصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ كل منهما الآخر.

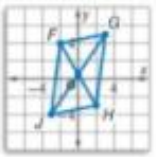
إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ هي $(0, 0.5)$

التحقق أوجد نقطة منتصف $\overline{GJ}$ التي طرفاها $(3, 5)$ و $(-3, -4)$.

$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2}\right) = (0, 0.5)$ ✔

تصيحة دراسية

الانتظام مثل متوازي المستطيلات بيانيًا في المثال 3 ونقطة تقاطع القطرين التي تجدها. ارسم القطرين. تحدد نقطة التقاطع صحيحة.



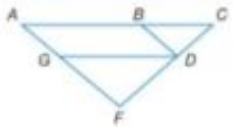
تمرين موجّه

3. **الإحداثيات** حدّد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2)$ و $S(-6, 7)$ و $T(6, 7)$ و $U(4, -2)$. **(−1, 2.5)**

يمكنك استخدام خصائص متوازيات الأضلاع وأقطارها لكتابة الإثباتات.

مثال 4 **براهين** تستخدم خواص متوازيات الأضلاع

اكتب فقرة برهان.



المعطيات: $\square ABDG$, $\overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

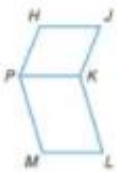
نعلم من المعطيات أن $ABDG$ متوازي مستطيلات. ولأن الزوايا المتقابلة في متوازي المستطيلات تكون متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. كما نعلم أيضًا من المعطيات أن $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، تكون $\angle C \cong \angle A$. وإذًا حسب خاصية التعدي في التطابق، فإن $\angle BDG \cong \angle C$.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\square HJKP$, $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

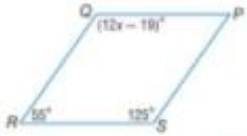


4.
المعطيات: $\square HJKP$ و $\square PKLM$
المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$
البرهان
العبارات (المبررات)
1. $\square HJKP$ و $\square PKLM$ (معطيات)
2. $\overline{PK} \cong \overline{ML}$ ، $\overline{HJ} \cong \overline{PK}$
الضلعان المتقابلان في $\square$ متطابقان ≅)
3. $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$ (خاصية التعدي)

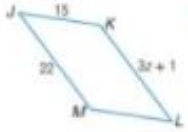
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

806 | الدرس 1-13 | متوازيات الأضلاع

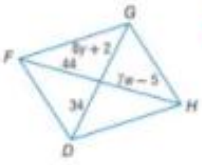
2. $x = 12$



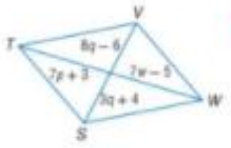
3. $z = 7$



4. $w = 7$, $y = 4$



5. $p = 5$, $q = 2$



مثال 3 6. **الهندسة الإحداثية** جد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $\square FGHJ$ الذي رؤوسه $F(-7, 6)$ و $G(-1, 10)$ و $H(3, 0)$ و $J(-3, -4)$. **(−2, 3)**

مثال 4 **البرهان** اكتب البرهان المحدد من السؤالين. 8–7. انظر هامش إجابات الوحدة 13.

7. من ع مودين

المعطيات: $\square ABCD$، $\angle A$ زاوية قاعدة

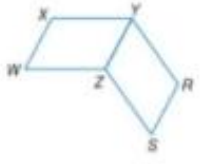
المطلوب: $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قاعدة

(البرهان 13.6).

8. سهم ان ح

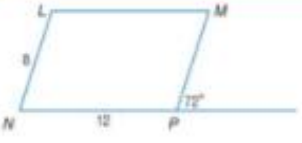
المعطيات: $XYZW$ و RSW متوازيا أضلاع

المطلوب: $\overline{XW} \cong \overline{RS}$



التدريب وحل المسائل

مثال 1 استخدم $\square LMNP$ ؛ أوجد جميع القياسات.



9. $m\angle L$ 108°
10. MP 8
11. $m\angle M$ 72°
12. LM 12

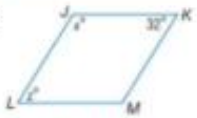
جميع حقوق الطبع © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

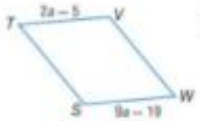
المستوى	الواجب	خيار الزوجين	
AL مبتدئ	9–25, 42–58	9–25 فردي, 46–49	10-24 زوجي, 42-45, 50-58
OL أساسي	9–37 فردي, 38–40, 42–58	9–25, 46–49	27-40, 42-45, 50-58
BL متقدم	26–58		

b. حدد زوجين من الزوايا المتكاملة. $\angle JKL$ متكاملة مع $\angle JML$ و $\angle KLM$ متكاملة مع $\angle KJM$

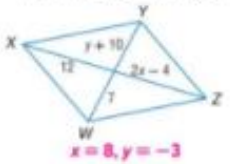
مثال 2 **الجبر** أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

15. 

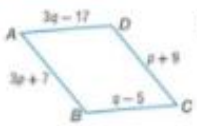
$x = 148, z = 32$

16. 

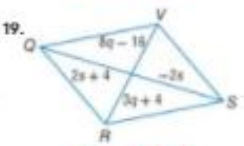
$a = 7, b = 5$

17. 

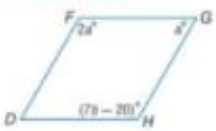
$x = 8, y = -3$

18. 

$p = 2, q = 6$

19. 

$s = -1, q = 4$

20. 

$a = 60, b = 20$

مثال 3 **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ المعطى لك رؤوسه.

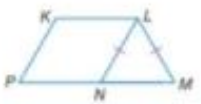
21. $W(-3, 5), X(1, 7), Y(3, 1), Z(-1, -1)$ (0,3)

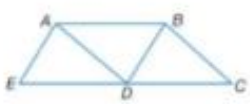
22. $W(1, 2), X(4, 7), Y(6, 5), Z(3, 0)$ $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

مثال 4 **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. 24–23. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

23. **المعطيات:** $ABDE$ و $ABCD$ متوازيا أضلاع.
المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BCD$

24. **المعطيات:** $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. $KLNP$ متوازي أضلاع.
المطلوب: $\angle KPN$ متكاملة مع $\angle LMN$





محفوظ الحقوق © McGraw-Hill Education لصالح مؤسسة

التدريس المتمايز OL BL

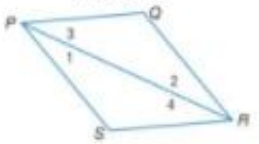
التوسع اطلب من الطلاب رسم متوازي أضلاع يقع في نطاق جميع الأرباع لشبكة إحداثيات. ثم اطلب من الطلاب رسم أقطار الشكل. ثم اطلب من الطلاب رسم شكلين مشابهين للشكل مع تغيير أبعادهما بمعاملي مقياس 0.5 و 2. وينبغي أن يرسم الطلاب الأقطار على الشكلين المغيّر أبعادهما أيضًا. اطلب من الطلاب أن يكتبوا في دفاترهم العلاقة بين الزوايا الداخلية للأشكال الثلاثة وأقطارها. إن تغيير أبعاد متوازي الأضلاع لا يغير من قياس الزوايا الداخلية للشكل التالي. جميع الأقطار المتناظرة متوازية.

27. من عمودين

المعطيات: $\square PQRS$

البرهان: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$

(النظرية 13.1)



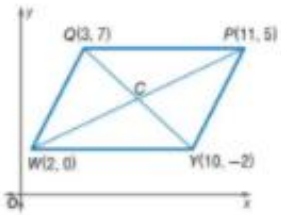
28. حر

المعطيات: $\square ACDE$ متوازي أضلاع.

البرهان: $\overline{EC}$ تنصف $\overline{AD}$

(النظرية 13.5)

29. **الهندسة الإحداثية** استخدم التمثيل البياني الموضح.



a. استخدم قانون المسافة في بيان أن $\overline{QW} \cong \overline{PY}$ و أن $\overline{QP} \cong \overline{WY}$.

$QP = \sqrt{(11-3)^2 + (5-7)^2} = 2\sqrt{17}$

$WY = \sqrt{(10-2)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{17}$

$QW = \sqrt{(3-2)^2 + (7-0)^2} = 5\sqrt{2}$

$PY = \sqrt{(11-10)^2 + (5--2)^2} = 5\sqrt{2}$

b. أوجد إحداثيات C إذا كانت $\overline{QY}$ تنصف $\overline{WP}$ $\left(\frac{13}{2}, \frac{5}{2}\right)$

c. استخدم الميول في تحديد ما إذا كان $QPWY$ متوازي أضلاع أم لا.

$\overline{QP}$ ميل $= \frac{7-5}{3-11} = -\frac{1}{4}$ $\overline{QW}$ ميل $= \frac{7-0}{3-2} = 7$

$\overline{WY}$ ميل $= \frac{-2-0}{10-2} = -\frac{1}{4}$ $\overline{PY}$ ميل $= \frac{5--2}{11-10} = 7$

لأن الأضلاع المتقابلة في $QPWY$ متوازية، فإن $QPWY$ متوازي أضلاع.

الجبر استخدم $\square FGHD$ لإيجاد كل قياس أو قيمة.

30. z 4

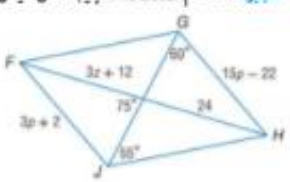
31. $m\angle FHJ$ 20

32. $m\angle FHJ$ 65

33. p 2

34. $m\angle GHK$ 45

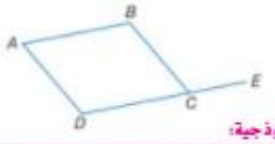
35. $m\angle FJH$ 115



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

809

الأضلاع.



a. **هندسيًا** قم بإنشاء 3 متوازيات أضلاع وقم بمد أحد الأضلاع. قم بتسمية كل منها بالاسم $ABCD$ كما هو موضح. قم بقياس وتسمية أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه. **انظر الهامش.**

b. **جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

متوازي الأضلاع	$m\angle A$	$m\angle D$	$m\angle BCE$
متوازي الأضلاع 1			
متوازي الأضلاع 2			
متوازي الأضلاع 3			

الإجابة النموذجية:

متوازي الأضلاع	$m\angle A$	$m\angle D$	$m\angle BCE$
متوازي الأضلاع 1	30	150	150
متوازي الأضلاع 2	60	120	120
متوازي الأضلاع 3	20	160	160

c. **لفظيًا** قم بتحسين قياس الزاوية المكونة من مد أحد أضلاع متوازي الأضلاع وكذلك تحسين قياسات الزوايا الأخرى. **الإجابة النموذجية: $m\angle BCE$ تساوي $m\angle D$ والزاوية $m\angle B$ تكمل الزاوية $m\angle A$ والزاوية $m\angle BCD$.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

39. **تحدي** $ABCD$ متوازي أضلاع قطراه كما هو مبين. اذكر جميع أزواج المثلثات المتطابقة. **الإجابة النموذجية: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$، $\triangle BEC \cong \triangle DEA$، $\triangle ABC \cong \triangle CDA$، $\triangle BAD \cong \triangle DCB$**

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح ما الذي يجعل متوازيات الأضلاع أنواعًا خاصة من الأشكال الرباعية. **انظر الهامش.**

41. **مسألة غير محددة** الإجابة فكم مثالاً مكسيًا لتوضيح أن متوازيات الأضلاع ليست دائمًا متطابقة إذا كانت زواياها المتناظرة متطابقة. **انظر الهامش.**

42. **تبرير** إذا كان $A(-1, 2)$ و $B(2, 1)$ و $C(1, -1)$ ثلاثة رؤوس لمتوازي أضلاع، فما النقاط التي يمكن أن تستخدم للرأس الرابعة؟ **انظر الهامش.**

43. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن المستطيلات دائمًا تكون متوازيات أضلاع. ولكن متوازيات الأضلاع تكون أحيانًا مستطيلات.

المستطيلات تكون دائمًا متوازيات أضلاع لأن الأضلاع المتقابلة في المستطيلات دائمًا تكون متوازية ولكن متوازيات الأضلاع تكون أحيانًا مستطيلات لأن بعض متوازيات الأضلاع لا تحتوي على زوايا قائمة والمستطيل يجب أن يكون به أربع زوايا قائمة.

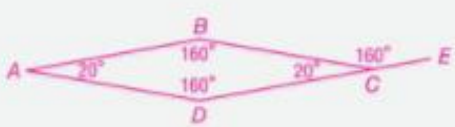
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

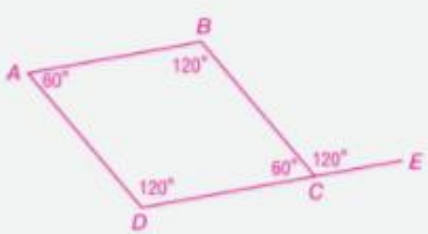
وهذا لأنها عبارة عن أشكال ذات أربعة جوانب، تكون فيها الجوانب المتقابلة متوازية. وتكون الزوايا والجوانب المتقابلة متطابقة وتنصف الأقطار بعضها البعض.

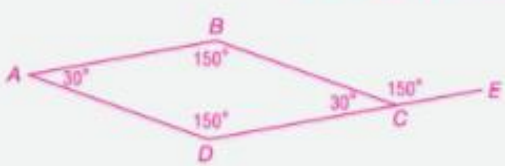
41. الإجابة النموذجية:

42. $(0, 4), (4, -2), (-2, 0)$

38a. الإجابة النموذجية:







باور آند لايت بيلدينج	147
مجلس المدينة	135
والت 1201	130

A 5
B 6
C 7
D 8
E 10

46. **الجبر** في صف حساب مثلثات يضم 32 طالبًا. النسبة بين الطلاب الذين يدرسون الهندسة والطلاب الذين يدرسون الرياضيات هي 5 إلى 3. بكم يزيد عدد طلاب الهندسة عن طلاب الرياضيات؟ G

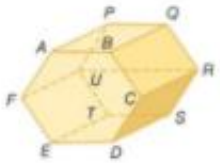
F 2 G 8 H 12 J 15

مراجعة شاملة

في الشكل، $b \parallel a$ و $d \parallel c$ و $m\angle 4 = 57$. أوجد قياس كل زاوية.

48. $\angle 5$ 123
49. $\angle 1$ 123
50. $\angle 8$ 57
51. $\angle 10$ 57

راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.



52. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$. $\overline{BC}, \overline{EF}, \overline{QR}$
53. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR.
54. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$. $\overline{AP}, \overline{BQ}, \overline{CR}, \overline{FU}, \overline{PU}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{TU}$

ABC, ABQ, PQR, CDS, APU, DET .53

55. **الإنشاءات** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانصفيلد الثانوية. ولا تبدو ثلاثة بنايات منها على خط مستقيم. فكم عدد الممرات التي يتبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟ 6

مراجعة المهارات

رؤوس الشكل الرباعي هي $W(3, -1)$ و $X(4, 2)$ و $Y(-2, 3)$ و $Z(-3, 0)$. حدد ما تمثله كل قطعة مستقيمة في الشكل الرباعي؛ أهي ضلع أم قطر؟ وأوجد ميل كل قطعة مستقيمة.

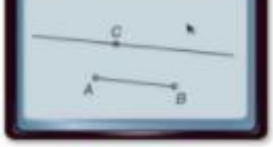
56. $\overline{YZ}$ 3 ضلع؛
57. $\overline{YW}$ $-\frac{4}{5}$ قطر؛
58. $\overline{ZW}$ $-\frac{1}{6}$ ضلع؛

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

811

الخطوة 1
أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة F2. أسمِ القطعة المستقيمة الاسم $\overline{AB}$. هذه القطعة هي أحد أضلاع الشكل الرباعي.

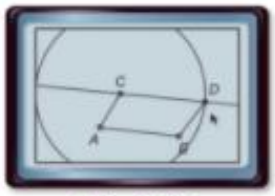
الخطوة 2
استخدم الأداة **Parallel (متوازي)** من القائمة F3 لإنشاء مستقيم موازٍ للقطعة المستقيمة. يؤدي الضغط على ENTER إلى رسم مستقيم ونقطة على المستقيم. قم بتسمية النقطة بالاسم C.



الخطوتان 1 و 2

الخطوة 3
افتح الأداة **Compass (الفرجار)** من القائمة F3. اضبط فتحة الفرجار بطول $\overline{AB}$ بتحديد أحد طرفي القطعة المستقيمة ثم تحديد الطرف الآخر. قم برسم دائرة مركزها C.

الخطوة 4
استخدم الأداة **Point Intersection (نقطة تقاطع)** من القائمة F2 لرسم نقطة عند تقاطع مع المستقيم والدائرة. قم بتسمية النقطة بالاسم D. ثم استخدم الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة F2 لرسم $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.



الخطوتان 3 و 4

الخطوة 5
استخدم الأداة **Hide/Show (إخفاء/إظهار)** من القائمة F5 لإخفاء الدائرة ثم افتح الأداة **Slope (ميل)** ضمن **Measure (قياس)** من القائمة F5. اعرض الميل لكل من $\overline{AB}$ و $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{AC}$.

الخطوة 5

تحليل النتائج 5-1. انظر الهامش.

1. ما العلاقة بين الضلعين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ اشرح كيف عرفت ذلك.
2. ما الذي تلاحظه بشأن ميلي الضلعين المتقابلين من الشكل الرباعي؟ ما نوع الشكل الرباعي $ABDC$؟ اشرح.
3. اضغط على النقطة A واسحبها لتغيير شكل $ABDC$. ما الذي تلاحظه؟
4. خمّن بشأن رباعي أضلاع يتطابق ويتوازى به زوج من الأضلاع المتقابلة.
5. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء رباعي أضلاع بحيث يتطابق به زوجان من الأضلاع المتقابلة. ثم حلل قيم ميل أضلاع الشكل الرباعي. خمّن بناءً على ملاحظاتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 التدريس

العمل بصورةٍ مستقلة

اطلب من الطلاب العمل بصورة مستقلة أو مجموعات ثنائية متفاوتة القدرات.
اطلب من الطلاب إكمال الخطوات من 1 إلى 5.

اطرح السؤالين التاليين:

- ما الذي يمكن قوله بشأن طولي $\overline{CA}$ و $\overline{DB}$؟ الأطوال متطابقة حيث إن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.
- ما الغرض من استخدام أداة الميل في هذا النشاط؟ إذا كان هناك مستقيمان لهما نفس الميل، فهما متوازيان والأضلاع المتوازية تشير إلى أن الشكل متوازي أضلاع.

التمرين اطلب من الطلاب العمل بصورة مستقلة لإكمال التمارين من 5-1.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 4 و 5 لتقويم ما إذا كان الطلاب يمكنهم فهم خصائص متوازي الأضلاع.

من العملي إلى النظري

أخبر الطلاب البحث بأنحاء الفصل للعثور على أمثلة لمتوازيات الأضلاع. اسأل الطلاب كيف يمكنهم معرفة إن كانت الأمثلة شكل رباعي فقط أو شكل رباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

وسّع النشاط

اطرح السؤال التالي:

- افترض أن هناك شكل رباعي به زوج من الأضلاع المتوازية والمتطابقة. هل هو متوازي أضلاع؟ نعم.

إجابات إضافية

1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$: تم رسم المستقيم الذي يتضمن $\overline{CD}$ بحيث يكون موازيًا لـ $\overline{AB}$. واستخدم الفرجار لضمان أن يكون $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.
2. الميلان متساويان. $ABDC$ متوازي أضلاع حيث إن الأضلاع المتقابلة متوازية.
3. يظل ميل الأضلاع المتقابلة متساويًا.
4. رباعي الأضلاع هو متوازي أضلاع.
5. إن رباعي الأضلاع الذي يحتوي على زوجين من الأضلاع المتقابلة المتوازية هو متوازي أضلاع.

متوازي أضلاع. إثبات أن مجموعة من النقاط تكون متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي.

بعد الدرس 2-13 استخدام خواص التشابه من أجل استكشاف التخمينات الخاصة بالمستطيلات وتعليلها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤالين التاليين:

- كيف قطعت أسماء كل ورقة؟ صمم رسمًا تخطيطيًا.

- كيف تحققت إيمان من أن طريقة أسماء نجحت؟ الإجابة النموذجية: يمكنها قياس كل زاوية والتأكد من أن الزوايا المتتالية متكاملة، وحيث إن هذا صحيح، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية.

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.

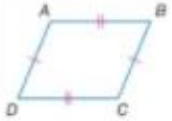
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

بناء فرضيات سببية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 شروط متوازيات الأضلاع إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه يكون متوازي أضلاع حسب التعريف.

هذا ليس الاختبار الوحيد، ولكن يمكن استخدامه لتحديد إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

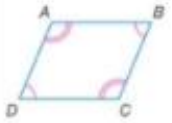
النظريات شروط متوازيات الأضلاع



13.7 إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.

الاختصار *إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين ≅، فإن الشكل الرباعي يكون ▱.*

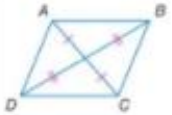
مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.



13.8 إذا كان كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي متطابقتين، فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.

الاختصار *إذا كان كل زاويتين متقابلتين ∠ متطابقتين ≅، فإن الشكل الرباعي يكون ▱.*

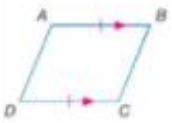
مثال إذا كان $\angle C \cong \angle A$ و $\angle D \cong \angle B$، فإن ABCD متوازي أضلاع.



13.9 إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الاختصار *إذا كان القطران ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو ▱.*

مثال إذا كان $\overline{AC}$ وكان $\overline{DB}$ ينصفان بعضهما، فإن ABCD متوازي أضلاع.



13.10 إذا كان ضلعان متقابلان في الشكل الرباعي متوازيين ومتطابقين أيضًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الاختصار *إذا كان هناك ضلعان متقابلان ≅ وأيضًا ||، فإن الشكل الرباعي يكون ▱.*

مثال إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.

سنثبت أن النظريات 13.8 و 13.10 و 13.11 في التمرينات 30 و 32 و 33 على الترتيب.

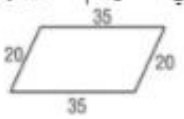
813

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

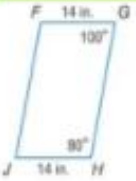
مثال إضافي

1 حدد إذا ما كان رباعي الأضلاع هو متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك.



إن كل زوج من أزواج الأضلاع المتقابلة متساوي في القياس. ومن ثم، فهم متطابقان. إذا كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متطابق، فإن رباعي الأضلاع عبارة عن متوازي أضلاع.

مثال 1 تحديد متوازيات الأضلاع



حدد إذا ما كان الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

الضلعان المتقابلان $\overline{FG}$ و $\overline{JH}$ متطابقان لأن لهما نفس القياس. وأيضًا بما أن $\angle FGH$ و $\angle GHJ$ زاويتين داخليتين متتاليتين متكاملتين، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$. وعلى هذا، حسب النظرية 13.7، فإن $FGHJ$ متوازي أضلاع.

