

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية



\* للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15>

\* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات وجميع الفصول, اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math>

\* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/15math1>

\* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

<https://almanahj.com/ae/grade15>

\* لتحميل جميع ملفات المدرس سيف الدين العلي اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

[https://t.me/almanahj\\_bot](https://t.me/almanahj_bot)

## الدرس 2.2 مفهوم النهايات

إذا كانت  $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$  أوجد قيمة  $f(2)$  لاحظ أنه لا يمكننا معرفة أي شيء عن قيمة هذه الدالة عن  $x = 2$  ، تفيدنا النهايات في دراسة سلوك الدالة بالقرب من هذه النقطة

سوف ندرس إيجاد قيم النهايات بالجدول - النهايات أحادية الطرف - النهايات غير الموجودة - تحديد النهايات بيانياً - النهايات بالتحليل

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

الحالات التي لا تتفق فيها النهايات أحادية الطرف - نهاية تصف حركة رمية ببسبول

Almanahj.com/ae

المثال 2.1 إيجاد قيمة النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \text{ أوجد قيمة}$$

$x$	$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
1.9	3.9
1.99	3.99
1.999	3.999
1.9999	3.9999

SAIF ALDEEN

$x$	$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$
2.1	4.1
2.01	4.01
2.001	4.001
2.0001	4.0001

SAIF ALDEEN

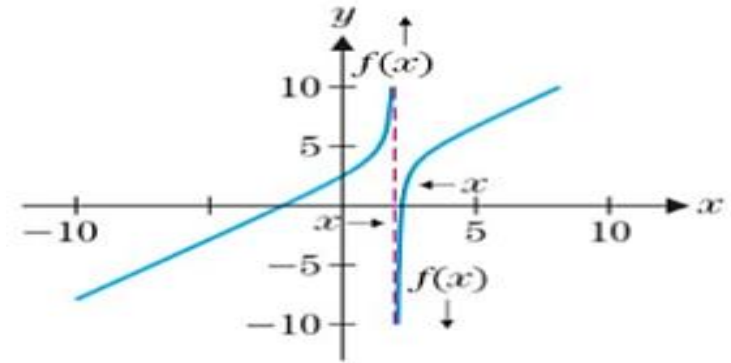
SAIF ALDEEN

$x$	$g(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 2}$
1.9	13.9
1.99	103.99
1.999	1003.999
1.9999	10,003.9999

$x$	$g(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 2}$
2.1	-5.9
2.01	-95.99
2.001	-995.999
2.0001	-9995.9999

## المثال 2.2 النهايات غير الموجودة

أوجد قيمة  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5}{x - 2}$



**التمرين الأول :** استخدم الدليل العددي ( الجدول ) أو البياني لتخمين القيم لكل نهاية ، و إذا أمكن استخدم التحليل إلى العوامل للتحقق من صحة تخمينك

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

SAIF ALDEEN	

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN	

SAIF ALDEEN

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x}{x^2 - x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 2x - 3}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - 9}{x^2 - 5x + 6}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 + x}{x^2 + 2x}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

توجد النهايات اذا وفقط اذا كانت النهايتين أحاديتي الطرف موجودتين ومتساويتين. أي إن.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ اذا وفقط اذا } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L.$$

( 7 ) استخدم التمثيل البياني لتحديد كل نهاية ( إذا كانت موجودة ) أو اذكر عدم وجودها في كل مما يلي

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$

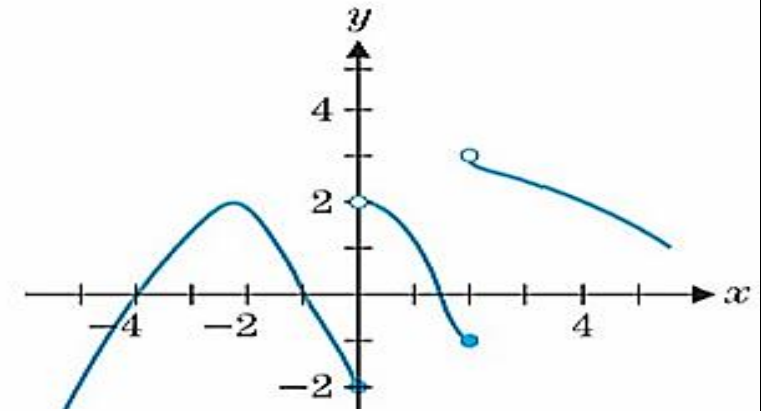
(e)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(g)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(h)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

