

كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي كويتي 100 % ، للدخول إلى المجموعة أو القناة ما عليك سوى الضغط على اسمها

[تطبيق المناهج الكويتية](#)

[القناة الرسمية على تلغرام](#)

[الصفحة الرسمية على الفيسبوك](#)

[قناة روابط تعليمية شاملة لجميع الصفوف](#)

مجموعات التلغرام	قنوات التلغرام	صفحات الفيسبوك	مجموعات الفيسبوك
الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول
الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني
الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث
الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع
الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس
الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس
الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع
الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن
الصف التاسع	الصف التاسع	الصف التاسع	الصف التاسع
الصف العاشر	الصف العاشر	الصف العاشر	الصف العاشر
صف 11 أدبي	صف 11 أدبي	صف 11 أدبي	الصف 11 أدبي
صف 11 علمي	صف 11 علمي	صف 11 علمي	الصف 11 علمي
صف 12 أدبي	صف 12 أدبي	صف 12 أدبي	الصف 12 أدبي
صف 12 علمي	صف 12 علمي	صف 12 علمي	الصف 12 علمي

[حساب تويتر](#)

[حساب الانستغرام](#)

[روابط واتساب](#)

[مدرسون في الكويت](#)

تكلم مع البوت التعليمي الأول من نوعه والذي يسمح للطلبة باختيار الصف والفصل والمادة ويرد له البوت الملفات المناسبة

الأعداد الحقيقية والعمليات عليها

Real Numbers & Operations
on Real Numbers

الوحدة الأولى

العلوم في حياتنا

Science in our lives

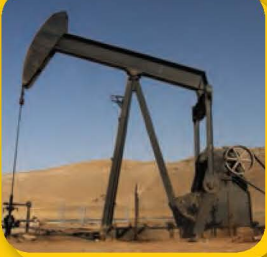


www.KiweduFiles.Com

الوحدة الأولى

تهدم دولة الكويت بتطور العلوم والثقافة لزيادة الوعي لدى مواطنيها ، ومن مظاهر هذا الاهتمام إنشاء المراكز العلمية والثقافية ، ومنها مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي ، وهو أحد أكبر معالم التطور الثقافي من نوعه حول العالم والذي تم افتتاحه في مايو ٢٠١٧ م . يضم المركز عدة متاحف ومنشآت ، منها : متحف التاريخ الطبيعي ومتحف العلوم والتكنولوجيا ومركز الفنون الجميلة ومتحف العلوم العربية الإسلامية ومتحف الفضاء ومسرح .

مشروع الوحدة : (الذهب الأسود)



مَنَّ الله على دولة الكويت بنعم كثيرة ومنها نعمة النفط (البترول) والذي يُسمَّى بالذهب الأسود . تقول إحدى النظريات الخاصة بأصل النفط إنه قد تكوّن من النباتات الميتة ، ومن أجسام مخلوقات دقيقة لا حصر لها . وأنّ هذه البقايا ذات الأصل الحيواني أو النباتي قد ترسّبت في قيعان البحار القديمة ، وترسّبت فوقها المزيد من الصخور ، وبفعل الوزن تولّد الضغط والحرارة الهائلان ، فضلاً عن النشاط الإشعاعي والتمثيل الكيميائي والبكتيري ، فتحوّلت المادّة العضوية في النهاية إلى المادّة التي تُعرّف باسم النفط ، والتي تُستخدم في إنتاج الطاقة ، وبلدنا الكويت من أغنى دول العالم بهذه الثروة ، فنحمد الله على نعمه الكثيرة .

الترتيب	الدولة	كمّية الإنتاج (برميل باليوم الواحد)	الصورة العلمية لكمّية الإنتاج
١	المملكة العربية السعودية	١٠٢٥٠٠٠٠	
٢	روسيا	١٠٠٥٠٠٠٠	
٣	الولايات المتّحدة الأمريكية	٨٧٤٤٠٠٠	
٤	العراق	٤١٣٦٠٠٠	
٥	الصين	٣٦٣٨٠٠٠	
٦	الكويت	٣٢٢٠٠٠٠	
٧	كندا	٣١٩٣٠٠٠	
٨	إيران	٣١٨٨٠٠٠	
٩	الإمارات العربية المتّحدة	٣٨٢٠٠٠٠	
١٠	البرازيل	٢٤٢٤٠٠٠	

خطّة العمل :

- يبيّن الجدول التالي ترتيب أكبر الدول المنتجة للنفط في العام ٢٠١٦م :

خطوات تنفيذ المشروع :

- يُقسّم المعلّم المتعلّمين إلى مجموعات .
- تقوم كلّ مجموعة بالخطوات التالية :
 - تسجّل كلّ مجموعة كمّية الإنتاج في الجدول بالصورة العلمية .
 - إيجاد الفرق بين كمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد لكلّ من المملكة العربية السعودية والإمارات العربية المتّحدة بالصورة العلمية .
 - إيجاد إجمالي كمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد للدول العربية الموجودة في الجدول أعلاه بالصورة العلمية .
 - المقارنة بين إنتاج النفط في اليوم الواحد لدولتي الكويت والإمارات معاً وكمّية إنتاج النفط في اليوم الواحد للولايات المتّحدة الأمريكية .

علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكد من صحّة العمل .

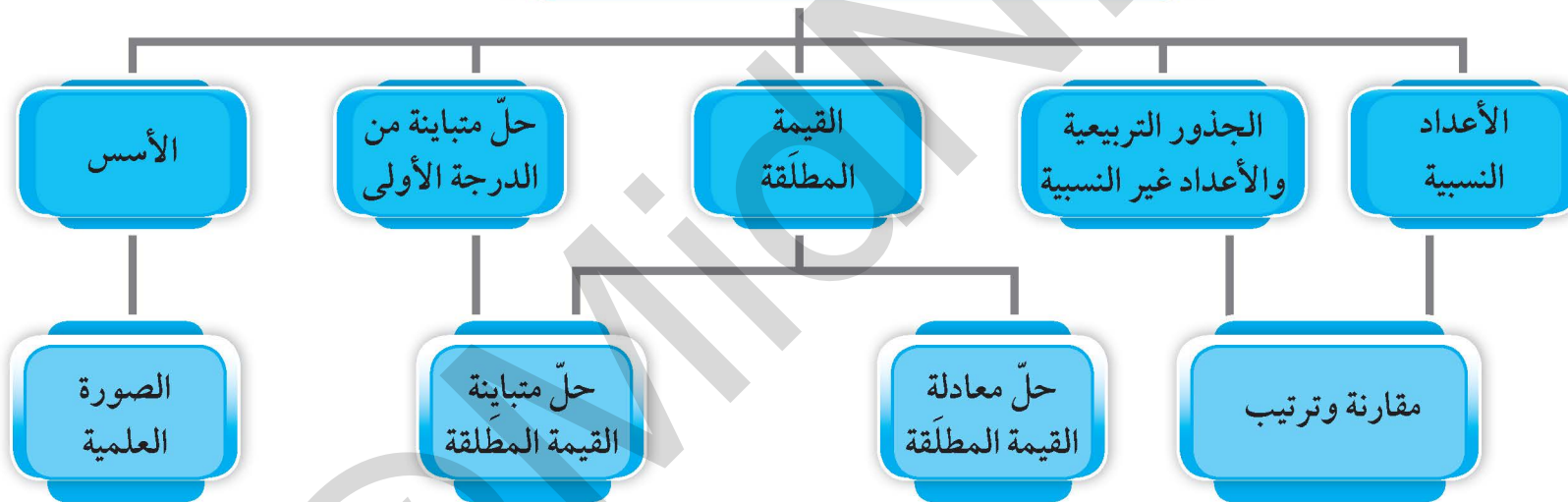
عرض العمل :

- تعرض كلّ مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطّط تنظيمي للوحدة الأولى

WWW.KweduFiles.Com

الأعداد الحقيقية والعمليات عليها



استعدّ للوحدة الأولى



١ أوجد ناتج ما يلي :

$5 - \dots = \sqrt{25}$ ب	$2 - \dots = \sqrt{4}$ ا
$4 - \dots = \sqrt{64}$ د	$3 - \dots = \sqrt{27}$ ج
$25 - \dots = (-5)^2$ و	$26 - \dots = 26$ هـ
$25 - \dots = 25$ ح	$2 - \dots = 2$ ز

٢ أكمل الجدول التالي :

٣,٥	٠,٣٧٥	٥,٩	٠,٤٥	الصورة العشرية
$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{59}{11} = \frac{59}{11}$	$\frac{9}{20}$	الصورة الكسرية

٣ ضع الرمز > أو < أو = فيما يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

$\frac{3}{5} \text{ (=) } 0,6$ | $0,7 \text{ (>) } \frac{2}{5}$ | $3,9 \text{ (<) } 3,95$

٤ أوجد ناتج كل مما يلي :

$2 - \dots = 15 + (18 -)$ ج	$0 - \dots = (6 -) + 11$ ب	$13 - \dots = (4 -) + (9 -)$ ا
$4 - \dots = 9 \div (36 -)$ و	$56 - \dots = 7 \times (8 -)$ د	$3 - \dots = (5 -) \times (6 -)$ د

٥ أوجد ناتج ما يلي ثم ضعه في أبسط صورة :

$4 \frac{2}{5} - 7 \frac{2}{3}$ **ب** | $3 \frac{5}{6} + 5 \frac{1}{4}$ **ا**

$3 \frac{4}{10}$

$9 \frac{1}{12}$

$2 \frac{1}{3} \div 1 \frac{5}{9}$ **د** | $2 \frac{5}{8} \times \frac{4}{5}$ **ج**

$\frac{3}{4}$

$1 \frac{1}{2}$



٦ أوجد ناتج ما يلي :

ب $(5 - 8) \div 10$

٥

أ $8 \times 3 + 9$

٣٣

د $10 - \sqrt{49} \times 8$

٤٦

ج $(2 + 7) \div 26$

٤

٧ بسط كل من التعبيرات التالية :

ب $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{8}{15}$

أ $س^4 \times س^0$

$س^4$

د $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$

$\frac{8}{15}$

ج $س^4$

$\frac{1}{س^4}$

و $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

$\frac{16}{81}$

هـ $(س^2 ع^4)^3$

$س^6 ع^{12}$

٩ حلّ المعادلة التالية :

$٧ = ١ + ٢س$

$٣ = س$

٨ أوجد قيمة : $٣ - س = ٥$

إذا كانت $س = ٢$

$٧ = ٣ - ٥س$

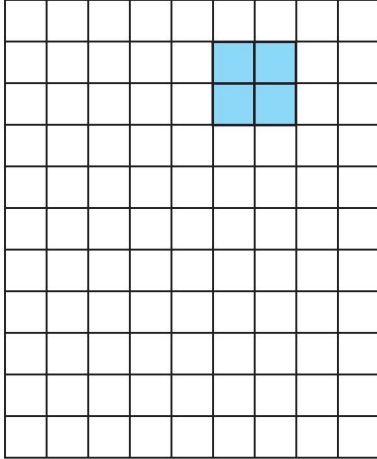
الجذور التربيعية والأعداد غير النسبية

Square Roots and Irrational Numbers

١-١



سوف تتعلم : الأعداد غير النسبية .



نشاط :

أرادت شركة للإنشاءات اختيار قطعة أرض مربعة الشكل لإنشاء معمل للأبحاث العلمية (مخطط قطعة الأرض موضحاً على الشبكة المقابلة) ، فإذا كانت مساحة قطعة الأرض المتاحة ٤ كم^٢ . فاحسب طول ضلعها ؟

١ لنفرض أن مساحة قطعة الأرض ٩ كم^٢ . فما طول ضلعها ؟

استعن بالشبكة المقابلة لرسم مخطط قطعة الأرض الجديدة

٢ لنفرض أن مساحة قطعة الأرض ٥ كم^٢ . فما طول ضلعها ؟

هل يمكنك تمثيل مخطط قطعة الأرض على الشبكة ؟

الجذور التربيعية

تعلم أن $9 = 3^2$ ، $9 = (-3)^2$ ،

وأنه يوجد جذران تربيعيان للعدد ٩ هما :

$3 = \sqrt{9}$ + (الجذر التربيعي الموجب) ،

$-3 = -\sqrt{9}$ (الجذر التربيعي السالب)

ويعرف الجذر التربيعي الموجب **بالجذر التربيعي الأساسي** .

العبارات والمفردات :

جذر تربيعي

Square Roots

جذر تربيعي أساسي

Principal

Square Root

عدد غير نسبي

Irrational

Number

تذكر أن :

الجذر التربيعي للعدد

النسبي الموجب س :

هو العدد الذي إذا

ضرب في نفسه كان

النتج س .

تذكّر أن :

الأعداد النسبية هي
الأعداد التي يمكن
كتابتها على صورة $\frac{p}{q}$
حيث p, q عددان
صحيحان ، $q \neq 0$

تذكّر أن :

$$\frac{0}{q} = 0, \frac{p}{p} = 1$$

من خواص الجذور التربيعية

إذا كان a, b عددين نسبيين موجبين فإن :

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$a = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$$

بالعودة إلى النشاط السابق :

$\sqrt{5}$ لا ينتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية \mathbb{Q} ولذلك فهو ينتمي إلى مجموعة أخرى
جديدة تسمى مجموعة **الأعداد غير النسبية** \mathbb{R} .

الأعداد غير النسبية هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على الصورة $\frac{p}{q}$ حيث p, q عددان صحيحان ، $q \neq 0$

وفي ما يلي بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية :

$$\sqrt{5}, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt[3]{2}, \pi, e, \dots$$

• الأعداد العشرية التي أرقامها العشرية لا تنتهي ولا تتكرر مثل $\pi = 3,14159\dots$

• كسور عشرية ذات نمط في كتابتها مثل $0,0202202220222\dots$

اللوازم :

آلة حاسبة

تدرّب (١) :

قدّر $\sqrt{14}$:

نبحث عن عددين مربعين كاملين متتاليين يقع بينهما العدد ١٤ وهما ،

$$\dots > 14 > \dots$$

$$\dots \sqrt{\quad} > \sqrt{14} > \dots \sqrt{\quad}$$

$$\dots > \sqrt{14} > \dots$$

بالتالي فإن $\sqrt{14}$ يقع بين ،

١٤ أقرب إلى العدد

$$\dots \approx \sqrt{14}$$

(تحقق من إجابتك باستخدام الآلة الحاسبة)

تدرّب (٢) :

أوجد ناتج كل مما يلي موظفًا خواص الجذور التربيعية :

أ = $5\sqrt{v} \times 5\sqrt{v}$

ب = \times = $\sqrt{v} \times$ $\sqrt{v} = \sqrt{49 \times 9} \sqrt{v}$

ج = $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}}$

د = $\sqrt{v} =$ \times $\sqrt{v} = \sqrt{8} \sqrt{v} \times \sqrt{3} \sqrt{v}$

ه = $\sqrt{v} =$ $\sqrt{v} = \frac{\sqrt{24} \sqrt{v}}{\sqrt{6} \sqrt{v}}$

و = $-$ = $\frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} -$ $\sqrt{v} -$ $\sqrt{v} = \sqrt{0,11} \sqrt{v} -$

ز = \times = $\sqrt{v} \times$ $\sqrt{v} = \sqrt{36 \times 0} \sqrt{v} = \sqrt{36 \times 0} \sqrt{v}$

ح = \times = $\sqrt{3} \sqrt{v} \times \sqrt{3} \sqrt{v} =$

www.kwedufiles.com

عدد غير نسبي	عدد نسبي

تدرّب (٣) :

ضع الأعداد التالية في مكانها المناسب في الجدول :

$\frac{v}{9}$ ، π ، $\frac{1}{\sqrt{64}}$ ، $\sqrt{2} -$ ، $\sqrt{15} \sqrt{v}$

$0,303303330 \dots$ ، $0, \sqrt{3}$ ، $0, 17 -$

فكر وناقش

هل الجذر التربيعي للعدد ٢٠٠ يساوي ضعف الجذر التربيعي للعدد ١٠٠؟
وضح إجابتك .



تمرّن :

١ حدد ما إذا كان كل عدد مما يلي عددًا نسبيًا أم غير نسبي :

١	$25\sqrt{v}$	نسبي
ب	$20\sqrt{v}$	غير نسبي
ج	$1,2\bar{v}$	نسبي
د	$0,77 -$	نسبي
هـ	$\frac{8}{3}$	نسبي
و	$\sqrt{\frac{9}{16}}$	نسبي
ز	π	غير نسبي
ح	$0,131331333\dots$	غير نسبي

٢ قَدِّرْ كلاً مما يلي ثم تحقق من صحة تقديرك باستخدام الآلة الحاسبة :

١	$35\sqrt{v}$	$35\sqrt{v} > 30\sqrt{v} > 20\sqrt{v}$ $6 > 35\sqrt{v} > 0$
ب	$68\sqrt{v}$	$81\sqrt{v} > 68\sqrt{v} > 64\sqrt{v}$ $9 > 68\sqrt{v} > 8$

٣ أوجد ناتج كل مما يلي موظفًا خواص الجذور التربيعية :

١	$\frac{1}{81}\sqrt{v}$	$\frac{1}{9}$
ب	$11\sqrt{v} \times 11\sqrt{v}$	11
ج	$49 \times 4\sqrt{v}$	14
د	$2\sqrt{v} \times 68\sqrt{v}$	4
هـ	$\frac{27\sqrt{v}}{3\sqrt{v}}$	9
و	$2500\sqrt{v}$	50
ز	$0,64\sqrt{v}$	0,8
ح	$5\sqrt{2} \times 5\sqrt{3}$	25

٤ قاعة عرض في أحد المعارض أرضيتها مربعة الشكل مقسمة إلى أربعة أجزاء متطابقة ،

وكانت مساحة الجزء الواحد 400 م^2 . ما طول ضلع أرضية القاعة ؟

المساحة الكلية = $4 \times 400 = 1600 \text{ م}^2$
طول الضلع = $\sqrt{1600} = 40 \text{ م}$

الأعداد الحقيقية (مقارنة – ترتيب) Real Numbers (Comparing – Ordering)

٢-١



سوف تتعلم : الأعداد الحقيقية ومقارنتها وترتيبها وتمثيلها .

نشاط :



أكمل الجدول التالي :

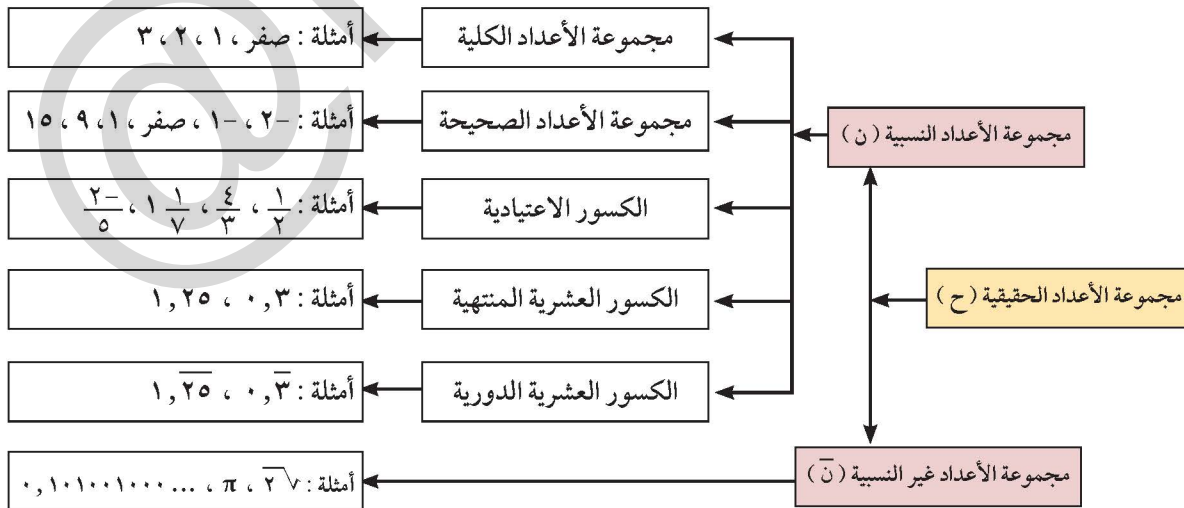
طول الضلع يمثل		طول الضلع المجهول	المثلث القائم
عدد نسبي	عدد غير نسبي		
		س =	
		س =	

WWW.KweduFiles.Com

اتحاد مجموعة الأعداد النسبية (ن) ومجموعة الأعداد غير النسبية (ن̄) يشكل مجموعة تسمى **مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)** .

