الاسم :   الصف والشعبة: 12-م   **مراجعة شاملة**   اليوم: التاريخ: ...../..../ 2019

السؤال الأول :- لكل فقرة أربع إجابات ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة :-

1) التقريب الخطي للدالة $f(x)=\sqrt{2x+9}$ عند $x_0=0$ هو :-

$a)\ 3+\frac{1}{3}x$ $\qquad b)\ x+\frac{1}{3}x$ $\qquad c)\ (2x+9)^{\frac{-1}{2}}$ $\qquad d)\ 3+3x$

---

2) يعبر عن المساحة الواقعة بين المنحنى $y=x^2-2x$ ومحور x بالفترة $[0,3]$ بالشكل :-

$a)\ \int_0^3 f(x)dx$ $\qquad b)\ \int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$

$c)\ -\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$ $\qquad d)\ \int_0^2 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx$

---

3) عند استخدام صيغة الإختزال $\int \frac{\sqrt{a^2-u^2}}{u}du=\sqrt{a^2-u^2}-a\ln\left|\frac{a+\sqrt{a^2-u^2}}{u}\right|+c$ يكون التكامل $\int\sqrt{16-e^{2x}}dx=$

$a)\ \int\sqrt{16-e^{2x}}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}\right|+c$ $\qquad c)\ \int\sqrt{16-e^x}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16-e^x}}{e^x}\right|+c$

$b)\ \int\sqrt{16-e^{2x}}-2\ln\left|\frac{2+\sqrt{16-e^{2x}}}{e^x}\right|+c$ $\qquad d)\ \int\sqrt{16+e^{2x}}-4\ln\left|\frac{4+\sqrt{16+e^{2x}}}{e^x}\right|+c$

---

4) إذا كانت $A(x)=2(x+1)^2$ تمثل مساحة مقطع عرضي حيث $1\le x\le 4$ فإن حجم المجسم يكون :-

$a)\ V=\int_1^4 2(x+1)^2dx=78$ $\qquad b)\ V=2\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=156\pi$

$c)\ V=\pi\int_1^4 2(x+1)^2dx=78\pi$ $\qquad d)\ V=\int_1^4 4(x+1)^4dx=\frac{2372}{5}$

---

5) لتكن $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2}{e^x-1}$ بإستخدام قاعدة لوبيتال تكون النهاية :-

$a)\ 6$ $\qquad b)\ 0$

$c)\ -6$ $\qquad d)\ 1$

---

6) $\int\frac{5}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx=$

$a)\ 5\cos^{-1}x+c$ $\qquad b)\ 5\sec^{-1}x+c$

$c)\ 5\sin^{-1}x+c$ $\qquad d)\ 5\csc^{-1}x+c$

7) قيمة التكامل غير المحدود $\int \frac{x}{1+x^2}dx =$

$a)\ \tan^{-1}x + c$ $\quad b)\ \frac{1}{2}\ln(1+x^2)+c$

$c)\ 2\ln(1+x^2)+c$ $\quad d)\ \ln(1+x^2)+c$

---

8) إذا كانت $F(x) = x^3 + \int_x^2 (3t^2 - t)dt$ فإن $F'(2) =$

$a)\ -10$ $\quad b)\ 10$

$c)\ 2$ $\quad d)\ -2$

---

9) $\int (\frac{3}{2x} - e^{-3x} + \cos x)dx =$

$a)\ \frac{3}{2}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$ $\quad b)\ \frac{2}{3}\ln|x| + \frac{1}{3}e^{-3x} - \sin x + c$

$c)\ \frac{3}{2}\ln|x| + 3e^{-3x} + \sin x + c$ $\quad d)\ \frac{3}{2}\ln|x| - \frac{1}{3}e^{-3x} + \sin x + c$

---

10) إذا كانت $f(x) = \cot x$ فإن $\int f''(x)dx =$

$a)\ \tan x + c$ $\quad b)\ \sec^2 x + c$

$c)\ -\csc^2 x + c$ $\quad d)\ -\csc x \cdot \cot x + c$

---

11) الكسور الجزئية عند تفكيك الكسر $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 + x} =$

$a)\ \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2+1}$ $\quad b)\ \frac{2}{x} - \frac{5}{x^2+1}$

$c)\ \frac{5}{x} + \frac{2}{x^2+1}$ $\quad d)\ \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2+1}$

---

12) إذا كان $\int_k^2 f(x)dx = 12$ وكانت القيمة المتوسط للدالة $f(x)$ تساوي 4 فإن قيمة $k =$

