## السؤال الأول

40

**ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :**

1) أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{2-\sqrt{x+4}}$ .

a) $\dfrac{3}{2}$ b) 0 c) $\infty$ d) -12

2) إذا كانت $g(x)=\dfrac{1-x^3}{1-x}$ و $x\neq 1$ ، فأوجد $g(1)$ بحيث تكون الدالة $g$ متصلة عند $x=1$ .

a) -2 b) 2 c) 3 d) 0

3) إذا كانت $\dfrac{x^2\left(k|x|-1\right)}{1-3x^3}=2$ $\lim\limits_{x\to -\infty}$ ، أوجد قيمة $k$.

a) -2 b) 6 c) -6 d) 2

4) أوجد قيم $x$ التي تكون عندها الدالة $g(x)=\sqrt{x^2-6x+9}$ غير متصلة .

a) $\phi$ b) $\{-3,3\}$ c) $\{3\}$ d) $(-\infty,3]$

5) إذا كان $f(1)=4$ , $f'(1)=-2$ ، أوجد $\left(\sqrt{f(x)}\right)'$ عند $x=1$ .

a) 1 b) $\dfrac{-1}{2}$ c) -1 d) $\dfrac{1}{2}$



Scanned by CamScanner

6) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right)$.

a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{5\pi}{3}$

7) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{2x\cos x}$.

a) 0 b) -2 c) 4 d) 2

8) أوجد قيمة $\lim_{x\to \infty} \sin(\tan^{-1} x)$.

a) 1 b) $\frac{\pi}{2}$ c) 0 d) $\infty$

9) أي من الدوال الآتية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$ ؟

a) $f(x) = |x-2|^2$ b) $g(x) = x^2 - 4$

c) $p(x) = \begin{cases} x^2+1 & , x \geq 2 \\ 4x-1 & , x < 2 \end{cases}$ d) $h(x) = \frac{1}{x+2}$

10) إذا كانت الدالة $f(x) = x^3 + 4x - 1$ لها دالة عكسية $g$، أوجد $g'(-1)$.

a) $\frac{1}{7}$ b) 4 c) 7 d) $\frac{1}{4}$



Scanned by CamScanner

11) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $y = f(x) = xe^{-2x}$ عند $x = 1$ .

a) $\frac{-1}{e^2}$ b) $\frac{-2}{e^4}$ c) $2e^{-4}$ d) $\frac{-3}{e^4}$

12) أوجد مشتقة الدالة المثلثية المعكوسة $f(x) = \cot^{-1} 2x$ .

a) $\frac{2}{1+2x^2}$ b) $\frac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{1-2x}}$ d) $\frac{-2}{1+4x^2}$

13) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^3 + x^2$ في الفترة $[-1, 1]$ .

a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{-1}{2}$

14) أوجد قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{x^3}{e^{2x} - 1}$ .

a) $\frac{3}{2}$ b) $\infty$ c) 0 d) $\frac{6}{4}$

15) أوجد قيم $x$ الحرجة للدالة $f(x) = \frac{2x^2}{x+2}$ .

a) $-2, 0$ b) $2, 4$ c) $-4, -2$ d) $0, -4$



Scanned by CamScanner

16) حدد الفترة التي تكون فيها الدالة $y = x^3 + 3x^2$ متناقصة .

a) $(-\infty, -2)$ b) $(-2, 0)$ c) $(0, \infty)$ d) $(1, \infty)$

17) اذا كان مماس منحنى الدالة $f$ عند النقطة $(1, 2)$ أفقيا ، أوجد معادلة المماس عند نفس النقطة .

a) $y = x$ b) $x = 2$ c) $y = 2$ d) $y = 2x$

18) اذا كانت $x = \sin^2 y$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$ .

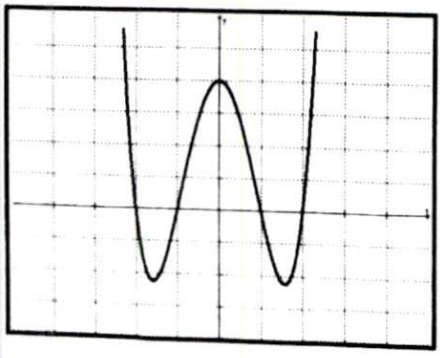
a) $\frac{1}{\sin 2y}$ b) $\frac{1}{2\sin y}$

c) $\cos^2 y$ d) $2\sin y \cos y$

19) اذا كانت $y = \sec^2 3x - \tan^2 3x$ ، أوجد $y'$ .

a) $6\sec 3x . \tan 3x - 6\cot 3x$ b) $0$

c) $6\sec 3x - 6\tan 3x$ d) $2\csc 3x - 2\cot 3x$



20) ما عدد نقاط انعطاف الدالة من الدرجة الرابعة الموضحة بالشكل المجاور .

a) 4 b) 3

c) 2 d) 1



Scanned by CamScanner

| |
|---|
| 10 |

## السؤال الثاني

**أجب عن أربع فقرات فقط مما يأتي :**

**ضع دائرة حول رقم كل من الفقرات الأربع التى اخترتها .**

| رقم الفقرة | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**21) افترض أن سعر إحدى السلع 18 درهمًا للقطعة الواحدة وقد بيعت 2000 قطعة .**
**فإذا كان السعر يزداد بمعدل 1.25 درهمًا في العام الواحد وتزداد الكمية بمعدل 200 قطعة في العام الواحد .**
**فبأي معدل سيزداد الإيراد ؟**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**22) إذا كانت** $f(x) = (\sin x)^x$ **أوجد** $f'(x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

**23) أوجد قيمة** $\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\csc x}$ .

.....

.....

.....

.....

.....



Scanned by CamScanner

24) مستخدمًا اختبار المشتقة الثانية أوجد القيم العظمى للدالة $f(x)=x^4-4x^2+1$ .

.....

.....

.....

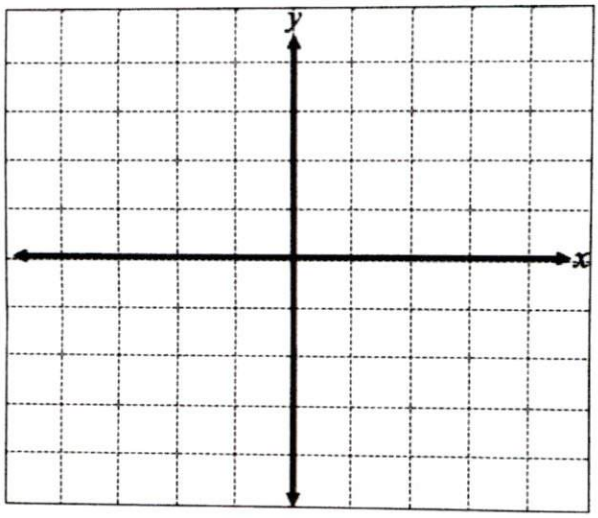
.....

.....

.....

25) ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f$ بالخواص التالية :

$$f(0)=-1\,,\ f(1)=0\,,\ f(-1)=0\,,\ f'(x)=2x$$




26) ينسكب الرمل في كومة مخروطية الشكل ارتفاعها يعادل قطرها إذا انسكب الرمل بمعدل $5m^3/s$ .
أوجد معدل تزايد ارتفاع الكومة عندما يكون الارتفاع $2m$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح



Scanned by CamScanner

## السؤال الأول

40

**ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :**

1) أوجد قيمة $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x}{2-\sqrt{x+4}}$ .

a) $\dfrac{3}{2}$ b) 0 c) $\infty$ d) -12

2) إذا كانت $g(x)=\dfrac{1-x^3}{1-x}$ و $x\neq 1$ ، فأوجد $g(1)$ بحيث تكون الدالة $g$ متصلة عند $x=1$ .

a) -2 b) 2 c) 3 d) 0

3) إذا كانت $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^2\left(k|x|-1\right)}{1-3x^3}=2$ ، أوجد قيمة $k$.

a) -2 b) 6 c) -6 d) 2

4) أوجد قيم $x$ التي تكون عندها الدالة $g(x)=\sqrt{x^2-6x+9}$ غير متصلة .

a) $\phi$ b) $\{-3,3\}$ c) $\{3\}$ d) $(-\infty,3]$

5) إذا كان $f(1)=4$ , $f'(1)=-2$ ، أوجد $\left(\sqrt{f(x)}\right)'$ عند $x=1$ .

a) 1 b) $\dfrac{-1}{2}$ c) -1 d) $\dfrac{1}{2}$



(١)