أي أن : $ن \cup ن̄ = ح$

يوضح المخطط التالي العلاقات بين مجموعات الأعداد :



العبارات والمفردات :

الأعداد الحقيقية

Real Numbers

الفترات

Intervals

فترات محدودة

Bounded

Intervals

فترات غير محدودة

Unbounded

Intervals

فترة مغلقة

Closed Interval

فترة مفتوحة

Open Interval

فترة نصف مغلقة

Half-Closed

Interval

فترة نصف مفتوحة

Half-Open

Interval



مثال :

قارن بين العددين : $3, \overline{14}$ ، π

الحل :

$$3, \overline{14141414} \dots = 3, \overline{14}$$

$$3, \overline{14109} \approx \pi$$

$$\pi > 3, \overline{14} \therefore$$

تدرّب (١) :

قارن بين العددين :

ب $\frac{1}{2}, 0, \overline{4}$

أ $\frac{3}{5}, 0, \overline{6}$

$$\frac{1}{2} > 0, \overline{4}$$

$$\frac{3}{5} < 0, \overline{6}$$

WWW.KweduFiles.Com

تدرّب (٢) :

رتب تصاعديًا الأعداد التالية : π ، $\sqrt{17}$ ، $3\frac{5}{8}$

$$3, \overline{14} \approx \pi$$

$$4, \overline{12} \approx \sqrt{17}$$

$$3, \overline{750} = 3\frac{5}{8}$$

∴ الترتيب التصاعدي : $\sqrt{17}$ ، $3\frac{5}{8}$ ، π

تدرّب (٣) :

١ رتب تصاعديًا الأعداد التالية :

$$6, \overline{05} , \sqrt{27} , \pi 2$$

ب رتب تنازليًا الأعداد التالية :

$$\sqrt{8} , \pi - , 3 , \overline{13} - , 3\frac{1}{8}$$

$$\pi - 6, \overline{13} - 6, \sqrt{8} 6, 3\frac{1}{8}$$

$$6, \overline{05} 6, \sqrt{27} 6, \pi 2$$

الفترات

الفتره: هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويوجد نوعان من الفترات : فترات محدودة وفترات غير محدودة .

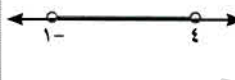


أولاً : الفترات المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات المحدودة : ليكن a ، b عددين حقيقيين .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$[a, b]$	مغلقة	$a \leq x \leq b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي a والأصغر من أو تساوي b
(a, b)	مفتوحة	$a < x < b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من a والأصغر من b
$(a, b]$	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	$a < x \leq b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي a والأصغر من b
$[a, b)$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$a \leq x < b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من a والأصغر من أو تساوي b

تدرّب (٤) :

أكمل الجدول التالي :

التعبير اللفظي	التمثيل البياني	رمز المتباينة	نوع الفترة	رمز الفترة
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من أو تساوي ٣		$3 \geq x \geq 1$	مغلقة	$[1, 3]$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ١ والأصغر من ٤		$4 > x > 1$	مفتوحة	$(1, 4)$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٤ والأصغر من ٠		$0 > x \geq -4$	نصف مغلقة أو نصف مفتوحة	$[-4, 0)$
مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٥ والأصغر من أو تساوي ٢		$2 > x \geq 5$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	$(2, 5]$

فكر وناقش

هل كل مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تمثل فترة؟

ثانياً : الفترات غير المحدودة

يوضح الجدول التالي أنواع الفترات غير المحدودة: ليكن a ، b عددين حقيقيين .

ملاحظة :
الرمز ∞ يقرأ
ما لا نهاية .

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$(-\infty, a]$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$s \leq a$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي a
$(-\infty, a)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$s < a$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من a
$[b, \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$s \geq b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي b
(b, ∞)	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$s > b$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من b

تدرب (٥) :

أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$(-\infty, 4]$	نصف مغلقة وغير محدودة من أعلى	$s \leq 4$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 4
$(-\infty, 0)$	مفتوحة وغير محدودة من أعلى	$s < 0$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من صفر
$[c-5, \infty)$	نصف مغلقة وغير محدودة من أسفل	$s \geq c-5$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي $c-5$
$(2, \infty)$	مفتوحة وغير محدودة من أسفل	$s > 2$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من 2

تمرن :

١ قارن بين العددين في كل مما يلي :

ب $6,2 - , \pi 2 -$

$6,2 - > \pi 2 -$

أ $\frac{1}{3} , 0,3$

$\frac{1}{3} = 0,3$

د $5\sqrt{ } , 1\frac{2}{5}$

$5\sqrt{ } > 1\frac{2}{5}$

ج $\frac{1}{4} , 0,25$

$\frac{1}{4} < 0,25$

٢ رتب تصاعدياً الأعداد التالية :

$\frac{1}{3} , 0,6 , \frac{3}{5}$

$\frac{1}{3} < 0,6 < \frac{3}{5}$

ب رتب تنازلياً الأعداد التالية :

$15\sqrt{ } , 3,3\sqrt{ } - , 3\frac{2}{8}$

$3,3\sqrt{ } - > 3\frac{2}{8} > 15\sqrt{ }$



→ رتب تصاعديًا الأعداد التالية :

$$0, \frac{3}{7}, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{7}$$

$$0, \frac{3}{7}, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{7}$$

د رتب تنازليًا الأعداد التالية :

$$6\frac{7}{10}, \sqrt{48}, \sqrt{25}, \pi 2$$

$$\sqrt{48}, \pi 2, \sqrt{25}, 6\frac{7}{10}$$

WWW.KweduFiles.Com

٣
اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ١ والأصغر من ٦

$$[1, 6)$$

ب اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من ١ والأصغر من أو تساوي ٦

$$[1, 6]$$

ج اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأكبر من -٤

$$(-4, \infty)$$

د اكتب الفترة التي تمثل الأعداد الحقيقية الأصغر من أو تساوي -٤

$$(-\infty, -4]$$

٤ أكمل الجدول التالي :

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني	التعبير اللفظي
$[٥, ٢]$	مغلقة	$٥ \geq x \geq ٢$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي ٢ والأصغر من أو تساوي ٥
$(١٥, -)$	مفتوحة	$١٥ > x > -$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من - والأصغر من ١٥
$[-٥, ٦)$	مغلقة وغير محدودة من الأعلى	$-٥ \leq x < ٦$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي -٥ والأصغر من ٦
$(٥, -)$	مفتوحة وغير محدودة من الأسفل	$٥ > x$		مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من ٥



العمليات على الأعداد الحقيقية Operations on Real Numbers

٣-١

سوف تتعلم : إجراء عمليات على الأعداد الحقيقية .

نشاط :

عدد التجارب خلال سنة	اسم المختبر	العدد
١٢٩	التجارب	١٢٩
١٣٧	الأبحاث	١٣٧
١٣٧	الديناميكا الهوائية	١٣٧

يضم مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي ، عدة مختبرات منها :
مختبر التجارب ، مختبر الأبحاث ومختبر الديناميكا الهوائية .
لنفترض أن الجدول المقابل يوضح عدد التجارب خلال سنة ، احسب العدد الكلي للتجارب ؟
لمعرفة العدد الكلي للتجارب عليك أن توجد ناتج :

$$2 \times 137 + 129$$

ادخل على الآلة الحاسبة كلاً مما يلي ثم اكتب الناتج :

$$= 2 \times 137 + 129 \quad \text{③} = 2 \times (137 + 129) \quad \text{②} = (2 \times 137) + 129 \quad \text{①}$$

• قارن النواتج .

• ما العملية التي ستبدأ بها الآلة الحاسبة في كل مرة ؟

ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية

تدرب (١) :

حدّد الإجراء الذي يتم أولاً :

ب) $15 - (30 + 80)$

أ) $8 \times 2 - \sqrt{25}$

د) $\frac{(4 + 24)}{4}$

ج) $2 \times 3^2 \div 48$

معلومات مفيدة :

مركز الشيخ عبدالله السالم الثقافي هو أكبر معالم التطور الثقافي من نوعه حول العالم . يضم المركز عدة متاحف ، منها : متحف التاريخ الطبيعي ومتحف العلوم والتكنولوجيا ، كذلك يضم عدة مختبرات مخصصة للتجارب العلمية وعلوم الفضاء



اللوازم :
آلة حاسبة

تذكّر أنّ :

أولويات ترتيب العمليات :
(١) ما داخل الأقواس
(٢) الأسس والجذور
(٣) الضرب والقسمة من اليمين
(٤) الجمع والطرح من اليمين

فكر وناقش

بأي العمليات نبدأ : $\frac{9+3}{4} - 5$.

خواص العمليات على الأعداد الحقيقية

إذا كانت a, b, c أعدادًا حقيقية فإن :

خاصية الإبدال لعملية الجمع	$a + b = b + a$
خاصية الإبدال لعملية الضرب	$a \times b = b \times a$
خاصية التجميع لعملية الجمع	$a + (b + c) = (a + b) + c$
خاصية التجميع لعملية الضرب	$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$
خاصية توزيع الضرب على الجمع	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
خاصية توزيع الضرب على الطرح	$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

WWW.KweduFiles.Com تدرّب (2)

اذكر الخاصية المستخدمة .

- خاصية $\pi + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \pi$ (أ)
- خاصية $\sqrt{4} \times (\sqrt{5} \times \sqrt{2}) = \sqrt{4} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$ (ب)
- خاصية $(\frac{7}{8} \times \frac{4}{3}) + (\frac{3}{8} \times \frac{4}{3}) = (\frac{7}{8} + \frac{3}{8}) \times \frac{4}{3}$ (ج)

مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة : $3 \times \sqrt{6} - \sqrt{27} \times \sqrt{3}$

الحل :

$$\begin{aligned} & 3 \times \sqrt{6} - \sqrt{27} \times \sqrt{3} \\ & 3\sqrt{6} - \sqrt{81} \times \sqrt{3} = \\ & 3\sqrt{6} - 9 \times \sqrt{3} = \\ & 3\sqrt{6} - 9\sqrt{3} = \\ & 3\sqrt{6} - 9\sqrt{3} = \end{aligned}$$

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$٢٥ - ٨ \times \frac{١٠٠}{١٦} \sqrt{\quad} \text{ ب}$$

٥ -

$$٢ \times ٧ - ٠,٣ \div \sqrt{١٦} \times ٥ \text{ ا}$$

٤٦

فكر وناقش

ضع أقواسًا لتصبح العبارة صحيحة : $٣١ = ١ + ٣ \div ٢٤ + ١٠٠$

تمرّن :

أوجد قيمة كلّ مما يلي بطريقتين مختلفتين :

$$(١٠ + ٨) \times ٥ \text{ ا}$$

٨٠

$$٨ \times (٢ - ١١) \text{ ب}$$

٧٢

٢ أوجد قيمة كلّ مما يلي :

$$(٣ -) \div ٦ + (٨ -) - ١٤ \text{ ب}$$

٢

$$٦ + (٢ -) \times ٤ \div ١٦ \text{ ا}$$

٢

$$(٢ -) + \frac{(٢ + ٩)٣ -}{١١ -} \text{ د}$$

١

$$(٣ -) + \frac{٩ - ١٨}{٩} \text{ ح}$$

٢



٣ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{5} \times 0,5 + \sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

$$1\frac{1}{5}$$

$$\frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{2}} - \frac{3}{8} \times 2$$

$$-\frac{1}{4}$$

$$6 \times 9 - 0,7 \div \sqrt{49} \sqrt{6}$$

$$54$$

$$9 \times 4 + 0,6 \div \sqrt{25} \sqrt{8} \times 8$$

$$96$$

www.KweduFiles.Com

أنواع التذاكر	زيارة المركز	زيارة قاعة الاستكشاف
عدد المتعلمين	٢٠	١٠

٤ نظمت إحدى المدارس رحلة للمركز العلمي وكانت أسعار التذاكر على الشكل التالي :

زيارة المركز ٥,٣ دينار ، زيارة قاعة الاستكشاف ٥,٤ دينار . احسب المبلغ الإجمالي للرحلة مستعيناً بالجدول الموضح فيه عدد المتعلمين المشاركين ؟

$$\text{المبلغ الإجمالي} = 3,5 \times 20 + 5,4 \times 10 = 110 \text{ دينار}$$

٥ إذا أنتجت كلاً من الكويت والإمارات العربية المتحدة والصين نفس الكمية من النفط في أحد الأيام ولتكن ٦,٣ مليون برميل ، وأنتجت المملكة العربية السعودية في نفس اليوم ١٠ مليون برميل . احسب إجمالي إنتاج الدول الأربعة في هذا اليوم .

$$\text{إجمالي الإنتاج} = 10 + 3,6 \times 3 = 20,8 \text{ مليون برميل}$$

القيمة المطلقة Absolute Value

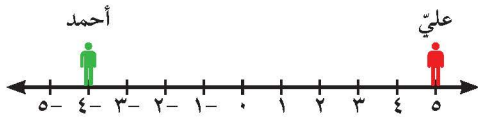
٤-١

سوف تتعلم : إيجاد القيمة المطلقة وحلّ معادلات تتضمن القيمة المطلقة .

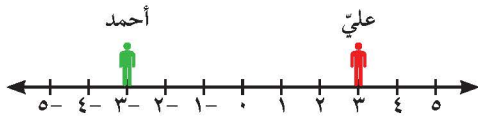
نشاط :



يقف كلٌّ من عليّ وأحمد على خطٍّ للأعداد كما هو موضح في الشكل أدناه :
في كلتا الحالتين ، أكتب أيّهما الأقرب إلى الصفر على خطِّ الأعداد .



الحالة الأولى :



الحالة الثانية :

WWW.KweduFiles.Com
القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعدد حقيقي هي المسافة على خطِّ الأعداد بين هذا العدد والصفر .

تدرّب (١) :

أوجد كلّاً ممّا يلي :

أ | ٠, ٦ | ب | ٠, ٣ | ج | $\frac{٤}{٧}$ | د | $|\sqrt{٥}|$ |

تذكّر أنّ :

$$|٢| = |٢ \pm|$$

لكل $٢ \geq ٠$ ح .

من خواصّ القيمة المطلقة

$$(١) |ص \times س| = |ص| \times |س|$$




$$(٢) \left| \frac{س}{ص} \right| = \frac{|س|}{|ص|}$$

$$(٣) |ص - س| = |ص| - |س|$$

، حيث $ص \neq ٠$

تدرّب (٢)

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي مستخدمًا خواصّ القيمة المطلقة :

<p>ج </p> $ 23,5 - 0,5 $ $ ----- - 23,5 =$ $ ----- =$ $----- =$	<p>ب </p> $\left \frac{5-}{7} \right $ $\frac{ ----- }{ ----- } =$ $----- =$	<p>أ </p> $ 4 \times 5 $ $ ----- \times ----- =$ $----- \times ----- =$ $----- =$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

فكر وناقش

هل $|3-| + |5| = |(3-) + 5|$ ؟ ولماذا؟

إيجاد قيمة مقدار جبري

مثال (١) : www.KweduFiles.Com
أوجد قيمة : $|س + 4| + |0,5 -|$ إذا كانت $س = 6-$

الحل :

بالتعويض عن قيمة س

$$|س + 4| + |0,5 -|$$

$$|6- + 4| + |0,5 -| =$$

$$0,5 + |2-| =$$

$$0,5 + 2 =$$

$$2,5 =$$

تدرّب (٣)

أوجد قيمة كلّ ممّا يلي :

<p>ب </p> $ س - 5 + 3,2- $ <p>إذا كانت $س = 4 -$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>أ </p> $ س \times 5 + 3 $ <p>إذا كانت $س = 2$</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

حلّ معادلات تتضمن قيمة مطلقة

لكل عدد حقيقي s يكون:

$$\left. \begin{array}{l} s < 0 \\ s = 0 \\ s > 0 \end{array} \right\} |s| = \begin{cases} -s \\ 0 \\ s \end{cases}$$

يمكن استخدام خطّ الأعداد لحلّ معادلات تتضمن قيمة مطلقة.

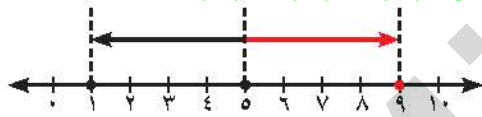
يوضّح التمثيل البياني المقابل على خطّ الأعداد حلّين للمعادلة $3 = |s|$



ونعني بها أنّ المسافة بين s والصفّر تساوي ٣ وحدات.

∴ للمعادلة $3 = |s|$ حلّان هما ٣ ، -٣

يوضّح التمثيل البياني المقابل على خطّ الأعداد حلّين للمعادلة $4 = |s - 5|$



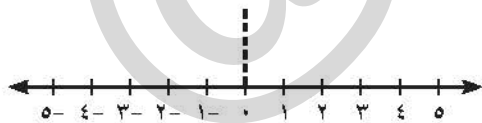
ونعني بها أنّ المسافة بين s والعدد ٥ تساوي ٤ وحدات.

∴ للمعادلة $4 = |s - 5|$ حلّان هما ٩ ، ١

تدرّب (٤) :

أكمل لتوجد حلّ المعادلات التالية مستعيناً بالتمثيل الموضّح على خطّ الأعداد:

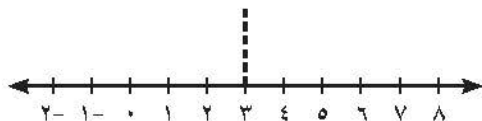
أ $4 = |s|$



للمعادلة حلّان هما:

س = _____ أو س = _____

ب $5 = |s - 3|$



للمعادلة حلّان هما:

س = _____ أو س = _____

تذكّر أنّ :

- المجموعة الخالية
نعبر عنها :
 \emptyset أو $\{ \}$
- النظير الجمعي للعدد p
هو $(-p)$ بحيث :
 $(-p) + p = 0$
صفر
- النظير الضربي للعدد p
هو $\frac{1}{p}$ بحيث :
 $p \times \frac{1}{p} = 1$
حيث $p \neq 0$

(١) إذا كان p عددًا حقيقيًا موجبًا ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

لها حلان هما $s = p$ أو $s = -p$ ومجموعة الحلّ هي $\{p, -p\}$

(٢) إذا كان p عددًا حقيقيًا سالبًا ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

ليس لها حلّ في ح ومجموعة حلّها هي \emptyset

(٣) إذا كان $p = 0$ ، فإنّ المعادلة :

$$p = |s|$$

لها حلّ وحيد هو $s = 0$ ومجموعة حلّها هي $\{0\}$

مثال (٢) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة : $3 = |1 + 2s|$ في ح .