تمرين موجّه

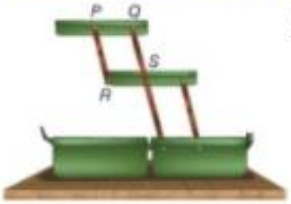
1A.

1B.

1A. نعم؛ كل ضلعين متقابلين متطابقان.
1B. لا؛ لم يجتز أيًا من اختبارات متوازيات الأضلاع.

يمكنك استخدام شروط متوازيات الأضلاع لإثبات العلاقات في مواقف من الحياة اليومية.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام متوازيات الأضلاع لإثبات العلاقات



صيد الأسماك الرسم التخطيطي يبين منظرًا جانبيًا لصندوق معدات الصيد على اليسار. في الرسم التخطيطي، $PQ = RS$ و $PR = QS$. اشرح السبب في أن الدرجين العلوي والأوسط يظلان متوازيين بغض النظر عن الارتفاع الذي يُرفع إليه أو يُنزل إليه الدرجان.

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $PQSR$ متطابقان، فإن $PQRS$ متوازي أضلاع حسب النظرية 13.7. وحسب تعريف متوازي الأضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية وبهذا تكون $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$. وعلى هذا بصرف النظر عن كون الموضع الرأسي للدرجين، فإنها يظلان متوازيين دائمًا.

تمرين موجّه

2. الالتفات في المثال الموجود في بداية الدرس، اشرح السبب في أن القطع التي صنعتها باسمين و سهيلة متوازية. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

الربط بالحياة اليومية

صندوق معدات صيد ثلاثي أو ثلاثي الدعامات غالبًا ما تستخدم في ترتيب الطعوم ولوازم الصيد الأخرى. ترتفع الأدراج لأعلى والخارج بحيث يسهل الوصول إلى كل الأغراض بالصندوق.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

متوازيات الأضلاع يحتاج الشكل الرباعي لأن ينجح في أحد الاختبارات الخمسة التي تثبت كونه متوازي أضلاع. وليس هناك حاجة إلى إثبات جميع خصائص متوازي الأضلاع.

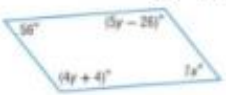
$FK = KH$	تعريف التطابق =
$3x - 1 = 2x + 3$	بالتعويض
$x - 1 = 3$	اطرح x 2 من كل طرف.
$x = 4$	أضف 1 إلى كل طرف.
$JK = KG$	تعريف التطابق =
$6y - 2 = 4y + 3$	بالتعويض
$2y - 2 = 3$	اطرح y4 من كل طرف.
$2y = 5$	أضف 2 إلى كل طرف.
$y = 2.5$	اقسم الطرفين على 2.

لذا، فعندما تكون x بقيمة 4 وتكون y بقيمة 2.5، فإن الشكل الرباعي $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

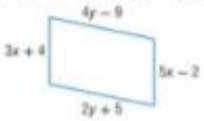
تمرين موجّه

أوجد قيمة x و y بحيث يكون كل الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

3A.



3B.



3A. $x = 8$, $y = 30$
3B. $x = 3$, $y = 7$

لقد عرفت شروط متوازيات الأضلاع. الخانة التالية تلخّص كيفية استخدام الشروط لإثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

ملخص المفهوم

برهن على أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع

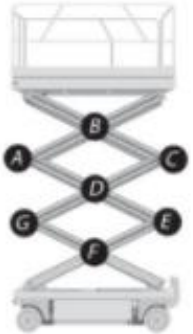
- بيان أن كل ضلعين متقابلين متوازيان. (التعريف)
- بيان أن كل ضلعين متقابلين متطابقان. (النظرية 13.7)
- بيان أن كل زاويتين متقابلين متطابقتان. (النظرية 13.8)
- بيان أن القطرين ينصفان بعضهما. (النظرية 13.9)
- بيان أن ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت. (النظرية 13.10)

McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

التدريس المتمايز BL OL AL

المتعلّمون بالتمرين الشخصي اطلب من الطلاب اختيار زميل. اطلب من أحد الطالبين رسم متوازي أضلاع. ثم اطلب من زميله إثبات أن رباعي الأضلاع هو متوازي أضلاع. ثم اطلب من الطلاب تبادل الأدوار وكرر النشاط مرة أخرى.

حيث إن كلا زوجي الزوايا المتقابلة للشكل الرباعي $ABCD$ متطابق، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع بحسب النظرية 13.10. وتنص النظرية 13.55 أن الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع تكون متكاملة. إذًا، $m\angle A + m\angle B = 180$ و $m\angle C + m\angle D = 180$. بالتعويض، $m\angle A + m\angle D = 180$ و $m\angle C + m\angle B = 180$.

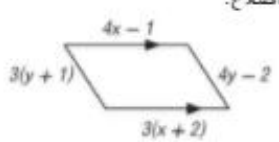


إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج اطلب من الطلاب ذكر طريقة بديلة يمكن استخدامها لإكمال البرهان بمناقشة الشروط الخمسة لإثبات متوازي الأضلاع. ذكّر الطلاب بأنه دائمًا ما يوجد عدة إستراتيجيات يمكن استخدامها بالرغم من استخدام إحداها يغني عن البقية.

مثال إضافي

3 أوجد قيمة x و y التي تجعل كل الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع.



$x = 7$; $y = 5$

ميل $\overline{KL} = \frac{4-3}{8-2}$ أو $\frac{1}{6}$

ميل $\overline{NM} = \frac{-2-(-3)}{7-1}$ أو $\frac{1}{6}$

ميل $\overline{KN} = \frac{-3-3}{1-2} = \frac{-6}{-1}$ أو 6

ميل $\overline{LM} = \frac{-2-4}{7-8} = \frac{-6}{-1}$ أو 6

بما أن الأضلاع المتقابلة لها نفس الميل، إذا $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$ وإذا $\overline{KN} \parallel \overline{LM}$. وبهذا، فإن $KLMN$ متوازي أضلاع حسب التعريف.

تمرين موجه

حدد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. *إذا أجبت بنعم، فاذكر الطريقة التي استخدمتها.*

4A. $A(3, 3)$، $B(8, 2)$، $C(6, -1)$، $D(1, 0)$، قانون المسافة **4A–B** انظر الهامش.

4B. $F(-2, 4)$، $G(4, 2)$، $H(4, -2)$، $J(-2, -1)$، قانون نقطة المنتصف

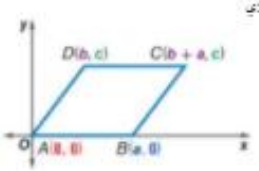
في الوحدة 12، علمت أنه يمكن استخدام إحداثيات المتغيرات في تعيين رؤوس المثلث. بعد ذلك تم استخدام قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف في كتابة براهين إحداثية للنظريات. يمكن تطبيق الشيء نفسه على الأشكال الرباعية.

مثال 5 متوازيات الأضلاع والبراهين الإحداثية

اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة التالية.

إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيًا ومتطابقًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الخطوة 1 ضع الشكل الرباعي $ABCD$ على المستوى الإحداثي بحيث يكون $\overline{AB} \cong \overline{DC}$، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.



- ابدأ بوضع الرأس A عند نقطة الأصل.
- افترض أن $\overline{AB}$ طولها a من الوحدات وافترض أن B إحداثياتها هي $(a, 0)$.
- بما أن القطع المستقيمة متوازية، فضع القطعتين الطرفيتين للقطعة $\overline{DC}$ بحيث يكون لهما نفس الإحداثي y، c.
- بحيث تكون المسافة من النقطة D إلى النقطة C هي أيضًا بعدد a من الوحدات، افترض أن الإحداثي x الذي يخص D سيكون b والذي يخص C سيكون $b + a$.

مراجعة المفردات

البرهان ا حداثي برهان يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر في إثبات مفاهيم هندسية

أمثلة إضافية

4 هندسة إحداثية مثّل الشكل الرباعي $QRST$ بيانيًا بالرؤوس $Q(-1, 3)$ و $R(3, 1)$ و $S(2, -3)$ و $T(-2, -1)$. حدد ما إن كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك باستخدام قانون الميل.

ميل $= -\frac{1}{2}$

ميل $= -\frac{1}{2}$

ميل $= 4$

ميل $= 4$

$QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع بحسب التعريف.

5 اكتب إحداثيات برهان العبارة التالية. إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متطابقًا، فإن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

ضع الشكل الرباعي $ABCD$ على المستوى الإحداثي بحيث $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. استخدم الشكل الرباعي $A(0, 0)$ و $B(a, 0)$ و $C(b + a, c)$ و $D(b, c)$.

المعطيات: الشكل $ABCD$ الرباعي.

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

حسب التعريف، الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع، إذا كان ضلعاه المتقابلان متوازيين. استخدم قانون الميل.

ميل $\overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$

ميل $\overline{BC} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$

ميلا $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ يساويان 0.

حيث إن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لهما نفس الميل و $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ لهما نفس الميل و $\overline{CD}$. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. إذًا الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع حيث إن أضلاعه المتقابلة متوازية.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تمرين ويكيبيديا اجعل الطلاب يعملوا في مجموعات ثنائية ليقوموا بعمل صفحة ويكيبيديا تعرض وتشرح الطرق المختلفة المتبعة في إثبات أن رباعي الأضلاع عبارة عن متوازي أضلاع. يجب أن يتعاون الطلاب معًا في تعديل ومراجعة عملهم ليضمنوا صحته ووضوحه.

$\overline{BC} = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$ ميل $\overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$ ميل

بما أن $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ لهما نفس الميل، إذا $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. وعلى هذا فالشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

تمرين موجّه

5. اكتب برهانًا إحداثيًا لهذه العبارة: إذا كان رباعي أضلاع عبارة عن متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة تكون متطابقة. **انظر الهامش.**

التحقق من فهمك

مثال 1 حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

1.

لا؛ لم يكتمل أيّ من اختبارات □.

2.

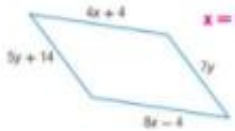
نعم؛ كل ضلعين متقابلين متطابقان.

مثال 2

3. **النجارة** يقوم راشد بصناعة طاولة ويريد أن يتأكد من أن النقاط التي تلتقي بها أرجل الطاولة مع الأرضية تكوّن متوازي أضلاع زواياه قائمة. كيف يمكن لراشد أن يستخدم ظهر الطاولة في إثبات أن الأرجل تكوّن متوازي أضلاع؟

بإمكان راشد أن يقيس ظهر الطاولة ليتأكد من أن الأضلاع المتقابلة لها طول واحد. إذا كان لها طول واحد وكانت الأرجل موجودة بزوايا ظهر الطاولة، فإن الأرجل تكوّن متوازي أضلاع.

مثال 3 **الجبر** أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

4. 

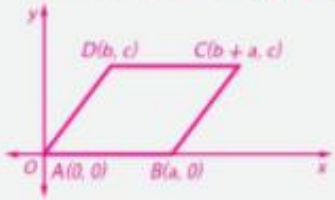
$x = 2; y = 7$

5.

$x = 30; y = 45$

5. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$



البرهان الإحداثي:

$AB = \sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2}$ or a

$DC = \sqrt{(b+a-b)^2 + (c-c)^2}$ or a

$AD = \sqrt{(c-0)^2 + (b-0)^2}$ or $\sqrt{c^2+b^2}$

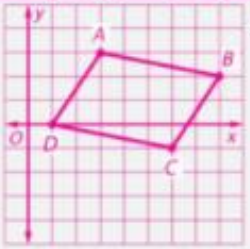
$BC = \sqrt{(a-(b+a))^2 + (c-0)^2}$

$= \sqrt{b^2+c^2}$ or $\sqrt{c^2+b^2}$

حيث إن $AB = DC$ و $AD = BC$. إذًا، $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.

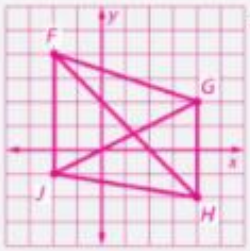
إجابات إضافية (تمرين موجّه)

4A.



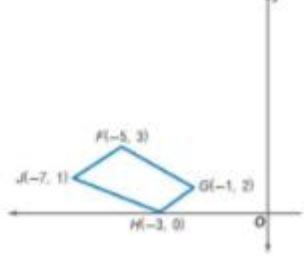
إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متطابقة، فهو عبارة عن متوازي أضلاع $AB = \sqrt{26}$; $DC = \sqrt{26}$; $AD = \sqrt{13}$; $BC = \sqrt{13}$ حيث إن $AB = DC$ و $AD = BC$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. إذًا $ABCD$ متوازي أضلاع وفقًا للنظرية 13.9.

4B.



إذا كانت أقطار الشكل الرباعي تنصف بعضها البعض، فهو عبارة عن متوازي أضلاع. تنصف أقطار الشكل الرباعي بعضها البعض، إذا التقى القطران في نقطة منتصفهما. ونقطة منتصف القطر $\overline{FH}$ (1, 1) ونقطة منتصف القطر $\overline{JG}$ (1, 0.5) وحيث إن نقطة منتصف الأقطار $\overline{FH}$ و $\overline{JG}$ ليس لها نفس الإحداثيات، فإن الشكل الرباعي $FGHJ$ ليس بمتوازي أضلاع.

28. 4؛ محمود يمكنه قياس الجوانب المقابلة أو الزوايا المقابلة.



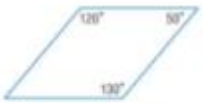
مثال 5

8. اكتب برهانًا إحداثيًا لهذه العبارة: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

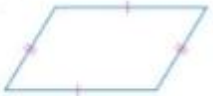
حدد إذا ما كان كل شكل رباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

9. 

ليس متوازي أضلاع لأن الزوايا المتتابعة غير متطابقة

10.

نعم إنه متوازي أضلاع لوجود ضلعين متقابلين متوازيين ومتطابقين

11. 
نعم، كل ضلعين متقابلين متطابقين.

12.

لم تتحقق أي من اختبارات ▱

13.

لا، لم تتحقق أي من اختبارات ▱

14.
لا، لم تتحقق أي من اختبارات ▱

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9-29, 41-43, 45-51	9-29 ,فردي 46-49	10-28 ,زوجي 41-43, 45,50-51
OL أساسي	9-31 ,فردي 35, 37, 39, 41-43, 45-51	9,29, 46-49	31, 35-37, 39, 41-43, 45, 50-51
BL متقدم	30-51		

20. اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة، *إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.*

21. **برهان** اكتب برهانًا جزءًا على النظرية 13.8

22. **السياحة** أثناء رحلتها إلى نيويورك، تريد عليمة زيارة أربع وجهات يقصدها السياح. مبنى الإمباير ستيت وتمثال الحرية وسنترال بارك وميدان تايمز سكوير. فإذا كانت إحداثيات GPS لمبنى الإمباير ستيت هي 40.74° شمالاً و73.99° غربًا وكانت إحداثيات GPS لتمثال الحرية هي 30.69° شمالاً و 74.05° غربًا وكانت إحداثيات GPS لسنترال بارك هي 40.78° شمالاً و73.97° غربًا وكانت إحداثيات GPS لميدان التايمز سكوير هي 40.75° شمالاً و73.99°غربًا. فحدد ما إذا كانت هذه الوجهات الأربعة تكوّن متوازي أضلاع أم لا. **لا، فهي لا تكوّن متوازي أضلاع.**

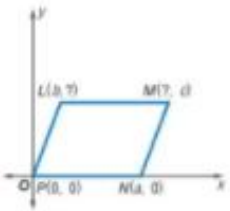
البرهان اكتب برهانًا من عمودين. **25–23. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

23. النظرية 13.9 24. النظرية 13.10

25. اشرح كيف يمكنك استخدام النظرية 13.9 في إنشاء متوازي أضلاع ثم قم بإنشاء متوازي أضلاع بالطريقة نفسها.

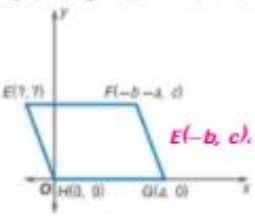
اذكر اسم الإحداثيات المجهولة في كل متوازي أضلاع.

26.



L(b, c), M(a + b, c)

27.



E(−b, c), G(a, 0)

28. **القيادة** يقوم محمود بطلاء خطوط لقطعة أرض مخصصة لموقف سيارات جديد. ما أقل عدد من القياسات يحتاج محمود إلى أخذها باستخدام البطحة وشريط القياس ليتبين أن تكوّن الخطوط متوازي أضلاع؟ **انظر الهامش**

المستطيل	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$	هل $ABCD$ متوازي أضلاع؟
المستطيل 1					
المستطيل 2					
المستطيل 3					

c. **لفظيًا** عبّر بكلماتك عن تعريف المستطيل.

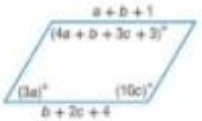
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. **تحليل الخطأ** تقول آمنة إن الشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع ولكن عائشة تقول إنه ليس متوازي أضلاع. فمن منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.
عائشة على صواب لأنه لم تتحقق أي من اختبارات ▱.

32. **الكتابة في الرياضيات** اشرح الطرق المختلفة لاستخدام الأضلاع المتوازية في إثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. **إذا كانت الأضلاع المتقابلة متوازية فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع. إذا كان ضلعين متقابلين موازيين وفي الوقت نفسه متطابقين فإن رباعي الأضلاع يكون متوازي أضلاع.**

33. **تبرير** إذا تطابقت الأضلاع المتقابلة الأربعة في متوازي أضلاع. فهل يتطابق متوازيا الأضلاع أحيانًا أم دائمًا أم لا يتطابقا على الإطلاق؟ **انظر الهامش.** 34 ,33

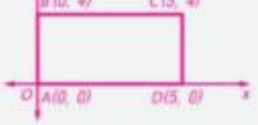
34. **مسألة غير محددة الإجابة** قم بوضع وتسمية متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي بحيث لا توجد أي من رؤوسه عند نقطة الأصل.



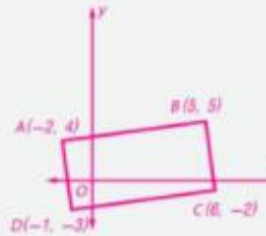
35. **تحدٍّ** أوجد قيم a و b و c إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع.
$a = 20, b = 7, c = 12$

36. **الكتابة في الرياضيات** قارن بين النظريتين 13.5 و 13.9.
انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

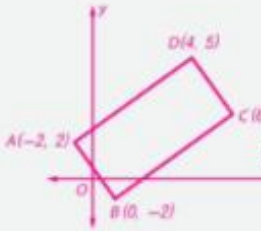
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



مستطيل 1



مستطيل 2



مستطيل 3

30c. الإجابة النموذجية: المستطيل هو متوازي أضلاع بأربع زوايا قائمة.

التدريس المتمايز

التوسع اطلب من الطلاب تعيين $P(-4, -3)$ و $L(-1, 2)$ و $S(5, 1)$ على المستوى الإحداثي. واطلب منهم تعيين وتحديد موقع النقطة الرابعة T والتي ستنشئ متوازي الأضلاع. وينبغي أن يبرهنوا أن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع باستخدام النظريات في هذا الدرس. وتكون إحداثيات النقطة الرابعة هي $(2, -4)$. وتنشئ هذه النقطة متوازي أضلاع ويبرهن ذلك إما بقانون المسافة أو قانون الميل.
الإجابة النموذجية: ميل $\overline{PL} = \frac{5}{3}$ و $\overline{LS} = -\frac{1}{6}$ و $\overline{ST} = \frac{5}{3}$ و $\overline{TP} = -\frac{1}{6}$. وحيث إن الجوانب المتقابلة لها الميل نفسه. فإن $\overline{PL} \parallel \overline{ST}$ و $\overline{LS} \parallel \overline{TP}$. ومن ثم، فإن $PLST$ عبارة عن متوازي أضلاع بحسب التعريف.

B (5, 3)
C (5, 0)

E (3, 0)

مراجعة شاملة

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي رؤوسه. (الدرس 1-13)

41. $A(-3, 5), B(6, 5), C(5, -4), D(-4, -4)$ (1, 0.5)

42. $A(2, 5), B(10, 7), C(7, -2), D(-1, -4)$ (4.5, 1.5)

حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

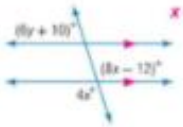
43. $J(4, 3), K(5, -2)$ -5

44. $X(0, 2), Y(-3, -4)$ 2

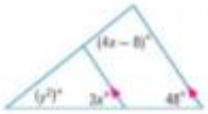
45. $A(2, 5), B(5, 1)$ $-\frac{4}{3} \approx -1.3$

أوجد x و y في كل شكل.

46. $x = 3, y = 26.33$



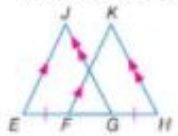
47. $x = 16, y = 8.7$



البرهان اكتب برهاناً من عمودين. 49 ,48. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

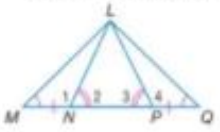
48. المعطيات: $\overline{EJ} \parallel \overline{FK}, \overline{JG} \parallel \overline{KH}, \overline{EF} \cong \overline{GH}$

المطلوب: $\triangle EJG \cong \triangle FKH$



49. المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PQ}, \angle M \cong \angle Q, \angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\triangle MLP \cong \triangle QLN$



مراجعة المهارات

استخدم الميل لتحديد ما إذا كان $\overline{XY}$ و $\overline{YZ}$ متعامدين أم غير متعامدين.

50. $X(-2, 2), Y(0, 1), Z(4, 1)$ غير متعامدين

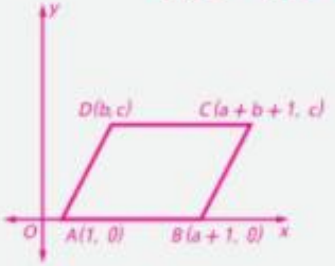
51. $X(4, 1), Y(5, 3), Z(6, 2)$ غير متعامدين

Mcdougal Littell Education حقوق الطبع والنشر © لصالح مؤسسة

إجابات إضافية

33. في بعض الأحيان

34. الإجابة النموذجية:



التدريس المتمايز

التوسع اطلب من الطلاب رسم متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي بالإحداثيات (0, 0) و(4, 2) و(8, 4) و(6, 0). ثم اطلب منهم أن يصلوا النقطة (4, 2) بالنقطة (0, 5) والنقطة (4, 3) بالنقطة (6, 0) والنقطة (0, 0) بالنقطة (6, 4) والنقطة (0, 2) بالنقطة (8, 4). ما الشكل الذي يكونه تقاطع القطع المستقيمة الأربع؟ متوازي أضلاع

30b. الإجابة النموذجية:

المستطيل	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$	هل ABCD متوازي أضلاع؟
مستطيل 1	90	90	90	90	نعم
مستطيل 2	90	90	90	90	نعم
مستطيل 3	90	90	90	90	نعم

قطع الأشرطة الموجودة على اليسار ستتلاءم مع بعضها بشكل مستقيم.