$a)\ 0$ $\quad b)\ -1$

$c)\ 1$ $\quad d)\ 2$

13) إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f(x)$ على الفترة $[-3,4]$ تساوي 5 فإن $\int_{-3}^{4} f(x)dx =$

$a)\ -5$ $\quad b)\ -35$

$c)\ 35$ $\quad d)\ -12$

---

14) مركز الكتلة لجسم ما ؟ بكثافة $p(x)=\frac{x}{6}+2$ حيث $0 \le x \le 6$ هي :-

$a)\ 3.2$ $\quad b)\ 15$

$c)\ 43.55$ $\quad d)\ 3$

---

15) طول القوس الخاص بجزء من المنحنى $y=x^2$ على الفترة $[0,1]$ هو :-

$a)\ S=\int_0^1 \sqrt{1-2x^2}dx$ $\quad b)\ S=\int_0^1 \sqrt{1+2x^2}dx$

$c)\ S=\int_0^1 \sqrt{1+4x^2}dx$ $\quad d)\ S=\int_0^1 \sqrt{1-4x^2}dx$

---

16) مساحة السطح المتولد من دوران $y=\sqrt{x}$ حول المحور x بالفترة $[1,2]$ يساوي

$a)\ S=\int_1^2 2\pi.\sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{4x}}dx$ $\quad b)\ S=\int_1^2 \pi.\sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{2x}}dx$

$c)\ S=\int_1^2 2\pi x\sqrt{1+\frac{1}{4x}}dx$ $\quad d)\ S=\int_1^2 2\pi.\sqrt{x}\sqrt{1-\frac{1}{4x}}dx$

---

17) الأعداد الحرجة للدالة $f(x)=\frac{2x^2}{x+2}$ هي :-

$a)\ x=-4\,,0$ $\quad b)\ x=4\,,0$

$c)\ x=-4\,,0\,,-2$ $\quad d)\ x=-4\,,0\,,2$

---

18) حل المعادلة التفاضلية $y'=-2y$ والتي تحقق الشرط $y(0)=-6$ هي :-

$a)\ y=6e^{-2t}$ $\quad b)\ y=2e^{-6t}$

$c)\ y=-6e^{2t}$ $\quad d)\ y=-6e^{-2t}$

---

19) إذا كان

$\int_2^4 f(x)dx=12$ فإن قيمة $\int_4^{16} \frac{-5f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx =$

$a)\ 48$ $\quad b)\ 8$

$c)\ 120$ $\quad d)\ -120$

20) الدالة $f(x)=\ln(x^2-1)$ متزايدة على الفترة :-

a) $x<1$ b) $x>1$

c) $x<-1$ d) $x>-1$

السؤال الثاني :- 1): باستخدام التكامل بالتعويض أوجد :-

1) $\int \tan^5 x \cdot \sec^4 x dx$

....

....

....

---

2) $\int 3x^2\sqrt{1+x^3}dx$

....

....

---

2) : استخدم التكامل بالكسور الجزئية لإيجاد

3) $\int \frac{2x-1}{x^2-3x-10}dx$

....

....

....

....

---

3) احسب حجم المجسم الذي تكون من دوران المنطقة المحددة بواسطة $y=\sqrt{x}\ ,y=2\ ,x=0$

حول 1) محور x 2) حول محور y

....

....

....

....

4)حدد أولاً نصف قطر وارتفاع الصدفة التالية ثم أحسب الحجم الناتج من دوران المنطقة المحدودة بواسطة

$y=0$, $y=x^2$ حول محور $x=2$ حيث $-1\le x\le 1$

....

....

....

....

---

5) بطريقة التكامل بالأجزاء أوجد :- $\int x\csc^2 x\,dx$

....

....

....

....

---

6) أوجد الموقع النهائي $s(t)$ حيث السرعة المتجهة هي $s(0)=1$, $v(t)=30e^{\frac{-t}{4}}$

....

....

....

8):- أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{x\ln x}$ بطريقة فصل المتغيرات

....

....

....

9):- أحدثت قوة من $20\,Ib$ تمدد على نابض $3\,in$. أوجد الشغل المبذول في تمدد هذا النابض $4\,in$ أكثر من طوله الطبيعي .

....

....

10):- علبة حليب اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها $125\pi\ cm^3$ أوجد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل ما يمكن .

مساعدة ؟ $V=\pi r^2 h$

....

....

....

....