الحل :

$$\begin{aligned} 3 &= |1 + 2s| & \text{أو} & & 3 &= |1 + 2s| \\ 3 - 1 &= 2s & \text{أو} & & 3 - 1 &= 2s \\ 2 &= 2s & \text{أو} & & 2 &= 2s \\ \frac{2}{2} &= \frac{2s}{2} & \text{أو} & & \frac{2}{2} &= \frac{2s}{2} \\ 1 &= s & \text{أو} & & 1 &= s \end{aligned}$$

∴ مجموعة الحلّ = $\{1, -1\}$

تدرّب (٥) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة : $7 = |2 - 3s|$ في ح .

$$\begin{aligned} 7 &= |2 - 3s| & \text{أو} & & 7 &= |2 - 3s| \\ 7 - 2 &= -3s & \text{أو} & & 7 - 2 &= -3s \\ 5 &= -3s & \text{أو} & & 5 &= -3s \\ \frac{5}{-3} &= \frac{-3s}{-3} & \text{أو} & & \frac{5}{-3} &= \frac{-3s}{-3} \\ -\frac{5}{3} &= s & \text{أو} & & -\frac{5}{3} &= s \end{aligned}$$

∴ مجموعة الحلّ = $\{3, -\frac{5}{3}\}$

تدرّب (٦) :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

$$٩ = ٩ + |٢ - ص| \text{ (أ)}$$

$$٩ = ٩ = ٩ - ٩ + |٢ - ص|$$

$$٠ = |٢ - ص|$$

$$\{ \frac{٢}{٠} \} = \text{ح.٣}$$

$$١ = ٧ + |١ + س| \text{ (ب)}$$

www.KweduFiles.Com

$$\phi = \text{ح.٣}$$

$$٦ = |٢ - ٣ - س| \text{ (ج)}$$

$$٣ = |٣ - س|$$

$$\{ ٦, ٤ \} = \text{ح.٣}$$





تمرّن :

١ أوجد قيمة كلِّ ممّا يلي :

١ | ٣ س - | ٦ - إذا كانت س = ٣

$$٣ = ٦ - |٣ \times ٣|$$

٢ | س + ٢ | + | ٦ | إذا كانت س = -٢

$$٦ = |٦| + |٤ + (-٢)|$$

٣ | س - ٧ | × ٦ - | ٦ - | إذا كانت س = ٧

$$٤٣ = |٦ - ٧ \times ٧|$$

٤ | س - ٨ | + | ٦, ٤ - | إذا كانت س = ٢

$$١٤, ٤ = |٦, ٤ - ١ + |٨ - ٢|$$

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

١ $8 = |3 - s|$

$\{1, 4\} = \text{ج. ٢}$

ب $0 = |2 - s|$

$\{0\} = \text{ج. ٢}$

WWW.KweduFiles.Com

ج $4 = |1 - s|$

$4 = |1 - s|$

$\{3, 5\} = \text{ج. ٣}$

د $0 = |3 + s - 7|$

$\{4\} = \text{ج. ٢}$



$$3 - = | 4 - 5 |$$

$$\phi = 2.2$$

$$10 = | 3 - 2 |$$

$$\{ 9 - 8 \} = 2.2$$

$$3 = | 1 - 2 |$$

WWW.KweduFiles.Com

$$0 = 9 - | 1 + 3 |$$

$$\{ 1 - \frac{1}{2} \} = 2.2$$

حلّ متباينة من الدرجة الأولى فيه متغيّر واحد Solving First Degree Inequality in One Variable

٥-١



سوف تتعلّم : كيفية حلّ متباينة من الدرجة الأولى في متغيّر واحد .

العبارات والمفردات :
المتباينة
Inequality

نشاط :



يُعَدّ مرض السكّري من المشاكل الصحيّة الشديدة الانتشار في عصرنا الحالي ، وطبقاً للإحصائيات الطبيّة العالمية ، فإنّه يوجد ما يُقدَّر عددهم بـ (٣٥٠) مليون مريض بالسكّري حول العالم ، ولا تزال هذه الأعداد في تزايد مستمرّ على الرغم من التقدّم الطبيّ الهائل .
يوضّح الجدول التالي نسبة السكّر الطبيعيّة في دم الإنسان بوحدة مجم / ديسيلتر مقارنة بالعمر :

معلومات مفيدة :

الأسباب المؤدّية إلى الإصابة بمرض السكّري :
تنتج الإصابة بمرض السكّري عن عدم قدرة البنكرياس على إفراز الكميّة المناسبة من الأنسولين ما يؤدي إلى عدم قدرة الجسم على التعامل مع الغذاء المهضوم ، وبالتالي يحدث اضطراب في عملية التمثيل الغذائي في الجسم مما ينتج عنه رفع نسبة السكّر في الدم .

العمر	أصغر من ٥٠ سنة	أصغر من ٦٠ سنة	أكبر من أو يساوي ٦٠ سنة
نسبة السكّر في الدم	أصغر من أو تساوي ١٠٠	أصغر من أو تساوي ١١٠	أصغر من أو تساوي ١٦٠
صائم	أصغر من أو تساوي ١٠٠	أصغر من أو تساوي ١١٠	أصغر من أو تساوي ١٦٠
غير صائم	أصغر من ١٤٠	أصغر من ١٥٠	أصغر من ١٦٠

التعبيرات (أصغر من) ، (أصغر من أو تساوي) ، (أكبر من) ، (أكبر من أو تساوي)

يرمز لها بالعلاقات : (>) ، (≥) ، (<) ، (≤)

• أعد كتابة الجدول مستخدمًا رموز العلاقات السابقة :

العمر	> 50 سنة سنة 60 سنة 60
نسبة السكر	صائم 110 $110 \geq$
في الدم	غير صائم 140 150

* في المعادلات نستخدم رمز علاقة المساواة (=) ، بينما في المتباينات نستخدم رموز العلاقات $>$ ، $<$ ، \geq ، \leq .

من خواص التباين :

لكل a ، b ، c ، $a > b$ ، إذا كان $a > b$ فإن :

$$(1) \quad a + b > c + b$$

$$(2) \quad a - b > c - b$$

$$(3) \quad a \times b > c \times b \text{ ، حيث } b > 0$$

$$(4) \quad a \times b < c \times b \text{ ، حيث } b < 0$$

تدرّب (1) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة : $2s + 3 \geq 7$ في H ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$2s + 3 \geq 7$$

$$2s \geq 4$$

$$s \geq 2$$

$$s \geq 2$$

مجموعة الحلّ = $(2, \infty)$ ،



ضرب الطرفين في النظير الضربي للعدد 2

تدرّب (٢) :

أوجد مجموعة حل : $3 - 2 > 14$ في ح ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

$$3 - 14 > \dots$$

$$3 - 14 > \dots$$

$$3 - 14 < \dots$$

بضرب طرفي المتباينة في $-\frac{1}{3}$ ،
(نعكس علاقة الترتيب) $0 > \frac{1}{3} - \dots$

$$3 - 14 < \dots$$

مجموعة الحل = $(-\infty, \dots)$



تدرّب (٣) :

أوجد مجموعة حل المتباينة : $3 > 1 + s \geq 4$ ، $s \in \mathbb{H}$ ، ومثلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

WWW.KweduFiles.Com

$$3 > 1 + s \geq 4$$

مجموعة الحل = $(\dots, \dots]$



حلّ متباينات تتضمن قيمة مطلقة

• مجموعة حل $|s| \geq 1$

هي جميع الأعداد الحقيقية التي بعدها
عن الصفر على خطّ الأعداد الحقيقية
أصغر من أو يساوي ١

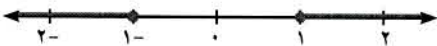


تذكّر أنّ :

• إذا كان $|s| = 1$
حيث $s \in \mathbb{H}$ فإن :
 $s = 1$ أو $s = -1$

• مجموعة حل $|s| \leq 1$

هي جميع الأعداد الحقيقية التي بعدها
عن الصفر على خطّ الأعداد الحقيقية
أكبر من أو يساوي ١



تذكّر أن:
الرمز \Leftrightarrow يقرأ
إذا وفقط إذا.

$$|s| \geq 1 \Leftrightarrow -1 \leq s \leq 1, \text{ حيث } 1 \in \text{ح.}, s \in \text{ح.}$$

مثال (١):

أوجد مجموعة حل المتباينة: $|s+4| > 7$ في ح، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية.

الحل:

$$|s+4| > 7$$

$$7 > s+4 > 7-$$

$$4-7 > 4-s > 4-7-$$

$$3 > s > 11-$$

$$\text{مجموعة الحل} = (-11, 3)$$



WWW.KweduFiles.Com

تدرّب (٤):

أوجد مجموعة حل المتباينة $|s+2| - 3 \geq 5$ في ح، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية.

$$3+5 \geq |s+2|$$

$$8 \geq |s+2|$$

$$8 \geq s+2 \geq 8-$$

$$6-8 \geq 6-s \geq 6-8-$$

$$-2 \geq s \geq -10$$

$$\text{مجموعة الحل} = [-10, -2]$$



$$|s| \leq 1 \iff s \leq 1 \text{ أو } s \geq -1, \text{ حيث } 1 \in \mathbb{C}, s \in \mathbb{C}$$

مثال (٢) :

أوجد مجموعة حل المتباينة: $|2s - 1| \leq 3$ في \mathbb{C} ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية.

الحل :

$$|2s - 1| \leq 3$$

$$2s - 1 \geq -3$$

$$2s \geq -2$$

$$s \geq -1$$

$$s \geq -\frac{1}{2}$$

$$s \geq -1$$

$$s \in (-1, \infty)$$

أو

$$2s - 1 \leq 3$$

$$2s \leq 4$$

$$s \leq 2$$

$$s \leq \frac{4}{2}$$

$$s \leq 2$$

$$s \in (-\infty, 2]$$

$$\text{مجموعة الحل} = (-1, \infty) \cup (-\infty, 2] = \mathbb{C}$$



WWW.KweduFiles.Com

تدرّب (٥) :

أوجد مجموعة حل المتباينة: $|2s - 2| < 7$ في \mathbb{C} ، ومثلها على خط الأعداد الحقيقية.

$$|2s - 2| < 7$$

$$|2s - 2| < 7$$

$$2s - 2 > -7$$

$$2s > -5$$

$$s > -\frac{5}{2}$$

$$s \in (-\frac{5}{2}, \infty)$$

$$2s - 2 < 7$$

$$2s < 9$$

$$s < \frac{9}{2}$$

$$s \in (-\infty, \frac{9}{2})$$

$$\text{مجموعة الحل} = (-\frac{5}{2}, \infty) \cup (-\infty, \frac{9}{2}) = \mathbb{C}$$



فكر وناقش

ما مجموعة حل $|س| > ٧$ ؟ ولماذا ؟

تدرّب (٦) :

أوجد مجموعة حلّ المتباينة : $٥ - |س| \leq ٦$ في ح .

$$|س| \geq ١$$

$$س \leq -١ \text{ أو } س \geq ١$$



تدرّب (٧) :

يقدم محلّ للعصائر الطازجة أنواع مختلفة من العصير ، فإذا كان يقدم نوع من العصير بخلط ثلاث أنواع من عصير الفواكه هي : الفراولة والمانجو والأناس . فإذا كانت كمية عصير الفراولة $\frac{1}{4}$ لتر ، والمانجو $\frac{1}{4}$ لتر ، فما هي الكمية التي يمكن إضافتها من عصير الأناس علماً بأن وعاء الخلط يتسع إلى ٢ لتر على الأكثر .
(اكتب متباينة لإيجاد كمية عصير الأناس المناسبة) .

$$س \geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + ٢$$

$$س \geq \frac{1}{2} + ٢$$

لمية عصير الأناس أقل من أو يساوي $\frac{1}{2}$

تمرُّن :

أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية في ح ، ومثّلها على خطّ الأعداد الحقيقية .

١ س - ٥ > ٢

ج.٢ $(-\infty < ٧)$

٢ $١١ > ٣ + ٢ \geq ١$ ص

ج.٣ $(-٤ < ١ - ٤)$

٣ $٥ > |٧ + ٥|$ س

ج.٢ $(-١٤ < -٢)$

$$x \leq 2 + 4 \quad 4$$

$$[-7, -\infty) \cup (\infty, 2] = \mathbb{R}$$

$$7 < 3 - |2 + s| \quad 5$$

$$(-5, -\infty) \cup (\infty, 5) = \mathbb{R}$$

WWW.KweduFiles.Com

$$8 \geq 5 - |2 + 3s| \quad 6$$

$$\left[\frac{11}{4}, 0 \right] = \mathbb{R}$$



٧ | -٥ | س | -٢ <

$$(٧ < ٧ -) = ٢.٢$$



WWW.KweduFiles.Com | ٢-٣ | س | > ٦ | ٨

$$(\infty < ٦] \cup [٢ - (\infty -) = ٢.٢$$

٩ ليحصل المتعلم على تقدير امتياز في مادة الرياضيات ، فإنّ عليه أنّ يحصل على ما لا يقلّ عن ٢٧٠ درجة في ٣ اختبارات لهذه المادة ، حصل سالم على الدرجات ٩١ ، ٨٤ في الاختبار الأوّل والاختبار الثاني ، فما الدرجات التي يجب أنّ يحصل عليها سالم في الاختبار الثالث ليحصل على تقدير امتياز .

$$س + ٩١ + ٨٤ \leq ٢٧٠$$

$$س \leq ٩٥$$

يجب ان يحصل على درجه ارفع من او تساوي ٩٥

WWW.KweduFiles.Com



الصورة العلمية باستخدام الأسس الصحيحة Scientific Notation by Using Integer Exponents

٦-١

سوف تتعلم : كتابة الأعداد الكبيرة والأعداد متناهية الصغر بالصورة العلمية .

نشاط :



في مختبر الأحياء يقوم العلماء بقياس أطوال بعض الكائنات الحية والكائنات المجهرية بالمليمتر (مم) وأجزاءه، وكانت بعض نتائجهم (في صورة قوى العدد ١٠) كما في الجدول التالي .
أكمل الجدول لكي تكتشف النمط :

$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	أطوال الكائنات بـ (مم)
		٠,١	١,٠	١٠,٠		١٠٠٠,٠	العدد بالصورة العشرية
		10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	الصورة الأسية
		-١	٠		٢	٣	قوة العدد ١٠ (الأس)

- صف النمط في الصف الثاني والثالث والرابع من الجدول .
- صف العلاقة بين العدد في الصورة العشرية والصورة الأسية له .

الصورة العلمية (القياسية) باستخدام الأسس الصحيحة الموجبة

مثال (١) :

أكتب العدد ٦٥٢٤١ بالصورة العلمية .

الحل :

العدد في الصورة العشرية
حرك الفاصلة العشرية إلى اليسار لتحصل على عدد
عشري أكبر من أو يساوي واحدًا وأصغر من ١٠
عد المنزلات التي تحركت بها الفاصلة العشرية إلى
اليسار لتمثل قوة العدد ١٠

٦٥٢٤١,٠

٦٥٢٤١,٠
↑↑↑↑↑

$6,5241 \times 10^4$

$\therefore 6,5241 \times 10^4 = 65241$

$\therefore 6,5241 \times 10^4$

تسمى بالصورة العلمية (القياسية) للعدد

العبارات والمفردات :

صورة علمية

Scientific
Notation

أسس موجبة

Positive
Exponents

أسس سالبة

Negative
Exponents

معلومات مفيدة :

الميكروبيولوجي
Microbiology

هو علم دراسة الأحياء الدقيقة غير المرئية بالعين المجردة، مثل البكتيريا والفطريات .



الميكرومتر : وهو

أحد أجزاء وحدة المتر التي تُستخدم لقياس المسافات والأطوال القصيرة جدًا، وهي تمثل $0,000001$ من المتر (واحد من مليون من المتر) .

النانومتر : وهو أيضًا

يمثل أحد أجزاء وحدة المتر الصغيرة جدًا؛ حيث يُستخدم لقياس المسافات والأطوال الشديدة القصر، وهي تمثل $0,00000001$ من المتر (واحد من ألف مليون من المتر) .

الصورة العلمية (القياسية) للعدد :
يُكتَب العدد على الصورة : ١٠×٢ حيث $١ \leq |٢| < ١٠$ ، $ن \in ص$.

فمثلاً : الشكل النظامي = الصورة العلمية (القياسية)
 $٦٥٢٤١ = ١٠ \times ٦,٥٢٤١$
 عدد عشري قيمته المطلقة أكبر من أو يساوي ١ وأصغر من ١٠
 قوى العدد ١٠ في الصورة الأسية

تذكّر أنّ :

- المليون = $١٠^٦ = ١٠٠٠٠٠٠٠$
- المليار = $١٠^٩ = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠$
- الترليون = $١٠^{١٢} = ١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$

تدرّب (١) :

أكتب بالصورة العلمية كلّ ممّا يلي :

١ $١٠ \times ٤,٣٧٥ = ٤٣٧٥$ | ٢ $١٠ \times ٤,٣٧٥ = ٤١٥,٣$

٣ $١١٨٠ - ١٨٠٠٠٠٠٠ = -١١٨٠٠٠٠٠٠$ | ٤ $١١٨٠ - ١٨٠٠٠٠٠٠ = -١١٨٠٠٠٠٠٠$

٥ $٢٣١ \text{ مليار} = ٢٣١ \times ١٠^٩ = ٢٣١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠$

تدرّب (٢) :

أكتب رمز كلّ من الأعداد التالية بالشكل النظامي :

١ $١٤٠٠ = ١٠^٣ \times ١,٤$ | ٢ $٣٤٥٦٠٠ = ١٠^٥ \times ٣,٤٥٦$

٣ $٦٨٩ = ١٠^٣ \times ٠,٦٨٩$ | ٤ $٢٠٠٣ = ١٠^٤ \times ٢,٠٠٣$

الصورة العلمية (القياسية) باستخدام الأسس الصحيحة السالبة

مثال (٢) :

أكتب العدد $٠,٠٠٢٥٦$ بالصورة العلمية .

الحل :

حرّك الفاصلة العشرية إلى اليمين لتحصل على عدد عشري أكبر من أو يساوي واحدًا وأصغر من ١٠ عدّ المنزلات التي تحرّكت بها الفاصلة العشرية لليمين لتمثّل قوّة العدد ١٠

$٠,٠٠٢٥٦$

$١٠^٣ \times ٢,٥٦$

$\therefore ١٠^٣ \times ٢,٥٦ = ٠,٠٠٢٥٦$

$\therefore ١٠^٣ \times ٢,٥٦$

تُسمّى بالصورة العلمية (القياسية) للعدد

تدرّب (٣) :

أكتب بالصورة العلمية كلّ ممّا يلي :

أ $10 \times 5,9 = 0,00059$

ب $10 \times 7,45 = 0,0000745$

ج أربعمئة وخمسون جزءاً من مئة ألف = $0,00450 = 10 \times 4,50$

د ٤٣ جزءاً من مليون = $0,000043 = 10 \times 4,3$

هـ $10 \times 0,3 = 0,000003 = \frac{3}{100000}$

تدرّب (٤) :

أكتب رمز كلّ من الأعداد التالية بالشكل النظامي :

أ $10 \times 5,2 = 0,000052$

ب $10 \times 3 = 0,000003$

ج $10 \times 4,03 = 0,0000403$

د $10 \times 2,064 = 0,00002064$

تدرّب (٥) :

قارن بوضع $<$ ، $>$ ، $=$ في كلّ ممّا يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

أ $10 \times 4,4 < 10 \times 4,4$

ب $10 \times 3,05 > 10 \times 7,2$

ج $10 \times 2,7 > 10 \times 4,07$



مثال (٣) :

أوجد ناتج ما يلي بالصورة العلمية : ${}^3 10 \times 7,2 + {}^3 10 \times 4,1$

الحل :

$${}^3 10 \times 7,2 + {}^3 10 \times 4,1$$

$$({}^3 10 \times (7,2 + 4,1)) =$$

$$({}^3 10 \times 11,3) =$$

$${}^3 10 \times 11,3 =$$

$${}^4 10 \times 1,13 =$$

(بأخذ ${}^3 10$ عامل مشترك)

تدرّب (٦) :

أوجد ناتج ما يلي بالصورة العلمية :

$${}^8 10 \times 2,3 - {}^8 10 \times 6,4$$

$$({}^8 10 \times (2,3 - 6,4)) =$$

$${}^8 10 \times (-4,1) =$$

$$=$$

$$({}^2 10 \times 3) \div ({}^0 10 \times 2,1)$$

$$\checkmark 10 \times \frac{3}{1} = \frac{{}^0 10 \times 2,1}{{}^2 10 \times 3}$$

$$\checkmark 10 \times \frac{3}{1} =$$

$$\checkmark 10 \times \frac{3}{1} =$$

$$({}^3 10 \times 2) \times ({}^7 10 \times 3,2)$$

$$({}^3 10 \times {}^7 10) \times (2 \times 3,2) =$$

$${}^2 10 \times 6,4 =$$



تدرّب (٧) :

يبلغ طول حشرة السوس ٠,٠٩٦٥٢ سم، بينما يبلغ طول حشرة الماء ٠,٠١٩٨١ سم .
اكتب العددين بالصورة العلمية، ثم وضح أي الحشرتين هي الأصغر طولاً؟

.....
.....
.....

