كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي كويتي 100 % ، للدخول إلى المجموعة أو القناة ما عليك سوى الضغط على اسمها

تطبيق المناهج الكويتية

القناة الرسمية على تلغرام

الصفحة الرسمية على الفيسبوك

قناة روابط تعليمية شاملة لجميع الصفوف

مجموعات التلغرام	قنوات التلغرام	صفحات الفيسبوك	مجموعات الفيسبوك
الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول
الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني
الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث
الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع
الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس
الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس
الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع
الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن
الصف التاسع	الصف التاسع	الصف التاسع	الصف التاسع
الصف العاشر	الصف العاشر	الصف العاشر	الصف العاشر
صف11أدبي	صف 11أدبي	صف 11 أدبي	الصف 11 أدبي
صف 11علمي	صف 11علمي	صف 11 علمي	الصف 11 علمي
صف12 أدبي	صف 12أدبي	صف 12 أدبي	الصف 12 أدبي
صف12علمي	صف12علمي	صف 12 علمي	الصف 12 علمي

www.kwedufiles.com

مدرسون في الكويت	روابط واتساب	حساب الانستغرام	حساب تويتر

تكلّم مع البوت التعليمي الأول من نوعه والذي يسمح للطلبة باختيار الصف والفصل والمادة ويرد له البوت الملفات المناسبة

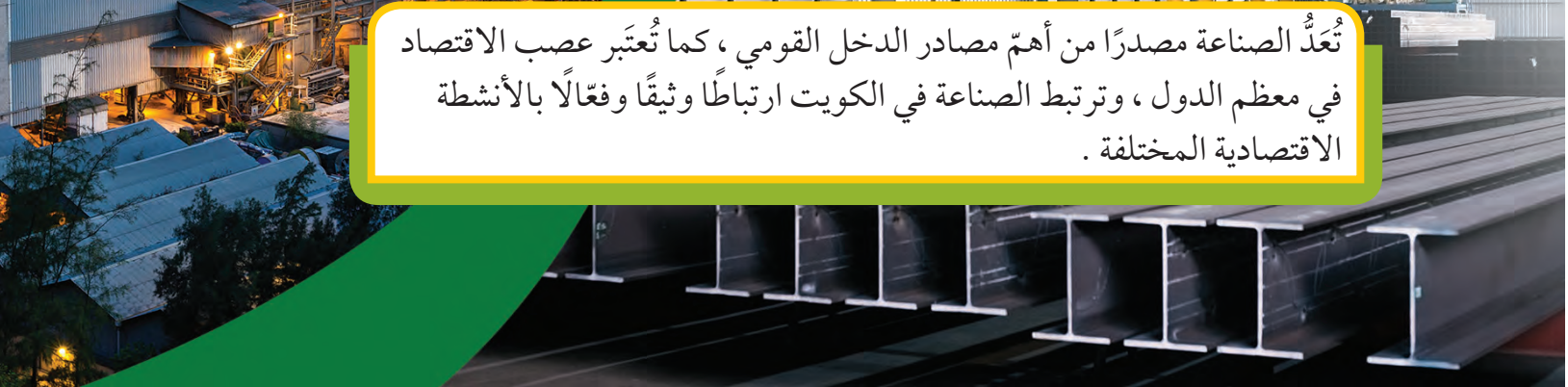
الوحدة الثانية

التحليل والمعادلات
Analysis & Equations

عالم الصناعة
Industrial World

www.kwedufiles.com

تُعَدُّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل القومي ، كما تُعتَبر عصب الاقتصاد في معظم الدول ، وترتبط الصناعة في الكويت ارتباطًا وثيقًا وفعّالًا بالأنشطة الاقتصادية المختلفة .



مشروع الوحدة : (زيارة إلى مصنع الحديد والصلب)

يُعتَبر الحديد مكوِّنًا رئيسيًّا في المباني والمعدّات والسيّارات ، والأجهزة المنزلية الرئيسية . وتُعَدّ صناعة الحديد من أهمّ الصناعات الإستراتيجية ، وتقوم بدور رئيسي في التنمية الصناعية والاقتصادية ، وهي عماد معظم الصناعات الأخرى .

www.kwedufiles.com

خطّة العمل :

- رحلة إلى مصنع الحديد والصلب .

خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسِّم المعلّم المتعلّمين إلى مجموعات .
- يقوم أفراد المجموعة بزيارة ميدانية إلى أحد مصانع الحديد في الكويت أو البحث على شبكة الإنترنت.
- يتعرّف أفراد المجموعة على خطوط إنتاج المصنع والمخازن التابعة له .
- لنفترض أنّ المصنع ينتج مكعّبات من الحديد تُستخدَم كقاعدة لنُصب تذكارية تختلف أحجامها ، يعتمد المصنع البعد (س + ٣) كطول لحرف المكعّب ، يُحفَر بداخل هذا المكعّب لتثبيت قاعدة النصب التذكاري بحيث تكون الحفرة على شكل مكعّب طول حرفه (س + ١) ، يحسب أفراد المجموعة حجم الحديد المستخدَم .
- إذا أنتج المصنع أبوابًا من الحديد مساحة سطحها ($س^{٢}$ – ١٨ س – ٤٠) وحدة مربعة ، فأوجِد بعدي سطح الباب .

علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكّد من صحّة الحلّ .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطَّط تنظيمي للوحدة الثانية

www.kwedufiles.com

التحليل والمعادلات

- التحليل
  - الفرق بين مكعّبين أو مجموعهما
  - الحدودية الثلاثية
    - على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$
    - المربع الكامل
    - على الصورة $أ س^{٢} + ب س + جـ : أ \neq ١$
  - الحدودية الرباعية
- حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

اِستعِدّ للوحدة الثانية

١ أوجِد العامل المشترَك الأكبر (ع . م . أ) لكلّ ممّا يلي :

أ ١٤ ، ٧

ع . م . أ = ...

ب ٦ س^{٢} ، ٨ س^{٣}

ع . م . أ = ...

٢ حلِّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

أ ٢ س^{٢} – ٨ س

.....