Scanned by CamScanner

6) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right)$.

a) $\frac{2\pi}{3}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{5\pi}{3}$

7) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{2x\cos x}$.

a) 0 b) -2 c) 4 d) 2

8) أوجد قيمة $\lim_{x\to \infty} \sin(\tan^{-1} x)$.

a) 1 b) $\frac{\pi}{2}$ c) 0 d) $\infty$

9) أي من الدوال الآتية غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$ ؟

a) $f(x) = |x-2|^2$

b) $g(x) = x^2 - 4$

c) $p(x) = \begin{cases} x^2+1 & , x \geq 2 \\ 4x-1 & , x < 2 \end{cases}$

d) $h(x) = \frac{1}{x+2}$

$P(x)$ دالة غير متصلة

10) إذا كانت الدالة $f(x) = x^3 + 4x - 1$ لها دالة عكسية $g$، أوجد $g'(-1)$.

a) $\frac{1}{7}$ b) 4 c) 7 d) $\frac{1}{4}$



(2)

Scanned by CamScanner

11) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $y = f(x) = xe^{-2x}$ عند $x = 1$ .

a) $\frac{-1}{e^2}$ b) $\frac{-2}{e^4}$ c) $2e^{-4}$ d) $\frac{-3}{e^4}$

12) أوجد مشتقة الدالة المثلثية المعكوسة $f(x) = \cot^{-1} 2x$ .

a) $\frac{2}{1+2x^2}$ b) $\frac{-1}{\sqrt{1-2x}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{1-2x}}$ d) $\frac{-2}{1+4x^2}$

13) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^3 + x^2$ في الفترة $[-1, 1]$ .

a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{-1}{2}$

14) أوجد قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{x^3}{e^{2x} - 1}$ .

a) $\frac{3}{2}$ b) $\infty$ c) 0 d) $\frac{6}{4}$

15) أوجد قيم $x$ الحرجة للدالة $f(x) = \frac{2x^2}{x+2}$ .

a) $-2, 0$ b) $2, 4$ c) $-4, -2$ d) $0, -4$



Scanned by CamScanner

16) حدد الفترة التي تكون فيها الدالة $y = x^3 + 3x^2$ متناقصة .

a) $(-\infty, -2)$ b) $(-2, 0)$ c) $(0, \infty)$ d) $(1, \infty)$

17) اذا كان مماس منحنى الدالة $f$ عند النقطة $(1, 2)$ أفقيا ، أوجد معادلة المماس عند نفس النقطة .

a) $y = x$ b) $x = 2$ c) $y = 2$ d) $y = 2x$

18) اذا كانت $x = \sin^2 y$ ، أوجد $\frac{dy}{dx}$ .

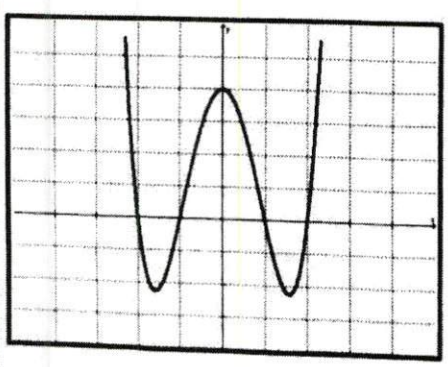
a) $\frac{1}{\sin 2y}$ b) $\frac{1}{2\sin y}$

c) $\cos^2 y$ d) $2\sin y \cos y$

19) اذا كانت $y = \sec^2 3x - \tan^2 3x$ ، أوجد $y'$ .

a) $6\sec 3x . \tan 3x - 6\cot 3x$ b) $0$

c) $6\sec 3x - 6\tan 3x$ d) $2\csc 3x - 2\cot 3x$



20) ما عدد نقاط انعطاف الدالة من الدرجة الرابعة الموضحة بالشكل المجاور .

a) 4 b) 3

c) 2 d) 1



Scanned by CamScanner

| |
|---|
| 10 |

## السؤال الثاني

**أجب عن أربع فقرات فقط مما يأتي :**

**ضع دائرة حول رقم كل من الفقرات الأربع التي اخترتها .**

| رقم الفقرة | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
|---|---|---|---|---|---|---|

**21) افترض أن سعر إحدى السلع 18 درهمًا للقطعة الواحدة وقد بيعت 2000 قطعة .**
**فإذا كان السعر يزداد بمعدل 1.25 درهمًا في العام الواحد وتزداد الكمية بمعدل 200 قطعة في العام الواحد .**
**فبأي معدل سيزداد الإيراد ؟** ← $h(x)$

$f(x)$ ... السعر
$g(x)$ ... عدد القطع
$f(0) = 18$
$f'(0) = 1.25$
$g(0) = 2000$
$g'(0) = 200$

$h(x) = f(x) \cdot g(x)$
$h'(x) = f(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot f'(x)$
$h'(0) = f(0) \cdot g'(0) + g(0) \cdot f'(0)$
$= 18 \cdot 200 + 2000 \cdot 1.25$
$= 6100$

∴ الإيراد يتزايد بمعدل 6100 درهمًا سنويًا

**22) إذا كانت** $f(x) = (\sin x)^x$ **أوجد** $f'(x)$ .

$\ln f(x) = x \ln \sin x$

$\frac{f'(x)}{f(x)} = x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} + \ln \sin x \cdot 1$

$f'(x) = f(x)\left(x \cot x + \ln \sin x\right)$

$= (\sin x)^x \left(x \cot x + \ln \sin x\right)$

**23) أوجد قيمة** $\lim_{x \to 0^+} \frac{\ln x}{\csc x}$ .

ف 2



(5)

Scanned by CamScanner

24) مستخدمًا اختبار المشتقة الثانية أوجد القيم العظمى للدالة $f(x)=x^4-4x^2+1$ .

و' ك 2

25) ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة $f$ بالخواص التالية :

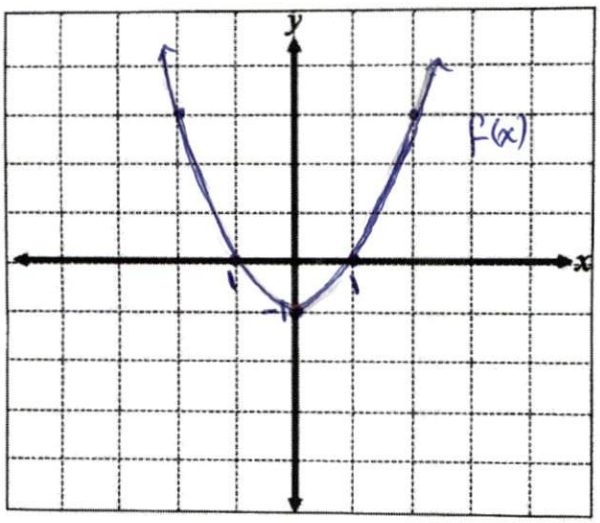
$$f(0)=-1,\ f(1)=0,\ f(-1)=0,\ f'(x)=2x$$

$f(\pm 1)=0$

أصفار الدالة $x=\pm 1$

$f(0)=-1$

$f(x)=x^2-1$




26) ينسكب الرمل في كومة مخروطية الشكل ارتفاعها يعادل قطرها إذا انسكب الرمل بمعدل $5m^3/s$ .
أوجد معدل تزايد ارتفاع الكومة عندما يكون الارتفاع $2m$ .