تدرّب (٨) :

يبلغ طول قطر الأرض $1,28 \times 10^4$ كم، وطول قطر كوكب المشتري $1,43 \times 10^4$ كم، فبكم يزيد طول قطر كوكب المشتري عن طول قطر الأرض؟

$$\text{مقدار الزيادة} = 1,43 \times 10^4 - 1,28 \times 10^4$$

$$= (1,43 - 1,28) \times 10^4$$

$$= 0,15 \times 10^4 \text{ كم}$$

WWW.KweduFiles.Com

فكر وناقش

- هل يوجد عدد لا يمكن كتابته في الصورة العلمية؟
- هل (١٠ صفر) هو عدد في الصورة العلمية؟

تمرّن :

١ اكتب بالصورة العلمية كلاً مما يلي :

$$\text{أ} \quad 456000 = 4,56 \times 10^5$$

$$\text{ب} \quad 0,00342 = 3,42 \times 10^{-3}$$

معلومات مفيدة :
أوزان بعض كواكب
مجموعتنا الشمسية
بالطنّ .

(١) عطارد

$$3,3 \times 10^2$$

(٢) الزهرة

$$4,9 \times 10^2$$

(٣) الأرض

$$5,9 \times 10^2$$

(٤) المشتري

$$1,9 \times 10^3$$



$$10^4 \times 7,1354 = 71354$$

$$10^5 \times 1,967 = 196700$$

$$10^6 \times 3,944 = 3944000$$

$$10^7 \times 3,61 = 36100000$$

$$10^8 \times 7,054 = 705400000$$

$$10^7 \times 7,3 = 73000000$$

$$10^6 \times 0,1 = 100000$$

$$10^8 \times 3,87 = 38700000000$$



٢ أكتب كلًّا مما يلي بالشكل النظامي :

أ $= 10^0 \times 1,21$

١٢١

ب $= 10^{-1} \times 3,4$

٠,٣٤

ج $= 10^4 \times 2,09$

٢٠٩٠٠

د $= 10^{-7} \times 2$

٠,٠٠٠٠٠٠٢

هـ $= 10^7 \times 3$

٣٠٠٠٠٠٠٠٠

و $= 10^{-2} \times 3,231$

٠,٣٢١

WWW.KweduFiles.Com

٣ قارن بوضع < ، > ، = في كلِّ مما يلي لتحصل على عبارة صحيحة :

أ $10^1 \times 1,1 > 10^7 \times 9,9$

ب $10^{-3} \times 1,7 < 10^{-2} \times 3,2$

ج $10^{-1} \times 3,04 = 354$ جزءاً من ألف

٤ أوجد ناتج كلِّ مما يلي بالصورة العلمية :

أ $= 10^0 \times 2,2 + 10^1 \times 3,5$

٥,٧

$$\text{ب) } 10 \times 2,7 - 10 \times 9,8 = 10 \times 7,1$$

$$\text{ج) } (10 \times 5) \times (10 \times 4,3) = 10 \times 215$$

$$\text{د) } (10 \times 7) \div (10 \times 6,3) = 10 \times 9$$

٥) بلغت مساحة مركز الشيخ عبد الله السالم الثقافي ١٢٧٠٠٠ متر مربع .
أكتب هذه المساحة في الصورة العلمية .

WWW.KweduFiles.Com

٦) في عام ٢٠١٦ م ، بلغ عدد سكان دولة الكويت حوالي (١٠ × ٤,١) نسمة ، بينما بلغ عدد سكان دولة الإمارات العربية المتحدة حوالي (١٠ × ٨,٣) نسمة .
فأيّ الدولتين هي الأكثر عددًا في السكان؟ وكم بلغ مجموع عدد سكان الدولتين معًا بالصورة العلمية ؟

$$10 \times 1,24$$



مراجعة الوحدة الأولى
Revision Unit One

٧-١

أولاً : التمارين المقالية

١ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

١ $v = |3 + 2s|$

$\{2, 5\} = \text{ح.م}$

٢ $v = |2 - 6s|$

WWW.KweduFiles.Com

$\{2, 5\} = \text{ح.م}$

٣ $v = |7 + 9 - s|$

$\{9\} = \text{ح.م}$



٢ أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية في ح ، مع تمثيل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد الحقيقية :

١ $2 \geq |7 - 3s|$

$[2, \frac{9}{2}] \cup [\frac{13}{2}, \infty)$

٢ $5 < |s + 1|$

$(-\infty, -6) \cup (4, \infty)$

WWW.KweduFiles.Com

٣ $6 > |2s - 9|$

$(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$

٤ $8 \leq 3 - |4 + s|$

$[-2, -\infty) \cup (\frac{14}{3}, \infty]$

$$\rightarrow 4 - |س| < 10$$

$$\phi = 2.3$$

٣ أكمل الجدول التالي :

الصورة العلمية	رمز العدد بالشكل النظامي
4×10^2	35000
3×10^6	0.00073
2×10^7	0.00073
-8.44×10^8	844000000

٤ أوجد ناتج كل مما يلي بالصورة العلمية :

$$9 \times 10^9 \times 7,9 = (9 \times 10^9 \times 7,9) = (9 \times 10^9 \times 7,9) \quad \text{1}$$

$$7 \times 10^8 \times 1,56 = (7 \times 10^8 \times 1,56) = (7 \times 10^8 \times 1,56) \quad \text{2}$$

$$9 \times 10^9 \times 14,3 = (9 \times 10^9 \times 14,3) = (9 \times 10^9 \times 14,3) \quad \text{3}$$

$$9 \times 10^9 \div 4 = (9 \times 10^9 \div 4) = (9 \times 10^9 \div 4) \quad \text{4}$$



٥ تنتج دولة الكويت كمية من النفط تبلغ ١, ٣ مليون برميل يوميًا ، إذا أرادت زيادة إنتاجها نصف مليون برميل يوميًا ، فكم سيبلغ إنتاجها من النفط في اليوم الواحد بعد الزيادة ؟

إنتاج الكويت في اليوم الواحد بعد الزيادة =
الشكل النظامي :
الصورة العلمية : $6,3 \times 10^6$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحةً ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

<input checked="" type="radio"/>	(أ)	$\sqrt{s} + \sqrt{v} = \sqrt{s+v}$
<input checked="" type="radio"/>	(أ)	الأعداد : $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{6}$ ، 3 ، $-\pi$ مرتبة ترتيبًا تنازليًا .
<input checked="" type="radio"/>	(أ)	مجموعة حل المعادلة $ s-5 = 5$ في ح ، هي $\{5, -5\}$
<input type="radio"/>	(ب)	مجموعة حل المتباينة $ s+1 \geq 3$ في ح ، هي $[-4, 2]$
<input type="radio"/>	(ب)	إذا كانت $s=3$ ، فإن قيمة $ s-3 +v$ هي v

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

٦ الفترة التي تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية الأصغر من ٥ والأكبر من أو تساوي -٥ هي :
(أ) $(5, 5-)$ (ب) $[5, 5-)$ (ج) $(5, 5-]$ (د) $[5, 5-]$

٧ الفترة الممثلة على خط الأعداد $\leftarrow \rightarrow$ هي :
(أ) $(\infty, 2)$ (ب) $(\infty, 2]$ (ج) $[2, \infty-)$ (د) $(2, \infty-)$

٨ مجموعة حل المتباينة $|2s-1| < 3$ في ح هي :
(أ) $(\infty, 2)$ (ب) $(\infty, 2] \cup [1-, \infty-)$
(ج) $(\infty, 2) \cup (1-, \infty-)$ (د) $(2, 1-)$

$$= \frac{\sqrt{27}\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - \frac{3}{2} \times 8 \quad 9$$

$$1\frac{1}{3} \quad \text{د} \quad \text{Ⓧ}$$

$$1\frac{1}{4} \quad \text{ج} \quad \text{Ⓧ}$$

$$3 \quad \text{ب} \quad \text{Ⓧ}$$

$$9 \quad \text{ا} \quad \text{Ⓧ}$$

10 أكبر الأعداد التالية هو :

$$38000 \quad \text{ب} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10 \times 4, 23 \quad \text{ا} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10 \times 9, 37 \quad \text{د} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10 \times 4, 23 \quad \text{ج} \quad \text{Ⓧ}$$

11 العدد $0,00543$ بالصورة العلمية هو :

$$10^{-3} \times 5,43 \quad \text{ب} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10^{-3} \times 5,43 \quad \text{ا} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10^{-3} \times 543 \quad \text{د} \quad \text{Ⓧ}$$

$$10^{-2} \times 54,3 \quad \text{ج} \quad \text{Ⓧ}$$

12 العدد غير النسبي في ما يلي هو :

$$0,3 \quad \text{د} \quad \text{Ⓧ}$$

$$\frac{1}{64\sqrt{3}} \quad \text{ج} \quad \text{Ⓧ}$$

$$\frac{7}{9} \quad \text{ب} \quad \text{Ⓧ}$$

$$\sqrt{15} \quad \text{ا} \quad \text{Ⓧ}$$

www.KweduFiles.Com



التحليل والمعادلات Analysis & Equations

الوحدة الثانية

عالم الصناعة
Industrial World



حل الوحدة الثانية

WWW.KiweduFiles.Com



تُعَدُّ الصناعة مصدرًا من أهمّ مصادر الدخل القومي ، كما تُعتبر عصب الاقتصاد في معظم الدول ، وترتبط الصناعة في الكويت ارتباطًا وثيقًا وفعّالًا بالأنشطة الاقتصادية المختلفة .

شكر وعرفان

شكر خاص لمن تطوع بحل الوحدة
الثانية من كتاب الصف التاسع
للعام الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠
والذي رفض ذكر اسمه

مع ضرورة التنويه على أن هذه
الحلول لم يتم مراجعتها

مشروع الوحدة : (زيارة إلى مصنع الحديد والصلب)



يُعتبر الحديد مكوناً رئيسياً في المباني والمعدات والسيارات ، والأجهزة المنزلية الرئيسية . وتعدّ صناعة الحديد من أهمّ الصناعات الإستراتيجية ، وتقوم بدور رئيسي في التنمية الصناعية والاقتصادية ، وهي عماد معظم الصناعات الأخرى .

خطة العمل :

- رحلة إلى مصنع الحديد والصلب .
- خطوات تنفيذ المشروع :
- يقسم المعلم المتعلمين إلى مجموعات .
- يقوم أفراد المجموعة بزيارة ميدانية إلى أحد مصانع الحديد في الكويت أو البحث على شبكة الإنترنت .
- يتعرف أفراد المجموعة على خطوط إنتاج المصنع والمخازن التابعة له .
- لنفترض أنّ المصنع ينتج مكعبات من الحديد تُستخدم كقاعدة لنصب تذكارية تختلف أحجامها ، يعتمد المصنع البعد (س + ٣) كطول لحرف المكعب ، يُحفر بداخل هذا المكعب لتثبيت قاعدة النصب التذكاري بحيث تكون الحفرة على شكل مكعب طول حرفه (س + ١) ، يحسب أفراد المجموعة حجم الحديد المستخدم .
- إذا أنتج المصنع أبواباً من الحديد مساحة سطحها (س^٢ - ١٨ - س - ٤٠) وحدة مربعة ، فأوجد بعدي سطح الباب .

علاقات وتواصل :

- تتبادل المجموعات الحلول وتتأكد من صحّة الحلّ .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات تنفيذ العمل .

مخطط تنظيمي للوحدة الثانية



www.KweduFiles.Com

التحليل والمعادلات

حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد

التحليل

الحدودية
الرابعة

الحدودية
الثلاثية

الفرق بين مكعبين
أو مجموعهما

على الصورة
 $ax^2 + bx + c = 0$

المربع الكامل

على الصورة
 $ax^2 + bx + c = 0$



استعدّ للوحدة الثانية



١ أوجد العامل المشترك الأكبر (ع. م. أ.) لكلّ مما يلي :

ب) ٦س^٢ ، ٨س^٣
ع. م. أ. = ٢س^٢

أ) ٧ ، ١٤
ع. م. أ. = ٧

٢ حلّل ما يلي تحليلًا تامًّا :

ب) ص^٢ - ٤
(ص - ٢)(ص + ٢)

أ) ٢س^٢ - ٨س
٢س(س - ٤)

٣ أوجد ناتج كلّ مما يلي :

ب) $\frac{٠,٠٦٤\sqrt{٢}}{٤}$

أ) $\frac{٢}{٢٧\sqrt{٨}}$

٤ أوجد ناتج كلّ مما يلي :

ب) ٣(٢س^٢ - ٧س + ٥)
٦س^٢ - ٢١س + ١٥

أ) س(س + ٣)
س^٢ + ٣س

د) (٢ص - ١) × (٢ص - ١)
٤ص^٢ - ٤ص + ١

ج) (٤ + س) × (١ - ٣س)
٢س^٢ + ١١س - ٤

٤ (س - ص) (س^٢ + س ص + ص^٢)

س^٣ - ص^٣

٥ (س + ٥)^٢

س^٢ + ١٠س + ٢٥

٥ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية في ح :

٦ (س - ٢) = ١٦

{ ٤ + , ٤ - }

٧ ٦س + ٥ = ٨

{ ٢/٣ }

WWW.KweduFiles.Com

٦ أوجد مساحة منطقة مربعة طول ضلعها (س - ٣) سم .

٢ = س^٢ - ٦س + ٩

٧ منطقة مستطيلة أبعادها موضحة في الشكل المقابل . أوجد مساحتها .

(س + ١) سم



(س + ٥) سم

٢ = س^٢ + ٦س + ٥



تحليل الفرق بين مكعبين أو مجموعهما

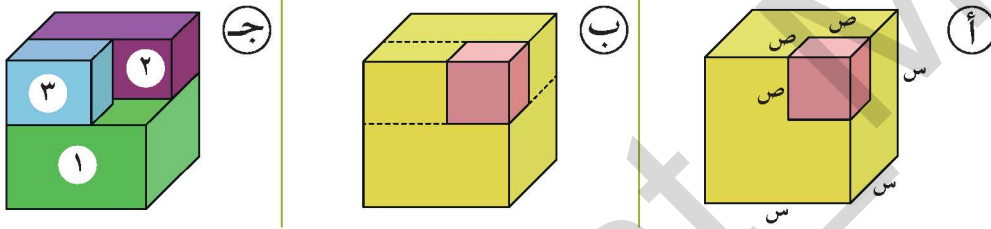
Factorising the Difference Between Two Cubes or Their Sum

١-٢

سوف تتعلم : تحليل الفرق بين مكعبين وتحليل مجموع مكعبين .

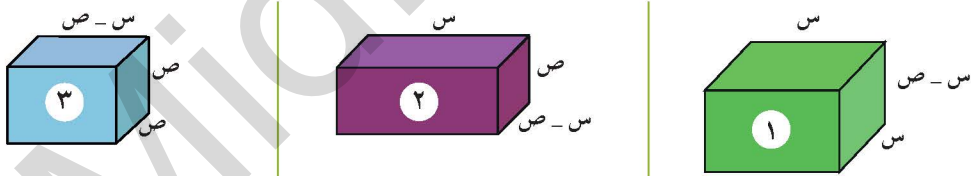
نشاط :

أنتج مصنع للإسفننج قطعة مكعبة الشكل طول حرفها (س) وحدة طول ، ومن أحد رؤوسها تم قطع مكعب صغير طول حرفه (ص) وحدة طول كما في الشكل (أ) .



أحسب كلاً من : حجم المكعب الكبير = × × = وحدة مكعبة
حجم المكعب الصغير = × × = وحدة مكعبة
حجم الجزء المتبقي = $s^3 - v^3$ وحدة مكعبة

• يمكن التوصل إلى حجم الجزء المتبقي من قطعة الإسفننج بتجزئتها إلى ثلاثة مجسمات (١) ، (٢) ، (٣) كل منها على شكل شبه مكعب معلومة أبعاده كما يلي :



الحجم = × × = (س - ص) × (س - ص) × (س - ص) =
الحجم = × × = (س - ص) × (س - ص) ×
الحجم = × × = (س - ص) × ×

حجم الجزء المتبقي = حجم الجزء (١) + حجم الجزء (٢) + حجم الجزء (٣)
 $s^3 - v^3 = (س - ص) \times (س - ص) \times (س - ص) + (س - ص) \times (س - ص) \times + (س - ص) \times \times$
 $(س - ص) \times (س - ص) \times (س - ص) + (س - ص) \times (س - ص) \times + (س - ص) \times \times =$

تحقق من ذلك بإجراء عملية الضرب .

العبارات والمفردات :

تحليل - Factorising
الفرق بين مكعبين - Difference Between Two Cubes
مجموع مكعبين - Sum of Two Cubes

معلومات مفيدة :

الإسفننج الطبيعي يتم استخراجه من حيوان الإسفننج البحري ، ولكن الإسفننج المستخدم في منازلنا هو عبارة عن مادة صناعية يتم تصنيعها من سيليلوز ألياف الخشب ، أو البوليمرات البلاستيكية الرغوية ، وكثيراً ما يُستخدم الإسفننج في تنظيف الألوان ، والأسطح المختلفة ، كما يُستخدم أيضاً في تصنيع بعض قطع الأثاث .



مما سبق نستنتج أنه لتحليل الفرق بين مكعبين s^3 ، v^3 نتبع القاعدة التالية :

$$s^3 - v^3 = (s - v)(s^2 + sv + v^2)$$

يمكن استبدال (ص) بـ (س) في القاعدة السابقة لنصل إلى الصورة :

$$s^3 + v^3 = (s + v)(s^2 - sv + v^2)$$

وهو ما يمثل مجموع مكعبين .

مثال :

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ $s^3 - 27$

الحل :

$$s^3 - 27 =$$

$$= (s - 3)(s^2 + 3s + 9)$$

ب $64b^3 + 27$

الحل :

$$64b^3 + 27 =$$

$$= (4b + 3)(16b^2 - 12b + 9)$$

تدرّب (١)  WWW.KweduFiles.Com

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ $s^3 - 64 = (s - \dots)(s^2 + \dots + \dots)$

ب $8v^3 - 1 = (2v - \dots)(\dots + \dots + \dots)$

ج $8l^3 + 27m^3 = (\dots)(\dots)$

تدرّب (٢) 

حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

أ $3e^3 - 81 = 3(e - \dots)(\dots)$


$$= 3(e - \dots)(e^2 + \dots + \dots)$$

ب $2s^4 + 16s = (s + \dots)(\dots)$

$$= (\dots + \dots - \dots)(2 + \dots)$$

ج $5 - 40m^3 = (1 - \dots m)(\dots)$

$$= (\dots)(m - 1)$$

تدرّب (٣) : 

حلّل كلّ مما يلي تحليلاً تامّاً :

١ $(٢٧ + \frac{٢٧}{٦٤} ن^٦) (٢٧ + \frac{٢٧}{٦٤} ن^٦) = ٢٧ ن^٦ + \frac{٢٧}{٦٤}$

ب $(١٢٥ - \frac{١}{١٢٥} م^٣) (١٢٥ - \frac{١}{١٢٥} م^٣) = ١٢٥ م^٣ - \frac{١}{١٢٥}$

ج $(١٢٥ - ٣ س) (١٢٥ - ٣ س) = ١٢٥ - ٣ س$

ملاحظة :

$٣(٢) = ٦$

$٣(٢) = ٦$

فكر وناقش

هل يمكن تحليل $(٦ م - ٦ ن)$ بطريقتين مختلفتين؟ وضح ذلك؟ وقارن بين ما حصلت عليه .

تدرّب (٤) : 

صندوق على شكل شبه مكعب حجمه $(٢٧ + ٣ م)$ متر مكعب وارتفاعه $(٣ + م)$ متر ، وظّف مفهوم التحليل لإيجاد مساحة قاعدته .