ب ص^{٢} – ٤

.....

٣ أوجِد ناتج كلٍّ ممّا يلي :

أ $\frac{٣}{٢٧}\sqrt{\frac{-٨}{}}$

.....

ب $\sqrt[٣]{٠,٠٦٤}$

.....

www.kwedufiles.com

٤ أوجِد ناتج كلٍّ ممّا يلي :

أ س (س + ٣)

.....

.....

.....

ب ٣ (٢ س^{٢} – ٧ س + ٥)

.....

.....

.....

جـ (٣ س – ١) × (س + ٤)

.....

.....

.....

د (٢ ص – ١) × (٢ ص – ١)

.....

.....

.....

هـ (س + ٥)^{٢}

و (س – ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

٥ أوجِد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية في ح :

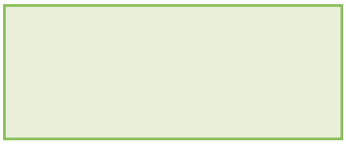
أ ٦ س + ٥ = ٨

ب س^{٢} – ١٦ = ٠

www.kwedufiles.com

٦ أوجِد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س – ٣) سم .

٧ منطقة مستطيلة أبعادها موضَّحة في الشكل المقابل. أوجِد مساحتها .



١-٢ تحليل الفرق بين مكعّبين أو مجموعهما
Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

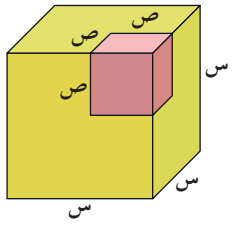
العبارات والمفردات :
- تحليل
Factorising
- الفرق بين مكعّبين
Difference Between Two Cubes
- مجموع مكعّبين
Sum of Two Cubes

سوف تتعلّم : تحليل الفرق بين مكعّبين وتحليل مجموع مكعّبين .

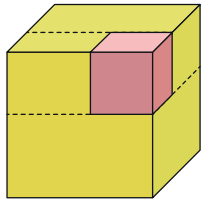
نشاط :

أنتج مصنع للإسفنج قطعة مكعّبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، ومن أحد رؤوسها تمّ قطع مكعّب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول كما في الشكل (أ) .

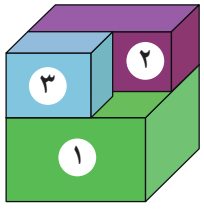
أ)



ب)



جـ)



معلومات مفيدة :

الإسفنج الطبيعي يتمّ استخراجه من حيوان الإسفنج البحري ، ولكن الإسفنج المستخدم في منازلنا هو عبارة عن مادّة صناعية يتمّ تصنيعها من سيلّيلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية ، وكثيرًا ما يُستخدَم الإسفنج في تنظيف الأواني والأسطح المختلفة ، كما يُستخدَم أيضًا في تصنيع بعض قطع الأثاث .

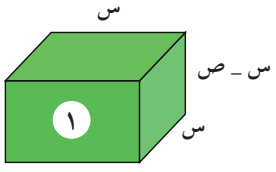
أُحسب كلًّا من : حجم المكعّب الكبير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

حجم المكعّب الصغير = ... × ..... × ..... = ... وحدة مكعّبة

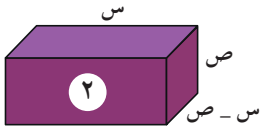
حجم الجزء المتبقّي = س^{٣} – ص^{٣} وحدة مكعّبة

www.kwedufiles.com

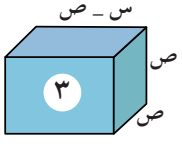
- يمكن التوصّل إلى حجم الجزء المتبقّي من قطعة الإسفنج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسَّمات ① ، ② ، ③ كلّ منها على شكل شبه مكعّب معلومة أبعاده كما يلي :



الحجم = ... × ..... × (س – ص)



الحجم = ... × ..... × (س – ص)



الحجم = ... × ..... × (س – ص)

حجم الجزء المتبقّي = حجم الجزء ① + حجم الجزء ② + حجم الجزء ③

س^{٣} – ص^{٣} = ... (س – ص) + ... (س – ص) + ... (س – ص)

= (س – ص) (س^{٢} + س ..... + ...)

تحقق من ذلك بإجراء عملية الضرب.

مما سبق نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين س^{٣} ، ص^{٣} نتبع القاعدة التالية :

س^{٣} – ص^{٣} = (س – ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢})

يمكن استبدال (ص) بـ (– ص) في القاعدة السابقة لنصل إلى الصورة :

س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص) (س^{٢} – س ص + ص^{٢})

وهو ما يمثل مجموع مكعبين .

مثال :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) س^{٣} – ٢٧

الحل :

س^{٣} – ٢٧

= (س – ٣) (س^{٢} + ٣س + ٩)

ب) ٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}

الحل :

٦٤ أ^{٣} + ب^{٣}

= (٤ أ + ب) (١٦ أ^{٢} – ٤ أ ب + ب^{٢})

تدرّب (١)

www.kwedufiles.com

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) س^{٣} – ٦٤ = (..... – ٤) (..... + ... + ١٦)

ب) ١ – ٨ ص^{٣} = (..... – ٢ ص) (..... + ... + ...)

جـ) ٨ ل^{٣} + ٢٧ م^{٣} = (.....) (.....)

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ٣ ع^{٣} – ٨١ = ٣ (ع^{٣} – .....)

= ٣ (ع – .....) (..... + ٣ ع + ...)

ب) ٢ س^{٤} + ١٦ س = ... (..... + ٨)

= ..... (..... + ٢) (..... – ..... + ...)

جـ) ٥ – ٤٠ م^{٣} = ... (١ – ..... م^{٣})

= ..... (١ – ..... م) (.....)