و' ك 2

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح



(6)

Scanned by CamScanner

## السؤال الأول :

① $\lim_{x\to 0} \frac{3x}{2-\sqrt{x+4}} \times \frac{2+\sqrt{x+4}}{2+\sqrt{x+4}}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3x(2+\sqrt{x+4})}{4-(x+4)}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{3x(2+\sqrt{x+4})}{4-x-4}$

$= \frac{3(2+\sqrt{0+4})}{-1} = -12$ (d)

---

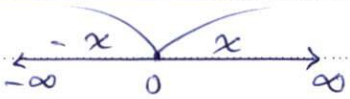
② $\lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1} \frac{1-x^3}{1-x}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x} = 1+1+1 = 3$

$g(1) = \lim_{x\to 1} g(x) = 3$ (c)

---

③ $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2(K(-x)-1)}{1-3x^3} = 2$




$\lim_{x\to -\infty} \frac{-Kx^3-x^2}{1-3x^3} = 2$

$\frac{-K}{-3} = 2 \Longrightarrow K = 6$ (b)

---

④ $g(x) = \sqrt{(x-3)^2}$

$= |x-3|$ متصلة على $R$ (a)

---

⑤ $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ (b)

عند $x=1$ يكون $= \frac{f'(1)}{2\sqrt{f(1)}} = \frac{-2}{2\sqrt{4}} = -\frac{1}{2}$

---

⑥ $\lim_{x\to 0} \cos^{-1}\left(\frac{x-1}{2}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ (a)

$= \frac{2\pi}{3}$

⑦

(7) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{2x\cos x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin 4x}{2x} \cdot \frac{1}{\cos x}$

$= \frac{4}{2} \cdot \frac{1}{1} = 2$ (d)

---

(8) $\lim_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1} x) = \sin(\lim_{x\to\infty} \tan^{-1} x)$

$= \sin \frac{\pi}{2} = 1$ (a)

---

(10) $x^3 + 4x - 1 = -1$

$x^3 + 4x = 0$

$x = 0$

$g(-1) = 0$

$f'(x) = 3x^2 + 4$

$f'(0) = 0 + 4 = 4$

$g'(-1) = \frac{1}{f'(g(-1))}$

$= \frac{1}{f'(0)}$

$= \frac{1}{4}$ (d)

---

(11) $f'(x) = x \cdot (-2e^{-2x}) + e^{-2x} \cdot 1$

$= e^{-2x}(-2x + 1)$

$m = f'(1) = e^{-2}(-2+1) = \frac{-1}{e^2}$ (a)

---

(12) $f'(x) = \frac{-2}{1+(2x)^2} = \frac{-2}{1+4x^2}$ (d)

---

(13) $f'(x) = 3x^2 + 2x$

$f'(c) = 3c^2 + 2c$

$\frac{f(1) - f(-1)}{1-(-1)} \quad \frac{2-0}{2} = 1$

$3c^2 + 2c = 1$

$3c^2 + 2c - 1 = 0$

$(3c - 1)(c + 1)$

$3c = 1 \qquad c = -1 \notin (-1, 1)$

$c = \frac{1}{3} \in (-1, 1)$ (b)

---

(17) الأفقي $\longrightarrow m = 0$

$y = y_1$

$y = 2$ (c)

---

(18) $x = (\sin y)^2$

$1 = 2\sin y \cdot y' \cos y$

(a)

$$y' = \frac{1}{2\sin y \cos y} = \frac{1}{\sin 2y}$$

---

(19) $y = \sec^2 3x - \tan^2 3x$

$= 1 \quad \Longrightarrow y' = 0$

(b)

---

United Arab Emirates
Ministry of Education

الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

الصف : الثاني عشر
المسار : المتقدم

المـــادة : الرياضيات
عدد صفحات الأسئلة : ( 9 )

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2017 / 2018 م

| |
|---|
| 40 |

## السؤال الأول

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1) حدد مجال الدالة $g(x)=\sqrt{2x-12}$ .

a) $(-\infty,6]$
b) $[6,\infty)$
c) $[-6,\infty)$
d) $(-\infty,\infty)$

2) أوجد معادلة مستقيم عمودي على $y=\frac{1}{3}x-5$ ويمر بالنقطة $(0,2)$ .

a) $y=\frac{-1}{3}x-2$
b) $y=\frac{1}{3}x+2$
c) $y=-3x+2$
d) $y=-3x-2$

3) حدد الدالة التي يوجد لها دالة عكسية .

a) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$
b) $f(x)=x^2-4$
c) $f(x)=-1$
d) $f(x)=x^3-2$

4) حدد الدورة للدالة $f(x)=3\cos(2x-\pi)$ .

a) $3$
b) $\pi$
c) $\frac{2}{\pi}$
d) $\frac{\pi}{2}$

5) أوجد حل المعادلة الأسية $e^{2\ln x} = 4$.

a) $\pm 2$
b) $4$
c) $2$
d) $16$

6) أوجد قيمة الدالة المعكوسة $\csc^{-1}(2)$.

a) $\frac{\pi}{6}$
b) $\frac{\pi}{4}$
c) $\frac{\pi}{3}$
d) $\frac{2\pi}{3}$

7) إذا كانت $f(x) = x^2 + 1, g(x) = \sec x$ ، أوجد $(f \circ g)(x)$

a) $\sec^2 x + 1$
b) $\sec(x+1)^2$
c) $\sec(x^2+1)$
d) $\sec x^2 + 1$

8) أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1}$.

a) $1$
b) $\infty$
c) $0$
d) $-1$

9) أوجد $\lim_{x\to\infty} \sin(\tan^{-1} x)$.

a) $\infty$
b) $1$
c) $0$
d) $-\infty$

10) أوجد $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$ .

a) 3
b) 2
c) 0
d) $\infty$

11) حدد الفترة التي تكون عندها الدالة $f(x)=\ln(3x-6)$ متصلة .

a) $(-2,\infty)$
b) $[2,\infty)$
c) $(-\infty,2)$
d) $(2,\infty)$

12) حدد خطوط التقارب المائلة للدالة $y=\frac{x^2+1}{x-2}$ .

a) $y=-2$
b) $y=2$
c) $y=x+2$
d) $y=x-2$

13) أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ بين $t=0$ و $t=1$
حيث $s$ بالامتار و $t$ بالثواني .

a) $\frac{5}{3}\ m/s$
b) $3\ m/s$
c) $0\ m/s$
d) $-3\ m/s$

14) إذا كانت $f(x)=2x-x^5+1$ ، أوجد $f''(-1)$ .

a) $f''(-1)=-20$
b) $f''(-1)=0$
c) $f''(-1)=20$
d) $f''(-1)=-3$

15) إذا كانت $f(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ ، أوجد $f'(x)$.

a) $f'(x)=\dfrac{-3}{(2x+1)^2}$

b) $f'(x)=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$

c) $f'(x)=\dfrac{-6}{(2x+1)^2}$

d) $f'(x)=\dfrac{6}{(2x+1)^2}$

16) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=e^x \ln x$.

a) $f'(x)=xe^x$

b) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+e^x \ln x$

c) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+\ln x$

d) $f'(x)=e^x+\dfrac{1}{x}$

17) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2+2x+1$ في الفترة $[0,1]$.

a) 1

b) 0

c) $\dfrac{1}{2}$

d) $\dfrac{1}{3}$

18) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cosh^{-1} 3x$.

a) $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{3x^2-1}}$

b) $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

c) $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2-1}}$

d) $f'(x)=\dfrac{-3}{\sqrt{9x^2-1}}$

19) حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$ .

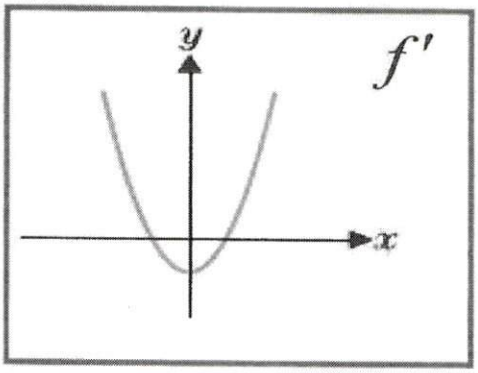
a) $f(x) = \begin{cases} 4x & , x < 2 \\ x^2 + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

b) $g(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

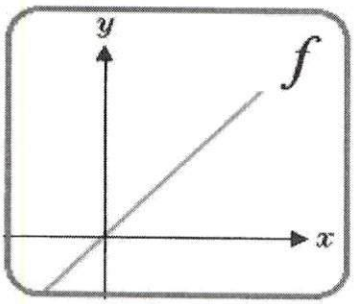
c) $p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

d) $h(x) = \begin{cases} 3x & , x < 2 \\ x + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

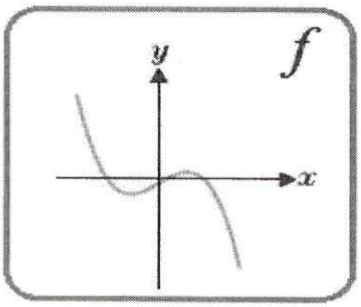
20) استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة $f$ .