تذكّر أنّ :

حجم شبه المكعب =

مساحة القاعدة × الارتفاع

WWW.KweduFiles.Com

تمرّن :

١ حلّل كلّ مما يلي تحليلاً تامّاً :

١ $(١ + ٢ - ٤) (١ + ٢) = ١ + ٢$

ب $(٤ + ٣ ب + ٤ ب) (٤ - ب) = ٨ - ٣ ب$

ج $(١٢٥ + ٤ ل - ٤ ل) (٥ + ل) = ١٢٥ + ٣ ل$

د $(٢٧ - ١ هـ) (٥٣ + ١ هـ) = ٢٧ - ١ هـ$

هـ $(٣ م + ٦ ن) (٤ ل - ٤ ل) = ٣ م + ٦ ن$

و $(١٢٥ - ٣ ص) (٤ ص - ٤ ص) = ١٢٥ - ٣ ص$



٢ حلل كلاً مما يلي تحليلًا تامًا :

$$i \quad ({}^c 00 + {}^c 00 \cdot 2 + {}^c 00 \cdot 9)({}^c 00 - {}^c 00 \cdot 3) = {}^3 ص - 0, 027$$

$$b \quad ({}^c 0 \frac{1}{17} + {}^c 02 \frac{1}{7} - {}^c 9 \frac{4}{9})({}^c 0 \frac{1}{2} + {}^c 9 \frac{4}{4}) = {}^3 ب \frac{1}{16} + {}^3 2 \frac{1}{27}$$

$$c \quad (1 + {}^c 03 + {}^c 09)({}^c 1 - {}^c 03) = {}^2 ب - {}^4 ب$$

$$d \quad ({}^c 0 + {}^c 02)({}^c 0 + {}^c 03) = {}^3 هـ 3 + {}^3 ك 181$$

$$e \quad ({}^c 4 + {}^c 03 + {}^c 09)({}^c 0 - {}^c 03) = {}^2 س 24 - {}^3 س 3$$

$$و \quad ({}^c 09 + {}^c 06 + {}^c 03 - {}^c 04)({}^c 03 + {}^c 09) = {}^3 ص 54 + {}^4 س 16$$

٣ مكعب طول ضلعه (س + ٣) سم ، حُفِرَ بداخله مكعب طول ضلعه (س + ١) سم ، فما حجم الجزء المتبقي من المكعب بعد الحفر .

$$\text{حجم المكعب} (س + ٣) = {}^3 س + {}^3 س 3 + {}^3 س 9 + {}^3 س 27 + {}^3 س 27$$

$$\text{حجم المكعب} (س + ١) = {}^3 س + {}^3 س 3 + {}^3 س 9 + {}^3 س 27$$

$$\text{حجم الجزء المتبقي} = {}^3 س 6 + {}^3 س 27 + {}^3 س 27$$

تحليل المربّع الكامل Factorising Perfect Square

٢-٢

سوف تتعلّم : تحليل المربّع الكامل .

العبارات والمفردات :
مربّع كامل
Perfect Square

نشاط :

حلّل الحدودية التالية تحليلًا تامًا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$س^٢ + ٤س + ٤$$

أولًا: الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

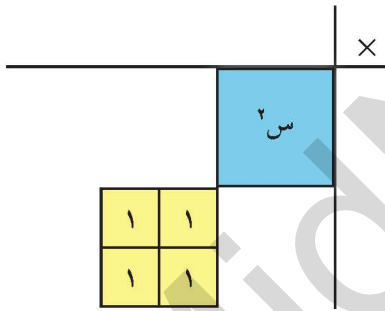
مثّل الحدودية $س^٢ + ٤س + ٤$ بطاقات الجبر كما يلي :



اللوازم :

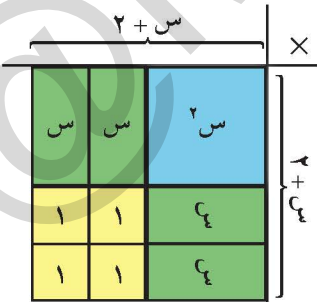
بطاقات الجبر	
س × س	س ^٢
س × ١	س
١ × ١	١

الخطوة الثانية :



في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقة $س^٢$ ،
كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة كما
في الشكل :

الخطوة الثالثة :



أكمل شكل المربّع على رقعة الضرب بطاقات $س$ ،
فلاحظ أنّ طول ضلع المربّع = $س + ٢$
∴ مساحة المربّع = $(س + ٢)(س + ٢)$
 $س(س + ٢) =$

$$∴ س^٢ + ٤س + ٤ = (س + ٢)(س + ٢)$$

$$س(س + ٢) =$$

ثانيًا: الطريقة الجبرية :

درست في ما سبق :

$$\text{للضرب: } (ب + ٢) = ٢ + ٢ب + ب^٢$$

$$= \text{مربع الحد الأول} + ٢ \times \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني} ،$$

$$(ب - ٢) = ٢ - ٢ب + ب^٢$$

$$= \text{مربع الحد الأول} - ٢ \times \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني} .$$

$$\text{وللتحليل: } ٢ + ٢ب + ب^٢ = (ب + ٢)$$

$$= (\text{الجذر التربيعي الموجب للحد الأول} + \text{الجذر التربيعي}$$

$$\text{الموجب للحد الثالث})$$

$$٢ - ٢ب + ب^٢ = (ب - ٢)$$

$$= (\text{الجذر التربيعي الموجب للحد الأول} - \text{الجذر التربيعي}$$

$$\text{الموجب للحد الثالث})$$

∴ لتحليل الحدودية $س^٢ + ٤س + ٤$:

• الجذر التربيعي الموجب للحد الأول = $س$
• الجذر التربيعي الموجب للحد الثالث = ٢

$$∴ س^٢ + ٤س + ٤ = (س + ٢)$$

وهذا المقدار $(س^٢ + ٤س + ٤)$ يسمى **مربعًا كاملًا**

وستقتصر دراستنا في هذا الكتاب على الطريقة الجبرية فقط .

مثال (١) :

حدّد ما إذا كانت الحدودية الثلاثية التالية مربعًا كاملًا أم لا ؟ ثم حلّل الحدودية إذا كانت مربعًا كاملًا .

$$س^٢ + ١٠س + ٢٥$$

الحل :

• هل $س^٢$ مربع كامل ؟ **الإجابة : نعم**

• هل ٢٥ مربع كامل ؟ **الإجابة : نعم**

• هل الحدّ الأوسط **ضعف** حاصل ضرب $س \times ٥$

الإجابة : نعم حيث $٢ \times س \times ٥ = ١٠س$ (الحدّ الأوسط)

∴ الحدودية الثلاثية $س^٢ + ١٠س + ٢٥$ مربع كامل

$$∴ س^٢ + ١٠س + ٢٥ = (س + ٥)$$

تدرّب (١) :

أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملًا :

ب) $٩ + ٣ص + ٢ص$

أ) $٤٩ + ١٤ص - ٢ص$

د) $٩ + ٣٦ص + ٤ص$

ج) $١ - ٦ص - ٩ص$

www.KweduFiles.Com

تدرّب (٢) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

ب) $٩ + ٢٤ب - ١٦ب$
 $٢(\quad + \quad) =$

أ) $١٦ + ٨ص + ٢ص$
 $٢(\quad + \quad) =$

د) $١٠ - ١ص + ٢٥ص$

ج) $٦٤ + ١٦ص + ٢ص$

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًّا : $٥ + ٢٠ص - ٢٠ص$

الحل :

$٥ + ٢٠ص - ٢٠ص$

$٥(١ + ٤ص - ٤ص) =$

$٥(١ - ٢ص) =$

(بأخذ العامل المشترك)

تدرّب (٣) :

حلّ كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

ب) $٤ ب^٣ ج + ٨ ب^٢ ج^٢ + ٤ ب ج^٣$

أ) $٩ س^٣ - ٦ س^٢ ص + س ص^٢$

.....
.....

.....
.....

مثال (٣) :

أوجد قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية التالية مربعًا كاملًا :

$$٩ س^٢ + ج س ص + ٤٩ ص^٢$$

الحل :

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الأوّل = ٣ س ،

الجذر التربيعي الموجب للحدّ الثالث = ٧ ص ،

$$\text{الحدّ الأوسط} = \pm ٢ \times ٣ \times ٧ ص$$

$$ج س ص = \pm ٤٢ س ص$$

$$\therefore ج = ٤٢ \text{ أو } ج = -٤٢$$



تدرّب (٤) :

وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة ما يلي :

$$٢(\text{.....} + ١٠٠) = ٢(١٠١)$$

$$٢(\text{.....}) + \text{.....} \times ١٠٠ \times ٢ + ٢(١٠٠) =$$

$$\text{.....} = \text{.....} + \text{.....} + ١٠٠٠٠ =$$

تمرّن :

١ أيّ من الحدوديات الثلاثية التالية تمثّل مربعًا كاملاً؟

ب $٤ - ٤ع - ٤$

لا

أ $٢س + ٢ص + ٢$

نعم

د $٩ب^٢ + ١٢ب + ١٦$

لا

ج $١ + ١٠س + ٢٥س^٢$

نعم

٢ حلّل كلّ مما يلي تحليلاً تاماً:

ب $١ + ٦ب + ٩ب^٢$

$(١ + ٣ب)^٢$

أ $١ + ٢ص - ٢ص$

$(١ - ص)^٢$

د $١٢١س + ٢٢س + ١٢١$

$(١١س + ١)^٢$

ج $٤س - ٤س + ٤س^٢$

$٤س(١ - ٤س)$

و $١٢س + ٣٦س + ٢٧ص$

$٣(٤س + ٣ص)$

هـ $٩س + ٦س - ٢س$

$٣س(٣ - ٢س)$



٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة كل مما يلي :

ب (٥٩)^٢

$$٣٤٨١ = (١٠٦)٢$$

أ (١٠٣)^٢

$$١٠٦٠٩ = (١٠٣)٢$$

٤ أوجد قيمة ج التي تجعل كلاً من الحدوديات الثلاثية التالية مربعاً كاملاً :

أ س^٢ + ج س + ٨١

$$ج = ١٨$$

WWW.KweduFiles.Com

ب ٤ س^٢ - ج س ص + ٩ ص^٢

$$ج = ١٢$$



٥ يُراد بناء مصنع على قطعة أرض مربعة الشكل مساحتها :

(س^٢ + ٢٠ س + ١٠٠) وحدة مربعة . فما طول ضلعها بدلالة س ؟

$$(س + ١٠)$$

تحليل الحدودية الثلاثية : $x^2 + bx + c$ Factorising Trinomial : $x^2 + bx + c$

٣-٢

سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : $x^2 + bx + c$.

العبارات والمفردات :

حدودية ثلاثية

Trinomial

نشاط :

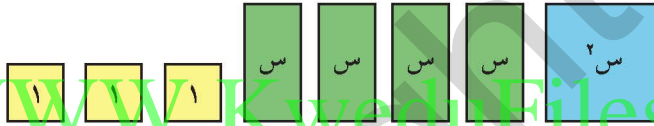
حلل الحدودية التالية تحليلاً تاماً بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$s^2 + 4s + 3$$

أولاً : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثل الحدودية $s^2 + 4s + 3$ ببطاقات الجبر كما يلي :

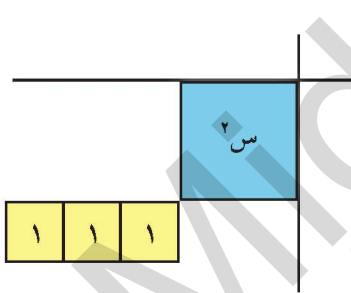


اللوازم :

بطاقات الجبر

$s \times s$	s^2
$s \times 1$	s
1×1	1

الخطوة الثانية :

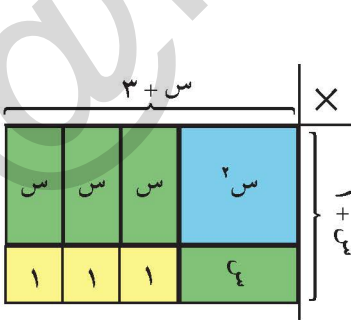


صَحَّ البطاقة s^2 في زاوية رقعة الضرب ، ورتَّب

بطاقات 1 . بما أنّ 3 عدد أولي ، فإنه يمكن

ترتيب البطاقات الثلاث بمصفوفة 3×1 كما في الشكل .

الخطوة الثالثة :



أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات s

فيكون بذلك طول المستطيل $(s + 3)$

وعرض المستطيل $(s + 1)$

\therefore مساحة المستطيل $= (s + 3)(s + 1)$

$\therefore s^2 + 4s + 3 = (s + 3)(s + 1)$

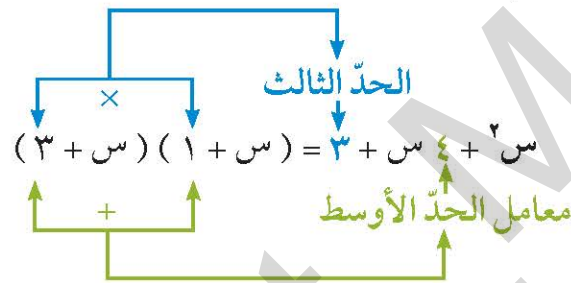
ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية $س^2 + ٤س + ٣$ إلى حاصل ضرب عاملين نبحث عن عددين يكون :

حاصل ضربهما ٣ الحد الثالث

ناتج جمعهما ٤ معامل الحد الأوسط

كما في الشكل التالي :



لتحليل حدودية ثلاثية على الصورة $س^2 + بس + ج$ إلى عواملها ،

ابحث عن عددين $م$ ، $ن$ حيث $ب = م + ن$ ، $ج = م \cdot ن$

فيكون $س^2 + بس + ج = (س + م)(س + ن)$

مثال (١) :

حلّل تحليلًا تامًا : $س^2 + ٦س + ٥$

الحل :

$$س^2 + ٦س + ٥ = (س + ٥)(س + ١)$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٥ وناتج جمعهما ٦

تدرّب (١) :

حلّل كلّ مما يلي تحليلًا تامًا :

ب) $س^2 - ٩س + ١٨$

$$(\dots - \dots) (\dots - \dots) =$$

أ) $ص^2 + ٨ص + ٧$

$$(\dots + \dots) (\dots + \dots) =$$

مثال (٢) :

حلّل تحليلًا تامًا : $٢ - ٢ + ٢$

الحل :

$$(١ - ٢)(٢ + ٢) = ٢ - ٢ + ٢$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما $(٢-)$ وناتج جمعهما $(١+)$

تدرّب (٢) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ س^٢ + ٢ س - ٣ = (.....)(.....) =

ب س^٢ - ٥ س ص - ١٤ ص^٢ = (.....)(.....) =

تدرّب (٣) :

حلّل كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ ٥ ص^٢ + ١٥ ص - ٢٠ = (..... - +) =

ب س^٢ + ٧ ص - ١٢ = (.....) - =

(.....) - =

(..... +)(..... -) =

فكر وناقش

أعط ثلاث قيم مختلفة لـ ج في الحدودية :

س^٢ + ٣ س ج بحيث يمكن تحليلها إلى حاصل ضرب عاملين

تدرّب (٤) :

حلّل الحدوديات الثلاثية التالية تحليلاً تامّاً :

أ ص^٢ - ٦ ص - ٧ =

ب س^٣ + ١٢ س^٢ + ٣٢ س =

ج س^٢ - ٢٠ س + ١٠٠ =

د س^٢ + ٧ س ف - ١٨ ف^٢ =

فكر وناقش

تقول منار: إنّ تحليل الحدودية س^٢ + ٤ س - ٢١ هو (س - ٣)(س + ٧)

بينما تقول سلمى: إنّ تحليلها هو (س + ٣)(س - ٧).

أيّهما على صواب؟ فسّر إجابتك.



تمرّن :

١ أكمل بوضع (+) أو (-) في كلّ ممّا يلي :

أ س^٢ + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)

ب س^٢ - س - ١٢ = (س + ٣)(س - ٤)

٢ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا :

أ س^٢ + ٣ س + ٢

(س + ١)(س + ٢)

ب س^٢ - ٧ س + ١٠

(س - ٢)(س - ٥)

ج ص^٢ + ص - ٢٠

(ص - ٥)(ص + ٤)

د س^٢ - ٥ س - ٦

(س - ٦)(س + ١)

هـ س^٢ - س - ٥٦

(س - ٨)(س + ٧)

و س^٢ + ٧ س - ٤٤

(س + ١١)(س - ٤)

ز ب^٢ - ١٠ ب ك + ١٦ ك^٢

(ب - ٤)(ب - ٤ ك)

ح م^٢ + ١٥ م ن + ٥٤ ن^٢

(م + ٣ ن)(م + ٩ ن)

ط ص^٤ - ١٧ ص^٣ + ٣٠ ص^٢

ص^٢(ص - ٥)(ص - ١٥)

ي ٢ - ٢ س^٢ + ٢ س + ٤

٢(س - ١)(س + ١)

٣ ينتج مصنع للألومينيوم نوافذ مختلفة الأشكال ،

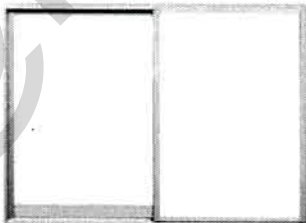
إحدى هذه النوافذ مستطيلة الشكل مساحة

سطحها الأمامي يساوي (س^٢ + ٩ س + ٢٠) وحدة

مربعة . أوجد بعدي السطح الأمامي للنافذة بدلالة س .

(س + ٤)

(س + ٥)



تحليل الحدودية الثلاثية : $٢س + ب س + ج$ Factorising Trinomials : $a x^2 + b x + c$

٤-٢



سوف تتعلم : تحليل حدودية ثلاثية على الصورة : $٢س + ب س + ج$ ، حيث $١ \neq ٢$.

نشاط :



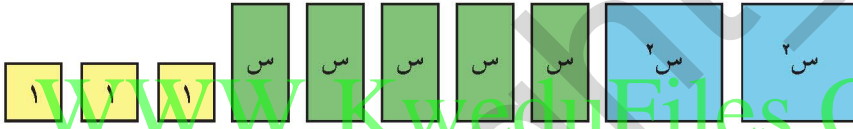
حلّل الحدودية التالية تحليلًا تامًا بالطريقة العملية والطريقة الجبرية :

$$٢س^٢ + ٥س + ٣$$

أولًا : الطريقة العملية :

الخطوة الأولى :

مثّل الحدودية ببطاقات الجبر كما يلي :



اللوازم :

بطاقات الجبر	
$س \times س$	$س^٢$
$س \times ١$	$س$
١×١	١

الخطوة الثانية :

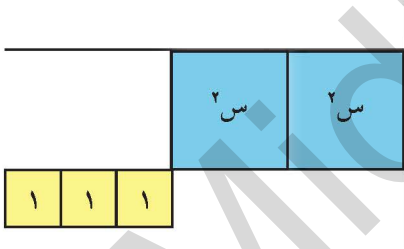
في زاوية رقعة الضرب ضع بطاقات $س^٢$ ،

كذلك ضع بطاقات ١ على شكل مصفوفة

بما أن ٣ عدد أولي ، فإنه يمكن ترتيب

البطاقات الثلاث بمصفوفة ٣×١

كما في الشكل .