انظر الهامش.

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

5. W, X, Y, Z; 8, 6, $s-7$, $2t-6$

$s = 13, t = 7$

6. J, K, L, M; $3t-6$, $56°$, $(3d-21)°$, $2f+8$

$d = 42, f = 14$

7. **البرهان** اكتب برهانا من عمودين.

المعطيات: $\square GFBA$ ، $\square HACD$

المطلوب: $\angle F \cong \angle D$

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

أوجد x و y بحيث يكون كل شكل رباعي متوازي أضلاع.

8. $x+3$, $2y+5$, $y+10$, $2x+2$

$x = 3, y = 5$

انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

11. **اختيار من متعدد** أي شكل رباعي التالية ليست متوازي أضلاع؟ **D**

A

C

B

D

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك باستخدام الطريقة المحددة.

12, 13. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

12. قانون المسافة $A(-6, -5)$، $B(-1, -4)$، $C(0, -1)$، $D(-5, -2)$

13. قانون الميل $Q(-5, 2)$، $R(-3, -6)$، $S(2, 2)$، $T(-1, 6)$

14. **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(1, 3)$ ، $B(6, 2)$ ، $C(4, -2)$ ، $D(-1, -1)$. **(2.5, 0.5)**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المطويات منظم الدراسة

المطويات ®دينا زايك

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار منتصف الوحدة، شجعهم على مراجعة المعلومات التي سجّلوها للدرسين 1-13 و 2-13 في مطوياتهم.

إجابات إضافية

4. الإجابة النموذجية: تأكد من أن الأضلاع المتقابلة متطابقة أو أن الزوايا المتقابلة متطابقة.

أضلاع.

الدرس 3-13 التعرف على خواص المستطيل وتطبيقها. تحديد إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات أم لا.

بعد 3-13 استخدام الاستدلال الاستقرائي لإثبات العبارات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الواردة في هذا الدرس.

اطرح السؤالين التاليين:

- كيف كنت ستتعامل مع المسألة إذا كنت مكان بدر؟ ما الذي يتعين على بدر القيام به ليتأكد أن الباب مستطيل؟ الإجابة النموذجية: قِس ارتفاع 200 سنتيمتر من الأرض، ثم 90 سنتيمترًا على الجهة المقابلة بزاوية قائمة ثم العودة ثانية إلى الأرض. تأكد أن الزوايا قائمة. وتأكد من أن يكون ضلعا جانبي الباب بنفس الطول. وأن يكون ضلعا أعلى الباب وقاعدته بنفس الطول.
- افترض أن الأرض مستوية. كيف يمكن لخميس التحقق إذا كان الباب مستطيلاً دون قياس الأضلاع أو الزوايا؟ قياس الأقطار. فإذا كانت متطابقة، يكون الشكل مستطيلاً.

يتأكد من أنه يقوم بطلاء مستطيل؟

مستطيلات.

المفردات الجديدة

مستطيل rectangle

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.

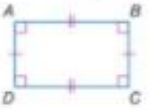
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

بناء فرضيات مبدئية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 خواص المستطيلات إن **المستطيل** عبارة عن متوازي أضلاع به أربع زوايا قائمة. حسب التعريف، يكون للمستطيل الخواص التالية.

- كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
- الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- القطران ينصفان بعضهما.

وبالإضافة إلى ذلك، قطرا المستطيل متطابقان.



المستطيل $ABCD$

النظرية 13.11 أقطار المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

الاختصار إذا كان $\square$ مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان $\cong$.

مثال إذا كان $\square JKLM$ مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص المستطيلات

تمرين **منتزه** مستطيل الشكل به ممران للمشي كما هو موضح. إذا كان $PS = 180$ مترًا وكان $PR = 200$ مترًا، **فأوجد** QT.

$\overline{QS} \cong \overline{PR}$	إذا كان $\square$ مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان $\cong$.
$QS = PR$	تعريف التطابق
$QS = 200$	بالتعويض

بما أن $PQRS$ مستطيل فهو متوازي أضلاع وقطرا متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما وإذا $ST = QT$.

$QT + ST = QS$	جمع القطع المستقيمة
$QT + QT = QS$	عوض
$2QT = QS$	بسّط.
$QT = \frac{1}{2}QS$	اقسم كل طرف على 2.
$QT = \frac{1}{2}(200)$ أو 100	بالتعويض

تمرين موجّه **انظر الشكل الموضّح في المثال 1.**

1A. إذا كان $TS = 120$ مترًا، فأوجد PR. **240**

1B. إذا كان $m\angle PRS = 64$، فأوجد $m\angle SQR$. **26**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

823

$m\angle KJL + m\angle JLK = 90$	بالتعويض
$2x + 4 + 7x + 5 = 90$	بالتعويض
$9x + 9 = 90$	اجمع الحدود المتشابهة.
$9x = 81$	اطرح 9 من كل طرف.
$x = 9$	اقسم الطرفين على 9.

تمرين موجّه

2. ارجع إلى الشكل في المثال 2. إذا كان $JP = 3y - 5$ وكان $MK = 5y + 1$. فأوجد y. **11**

2 إثبات أن متوازيات الأضلاع مستطيلات معكوس النظرية 13.11 هو أيضًا صحيح.

النظرية 13.12 أقطار المستطيل

إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فيكون إذا متوازي الأضلاع هذا عبارة عن معين.

الاختصار إذا كان قطرا □ متطابقتين ≅، فإن □ مستطيل.

مثال إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ و $\overline{WF} \cong \overline{XZ}$ في $\triangle WXYZ$، فإن $\square WXYZ$ عبارة عن مستطيل.

مثال 3 من الحياة اليومية تقديم علاقات المستطيل

لعبة كرة الثقادي مركز ترفيهي اجتماعي أنشأ ملعبًا في الهواء الطلق للعب كرة الثقادي. وللتأكد من أنه يستوفي متطلبات الملعب المثالي، قام بقياس أضلاع الملعب وقطريه. إذا كان $AB = 18$ مترًا و $BC = 9$ أمتار و $CD = 18$ مترًا و $AD = 9$ أمتار و $AC = 20$ مترًا و $BD = 20$ مترًا. فاشرح كيف يتأكد المركز من أن الملعب على شكل مستطيل.

بما أن $AB = CD$، $BC = AD$، $AC = BD$. فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$، $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ لأن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذا $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. بما أن $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ قطران متطابقان في $\square ABCD$، إذا $\square ABCD$ عبارة عن مستطيل.

الربط بالحياة اليومية

لعبة الكرة الخادعة تُلعب على ملعب مستطيل الشكل. أبعاده المثالية بطول 18 مترًا وعرض 9 أمتار. قد تقسّم الملعب إلى قسمين متساويين بخط المنتصف وخطوط الهجوم التي تبعد 3 أمتار (9.8 أقدام) عن خط المنتصف ومتوازية معه.

المصطلح الرابطة الوطنية لهيئة الكرة الخادعة

McGraw-Hill Education هي جزء من شركة McGraw-Hill Education. © حقوق الطبع والنشر محفوظة.

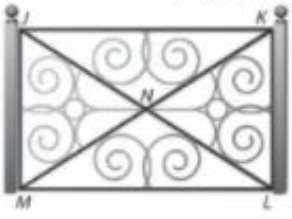
التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية اطلب من الطلاب استخدام قطعتي حبل متساويتي الطول وشريط لاصق وسطح أملس لتحديد الشكل الرباعي. الصق قطعتي الحبل في السطح الأملس بإحكام بحيث تتقاطعان. استخدم الشريط اللاصق لرسم شكل رباعي بأن تصل بين نهايات قطع الحبل. كرر العملية مرات عديدة على أن يتقاطع في نقاط عديدة. ينبغي أن يرى الطلاب أن الشكل الرباعي لا يكون مستطيلاً إلا إذا تقاطع الحبلان عند نقطة منتصفهما.

"تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 **الإنشاء** بوابة حديقة مستطيلة الشكل مدعمة بدعائم على شكل أقطار لمنعها من الارتخاء. إذا كان $JK = 3.6$ أمتار، و $LN = 2$ متر، فأوجد KM.



أمتار $KM = 4$

2 الشكل الرباعي $RSTU$ عبارة عن مستطيل. إذا كان $m\angle RTU = 8x + 4$ و $m\angle SUR = 3x - 2$. فأوجد x. **8**

لوحاتهم على أطر خشبية. وهذا ما يسمح لهم بتخصيص وتعديل حجم اللوحة. لضمان أن الإطار عبارة عن مستطيل قبل شد اللوحة عليه، يكون على الفنان أن يقيس جوانب وأقطار الإطار. فإذا كان $AB = 30$ سنتيمترًا، و $BC = 87.5$ سنتيمترًا، و $CD = 30$ سنتيمترًا، و $DA = 87.5$ سنتيمترًا، و $BD = 92.5$ سنتيمترًا، و $AC = 92.5$ سنتيمترًا، وضّح كيف يمكن للفنان أن يتأكد من أن الإطار مستطيل الشكل.

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$؛ بناءً عليه، فإن $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. $\overline{AC} \cong \overline{BD}$؛ ومن ثم، $\square ABCD$ عبارة عن مستطيل.

4 الشكل الرباعي $JKLM$ بالرؤوس $J(-2, 3)$ و $K(1, 4)$ و $L(3, -2)$ و $M(0, -3)$. حدد ما إذا كان $JKLM$ مستطيلًا باستخدام قانون المسافة.

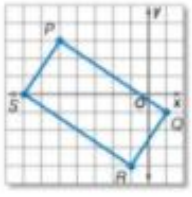
حيث إن $JK = ML = \sqrt{10}$ و $JM = KL = \sqrt{40}$، إذًا $JKLM$ متوازي أضلاع.
حيث إن $KM = JL = \sqrt{50}$، إذًا $JKLM$ مستطيل.

يمكنك أيضًا استخدام خصائص المستطيلات لإثبات أن متوازي الأضلاع الموجود على مستوى إحداثي هو مستطيل باستخدام إحداثيات الرؤوس.

مثال 4 المستطيلات والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية رباعي أضلاع $PQRS$ رؤوسه $P(-5, 3)$ و $Q(1, -1)$ و $R(-1, -4)$ و $S(-7, 0)$. حدد ما إذا كان $PQRS$ مستطيلاً أم لا باستخدام قانون المسافة.

الخطوة 1 استخدم قانون المسافة لتحديد ما إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع أم لا عن طريق تحديد مدى تطابق الأضلاع المتقابلة.



$$PQ = \sqrt{(-5 - 1)^2 + [3 - (-1)]^2} = \sqrt{52}$$
$$RS = \sqrt{[-1 - (-7)]^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{52}$$
$$PS = \sqrt{[-5 - (-7)]^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$$
$$QR = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [-1 - (-4)]^2} = \sqrt{13}$$

لأن الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي لها نفس القياس، إذًا فهي متطابقة ومن ثم فالشكل الرباعي $PQRS$ هو متوازي أضلاع.

الخطوة 2 حدد إذا ما كان قطرا $PQRS$ $\square$ متطابقين.

$$PR = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + [3 - (-4)]^2} = \sqrt{65}$$
$$QS = \sqrt{[1 - (-7)]^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{65}$$

بما أن القطرين لهما نفس القياس، إذًا فهما متطابقان وعلى هذا فإن $\square PQRS$ مستطيل.

نصيحة دراسية
المستطيلات ومتوازيات الأضلاع كل مستطيل متوازي أضلاع، وليس بالضرورة كل متوازي أضلاع هو مستطيل.

تمرين موجّه

4. الشكل الرباعي $JKLM$ رؤوسه $J(-10, 2)$ و $K(-8, -6)$ و $L(5, -3)$ و $M(2, 5)$. حدد ما إذا كان $JKLM$ مستطيلًا أم لا باستخدام قانون الميل.

٤: $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ ليسا متوازيين.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

مدونة الصف على مدونة الفصل، اجعل الطلاب يكتبوا مدخلات في المدونة توضح طريقتين لإثبات أن متوازي الأضلاع عبارة عن مستطيل.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. نعم؛ حيث إن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن البوابة عبارة عن متوازي أضلاع. وإذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فستكون جميع زواياه قائمة. وحيث إن الزاوية اليسرى من الأسفل للبوابة قائمة، فجميع زوايا البوابة قائمة وبحسب التعريف فالبوابة مستطيلة.

واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

7. البرهان: تعلم من المعطيات أن $DEFG$ عبارة عن مستطيل. إذًا، وحسب تعريف المستطيل، فإن $DE \parallel GF$ و $DG \parallel EF$. حيث إن DH عبارة عن جزء من DG و EJ عبارة عن جزء من EF، $DH \parallel EJ$. تعلم أيضًا من المعطيات أن $HJ \parallel GF$. إذًا وحسب خاصية التعدي، فإن $DE \parallel HJ$. وعلى هذا يكون $DEJH$ متوازي أضلاع. بما أن $DEFG$ مستطيل، إذًا $m\angle E = 90$. إذا وجد بمتوازي الأضلاع زاوية واحدة قائمة، فيتعين حتمًا أن يكون له أربع زوايا قائمة. ومن ثم، يكون $DEJH$ عبارة عن مستطيل.

5. إذا كان $m\angle MLN = 5x + y$ وكان $m\angle NLP = x + 10y - 1$، فأوجد $m\angle MLN$. **35**

6. إذا كان $MN = 5x + 2$ وكان $LP = 4x - 3$، فأوجد MN. **17**

مثال 3

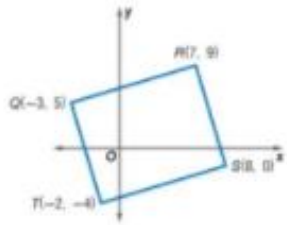
7. **البرهان** إذا كان $DEFG$ مستطيلاً وكانت $GF \parallel HJ$، فأثبت أن $DEJH$ مستطيل. **انظر الهامش.**

مثال 4

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور.

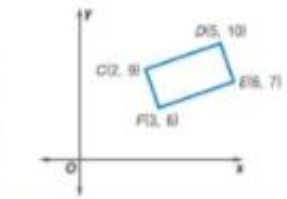
8. $R(7, 9)$، $S(8, 0)$، $T(-2, -4)$، $Q(-3, 5)$. قانون الميل

لا هذا ليس مستطيل. ميل $\frac{2}{5} = RQ$ وميل $-9 = QT$، إذًا $\angle RQT$ ليست زاوية قائمة.



9. $C(2, 9)$، $D(5, 10)$، $E(6, 7)$، $F(3, 6)$. قانون المسافة

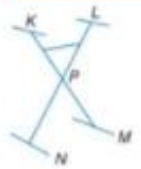
نعم، $DF = \sqrt{(5-3)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{20}$ و $CE = \sqrt{(6-2)^2 + (7-9)^2} = \sqrt{20}$ القطران متطابقان، فإن $CDEF$ مستطيل.



التمرين وحل المسائل

مثال 1

الموسيقى حامل عرض عليه لوحة مفاتيح. $KLMN$ تكوّن مستطيلاً. إذا كانت $NM = 75$ سنتيمترًا وكانت $NP = 32.5$ سنتيمترًا وكان $m\angle LPK = 25$، فأوجد جميع القياسات.



10. KL **75 سنتيمترًا**

11. KP **32.5 سنتيمترًا**

12. LN **65 سنتيمترًا**

13. $m\angle LPM$ **155**

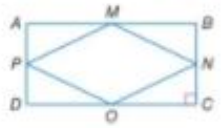
Glencoe/McGraw-Hill Education حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب		خيار اليومين
AL مبتدئ	10-25, 46-55	11-25 ,فردي 50-53	10-24 ,زوجي 46-49, 54-55
OL أساسي	11-31 ,فردي 32, 33-43 ,فردي 46-55	10-25, 50-53	26-44, 46-49, 54-55
BL متقدم	26-55		

$\triangle VZY \cong \triangle WZX$.

المطلوب: $VWXY$ مستطيل.

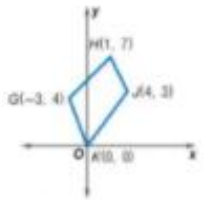


21. **المعطيات:** $ABCD$ مستطيل، M منتصف $\overline{AB}$، و N منتصف $\overline{BC}$، و O منتصف $\overline{DC}$، و P منتصف $\overline{AD}$.

المطلوب: $MNOP$ متوازي أضلاع.

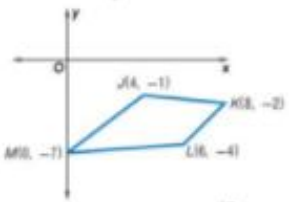
مثال 4 **الهندسة الإحداثية** مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور.

22. $G(-3, 4)$، $H(1, 7)$، $J(4, 3)$، $K(0, 0)$، قانون الميل



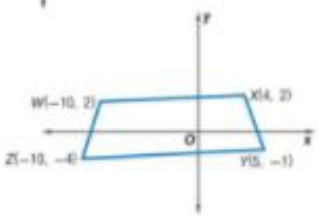
نعم $GHJK$ مستطيل. ميل $HJ = -\frac{4}{3}$ وميل $JK = \frac{3}{4}$ وميل GK يساوي $-\frac{4}{3}$ وميل GH يساوي $\frac{3}{4}$. بما أن الأضلاع المتقابلة متوازية، فإن $GHJK$ متوازي أضلاع وبما أن الأضلاع المتجاورة متعامدة، فإن $GHJK$ مستطيل.

23. $J(4, -1)$، $K(8, -2)$، $L(6, -4)$، $M(0, -7)$، قانون الميل



لا $JKLM$ ليس مستطيلاً. ميل $JK = -\frac{1}{4}$ وميل $KL = 1$ وميل $ML = \frac{1}{2}$ وميل $MJ = -\frac{3}{2}$. بما أن الأضلاع المتقابلة ليست متوازية، فإن $JKLM$ ليس متوازي أضلاع وبالتالي لا يكون مستطيلاً.

24. $W(-10, 2)$، $X(4, 2)$، $Y(5, -1)$، $Z(-10, -4)$، قانون المسافة



نعم، $WY = \sqrt{(-10-5)^2 + (2--1)^2} = 3\sqrt{26}$ و $XZ = \sqrt{(4--10)^2 + (2--4)^2} = 2\sqrt{58}$. بما أن القطرين غير متطابقتين، فإن $WXYZ$ ليس مستطيلاً.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

827

متطابقين قائمي الزاوية فقط ليشكلا مستطيلاً.

إجابات إضافية

37. طارق محق لأن $\angle KLM$ و $\angle LMN$ عبارة عن زوايا داخلية متبادلة.

40. دائمًا ما تشكل أضلاع المستطيل واحد من الأقطار زاوية قائمة. إذا كان لديك أطوال الأضلاع، فسوف تصبح هذه هي سيقان المثلث قائم الزاوية، ويمكنك استخدام نظرية فيثاغورس لحساب وتر المثلث قائم الزاوية والذي يكون عبارة عن قطر المستطيل.

الجبر الشكل الرباعي $CDEF$ مستطيل.

32. إذا كان $CF = 5$ و $FE = 12$، فأوجد DF. **13**

33. إذا كان $DE = 8$ و $DF = 10$، فأوجد CD. **6**

34. **الإنشاء** اشرح كيفية استخدام الأضلاع المتطابقة والمستقيمات المتعامدة في إنشاء مستطيل. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

35. **البستنة** تشرح نجلاء صندوق زهور على شكل مستطيل لتستخدمه في حديقتها. اشرح كيف تتأكد نجلاء من أن قاعدة الصندوق مستطيلة باستخدام شريط قياس. **يمكن أن تستخدم نجلاء الشريط في قياس الأضلاع المتقابلة وتتأكد من أن كل ضلعين متقابلين لهما نفس الطول وتتأكد من أن القطرين لهما نفس الطول وهذا يؤكد أن قاعدة الصندوق مستطيلة الشكل.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. **تحدٍّ** في المستطيل $CDEF$، $m\angle EBF = 11x + 4y$، $m\angle DCB = \frac{3x}{2} + 5y - 1$، و $m\angle DBE = 65$. أوجد قيم x و y. $x = 9,\ y = 4$

37. **تحليل الخطأ** في الشكل مستطيل $KLNM$، يدعي طارق أن $\angle LMN \cong \angle KLM$. لكن عمرو يرى أن $\angle KML \cong \angle KLM$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش**

38. **تبرير**

a. اذكر جميع المثلثات القائمة في المستطيل $ABCD$.
$\triangle ADC,\ \triangle BCD,\ \triangle DAB,\ \triangle CBD$

b. اذكر جميع المثلثات متساوية الساقين في المستطيل ABCD.
$\triangle AEB,\ \triangle BEC,\ \triangle CED,\ \triangle DEA$

39. **مسألة غير محددة الإجابة** أوجد إحداثيات رؤوس المستطيل الذي طول قطريه 5.
الإجابة النموذجية: (0,0)، (3, 0)، (4, 0)

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام أطوال أضلاع المستطيل في إيجاد طول قطري المستطيل. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية، جزء من شركة ماكجرو هيل للتعليم

828 | الدرس 3-13 | المستطيلات

SAT/ACT .44 إذا كان p فردياً، فأي مما يلي يجب أن يكون أيضاً فردياً؟ **E**

A $2p$

B $2p + 2$

C $\frac{p}{2}$

D $2p - 2$

E $p + 2$

B $x = 4, y = 3$ D $x = 8, y = 7$

الجبر .42 ملعب على شكل مستطيل محاطًا بسياج طوله 80 مترًا. يزيد أحمد أضلاع الملعب عن الضلع الآخر بمقدار 10 أمتار. أي من المعادلات التالية يمكن أن تستخدم في إيجاد قيمة r، الضلع الأقصر من الملعب؟ **J**

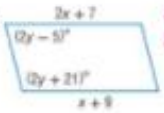
F $10r + r = 80$ H $r(r + 10) = 80$

G $4r + 10 = 80$ J $2(r + 10) + 2r = 80$

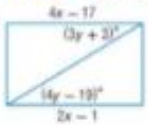
مراجعة شاملة

الجبر أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع. (الدرس 13-2)

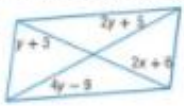
45. $x = 2$, $y = 41$



46. $x = 8$, $y = 22$



47. $x = 2$, $y = 7$



48. **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري □ABCD الذي إحداثيات رؤوسه A(1, 3) ، B(6, 2) ، C(4, −2) ، D(−1, −1). (الدرس 13-2) **(2.5, 0.5)**

راجع الشكل الموجود على اليسار.

49. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{AF}$، فاذكر زاويتين متطابقتين. $\angle ACF$ و $\angle AFC$

50. إذا كان $\angle AJH \cong \angle AJH$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AH}$ و $\overline{AJ}$

51. إذا كان $\angle AJL \cong \angle ALJ$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين. $\overline{AJ}$ و $\overline{AL}$

52. إذا كان $\overline{JA} \cong \overline{KA}$، فاذكر زاويتين متطابقتين. $\angle AJK$ و $\angle AKJ$

مراجعة المهارات

أوجد المسافة بين كل زوجين من النقاط.

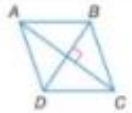
53. (4, 2), (2, −5) $\sqrt{53}$

54. (0, 6), (−1, −4) $\sqrt{101}$

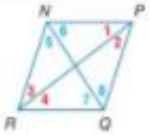
55. (−4, 3), (3, −4) $7\sqrt{2}$

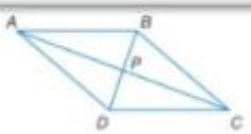
التدريس المتمايز

التوسع اطلب من الطلاب مراجعة الدروس من 1-13 إلى 3-13. واطلب منهم كتابة فرضية حول النتيجة عندما تتكوّن الأقطار في المربعات أو المعينات. يوضح الدرس 3-13 أنه إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن أقطاره تكون متطابقة. ونظرًا لأن الدرس 3-13 يركز على طول القطر، فإن الخطوة التالية هي التركيز على كيفية تقاطع الأقطار. ويمكن افتراض أن أقطار المعين أو المربع متعامدة.



$\overline{AC} \perp \overline{BD}$





$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$\overline{AB} \cong \overline{BC}$

$\overline{AC}$ $\overline{BD}$

$\overline{BP} \cong \overline{BP}$ $\overline{AP} \cong \overline{PC}$

$\overline{AC} \perp \overline{BD}$

$41 + 90 + m\angle KHJ = 180$

$131 + m\angle KHJ = 180$

$m\angle KHJ = 49$

$\overline{GH} \cong \overline{JH}$

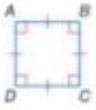
$GH = JH$

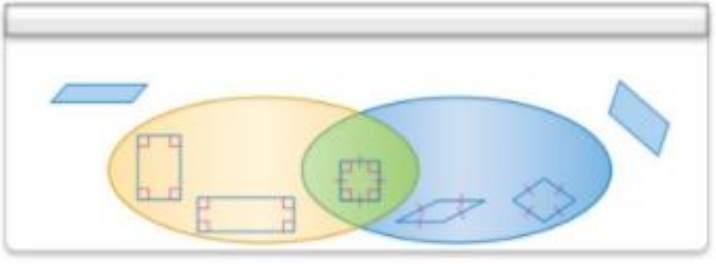
$x + 9 = 5x - 2$

$9 = 4x - 2$

$11 = 4x$

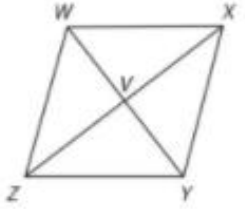
$2.75 = x$

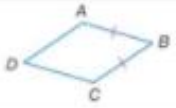




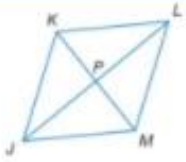
مثال إضافي

1



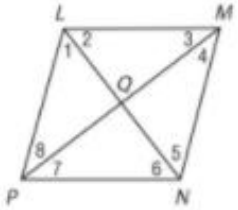


$\overline{AB} \cong \overline{BC}$



$\overline{KL} \cong \overline{JK}$

$\overline{PR}$ $\overline{SQ}$ $\overline{SQ}$ $\overline{PR}$



$\overline{SQ}$

$\overline{PR}$ $\overline{PR}$

$\overline{SQ}$

$\overline{SQ}$

$\overline{MP}$ $\overline{MR}$ $\overline{QS}$ $\overline{PR}$ $\overline{PR}$

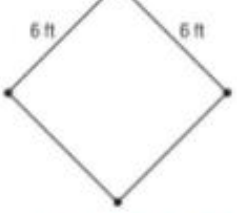
$\overline{PR}$

$\overline{MS}$ $\overline{QM}$ $\overline{SQ}$

$\overline{MS}$ $\overline{MR}$

$\overline{MS}$ $\overline{MP}$

$\overline{PR}$ $\overline{SQ}$

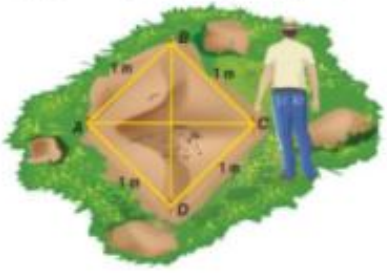


حيث إن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن الحديقة عبارة عن متوازي أضلاع. وحيث إن كل ضلعين متجاورين متطابقان، فالحديقة عبارة عن معين. ويحتاج عمر إلى معرفة إن كانت أقطار الحديقة متطابقة. فإذا كانت أقطار الحديقة متطابقة، فالحديقة مستطيلة. وحسب النظرية 13.20، فهي مربعة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

تسجيل الفيديو اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإنشاء فيديو يصف خواص المعين والمربع. تأكد من تعيين جميع خواص هذه الأشكال. تتضمن الخواص المشتركة مع متوازيات الأضلاع الأخرى.

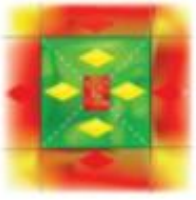
يبلغ طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ 1 متر. بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. بما أن ضلعين متتاليين في $\square ABCD$ متطابقان، إذًا فهو معين. إذا استطاع علماء الآثار إثبات أن $\square ABCD$ هو مستطيل أيضًا، فإذا حسب النظرية 13.20، يكون $\square ABCD$ مربعًا.



إذا تطابق قطرا متوازي الأضلاع، فإن متوازي الأضلاع يكون مستطيلاً. إذا قام علماء الآثار بقياس طول الحبل المطلوب لعمل كل قطر ووجدوا أنهما متساويان في الطول، فإن $ABCD$ يكون مربعًا.

تمرين موجّه

3. **خياطة الألحفة** تُصمم فاطمة لحافًا به مربعات مثل المربع المبين.



A. فإذا كانت فاطمة تحدد قطري كل قطعة صفراء وتصرص على أن يكون كل زوج من الأقطار متعامدًا، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء عبارة عن معين؟ اشرح.

B. إذا كان لجميع الزوايا الأربعة للقطعة الخضراء نفس القياس وللضلعين السفلي والأيسر نفس القياس، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة خضراء عبارة عن مربع؟ اشرح.

3A. لا؛ لا يمكنها التوصل لهذا الاستنتاج إلا إذا كانت تعلم كذلك أن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

3B. نعم؛ إذا تساوى قياس الزوايا الأربع كلها، فسيكون قياس كل منها هو 4 ÷ 360 أو 90. إذًا الزوايا المتقابلة متطابقة وبهذا تكون القطعة عبارة عن متوازي أضلاع. إذا كان قياس كل زاوية هو 90، فإن الشكل الرباعي يكون به أربع زوايا قائمة وبهذا تكون القطعة أيضًا مستطيلاً. إذا تساوى ضلعان متتاليان في الطول، فتكون القطعة كذلك مربعًا.

في الوحدة 12، استخدمت الهندسة الإحداثية في تصنيف المثلثات. يمكن أيضًا استخدام الهندسة الإحداثية في تصنيف الأشكال الرباعية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني قد لا يصدق الطلاب أن المعين أقطاره متعامدة. اطلب من مجموعة من الطلا ب قص أربعة مثلثات قائمة الزاوية متطابقة. تأكد من أن لكل مجموعة مثلثات فريدة. اطلب منهم ضم المثلثات معًا عند رؤوس زواياها القائمة. ينبغي أن تكون المثلثات معينًا. وينبغي أن تشارك كل مجموعة نتائجها مع الصف الدراسي.

متطابقين فإنه يكون مستطيلاً وإذا كانا متعامدين فإنه يكون معيناً وإذا كانا متطابقين ومتعامدين في الوقت نفسه فإنه يكون مستطيلاً ومعيناً ومربعاً.

الحل **المفهوم 1** استخدم قانون المسافة لمقارنة طول القطرين.

$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68}$ أو $2\sqrt{17}$

$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272}$ أو $4\sqrt{17}$

بما أن $2\sqrt{17} \neq 4\sqrt{17}$، فإن القطرين غير متطابقين. إذاً متوازي الأضلاع $\square JKLM$ ليس مستطيلاً. بما أن الشكل ليس مستطيلاً، فإنه حتماً ليس مربعاً.

المفهوم 2 استخدم قانون الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

ميل $\overline{KM} = \frac{-4-4}{2-0} = \frac{-8}{2}$ أو -4

ميل $\overline{JL} = \frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16}$ أو $\frac{1}{4}$

بما أن ناتج ضرب ميلي القطرين يساوي -1، فالقطران متعامدان وبهذا يكون $\square JKLM$ عبارة عن معين.

التحقق $JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2}$ أو $\sqrt{85}$

$KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2}$ أو $\sqrt{85}$

إذاً $\square JKLM$ هو معين حسب النظرية 13.20.

بما أن ميل $\overline{JK} = \frac{4-(-2)}{0-(-7)}$ أو $\frac{6}{7}$ وميل $\overline{KL} = \frac{2-4}{9-0}$ أو $-\frac{2}{9}$

وناتج ضرب هذين الميلين ليس -1، فإن الضلعين المتتاليين $\overline{JK}$ و $\overline{KL}$ ليسا متعامدين. وبهذا $\angle JKL$ ليست زاوية قائمة ومن ثم فإن $\square JKLM$ ليس مستطيلاً ولا مربعاً. ✓

تصيحة دراسية
المربع والمعين
كل مربع يكون معيناً. ولكن ليس بالضرورة أن يكون كل معين مربعاً.

تمرين موجّه

4. بمعلومية $J(5, 0)$، و $K(8, -11)$، و $L(-3, -14)$، و $M(-6, -3)$. حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $JKLM$ عبارة عن معين، أم مستطيل، أم مربع. اذكر جميع ما ينطبق. اشرح.

4. مربع، مستطيل، معين؛ جميع الأضلاع متطابقة ومتعامدة.

ميل $\overline{AC} = \frac{3}{5}$.

ميل $\overline{BD} = -\frac{5}{3}$.

حيث إن ميل $\overline{AC}$ يساوي المعكوس الضربي السالب لميل $\overline{BD}$، إذًا فالأقطار متعامدة. وتكون أطوال $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ متساوية. إذًا، $ABCD$ عبارة عن معين ومستطيل ومربع.

إجابات إضافية

3. *البرهان:*

العبارات (المبررات)

1. $LMNP$ عبارة عن معين (معطيات)
2. $\overline{LM} \cong \overline{MN}$ (جميع أضلاع المعين متطابقة.)
3. $\overline{LQ} \cong \overline{QN}$ (أقطار المعيّن تنصّف بعضها البعض.)
4. $\angle MLQ \cong \angle MNQ$ (أقطار المعيّن تنصّف الزوايا.)
5. $\triangle LQM \cong \triangle NQM$ (المسلمة *SAS*)

4. بما أن عبد العزيز يستخدم 36 مربعات متطابقة، فإن كل أضلاع كل مربع تكون متساوية وكل الزوايا تكون زوايا قائمة. عندما تضع كل تلك المربعات معًا، فسوف تحصل على مجموعة مكونة من 6 صور عرضًا و6 صور طولاً. وبما أن كل صورة لها نفس العرض، فإن عرض المجموعة سيكون أكبر 6 مرات من عرض الصورة الواحدة، وبالمثل، فإنه طولها سيكون أكبر بمقدار 6 مرات من طول الصورة الواحدة. وبما أنه سيكون هناك صورة واحدة في كل ركن، فإن الزوايا ستكون 90 درجة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسّع اطلب من الطلاب تخيل أنهم يعملون في متجر إطارات صور. وقد طلب منهم أحد العملاء صنع إطار من أربع قطع خشب متطابقة. اكتب وصفًا حتى يستخدمه الموظفون في المستقبل لاختبار أن إطار الصورة مربع. الإجابة النموذجية: قس أقطار الإطار. إذا كانت الأقطار ينصف كل منهما الآخر، فإن الإطار متوازي أضلاع. ثم قس الزوايا المتكونة من منصفات الأقطار. إذا كانت الأقطار متعامدة، فالإطار مربع.

834 | الدرس 13-4 | المعينات والمربعات

مثال 4 **الهندسة الإحداثية** بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $XYWZ$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر كل ما ينطبق. اشرح استنتاجك.

5. $X(-2, 1), Y(0, -3), W(4, -1), Z(2, 3)$

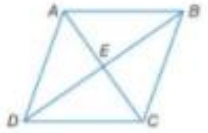
معين ومستطيل ومربع. $XYWZ$ به أربعة أضلاع متطابقة وأربع زوايا قائمة.

6. $X(4, -1), Y(-1, 0), W(0, 3), Z(5, 2)$

مستطيل. $XYWZ$ به أربع زوايا قائمة ولكن ليس به أضلاع متطابقة.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **الجبر** الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن معيّن. أوجد جميع القيم أو القياسات.

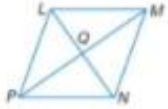


7. إذا كان $m\angle DAE = 25$، فأوجد $m\angle DAB$. 25
8. إذا كان $DC = 12$، فأوجد AD. 12
9. إذا كان $m\angle EDC = 6x - 6$ و $m\angle DBC = 5x + 6$، فأوجد $m\angle DCB$. 60
10. إذا كان $m\angle EAD = 5x + 5$ و $m\angle BCE = 7x - 9$، فأوجد $m\angle EAD$. 45
11. إذا كان $AE = 5x - 3$ و $AC = 7x$، فأوجد BD. 14
12. إذا كان $BC = 6x - 3$ و $AD = 7x - 6$، فأوجد DC. 15

مثال 2 **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. 13. انظر الهامش.

13. **المعطيات:** $m\angle LMQ = m\angle QPN$، $m\angle NMQ = m\angle LPQ$، $\overline{LM} \cong \overline{MN}$

المطلوب: $LMNP$ معين.

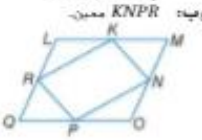


14. **المعطيات:** ΔWPX مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية، $\Delta WPX \cong \Delta ZPY$

المطلوب: $WXYZ$ مربع.

15. **المعطيات:** $LMPQ$ متوازي أضلاع، K ينصف LM، N ينصف MO، P ينصف OQ، و R منتصف LQ، $\angle L \cong \angle M$

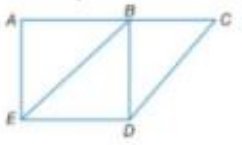
المطلوب: $KNPR$ معين.



16. انظر ملحق إجابات الوحدة 13-14.

16. **المعطيات:** $ABDE$ مربع، $\Delta ABE \cong \Delta BCD$

المطلوب: $BCDE$ متوازي أضلاع



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	7-22, 46, 47, 49-65	7-21 فردي, 51-54	8-22 زوجي, 45, 47, 49, 50, 55-63
OL أساسي	7-41 فردي, 43-47,	7-21, 51-54	22-47, 49, 50, 55-63
BL متقدم	23-63		

إجابات إضافية

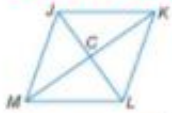
13. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $m\angle LMQ = m\angle QPN$ (معطيات)
2. $LM \parallel PN$ (الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
3. $m\angle NMQ = m\angle LPQ$ (معطيات)
4. $LP \parallel MN$ (الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
5. $LMNP$ عبارة عن متوازي أضلاع (الجوانب المتقابلة متوازية)
6. $LP = MN$ و $LM = PN$ (الجوانب المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
7. $\overline{LM} \cong \overline{MN}$ (معطيات)
8. $LM = PN = LP = MN$ (خاصية التعدي)
9. $LMNP$ عبارة عن معيّن ($LMNP$ عبارة عن متوازي أضلاع له أضلاع متطابقة.)

معين. جميع الأضلاع متطابقة ومتعامدة.

$JKLM$ معين. إذا كان $JK = 8$ و $CM = 4$ و $m\angle CJM = 30$، فأوجد جميع القياسات.



22. JC $4\sqrt{3}$
23. $m\angle JKL$ 120
24. MK $8\sqrt{3}$
25. $m\angle CJK$ 30

$RSTV$ مربع. إذا كان $RP = 7$، فأوجد جميع القياسات.

26. VT $7\sqrt{2}$
27. SV 14
28. $m\angle SPR$ 90
29. $m\angle PST$ 45

صنّف كل شكل رباعي.

30.

مستطيل

31.

معين

32.

مربّع

البرهان اكتب برهانًا حرًا. 33–37. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

33. النظرية 13.14
34. النظرية 13.15
35. النظرية 13.16
36. النظرية 13.17
37. النظرية 13.18

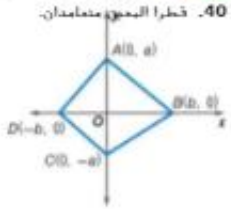
الإنشاء استخدم التمرين لإنشاء كل شكل. علّل كل إنشاء.

38. معين
39. مربع

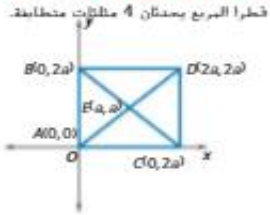
38, 39. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

البرهان اكتب برهانًا حرًا لكل عبارة. 40, 41. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

40. قطرا المعين متعامدان.



41. قطرا المربع يحددان 4 مثلثات متطابقة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

836 | الدرس 13-4 | المعينات والمربعات

كل ضلعين متجاورين.

a–c انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

a. هندسيًا ارسم 3 طائرات ورقية تتنوع أطوال أضلاعها. قم بتسمية واحدة $ABCD$ وواحدة $QRSP$ وواحدة $WXYZ$.

b. جدوليًا استخدم منقلة في قياس زوايا كل طائرة ورقية وضع هذه النتائج في جدول.

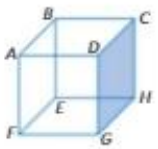
c. لفظيًا عبّر عن تخمين بشأن قطري طائرة ورقية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. تبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم خطأ. ثم اكتب معكوس العبارة ومعكسها ومكافئها العكسي وحدد القيمة الصحيحة لكل عبارة؟ اشرح استنتاجك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

إذا كان الشكل الرباعي معينًا، فهو إذًا مربع.

46. تحدَّ الشكل الذي على اليسار مكعب. إذا كان $\overline{AD} = 5$، فأوجد $\overline{AH}$ **$5\sqrt{3}$**



47. تحليل الخطأ في متوازي الأضلاع $ABCD$، $m\angle CAB = 45$ و $\overline{AE} = \overline{ED}$.

ترى إيمان أن متوازي الأضلاع هو مربع بينما ترى فتحية أنه معين فقط.

هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. **إيمان على صواب. بما أن $AE = ED$، فإن جميع الزوايا حتمًا متطابقة وبهذا يكون الشكل الرباعي زوايا قائمة ومن ثم فهو مربع.**

48. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلتين لمستقيمين متعامدين. أوجد رؤوس مربع يقع قطراه على المستقيمين اللذين كتبت معادلتين لهما.

الإجابة النموذجية: $y = x$ و $y = -x$ (1, 1), (−1, −1), (1, −1), (−1, 1)

49. الكتابة في الرياضيات اشرح الطرق التي تثبت بها أن متوازي أضلاع ما هو مربع. **يمكنك إثبات أن زاوية واحدة قائمة وأن ضلعين متجاورين متطابقين. يمكنك إثبات أن القطرين متطابقان ومتعامدان.**

محتوى الجمع والتوزيع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

837

التدريس المتمايز

التوسّع اطلب من الطلا ب تأليف قصة أطفال معًا بناء على الموضوع التالي. المربعات تمثل مجموعة الصفوة نظرًا لأن متطلبات الحصول على عضوية "مجوعة المربعات" صارمة للغاية. وتزيد المربعات تدريجيًا العضويات بتغيير تصنيف المجموعة وتقليل عدد المتطلبات اللازمة للانضمام إليها.

يجب أن يدرك الطلاب أنه بالرغم من أن أقطار المربع والمعيّن متطابقة، فإن هذه الحقيقة وحدها لا تكفي كبرهان لأي منهما. وهناك حاجة إلى مزيد من المعلومات حول متوازيات الأضلاع وأقطارها. أما جميع المستطيلات فأقطارها متطابقة بحسب النظرية 13.14. لذا يجب أن يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً، ولكن لا يكون بالضرورة معيّنًا أو مربعًا.

إجابات إضافية

17. لا، يمكن أن يكون مستطيلاً. على لميس أن تتأكد من أن جميع الأضلاع متطابقة أو أن الأقطار متعامدة.

G $x = \frac{3}{2}, y = -1$

H $x = 2, y = 3$

J $x = 3, y = -1$

53. SAT/ACT ما القيمة التي تزيد بمقدار 6 عن ناتج ضرب -3 في العدد x؟ **D**

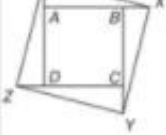
A $-3x - 6$

B $-3x$

C $-x$

D $-3x + 6$

E $6 + 3x$



لتشكيل المربع $WXYZ$.

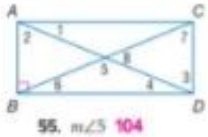
a. إذا كان $CY = 3$ cm وكانت مساحة $ABCD$ تساوي $81\ cm^2$. فأوجد مساحة $WXYZ$. **153 cm^2**

b. إذا كانت مساحتي $ABCD$ و $WXYZ$ هما $49\ cm^2$ و $169\ cm^2$ على التوالي. فأوجد DZ. **5 cm**

c. إذا كان $AB = 2CY$ وكانت مساحة $ABCD = g$ متر مربع. فأوجد مساحة $WXYZ$ بالمتر المربع. **2.5g**

مراجعة شاملة

الشكل الرباعي $ABDC$ مستطيل. أوجد جميع القياسات إذا كان $m\angle 1 = 38$. (الدرس 4-13)



54. $m\angle 2$ **52**

55. $m\angle 5$ **104**

56. $m\angle 6$ **38**

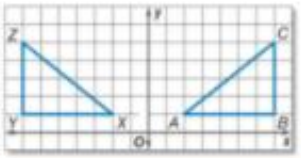
حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك. 59–57. انظر الهامش.

57.

58.

59.

60. الهندسة الإحداثية حدد التحويل الهندسي، وتحقق أنه عبارة عن تحويل تطابق. **انظر الهامش.**



مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

61. $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$ **2**

62. $\frac{1}{2}(10x + 6x + 2) = 7$ $\frac{3}{4}$

63. $\frac{1}{2}(12x + 6 - 8x + 7) = 9$ $\frac{5}{4}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع محفوظة لصالح

إجابات إضافية

57. لا؛ لم يجتز أيّ من اختبارات متوازيات الأضلاع.