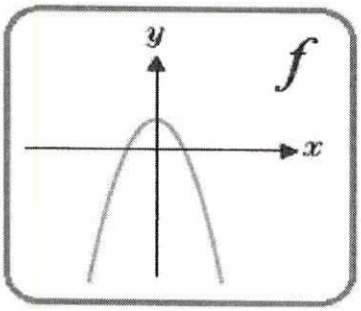

a)



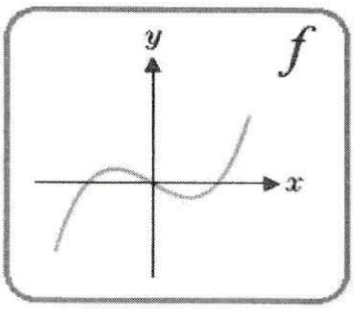

b)




c)




d)



60

## السؤال الثاني

**تكتب خطوات الحل التفصيلية لكافة المفردات الاختبارية من 21 إلى 28**

21) أوجد $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3}$ .

22) حدد قيم $a$ و $b$ التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة .

$$f(x)=\begin{cases} ae^x+1 & , \ x<0 \\ \sin^{-1}\dfrac{x}{2} & , 0\le x\le 2 \\ x^2-x+b & , \ x>2 \end{cases}$$

23) استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x) = x^2 - 2x$ عند $x = 3$ .

24) إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^3 + 2x + 1$ ، أوجد $g'(-2)$ .

25) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \sqrt{\tan(x^3 + 2x)}$ .

26) أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2y^2 = 3y + 1$ مماسًا أفقيًا .

27) سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما AED 12 وقد بيعت 10,000 قطعة منها.

تريد الشركة زيادة الكمية المبيعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار AED 15,000

في نفس العام . فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

28) إذا كانت $f$ و $g$ دالتين متصلتين في الفترة $[a,b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة $(a,b)$

حيث $f(a)=g(a)$ و $f(b)=g(b)$ .

فأثبت أن $f$ و $g$ لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة $(a,b)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

انتهت الأسئلة

بالتوفيق والنجاح

United Arab Emirates
Ministry of Education

الإمـارات العـربية المتحدة
وزارة التربيـة والتعليـم

الصف : الثاني عشر

المسار : المتقدم

المـــادة : الرياضيات

عدد صفحات الأسئلة : ( 9 )

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2017 / 2018 م

| |
|---|
| 40 |

## السؤال الأول

**ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي :**

1) حدد مجال الدالة $g(x)=\sqrt{2x-12}$ .

$2x-12 \geq 0$

$2x \geq 12$

$x \geq 6$

a) $(-\infty,6]$

b) $[6,\infty)$

c) $[-6,\infty)$

d) $(-\infty,\infty)$

2) أوجد معادلة مستقيم عمودي على $y=\frac{1}{3}x-5$ ويمر بالنقطة $(0,2)$ .

$m=\frac{1}{3} \rightarrow m=-3$ المعاكس

$y-2=-3(x-0)$

$y=-3x+2$

a) $y=\frac{-1}{3}x-2$

b) $y=\frac{1}{3}x+2$

c) $y=-3x+2$

d) $y=-3x-2$

3) حدد الدالة التي يوجد لها دالة عكسية .

a) $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ ليست واحد لواحد

b) $f(x)=x^2-4$ ليست واحد لواحد

c) $f(x)=-1$ ليست واحد لواحد

d) $f(x)=x^3-2$

مثلاً $f(1)=-1$ , $f(-1)=-3$ واحد لواحد

4) حدد الدورة للدالة $f(x)=3\cos(2x-\pi)$ .

الدورة $=\frac{2\pi}{|b|}$

$\frac{2\pi}{2}=$

$\pi=$

a) $3$

b) $\pi$

c) $\frac{2}{\pi}$

d) $\frac{\pi}{2}$

5) أوجد حل المعادلة الأسية $e^{2\ln x} = 4$.

$e^{\ln x^2} = 4$

$x^2 = 4$

$x = \pm 2$

$x > 0$ حيث

$x = 2$

a) $\pm 2$ b) $4$

c) $2$ d) $16$

6) أوجد قيمة الدالة المعكوسة $\csc^{-1}(2)$.

$x = \csc^{-1}(2)$

$\csc x = 2$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{\pi}{6}$

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{4}$

c) $\frac{\pi}{3}$ d) $\frac{2\pi}{3}$

7) إذا كانت $f(x) = x^2 + 1, g(x) = \sec x$، أوجد $(f \circ g)(x)$

$(fog)(x) = f(g(x))$

$= f(\sec x)$

$= \sec^2 x + 1$

a) $\sec^2 x + 1$ b) $\sec(x+1)^2$

c) $\sec(x^2+1)$ d) $\sec x^2 + 1$

8) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1}$.

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x - 1 = -\sin^2 x$

$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{-\sin^2 x}$

$= -\left(\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x}\right)^2 = -1$

a) $1$ b) $\infty$

c) $0$ d) $-1$

9) أوجد $\lim_{x \to \infty} \sin(\tan^{-1} x)$.

$= \sin(\tan^{-1} \infty)$

$= \sin \frac{\pi}{2}$

$= 1$

a) $\infty$ b) $1$

c) $0$ d) $-\infty$

10) أوجد $\lim_{x\to\infty}\frac{6x^2-6}{3x^3+2x+1}$ .

$= \lim_{x\to\infty}\frac{6x^2}{3x^2}$

$= \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}$

$= 0$

أس المقام > أس البسط

a) 3 b) 2

c) 0 d) $\infty$

11) حدد الفترة التي تكون عندها الدالة $f(x)=\ln(3x-6)$ متصلة .

$3x-6>0$

$3x>6$

$x>2$

$(2,\infty)$

a) $(-2,\infty)$ b) $[2,\infty)$

c) $(-\infty,2)$ d) $(2,\infty)$

12) حدد خطوط التقارب المائلة للدالة $y=\frac{x^2+1}{x-2}$ .

$x+2$

$x-2 \overline{)\, x^2 \quad +1}$

$-x^2 \pm 2x$

$\pm 2x +1$

$\mp 2x \pm 4$

$5$

a) $y=-2$ b) $y=2$

c) $y=x+2$ d) $y=x-2$

13) أوجد السرعة المتجهة المتوسطة لدالة الموقع $s(t)=\sqrt{t^2+8t}$ بين $t=0$ و $t=1$ حيث $s$ بالامتار و $t$ بالثواني .

$V_{avg} = \frac{s(1)-s(0)}{1-0}$

$= \frac{3-0}{1}$

$= 3\ m/s$

a) $\frac{5}{3}\ m/s$ b) $3\ m/s$

c) $0\ m/s$ d) $-3\ m/s$

14) إذا كانت $f(x)=2x-x^5+1$ ، أوجد $f''(-1)$ .

$f'(x) = 2-5x^4$

$f''(x) = -20x^3$

$f(-1) = -20(-1)^3$

$= 20$

a) $f''(-1)=-20$ b) $f''(-1)=0$

c) $f''(-1)=20$ d) $f''(-1)=-3$

15) إذا كانت $f(x)=\dfrac{3}{2x+1}$ ، أوجد $f'(x)$.

a) $f'(x)=\dfrac{-3}{(2x+1)^2}$ b) $f'(x)=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$

c) $f'(x)=\dfrac{-6}{(2x+1)^2}$ d) $f'(x)=\dfrac{6}{(2x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{-3(2)}{(2x+1)^2}$

16) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=e^x \ln x$.

$f'(x)=e^x\cdot\frac{1}{x}+\ln x\cdot e^x$

a) $f'(x)=xe^x$ b) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+e^x\ln x$

c) $f'(x)=\dfrac{e^x}{x}+\ln x$ d) $f'(x)=e^x+\dfrac{1}{x}$

17) أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=x^2+2x+1$ في الفترة $[0,1]$.

$f'(x)=2x+2$

$f'(c)=2c+2$

$\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{4-1}{1}=3$

$2c+2=3$

$2c=1\longrightarrow c=\frac{1}{2}\in(0,1)$

a) 1 b) 0

c) $\dfrac{1}{2}$ d) $\dfrac{1}{3}$

18) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\cosh^{-1}3x$.

$f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{(3x)^2-1}}=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2-1}}$

a) $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{3x^2-1}}$ b) $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

c) $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2-1}}$ d) $f'(x)=\dfrac{-3}{\sqrt{9x^2-1}}$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x) = f(2) = 8$ متصلة

$G'(2^-) = G'(2^+) = 4$ قابلة للاشتقاق

19) حدد الدالة القابلة للاشتقاق عند $x = 2$.