الخطوة الثالثة :

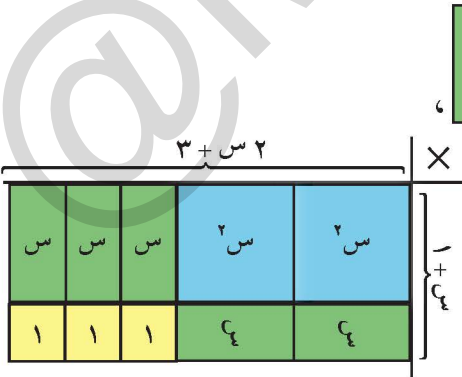
أكمل شكل المستطيل على رقعة الضرب ببطاقات $س$ ،

فلاحظ أنّ : طول المستطيل = $٢س + ٣$

وعرض المستطيل = $س + ١$

∴ مساحة المستطيل = $(١ + س)(٣ + ٢س)$

∴ $٢س^٢ + ٥س + ٣ = (١ + س)(٣ + ٢س)$



ثانيًا : الطريقة الجبرية :

لتحليل الحدودية الثلاثية $2س^2 + 5س + 3$ إلى حاصل ضرب عاملين نتبع ما يلي :

الحدّ الأوّل : $2س^2$

الحدّ الأوسط : $5س$ (موجب)

الحدّ الثالث : 3 (موجب)

بما أنّ الحدّ الثالث موجب والحدّ الأوسط موجب ، نستبعد العوامل السالبة .

∴ عوامل الحدّ الأوّل $2س^2$ هي $2س$ ، $س$

عوامل الحدّ الثالث 3 هي 3 ، 1

المحاولة الأولى :

$$(2س + 3)(س + 1)$$

WWW.KweduFiles.Com

$$6س + 3س = 9س \neq 5س \text{ الحدّ الأوسط}$$

المحاولة الثانية : (تبديل أماكن عوامل الحدّ الثالث)

$$(2س + 1)(س + 3)$$

$$3س + 2س = 5س = \text{الحدّ الأوسط}$$

$$\therefore 2س^2 + 5س + 3 = (2س + 1)(س + 3)$$

مثال :

حلّل تحليلاً تاماً : $٥س^٢ + ٧س + ٢$

الحل :

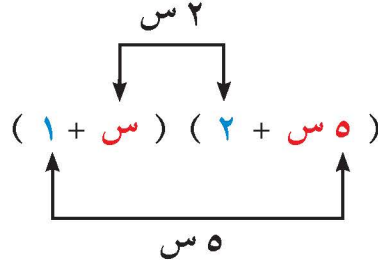
عوامل الحد الأول هي $٥س$ ، $س$

الحدّ الأوّل : $٥س^٢$

الحدّ الأوسط : $٧س$ (موجب)

عوامل الحد الثالث هي ٢ ، ١

الحدّ الثالث : ٢ (موجب)



$$٢س + ٥س = ٧س = \text{الحدّ الأوسط}$$

$$\therefore ٥س^٢ + ٧س + ٢ = (١ + ٥س)(٢ + ٥س)$$

www.KweduFiles.Com

بعد إجراء التحليل
تحقق من صحته .

تدرّب (١) :

حلّل تحليلاً تاماً كلّاً ممّا يلي :

أ $٥س^٢ + ٨س + ٣ = (..... +)(..... +)$

ب $٤س^٢ - ٤س - ٣ = (..... -)(..... +)$

ج $٣س^٢ + ٧س - ٦ = (..... +)(..... -)$

د $٦س^٢ - ١٩س + ١٠ = (.....)(.....)$

فكر وناقش

أوجد قيمتين للمعامل **ك** تسمحان بتحليل الحدودية :

$$٤س^٢ + كس + ١٠$$



تدرّب (٢) :

حلّل تحليلاً تاماً كلّاً مما يلي :

١ $٢هـ - ٣هـ - ٥ =$

ب $٧ك - ١١ل - ٦ل =$

ج $٤٢ص + ٣٢ص + ٦ = ٢(.....)$

$٢ = (.....)(.....)$

د $١٣ع + ٥ع - ٨ع =$

$=$

تمرّن :

حلّل تحليلاً تاماً كلّاً مما يلي :

٢ $١١ل - ١٢ل + ١ =$

١ $٢ن + ١٥ن + ٧ =$

$(١-ل)(١٢-ل)$ $(١٦+ن)(١+ن)$

٤ $٨ص + ١٠ص - ٣ل =$

٣ $٢ك - ١١ك - ٢١ =$

$(٣+ص)(٤-ص)$ $(٧-ك)(٣+ك)$

٦ $٤س - ٥ص - ٥ص =$

٥ $٢٥س + ١٠س - ١٥ =$

$(٤س - ٥ص)(٥ص + ٥ص)$ $٥(٣س + ١)(٣س - ١)$

٨ $٤هـ + ١٢هـ + ٩هـ =$

٧ $٢١ف - ٧٠ف + ٤٩ف =$

$٥(٣+٥هـ)$ $٧ف(٢ف-٧)(١-ف)$

تحليل الحدودية الرباعية Factorising Quartic Polynomial

٥-٢



سوف تتعلم : تحليل الحدودية الرباعية .

العبارات والمفردات :

حدودية رباعية

Quartic
Polynomial

نشاط :

أوجد ناتج :

$$\dots\dots\dots = (س + ص) (ب + ٢)$$

$$\dots\dots\dots =$$

تسمى الحدودية الناتجة **حدودية رباعية** .

قامت كل من سارة وشهد بتحليل الحدودية بطريقتين مختلفتين :

طريقة شهد

طريقة سارة

$\begin{aligned} &س٢ + ص٢ + ب٢ + صب + بس + صس \\ &= (س٢ + ص٢) + (ب٢ + صب + بس + صس) \\ &= س(س + ص) + (ب + ص)(ص + س) \\ &= (س + ص)(س + ب + ص) \end{aligned}$	$\begin{aligned} &س٢ + ص٢ + ب٢ + صب + بس + صس \\ &= (س٢ + ص٢) + (ب٢ + صب + بس + صس) \\ &= (س + ص)س + (ب + ص)(ص + س) \\ &= (س + ص)(س + ب + ص) \end{aligned}$
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

في كلتا الطريقتين حصلنا على الناتج نفسه .

مثال (١) :

حلّل الحدودية التالية تحليلًا تامًا :

$$هـ ج د + هـ د د + ب ج د + ب د$$

الحل :

<p>(جزيء)</p> <p>(بأخذ العامل المشترك)</p> <p>(بأخذ العامل المشترك)</p>	$\begin{aligned} &هـ ج د + هـ د د + ب ج د + ب د \\ &= (هـ ج د + هـ د د) + (ب ج د + ب د) \\ &= هـ(ج + د) + ب(ج + د) \\ &= (ج + د)(هـ + ب) \end{aligned}$
-------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

تدرّب (١) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ) $س^٢ ه - س^٢ د + ص^٢ ه - ص^٢ د$

$(س^٢ ه - س^٢ د) + (ص^٢ ه - ص^٢ د) =$

$س^٢ (ه - د) + ص^٢ (ه - د) =$

$(س^٢ + ص^٢) (ه - د) =$

ب) $س^٢ س + ج س + ٢ ج + ج^٢$

مثال (٢) :
حلّ تحليلاً تامّاً :

$س^٣ - ٣ س^٢ - ٢ س + ٦$

الحل :

$س^٣ - ٣ س^٢ - ٢ س + ٦ = (س^٣ - ٣ س^٢) + (٦ - ٢ س)$

$= س^٢ (س - ٣) + ٢ (٣ - س)$

$= (س - ٣) (س^٢ - ٢)$

تدرّب (٢) :

حلّ كلاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

أ) $س^٢ - ٣ س + ٣ ص$

تذكّر أنّ :

(س - ص)

= (ص - س)

ب) $20س^2 + 10ب - 2س^2 - 4ص - 22ب$
 $2 = (.....)$

.....

تذکران:
 $2 - 2ب =$
 $(ب - 2)(ب + 2)$

مثال (3):

حلّ تحليلًا تامًّا:

$س^3 - 2س^2 - 2س + 2$

الحل:

$س^3 - 2س^2 - 2س + 2 = (س^2 - 2س + 2)(س - 1)$

$= س^2(س - 2) - 2(س - 1)$

www.KweduFiles.Com

تدرّب (3):

حلّ كلاً مما يلي تحليلًا تامًّا:

أ) $س^3 - 3س^2 - 4س + 12$

.....

ب) $ص^3 + 4ص^2 - 9ص - 36$

.....

تمرّن :

حلّل كلّاً ممّا يلي تحليلاً تامّاً :

١ س ل - م س + ل ص - م ص

$$(ل - ٢)(س + ص)$$

٢ ٢س + ٢س ب + ٢ص + ب ص

$$٢(س + ص)(ب + ٢)$$

٣ ٤س + ٢س + ٢س + ٨ب س + ٤ب

$$٢(س + ٤)(٢س + ٤ب)$$

٤ ٦س - ٨س ص - ٣س ب + ٤ب ص

$$٣(٤س - ٤ص)(ب - ٣)$$

٥ ٣س - ٢س - ٩س + ١٨

$$٣(س - ٣)(٣ - س)$$

٦ ٣س + ٢س - ٢٥س - ٥٠

$$٥(س + ٥)(٥ - س)$$

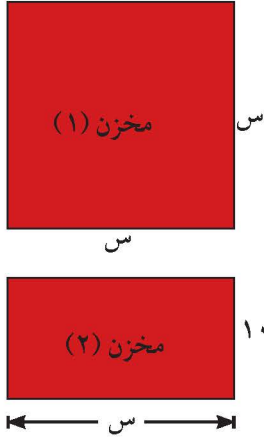


WWW.KweduFiles.Com

حلّ معادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد Solving Second Degree Equation in One Variable

٦-٢

سوف تتعلّم : حلّ المعادلة من الدرجة الثانية في متغيّر واحد على الصورة العامة :
 $اس^٢ + بس + ج = ٠$.



صمّم مصنع لموادّ البناء مرفق له مخزنان ، أحدهما أرضيته
مربّعة الشكل والآخر أرضيته مستطيلة الشكل .

- أكتب مساحة أرضية المخزن (١) بدلالة س :
- أكتب مساحة أرضية المخزن (٢) بدلالة س :
- أوجد قيم س التي تجعل مجموع المساحتين
يساوي ١٢٠٠ وحدة مربعة ؟

لايجاد قيم س :
www.kwedufiles.com

- نكتب المعادلة : + = ١٢٠٠
- نضع المعادلة في صورة $اس^٢ + بس + ج = ٠$
..... + - = ٠
- نحلل بطريقة مناسبة لإيجاد قيم س :
..... (..... +) (..... -) = ٠
- نوجد قيم س

خاصية الضرب الصفري

لكلّ $ا$ ، $ب$ عدنان حقيقيان ، إذا كان $ا \times ب = ٠$ فإنّ $ا = ٠$ أو $ب = ٠$
: مثال :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة : $(س + ٥)(س - ٦) = ٠$ ، حيث $س \in ح$
ثمّ تحقّق من صحّة الحلّ .

: الحل :

$$(س + ٥)(س - ٦) = ٠$$

استخدم خاصية الضرب الصفري (

$$س + ٥ = ٠ \quad \text{أو} \quad س - ٦ = ٠$$

$$س = -٥ \quad \text{أو} \quad س = ٦$$

∴ مجموعة الحلّ = { -٥ ، ٦ }

العبارات والمفردات :
معادلة من الدرجة
الثانية في متغيّر واحد
Second Degree
Equation with
One Variable
حلّ معادلة
Solving an
Equation

ملاحظة :

المعادلة من الدرجة
الثانية في متغيّر واحد
تُسمّى المعادلة التربيعية .

تذكّر أنّ :

حلّ المعادلة يعني إيجاد
قيم المتغيّر التي تحقّق
المعادلة .

تحقق :

عوّض عن س بالعدد ٦

$$٠ \stackrel{؟}{=} (٦ - ٦)(٥ + ٦)$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} ٠ \times ١١$$

✓ $٠ = ٠$

عوّض عن س بالعدد ٥ -

$$٠ \stackrel{؟}{=} (٦ - ٥ -)(٥ + ٥ -)$$

$$٠ \stackrel{؟}{=} ١١ - \times ٠$$

✓ $٠ = ٠$

عند حل المعادلة التربيعية سنعتبر قيم المتغير تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية ما لم يذكر غير ذلك.

تدرّب (١) 

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

ب س $٩ = ٢$

$$\text{.....} = \text{.....} - ٢$$

$$٠ = (\text{.....} + \text{.....})(\text{.....})$$

أو

$$\text{.....} \text{.....}$$

∴ مجموعة الحلّ = {..... ،}

أ ص $٥ - ٢ = ص$

$$٠ = (\text{.....} - \text{.....})$$

$$٠ = \text{.....} \text{أو} \text{.....}$$

∴ مجموعة الحلّ = {..... ،}

تذكّر أنّ :

لحلّ معادلة تربيعية :

(١) صّح المعادلة في

الصورة العامة .

(٢) حلّ .

(٣) استخدم خاصية

الضرب الصفري .

تدرّب (٢) 

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

ب س $٣٥ + ٢ = ٢$

.....
.....
.....
.....
.....

أ ص $٦ - ٢ = ٥ + ص$

.....
.....
.....
.....
.....

تدرّب (٣) :

أوجد مجموعة حلّ المعادلة : $٦ص^٢ + ٩ص = ٢ص^٢$

$$٦ص^٢ + ٩ص = ٢ص^٢$$

$$٦ص^٢ - ٢ص^٢ = -٩ص$$

$$٤ص^٢ = (-٩ص)$$

تدرّب (٤) :

أوجد مجموعة حلّ كلٍّ من المعادلات التالية :

أ) $٧ = (٦ - ع)$ ب) $٤٤ = ٢(٢ + س)$

<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
-------------------------------------------------	-------------------------------------------------

تدرّب (٥) :

ما العدد الحقيقي الذي يزيد مربّعه عن أربعة أمثاله بمقدار ٥ ؟

تذكّر أنّ :
بفرض أنّ س عدد حقيقي ، فإنّ :
ضعفه هو ٢ س
مربّعه هو س^٢
ثلاثة أمثاله هو ٣ س



فكر وناقش

ما مجموعة حل المعادلة $x^2 + 1 = 0$ ؟

تمرّن :

١ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

أ $x^2 = (x+1)(x-3) = 0$

مجموعة الحل = $\{3, -1\}$

ب $x^2 - 36 = 0$

$x^2 = (x+6)(x-6) = 0$

مجموعة الحل = $\{6, -6\}$

ج $x^2 - 10x + 11 = 0$

$x^2 = (x+11)(x-11) = 0$

مجموعة الحل = $\{11, -11\}$

د $x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 = (x-3)^2 = 0$

مجموعة الحل = $\{3\}$

هـ $x^2 + 7x + 12 = 0$

$x^2 = (x+12)(x+3) = 0$

مجموعة الحل = $\{-12, -3\}$

و $x^2 = 7x$

$x^2 = (x-7)x = 0$

مجموعة الحل = $\{0, 7\}$

ز $3x^2 + x - 10 = 0$

$x^2 = (3x+5)(x-2) = 0$

مجموعة الحل = $\{-\frac{5}{3}, 2\}$

ح $x^2 - 12x + 8 = 0$

$x^2 = (x+8)(x-1) = 0$

مجموعة الحل = $\{-8, 1\}$

$$\text{٦) س (س + ١) = ٢}$$

$$٠ = (١ - س) (س + ١)$$

$$\text{مجموعة الكل} = \{١, -١\}$$

$$\text{٧) ٢ ص ١٥ = ١٨ - ص}$$

$$٠ = (٦ - ص) (٣ - ص)$$

$$\text{مجموعة الكل} = \left\{ \frac{٣}{٢}, ٦ \right\}$$

$$\text{٨) ٩ م ١٢ = ٤ - م}$$

$$٠ = (٣ - م) (٣ - م)$$

$$\text{مجموعة الكل} = \left\{ \frac{٣}{٣} \right\}$$

$$\text{٩) ٤٩ - ٢(٣ + س) = ٠}$$

$$٠ = (١٠ + س) (٤ - س)$$

$$\text{مجموعة الكل} = \{٤, -١٠\}$$

WWW.KweduFiles.Com

١٠) ينتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل شبه مكعب أبعاده:

٤ سم، (٢ + س) سم، (٢ + س) سم وحجمه يساوي ١٠٠ سم^٣.
أوجد قيمة س.

$$٤ = (٢ + س) (٢ + س) (٢ + س)$$

$$٠ = ٢١ - ٤س + س^٣$$

$$٠ = (٣ - س) (٧ + س)$$

$$\text{بذلك قيمة س} = ٣$$

٣ مخزن أحد المصانع أرضيته مستطيلة الشكل يزيد طولها ٢٠ مترًا عن عرضها، وكانت مساحتها ٣٠٠ م^٢. أوجد بعدي أرضية المخزن.



$$\begin{aligned} \text{العرض} &= س \\ \text{الطول} &= س + ٢٠ \\ \text{مساحة} &= (س + ٢٠) \cdot س = ٣٠٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} س^٢ + ٢٠س &= ٣٠٠ \\ (س + ٢٠)(س - ١٠) &= ٠ \\ \therefore س &= ١٠ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{العرض} &= ١٠ \text{ م} \\ \text{الطول} &= ٣٠ \text{ م} \end{aligned}$$

٤ ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤؟

$$س - س^٢ = ٤$$

$$\begin{aligned} س^٢ - س + ٤ &= ٠ \\ (س - ٤)(س + ١) &= ٠ \end{aligned}$$

$$\text{العدد} = ٤ \text{ أو } ١$$



مراجعة الوحدة الثانية
Revision Unit Two

٧-٢

أولاً: التمارين المقالية

١ حلّ كلّ ممّا يلي تحليلاً تامّاً:

أ س^٢ + ١٦ + ٦٤

(س + ٨)^٢

ب ٦٤ + س^٣

(س + ٤)(٤ - ١٦ + س + س^٢)

ج ٣٢ س^٣ - ٤

٤ (٢ - س)(١ - س + س^٢ + س^٣)

د م^٦ - ٢٧ ل^٣ / ١٢٥

(٢ - ل^٣ / ٥)(٢ + ل^٣ / ٥ + ٢ ل^٣ / ٥ + ٩ / ٥)

هـ س^٢ + ٨ + س^٢ + ٧ + س^٣ + ١٨

(٣ + س)(٦ - س)

(١ + س)(٧ + س)

ح ص^٢ + ٢٨ + ص^٣ + ١١ + ص^٤

ص^٤ (ص + ٤)(ص + ٧)

ز ٢ س^٢ - ١٤ + س + ٢٤

٤ (٣ - س)(٤ - س)

ي ٢ س^٢ - ٧ + س + ٦

(٢ - س)(٤ - س)

ط ب^٢ - ٩ - ب ك - ١٠ ك^٢

(ب - ١٠)(ب + ١٠)

ل ١٢ ل^٢ + ١١ ل م - ١٥ م^٢

(٤ ل - ٢٣)(٢٣ + ل م)

ك ٦ س^٢ + ٢١ + س - ١٢

٣ (١ - س)(٤ + س)

ن ٩ س^٢ ص - ٥٤ س ص + ٨١ ص

$$٩ ص (٣ - س)^٢$$

م ٤ س^٢ + ٤ س + ١

$$٤ (١ + س)^٢$$

ص س ص^٢ + ٢ س^٢ - ٣ ص^٢ - ٦ س ص

$$(٣ ص - س)(٤ س + ٣ ص)$$

س س^٣ + ٢ س^٢ - س - ٢

$$(١ + س)(١ - س)(٢ + س)$$

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

١ س^٢ - ٦ س + ٥ = ٠

$$٠ = (٥ + س)(٥ - س)$$

$$\{٥ - س, ٥ + س\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$٠ = (٦ - س) س$$

$$\{٠, ٦\} = \text{مجموعة الحل}$$

د ٩ ن^٢ + ١٢ ن + ٤ = ٠

$$٠ = (٣ + ن)^٢$$

$$\left\{ \frac{٣}{٣} \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

ج ٤ س^٢ - ٤ س + ١ = ٠

$$٠ = (٣ + س)(٧ - س)$$

$$\{٣ - س, ٧\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$9s^2 - 5s = 6s^2 - 3s + 5$$

$$0 = (1 + s)(5 - 3s)$$

$$\text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{5}{3}, -1 \right\}$$

$$0 = (2 - s)(2 - 36)$$

$$0 = (2 + s)(18 - s)$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{ 18, -2 \}$$

$$0 = 2s^2 - (2 + 3s)s$$

$$0 = (1 - s)(1 - 3s)$$

$$\text{مجموعة الحل} = \left\{ \frac{1}{3}, 1 \right\}$$

$$3 = (2 + s)s$$

$$0 = (1 - s)(2 + s)$$

$$\text{مجموعة الحل} = \{ 2, -1 \}$$

٣ وظف مفهوم المربع الكامل لإيجاد قيمة: (٦١)^٢

$$3761 = (1 + 60)^2$$



ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	<input checked="" type="radio"/>	١ $s^3 - \frac{1}{8} = (s - \frac{1}{4})(s^2 + \frac{1}{4}s + \frac{1}{8})$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٢ إذا كانت $s - ص = ٥$ ، $s + ص = ١١$ ، فإن $s^2 - ص^2 = ٥٥$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٣ $s^2 + s + ١ = (s + ١)^2$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٤ مجموعة حلّ المعادلة $s^2 + ٣s = ٠$ ، $s \in ح$ هي $\{٣, ٠\}$
<input checked="" type="radio"/>	أ	٥ $(s + ص)^2 = s^2 + ص^2$
ب	<input checked="" type="radio"/>	٦ إذا كان $٤ ص^2 + ج - ص + ٩$ مربعًا كاملاً ، فإن إحدى قيم $ج$ هي ١٢