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $\frac{٢٧}{٦٤}$ + ن^{٦} = (..... + ن^{٢}) (..... − ..... + ن^{٤})

ب) $\frac{١}{١٢٥}$ ا^{٣} − $\frac{٨}{٢٧}$ ب^{٣} = (..... ا − ..... ب) (..... + ... + ... ب^{٢})

جـ) س^{٣} − ٠,١٢٥ = ٠ = (س − .....) (..... + ... س + ٠,٢٥)

ملاحظة :

م^{٦} = (م^{٢})^{٣}

= (م^{٣})^{٢}

فكِّر وناقِش

هل يمكن تحليل (م^{٦} − ن^{٦}) بطريقتين مختلفتين ؟ وضِّح ذلك ؟ وقارن بين ما حصلت عليه .

تدرّب (٤) :

صندوق على شكل شبه مكعّب حجمه (ا^{٣} + ٢٧) متر مكعب وارتفاعه (ا + ٣) متر ، وظِّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكَّرْ أنّ :

حجم شبه المكعب =

مساحة القاعدة × الارتفاع

www.kwedufiles.com

.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

١) حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ا^{٣} + ١ = ...

ب) ب^{٣} − ٨ = ...

جـ) ٨ ل^{٣} + ١٢٥ = ...

د) ١ − ٢٧ هـ^{٣} = ...

هـ) ل^{٣} م^{٦} + ن^{٣} = ...

و) ١٢٥ س^{٣} − ٦٤ ص^{٣} ع^{٣} = ...

٢ حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ ٠,٠٢٧ – ص^{٣} = ...

.....

ب $\frac{٨}{٢٧}$ أ^{٣} + $\frac{١}{٦٤}$ ب^{٣} = ...

.....

جـ ٥٤ ب^{٤} – ٢ ب = ...

.....

د ٨١ ك^{٣} + ٣ هـ^{٣} = ...

.....

www.kwedufiles.com

هـ ٣ س^{٥} – ٢٤ س^{٢} = ...

.....

و ١٦ س^{٤} + ٥٤ س ص^{٣} = ...

.....

٣ مكعّب طول ضلعه (س + ٣) سم ، حُفِر بداخله مكعّب طول ضلعه (س + ١) سم ، فما حجم الجزء المتبقي من المكعّب بعد الحفر .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢-٢ تحليل المربّع الكامل
Factorising Perfect Square

العبارات والمفردات :
مربّع كامل
Perfect Square

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل .

نشاط :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$س^{٢} + ٤ س + ٤$

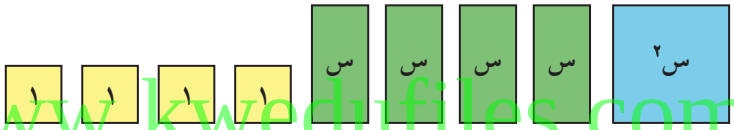
أوّلًا: الطريقة العملية :

اللوازم :

بطاقات الجبر	
$س^{٢}$	$س \times س$
س	$١ \times س$
١	١×١

الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية $س^{٢} + ٤ س + ٤$ ببطاقات الجبر كما يلي :

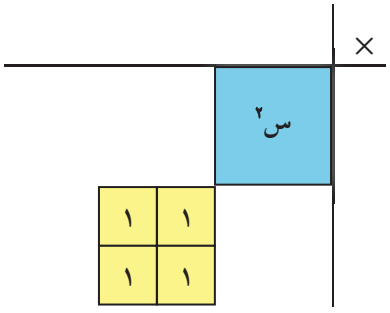


www.kwedufiles.com

الخطوة الثانية :

في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقة $س^{٢}$ ،

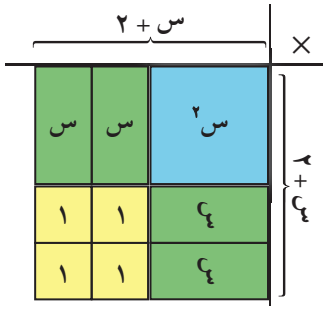
كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة كما في الشكل :



الخطوة الثالثة :

أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب ببطاقات س ،

فنلاحظ أنّ طول ضلع المربّع = س + ٢



∴ مساحة المربّع = (س + ٢) (س + ٢)

$= (س + ٢)^{٢}$

∴ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = (س + ٢) (س + ٢)$

$= (س + ٢)^{٢}$

ثانيًا: الطريقة الجبرية :

درست في ما سبق :

للضرب : $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢}$

= مربّع الحدّ الأوّل + ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني ،

$(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أب + ب^{٢}$

= مربّع الحدّ الأوّل − ٢ × الحدّ الأوّل × الحدّ الثاني + مربّع الحدّ الثاني .

وللتحليل : $أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢} = (أ + ب)^{٢}$

= (الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل + الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث)^{٢}

$أ^{٢} - ٢ أب + ب^{٢} = (أ - ب)^{٢}$

= (الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل − الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث)^{٢}

∴ **لتحليل الحدودية** $س^{٢} + ٤ س + ٤$:

- الجذر التربيعي الموجب للحد الأول = س
- الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث = ٢

∴ $س^{٢} + ٤س + ٤ = (س + ٢)^{٢}$

وهذا المقدار ($س^{٢} + ٤س + ٤$) يسمى مربّعًا كاملًا

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

www.kweduflles.com

مثال (١) :

حدِّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية التالية مربّعًا كاملًا أم لا ؟ ثم حلّل الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .

$س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$

الحل :

- هل $س^{٢}$ مربّع كامل ؟ الإجابة : نعم
- هل ٢٥ مربّع كامل ؟ الإجابة : نعم
- هل الحدّ الأوسط ضعف حاصل ضرب س × ٥

الإجابة : نعم حيث ٢ × س × ٥ = ١٠ س (الحدّ الأوسط)

∴ **الحدودية الثلاثية** $س^{٢} + ١٠ س + ٢٥$ **مربّع كامل**

∴ $س^{٢} + ١٠ س + ٢٥ = (س + ٥)^{٢}$

تدرّب (١) :

أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا :

أ) $س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

ب) $ص^{٢} + ٣ ص + ٩$

جـ) $٩ س^{٢} - ٦ س - ١$

د) $٤ س^{٢} + ٣٦ س + ٩$

www.kwedufiles.com

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $ص^{٢} + ٨ ص + ١٦$

$= (\ldots\ldots + \ldots\ldots)^{٢}$

ب) $١٦ ب^{٢} - ٢٤ ب + ٩$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots)^{٢}$

جـ) $ص^{٢} + ١٦ ص + ٦٤$

د) $١ - ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

الحل :

$٢٠ س^{٢} - ٢٠ س + ٥$

$= ٥ (٤ س^{٢} - ٤ س + ١)$ (بأخذ العامل المشترك)

$= ٥ (٢ س - ١)^{٢}$

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) ٩ س^{٣} – ٦ س^{٢} ص + س ص^{٢}

.....