58. نعم؛ كلا زوجي الأضلاع المتقابلين متطابق.

59. نعم. أحد زوجي الأضلاع المتقابلة متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت.

60. $\triangle ABC$ عبارة عن انعكاس للمثلث $\triangle XYZ$.
$AB = 5, BC = 4, AC = \sqrt{41}$,
$XY = 5, YZ = 4, XZ = \sqrt{41}$.
$\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ حسب مسلمة تساوي الأضلاع الثلاثة SSS.

المتابعة

استكشف الطلاب خواص متوازيات الأضلاع والمستطيلات والمعينات والمربعات.

اطرح السؤال التالي:

- ما السمات التي تميز متوازيات الأضلاع والمستطيلات والمعيّنات والمربعات؟ الإجابة النموذجية: الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية. والمستطيلات عبارة عن متوازيات أضلاع لها أربع زوايا قائمة. والمعيّنات عبارة عن متوازيات أضلاع جميع أضلاعها متطابقة. والمربعات لها أربع زوايا قائمة و جميع الأضلاع متطابقة، ومن ثم، كلاهما عبارة عن مستطيلات ومعيّنات.

الدرس 5-13 التعرف على خواص شبه المنحرف وتطبيقها.
التعرف على خواص أشكال الطائرات الورقية وتطبيقها.

بعد الدرس 5-13 استخدام الاستدلال الاستقرائي لإثبات العبارات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما الخوّاص التي تميّز شبه المنحرف عن متوازي الأضلاع؟ شبه المنحرف يتضمن زوجًا واحدًا من الأضلاع المتوازية.
- لماذا يكون حاجز القفز الخاص بالخيل المصنع على شكل شبه منحرف أكثر استقرارًا من المصنع على شكل مستطيل؟ لأن إحدى قاعدتيه تكون أعرض من الأخرى؛ وبالتالي تقل احتمالات تعثر الحصان القافز فيها عن تلك المصنعة على شكل مستطيل بنفس الطول والعرض.
- انظر في الرسم التوضيحي لصناديق القفز الأربعة المثبتة. ما الافتراضات التي توصلت إليها بشأن زوايا شبه المنحرف التي تتكون عند نهاية الصندوق؟ يجب أن تكون الزوايا المتناظرة لأشباه المنحرف الأربعة متطابقة مع القاعدة العلوية للشكل أدناه. وبالتالي فإن أشباه المنحرف التي تكوّن نهايات صندوق القفز يجب أن تكون متشابهة.

المفردات الجديدة

- شبه منحرف trapezoid
- قاعدتان bases
- ساقا شبه المنحرف legs of a trapezoid
- زوايا القاعدة base angles
- شبه منحرف متساوي الساقين isosceles trapezoid
- منصف ساقي شبه المنحرف midsegment of a trapezoid
- الطائرة الورقية kite

استخدام الإحداثيات في إثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

استخدام الطرق الهندسية في حل المسائل، مثل تصميم جسم أو إنشاء لاستيفاء الشروط البنائية أو تحليل الشكلة، العمل بالأنظمة الشبكية المطبعية الطابقة على النسب) ★

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

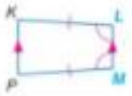
1 خواص شبه المنحرف

شبه المنحرف هو شكل رباعي به ضلعان فقط متوازيان. يسمى الضلعان المتوازيان **القاعدتان**. يسمى الضلعان غير المتوازيين **الساقان**. زوايا **القاعدة** تتكون من القاعدة وأحد الساقين. في شبه المنحرف $ABCD$، الزاويتان $\angle A$ و $\angle B$ هما زوجان من زوايا القاعدة والزاويتان $\angle C$ و $\angle D$ هما الزوجان الآخران. إذا تطابق ساقا شبه المنحرف، فإنه يكون **شبه منحرف متساوي الساقين**.

النظريات شبه المنحرف متساوي الساقين

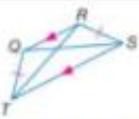
13.19 إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فيتطابق كل زوجين من أزواج زوايا القاعدة.

مثال إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متساوي الساقين، فإن $\angle G \cong \angle H$ و $\angle F \cong \angle J$.



13.20 إذا تطابق في شبه المنحرف زوجان من أزواج زوايا القاعدة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.

مثال إذا كانت $\angle M \cong \angle L$، فإن شبه المنحرف $KLMP$ يكون متساوي الساقين.



13.21 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط إذا كان قطراه متطابقين.

مثال إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متساوي الساقين، فإن $\overline{RT} \cong \overline{QS}$. وبالمثل، إذا كان $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ فإن شبه المنحرف QRST يكون متساوي الساقين.

سوف نثبت النظريتين 13.19 و 13.20. والجزء الآخر من النظرية 13.21 في التمرينات 28 و 29 و 30.

برهان جزء من النظرية 13.21

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

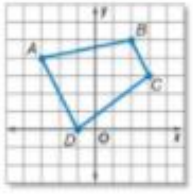
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

839

$\overline{FG} \parallel \overline{JH}$

$\overline{JG}$ $\overline{FH}$

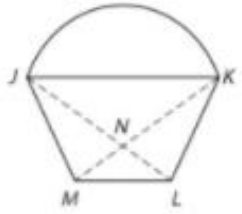
مثال 2



$\overline{AD}$ $\overline{BC}$
$\overline{DC}$ $\overline{AB}$

مثال إضافي

1



ضلعان متقابلان متوازيان. فإن الشكل الرباعي $ABCD$ يكون شبه منحرف.

تحقق 2 استخدم قانون المسافة في المقارنة بين طولي الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. يكون شبه المنحرف متساوي الساقين إذا تطابق ساقاه.

$AB = \sqrt{(-3 - (-2))^2 + (1 - 5)^2} = \sqrt{26}$ أو 5.1

$DC = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{25} = 5$

بما أن $AB \neq DC$، فإن الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير متطابقين وبهذا فشبه المنحرف $ABCD$ ليس متساوي الساقين.

تمرين موجّه

2. الشكل الرباعي $QRST$ رؤوسه $Q(-8, -4)$، $R(0, 8)$، $S(6, 8)$، و $T(-6, -10)$. بيّن أن $QRST$ شبه منحرف وحدد ما إذا كان $QRST$ شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

$\overline{RS} \parallel \overline{QT}$، $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$؛ ليس متساوي الساقين $RS = 6$، $QT = \sqrt{40}$

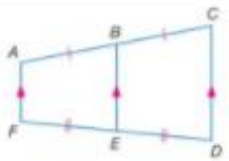
قراءة في الرياضيات

منصف الساقين منصف ساقي شبه المنحرف يمكن أن يسمى أيضا المتوسط.

منصف ساقي شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي شبه المنحرف.

توضح النظرية التالية العلاقة بين منصف الساقين والقاعدتين في شبه المنحرف.

النظرية 13.22 نظرية منصف ساقي شبه المنحرف



يكون منصف ساقي شبه المنحرف موازيا لكلتا القاعدتين. ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

مثال إذا كان $\overline{BE}$ عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $ACDF$، فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$، $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.

حقوق نسخ وتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ميل $\overline{CD} = \frac{1}{4}$

ميل $\overline{AD} = -1$؛

ميل $\overline{BC} = 4$

حيث إن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لهما نفس الميل، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. فهناك زوج واحد فقط من الأضلاع المتقابلة متوازٍ. إذًا، $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

الخطوة 2: $BC = \sqrt{17}$، و $AD = \sqrt{18}$. حيث إن الساقين غير متطابقين، إذًا $ABCD$ ليس شبه منحرف متساوي الساقين.

انتبه!

الهندسة الإحداثية عند استخدام قانوني المسافة أو الميل، انتبه إلى علامات الأعداد. وتأكد أيضًا من استخدام قيمتي x و y بالترتيب الصحيح.

التدريس المتمايز

التوسّع يوجد العديد من الكلمات المتشابهة التي تتضمن معاني مختلفة في الرياضيات. من الأمثلة على ذلك كلمة المتوسط الحسابي في الإحصاء والمتوسط في الهندسة. اطلب من الطلاب المقارنة وتبيين الفرق بين معنى المتوسط في المثلث وشبه المنحرف. واطلب منهم توضيح معنى المتوسط الحسابي في مجموعة بيانات. وتكون المقارنة بينها أن المتوسط في المثلث وشبه المنحرف هو قطعة مستقيمة تصل بين نقطة منتصف إحدى القطع المستقيمة فيها ونقطة أخرى في الشكل. ويرتبط الفارق بين المتوسط في المثلث برأس بينما يصل المتوسط في شبه المنحرف بين نقطتي منتصف الساقين. ويعني المتوسط الحسابي لمجموعة بيانات القيمة المتوسطة بين مجموعة بيانات مرتبة.

40

إرشاد للمعلمين الجدد

أشباه المنحرف من التعريفات البديلة لشبه المنحرف هو أنه يحتوي *على الأقل* على زوج واحد من الأضلاع المتوازية. في هذا التعريف، يعتبر متوازي الأضلاع حالة خاصة من شبه المنحرف.

نصيحة عند حل الاختبار

الإجابات الشبكية

الإجابات التي هي أعداد عشرية في الغالب يمكن تدوينها بطريقة أكثر من طريقة. على سبيل المثال يمكن تدوين $\frac{8}{5}$ بالصورة 8/5 أو بالصورة 1.6، ولكن تدوينها بالصورة 13/5 خطأ.

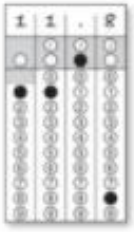
$LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$ نظرية منصف أضلاع شبه المنحرف

$5 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$ بالتعويض

$30 = x + 18.2$ اضرب كل طرف في 2.

$11.8 = x$ اطرح 18.2 من كل طرف.

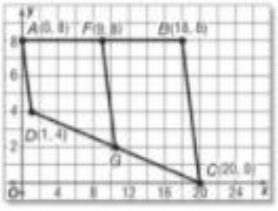
الإجابة الشبكية



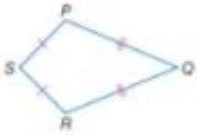
- يمكن إدخال الإجابة العشرية 11.8 عن طريق وضع الرقم 1 أول في مربع الإجابة، ثم 1 يسار أو وضع الرقم 1 ثم النقطة العشرية في مربع الإجابة، ثم 8 يمين.
- لا تشترك مربعات فارغة في نفس عمود الإجابة.
- لما **فقاعة واحدة** مقابل كل مربع إجابة. لذا أكثر من فقاعة واحدة في مربع إجابة واحد تتسبب بفشل الإجابة للمربعات التي بدون إجابة.

تمرين موجّه

3. **الإجابة الشبكية** شبه المنحرف $ABCD$ موضح بالصورة أدناه. إذا كانت $\overline{FG}$ توازي $\overline{AD}$، فما الإحداثي x للنقطة G؟ **10.5**



2 خواص الطائرة الورقية **الطائرة الورقية** هي رباعي أضلاع به ضلعان متطابقان متطابقان ومتلاصقان. بما أن أضلاع الطائرة الورقية ليست متطابقة أو متوازية، فإن أضلاع الطائرة الورقية ليست متطابقة أو متوازية.



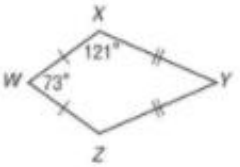
McGraw-Hill Education جزء من شركة ماكجرو هيل للتعليم © حقوق النشر محفوظة

842 | الدرس 13-5 | شبه المنحرف والطائرة الورقية

التدريس باستخدام التكنولوجيا

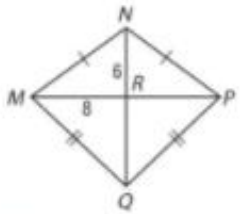
اللوحة البيضاء التفاعلية ارسم جدولاً يحتوي على 7 أعمدة، وعنونها بالأسماء الشكل الرباعي، ومتوازي أضلاع، ومستطيل، ومعيّن، ومربع، وطائرة ورقية، وشبه منحرف. اعرض أمثلة لكل فئة من هذه الفئات على اللوحة واختر طلابًا ليسحبوا كل شكل إلى العمود الذي يتوافق اسمه أكثر معه. إذا رأى الطلاب أن الشكل يمكن تصنيفه تحت أكثر من فئة، فساعدهم في تحديد الاسم *الأكثر* انطباقًا عليه.

شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس $\angle XYZ$.



45

b. إذا كان $MNPQ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد NP.



10

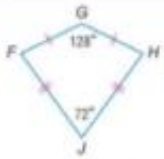
التركيز على محتوى الرياضيات

شكل الطائرة الورقية يوجد ثلاث خواص إضافية لأشكال الطائرة الورقية. 1) الزوايا بين الأضلاع غير المتطابقة لأشكال الطائرة الورقية تكون متطابقة. 2) أقطار الزوايا غير المتطابقة تكون دائماً المنصف العمودي لأقطار الزوايا المتطابقة. 3) تنصف الأقطار الزوايا غير المتطابقة.

يمكنك استخدام النظريتين المذكورتين أعلاه، نظرية فيثاغورث، ونظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية، لإيجاد القياسات المجهولة في شكل الطائرة الورقية.

مثال 4 استخدام خواص شكل الطائرة الورقية

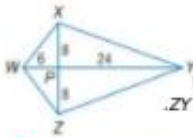
a. إذا كان $FGHJ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle GFJ$.



بما أن الطائرة الورقية يكون بها زاويتان اثنتان فقط متطابقتان وبما أن $\angle J \ncong \angle G$، فإن $\angle F \cong \angle H$.
إذا $m\angle F = m\angle H$. اكتب معادلة وقم بحلها لإيجاد $m\angle F$.

$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360$	نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية
$m\angle F + 128 + m\angle F + 72 = 360$	بالتعويض
$2m\angle F + 200 = 360$	بسّط.
$2m\angle F = 160$	اطرح 200 من كل طرف.
$m\angle F = 80$	اقسم كل طرف على 2.

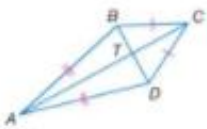
b. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد ZY.



بما أن قطرا الطائرة الورقية متعامدان، فإنهما يقسمان $WXYZ$ إلى أربعة مثلثات قائمة. استخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد ZY، طول الوتر في المثلث القائم $\triangle YPZ$.

$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$	نظرية فيثاغورس
$8^2 + 24^2 = ZY^2$	بالتعويض
$640 = ZY^2$	بسّط.
$\sqrt{640} = ZY$	احذف الجذر التربيعي من كل طرف.
$8\sqrt{10} = ZY$	بسّط.

تمرين موجّه



4A. إذا كان $m\angle BAD = 38$ و $m\angle BCD = 50$، فأوجد $m\angle ADC$. 136

4B. إذا كان $BT = 5$ و $TC = 8$، فأوجد CD. $\sqrt{89}$

الربط بالحياة اليومية

أسرع سرعة مسجلة لطائرة ورقية هي 192 كيلومترًا في الساعة. الرقم القياسي لأعلى ارتفاع حلقت فيه طائرة ورقية واحدة هو 3741 مترًا.

المصدر: موسوعة غينيس للأرقام القياسية

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني يمكن للطلاب توضيح الأضلاع المتطابقة وكذلك الزوايا المتطابقة وغير المتطابقة لشكل الطائرة الورقية. اطلب من الطلاب طي قطعة من الورق إلى نصفين. ثم اطلب منهم أن يقوموا بقطع قطري بأي طول بالبدء من الثنية. اطلب منهم تكرار العملية بالبدء من طرف الثنية والقطع حتى يتلاقى القطعان القطريان. ويمكن للطلاب بعدها مقارنة الأضلاع والزوايا المتطابقة وغير المتطابقة. اطلب من الطلاب قطع أحجام مختلفة من الطائرات الورقية لتوضيح أن هذه الخواص تنطبق دائمًا.

3. تحقق من أن $JKLM$ شبه منحرف. **انظر الهامش.**

4. حدد ما إذا كان $JKLM$ شبه منحرف متساوي الساقين. اشرح. **انظر الهامش.**

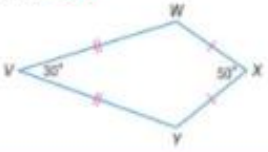
مثال 3

5. **الإجابة الشبكية** في الشكل الذي على اليسار، $\overline{ST}$ هي منصف شبه المنحرف $NPQR$. حدد قيمة x. **11**

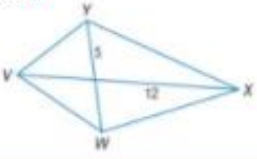
مثال 4

إذا كان $VWXY$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

6. $m\angle W$ **140**



7. YX **13**



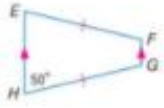
التمرين وحل المسائل

مثال 1

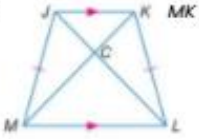
أوجد قياس كل مما يلي.

8. AC، إذا كان $BE = 12$ **36**

9. $m\angle F$ **130**



10. JC، إذا كان $MK = 18$ **6** $CL = 12$،



11. $m\angle P$ **60**

مثال 2

الهندسة الإحداثية بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف أم لا. وحدد ما إذا كان الشكل شبه المنحرف متساوي الساقين أم لا. **15–12. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

12. $A(-6, -3)$, $B(-4, 1)$, $C(1, 1)$, $D(3, -3)$

13. $E(0, 3)$, $F(-4, -1)$, $G(-3, -8)$, $H(7, 2)$

14. $J(0, 4)$, $K(3, 7)$, $L(8, 6)$, $M(10, 2)$

15. $M(2, 0)$, $P(12, 8)$, $Q(7, 9)$, $R(2, 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8-27, 65, 67-81	70-73, فردي 9-27	8-26, زوجي, 65, 67-69, 74-81
OL أساسي	29-63, فردي 9-27 65, 67-81, فردي	70-73, فردي 8-27	28-65, 67-69, 74-81
BL متقدم	28-81		

المتابعة

استكشف الطلاب خواص أشباه المنحرف والطائرات الورقية.

اطرح السؤال التالي:

- ما مدى اختلاف أشباه المنحرف والطائرات الورقية عن متوازيات الأضلاع؟ الإجابة النموذجية: تحتوي أشباه المنحرف على زوج واحد فقط من الجوانب المتقابلة المتوازية. فلا يكون كلا الجانبين متوازيًا. أما الطائرات الورقية، فلها زوجان من الجوانب المتتالية المتطابقة بدلًا من وجود زوجين من الجوانب المتبادلة المتطابقة.

إجابات إضافية

3. ميل $\overline{JM} = \frac{10-10}{3-8} = 0$

ميل $\overline{KL} = \frac{6-6}{2-11} = 0$

بما أن ميلي كل من $\overline{JM}$ و $\overline{KL}$ متساويان، فإن $(KL)^{-} \parallel (JM)^{-}$.

ميل $\overline{JK} = \frac{10-6}{3-2} = 4$.

ميل $\overline{ML} = \frac{10-6}{8-11} = -\frac{4}{3}$

بما أن ميلي $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ غير متساويين، فإن $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ غير متوازيين. بما أن الشكل الرباعي $JKLM$ له زوج واحد فقط من الجوانب المتقابلة المتوازية، فإن الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شبه منحرف.

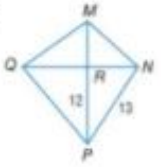
4.

$JK = \sqrt{(3-2)^2 + (10-6)^2} = \sqrt{17}$

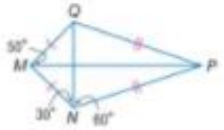
$ML = \sqrt{(8-11)^2 + (10-6)^2} = 5$

بما أن $JK \neq ML$، فإن الساقين $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ ليسا متطابقين. ومن ثم، فإن شبه المنحرف $JKLM$ ليس متساوي الساقين.

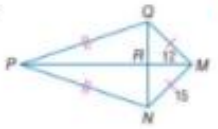
22. QN **10**



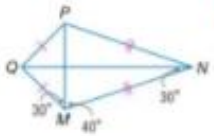
23. $m\angle P$ **80**



24. NR **9**



25. $m\angle Q$ **160**

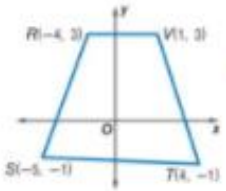


B **البرهان** اكتب برهانًا حرًا لكل نظرية. **31–26. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

26. النظرية 13.19
27. النظرية 13.20
28. النظرية 13.21
29. النظرية 13.23
30. النظرية 13.24

31. **البرهان** اكتب برهانًا إحداثيًا للنظرية 13.22.

32. **الهندسة الإحداثية** راجع الشكل الرباعي $RSTV$.

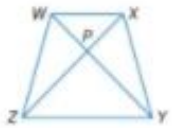


a. حدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف أم لا. إن كان كذلك، فهل هو متساوي الساقين؟ اشرح. **a, b. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

b. هل نقطة الأصل تقع على منصف الساقين؟ علّل إجابتك.

c. أوجد طول المنصف. **7.07**

الجبر $WXYZ$ عبارة عن شبه منحرف.



33. إذا كان $m\angle WZY = 4x + 10$ و $m\angle XYZ = 5x - 5$، فأوجد قيمة x بحيث يكون $WXYZ$ متساوي الساقين. **15**

34. إذا كان $WY = 4x + 1$ ، $XZ = 5x - 3$، فأوجد قيمة x بحيث يكون $WXYZ$ متساوي الساقين. **4**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

845

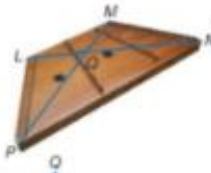
5. $\overline{AE} \cong \overline{BC}$ (النظرية CPCTC)

6. $ABCE$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين (تعريف شبه المنحرف متساوي الساقين.)

50. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $PMNO$ شكل شبه منحرف. (معطيات)
2. $PM \parallel ON$ (قواعد شبه المنحرف تكون متوازية)
3. $\angle LPM \cong \angle LON; \angle LMP \cong \angle LNO$ (الزوايا المتناظرة متطابقة)
4. $\angle L \cong \angle L$ (خاصية الانعكاس)



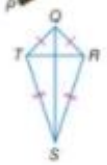
اليوسيتي القانون آلة موسيقية تأخذ في الغالب شكل شبه المنحرف. الرسم التخطيطي الذي بالصورة، فيه $LN = 60$ سنتيمترًا و $QP = 25$ سنتيمترًا و $m\angle LPQ = 65$. أوجد جميع القياسات.

43. $m\angle MLP$ **50**

44. LQ **14**

45. $m\angle MNP$ **130**

46. MP **24**



الجبر $QRST$ عبارة عن شكل طائرة ورقية.