ثانيًا : لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

٧ إذا كانت $١٠ = ٢ب$ ، $٢ = ٢ب$ فإن $(ب + ٢)(ب - ٢) =$

- أ) ٨ ب) ٨ ج) ١٢ د) ٢٠

٨ $s(س - (٣ - س) - ٩) =$

- أ) $(٣ - س)(٣ + س)$ ب) $(٣ - س)^2$
 ج) $(٣ - س)(١ + س)$ د) $(٣ + س)^2$

٩ إذا كان $٣ = م + ل$ ، $٥١ = م^٣ + ل^٣$ ، فإن $ل^٢ - م + م^٢ =$

- أ) ١٧ ب) ٤٨ ج) ٥٤ د) ١٥٣

١٠ $(٣ - س)^2 - ١٦ =$

- أ) $(٥ - س)(١١ + س)$ ب) $(٥ + س)(١١ - س)$
 ج) $(١ - س)(٧ + س)$ د) $(١ + س)(٧ - س)$

١١ إذا كان $2س^2 + م - 7 = (2س - 1)(س + 7)$ ، فإن $م =$

١٥ (د)

١٤ (ج)

١٣ (ب)

١٣- (أ)

١٢ مجموعة حل المعادلة $س(س - 2) = 15$ في ح هي :

{٥، ٣} (ب)

{٥-، ٣} (أ)

{٥، ٣-} (د)

{٢، ٠} (ج)

١٣ $ص^4 + ٠,٢٧ص =$

(أ) $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 + ٠,٣ + ص + ٠,٠٩)$

(ب) $ص(ص - ٠,٣)(ص^2 - ٠,٣ - ص + ٠,٠٩)$

(ج) $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 - ٠,٣ - ص + ٠,٠٩)$

(د) $ص(ص + ٠,٣)(ص^2 - ٠,٦ - ص + ٠,٠٩)$



www.KweduFiles.Com

١٤ قيمة ج التي تجعل الحدودية الثلاثية $س^2 - 6س + ج$ مربعاً كاملاً هي :

٣٦ (د)

٩ (ج)

٣ (ب)

٩- (أ)

اختر من القائمة (٢) ما يناسب كل بند من القائمة (١) لتحصل على عبارة صحيحة .

القائمة (٢)	القائمة (١)
(أ) $(س + 2)(س - 1)$	١٥ $6س^2 - 11س + 4 =$ (ج)
(ب) $3(س - 2)(س + 1)$	١٦ $6س^2 - 5س - 4 =$ (د)
(ج) $(س - 4)(س - 1)$	١٧ $9س^2 + 3س - 6 =$ (ب)
(د) $(س + 2)(س - 4)$	١٨ $س(س + 3) - 2 =$ (د)
(هـ) $(س + 4)(س - 1)$	



الحدوديات النسبية Rational Expressions

الوحدة الثالثة

الرياضة
Sports



تهتم دولة الكويت بالنشء والشباب وتحرص على أن يمارسوا الرياضة في جوّ صحيّ وتحت أيدي خبراء وتوفّر لهم الأماكن المناسبة لممارسة رياضاتهم المفضّلة، ومن هذه الأماكن إستاد جابر الأحمد الدولي وهو إستاد رياضي كويتي متعدّد الأغراض يقع في محافظة الفروانية جنوب مدينة الكويت . افتُتح الإستاد رسميًا في ١٨ ديسمبر ٢٠١٥ م ، وتبلغ الطاقة الاستيعابية للإستاد حوالي ٦٠ ٠٠٠ متفرّج ، ويُعتبَر أكبر إستاد رياضي في الكويت والسابع عربيًا ، والخامس والعشرين عالميًا من حيث السعة .

شكر وعرفان

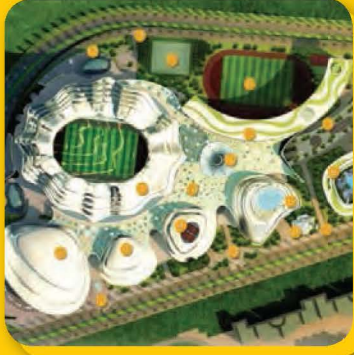
شكر خاص لمن تطوع بحل الوحدة
الثالثة من كتاب الصف التاسع للعام

الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠
www.KweduFiles.Com

والذي رفض ذكر اسمه

مع ضرورة التنويه على أن هذه
الحلول لم يتم مراجعتها

مشروع الوحدة : (القرية الأولمبية)



يتطلع الرياضيون في الكويت إلى بناء قرية أولمبية متكاملة تشمل جميع الألعاب سواء كانت جماعية أو فردية وهو ما سيعود بالنفع على الرياضة والرياضيين في الكويت .
سوف نساهم في تصميم بعض المباني الداخلية للقرية الأولمبية .

خطة العمل :

- المساهمة في تصميم قرية أولمبية بحساب أبعاد ومساحات وتكلفة بعض مرافق القرية الأولمبية .

خطوات تنفيذ المشروع :

- يقسم المعلم المتعلمين إلى مجموعات .
- لنفترض أنه تم البدء بتحديد قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(س^2 - ٤)$ وحدة مربعة وأحد بعديها $\frac{س^2 - ٢}{س + ١}$ وحدة طول ، أوجد البعد الآخر .
- إذا أردنا إنشاء ملعب لكرة القدم طوله $\frac{٦٤٠٠٠}{س}$ م وعرضه $\frac{س}{١٠}$ م ، فاحسب مساحته .



- يُراد إنشاء سور حول ملعب كرة القدم كما في الشكل .
- اكتب نسبة مساحة الملعب إلى المساحة الكلية داخل السور في أبسط صورة .

- إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل المدينة الأولمبية تساوي $\frac{٣س^٢ + ٢}{٢س + ٤}$ مليار دينار وتكلفة

تأثيث هذا الفندق تساوي $\frac{٣س^٢ + ١}{٢س + ٤}$ مليار دينار ، فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

علاقات وتواصل :

- تبادل المجموعات الأوراق وتتاكد من صحة الحل .

عرض العمل :

- تعرض كل مجموعة عملها وتناقش خطوات الحل .

مخطط تنظيمي للوحدة الثالثة

WWW.KweduFiles.Com

الحدوديات النسبية

العمليات على الحدوديات النسبية

تبسيط الحدوديات النسبية

الجمع
والطرح

القسمة

الضرب



استعدّ للوحدة الثالثة



١ أوجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) لكلّ مما يلي :

ب) ٨ ، ٦

..... = أ.م.أ
٢٤

أ) ٧ ، ١٤

..... = أ.م.أ
١٤

٢ ضعّ كلّاً مما يلي في أبسط صورة :

ب) $1\frac{3}{4} = \frac{73}{36}$

أ) $\frac{2-}{0} = \frac{10-}{20}$

٣ أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

ب) $\frac{6}{7} \div \frac{22}{35}$

أ) $\frac{2-}{10} \times \frac{3}{4}$

www.KweduFiles.Com

د) $\frac{2}{3} - \frac{5}{7}$

.....
١
٢١

ج) $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$

.....
١١
١٢

٤ أوجد ناتج كلّ مما يلي :

ج) ٩ س ٢ ÷ ٣ س ٢

.....
٣

ب) ٩ س ٢ × ٣ س ٢

.....
٤ س ٢٧

أ) ٩ س ٢ + ٣ س ٢

.....
٤ س ٦



٥ أوجد ناتج جمع ٣س - ١، ٩ - ٥س

$$1 + 5 - 9 = -7$$

٦ أوجد الناتج في أبسط صورة: (٣س - ١) - (٢س - ٥)

$$-s + 4$$

٧ أوجد ناتج ٣س × (٢س - ١) + ٣س

$$3s^2 - 3s + 3s = 3s^2$$

www.KweduFiles.Com

٨ اقسّم (٣س - ١٥س + ٢١س) على ٣س

$$-5 + \frac{21}{3s}$$

٩ حلّل كلّ ممّا يلي تحليلًا تامًّا:

ب) ١٦ - ٢س

$$(4 - s)(4 + s)$$

أ) ٦س + ٣س

$$3s(2 + 1)$$

د) ٢٧ - ٣س

$$(3 - s)(9 + 3s + s^2)$$

ج) ٣٠ + ١١س - ٢س

$$(5 - s)(6 - s)$$

و) ١ + ٣س

$$(1 + 3s)(1 - 3s)$$

هـ) ٦س + ٥س - ٥

$$(5 - s)(1 + 6s)$$

الحدوديات النسبية وتبسيطها Simplifying Rational Expressions

١-٣

سوف تتعلم : الحدوديات النسبية وتبسيطها .



نشاط :



حوضي سباحة كلاً منهما على شكل شبه مكعب ،
إذا كان حجم الحوض الأول ١٢ س^٣ ص^٦ وحدة
مكعبة ، وحجم الحوض الثاني ٢٤ س^٦ ص^٣
وحدة مكعبة .

١ أكمل ما يلي :

نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني

حجم الحوض الأول
حجم الحوض الثاني

٢ اختصر نسبة حجم الحوض الأول إلى حجم الحوض الثاني ، وذلك بقسمة كلٍّ من
حدّي النسبة على العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

المقادير التالية : $\frac{ص^٣}{٢س٣}$ ، $\frac{س+٢}{ص}$ ، $\frac{س+٢}{س-٣}$ ، $\frac{س^٢-٦س+٥}{س^٢-٢٥}$

تسمى حدوديات نسبية .

حيث إنّ كلاً من البسط والمقام يمثل حدودية ، والمقام لا يساوي صفرًا .

عند تبسيط الحدودية النسبية نقوم بقسمة كلٍّ من الحدوديتين في البسط والمقام على

العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) لهما .

العبارات والمفردات :

تبسيط

Simplify

حدودية نسبية

Rational
Expression

معلومات مفيدة :

يقع مجمع أحواض
السباحة على شارع
الخليج العربي ، ويشتمل
على خمسة أحواض
سباحة تعمل بالماء
العذب ، منها الحوض
الأولمبي وحوض
الغطس وحوض
للمبتدئين وحوضان
للألعاب المائية .



تذكّر أنّ :

المقام أئينا وُجد
لا يساوي صفرًا .

تدرّب (١)

ضَعْ في أبسط صورة كلاً ممّا يلي :

ب $\frac{٤ \text{ س } ٢ \text{ ص}}{١٢ \text{ س } ٣ \text{ ص}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

أ $\frac{١٤ \text{ س}^٥}{٧ \text{ س}^٢} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

ج $\frac{٢+ع}{(.....+.....)٣} = \frac{٢+ع}{٦+ع٣}$
 $\frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

فكر وناقش

بسّط سالم الحدودية $\frac{٢-س}{٣+س}$ كما يلي : $\frac{٢-س}{٣} = \frac{٢-س}{٣+س}$ ،
 فهل طريقته صحيحة ؟ ولماذا ؟

www.KweduFiles.Com

مثال :

ضَعْ في أبسط صورة :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢ \text{ س}}$$

الحل :

$$\frac{٢ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س}}{٢ + ٣ \text{ س} + ٢ \text{ س}}$$

$$\frac{٢ \text{ س} (١ + س)}{(١ + س)(٢ + س)} =$$

$$\frac{\cancel{٢ \text{ س}} (١ + س)}{\cancel{(١ + س)} (٢ + س)} =$$

$$\frac{٢ \text{ س}}{٢ + س} =$$

(بتحليل كل من البسط والمقام)

(اقسم على العامل المشترك (١ + س))

تدرّب (٢) :  ضَعْ فِي أَيْسَطِ صُورَةٍ كَلًّا مِمَّا يَلِي :

أ $\frac{س٢ - ٦ + ٥}{س٢ - ٢٥}$

ب $\frac{س٣ - ٩}{س٢ - ٦ + ٩}$

تدرّب (٣) :  ضَعْ فِي أَيْسَطِ صُورَةٍ كَلًّا مِمَّا يَلِي :

أ $\frac{س٢ + ١٣ - ٧}{س٢ + ٤ - ٢١}$

WWW.KweduFiles.Com

ب $\frac{س٤ - ٢}{س٢ - ١}$

تذكّر أنّ :
٢ - س = (س - ٢)

ج $\frac{س٣ - ٨}{س٢ + ٢ + ٤}$

فكر وناقش

أكتب حدودية نسبية تصبح بعد تبسيطها $\frac{٥}{س+٥}$.

تمرّن :

١ ضع في أبسط صورة كلاً مما يلي :

$$\frac{10+10}{20}$$

$$\frac{3}{4} + 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{6} \text{ س } 3$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{6 \text{ س } 2 + 17 \text{ س} - 28}{20 \text{ س} - 2}$$

$$\frac{(6 \text{ س} - 7)}{(5 \text{ س})}$$

$$\frac{15 \text{ س} + 8 \text{ س} - 2}{9 \text{ س} - 2}$$

$$5 \text{ س}$$

$$3 + 5$$

$$\frac{25 \text{ س} - 2}{125 \text{ س} - 3}$$

$$5 + 5$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5$$

$$\frac{64 \text{ س} + 3}{16 \text{ س} + 4 \text{ س} - 2}$$

$$(5 \text{ س} + 4)$$

$$\frac{3 \text{ س} - 3}{3 \text{ س}}$$

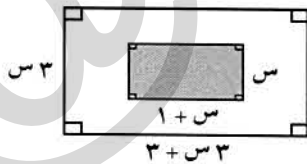
$$1 -$$

$$\frac{4 \text{ س} + 16 \text{ س} + 2 \text{ س} + 12 \text{ س}}{2 \text{ س} - 14 \text{ س} - 2 \text{ س} + 16 \text{ س}}$$

$$\frac{c(3 \text{ س} + 3)}{(1 \text{ س})}$$

٢ في الشكل المقابل :

أكتب نسبة مساحة منطقة المستطيل المظلل إلى مساحة منطقة المستطيل الأكبر في صورة حدودية نسبية ، ثم ضعها في أبسط صورة .



$$\frac{1}{9}$$



ضرب الحدوديات النسبية Multiplying Rational Expressions

٢-٣

سوف تتعلم : ضرب الحدوديات النسبية .



نشاط :



ملعب لكرة القدم طوله $\frac{64000}{\text{س}}$ م ، وعرضه $\frac{\text{س}}{10}$ م ،
أحسب مساحته .

العبارات والمفردات :

ضرب

Multiplying

المساحة = الطول \times =

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{64000}{\text{س}} =$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \times \frac{\text{.....}}{\text{.....}} =$$

معلومات مفيدة :

يتراوح طول ملعب
كرة القدم الدولي
بين ١٠٠ م ، ١١٠ م
والعرض يتراوح بين
٦٤ م ، ٩١ م

WWW.KweduFiles.Com

إذا كانت $أ$ ، $ب$ ، $ج$ ، $د$ تمثل حدوديات حيث $ب \neq ٠$ ، $د \neq ٠$

$$\text{فإن : } \frac{أ}{ب} \times \frac{ج}{د} = \frac{أج}{ب د}$$

مثال (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{١+م}{١-م} \times \frac{م٤}{١+م}$$

الحل :

(اضرب)

$$\frac{١+م}{١-م} \times \frac{م٤}{١+م}$$

(بسّط)

$$\frac{\cancel{(١+م)} م٤}{(١-م) \cancel{(١+م)}} =$$

$$\frac{م٤}{١-م} =$$

تدرّب (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{ل٣}{ل٦} \times \frac{٥ل}{٢ل} \quad \text{ب}$$

$$\frac{ل٣ \times \dots}{\dots \times \dots} =$$

$$\dots =$$

$$\frac{٧}{٢ع} \times \frac{٣ع}{٣٥} \quad \text{أ}$$

$$\dots =$$

$$\dots =$$

$$\frac{٦س}{١-٢س٤} \times \frac{١+٢س٢}{٣} \quad \text{ج}$$

$$\frac{٦س(١+٢س٢)}{(١-٢س٤)٣} =$$

$$\dots (١+٢س٢) =$$

$$\dots (\dots) (\dots) =$$

$$\text{WWW.KweduFiles.Com} =$$

مثال (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٥-٢ن}{٣-ن} \times \frac{١٢-ن+٢ن}{٢٠-ن٣+٢ن٢}$$


الحل :

$$\frac{٥-٢ن}{٣-ن} \times \frac{١٢-ن+٢ن}{٢٠-ن٣+٢ن٢}$$

$$\frac{(٥-٢ن)(١٢-ن+٢ن)}{(٣-ن)(٢٠-ن٣+٢ن٢)} =$$

$$\frac{(٥-٢ن)(٣-ن)(٤+ن)}{(٣-ن)(٤+ن)(٥-٢ن)} =$$

$$١ =$$

تدرّب (٢) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$(٣ + س) \times \frac{٢٧ - ٣س}{٩ - ٢س} \text{ ١}$$



$$\frac{٤٩ - ٢ص}{٦ - ص - ٢ص} \times \frac{٢ + ص}{٢ص + ١٤ص} \text{ ٢}$$

www.KweduFiles.Com

تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٥ص}{٢س} \times \frac{٢س}{٢ص} \text{ ١}$$

$$\frac{٣ص - ٦}{٢ص} \times \frac{٣ص}{٢ص - ٢} \text{ ٢}$$

$$\frac{٥ص}{٢ص}$$

$$\frac{٩ص}{٢ص}$$

$$\frac{36 - 2s}{6 + s} \times \frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{1}{s - 6}$$

$$\frac{8 + 4m}{1 - 2m} \times \frac{1 - m}{2 + m}$$

$$\frac{4}{1 + 2m}$$

$$\frac{5 + s - 2s}{5 - s} \times \frac{1}{1 + s - 2s}$$

$$\frac{1}{1 - s}$$

$$(ص 25 - 3 ص) \times \frac{3}{5 - ص}$$

$$3(ص + 5)$$

www.KweduFiles.Com

$$\frac{5s}{16 - 2s} \times \frac{64 - 3s}{16 + 4s + 2s}$$

$$\frac{5s}{4 + s}$$

$$\frac{3 + 2s}{3 + 14s} \times \frac{7s - 28}{12 - 5s - 2s}$$

$$\frac{1}{5s}$$



قسمة الحدوديات النسبية Dividing Rational Expressions

٣-٣



سوف تتعلم : قسمة الحدوديات النسبية .