.....

ب) ٤ ب^{٣} جـ + ٨ ب^{٢} جـ^{٢} + ٤ ب جـ^{٣}

.....

.....

مثال (٣) :

أوجِد قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية التالية مربعًّا كاملًا :

٩ س^{٢} + جـ س ص + ٤٩ ص^{٢}

الحل :

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجَب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

www.kwedufiles.com

الحدّ الأوسط = ± ٢ × ٣ س × ٧ ص

جـ س ص = ± ٤٢ س ص

∴ جـ = ٤٢ أو جـ = –٤٢

تدرّب (٤) :

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة ما يلي :

(١٠١)^{٢} = (١٠٠ + ...)^{٢}

= (١٠٠)^{٢} + ٢ × ١٠٠ × ..... + (.....)^{٢}

= ١٠٠٠٠ + ... + ... = ...

تمـــرَّنْ :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا ؟

أ $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢}$

ب $ع^{٢} - ٤ ع - ٤$

جـ $١ + ١٠ س + ٢٥ س^{٢}$

د $٩ ب^{٢} + ١٢ ب + ١٦$

www.kwedufiles.com

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} - ٢ ص + ١$

ب $١ + ٦ ب + ٩ ب^{٢}$

جـ $س - ٤ س^{٢} + ٤ س^{٣}$

د $س^{٢} + ٢٢ س + ١٢١$

هـ $س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٩ س$

و $١٢ س^{٢} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{٢}$

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كلّ ممّا يلي :

أ $(١٠٣)^{٢}$

ب $(٥٩)^{٢}$

٤ أوجِد قيمة جـ التي تجعل كلًّا من الحدوديات الثلاثية التالية مربعًا كاملًا :

أ $س^{٢} + جـ س + ٨١$

www.kwedufiles.com

ب $٤ س^{٢} - جـ س ص + ٩ ص^{٢}$

٥ يُراد بناء مصنع على قطعة أرض مربّعة الشكل مساحتها :

$(س^{٢} + ٢٠ س + ١٠٠)$ وحدة مربعة . فما طول ضلعها بدلالة س ؟

٢-٣ تحليل الحدودية الثلاثية : س^{٢} + ب س + جـ
Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : س^{٢} + ب س + جـ .

العبارات والمفردات :
حدودية ثلاثية
Trinomial

نشاط :

حلل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

س^{٢} + ٤ س + ٣

أوّلًا : الطريقة العملية :

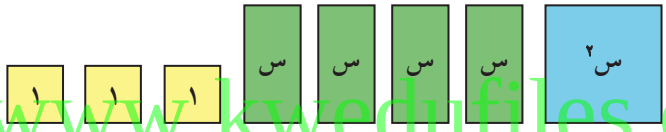
الخطوة الأولى :

مثِّل الحدودية س^{٢} + ٤ س + ٣ ببطاقات الجبر كما يلي :

اللوازم :

بطاقات الجبر

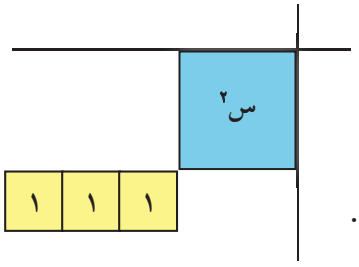
س^{٢}	س × س
س	١ × س
١	١ × ١



www.kwedufiles.com

الخطوة الثانية :

ضَع البطاقة س^{٢} في زاوية رقعة الضرب ، ورتِّب بطاقات ١ . بما أنّ ٣ عدد أوّلي ، فإنّه يمكن ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣ كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

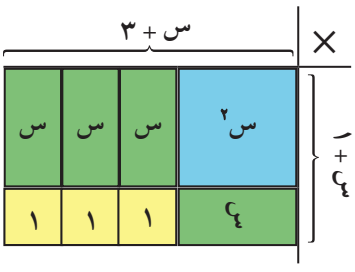
أكمِل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س

فيكون بذلك طول المستطيل (س + ٣)

وعرض المستطيل (س + ١)

∴ مساحة المستطيل = (س + ٣) (س + ١)

∴ س^{٢} + ٤ س + ٣ = (س + ٣) (س + ١)



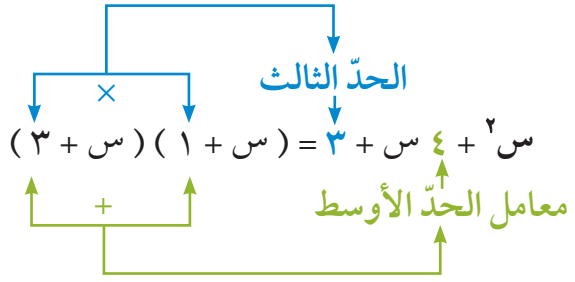
ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية $س^{٢} + ٤ س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملين
نبحث عن عددين يكون :

حاصل ضربهما ٣ الحدّ الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحدّ الأوسط

كما في الشكل التالي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^{٢} + ب س + جـ$ إلى عواملها ،
إبحث عن عددين م ، ن حيث ب = م + ن ، جـ = م ن
فيكون $س^{٢} + ب س + جـ = (س + م) (س + ن)$

www.kwedufiles.com

مثال (١) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $س^{٢} + ٦ س + ٥$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٥ وناتج جمعهما ٦

الحل :

$س^{٢} + ٦ س + ٥ = (س + ٥) (س + ١)$

تدرّب (١) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ $ص^{٢} + ٨ ص + ٧$

= (..... + ...) (..... + ...)