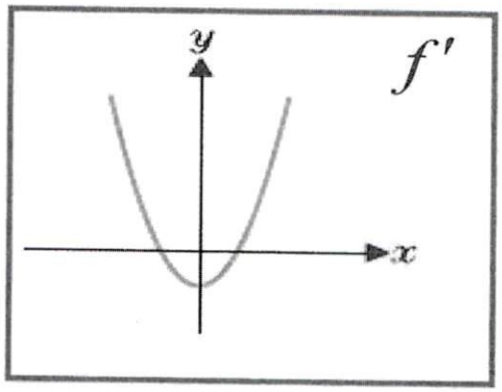
a) $f(x) = \begin{cases} 4x & , x < 2 \\ x^2 + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

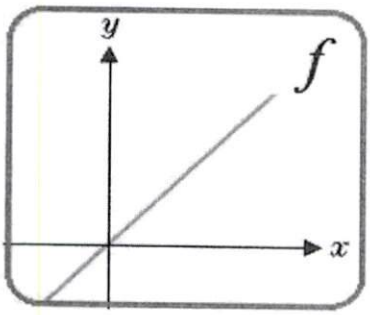
b) $g(x) = \begin{cases} 4 & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

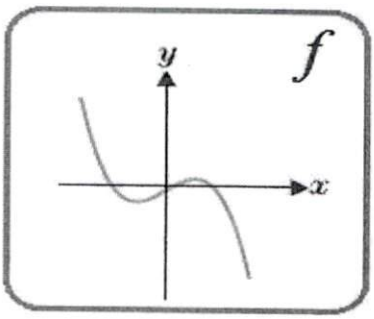
c) $p(x) = \begin{cases} 4 + 2x & , x < 2 \\ 2x & , x \geq 2 \end{cases}$

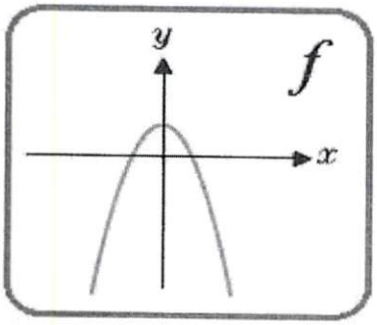
d) $h(x) = \begin{cases} 3x & , x < 2 \\ x + 4 & , x \geq 2 \end{cases}$

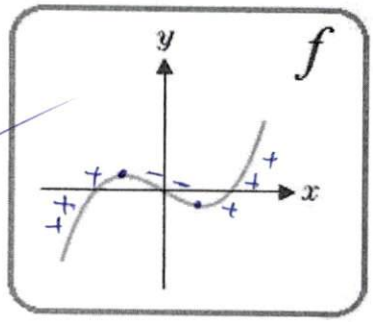
20) استخدم التمثيل البياني أدناه لتحديد التمثيل البياني المعقول للدالة المتصلة $f$.




a)



b)



c)



d)


60

## السؤال الثاني

تكتب خطوات الحل التفصيلية لكافة المفردات الاختبارية من 21 إلى 28

21) أوجد $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3}$ .

$= \lim_{x\to 1} \dfrac{x^2-1}{\sqrt{10-x}-3} \cdot \dfrac{\sqrt{10-x}+3}{\sqrt{10-x}+3}$

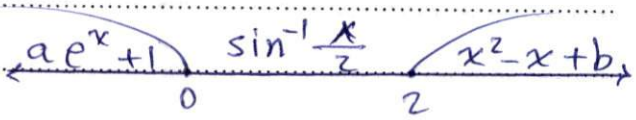
$= \lim_{x\to 1} \dfrac{(x^2-1)(\sqrt{10-x}+3)}{10-x-9}$

$= \lim_{x\to 1} \dfrac{(x-1)(x+1)(\sqrt{10-x}+3)}{1-x}$

$= -1(1+1)(3+3) = -12$

22) حدد قيم $a$ و $b$ التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة .

$$f(x)=\begin{cases} ae^x+1 & , \ x<0 \\ \sin^{-1}\dfrac{x}{2} & , 0\le x\le 2 \\ x^2-x+b & , \ x>2 \end{cases}$$




الدالة متصلة

عند $x=0$ الدالة متصلة

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

$\lim_{x\to 0^-} ae^x+1 = \lim_{x\to 0^+} \sin^{-1}\frac{x}{2}$

$ae^0+1 = \sin^{-1} 0$

$a = 0-1$

$\boxed{a=-1}$

عند $x=2$ الدالة متصلة

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^+} f(x)$

$\lim_{x\to 2^-} \sin^{-1}\frac{x}{2} = \lim_{x\to 2^+} (x^2-x+b)$

$\sin^{-1}(1) = 2+b$

$\frac{\pi}{2} = 2+b$

$\boxed{b=\frac{\pi}{2}-2}$

23) استخدم تعريف النهاية لإيجاد مشتقة الدالة $f(x)=x^2-2x$ عند $x=3$ .

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$$

$$f(3)=3^2-2(3)=9-6=3$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)^2-2(3+h)-3}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{9+6h+h^2-6-2h-3}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{4h+h^2}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(4+h)}{h}$$

$$=4$$

24) إذا كانت $g(x)$ الدالة العكسية للدالة $f(x)=x^3+2x+1$ ، أوجد $g'(-2)$ .

$$g'(-2)=\frac{1}{f'(g(-2))}$$

$$=\frac{1}{f'(-1)}$$

$$=\frac{1}{5}$$

$x^3+2x+1=-2$

$x^3+2x+3=0$

باستخدام القسمة

$x=-1$

$g(-2)=-1$ ←

$f'(x)=3x^2+2$

$f'(-1)=3(-1)^2+2$

$=5$ ←

$x=g(-2)=f^{-1}(-2)\longrightarrow f(x)=-2$

25) أوجد مشتقة الدالة $f(x)=\sqrt{\tan(x^3+2x)}$.

$$f'(x)=\frac{(3x^2+2)\sec^2(x^3+2x)}{2\sqrt{\tan(x^3+2x)}}$$

26) أوجد جميع النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى $x^2y^2=3y+1$ مماسًا أفقيًا.

$m=0 \leftarrow y'=0$

$$x^2\cdot 2y\,y'+y^2\cdot 2x=3y'$$

$$2x^2y\,y'-3y'=-2xy^2$$

$$y'(2x^2y-3)=-2xy^2$$

$$y'=\frac{-2xy^2}{2x^2y-3}$$

$$y'=0 \longrightarrow -2xy^2=0 \longrightarrow x=0 \text{ or } y=0$$

$x=0 \longrightarrow 0(y^2)=3y+1$

$0=3y+1$

$3y=-1$

$y=-\frac{1}{3}$

النقطة $(0,-\frac{1}{3})$ عندها المماس أفقي

$y=0 \longrightarrow 0=0+1$

مرفوض

27) سعر بيع القطعة الواحدة من سلعة ما AED 12 وقد بيعت 10,000 قطعة منها.

تريد الشركة زيادة الكمية المبيعة بمقدار 1000 قطعة في العام مع زيادة الإيراد بمقدار AED 15,000

في نفس العام . فما المعدل الذي يتعين به زيادة السعر لتحقيق هذين الهدفين ؟

$f(x)$ ← سعر القطعة
$g(x)$ ← عدد القطع
$f(0)=12$ $\quad f'(0)=??$
$g(0)=10000$ $\quad g'(0)=1000$
$h(x)$ ← الإيراد
$h'(x)$ ← زيادة الإيراد

$h(x)=f(x).g(x)$

$h'(x)=f(x).g'(x)+g(x).f'(x)$

$15000=12.1000+10000.f'(x)$

$15000-12000=10000.f'(x)$

$3000=10000.f'(x)$

$f'(x)=\frac{3000}{10000}=0.3$

معدل زيادة السعر هو 0.3 درهم لكل عام

28) إذا كانت $f$ و $g$ دالتين متصلتين في الفترة $[a,b]$ و قابلتين للإشتقاق في الفترة $(a,b)$ حيث $f(a)=g(a)$ و $f(b)=g(b)$.

فأثبت أن $f$ و $g$ لهما مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة $(a,b)$.