التدريب الثاني للصف الثاني عشر المتقدم

س1):- ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة

1) الدالة الأصلية للتكامل $\int \frac{\cos x}{\sin x - 2}dx$ هي :-

$a)\ \ln(\sin x - 2) + c$ $\qquad$ $b)\ \ln(\sin x + 2) + c$

$c)\ \ln\sin(x - 2) + c$ $\qquad$ $d)\ \ln(2 - \sin x) + c$

---

2) $\int \tan^2(3x)dx =$

$a)\ \frac{1}{3}\tan(3x) + x + c$ $\qquad$ $b)\ \frac{1}{3}\tan(3x) - x + c$

$c)\ \frac{1}{3}\sec^2(3x) + x + c$ $\qquad$ $d)\ \frac{1}{3}\sec^2(3x) - x + c$

---

3) $\int 2x\ \cos x^2 dx =$

$a)\ -\cos x^2 + c$ $\qquad$ $b)\ x\ \cos x^2 + c$

$c)\ -x\ \sin x^2 + c$ $\qquad$ $d)\ \sin x^2 + c$

---

4) عند استخدام جدول التكاملات التالية $\int \frac{u}{(a+bu)^2}du = \frac{1}{b^2}(\frac{a}{a+bu} + \ln|a+bu|) + c$ يكون التكامل $\int \frac{x}{(2+4x)^2}dx =$

$a)\ \frac{1}{8(2+4x)} - \frac{1}{16}\ln|2+4x| + c$ $\qquad$ $b)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{16}\ln|4+2x| + c$

$c)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{16}\ln|2+4x| + c$ $\qquad$ $d)\ \frac{1}{8(2+4x)} + \frac{1}{8}\ln|2+4x| + c$

---

5) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}dx =$

$a)\ 2\sqrt{\cos x} + c$ $\qquad$ $b)\ 2\sqrt{\cos x + 1} + c$

$c)\ \sqrt{x}\ \sin x + c$ $\qquad$ $d)\ 2\sqrt{\sin x} + c$

6) $\int \sin^2 x \cos x dx =$

$a)\ \frac{1}{3}\sin^3 x + c$ $\quad b)\ 2\cos^2 x + c$

$c)\ \frac{1}{3}\cos^3 x + c$ $\quad d)\ 2\sin^2 x + c$

---

7) $\sum_{i=2}^{6} \sin(2\pi i) =$

$a)\ \frac{\pi}{2}$ $\quad b)\ 2\pi$

$c)\ 0$ $\quad d)\ -2\pi$

---

8) **يطلق جسم ما بزاوية** $\theta = \frac{\pi}{3}$ **راديان من الأفق مع سرعة ابتدائية** $80\ m/s$ **فإن الزمن الكلي لطيران هذا الجسم هو :-**

$a)\ 16.32\,s$ $\quad b)\ 28.26\,s$

$c)\ 8.16\,s$ $\quad d)\ 14.13\,s$

---

9) **عند تفكيك الكسر** $\frac{x-5}{x^2-1}$ **الى كسور جزئية مكافئة يكون :-**

$a)\ \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x+1}$ $\quad b)\ \frac{2}{x-1} - \frac{3}{x+1}$

$c)\ \frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x+1}$ $\quad d)\ \frac{-4}{x-1} + \frac{1}{x+1}$

---

10) **يمكن كتابة التعبير** $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^1 f(x)dx =$ **على صورة تكامل منفرد بالشكل**

$a)\ \int_0^2 f(x)dx$ $\quad b)\ \int_0^1 2f(x)dx$

$c)\ \int_0^1 f(x)dx$ $\quad d)\ -\int_0^1 f(x)dx$

11) مساحة المنطقة المحدودة بواسطة $y=0$ ، $y=x^2-1$ على الفترة $[0,3]$ هي :-

$a)\quad A=\int_0^3 (x^2-1)dx$ $\qquad b)\quad A=\int_0^1 (x^2-1)dx+\int_1^3 (x^2-1)dx$

$c)\quad A=\int_0^1 (1-x^2)dx+\int_1^3 (x^2-1)dx$ $\qquad d)\quad A=\int_0^1 (x^2-1)dx-\int_1^3 (x^2-1)dx$

---

12):- $\int \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}dx =$

$a)\quad \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\qquad b)\ 4\tan^{-1}\frac{x}{2}+c$

$c)\quad \frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$ $\qquad d)\ 4\sin^{-1}\frac{x}{2}+c$