ب $س^{٢} - ٩ س + ١٨$

= (..... – .....) (..... – .....)

مثال (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا : $أ^{٢} + أ - ٢$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما (-٢) وناتج جمعهما (+١)

الحل :

$أ^{٢} + أ - ٢ = (أ + ٢) (أ - ١)$

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $س^{٢} + ٢ س - ٣$

= (.....) (.....)

ب) $س^{٢} - ٥ س ص - ١٤ ص^{٢}$

= (.....) (.....)

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ) $٥ ص^{٢} + ١٥ ص - ٢٠$

= ٥ (..... + ... – .....)

= ٥ (..... – .....) (..... + ...)

ب) $- س^{٢} + ٧ س - ١٢$

= – (.....)

= .....

فكّر وناقِش

أعطِ ثلاث قيم مختلفة لـ جـ في الحدودية :

$س^{٢} + ٣ س -$ جـ بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين .

www.kwedufiles.com

تدرّب (٤) :

حلِّل الحدوديات الثلاثية التالية تحليلًا تامًّا :

أ) $ص^{٢} - ٦ ص - ٧$

.....

.....

ب) $س^{٣} + ١٢ س^{٢} + ٣٢ س$

.....

.....

جـ) $س^{٢} - ٢٠ س + ١٠٠$

.....

.....

د) $س^{٢} + ٧ س ف - ١٨ ف^{٢}$

.....

.....

فكّر وناقِش

تقول منار : إنّ تحليل الحدودية $س^{٢} + ٤ س - ٢١$ هو (س – ٣) (س + ٧)

بينما تقول سلمى : إنّ تحليلها هو (س + ٣) (س – ٧) .

أيهّما على صواب ؟ فسّر إجابتك .

تمـــرَّنْ :

١ أكمِل بوضع (+) أو (–) في كلّ ممّا يلي :

أ $س^{٢}$ + ٥ س + ٦ = (س ..... ٢) (س ..... ٣)

ب $س^{٢}$ – س – ١٢ = (س ..... ٣) (س ..... ٤)

---

٢ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢}$ + ٣ س + ٢

.....

ب $س^{٢}$ – ٧ س + ١٠

.....

جـ $ص^{٢}$ + ص – ٢٠

.....

د $س^{٢}$ – ٥ س – ٦

.....

هـ $س^{٢}$ – س – ٥٦

.....

و $س^{٢}$ + ٧ س – ٤٤

.....

www.kwedufiles.com

ز $ب^{٢}$ – ١٠ ب ك + ١٦ $ك^{٢}$

.....

ح $م^{٢}$ + ١٥ م ن + ٥٤ $ن^{٢}$

.....

ط $ص^{٤}$ – ١٧ $ص^{٣}$ + ٣٠ $ص^{٢}$

.....

.....

ي – ٢ $س^{٢}$ + ٢ س + ٤

.....

.....

---

٣ ينتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ، إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة سطحها الأمامي يساوي ($س^{٢}$ + ٩ س + ٢٠) وحدة مربعة . أوجِد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

.....

.....

.....

٢-٤ تحليل الحدودية الثلاثية : أ س^{٢} + ب س + جـ
Factorising Trinomials : a x^2 + bx + c

سوف تتعلّم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : أ س^{٢} + ب س + جـ ، حيث أ ≠ ١ .

نشاط :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

٢ س^{٢} + ٥ س + ٣

اللوازم :

بطاقات الجبر	
س^{٢}	س × س
س	١ × س
١	١ × ١

أوّلًا : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :

www.kwedufiles.com

الخطوة الثانية :

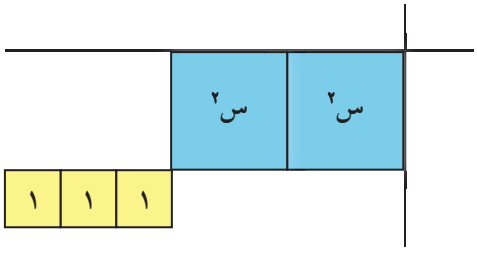
في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقات س^{٢} ،

كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة

بما أن ٣ عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ١ × ٣

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

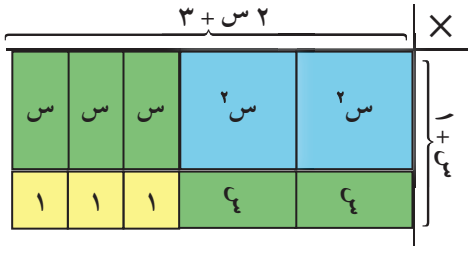
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات س ،

فنلاحظ أنّ : طول المستطيل = ٢ س + ٣

وعرض المستطيل = س + ١

∴ مساحة المستطيل = (٢ س + ٣) (س + ١)

∴ ٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)



ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية $٢ س^{٢} + ٥ س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملين نتبع ما يلي :

الحدّ الأوّل : $٢ س^{٢}$

الحدّ الأوسط : $٥ س$ (موجب)

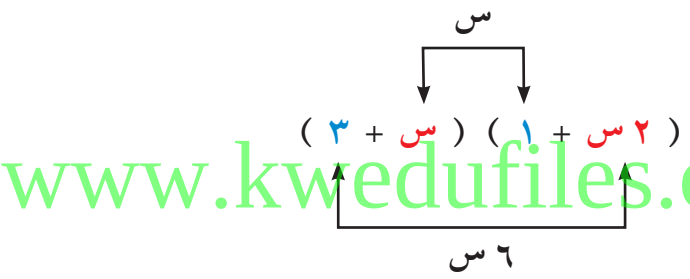
الحدّ الثالث : ٣ (موجب)

بما أنّ الحدّ الثالث موجَب والحدّ الأوسط موجَب ، نستبعد العوامل السالبة .