Almanahj.com/ae



8)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

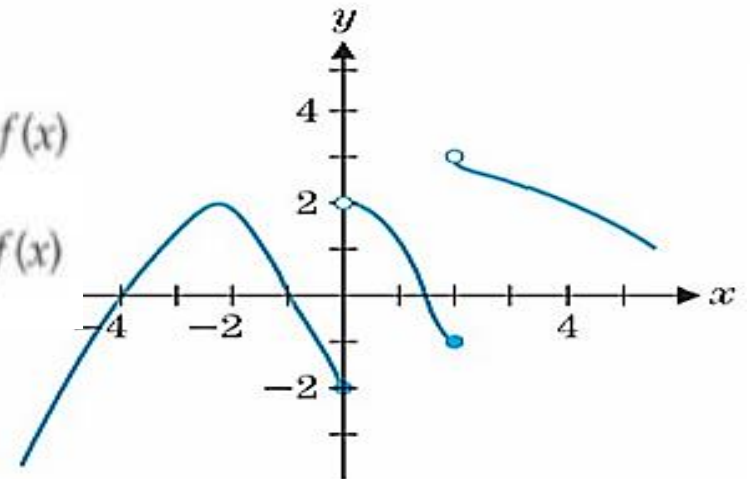
(d)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(g)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

(h)  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$



SAIF ALDEEN

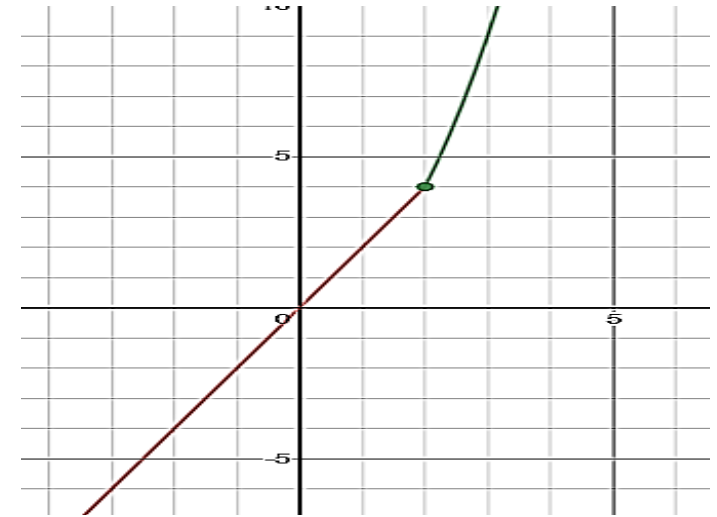
SAIF ALDEEN

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 2 \\ x^2, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{9. ارسم التمثيل البياني لـ}$$

وحدد كل نهاية فيما يلي:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad (b) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad (c) \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad (e) \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$



$$f) f(2) =$$

$$(g) f(1) =$$

$$(h) f(3) =$$

$$(k) \lim_{x \rightarrow 2} f^{-1}(x)$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & , \quad x < 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \\ \sqrt{x+1} - 2 & , \quad x > 0 \end{cases}$$