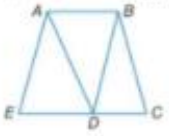
74. إذا كان $m\angle TSR = 40$ و $m\angle TQR = 6x$ و $m\angle QRS = 7x + 10$. فأوجد $m\angle QTS$. **115**

84. إذا كان $m\angle TQR = 60$ و $m\angle RST = x - 3$ و $m\angle QTS = 7x$. فأوجد $m\angle QRS$. **140**

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. **49, 50. انظر الهامش.**

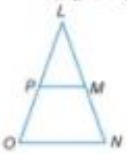
49. المعطيات: $\angle BAD \cong \angle EDA$, $\triangle AED \cong \triangle BCD$

المطلوب: $ABCE$ شبه منحرف متساوي الساقين.



50. المعطيات: $PMNO$ شبه منحرف

المطلوب: جميع زوايا $\triangle LPM$ متطابقة مع زوايا $\triangle LON$



حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم غير صحيحة على الإطلاق.

51. الطائرة الورقية هي شبه منحرف. **لا مطلقًا**

52. الزاويتان المتجاورتان في شبه المنحرف تكون متكاملتان. **أحيانًا**

53. الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع. **أحيانًا**

54. المربع هو مستطيل. **دائمًا**

55. قطرا الطائرة الورقية متعامدان. **دائمًا**

56. **البرهان** المعطيات $ABCD$ طائرة ورقية. اكتب فقرة برهان تثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

البرهان: نعلم من المعطيات أن $ABCD$ طائرة ورقية. حسب التعريف، يكون $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$. نعلم أن $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ حسب خاصية الانعكاس. ولهذا، حسب المبرهنة SSS، يكون $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز

التوسّع يتعلم الطلاب بعض الصيغ والمعادلات الأساسية للمساحة في الوحدة السابقة. اطلب من الطلاب وصف كيف تكفي معرفة صيغ مساحة المستطيل لاستنباط صيغ مساحة المثلثات والأشكال الرباعية الأخرى. يمكن للطلاب استخدام الأمثلة لتوضيح تحليل المضلعات والطرق الأخرى المستخدمة في إيجاد المساحات المتناظرة والمساحات الإجمالية.

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان كل شكل عبارة عن شبه منحرف، أو متوازي أضلاع، أو مربع، أو معين، أو الشكل الرباعي. اختر المصطلح الأنسب. اشرح.

58. $L(1, 1)$, $M(0, -5)$, $N(7, 0)$, $P(6, -6)$ 59. $A(2, 7)$, $B(5, 9)$, $C(6, 6)$, $D(3, 4)$

60. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف التناسب في أشكال شبه المنحرف متساوية الساقين.

a. **هندسيًا** قم بإنشاء ثلاثة أشكال شبه منحرف متساوية الساقين. قم بتسمية كل منها $ABCD$. ارسم الأقطار وحدد نقطة التقاطع R. **انظر الهامش.**

b. **جدوليّ** انسخ الجدول التالي. استخدم مسطرة في إكمال الجدول. **انظر الهامش.**

شبه المنحرف	AR	RC	$\frac{RC}{AR}$	DC	AB	$\frac{DC}{AB}$
شبه المنحرف 1						
شبه المنحرف 2						
شبه المنحرف 3						

c. **لفظيًا** قم بالتخمين حول التناسب بين القطرين والتناسب بين القاعدتين من التعامد. **انظر الهامش.**

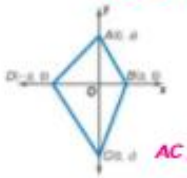
البرهان اكتب برهانًا حرًا لكل عبارة.

61. منصف ساقي شبه المنحرف متوازي مع القاعدتين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

62. قطرا الطائرة الورقية متعامدان.

المعطيات: $ABCD$ طائرة ورقية.

المطلوب: AC متعامد على BD.



البرهان. ميل $DB = 0$ وميل AC غير معرّف لأنها قطعة مستقيمة رأسية ولذا فإن AC عمودي على BD.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدم مهارات التفكير العليا

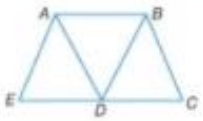
63. **تبرير** هل شكل الطائرة الورقية يكون مستطيلًا أحيانًا أم دائمًا أم لا يكون على الإطلاق؟ **لا مطلقًا**

64. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم طائرتين ورقيتين غير متطابقتين $LMNP$ و $ABCD$ فيهما $\overline{AB} \cong \overline{LM}$. **انظر ملحق**

65. **تحليل الخطأ** يحاول سلطان وخالد تحديد $m\angle F$ في شبه المنحرف الذي بالصورة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح. **إجابات الوحدة 13.**

سلطان	خالد
$m\angle F = 45$	$m\angle F = 135$

66. **تحدّ** $\triangle AED$ و $\triangle ADB$ و $\triangle DBC$ مثلثات متساوية الأضلاع. أثبت أن $ABCE$ شبه منحرف متساوي الأضلاع. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



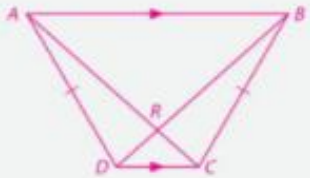
67. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين خواص متوازي الأضلاع وخواص شبه المنحرف. **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تقويم ومنقلة وفرجار.

إجابات إضافية

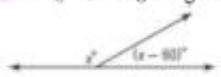
60a. الإجابة النموذجية:



60b.

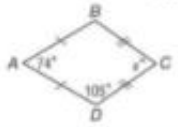
شبه المنحرف	AR	RC	$\frac{RC}{AR}$	DC	AB	$\frac{DC}{AB}$
شبه المنحرف 1	5	2	يساوي	4	10	يساوي
شبه المنحرف 2	7	3	يساوي	6	14	يساوي
شبه المنحرف 3	2	1	يساوي	4	2	يساوي

60c. القطع المستقيمة للقطر والقواعد تكون متناسبة.



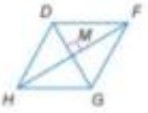
A 60
B 120
C 180
D 240
E 300

69. الإجابة إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية، فما $m\angle C$؟ **76**



مراجعة شاملة

الجبر الشكل الرباعي $DFGH$ عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات. (الدرس 5-13)



72. إذا كان $m\angle FGH = 118$، فأوجد $m\angle GHM$. **31**

73. إذا كان $DM = 4x - 3$ و $MG = x + 6$، فأوجد DG. **18**

74. إذا كان $DF = 10$، فأوجد FG. **10**

75. إذا كان $HM = 12$ و $HD = 15$، فأوجد MG. **9**

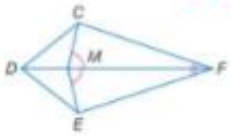
الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور. (الدرس 4-13)

76. $A(4, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-3, -5)$, $D(5, -4)$؛ قانون المسافة **انظر الهامش 76, 77**

77. $J(0, 7)$, $K(-8, 6)$, $L(-7, 0)$, $M(1, 1)$؛ قانون الميل

78. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. **انظر الهامش.**

المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$
$\angle CFM \cong \angle EFM$
المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



مراجعة المهارات

اكتب تعبيرًا لميل كل قطعة مستقيمة باستخدام المعطيات من الإحداثيات والنقطتين الطرفيتين.

79. $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$ **0**

80. $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$ **1**

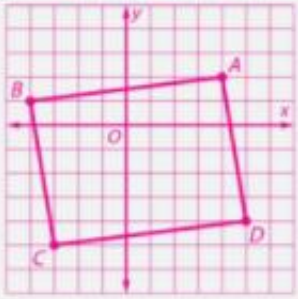
81. (y, x), (y, y) **غير معرّف**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

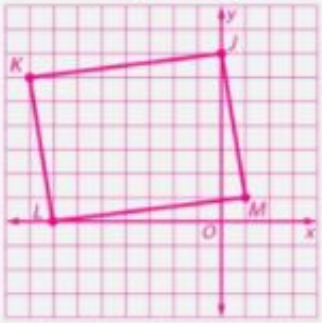
المستطيلات والمعينات والمربعات.

إجابات إضافية

76. لا؛ $AB = \sqrt{65} = CD$ و $BC = \sqrt{37} = DA$. إذًا، $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. $BD = \sqrt{106}$، $AC = \sqrt{98}$. $BD \neq AC$. إذًا الأقطار ليست متطابقة. إذًا $ABCD$ ليس مستطيلاً.



77. لا. فميل $\overline{JK} = \frac{1}{8} =$ ميل $\overline{LM}$ وميل $\overline{KL} = -6$ ميل $\overline{MJ}$. إذًا JKLM عبارة عن متوازي أضلاع. ونتائج ميل الجانبين المتتاليين $-1 \neq$. ومن ثم فإن الجانبين المتتاليين غير متعامدين. بناءً عليه، JKLM ليس مستطيلاً.



- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.
- القطران ينصفان بعضهما.

خواص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف

- يتميز المستطيل بجميع الخواص التي يتميز بها متوازي الأضلاع. القطران متطابقان وينصفان بعضهما. جميع زواياه الأربعة قائمة.
- يتميز المعين بجميع خواص متوازي الأضلاع. جميع أضلاعه متطابقة. القطران متعامدان وينصف كل قطر اثنتين من الزوايا المتقابلة.
- لدى المربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متساوي الساقين، تكون زاويتا القاعدة متطابقتين والقطران متطابقين.

base angle	زاوية قاعدية
isosceles trapezoid	شبه منحرف متساوي الساقين
kite	الطائرة الورقية
legs	ساقان
midsegment of a trapezoid	منصف ساقي شبه المنحرف
parallelogram	متوازي أضلاع
rectangle	مستطيل
rhombus	معين
square	مربّع
trapezoid	شبه منحرف

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خطأ. إن كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لتجعل الجملة صحيحة.

1. لا يوجد بشبه المنحرف متساوي الساقين زوايا متطابقة. **خطأ، كل زوجين من زوايا القاعدة**
2. إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان. **صحيحة**
3. منصف ساقي شبه المنحرف هو عبارة عن قطعة مستقيمة ترتبط بين أي رأسين غير متتاليين. **خطأ، القطر**
4. قاعدة شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية. **صحيحة**
5. قطرا المعين متعامدان. **صحيحة**
6. المستطيل ليس دائمًا متوازي أضلاع. **خطأ، دائمًا**
7. الشكل الرباعي الذي يوجد به ضلعان متوازيان يكون متوازي أضلاع. **خطأ، شبه منحرف**
8. المستطيل الذي يستوفي شروط المعين يكون مربعًا. **صحيحة**
9. ساق شبه المنحرف هي أحد الضلعين المتوازيين. **خاطئة، غير المتوازيين**

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المطويات® دينا زايك

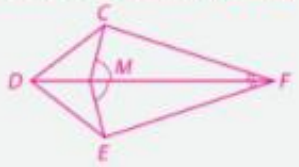
اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى كل علامة تبويب في مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة من أجل المذاكرة لاختبار الوحدة.

لإنعاش ذاكراتهم بشأن مصطلحات المفردات.

الإجابات الإضافية (صفحة 848)

75. المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



البرهان:

العبارات (المبررات)

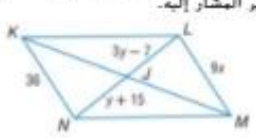
1. $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$ (معطيات)
2. $\overline{MF} \cong \overline{MF}$، $\overline{DM} \cong \overline{DM}$ (خاصية الانعكاس)
3. $\triangle CMF \cong \triangle EMF$ (زاويتان وضلع محصور ASA)
4. $\overline{CM} \cong \overline{EM}$ (CPCTC النظرية)
5. $\angle DMC$ و $\angle CMF$ متكاملتان، و $\angle DME$ و $\angle EMF$ متكاملتان. (نظرية المتكاملات)
6. $\angle DMC \cong \angle DME$ (∠ المتكاملة مع ∠ تكون ≅.)
7. $\triangle DMC \cong \triangle DME$ (مسلّمة SAS)

إجابات إضافية

14. $x = 5,\ y = 12$

15. $x = 37,\ y = 6$

16. الإجابة النمذجية: إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة بنفس الطول أو إذا أحد زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقين ومتوازيين في الوقت نفسه، فإن هذه الأشكال متوازيات أضلاع. ويمكن أن تكون الأشكال متوازيات أضلاع إذا كان كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقين أو إذا كانت الأقطار ينصف بعضها البعض.



a. x

$\overline{KN} \cong \overline{LM}$	الضلعان المتقابلان في □ يكونان ≅.
$KN = LM$	تعريف التطابق
$36 = 9x$	بالتعويض
$4 = x$	اقسم.

b. y

$\overline{NJ} \cong \overline{JL}$	قطرا □ ينصفان بعضهما.
$NJ = JL$	تعريف التطابق
$y + 15 = 3y - 7$	بالتعويض
$-2y = -22$	اطرح.
$y = 11$	اقسم.

11. AD 18

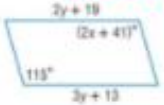
12. AB 12

13. $m\angle BCD$ 115°

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع. 14, 15. **انظر الهامش.**

14.

15.



16. **تصميم** ما نوع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الأشكال التي تكوّن نافذة الزجاج الملون متوازيات أضلاع؟ **انظر الهامش.**

13-2 اختبارات متوازيات الأضلاع

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك. 17, 18. **انظر الهامش.**

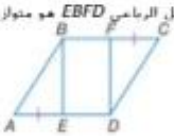
17.

18.

19. **البرهان** اكتب برهانا من عمودين. **انظر الهامش.**

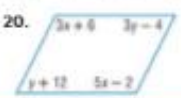
المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{CF}$ ،$\square ABCD$

المطلوب: الشكل الرباعي $EBFD$ هو متوازي أضلاع.



الجبر أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع. 20, 21. **انظر الهامش.**

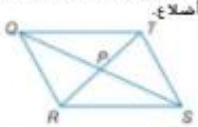
20.



21.

مثال 2

إذا كان $QP = 2y - 6$، $TP = 4x + 2$، $PS = 5y - 12$، و $PR = 6x - 4$، فأوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



أوجد قيمة x حيث $\overline{QP} \cong \overline{PS}$ و y حيث $\overline{TP} \cong \overline{PR}$

$TP = PR$	تعريف ≅
$4x + 2 = 6x - 4$	بالتعويض
$-2x = -6$	اطرح.
$x = 3$	اقسم.
$QP = PS$	تعريف التطابق ≅
$2y - 6 = 5y - 12$	بالتعويض
$-3y = -6$	اطرح.
$y = 2$	اقسم.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

850 | الوحدة 13 | دليل الدراسة والمراجعة

1. $ABCD$ هو متوازي أضلاع. ($\overline{AE} \cong \overline{CF}$ معطيات)
2. $AE = CF$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة $\cong$)
4. $AD = BC$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة.)
5. $BC = BF + CF$, $AD = AE + ED$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة.)
6. $BF + CF = AE + ED$ (التعويض.)
7. $BF + AE = AE + ED$ (التعويض.)
8. $BF = ED$ (خاصية التعويض.)
9. $\overline{BF} \cong \overline{ED}$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
10. $\overline{BF} \parallel \overline{ED}$ (تعريف $\square$)
11. الشكل الرباعي $EBFD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.)

20. $x = 4,\ y = 8$
21. $x = 5,\ y = 12$

$ABCD$ مستطيل، إذا $m\angle ABC = 90$. بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيان في المستطيل، والزوايا المتبادلة الداخلية للمستقيمات المتوازية متطابقة، فإن $\angle ADB \cong \angle DBC$ و $m\angle DBC = m\angle ADB$.

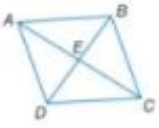
$m\angle DBC + m\angle DBA = 90$	جمع الزوايا
$m\angle ADB + m\angle DBA = 90$	بالتعويض
$4x + 8 + 6x + 12 = 90$	بالتعويض
$10x + 20 = 90$	اجمع.
$10x = 70$	اطرح.
$x = 7$	اقسم.

الجبر الشكل الرباعي $EFGH$ مستطيل.

23. إذا كان $m\angle FEG = 57$. فأوجد $m\angle GEH$ 33
24. إذا كان $m\angle HGE = 13$. فأوجد $m\angle EGF$ 77
25. إذا كان $FK = 32$ سنتيمترًا. فأوجد EG 64
26. أوجد $m\angle HEF + m\angle EFG$ 180
27. إذا كان $EF = 4x - 6$ و $HG = x + 3$. فأوجد EF 6

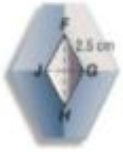
13-4 المعينات والمربعات

الجبر $ABCD$ معين. إذا كان $EB = 9$ و $AB = 12$ و $m\angle ABD = 55$. فأوجد جميع القياسات.



28. AE 7.9
29. $m\angle BDA$ 55
30. CE 7.9
31. $m\angle ACB$ 53

32. **الشعارات** شركة سيارات تستخدم الرمز الموضح على اليسار في شعارها. إذا كانت المساحة الداخلية للشعار عبارة عن معين. فما طول FJ؟ 2.5 cm



33. **مستطيل، معين، مربع؛ جميع الأضلاع متطابقة $\cong$، الأضلاع المتتالية متعامدة $\perp$.**

الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $QRST$ $\square$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر كل ما ينطبق. اشرح.

33. **المعين؛ جميع الأضلاع متطابقة $\cong$.** $Q(12, 0)$, $R(6, -6)$, $S(0, 0)$, $T(6, 6)$
34. **والأقطار متعامدة $\perp$.** $Q(-2, 4)$, $R(5, 6)$, $S(12, 4)$, $T(5, 2)$

مثال 4

تتقاطع أقطار المعين $QRST$ في P. استخدم المعطيات لإيجاد كل قياس أو قيمة مما يلي.

a. **الجبر** إذا كان $QT = x + 7$ و $TS = 2x - 9$. فأوجد قيمة x.

$\overline{QT} \cong \overline{TS}$	تعريف المعين
$QT = TS$	تعريف التطابق
$x + 7 = 2x - 9$	بالتعويض
$-x = -16$	اطرح.
$x = 16$	اقسم.

b. إذا كان $m\angle QTS = 76$. فأوجد $m\angle TSP$.

$m\angle PTS = \frac{1}{2}m\angle QTS$ ،$\angle QTS$ ينصف $\overline{TR}$ ولذا فإن

وإذا $m\angle PTS = \frac{1}{2}(76)$ أو 38. وبما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle TPS = 90$.

$m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180$	نظرية مجموع زوايا المثلث $\triangle$
$38 + 90 + m\angle TSP = 180$	بالتعويض
$128 + m\angle TSP = 180$	بالجمع.
$m\angle TSP = 52$	اطرح.

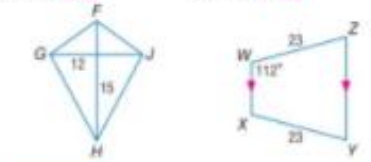
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

طائرة ورقية. فأوجد قياس $\angle RST$.

بما أن $\angle Q \cong \angle S$, $m\angle Q = m\angle S$.

اكتب معادلة وأوجد حلها لمعرفة $m\angle S$.

نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية	$m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360$
بالتعويض	$m\angle Q + 136 + m\angle S + 68 = 360$
بشط	$2m\angle S + 204 = 360$
اطرح	$2m\angle S = 156$
اقسم	$m\angle S = 78$



37. التصميم تصميم سيم سعيد متوانا مربعا كمشروع فني.

a. صف طريقة لتحديد ما إذا كانت أضلاع المنحرف الموجودة في التصميم متساوية الساقين. **انظر الهامش.**

b. إذا كان محيط بلاطة هو 120 سنتيمترا ومحيط المربع الأحمر يبلغ 40 سنتيمترا، فما محيط شكل واحد من أشباه المنحرف؟ **انظر الهامش.**

McGraw-Hill Education © محيط النشر والتأليف

المنحرف جزء من أقطار مربع. تنصف أقطار المربع الزاوية المقابلة، إذًا يساوي قياس كل زاوية قاعدة في شبه المنحرف 45°. أحد زوجي الأضلاع متوازيان ومتطابقان وزوايا القاعدة متطابقة.

37b. $40 + 20\sqrt{2} \approx 68.28$ cm.

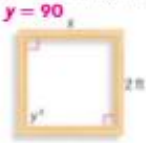
إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

1a. الإجابة النموذجية: ينبغي أن نقيس الزوايا عند الرؤوس لنرى إن كانت 90 أو يمكننا التحقق إن كانت الأقطار متطابقة ومتعامدة.

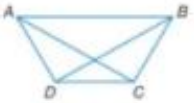
11. الإجابة النموذجية: نعم، إذا كان مستطيلاً، فستكون الأقطار متطابقة.

19. لا. الزوايا المتقابلة ليست متطابقة.

فما القياسات المجهولة؟ $x = 0.6$ متر، $y = 90$



الشكل الرباعي $ABCD$ هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

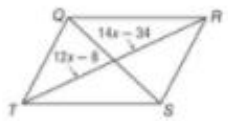


2. ما الزاوية المتطابقة مع $\angle C$؟ $\angle D$

3. ما الضلع الموازي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟ $\overline{DC}$

4. ما القطعة المستقيمة المتطابقة مع $\overline{AC}$؟ $\overline{BD}$

5. **الاختيار من متعدد** إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فما قيمة x؟ **C**

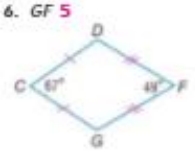


A 11 C 13

B 12 D 14

إذا كان $CDFG$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

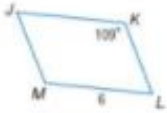
6. GF **5**



7. $m\angle D$ **122**

11. **الإنشاء** تدي عائلة إبراهيم جزءًا ملصقًا بمنزلهم. قامت زوجة إبراهيم بعمل فتحة لنافذة جديدة. فإذا قامت بالقياس لتعرف مدى تطابق الأضلاع المتقابلة ومدى تطابق القطرين، فهل يمكنها أن تتأكد من أن فتحة النافذة على شكل مستطيل؟ اشرح. **انظر الهامش.**

استخدم $\square JKLM$ لإيجاد جميع القياسات.



12. **109** $m\angle JML$

13. **6** JK

14. **71** $m\angle KLM$

الجبر الشكل الرباعي $DEFG$ مستطيل.

15. إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ ، $EG = 3(x - 2)$. فأوجد GE. **21**

16. إذا كان $m\angle EDF = 5x - 3$ ، $m\angle DFG = 3x + 7$. فأوجد $m\angle EDF$. **22**

17. إذا كان $DE = 14 + 2x$ ، $GF = 4(x - 3) + 6$. فأوجد FG. **34**

حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك. **18, 19. انظر الهامش.**

18.

19.

853

McGraw-Hill Education © محفوظ لصالح مؤسسة حقوق النشر والتأليف

إستراتيجيات تطبيق التعريف والخواص

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

- حدّد ما الذي يُطلب منك إيجاده.
- ادرس أية أشكال معطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك:** ما المبادئ أو الخواص التي لهذا الشكل ويمكنني تطبيقها في حل المسألة؟

الخطوة 2

حل المسألة.