---

13):- ميل المماس للمنحنى $F(x)=\int_0^x \sin\sqrt{t^2+\pi^2}\,dt =$

$a)\quad f(x)=\sin\sqrt{x^2+\pi^2}$ $\qquad c)\ F'(x)=\sin\sqrt{x^2-\pi^2}$

$b)\quad f(x)=\cos\sqrt{x^2+\pi^2}$ $\qquad d)\ F'(x)=2x\sin\sqrt{x^2+\pi^2}$

---

14):- قيمة التكامل $\int_{-2}^{0}\sqrt{4-x^2}\,dx$ عن طريق حساب المساحة هو :-

$a)\quad 2\pi$ $\qquad b)\ 4\pi$

$c)\quad \pi$ $\qquad d)\ \frac{\pi}{2}$

---

15):- حل المعادلة التفاضلية $y'=y-50$, $y(0)=70$

$a)\quad y(t)=20e^t-50$ $\qquad b)\quad y(t)=70e^t+50$

$c)\quad y(t)=20e^t+50$ $\qquad d)\quad y(t)=20e^t+70$

---

16):- القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=\sin x$ في الفترة $[0,\pi]$

$a)\quad 2\pi$ $\qquad b)\ \frac{2}{\pi}$

$c)\quad \pi$ $\qquad d)\ \frac{\pi}{2}$

17):- حجم المجسم الذي له مقطع عرضي $A(x)=\pi(3+x)^2$ لكل $0\le x\le 2$ يكون :-

a) $v=\int_0^2 (3+x)^2dx$ b) $v=\int_0^2 \sqrt{\pi(3+x)}dx$

c) $v=\int_0^2 \pi(3+x)^2dx$ d) $v=\int_0^2 \pi(3+x)dx$

---

18):- الأعداد الحرجة للدالة $f(x)=xe^{-2x}$ هي :-

a) $x=0, x=\frac{1}{2}$ b) $x=1, x=\frac{1}{2}$

c) $x=\frac{1}{2}$ d) $x=\frac{-1}{2}$

---

19):- قيمة c التي تجعل الدالة $f(x)=ce^{-2x}$ دالة pdf على الفترة $[0,4]$ هي :-

a) $\frac{2}{1+e^{-8}}$ b) $\frac{2}{e^{-8}-1}$

c) $\frac{2}{1-e^{-8}}$ d) $\frac{2}{1-e^{8}}$

---

20):- رافع أثقال يرفع $350\,Ib$ مسافة $5ft, 12in$ فإن الشغل المبذول هو :-

a) 2105 b) 25200

c) 2088 d) 2100

---

21):- نقطة الإنعطاف للدالة $f(x)=(x+1)^4$ عند $x=$

a) $x=-1$ b) لاتوجد نقطة إنعطاف

c) $x=1$ d) $x=0$

---

22):- التقريب الخطي للدالة $f(x)=\sqrt{x^2+3}$ عند $x_0=1$ هو :-

a) $L(x)=\frac{1}{2}(x+1)+2$ b) $L(x)=\frac{3}{2}(x-1)+2$

c) $L(x)=2(x-1)+\frac{1}{2}$ d) $L(x)=\frac{1}{2}(x-1)+2$

السؤال الثانى :- 1):-

تم رفع صندوق يحتوي على 200 lb قطعة ذهبية مسافة $100\,ft$ بمعدل $5\,ft/s$. تتساقط من الصندوق قطع ذهبية بمعدل $2\,lb/s$. أحسب الشغل المبذول .

....

....

....

---

2):- احسب التكامل $\int \frac{\sqrt{x}}{x+2}\,dx$

....

....

....

---

3):- أوجد الحجم الناتج من دوران المساحة المحدودة بالقطع المكافئ $y=4x^2$ والمستقيمين $y=0\,,\,y=16$ وذلك بالدوران حول محور y .

....

....

....

---

4):- $\int \tan^5 x \cdot \frac{1}{\sin^2 x}\,dx$

....

....

....

5):- استخدم مجموع ريمان لإيجاد قيمة المساحة بدقة حيث $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$

$$f(x)=x^2+1 \quad , \quad [0,1]$$

....

....

....

....

....

....

---

6):- $\int \frac{\sin x.\cos x}{1-\cos x}dx$

....

....

....

---

7):- قرب قيمة التكامل $\int_0^1 3x^2 dx$ باستخدام قاعدة شبه المنحرف عندما $n=4$ (جبرياً) .

....

....

....