10. ارسم التمثيل البياني لـ

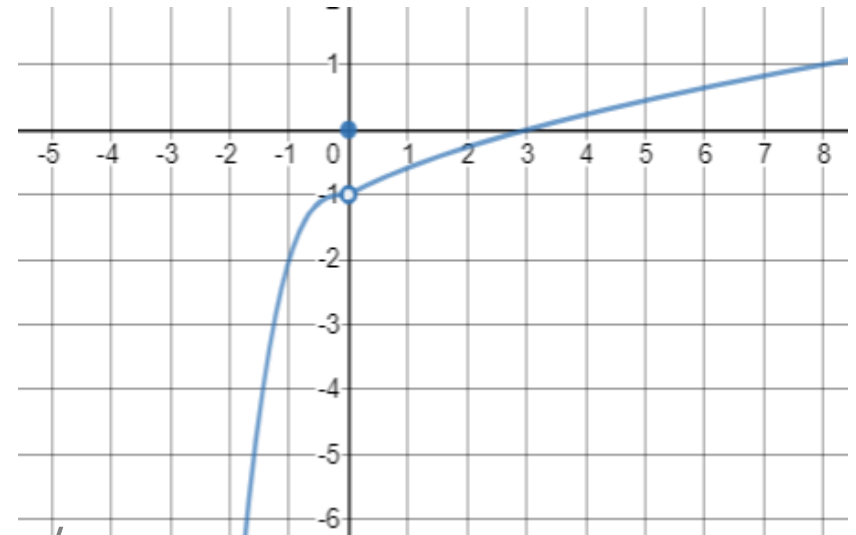
(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$



(f)  $f(0) =$

(g)  $f^{-1}(1)$

(h)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f^{-1}(x)$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

(i)  $\lim_{x \rightarrow -2} f^{-1}(x)$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

(1) لتكن  $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$  ، اكمل الجدول ، ثم خمن النهايات التالية .

$x$	$f(x)$
0.5	
0.9	
0.99	
0.999	

$x$	$f(x)$
1.5	
1.1	
1.01	
1.001	

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

SAIF ALDEEN

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

أوجد النهاية جبرياً ( اضرب بمرافق المقام )

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

**التمرين الرابع:** استخدم الدليل العددي أو التمثيل البياني أو جبرياً لتصور إن كانت النهاية عند  $x = a$  موجودة أم لا ، إذا كانت الإجابة لا ، اذكر ما يحدث عند  $x = a$  بيانياً

13  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{\sin x}$

14  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

15)  $\lim_{x \rightarrow 0} e^{-1/x^2}$

SAIF ALDEEN

16)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\ln x}$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

17) 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

18)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} x}{x}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

19) 
$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

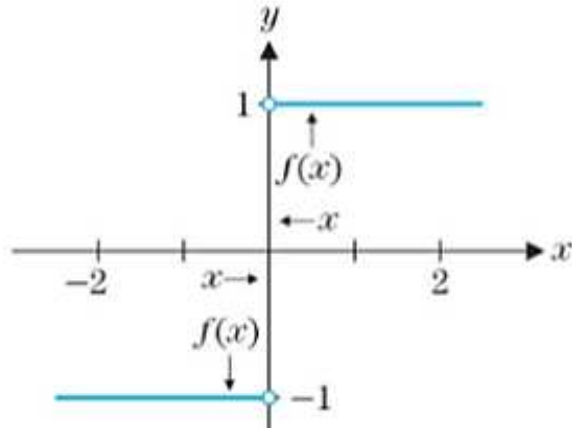
20 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{10-x}-3}$$

## المثال 2.7 الحالات التي لا تتفق فيها النهايات أحادية الطرف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} \text{ أوجد قيمة}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

21)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{|x-2|}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

22)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x+1|}{x^2-1}$$

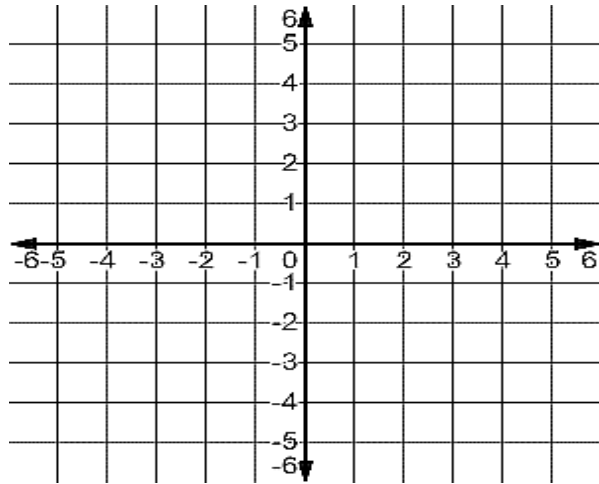
SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