- حدد التعريفات أو المفاهيم الهندسية التي يمكنك استخدامها في إيجاد المجاهيل في المسألة.
- استخدم التعريفات وخواص الأشكال في إنشاء معادلة وقم بحلها.

الخطوة 3

- تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

تقوم مجموعة فنون مسرحية ببناء مسرح يحيط به الجمهور من كل الجوانب لتقديم أعمالها القادمة. سيكون المسرح على شكل ثماني أضلاع منتظم محيطه 28 مترًا.

a. ما الطول المقترض لكل لوح لتكوين أضلاع المسرح؟

b. ما الزاوية التي من المقترض قطع طرف كل لوح بها حتى يتم تركيبها معًا على النحو المناسب لتكوين المسرح؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأسئلة الداعمة

اطرح الأسئلة التالية:

- كيف يساعد استخدام التعريفات الهندسية والخواص في حل المسائل الإجابة النموذجية: يمكن استخدام التعريفات الهندسية والخواص لحل المسائل بإيجاد القيم المجهولة.
- كيف يمكن تحديد التعريفات والخواص التي ينبغي استخدامها في السؤال؟ الإجابة النموذجية: يمكنك البحث عن الكلمات الدليلية مثل "مجموع" أو "الصورة الأصلية" أو "قياس الزاوية" أو "رباعي الأضلاع" لتحديد إن كان التعريف أو الخاصية يمكن استخدامها لتساعدك في حل المسألة.
- ما المعطيات الأخرى التي ينبغي جمعها عندما تبدأ حل المسألة؟ الإجابة النموذجية: عند حل المسألة، ينبغي كتابة أي قيم أو قياسات زوايا أو معادلات مقدمة في المسألة.

854 | الوحدة 13 | التحضير للاختبارات المعيارية

إذا من المفترض أن يكون طول كل لوح 3.5 أمتار أو 3 أمتار و 50 سنتيمترًا.

استخدم خاصية مجموع الزوايا الداخلية لمضلع محدب لإيجاد قياس الزاوية الداخلية للشكل الثماني المنتظم. أولاً، أوجد مجموع الزوايا الداخلية S.

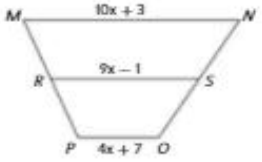
$$S = (n - 2) \cdot 180$$
$$= (8 - 2) \cdot 180$$
$$= 1080$$

إذًا قياس زاوية الشكل الثماني المنتظم الداخلية هو $1080 \div 8$ أو $135°$. ولأنه يتم استخدام لوحين لتكوين كل رأس من رؤوس الممر، فإنه يجب قطع نهاية كل لوح بزاوية قدرها $135 \div 2$ أو $67.5°$.

التمارين

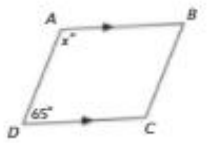
اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

1. $\overline{RS}$ منصف ساقين يشبه المنحرف MNOP. ما طول $\overline{RS}$؟ **D**



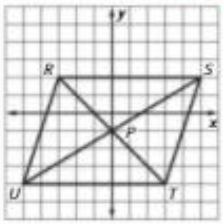
A. 14 وحدة
B. 19 وحدة
C. 23 وحدة
D. 26 وحدة

2. إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$، فأوجد قيمة x. **J**



F 32.5
G 65
H 105
J 115

3. استخدم التمثيل البياني الموضح أدناه للجيب عن الأسئلة. **a, b. انظر الهامش.**



a. هل يتقاطع قطرا الشكل الرباعي $RSTU$؟ استخدم قانون المسافة للتحقق من إجابتك.

b. ما نوع الشكل الرباعي $RSTU$؟ اشرح باستخدام خواص و/أو تعريفات هذا النوع من الأشكال الرباعية.

4. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل ثماني أضلاع منتظم؟ **C**

A 45
B 135
C 360
D 1080

حقوق الطبع © محفوظة لصالح McGraw-Hill Education

المنصة؟ 1.75 متر

b. ما قياس الزاوية التي تكوّنت في كل ركن من أركان المنصة؟ 120

3 التقويم

استخدم التمارين من 1 إلى 4 لتقويم استيعاب الطلاب.

إجابات إضافية

3a. الإجابة النموذجية: نعم، لأن $PS = \sqrt{34}$ و $UP = \sqrt{34}$. $PT = 3\sqrt{2}$ و $RP = 3\sqrt{2}$. تنصف الأقطار بعضها البعض.

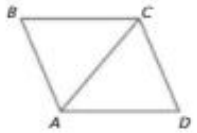
3b. الإجابة النموذجية: متوازي أضلاع؛ إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

G الموضع المبدئي للمتسلق كان فوق مستوى سطح البحر بمقدار 611 مترًا.

H يهبط المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة.

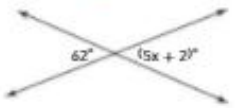
J يصعد المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة.

5. الشكل الرباعي $ABCD$ معين. إذا كان $m\angle BCD = 120$، فأوجد $m\angle DAC$. B



A 30
C 90
B 60
D 120

6. ما قيمة x في الشكل التالي؟ G



F 10
H 14
G 12
J 15

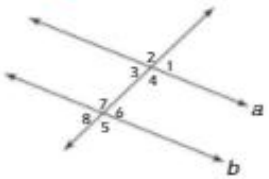
7. أيّ من العبارات التالية صحيح؟ C

A جميع المستطيلات مربعات.

B جميع المعينات مربعات.

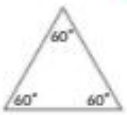
A جميع المستطيلات متوازيات أضلاع.

D جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.



A $\angle 1 \cong \angle 3$
C $\angle 2 \cong \angle 5$
B $\angle 4 \cong \angle 7$
D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. صنّف المثلث الموجود أدناه حسب قياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب. G



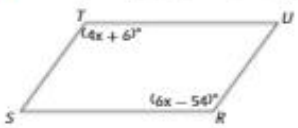
F حاد الزاوية

G متساوي الزوايا

H منفرج الزاوية

J قائم الزاوية

3. قم بالحل لإيجاد قيمة x في متوازي الأضلاع $RSTU$. D



A 12
C 25
B 18
D 30

نصيحة عند حل الاختبار

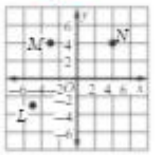
المسؤال 3 استخدم خواص متوازيات الأضلاع في حل المسألة. الزوايا المتقابلة متطابقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

856 | الوحدة 13 | تدريب على الاختبار المعياري

طردتا مع مربع سرعتها. إذا كانت السيارة يمكن أن تتوقف خلال 242 مترا بسرعة 22 كيلومترا في الساعة. فكم عدد الأمتار اللازمة حتى تتوقف وهي بسرعة 30 كيلومترا في الساعة؟ **450**

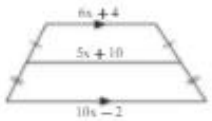
9. ما إحداثيات النقطة O ، الرأس الرابع في شبه منحرف متساوي الساقين؟ اكتب الحل هنا. **(6, −3)**



10. ماذا تعرف عن متوازي الأضلاع إذا كان قطراه متعامدين؟ اشرح.
الإجابة النموذجية:
متوازي الأضلاع مربع أو معين.

11. أحرزت رنا 84 هدفًا ميدانيًا خلال موسم كرة السلة بإجمالي 183 نقطة. كل هدف ميداني يعادل نقطتين أو ثلاث نقاط. كم عدد الأهداف الميدانية التي تعادل نقطتين وعدد الأهداف الميدانية التي تعادل ثلاث نقاط التي أحرزتها رنا خلال الموسم؟
15 هدفًا ميدانيًا من التي تعادل ثلاث نقاط و 69 هدفًا ميدانيًا من التي تعادل نقطتين

12. **الإجابة الشبكية** أوجد الحل لمعرفة قيمة x في الشكل التالي. قرب إلى أقرب جزء من عشرة إن لزم الأمر. **3**



الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. حدد مدى إمكانية إثبات أن كل شكل مما يلي هو متوازي أضلاع. إن تعذر الإثبات، فاذكر المعلومات الأخرى المطلوبة لإثبات ذلك. اشرح استنتاجك.
a–c. انظر الهامش.

a.

b.

c.

Macmillan-McGraw-Hill Education © حقوق النشر والتأليف محفوظة لصالح مؤسسة

إجابات إضافية

14a. نعم، تكون الأضلاع المتقابلة متطابقة مما يدل على أن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

14b. لا ، يوجد زوج واحد من الأضلاع المتقابلة متوازيًا. ستحتاج إلى أن توضح أنه إما 1) أن الأضلاع المتوازية متطابقة أيضًا، أو 2) أن الزوج الآخر من الأضلاع المتقابلة متوازٍ.

14c. نعم، تكون الزوايا المتقابلة متطابقة مما يدل على أن الشكل عبارة عن متوازي أضلاع.

6. $m\angle A + m\angle B = 180$ (الزوايا الداخلية المتتالية تكون متكاملة)

7. $m\angle B = 90$ (حساب قيمة $m\angle B$)

8. $m\angle B + m\angle D = 180$ (الزوايا الداخلية المتتالية تكون متكاملة)

9. $m\angle D = 90$ (حساب قيمة $m\angle D$)

10. $\angle C$ و $\angle B$< و $\angle D$ عبارة عن زوايا قائمة
($m\angle C = 90$, $m\angle B = 90$, $m\angle D = 90$)

8. البرهان: لدينا معطيات بأن الشكل $XYZW$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازيات الأضلاع تكون متطابقة، نجد أن $\overline{XW} \cong \overline{YZ}$. لدينا معطيات كذلك بأن الشكل $YRSZ$ عبارة عن متوازي أضلاع، ومن ثم فإن $\overline{YZ} \cong \overline{RS}$. حسب تعريف خاصية التعدي، يصبح لدينا $\overline{XW} \cong \overline{RS}$.

23. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $ABCD$ شكل متوازي أضلاع (معطى)
2. $\angle BAD \cong \angle BCD$ (الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.)
3. $ABDE$ شكل متوازي أضلاع (معطى)
4. $AB \parallel ED$ (تعريف متوازي الأضلاع)
5. $\angle BAD \cong \angle ADE$ (الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة)
6. $\angle BCD \cong \angle ADE$ (خاصية التعدي)
7. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
8. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
9. $\overline{DC} \cong \overline{ED}$ (خاصية التعدي)
10. $\angle AED \cong \angle ABD$ (الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة)
11. $\angle ABD \cong \angle$BDC (الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة)
12. $\triangle ADE \cong \triangle BCD$ (مسلّمة ASA)

24. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين (معطى)
2. $\angle LMN \cong \angle LNM$ (نظرية المثلث متساوي الساقين)
3. $\angle LNM$ تكون متكاملة مع $\angle LNP$ ($\angle LNP$ و $\angle LNP$ تشكّل زاوية مستقيمة)
4. $\angle LMN$ تكون متكاملة مع $\angle LNP$ (الزوايا المتطابقة تكون متكاملة للزاوية نفسها)
5. KLNP شكل متوازي أضلاع (معطى)
6. $\angle LNP$ تكون متكاملة مع $\angle KPN$ (الزوايا المتتالية في متوازي الأضلاع تكون متكاملة)
7. $\angle KPN$ تكون متكاملة مع $\angle LMN$. (خاصية التعدي.)

2. $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة تكون $\cong$.)

3. $\angle ZWX \cong \angle XYZ$ (أضلاع $\square$ & المتقابلة تكون $\cong$.)

4. $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)

27. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\square PQRS$ (معطى)
2. ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{PR}$ وسم الزوايا 1 و 2 و 3 و 4 كما هو موضح. (قطر $PQRS$)
3. $\overline{PQ} \parallel \overline{SR}$, $\overline{PS} \parallel \overline{QR}$ (أضلاع $\square$ المتقابلة تكون متوازية $\parallel$.)
4. $\angle 2 \cong \angle 1$ و$\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية & الداخلية المتبادلة.)
5. $\overline{PR} \cong \overline{RP}$ (خاصية الانعكاس)
6. $\triangle QPR \cong \triangle SRP$ (مسلمة زاويتين وضلع محصور)
7. $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$, $\overline{QR} \cong \overline{SP}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)

28. البرهان: تذكر المعطيات أن $ACDE$ is a متوازي أضلاع.
حيث إن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\overline{EA} \cong \overline{DC}$. حسب تعريف متوازي الأضلاع، فإن $\overline{EA} \parallel \overline{DC}$ $\angle AEB \cong \angle DCB$ و $\angle EAB \cong \angle$CDB حيث إن الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
$\triangle EBA \cong \triangle CBD$ حسب مسلّمة زاويتين وضلع محصور.
$\overline{EB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BD}$ حسب تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة. وحسب تعريف القطعة المستقيمة المنصفة، $\overline{EC}$ ينصف $\overline{AD}$ و $\overline{AD}$ ينصف $\overline{EC}$

37. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\square EFGH$ (معطى)
2. $\overline{EH} \cong \overline{GF}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
3. $\overline{EF} \cong \overline{HG}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
4. $\overline{HJ}$ ينصف $\overline{EF}$ و $\overline{EK}$ ينصف $\overline{HG}$. (معطى)
5. $\overline{EJ} \cong \overline{GK}$ ($\overline{HJ}$ ينصف $\overline{EF}$ و $\overline{EK}$ ينصف $\overline{HG}$ و $\overline{EF} \cong \overline{HG}$)
6. $\angle$JEH $\cong \angle KGF$
(الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
7. $\triangle EJH \cong \triangle GKF$ (مسلّمة SAS)

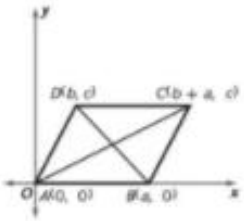
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حيث إن $AD = BC$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. وتذكر المعطيات أن أضلاع ورقة لوحة الإعلانات متوازية. فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. ومن ثم، حسب النظرية 12.6، فإن رباعي الأضلاع $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أنه حسب التعريف أن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية، نعلم أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

الصفحات 821-818، الدرس 2-13

8. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.



البرهان:

نقطة منتصف $\overline{AC}$

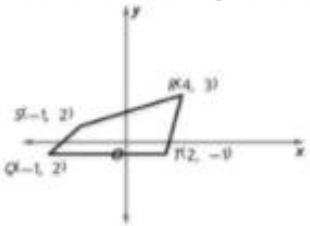
$$= \left(\frac{0 + (a + b)}{2}, \frac{0 + c}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

نقطة منتصف $\overline{DB}$

$$= \left(\frac{(a + b)}{2}, \frac{0 + c}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{a + b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

$\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.

15. لا. ليس متوازي أضلاع. ميل SR يساوي $\frac{1}{5}$ وميل QT يساوي 1. ومن ثم هذه الأضلاع المتقابلة ليست متوازية.

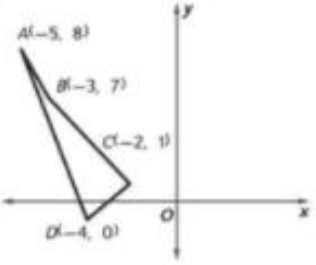


16. نعم، متوازي أضلاع. ميل JK يساوي $\frac{4}{3}$ – وميل ML يساوي $-\frac{4}{3}$ ومن ثم هذه الأضلاع المتقابلة متوازية. ميل JM يساوي $\frac{3}{4}$ وميل LK يساوي $\frac{3}{4}$ ومن ثم، فإن هذه الأضلاع المتقابلة تكون متوازية.

17. لا، هذا ليس متوازي أضلاع.

$$\overline{AB} = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (8 - 7)^2} = \sqrt{65},$$
$$\overline{CB} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (1 - 7)^2} = \sqrt{61},$$
$$\overline{BD} = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (7 - 0)^2} = \sqrt{50},$$
$$\overline{DA} = \sqrt{(-4 - 5)^2 + (0 - 8)^2} = \sqrt{65}$$

بما أن الأضلاع المتقابلة ليست متطابقة، فإن هذا ليس بمتوازي أضلاع.

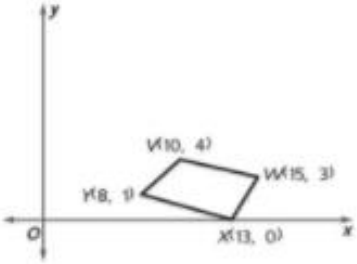


18. نعم، هذا متوازي أضلاع.

$$\overline{VW} = \sqrt{(15 - 10)^2 + (3 - 4)^2} = \sqrt{26}$$

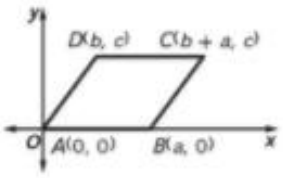
$$\overline{XY} = \sqrt{(13 - 8)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{26},$$

ميل VW يساوي $-\frac{1}{5}$. وميل XY يساوي $-\frac{1}{5}$. بما أن الأضلاع المتقابلة تكون متوازية ومتطابقة، فإن هذا متوازي أضلاع.



19. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.



البرهان:

ميل $\overline{AD} = \frac{c - 0}{b - 0} = \frac{c}{b}$

ميل $\overline{AB}$ هو 0.

ميل $\overline{BC} = \frac{c - 0}{b + a - a} = \frac{c}{b}$

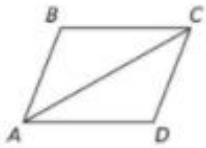
ميل $\overline{CD}$ هو 0.

إذًا، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$. إذًا، من تعريف متوازي الأضلاع، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إذًا، $\overline{AD} \perp \overline{CD}$ و $\overline{CD} \perp \overline{BC}$ و $\overline{BC} \perp \overline{AB}$. ومن ثم، $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة.

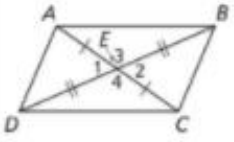
21. المعطيات: $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$



المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان: ارسم $\overline{AC}$ لتكون مثلثين. مجموع زوايا المثلث الواحد يساوي 180. إذًا فمجموع الزوايا للمثلثين يساوي 360. إذًا،
$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360$. حيث إن $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$، $m\angle A = m\angle C$ و $m\angle B = m\angle D$. بالتعويض، $m\angle A + m\angle A + m\angle B + m\angle B = 360$. إذًا $2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360$. بقسم كل طرف على 2 ينتج $m\angle A + m\angle B = 180$. إذًا فالزوايا المتجاورة متكاملة و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. بالمثل، $2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360$ أو $m\angle A + m\angle D = 180$. إذًا فهذه الزوايا المتجاورة متكاملة $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ الأضلاع المتقابلة متوازي، إذًا $ABCD$ متوازي أضلاع.

23. المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{EC}$ و $\overline{DE} \cong \overline{EB}$



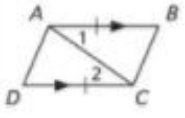
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{AE} \cong \overline{EC}$ و $\overline{DE} \cong \overline{EB}$ (معطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 1$ (الزوايا المتقابلة بالرأس $\angle$ تكون $\cong$.)
3. $\triangle ADE \cong \triangle CBE$ و $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)
4. $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)
5. $ABCD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوجا الأضلاع المتقابلة $\cong$، فإن الشكل الرباعي عبارة عن $\square$)

24. المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

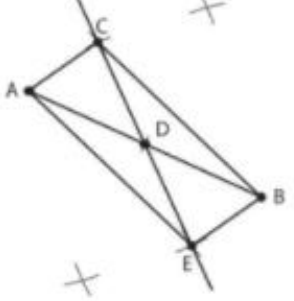


المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ (معطى)
2. ارسم $\overline{AC}$. (نقطتان تحددان المستقيم.)
3. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان $\parallel$، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة $\measuredangle$ تكون $\cong$.)
4. $\overline{AC} \cong \overline{AC}$ (خاصية الانعكاس)
5. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية)
6. $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ (تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة)
7. $ABCD$ متوازي أضلاع. (إذا كان زوجي الأضلاع المتقابلة $\cong$، فإن الشكل الرباعي عبارة عن $\square$)



29. البرهان الإحداثي: أقطار متوازي الأضلاع تنصف بعضها البعض، ومن ثم، فإن نقطة منتصف الأقطار $E\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

$$\overline{DE} = \sqrt{\left(b - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(c - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(a-b)^2 - c^2},$$

$$\overline{AE} = \sqrt{\left(0 - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(0 - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - c^2},$$

$$\overline{CE} = \sqrt{\left(a + b - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(c - \frac{c}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - c^2},$$

$$\overline{BE} = \sqrt{\left(a - \frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(0 - \frac{c}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(a-b)^2 - c^2},$$

بناءً عليه، فإن $\overline{DE} \cong \overline{BE}$ و $\overline{AE} \cong \overline{CE}$. بما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازيات الأضلاع تكون متطابقة، فإننا نعلم أن $\overline{DA} \cong \overline{CB}$ و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$. ومن ثم، وحسب مسلمة SSS، فإن $\triangle DEC \cong \triangle BEA$ و $\triangle AED \cong \triangle CEB$. وهكذا، نكون قد أوضحنا أن أقطار متوازي الأضلاع تشكل زوجين من المثلثات المتطابقة.

36. تدور النظريتان حول أقطار متوازي الأضلاع. يمكن استخدام النظرية 13.5 إذا كنا نعلم بالفعل أن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع من أجل إثبات أن الأقطار تنصف بعضها البعض. ويمكن استخدام النظرية 13.9 لإثبات أن الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع إذا كنا نعلم بالفعل أن الأقطار تنصف بعضها البعض.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

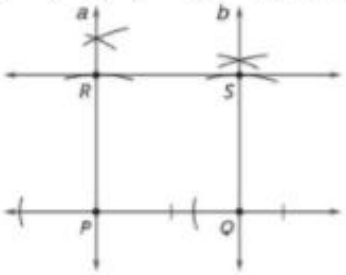
4. $\overline{WZ} \cong \overline{VZ}$ (CPCTC النظرية)
5. $\overline{VX} \cong \overline{WY}$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
6. $VWXY$ مستطيل. (إذا كانت أقطار متوازي الأضلاع متطابقة، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن مستطيل.)