∴ عوامل الحدّ الأوّل $٢ س^{٢}$ هي $٢ س$ ، $س$

عوامل الحدّ الثالث ٣ هي ١ ، ٣

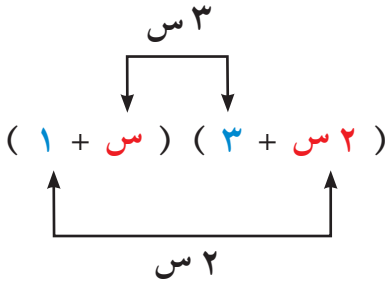
المحاولة الأولى :



www.kwedufiles.com

$س + ٦ س = ٧ س \neq$ الحدّ الأوسط

المحاولة الثانية : (تبديل أماكن عوامل الحدّ الثالث)



$٣ س + ٢ س = ٥ س =$ الحدّ الأوسط

∴ $٢ س^{٢} + ٥ س + ٣ = (٢ س + ٣) (س + ١)$

مثال :

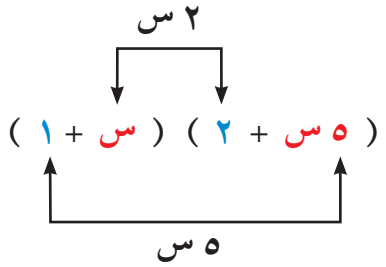
حلِّل تحليلًا تامًّا : ٥ س^{٢} + ٧ س + ٢

الحل :

الحدّ الأوّل : ٥ س^{٢} عوامل الحد الأول هي ٥ س ، س

الحدّ الأوسط : ٧ س (موجب)

الحدّ الثالث : ٢ (موجب) عوامل الحد الثالث هي ٢ ، ١



٢ س + ٥ س = ٧ س = الحدّ الأوسط

∴ ٥ س^{٢} + ٧ س + ٢ = (٥ س + ٢) (س + ١)

www.kwedufiles.com

تدرّب (١) :

بعد إجراء التحليل تحقق من صحته .

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا ممّا يلي :

أ ٥ س^{٢} + ٨ س + ٣ = (..... + ...) (..... + ...)

ب ٤ س^{٢} – ٤ س – ٣ = (..... + ...) (..... – .....)

جـ ٣ س^{٢} + ٧ س – ٦ = (..... – .....) (..... + ...)

د ٦ س^{٢} – ١٩ س ص + ١٠ ص^{٢} = (.....) (.....)

فكّر وناقِش

أوجِد قيمتين للمعامل ك تسمحان بتحليل الحدودية :

٤ س^{٢} + ك س + ١٠

تدرّب (٢) :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

أ) ٢ هـ^{٢} + ٣ هـ − ٥ = ...

ب) ٧ ك^{٢} − ١١ ل ك − ٦ ل^{٢} = ...

جـ) ٤٢ ص^{٢} + ٣٢ ص + ٦ = ٢ (.....)

= ٢ (.....) (.....)

د) ١٣ ع^{٣} + ٥ ع^{٢} − ٨ ع = ...

= .....

تمـــرَّنْ :

حلِّل تحليلًا تامًّا كلًّا مما يلي :

١) ٢ ن^{٢} + ١٥ ن + ٧

.....

.....

٢) ١١ ل^{٢} − ١٢ ل + ١

.....

.....

www.kwedufiles.com

٣) ٢ ك^{٢} − ١١ ك − ٢١

.....

.....

٤) ٨ ص^{٢} + ١٠ ص ل − ٣ ل^{٢}

.....

.....

٥) ٢٥ س^{٢} + ١٠ س − ١٥

.....

.....

٦) ٤ س^{٢} − س ص − ٥ ص^{٢}

.....

.....

٧) ٢١ ف^{٣} − ٧٠ ف^{٢} + ٤٩ ف

.....

.....

٨) ٤ هـ^{٣} + ١٢ هـ^{٢} + ٩ هـ

.....

.....

٢-٥ تحليل الحدودية الرباعية
Factorising Quartic Polynomial

العبارات والمفردات :
حدودية رباعية
Quatric Polynomial

سوف تتعلّم : تحليل الحدودية الرباعية .

نشاط :

أوجد ناتج :

(أ + ب) (س + ص) = ...

= .....

تُسمّى الحدودية الناتجة حدودية رباعية .

قامت كلّ من سارة وشهد بتحليل الحدودية بطريقتين مختلفتين :

طريقة سارة	طريقة شهد
أ س + أ ص + ب س + ب ص	أ س + أ ص + ب س + ب ص
= (أ س + أ ص) + (ب س + ب ص)	= (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص)
= أ (س + ص) + ب (س + ص)	= س (أ + ب) + ص (أ + ب)
= (س + ص) (أ + ب)	= (أ + ب) (س + ص)

في كلتا الطريقتين حصلنا على الناتج نفسه .

www.kwedufiles.com

مثال (١) :

حلِّل الحدودية التالية تحليلًا تامًّا :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

الحل :

هـ جـ + هـ د + ب جـ + ب د

= (هـ جـ + هـ د) + (ب جـ + ب د) (جزىء)

= هـ (جـ + د) + ب (جـ + د) (بأخذ العامل المشترَك)

= (جـ + د) (هـ + ب) (بأخذ العامل المشترَك)

تدرّب (١) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} هـ - س^{٢} د + ص^{٢} هـ - ص^{٢} د$

$= (س^{٢} هـ - س^{٢} د) + (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$= س^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots) + ص^{٢} (\ldots\ldots - \ldots\ldots)$

$= (\ldots\ldots - \ldots\ldots) (س^{٢} + ص^{٢})$

ب $٢ س + جـ س + ٢ جـ + جـ^{٢}$

.....

.....

.....

مثال (٢) :

www.kwedufiles.com

حلِّل تحليلًا تامًّا :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢ س + ٦$

الحل :

$س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢ س + ٦ = (س^{٣} - ٣ س^{٢}) + (- ٢ س + ٦)$

$= س^{٢} (س - ٣) - ٢ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^{٢} - ٢)$

تذكَّرْ أنّ :

(س - ص)

= - (ص - س)

تدرّب (٢) :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} - ٣ س - س ص + ٣ ص$

.....

.....

.....

ب ٢٠ س^{٢} ص + ١٠ ب س^{٢} – ٤ أ ص – ٢ أ ب

= ٢ (.....)