العبارات والمفردات :

قسمة

Dividing

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{5}{2} \div \frac{15}{4} \quad 1$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{15}{4} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times 15 =$$

$$\frac{5s}{2v} \div \frac{15s^2}{4v} \quad 2$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{15s^2}{\quad} =$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times 15s^2 =$$

تذكر أن :

النظير الضربي

للحدودية $\frac{1}{p}$ هو p ،
 $p \neq 0$

WWW.KweduFiles.Com

إذا كانت p ، b ، c ، d تمثل حدوديات حيث $b \neq 0$ ، $c \neq 0$ ، $d \neq 0$ ،

$$\frac{p}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{p}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{pd}{bc}$$

تدرّب (١) :

اكتب ما يلي في صورة عملية ضرب ، وغيّر ما يلزم :

$$\frac{9 + 23}{4 - 22} \div \frac{3 + 2}{2 - 2} \quad 2$$

$$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

$$\frac{7}{s} \div \frac{14}{s} \quad 1$$

$$\frac{s}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$$

تدرّب (٢) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ $\frac{3+s}{4+s} \div \frac{1-s}{4+s}$

$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{1-s}{4+s} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

ب $\frac{2+m}{3-m} \div \frac{10+m}{3-m}$

$\frac{\quad}{\quad} \times \frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

$\frac{\quad}{\quad} =$

مثال :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$\frac{1-n}{6+n4} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$

الحل :

$\frac{1-n}{6+n4} \div \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$

$\frac{6+n4}{1-n} \times \frac{1-n^3}{3-n+2n^2}$

$\frac{(6+n4)(1-n^3)}{(1-n)(3-n+2n^2)}$

$\frac{(3+n2)2 \times (1+n+n^2)(1-n)}{(1-n)(1-n)(3+n2)}$

$\frac{(1+n+n^2)2}{(1-n)}$

تدرّب (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ $(1-s) \div \frac{4s^3-4s}{1+s}$

ب $\frac{2+m}{7-m} \div \frac{18+m11+m^2}{7+m8-m^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تمرّن :

١ أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{٢٣}{١-٢} \div \frac{٢٦}{١-٢}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{٢}{٢س٥+٣س٢} \div \frac{٣س٢}{٩س٢}$$

$$\frac{٤س٢}{١-٤س٢}$$

$$\frac{٥س٢+١٠س١٥-١٤س٢}{٣س٢+٢س٣} \div \frac{٤٩س٢-١٤س٢+٤٩س٢}{٤٩س٢}$$

$$\frac{(٥س٢+١٠س١٥-١٤س٢)}{(٣س٢+٢س٣)}$$

$$\frac{٩س٢+٣س٣}{س٣} \div (٣س٣)$$

$$\frac{٣س٣}{س٣}$$

$$\frac{٩س٢+٣س٣-٢س٣}{١٦س٢} \div \frac{٢٧س٣}{٢٤س٢-٥س٢}$$

$$\frac{٣س٣}{٢٤س٢-٥س٢}$$



٢ إذا كانت $m = \frac{s^2 + 2s}{s^2 + s - 2}$ ، $n = \frac{s^2 - 2s + 1}{s^2 + 4s - 5}$ ، فأوجد :

١ $m \times n$



$\frac{s}{s+5}$

٣ $m \div n$

$\frac{s(s+5)}{(s-1)(s-5)}$

WWW.KweduFiles.Com

٣ يُراد إقامة قرية أولمبية على قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها $(s^2 - 4)$

وحدة مربعة وأحد بعديها $\frac{s^2 - s - 2}{s + 1}$ وحدة طول .

أوجد البعد الآخر لقطعة الأرض .

البعد الآخر هو $(s+2)$

جمع الحدوديات النسبية وطرحها

Adding and Subtracting Rational Expressions

٤-٣



سوف تتعلم : جمع الحدوديات النسبية وطرحها.

جمع الحدوديات النسبية

العبارات والمفردات :

جمع

طرح

نشاط :

أكمل ما يلي :

$$\frac{2}{7s} + \frac{3}{7s} \quad \text{أ}$$

$$\frac{\dots + \dots}{7s} =$$

$$\frac{\dots}{7s} =$$

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \quad \text{ب}$$

$$\frac{\dots + \dots}{7} =$$

$$\frac{\dots}{7} =$$

إذا كانت a ، b ، c ، d تمثل حدوديات، $a \neq c$ ، فإن : $\frac{a+b}{c+d} = \frac{a}{c+d} + \frac{b}{c+d}$

تدرّب (١) :

أوجد ناتج كلاً مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{5}{1+n} + \frac{5n}{1+n} \quad \text{ج}$$

$$\frac{\dots + \dots}{1+n} =$$

$$\frac{\dots}{1+n} =$$

$$\frac{3v}{2-v} + \frac{v}{2-v} \quad \text{د}$$

$$\frac{\dots + \dots}{2-v} =$$

$$\frac{\dots}{2-v} =$$

$$\frac{4}{5+s} + \frac{3}{5+s} \quad \text{هـ}$$

$$\frac{\dots + \dots}{5+s} =$$

$$\frac{\dots}{5+s} =$$

لاحظ لإيجاد م.م.أ (المضاعف المشترك الأصغر) للعددين ٨، ١٢ نتبع ما يلي :

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$\therefore \text{م.م.أ للعددين } 2 \times 2 \times 3 = 24$$

وكذلك لإيجاد م.م.أ للحددين ٦س ، ٤س نتبع نفس الطريقة السابقة :

$$\begin{aligned} 6س &= ٢ \times ٣ \times س \\ 4س &= ٢ \times ٢ \times س \end{aligned}$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحددين} = ٢ \times ٣ \times ٢ \times س = ١٢س$$

وأيضاً لإيجاد م.م.أ للحدوديتين (٤ - ٢س) ، (٦ + ٥س - ٢س)

$$٤ - ٢س = (٢ - س)(٢ + س)$$

$$٦ + ٥س - ٢س = (٢ - س)(٣ + س)$$

$$\therefore \text{م.م.أ للحدوديتين} = (٢ - س)(٢ + س)(٣ + س)$$

تدرّب (٢) 

أوجد م.م.أ في كلِّ مما يأتي :

أ.م.أ	الحدوديات	
	٦س ، ٤س	١
	٦ ، ١٢ب	٢
٦ص ^٢	٣ص ، ٢ص ^٢	٣
	ص ، (٥ - ص)	٤
	(١ - س) ، (٢ - س)	٥
(١ + ٢س)(١ - ٢س)	(١ - ٢س) ، (١ - ٢س ^٢)	٦
	(٣ - ص) ، (٦ + ٢ص)	٧
	(٢ - ص) ، (٢ - ص) ^٢ ، (٢ + ص)	٨
	(١ - س) ، (١ - ٣س)	٩
	(٩ - ٢س) ، (٩ + ٦س - ٢س ^٢)	١٠

مثال (١) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{س٤} + \frac{1}{س٦}$$

الحل :

$$\frac{3}{س٤} + \frac{1}{س٦}$$

$$\frac{3 \times 3}{س٣ \times س٤} + \frac{2 \times 1}{س٢ \times س٦} =$$

$$\frac{س٩ + ٢}{س١٢} = \frac{س٩}{س١٢} + \frac{٢}{س١٢} =$$

(م . م . أ . للمقامات هو ١٢ س)

WWW.KweduFiles.Com



تدرّب (٣)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{ب٣}{١-ب٢} + \frac{٢}{٢+ب}$$

(م . م . أ . للمقامات هو (٢+ب)(١-ب٢))

$$\frac{ب٣ \times (٢+ب)}{(٢+ب)(١-ب٢)} + \frac{(١-ب٢)٢}{(١-ب٢)(٢+ب)} =$$

$$\frac{ب٣(٢+ب)}{(١-ب٢)(٢+ب)} + \frac{٢(١-ب٢)}{(١-ب٢)(٢+ب)} =$$

$$\frac{ب٣(٢+ب) + ٢(١-ب٢)}{(١-ب٢)(٢+ب)} =$$

$$\frac{ب٣(٢+ب) + ٢(١-ب٢)}{(١-ب٢)(٢+ب)} =$$

لاحظ أنّ : (٣ب٣ + ٢ب + ٢ - ٢ب٢) لا تُحلّل .

مثال (٢) :

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2} : \text{أوجد الناتج في أبسط صورة}$$

الحل :

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{s-2}$$

(م . م . أ . للمقامات هو (س + ٢) (س - ٢))

$$\frac{3}{2+s} + \frac{12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{(s-2)3}{(2+s)(s-2)} + \frac{12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{3s-6+12}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{3s+6}{(2+s)(s-2)} =$$

$$\frac{\cancel{(2+s)}3}{\cancel{(2+s)}(s-2)} =$$

$$\frac{3}{s-2} =$$

WWW.KweduFiles.Com

تدرّب (٤) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1+s} + \frac{4}{s^2+3s+2}$$

$$\frac{3}{\dots\dots\dots} + \frac{4}{(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)} =$$

(م . م . أ . للمقامات هو (س + ١) (س + ٣))

$$\frac{(s+3) \times \dots\dots\dots}{(s+3)(\dots\dots\dots)} + \frac{\dots\dots\dots}{(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)} =$$

$$\dots\dots\dots =$$

$$\dots\dots\dots =$$

تدرّب (٥) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{2س + 4}{س^2 - س - 6} + \frac{س + 3}{س^2 - 9}$$

$$\frac{(.....)^2}{(.....س)(.....س)} + \frac{(س + 3)}{(.....س)(.....س)} =$$

$$\frac{2}{.....} + \frac{1}{.....} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

طرح الحدوديات النسبية

إذا كانت $أ$ ، $ب$ ، $ج$ تمثل حدوديات، $ج \neq ٠$ ،

$$\frac{ب - أ}{ج} = \frac{ب}{ج} - \frac{أ}{ج} \quad \text{فإنّ :}$$

تدرّب (٦) :

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{2 + هـ}{1 - هـ} - \frac{1 + هـ 2}{1 - هـ} \quad \text{ب)}$$

$$\frac{(.....) - (1 + هـ 2)}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{1 - هـ} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

$$\frac{م}{1 - م} - \frac{م 3}{1 - م} \quad \text{أ)}$$

$$\frac{..... - م 3}{1 - م} =$$

$$\frac{.....}{.....} =$$

معلومات مفيدة :

يستخدم المتسابقون في مباريات التجديف، طرح الحدوديات النسبية لمعرفة تأثير مقاومة التيار على انسياب القوارب.



مثال (٣) :

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

الحل :

$$\frac{3-n}{9-n^2} - \frac{3+n}{6-n+2n}$$

$$\frac{(3-n)}{(3-n)(3+n)} - \frac{(3+n)}{(2-n)(3+n)} =$$

$$\frac{\cancel{(3-n)}}{\cancel{(3-n)}(3+n)} - \frac{\cancel{(3+n)}}{(2-n)\cancel{(3+n)}} =$$

$$\frac{1}{(3+n)} - \frac{1}{(2-n)} =$$

WWW.KweduFiles.Com

$$\frac{(2-n) \times 1}{(2-n)(3+n)} - \frac{(3+n) \times 1}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{(2-n) - (3+n)}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{2+n-3+n}{(3+n)(2-n)} =$$

$$\frac{0}{(3+n)(2-n)} =$$

لاحظ أن :


النظير الجمعي

للحدودية :

٣ - ٢ ص هو

- (٣ - ٢ ص)

- = ٣ + ٢ ص

تدرّب (٧) : 

أوجد الناتج في أبسط صورة :

$$\frac{5}{2+s} - \frac{6}{3-s}$$

$$\frac{(\dots) \times 5}{(3-s)(2+s)} - \frac{(2+s) \times 6}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots - 5s}{(2+s)(3-s)} - \frac{\dots + 6s}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{(\dots - 5s) - (\dots + 6s)}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

$$\frac{\dots}{(2+s)(3-s)} =$$

WWW.KweduFiles.Com

تمرّن :

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة :

$$\frac{3}{1-s} - \frac{4}{1-s} \quad \textcircled{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} \quad \textcircled{1}$$

Handwritten solution for problem 2:

$$\frac{3}{1-s} - \frac{4}{1-s}$$

Handwritten solution for problem 1:

$$\frac{4}{2}$$

$$\frac{3}{2-1} - \frac{1}{1-2} \quad \text{④}$$

$$\frac{9}{3+s} - \frac{2s}{3+s} \quad \text{③}$$

تذكّر أن:
 $a-b = -(b-a)$

$$\frac{4}{(1-2) \cdot (-1)}$$

$$(3-s)$$

WWW.KweduFiles.Com

$$\frac{3}{2+s} + \frac{4}{s} \quad \text{⑥}$$

$$\frac{3}{20} - \frac{5}{7} \quad \text{⑤}$$

$$\frac{7+s+1}{s+2}$$

$$\frac{20-50}{30}$$



$$\frac{3}{4+s2} + \frac{4}{6+s3} \text{ ٨}$$

$$\frac{17}{(s+5)6}$$

$$\frac{4}{3+s} - \frac{s}{5+s} \text{ ٧}$$

$$\frac{4-s-s}{10+s8+s}$$

WWW.KweduFiles.Com

$$\frac{7s}{5+s^2} + \frac{1+s^3}{5+s8+s^2} \text{ ١٠}$$

$$\frac{1+s-s}{5+s^3}$$

$$\frac{3}{3+v} - \frac{6-v}{18-v3-v^2} \text{ ٩}$$

$$\frac{2-}{3+v}$$

$$\frac{6}{9-s} + \frac{1}{3-s} - \frac{4+s}{3+s} \quad (10)$$

1

$$\frac{s}{9+s} - \frac{s}{9-s} \quad (11)$$

6-s

$$(3+s)(2+s)(2-s)$$



WWW.KweduFiles.Com

$$(12) \quad \text{إذا كانت تكلفة بناء فندق داخل القرية الأولمبية تساوي } \frac{3}{2+s} \text{ مليار دينار}$$

$$\text{وتكلفة تأثيث هذا الفندق تساوي } \frac{3}{2+s} \text{ مليار دينار،}$$

فأوجد التكلفة الشاملة لهذا الفندق .

$$\text{التكلفة الشاملة} = \frac{3}{2} \text{ مليار دينار}$$

$$= 1 \frac{1}{2} \text{ مليار دينار}$$

مراجعة الوحدة الثالثة
Revision Unit Three

٥-٣

أولاً: التمارين المقالية

١ ضَع في أبسط صورة كلاً مما يلي:

ب $\frac{٥-٢}{١٥-٦}$

$\frac{٣}{٤} =$

١ $\frac{٩+٢٦}{١٢}$

$\frac{٣+٢٢}{٤} =$

د $\frac{٢-٨}{١٦-٢}$

$\frac{٢}{٤+٢} =$

ج $\frac{٢س٢+٢س٢}{٣س٣+٢س٣}$

$\frac{٣}{٤} =$

و $\frac{٥-٩+٢}{٢٥+١٠+٢}$

$\frac{١-٣}{٥+٣} =$

هـ $\frac{٨+٦-٢}{٦-٢}$

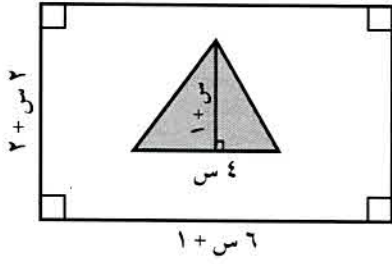
$\frac{٤-٢}{٣+٢} =$

ح $\frac{١٢٥+٢٧}{١٠-٣}$

$\frac{١٢٥+٢٧}{١٠-٣} =$

ز $\frac{٦+١٣-٧}{٣-٢}$

$\frac{٦+١٣-٧}{٣-٢} =$



٢ أكتب نسبة مساحة المنطقة المثلثة إلى مساحة المنطقة المستطيلة في صورة حدودية نسبية وضعها في أبسط صورة .

$$\frac{س(س + ١)}{(س + ٦)(س + ٢)}$$

$$\frac{س}{س + ٦}$$

٣ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

ب $\frac{س٣ + ١٢س + ١٢}{س٢ + ٧س - ٤} \times \frac{س٦ - ١٣س + ٥}{س٩}$

$$\frac{س٣ - ٥}{س٩}$$

أ $(س - ٦) \times \frac{س٤ + ٤س - ٤}{س٣ - ٣}$

$$\frac{س٤(س + ١)(س + ٤)}{(س - ٣)}$$

د $\frac{س٨}{س٣ - ٣س} \div \frac{س٤}{س٢ + ٢س + ١}$

$$\frac{س٢}{س - ١}$$

ج $\frac{س٢ - ٢س + ١}{س٣ + ٢س} \times \frac{س + ١}{س - ١}$

$$\frac{١}{س - ١}$$

$$\frac{ص^2 + 3ص + 2}{ص^2 - 2ص - 3} \div \frac{ص^2 + 5ص + 6}{ص - 3}$$

$$\frac{ص + 3}{1}$$

$$\frac{ص^2 + 7ص + 3}{ص^2 - 8ص - 5} \div \frac{ص^2 + 10ص - 15}{ص^2 - 6ص + 5}$$

$$\frac{ص(ص - 5)}{ص - 5}$$

٤ أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$$\frac{2}{ص + 3} + \frac{ص}{ص + 6}$$

$$\frac{ص^2 + 5ص + 6}{(ص + 3)(ص + 6)}$$

$$\frac{3}{ص + 8} + \frac{5}{ص + 8}$$

$$\frac{1}{ص}$$

$$\frac{6}{ص - 2} - \frac{4}{ص + 3}$$

$$\frac{ص^2 - 6ص - 12}{(ص - 2)(ص + 3)}$$

$$\frac{ص^2 - 2ص}{ص^2 - 2ص + 2} + \frac{ص^2 - 4}{ص^2 - 2ص}$$

$$1 =$$

$$\frac{3+n}{9-2n} - \frac{1-2n}{3-n+2n^2}$$

$$\frac{6}{(3-n)(3+n)}$$

$$\frac{4}{2+s} - \frac{6}{2+s^3+2s}$$

$$\frac{4-s}{(s+2)(1+s)}$$

$$\frac{s^2+s+2s^2+s^2}{s+s} \times (s^3-s^2) \div (s^2-s^2)$$

www.KweduFiles.Com



* ٦ أوجد الناتج في أبسط صورة:

$$\left(\frac{s-s}{s} - \frac{s^2}{s^2} \right) \div \left(\frac{s^2}{s} + \frac{s^2}{s} \right)$$

$$\frac{(s^2+s^2)s}{(s-s)(s-s)}$$

ثانيًا : التمارين الموضوعية

أولًا : في البنود التالية ، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة غير صحيحة .

ب	<input checked="" type="radio"/>	١- = $\frac{3-s}{s-3}$
<input checked="" type="radio"/>	أ	$\frac{5}{4+s} = \frac{3}{3+s} + \frac{2}{1+s}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	$\frac{s^3}{2-s} = \frac{2s}{2-s} - \frac{5s}{2-s}$
ب	<input checked="" type="radio"/>	$\frac{1}{3+s} = (2+s) \div \frac{2+s}{3+s}$

ثانيًا: لكل بند من البنود التالية أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة .

			٥ = $\frac{6}{2-m} \div \frac{3}{1-m}$
$\frac{1-m}{(2-m)^2}$ (د)	$\frac{2-m}{(1-m)^2}$ (ج)	$\frac{18}{(2-m)(1-m)}$ (ب)	$\frac{2-m}{1-m}$ (أ)
			٦ = $\frac{4}{2-s} - \frac{2}{2-s}$
١ (د)	٤-٢ (ج)	٢+ (ب)	٢- (أ)

٧ الحدودية النسبية التي في أبسط صورة هي :

$\frac{3-3}{1-m}$ (د)	$\frac{7-s}{s-7}$ (ج)	$\frac{1-2}{4+2}$ (ب)	$\frac{1+s}{1-2}$ (أ)
			٨ = $\frac{4}{2+s} + \frac{2}{2+s}$
١ (د)	٢ (ج)	٢ (ب)	$\frac{6}{2+s}$ (أ)

			٩ = $\frac{6+s}{2} \times \frac{2}{2+s}$
$\frac{3}{s}$ (د)	٦ (ج)	$\frac{s}{6}$ (ب)	$\frac{6}{s}$ (أ)

			١٠ = $\frac{1}{1+s} + \frac{ص}{1+s} - \frac{2ص}{1+s}$
١ (د)	$\frac{1+3}{1+ص}$ (ج)	$\frac{1+ص}{3+3ص}$ (ب)	١+ (أ)