$f$ و $g$ قابلتان للاشتقاق على $(a,b)$

$h$ قابلة للاشتقاق على $(a,b)$ حيث $h(x)=f(x)-g(x)$

$h(b)=f(b)-g(b)=0$ $\quad \because f(b)=g(b)$

$h(a)=f(a)-g(a)=0$ $\quad \because f(a)=g(a)$

$\therefore h(b)=h(a)=0$

وبتطبيق نظرية رول فإنه يوجد على الأقل عدد $c\in(a,b)$ حيث $h'(c)=0$

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$

$h'(c)=f'(c)-g'(c)$

$0=f'(c)-g'(c)$

$\therefore f'(c)=g'(c)$ أي أن للدالتين $f$ و $g$ مماسين متوازيين عند النقطة $c$ في الفترة $(a,b)$

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح

الصف: الثاني عشر
المسار: المتقدم

المـــادة: الرياضيات
عدد صفحات الأسئلة: ( 9 )

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2018 / 2019 م

| |
|---|
| 45 |

## الجزء الأول

**ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:**

1) أوجد مجال الدالة $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 2x + 1}$.

a) $(-\infty, 1)$
b) $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$
c) $(-\infty, \infty)$
d) $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

2) أوجد القيمة الدقيقة للتعبير $\sin^{-1}\left(\dfrac{-1}{2}\right)$، إن وجدت .

a) $\dfrac{\pi}{6}$
b) غير موجودة
c) $-\dfrac{\pi}{6}$
d) $-\dfrac{\pi}{3}$

3) إذا كانت $g(x) = \sqrt{x+6}$ و $f(x) = x - 4$، أوجد $(g \circ f)(7)$ .

a) $(g \circ f)(7) = 3$
b) $(g \circ f)(7) = \sqrt{13} - 4$
c) $(g \circ f)(7) = \sqrt{5}$
d) $(g \circ f)(7) = \sqrt{3} + 6$

4) أوجد قيمة $\lim_{x \to 2} \frac{x-2}{|x-2|}$ إذا وجدت .

a) $0$
b) $-1$
c) $-2$
d) غير موجودة

5) أوجد قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$ إذا وجدت .

a) $-6$
b) $0$
c) $\frac{1}{3}$
d) غير موجودة

6) أوجد $\lim_{x \to \infty} \cot^{-1} x$ .

a) $1$
b) $0$
c) $\frac{-\pi}{2}$
d) $\infty$

7) حدد الفترات التي تكون عندها الدالة $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة .

a) $(-\infty,-1) \cup (2,\infty)$
b) $(-\infty,-1] \cup [2,\infty)$
c) $(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$
d) $(-\infty,0) \cup (2,\infty)$

8) أوجد قيمة النهاية $\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^3-8}{h}$ إذا وجدت .

a) $8$
b) $12$
c) $4$
d) غير موجودة

9) إذا كانت $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f'''\left(\frac{1}{6}\right)$.

a) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$

b) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

c) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

d) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

10) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \tanh x^2$.

a) $f'(x) = \operatorname{sech}^2 x$

b) $f'(x) = 2x \operatorname{sech}^2 x^2$

c) $f'(x) = 2x \operatorname{sech} x^2$

d) $f'(x) = -2x \operatorname{sech} x^2$

11) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cos^{-1}(2x)$ .

a) $f'(x) = \frac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

b) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

d) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

12) على فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(x)$ .

a) $g'(x) = \frac{1}{[g(x)]^3 + 6}$

b) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

c) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$

d) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

13) أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقياً.

a) $x = 0, x = 4$

b) $x = -4, x = 0, x = 4$

c) $x = -4, x = 0$

d) $x = -1, x = 0, x = 1$

14) حدد الفترة التي تحقق الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ فيها نظرية رول وأوجد قيمة c .

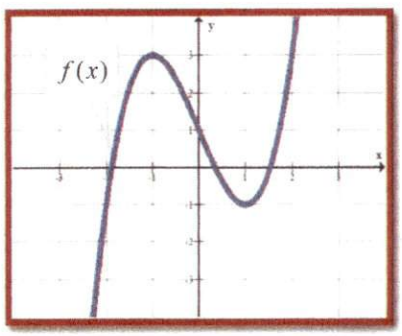
a) $[-1,1]$, $c = \frac{1}{2}$

b) $[0,1]$, $c = \frac{1}{2}$

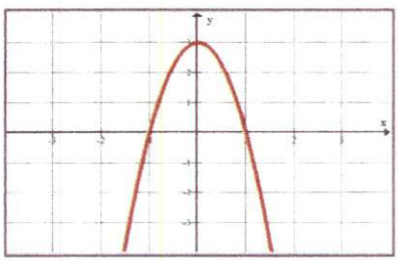
c) $[-2,2]$, $c = 0$

d) $[0,1]$, $c = 2$

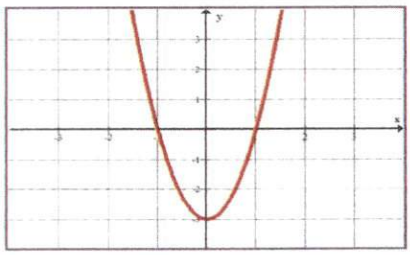
15) استخدم التمثيل البياني للدالة $f$ وحدد التمثيل البياني لـ $f''$ .



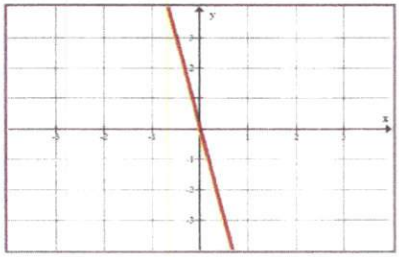

a)



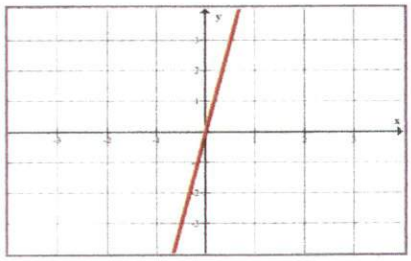
b)



c)



d)



55

## الجزء الثاني

**يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للمفردات الاختبارية كافة.**

**16) أوجد الدالة الأسية** $f(x) = ae^{bx}$ **التي تمر بالنقطتين** $(2, 6)$ **و** $(1, 2)$ **حيث** $a \neq 0$ **و** $b > 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**17) أوجد كافة حلول المعادلة** $\sin x - \cos(2x) = 0$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x \to 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 3x - 2}$ ، إذا وجدت.

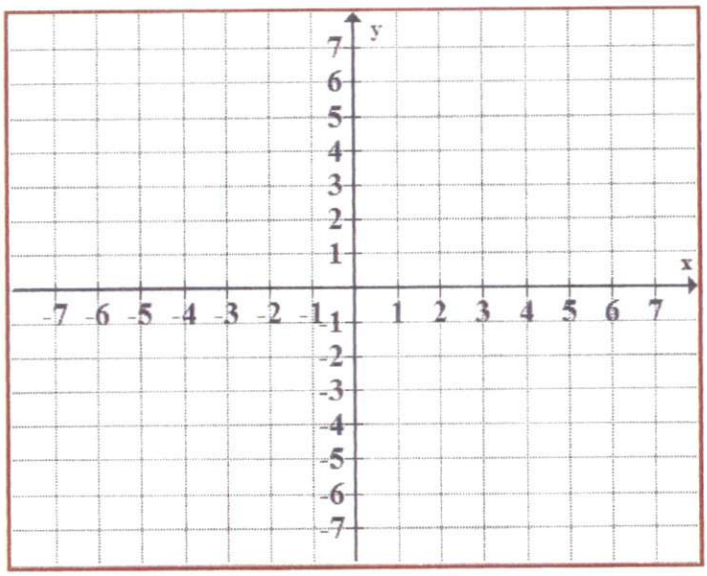
19) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , \ x < 0 \\ b \cos\left(x + \frac{1}{3}\right)\pi & , \ 0 \le x \le 3 \\ \ln(x-2) + x^2 + 1 & , \ x > 3 \end{cases}$$

أوجد قيم $a$ و $b$ التي تجعل الدالة $f$ متصلة .

**20)** ارسم تمثيلاً بيانيًا لدالة بالخواص التالية:

$$f'(4)=-3\ ,\ f'(2)=0\ ,\ f'(0)=1\ ,\ f(4)=-2\ ,\ f(2)=1\ ,\ f(0)=0$$




**21)** أوجد الاشتقاق الضمني $y'(x)$ إذا كانت $xy^2+5x=(2y+1)^3$ .

22) أوجد مشتقة $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

23) استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $h(x) = \left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

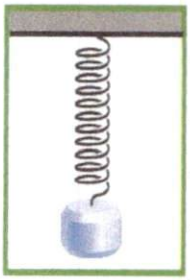
.....

.....

.....

.....