.....

.....

.....

تذكَّرْ أنّ :

أ^{٢} – ب^{٢} =

(أ – ب) (أ + ب)

مثال (٣) :

حلِّل تحليلًا تامًّا :

س^{٣} – ٢ س^{٢} – س + ٢

الحل :

س^{٣} – ٢ س^{٢} – س + ٢ = (س^{٣} – ٢ س^{٢}) + (– س + ٢)

= س^{٢} (س – ٢) – (س – ٢)

= (س – ٢) (س^{٢} – ١)

= (س – ٢) (س – ١) (س + ١)

www.kwedufiles.com

تدرّب (٣) :

حلِّل كلًّا مما يلي تحليلًا تامًّا :

أ س^{٣} – ٣ س^{٢} – ٤ س + ١٢

.....

.....

.....

.....

ب ص^{٣} + ٤ ص^{٢} – ٩ ص – ٣٦

.....

.....

.....

.....

تمـــرَّنْ :

حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

١ س ل – م س + ل ص – م ص

٢ ٢ أ س + ٢ س ب + أ ص + ب ص

٣ ٤ $س^{٢}$ + ٢ أ س + ٨ ب س + ٤ أ ب

www.kwedufiles.com

٤ ٦ $س^{٢}$ – ٨ س ص – ٣ س ب + ٤ ب ص

٥ $س^{٣}$ – ٢ $س^{٢}$ – ٩ س + ١٨

٦ $س^{٣}$ + ٢ $س^{٢}$ – ٢٥ س – ٥٠

٦-٢ حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد
Solving Second Degree Equation in One Variable

سوف تتعلّم : حلّ المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على الصورة العامة :

$أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$.

العبارات والمفردات :

معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد
Second Degree Equation with One Variable

حلّ معادلة
Solving an Equation

نشاط :

صُمِّم مصنع لموادّ البناء مرفق له مخزنان ، أحدهما أرضيته مربّعة الشكل والآخر أرضيته مستطيلة الشكل .

١ أُكتب مساحة أرضية المخزن (١) بدلالة س : .....

٢ أُكتب مساحة أرضية المخزن (٢) بدلالة س : .....

٣ أوجِد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين يساوي ١٢٠٠ وحدة مربعة ؟

لإيجاد قيم س :

- نكتب المعادلة : ..... + ... = ١٢٠٠
- نضع المعادلة في صورة $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

  ..... + ... − ..... = ٠
- نحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :

  (..... + ...) (..... − .....) = ٠
- نوجد قيم س .....

ملاحظة :

المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكَّرْ أنّ :

حلّ المعادلة يعني إيجاد قيم المتغيّر التي تحقّق المعادلة .

www.kwedufiles.com

خاصّية الضرب الصفري

لكلّ أ ، ب عددان حقيقيان ، إذا كان أ × ب = ٠ فإنّ أ = ٠ أو ب = ٠

مثال :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : (س + ٥) (س − ٦) = ٠ ، حيث س ∈ ح

ثمّ تحقَّقْ من صحّة الحلّ .

الحل :

(س + ٥) (س − ٦) = ٠

س + ٥ = ٠ أو س − ٦ = ٠ (إستخدِم خاصّية الضرب الصفري)

س = − ٥ أو س = ٦

∴ مجموعة الحل = { − ٥ ، ٦ }

تحقَّقْ :

عوِّض عن س بالعدد – ٥

$(-٥ + ٥)(-٥ - ٦) \stackrel{؟}{=} ٠$

$٠ \times -١١ \stackrel{؟}{=} ٠$

$٠ = ٠$ ✓

عوِّض عن س بالعدد ٦

$(٦ + ٥)(٦ - ٦) \stackrel{؟}{=} ٠$

$١١ \times ٠ \stackrel{؟}{=} ٠$

$٠ = ٠$ ✓

عند حل المعادلة التربيعية سنعتبر قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يذكر غير ذلك.

تدرّب (١) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ $ص^{٢} - ٥ ص = ٠$

ص (..... – .....) = ٠

..... = ٠ أو ..... = ٠

....

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

ب $س^{٢} = ٩$

$س^{٢} -$ ..... = ...

(..... – .....) (..... + ...) = ٠

..... أو .....

....

∴ مجموعة الحلّ = { ..... ، ..... }

تذكَّرْ أنّ :

لحلّ معادلة تربيعية :

(١) ضَع المعادلة في الصورة العامة .

(٢) حلِّل .

(٣) استخدِم خاصّية الضرب الصفري .

www.kwedufiles.com

تدرّب (٢) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ $ص^{٢} - ٦ ص + ٥ = ٠$

ب $س^{٢} = ٢ س + ٣٥$

تدرّب (٣) :

أوجِد مجموعة حلّ المعادلة : ٦ ص^{٢} + ٩ ص = ٢ + ص^{٢}

٦ ص^{٢} + ٩ ص − ..... − ..... = ٠

..... + ٩ ص − ..... = ٠

(.....) (.....) = ٠

تدرّب (٤) :

أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

أ) ع (ع − ٦) = ٧

ب) (س + ٢)^{٢} = ١٤٤

www.kwedufiles.com

تذكَّرْ أنّ :

بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :

ضعفه هو ٢ س

مربّعه هو س^{٢}

ثلاثة أمثاله هو ٣ س

تدرّب (٥) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

فكِّر وناقِش

ما مجموعة حل المعادلة $س^{٢} + ١ = ٠$ ؟

تمـــرَّنْ :

١ أوجِد مجموعة حل كلّ من المعادلات التالية :

أ $(س - ٣) (٢ س + ١) = ٠$

ب $ص^{٢} - ٣٦ = ٠$

جـ $ص^{٢} - ١٠ ص - ١١ = ٠$

د $ن^{٢} - ٦ ن + ٩ = ٠$

www.kwedufiles.com

هـ $ك^{٢} + ٧ ك + ١٢ = ٠$

و $ل^{٢} = ٧ ل$

ز $٣ ن^{٢} + ن - ١٠ = ٠$

ح $٧ س^{٢} - ١٢ س - ٨ = ٥ س^{٢} - ٦ س$

ط) $٢ ص^{٢} = ١٥ ص - ١٨$

ي) $س (س + ١) = ٢$

ك) $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

ل) $٩ م^{٢} = ١٢ م - ٤$

www.kwedufiles.com

٢) ينتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعّب أبعاده :
٤ سم ، (س + ٢) سم ، (س + ٢) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^{٣} .
أوجِد قيمة س .