التمرين الخامس: ارسم التمثيل البياني لدالة بالخواص المذكورة. التمارين 23-26

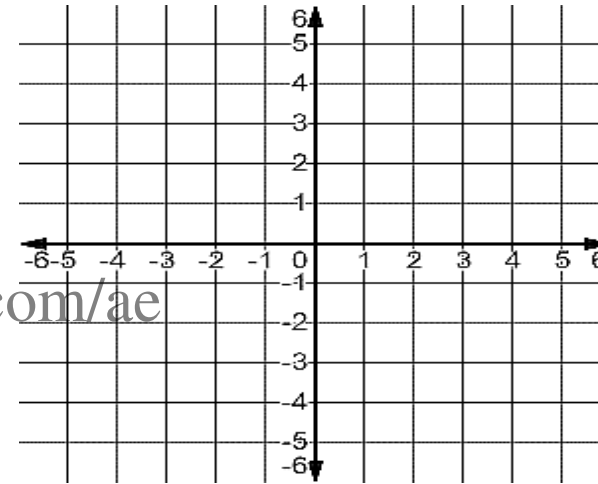
$$f(x) = 1 \quad -2 \leq x \leq 1, \quad \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 1 \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3, \quad f(-1) = 2, f(0) = -1, f(1) = 3$$

غير موجودة.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$



SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



IF ALDEEN

SAIF ALDEEN

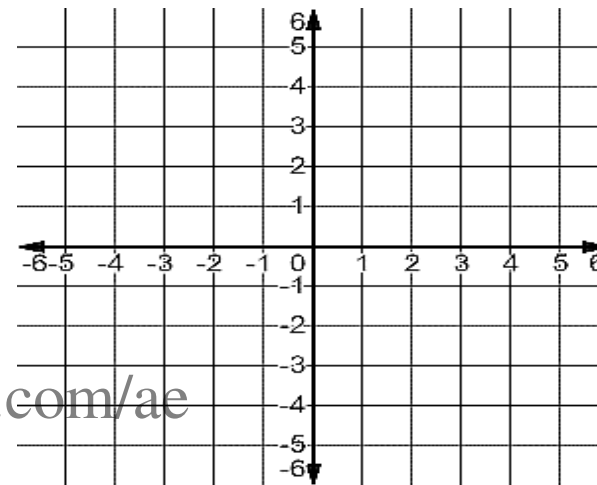
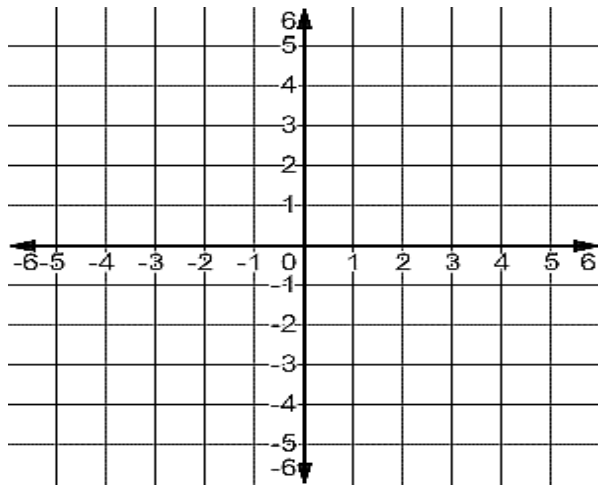
SAIF ALDEEN

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2, f(0) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2, f(0) = 1, f(2) = 3 \text{ و } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ غير موجودة.}$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN



SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

$$\text{قَدِّر عددِيًا } \lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{1/x} \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^-} (1+x)^{1/x} \quad (31)$$

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

Almanahj.com/ae تم رمي قذيفة كرة بمسكة مختلفة عن المذكورة (38)

في المثال 2.8 ويمكن تمثيل موقعها الأيمن /

الأيسر بينما تعبر قاعدة الملعب من خلال

$$f(\omega) = \frac{0.625}{\omega^2} \left[ 1 - \sin \left( 2.72\omega + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

استخدم الدليل البياني والعددي لتخمين  $\lim_{\omega \rightarrow 0^+} f(\omega)$ .

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN

SAIF ALDEEN