24) يهتز زنبرك معلق من السقف إلى أعلى وإلى أسفل. وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن $0 \le t \le \pi$ باستخدام $f(t) = 4\cos(2t)$ . أوجد موقع الزنبرك عندما يكون لديه سرعة متجهة قيمتها صفر.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BONUS

25) a) إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم $x$ ، أثبت أن $f(x)$ هي دالة متناقصة ؛ أي أنه إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) بيّن أن $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ دالة متناقصة .

.....

.....

.....

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح

الصف: الثاني عشر
المسار: المتقدم

المـــادة: الرياضيات
عدد صفحات الأسئلة: ( 9 )

امتحان نهاية الفصل الدراسي الأول
للعام الدراسي 2018 / 2019 م

45

## الجزء الأول

**ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:**

1) أوجد مجال الدالة $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 - 2x + 1}$.

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x = 1$

a) $(-\infty, 1)$ — المجال $= R / \{1\}$

b) $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$

c) $(-\infty, \infty)$ — $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$

d) $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ ✓

2) أوجد القيمة الدقيقة للتعبير $\sin^{-1}\left(\dfrac{-1}{2}\right)$، إن وجدت .

a) $\dfrac{\pi}{6}$

b) غير موجودة

c) $-\dfrac{\pi}{6}$ ✓

d) $-\dfrac{\pi}{3}$

3) إذا كانت $g(x) = \sqrt{x+6}$ و $f(x) = x - 4$، أوجد $(g \circ f)(7)$ .

a) $(g \circ f)(7) = 3$ ✓

b) $(g \circ f)(7) = \sqrt{13} - 4$

c) $(g \circ f)(7) = \sqrt{5}$

d) $(g \circ f)(7) = \sqrt{3} + 6$

$(g \circ f)(7) = g(f(7))$

$= g(3) = \sqrt{9} = 3$

$2-x$ | $x-2$ — 2

4) أوجد قيمة $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{|x-2|}$ إذا وجدت .

$\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{x-2}=1$, $\lim_{x\to 2^-}\frac{x-2}{2-x}=-1$ ⟹ $\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{|x-2|}$ غ.م

a) 0 b) $-1$

c) $-2$ d) غير موجودة ✓

5) أوجد قيمة $\lim_{x\to 0}\frac{x}{3-\sqrt{x+9}}$ إذا وجدت .

$=\lim_{x\to 0}\frac{x}{3-\sqrt{x+9}}\cdot\frac{3+\sqrt{x+9}}{3+\sqrt{x+9}}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{x(3+\sqrt{x+9})}{9-(x+9)}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{x(3+\sqrt{x+9})}{9-x-9}=\frac{3+3}{-1}$

$=-6$

a) $-6$ ✓ b) 0

c) $\frac{1}{3}$ d) غير موجودة

6) أوجد $\lim_{x\to\infty}\cot^{-1}x$ .

a) 1 b) 0 ✓

c) $\frac{-\pi}{2}$ d) $\infty$

7) حدد الفترات التي تكون عندها الدالة $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{\sqrt{x^2-2x}}$ متصلة .

$x^2-1>0$

$x^2>1$

$|x|>1$ $\quad x>1$ or $x<-1$

$x^2-2x>0$

+ 0 − 0 + (0 عند 0 و 2)

a) $(-\infty,-1)\cup(2,\infty)$ ✓ b) $(-\infty,-1]\cup[2,\infty)$

c) $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$ d) $(-\infty,0)\cup(2,\infty)$

$-\infty$ −1 0 1 2 $\infty$

8) أوجد قيمة النهاية $\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}$ إذا وجدت .

(or)

$=\lim_{h\to 0}\frac{(2+h-2)((2+h)^2+2(2+h)+4)}{h}$ ✓

$=(2+0)^2+2(2+h)+4$

$=4+4+4$

$=12$

$f(x)=x^3-8$

$f'(x)=3x^2$

$f'(2)=3(2)^2$

$=12$

a) 8 b) 12

c) 4 d) غير موجودة

9) إذا كانت $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2$ ، أوجد $f'''\left(\frac{1}{6}\right)$.

a) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{55}{54}$

$f'(x) = 4x^3 + 6x$

$f''(x) = 12x^2 + 6$

b) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{19}{3}$

c) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

$f'''(x) = 24x$

$f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 24\left(\frac{1}{6}\right) = 4$

d) $f'''\left(\frac{1}{6}\right) = 10$

10) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \tanh x^2$.

a) $f'(x) = \operatorname{sech}^2 x$

b) $f'(x) = 2x \operatorname{sech}^2 x^2$

c) $f'(x) = 2x \operatorname{sech} x^2$

d) $f'(x) = -2x \operatorname{sech} x^2$

$f'(x) = 2x \operatorname{sech}^2 x^2$

11) أوجد مشتقة الدالة $f(x) = \cos^{-1}(2x)$.

$f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$

a) $f'(x) = \frac{2\sin(2x)}{\cos^2(x-2)}$

b) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1+4x^2}}$

c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$

d) $f'(x) = \frac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

12) على فرض أن الدالة $f(x) = x^3 + 5x + 6$ لها دالة عكسية $g(x)$ ، أوجد $g'(x)$.

a) $g'(x) = \frac{1}{[g(x)]^3 + 6}$

b) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2}$

c) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5[g(x)]}$

d) $g'(x) = \frac{1}{3[g(x)]^2 + 5}$

$f'(x) = 3x^2 + 5$

$f'(g(x)) = 3(g(x))^2 + 5$

$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} = \frac{1}{3(g(x))^2 + 5}$

13) أوجد جميع القيم التي يكون عندها المماس للمنحنى $y = x^3 - 6x^2 + 1$ أفقياً.

$y' = 3x^2 - 12x$

$3x^2 - 12x = 0$

$x^2 - 4x = 0$

$x = 0 \quad x = 4$

a) $x = 0, x = 4$

b) $x = -4, x = 0, x = 4$

c) $x = -4, x = 0$

d) $x = -1, x = 0, x = 1$

14) حدد الفترة التي تحقق الدالة $f(x) = x^2 - x + 1$ فيها نظرية رول وأوجد قيمة c .

$f'(x) = 2x - 1$

$f'(c) = 2c - 1$

$2c - 1 = 0$

$c = \frac{1}{2}$

$f(0) = f(1) = 1$

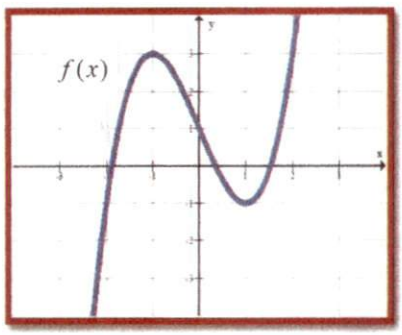
a) $[-1,1], c = \frac{1}{2}$

b) $[0,1], c = \frac{1}{2}$

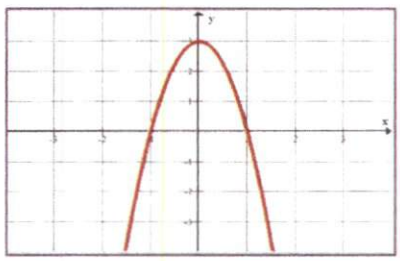
c) $[-2,2], c = 0$

d) $[0,1], c = 2$

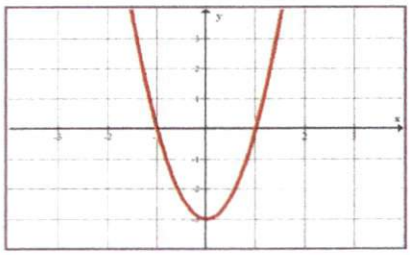
15) استخدم التمثيل البياني للدالة $f$ وحدد التمثيل البياني لـ $f''$ .



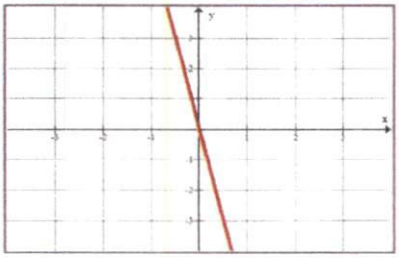

a)



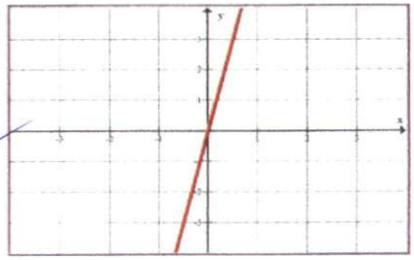
b)



c)



d)



55

## الجزء الثاني

**يجب كتابة خطوات الحل التفصيلية للمفردات الاختبارية كافة.**

16) أوجد الدالة الأسية $f(x) = ae^{bx}$ التي تمر بالنقطتين $(2, 6)$ و $(1, 2)$ حيث $a \neq 0$ و $b > 0$.