٣ مخزن أحد المصانع أرضيته مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها ، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^{٢} . أوجِد بعدي أرضية المخزن .

٤ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربّعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤ ؟

www.kwedufiles.com

٢-٧ مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

أوّلًا : التمارين المقالية

١ حلِّل كلًّا ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ $س^{٢} + ١٦ س + ٦٤$

ب $٦٤ + س^{٣}$

جـ $٣٢ س^{٣} - ٤$

د $م^{٦} - \frac{٢٧}{١٢٥} ل^{٣}$

هـ $س^{٢} + ٨ س + ٧$

و $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

ز $٢ س^{٢} - ١٤ س + ٢٤$

ح $ص^{٤} + ١١ ص^{٣} + ٢٨ ص^{٢}$

ط $ب^{٢} - ٩ ب ك - ١٠ ك^{٢}$

ي $٢ س^{٢} - ٧ س + ٦$

ك $٦ س^{٢} + ٢١ س - ١٢$

ل $١٢ ل^{٢} + ١١ ل م - ١٥ م^{٢}$

www.kwedufiles.com

م $٤ س^{٢} + ٤ س + ١$

ن $٩ س^{٢} ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص$

س $س^{٣} + ٢ س^{٢} - س - ٢$

ص $س ص^{٢} + ٢ س^{٢} - ٣ ص^{٣} - ٦ س ص$

٢ أوجِد مجموعة حل كلٍّ من المعادلات التالية :

www.kwedufiles.com

أ $س^{٢} - ٦ س = ٠$

ب $ص^{٢} - ٨١ = ١٤$

جـ $س^{٢} - ٤ س = ٢١$

د $٩ ن^{٢} + ١٢ ن + ٤ = ٠$

هـ $(س - ٢)^{٢} - ٣٦ = ٠$

و $٩ س^{٢} - ٥ س = ٦ س^{٢} - ٣ س + ٥$

ز $س (س + ٢) = ٣$

ح $(٣ س - ٢)^{٢} - س^{٢} = ٠$

www.kwedufiles.com

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة : $(٦١)^{٢}$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلِّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $س^{٣} - \frac{١}{٨} = (س - \frac{١}{٢})(س^{٢} + \frac{١}{٢} س + \frac{١}{٤})$	(أ)	(ب)
٢ إذا كانت س – ص = ٥ ، س + ص = ١١ ، فإن $س^{٢} - ص^{٢} = ٥٥$	(أ)	(ب)
٣ $س^{٢} + س + ١ = (س + ١)^{٢}$	(أ)	(ب)
٤ مجموعة حلّ المعادلة $س^{٢} + ٣ س = ٠$ ، س ∈ ح هي {٠ ، ٣}	(أ)	(ب)
٥ $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}$	(أ)	(ب)
٦ إذا كان ٤ $ص^{٢}$ + جـ ص + ٩ مربّعًا كاملًا ، فإنّ إحدى قيم جـ هي ١٢	(أ)	(ب)

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الدائرة الدالّة على الإجابة الصحيحة .

www.kwedufiles.com

٧ إذا كانت $أ^{٢} = ١٠$ ، $ب^{٢} = ٢$ فإنّ $(أ + ب)(أ - ب) =$

(أ) –٨ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٠

---

٨ $س(س - ٣) - ٣ س + ٩ =$

(أ) $(س - ٣)(س + ٣)$ (ب) $(س - ٣)^{٢}$

(جـ) $(س - ٣)(س + ١)$ (د) $(س + ٣)^{٢}$

---

٩ إذا كان ل + م = ٣ ، $ل^{٣} + م^{٣} = ٥١$ ، فإنّ $ل^{٢} - ل م + م^{٢} =$

(أ) ١٧ (ب) ٤٨ (جـ) ٥٤ (د) ١٥٣

---

١٠ $(س - ٣)^{٢} - ١٦ =$

(أ) $(س - ٥)(س + ١١)$ (ب) $(س + ٥)(س - ١١)$

(جـ) $(س - ١)(س + ٧)$ (د) $(س + ١)(س - ٧)$

١١ إذا كان ٢ س^{٢} + م س – ٧ = (٢ س – ١) (س + ٧) ، فإنّ م =

(أ) –١٣ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ١٥

---

١٢ مجموعة حلّ المعادلة س (س – ٢) = ١٥ في ح هي :

(أ) { ٣ ، –٥ } (ب) { ٣ ، ٥ }

(جـ) { ٠ ، ٢ } (د) { –٣ ، ٥ }

---

١٣ ص^{٤} + ٠,٠٢٧ ص =

(أ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} + ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(ب) ص (ص – ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٣ ص – ٠,٠٩)

(جـ) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٣ ص + ٠,٠٩)

(د) ص (ص + ٠,٣) (ص^{٢} – ٠,٦ ص + ٠,٠٩)

www.kwedufiles.com

---

١٤ قيمة جـ التي تجعل الحدودية الثلاثية س^{٢} – ٦ س + جـ مربعًا كاملًا هي :

(أ) –٩ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٣٦

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (١)		القائمة (٢)
١٥ ٦ س^{٢} – ١١ س + ٤ =	◯	(أ) (٣ س – ١) (س + ٢)
١٦ ٦ س^{٢} – ٥ س – ٤ =	◯	(ب) ٣ (٣ س – ٢) (س + ١)
١٧ ٩ س^{٢} + ٣ س – ٦ =	◯	(جـ) (٢ س – ١) (٣ س – ٤)
١٨ س (٣ س + ٥) – ٢ =	◯	(د) (٢ س + ١) (٣ س – ٤)
		(هـ) (٢ س – ١) (٣ س + ٤)