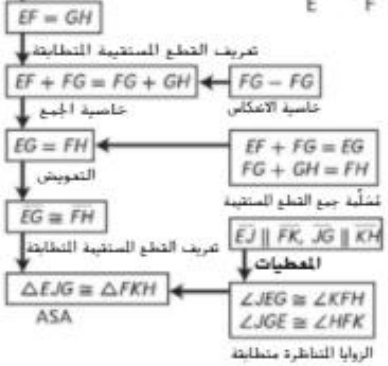
21. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

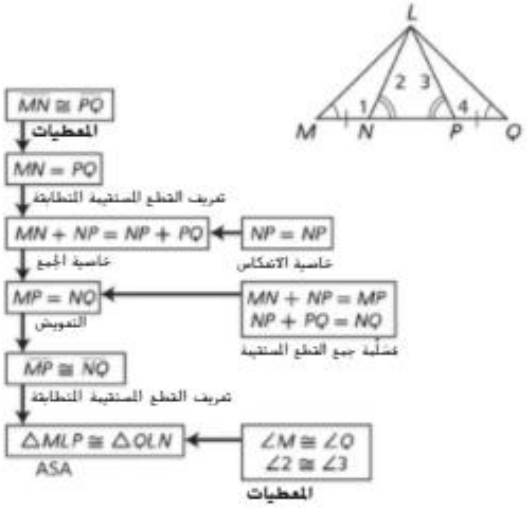
1. $ABCD$ هو مستطيل (مُعطى)
2. $m\angle A = m\angle B = m\angle C = m\angle D = 90$ (تعريف المستطيل)
3. $\overline{AB} \cong \overline{DC}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$ (تعريف المستطيل)
4. M نقطة منتصف $\overline{AB}$، N نقطة منتصف $\overline{BC}$، O نقطة منتصف $\overline{DC}$ و P نقطة منتصف $\overline{AD}$ (المعطيات)
5. $\overline{AM} \cong \overline{MB} \cong \overline{DO} \cong \overline{OC}; \overline{AP} \cong \overline{PD} \cong \overline{BN} \cong \overline{NC}$ (تعريف نقطة المنتصف)
6. $\triangle AMP \cong \triangle MBN \cong \triangle OCN \cong \triangle ODP$ (مسلّمة SAS)
7. $\overline{PM} \cong \overline{MN} \cong \overline{NO} \cong \overline{PO}$ (CPCTC النظرية)
8. $MNOP$ عبارة عن متوازي أضلاع (الأضلاع المتقابلة متطابقة)

34. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، نجد أن $m\angle P = m\angle Q = 90$.
تم استخدام نفس فتحة الفرجار لتحديد أماكن النقاط S وR إذًا، فهما على نفس المسافة من النقطتين Q وP على التوالي. RQ وSP متساويان، ومن ثم فإن الأقطار متطابقة. بناءً عليه، $PQSR$ عبارة عن مستطيل.





49. **البرهان:**



صفحة 822، اختبار نصف الوحدة

7. **البرهان:**

العبارات (المبررات)

1. $\square GFBA$ و $\square HACD$ (معطى)
2. $\angle D \cong \angle A$ و $\angle F \cong \angle A$ (أضلاع $\angle$ المتقابلة $\square$ تكون $\cong$)
3. $\angle F \cong \angle D$ (خاصية التعدي.)

10. الإجابة النموذجية: يوضع الساقين بحيث تنصف بعضها البعض. ومن ثم يكون رباعي الأضلاع المتكون حول أطراف الساقين دائمًا متوازي أضلاع. وبالتالي، يكون أعلى الحامل موازيًا للأرض.
12. نعم، كلا زوجي الأضلاع المتقابلة لا بد وأن يكونا متطابقًا. المسافة بين A وB تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين B وC تساوي $\sqrt{10}$. المسافة بين C وD تساوي $\sqrt{26}$. المسافة بين D وA تساوي $\sqrt{10}$ بما أن زوجي الأضلاع المتقابلة متطابقان، فإن $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع.
13. لا . يجب أن يكون كلا زوجي الأضلاع المتقابلة متوازيًا. وحيث إن ميل $\overline{QR} \neq$ ميل $\overline{TS}$ فإن الشكل $QRST$ ليس متوازي أضلاع.

الصفحات 835-837، الدرس 4-13

14. **البرهان:**

العبارات (المبرّرات)

1. $\triangle WPX$ مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية. (المعطيات)
2. $\overline{LM} \cong \overline{MN}, m\angle WPX = 90$ (تعريف المثلث متساوي الساقين قائم الزاوية.)
3. $m\angle PWX = m\angle PXW = 45$ (نظرية مجموع زوايا المثلث)
4. $\triangle WPX \cong \triangle ZPY$ (معطيات)
5. $\triangle PWX \cong \triangle PZY$ (CPCTC النظرية)
6. $WX \parallel ZY$ (الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
7. $\overline{ZX} \cong \overline{ZY}$ (CPCTC النظرية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

14. $WXYZ$ معيّن (الأضلاع المتجاورة من متوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
15. $m\angle WXY = 90$ ($m\angle WXP + m\angle PXY = 45 + 45 = 90$)
16. $WXYZ$ معيّن ($WXYZ$ متوازي أضلاع بزاوية قائمة واحدة)
17. $WXYZ$ مربع ($WXYZ$ عبارة عن مستطيل ومعيّن.)

15. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $LMPQ$ متوازي أضلاع (معطيات)
2. $\overline{LM} \cong \overline{QO}, \overline{LQ} \cong \overline{MO}$ (الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
3. K ينصف N و LM ينصف P و MO ينصف OQ و R ينصف LQ. (معطيات)
4. $\overline{LK} \cong \overline{KM}, \overline{MN} \cong \overline{NO}, \overline{QP} \cong \overline{PO}, \overline{LR} \cong \overline{RQ}$ (تعريف المنصّفات)
5. $\overline{LK} \cong \overline{KM} \cong \overline{QP} \cong \overline{PO}, \overline{LR} \cong \overline{RQ} \cong \overline{MN} \cong \overline{NO}$ (خاصية التعدي)
6. $\angle M \cong \angle Q, \angle L \cong \angle O$ (الزوايا المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة.)
7. $\angle L \cong \angle M$ (معطيات)
8. $\angle O \cong \angle L \cong \angle Q \cong \angle M$ (خاصية التعدي)
9. $\triangle KLR \cong \triangle PQR \cong \triangle PON \cong \triangle KMN$ (مسلمة SAS)
10. $\overline{KR} \cong \overline{RP} \cong \overline{PN} \cong \overline{NK}$ (النظرية $CPCTC$)
11. $KNPR$ معيّن
($KNPR$ عبارة عن شكل الشكل الرباعي له أربعة أضلاع متطابقة)

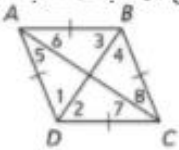
16. البرهان:

العبارات (المبرّرات)

1. $ABDE$ مربع (معطى)
2. $\overline{AB} \cong \overline{ED}$ (الأضلاع المتقابلة للمربع تكون متطابقة.)
3. $\triangle ABE \cong \triangle BCD$ (معطيات)
4. $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ (النظرية $CPCTC$)
5. $\overline{ED} \cong \overline{BC}$ (خاصية التعدي)
6. $\overline{BE} \cong \overline{CD}$ (النظرية $CPCTC$)
7. $BCDE$ عبارة عن متوازي أضلاع (الأضلاع المتقابلة متطابقة)

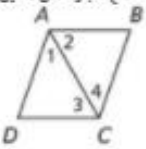
33. المعطيات: $ABCD$ مستطيل.

المطلوب: كل قطر يقطع زاويتين متقابلتين.



البرهان: تذكر المعطيات أن الشكل $ABCD$ عبارة عن معين. وحسب تعريف المعين، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. تكون الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة. إذًا، $\angle ADC \cong \angle ABC$ و $\angle BAD \cong \angle BCD$ $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA}$ لأن جميع أضلاع المعين تكون متطابقة. $\triangle ADC \cong \triangle ABC$ حسب مسلمة SAS. $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 7$ حسب النظرية CPCTC. $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ حسب مسلمة SAS.

35. إذا كان قطر متوازي الأضلاع ينصف زاويته، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.

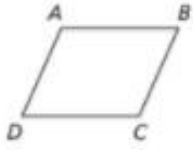


المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع القطر $\overline{AC}$ ينصف $\angle DAB$ و $\angle BCD$.

المطلوب: $\square ABCD$ معيّن.

البرهان: تذكر المعطيات أن الشكل $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. وبما أن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متوازية، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. حسب التعريف، فإن $\angle 2$ و $\angle 3$ عبارة عن زوايا داخلية متبادلة للأضلاع المتوازية $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. بما أن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$. يكون التطابق الزاوي تناظريًا. إذًا $\angle 2 \cong \angle 3$. تذكر المعطيات أن $\overline{AC}$ ينصف $\angle DAB$ و $\angle BCD$ ومن ثم، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ حسب التعريف. وحسب خاصية التعدي، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$. بما أن الزوايا المتطابقة للأضلاع المتقابلة في المثلث متطابقة، فإن $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذا، حيث إن زوجًا من الأضلاع المتجاورة لمتوازي الأضلاع متطابق، فإن $ABCD$ عبارة عن معيّن.

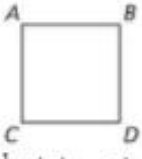
36. المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.



المطلوب: $ABCD$ معين.

البرهان: حيث إن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، إذًا $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$. وتذكر المعطيات أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. إذًا حسب خاصية التعدي، فإن $\overline{CD} \cong \overline{BC}$. إذًا $\overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{AB} \cong \overline{AD}$. إذًا $ABCD$ معين بحسب تعريفه.

37. المعطيات: $ABCD$ مستطيل ومعين.



المطلوب: أن $ABCD$ مربع.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ مستطيل ومعين. يعني ذلك أن $ABCD$ متوازي أضلاع. حيث إن جميع المستطيلات والمعينات متوازيات أضلاع. وبحسب تعريف المستطيل، فإن $\angle A$ و $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة. وبحسب تعريف العين فإن جميع الأضلاع متطابقة. إذًا $ABCD$ مربع حيث إن $ABCD$ متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قائمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12. ميل $BC = \frac{1-1}{-4-1} = 0$ وميل $AD = \frac{-3-(-3)}{-6-3} = 0$

إذًا $AD \parallel BC$.

ميل $BA = \frac{1-(-3)}{-4-(-6)} = 2$ وميل $CD = \frac{1-(-3)}{1-3} = -2$

$ABCD$ عبارة عن شبه منحرف.

$BA = \sqrt{(-4-(-6))^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{20}$

$CD = \frac{1-(-3)}{1-3} = -2$. $ABCD$

$BA = \sqrt{(-4-(-6))^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{20}$

$CD = \sqrt{(1-3)^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{20}$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

13. ميل $EF = \frac{3-(-1)}{0-(-4)} = 1$ وميل $GH = \frac{-8-2}{-3-7} = 1$

إذًا $EF \parallel GH$.

ميل $FG = \frac{-1-(-8)}{-4-(-3)} = -7$ وميل $EH = \frac{3-7}{0-2} = 2$

$EFGH$ عبارة عن شبه منحرف.

$FG = \sqrt{(-4-(-3))^2 + (-1-(-8))^2} = \sqrt{50}$

$EH = \sqrt{(0-7)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{50}$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

14. ميل $JM = \frac{4-2}{0-10} = \frac{-1}{5}$ وميل $KL = \frac{7-6}{3-8} = \frac{-1}{5}$

إذًا $KL \parallel JM$.

ميل $JK = \frac{4-7}{0-3} = -1$ وميل $LM = \frac{6-2}{8-10} = -2$

$JKLM$ عبارة عن شبه منحرف.

$JK = \sqrt{(0-3)^2 + (4-7)^2} = 3\sqrt{2}$

$LM = \sqrt{(8-10)^2 + (6-2)^2} = 2\sqrt{5}$ $JKLM$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.

15. ميل $NP = \frac{0-8}{2-12} = \frac{4}{5}$ وميل $RQ = \frac{9-5}{1-2} = \frac{4}{5}$

إذًا $RQ \parallel NP$

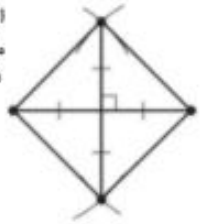
وميل $RN = \frac{5-0}{2-2}$ = غير محدد وميل $QP = \frac{9-8}{7-12} = \frac{-1}{5}$

$NPQR$ عبارة عن شبه منحرف.

$RN = \sqrt{(2-2)^2 + (5-0)^2} = 5$

$QP = \sqrt{(7-12)^2 + (9-8)^2} = \sqrt{26}$ $NPQR$ ليس شبه منحرف متساوي الساقين.

39. الإجابة النموذجية: إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين ومتعامدين، فهو عبارة عن مربع.

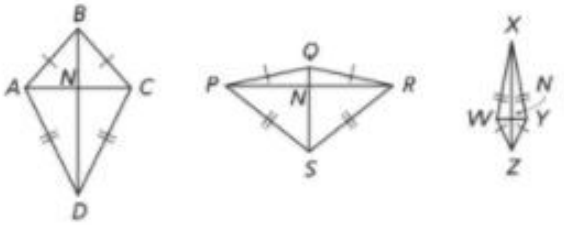


40. البرهان، أي معيّن يمكن وضعه على محور إحداثي كما هو موضح في الشكل بنقاط الرأس $A(0, a)$ و $B(b, 0)$ و $C(0, -a)$ و $D(-b, 0)$. AC عبارة عن قطعة مستقيمة رأسية، و BD عبارة عن قطعة مستقيمة أفقية، ومن ثم فإنهما متعامدتان.

41. البرهان، يمكن وضع أي مربع على محور إحداثي كما هو موضح في الرسم التخطيطي بنقاط الرأس $A(0, 0)$، $B(2a, 0)$، $C(0, 2a)$ و$D(2a, 2a)$. تكون نقطة منتصف الأقطار عند $E(a, a)$. يكون طول كل ضلع من الشكل $ABCD$ يساوي $2a$. وأطوال BE و DE و EC و EA تساوي جميعها a. ومن ثم، تكون أقطار المربع متعامدة. إذًا، $m\angle BED = m\angle DEC = m\angle CEA = m\angle AEB = 90$. بناءً عليه، $\triangle BED \cong \triangle DEC \cong \triangle CEA \cong \triangle AEB$ حسب المسلمة SAS.

42. $ABCD$ مستطيل. الزوايا تكون قائمة والأضلاع المتقابلة تكون متطابقة.

44a. الإجابة النموذجية:



44b. الإجابة النموذجية:

$ABCD$	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$
	100	90	100	70
$QRSP$	$m\angle Q$	$m\angle R$	$m\angle S$	$m\angle P$
	140	70	80	70
$WXYZ$	$m\angle W$	$m\angle X$	$m\angle Y$	$m\angle Z$
	120	40	120	80

44c. زاويتا الطائرة الورقية تكونان دائمًا متطابقتين.

45. العبارة خاطئة لأن المعين ليس من المحتم أن يحتوي على أربع زوايا قائمة.

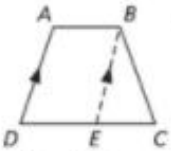
النقاش هو: إذا كان الشكل الرباعي مربعًا، فإنه معين. وهذا صحيح لأن المربع لا بد وأن يكون متوازي أضلاع وجميع الأضلاع تكون متطابقة.

العكس: إذا لم يكن الشكل الرباعي معيّنًا، فإنه ليس مربعًا. وهذا صحيح لأن المربع لا بد وأن يكون متوازي أضلاع ولا بد أن يكون له أربعة أضلا ع متطابقة، ومن ثم يكون دائمًا عبارة عن معيّن.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المستقيمات المتعامدة زوايا قائمة. إذًا ∠BFA و ∠CED زوايا قائمة. ∠BFA و ∠CED مثلثات قائمة الزاوية حسب التعريف. بناءً عليه، ΔBFA ≅ ΔCED حسب مسلمة الوتر والساق.
∠D ≅ ∠A حسب النظرية CPCTC. حيث إن ∠CBF و ∠BCE زوايا قائمة وجميع الزوايا القائمة تكون متطابقة، فإن ∠CBF ≅ ∠BCE. ∠DCE ≅ ∠ABF حسب النظرية CPCTC. إذًا، ∠ABC ≅ ∠DCB حسب خاصية جمع الزوايا.

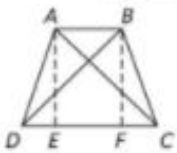
27. **المعطيات:** ABCD شبه منحرف، و ∠C ≅ ∠D.



المطلوب: شبه المنحرف ABCD متساوي الساقين.

البرهان: بحسب مسلمة التوازي، نعلم أنه يمكننا رسم مستقيم مساعد $\overline{EB} \parallel \overline{AD}$. ∠BEC ≅ ∠D، بحسب نظرية الزوايا المتناظرة. وتذكر المعطيات أن ∠C ≅ ∠D. إذًا بحسب خاصية التعدي، فإن ∠BEC ≅ ∠C. إذًا، ΔEBC متساوي الساقين $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$. بحسب تعريف شبه المنحرف، فإن $\overline{AD} \cong \overline{EB}$. حيث إن كلًا من زوجي الأضلاع المتقابلة متوازٍ، فإن ABED متوازي أضلاع. إذًا، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ بحسب خاصية التعدي. $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. إذًا، ABCD شبه منحرف متساوي الساقين.

28. **المعطيات:** ABCD شبه منحرف، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$.



المطلوب: شبه المنحرف ABCD متساوي الساقين.

البرهان: تذكر المعطيات أن ABCD شبه منحرف و $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. ارسم قطعة مستقيمة مساعدة بحيث يكون $\overline{AE} \perp \overline{DC}$ و $\overline{BF} \perp \overline{DC}$ حيث إن المستقيمات المتعامدة تشكل زوايا قائمة، فإن ∠AEF و ∠BFE زوايا قائمة. إذًا، ΔAEC و ΔBFD قائمي الزاوية بحسب التعريف. $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ حيث إن أي مستقيمين في المستوى يتعامدان على نفس المستقيم يكونان متوازيين $\overline{AE} \parallel \overline{BF}$ حيث إن الأضلاع المتقابلة في شبه المنحرف متطابقة. ΔAEC ≅ ΔBFD بحسب مسلّمة الوتر والساق و ∠ACD ≅ ∠BDC بحسب مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة. حيث إن $\overline{DC} \cong \overline{DC}$ بحسب خاصية انعكاس التطابق، فإن ΔADC ≅ ΔBCD (مسلمة تساوي ضلعين وزاوية). $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ بحسب مسلمة تطابق الأجزاء المتقابلة في المثلثات المتطابقة، إذًا شبه المنحرف ABCD متساوي الساقين.

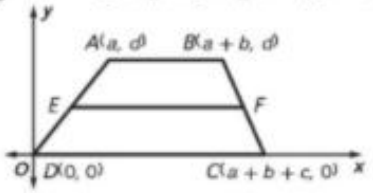
29. **المعطيات:** ABCD طائرة ورقية بها $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{DC}$.

المطلوب: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

البرهان: تذكر المعطيات أن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{DC}$. إذًا، B و D على نفس المسافة من A و C. إذا كانت النقطة على نفس المسافة من نقطتي نهاية القطعة المستقيمة، إذًا فهي المنصف المتعامد للقطعة المستقيمة. ويكون المستقيم المتضمن B و D هو المنصف العمودي لـ $\overline{AC}$. حيث إنه لا يمكن أن يمتد سوى مستقيم واحد بين أي نقطتين. إذًا $\overline{BD} \perp \overline{AC}$.

31. **المعطيات:** ABCD شبه منحرف له الوسيط $\overline{EF}$، $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$ و $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

المطلوب:



البرهان:

بحسب تعريف متوسط شبه المنحرف، فإن E هي نقطة منتصف $\overline{AD}$ و F هي نقطة منتصف $\overline{BC}$.

نقطة المنتصف E تساوي $\left(\frac{a+0}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$ أو $\left(\frac{a}{2}, \frac{d}{2}\right)$.

نقطة المنتصف F تساوي $\left(\frac{a+b+a+b+c}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$ أو $\left(\frac{2a+2b+c}{2}, \frac{d}{2}\right)$.

ميل $\overline{AB} = 0$ وميل $\overline{EF} = 0$ وميل $\overline{DC} = 0$. إذًا، $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$.

$$AB = \sqrt{[(a+b)-a]^2 + (d-d)^2} = \sqrt{b^2}$$

$$DC = \sqrt{[(a+b+c)-0]^2 + (0-0)^2}$$

$$= \sqrt{(a+b+c)^2} \text{ or } a+b+c$$

$$EF = \sqrt{\left(\frac{2a+2b+c-a}{2}\right) + \left(\frac{d}{2} - \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{a+2b+c}{2}\right)^2} \text{ or } \frac{a+2b+c}{2}$$

$$\frac{1}{2}(AB + DC) = \frac{1}{2}[b + (a+b+c)]$$

$$= \frac{1}{2}(a+2b+c)$$

$$= \frac{a+2b+c}{2}$$

$$= EF$$

إذًا، $\frac{1}{2}(AB + DC) = EF$.

32a. ميل $\overline{ST} = \frac{-1-(-1)}{-5-4} = 0$ وميل $\overline{RV} = \frac{3-3}{-4-1} = 0$

بما أن ميل $\overline{RV}$ و $\overline{ST}$ متساويان، $(RV)^- \parallel (ST)^-$.

ميل $\overline{VT} = \frac{3-(-1)}{1-4} = -\frac{4}{3}$ وميل $\overline{RS} = \frac{3-(-1)}{-4-(-5)} = 4$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تضم متوازيات الأضلاع زوجين من الأضلاع المتوازية، ولكن شبه المنحرف لا يضم سوى زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية. الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع تكون متطابقة، ولكن في شبه المنحرف، لا يتحتم أن تكون أضلاعًا متطابقة.

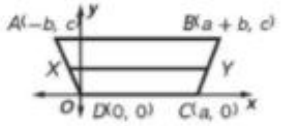
معادلة قطعة المنتصف المستقيمة هي $y = \frac{1}{7}x + \frac{9}{4}$ نقطة الأصل غير موجودة في هذا الخط.

57.

الشكل الرباعي	كذلك...
مثال: مستطيل	متوازي الأضلاع
المعين	متوازي الأضلاع
المربع	معين، مستطيل، متوازي أضلاع
شبه منحرف متساوي الساقين	شبه المنحرف
شبه المنحرف	لا شيء
الطائرة الورقية	لا شيء

61. المعطيات: $ABCD$ عبارة عن شبه منحرف له وسيط $\overline{XY}$.

المطلوب: $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$



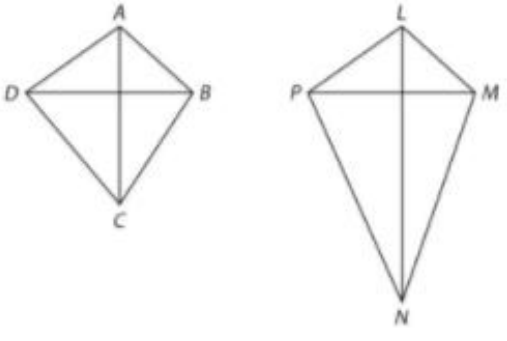
البرهان:

نقطة منتصف $\overline{AD}$ هي X. وإحداثياتها $\left(\frac{-b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

نقطة منتصف $\overline{BC}$ هي $Y\left(\frac{2a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$.

ميل $\overline{AB} = 0$ وميل $\overline{XY} = 0$ وميل $\overline{DC} = 0$. إذًا، $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$

64. الإجابة النموذجية:



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education