$f(x) = ae^{bx}$

$(1,2) \longrightarrow 2 = ae^{b}$

$(2,6) \longrightarrow 6 = ae^{2b}$

$\frac{6}{2} = \frac{ae^{2b}}{ae^{b}}$

$3 = e^{2b-b}$

$3 = e^{b}$

$\ln 3 = \ln e^{b}$

$\boxed{b = \ln 3}$

$2 = ae^{\ln 3}$

$2 = 3a$

$\boxed{a = \frac{2}{3}}$

$\therefore f(x) = \frac{2}{3} e^{(\ln 3)x}$

17) أوجد كافة حلول المعادلة $\sin x - \cos(2x) = 0$.

$\sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0$

$\sin x - 1 + 2\sin^2 x = 0$

$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$

$2\sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$\theta = \sin^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6}$

في الربع الأول

$x = \frac{\pi}{6} + 2n\pi$

في الربع الثاني

$x = \pi - \frac{\pi}{6}$

$= \frac{5\pi}{6} + 2n\pi$

$\sin x + 1 = 0$

$\sin x = -1$

$x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi$

18) أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^3-8}{2x^2-3x-2}$ ، إذا وجدت.

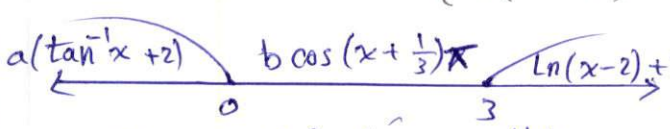
$$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(2x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{4+4+4}{4+1} = \frac{12}{5}$$

19) إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , \ x < 0 \\ b\cos\left(x + \frac{1}{3}\right)\pi & , \ 0 \le x \le 3 \\ \ln(x-2) + x^2 + 1 & , \ x > 3 \end{cases}$$

أوجد قيم $a$ و $b$ التي تجعل الدالة $f$ متصلة.




الدالة متصلة عند $x = 0$ :

$\lim_{x\to 0} f(x)$ موجودة :

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

$\lim_{x\to 0^-} a(\tan^{-1}x + 2) = \lim_{x\to 0^+} b\cos(x+\frac{1}{3})\pi$

$a(\tan^{-1}0 + 2) = b\cos\frac{\pi}{3}$

$2a = \frac{1}{2}b$

$4a = b$

$4a = -20$

$\boxed{a = -5}$

الدالة متصلة عند $x = 3$ :

$\lim_{x\to 3} f(x)$ موجودة :

$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^+} f(x)$

$\lim_{x\to 3^-} b\cos(x+\frac{1}{3})\pi = \lim_{x\to 3^+} \ln(x-2) + x^2 + 1$

$b\cos\frac{10\pi}{3} = \ln(3-2) + 9 + 1$

$\frac{-b}{2} = 10$

$-b = 20$

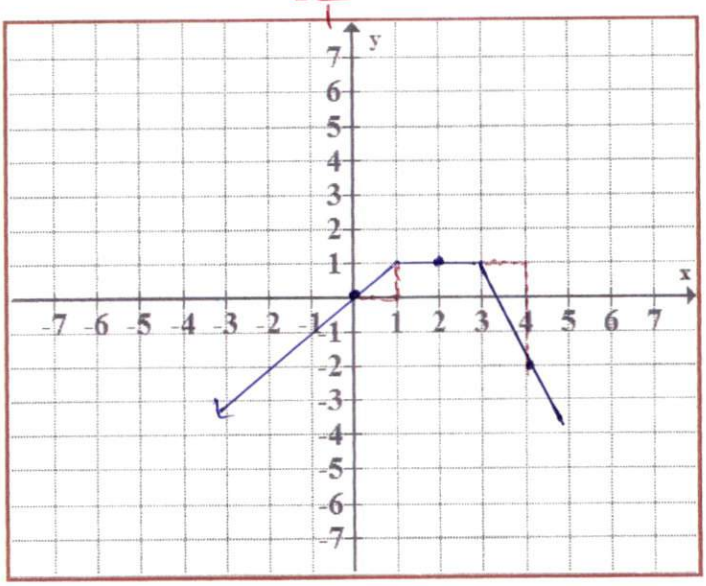
$\boxed{b = -20}$

**20) ارسم تمثيلاً بيانيًا لدالة بالخواص التالية:**

سيقيم أفقيًا

$f'(4) = -3$ , $f'(2) = 0$ , $f'(0) = 1$ , $f(4) = -2$ , $f(2) = 1$ , $f(0) = 0$

$= \frac{-3}{1}$ $= \frac{1}{1}$




**21) أوجد الاشتقاق الضمني $y'(x)$ إذا كانت $xy^2 + 5x = (2y+1)^3$ .**

$y^2 \cdot 1 + x \cdot 2yy' + 5 = 3(2y+1)^2 \cdot 2y'$

$y^2 + 2xyy' + 5 = 6(2y+1)^2 y'$

$2xyy' - 6(2y+1)^2 y' = -y^2 - 5$

$y'(2xy - 6(2y+1)^2) = -y^2 - 5$

$y' = \frac{-y^2 - 5}{2xy - 6(2y+1)^2}$

22) أوجد مشتقة $f(x) = \dfrac{e^{\sqrt{x^3+1}}}{2x}$ .

$$f'(x) = \frac{2x \cdot \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+1}} \cdot e^{\sqrt{x^3+1}} - e^{\sqrt{x^3+1}} \cdot 2}{(2x)^2}$$

$$= \frac{e^{\sqrt{x^3+1}} \left( \frac{3x^3}{\sqrt{x^3+1}} - 2 \right)}{4x^2}$$

23) استخدم تفاضل اللوغاريتم لإيجاد مشتقة الدالة $h(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$ .

$$\ln h(x) = \ln \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

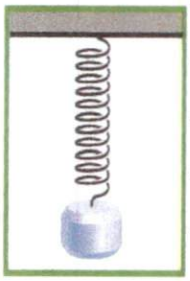
$$\ln h(x) = x^2 \ln \frac{1}{3}$$

$$\frac{h'(x)}{h(x)} = \ln \frac{1}{3} \cdot 2x$$

$$h'(x) = \left(2 \ln \frac{1}{3}\right) x \cdot h(x)$$

$$= \left(2 \ln \frac{1}{3}\right) x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$$

24) يهتز زنبرك معلق من السقف إلى أعلى وإلى أسفل. وقد حدد موقعه الرأسي في الزمن $0 \le t \le \pi$ باستخدام $f(t) = 4\cos(2t)$ . أوجد موقع الزنبرك عندما يكون لديه سرعة متجهة قيمتها صفر.



$f(t) = 4\cos(2t)$

$f'(t) = 4 \cdot (-2\sin(2t))$

$f'(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad -8\sin(2t) = 0$

$\sin(2t) = 0$

$t = 0 \quad t = \frac{\pi}{2} \quad t = \pi$

$f(0) = f(\pi) = 4\cos\left(\frac{0}{2\pi}\right) = 4$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4\cos 2 \cdot \frac{\pi}{2} = -4$

BONUS

25) a) إذا كان $f'(x) < 0$ لكل قيم $x$ ، أثبت أن $f(x)$ هي دالة متناقصة ؛ أي أنه إذا كان $a < b$ فإن $f(a) > f(b)$.

إذا كانت $f$ قابلة للاشتقاق على $(a,b)$ ومتصلة على $[a,b]$ حيث $a < b$

فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي $c \in (a,b)$ حيث

$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ ، $f'(x) < 0$ سالب

$f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b - a) < 0$ مفهوم المتباينة

$- \cdot + = -$ إذا كان $a < b$

$\therefore f(b) - f(a) < 0$ $f(a) > f(b)$

$f(a) > f(b)$ $\therefore$ الدالة متناقصة.

b) بيّن أن $f(x) = 3 - x + e^{-x}$ دالة متناقصة .

$f'(x) = -1 - e^{-x}$

$f'(x) < 0$

$\therefore f(x)$ دالة متناقصة

انتهت الأسئلة
بالتوفيق والنجاح