---

8):- باستخدام اختبار المشتقة الثانية حدد القيم القصوى للدالة $f(x)=x-\frac{4}{x^2} \quad , x\neq 0$

....

....

....

9):- على فرض أن $f(p)=400(20-p)$ هو طلب منتج معين بسعر p بالدرهم بـ $p<20$. أوجد مرونة الطلب ثم أوجد مدى الأسعار التي تجعل $E<-1$.

تذكر أن :-

$$E=\frac{p\times f'(p)}{f(p)}$$

....

....

....

---

10):- سلّم طوله $10m$ يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي . فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل $2\,m/s$ عندما يكون الطرف الأسفل على بعد $8\,m$ عن الحائط . أوجد:-

1):- سرعة انزلاق الطرف العلوي **2): سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .**

....

....

....

....

....

....

11):- إذا كانت المشتقة الثانية لدالة $y''=6x$ ، وكان للدالة قيمة عظمى محلية عند $(-1,4)$. أوجد تلك الدالة .

....

....

....

<u>مع خالص تمنياتي لأبنائنا وبناتنا بالنجاح والتفوق</u>

تذكّر أن

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$
$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$
$$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$$
$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$
$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$
$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$= 2\cos^2\theta - 1$$
$$= 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos(2\theta))$$
$$\sin^2\theta = \frac{1}{2}(1-\cos(2\theta))$$

$$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$$

قواعد أساسية للتكامل الغير محدد

$$\int a\,dx = ax + c$$
$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad , n \neq -1$$
$$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$$
$$\int \cos x\,dx = \sin x + c$$
$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$$
$$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$$
$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$$
$$\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \sin^{-1} x + c$$
$$\int \frac{1}{x^2+1}dx = \tan^{-1} x + c$$
$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}dx = \sec^{-1} x + c$$
$$\int e^x\,dx = e^x + c$$
$$\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + c$$
$$\int g'(x)e^{g(x)}\,dx = e^{g(x)} + c$$
$$\int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln|g(x)| + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$$
$$\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$$
$$\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-a^2}}dx = \frac{1}{a}\sec^{-1}\left|\frac{x}{a}\right| + c$$

لكل دالة f معرفة على الفترة $[a,b]$. اذا كانت f متصلة على $[a,b]$ و كان $f(x)\geq 0$ على الفترة $[a,b]$ فإن المساحة A تحت المنحنى $y=f(x)$ على الفترة $[a,b]$ يمكن حسابها من الصيغة الآتية

$$A = \lim_{n\to\infty} A_n = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

نظرية (1)

إذا كان n عدد صحيح موجب و c عدد ثابت فإن :

1. $\sum_{i=1}^{n} c = nc$ مجموع الثوابت
2. $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ مجموع أول n عدد صحيح موجب
3. $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ مجموع مربعات أول n عدد صحيح موجب

القيمة المتوسطة للدالة $y=f(x)$ على الفترة $[a,b]$ يمكن حسابها من $f_{ave}=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

نظرية القيمة المتوسطة في التكامل

اذا كانت الدالة f متصلة على $[a,b]$ فانة يوجد عدد $c\in(a,b)$ يحقق $f(c)=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

حجم المجسم الذي له مساحة مقطع عرضي $A(x)$ هو $V=\int_a^b A(x)dx$

طريقة الأقراص $V=\int_a^b \pi(f(x))^2dx$

مساحة السطح

$$S=\int_a^b 2\pi f(x)\sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

الأحجام بالأصداف الأسطوانية $V=\int_a^b 2\pi\, x\, f(x)\,dx$

طول القوس و مساحة السطح

$$S=\int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

الشغل $W=\int_0^b F(x)dx$

$F(x)=kx$ حيث k (ثابت النابض).

يعطى مركز كتلة الجسم بالعلاقة

$$\bar{x}=\frac{M}{m}=\frac{\int_a^b x\,p(x)dx}{\int_a^b p(x)}$$

حيث M هي الكثافة ، m هي الكتلة .

pdf (كثافة الاحتمال) $\int_a^b f(x)dx=1$ الاحتمال الكلي 1

الوسط μ $\mu=\int_a^b xf(x)dx$

$$\int \sec^n x\,dx=\frac{1}{n-1}\sec^{n-2}x\tan x+\frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2}x\,dx$$

$$\int \sin^n x\,dx=\frac{-1}{n}\sin^{n-1}x\cos x+\frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}dx$$

$$\int \cos^n x\,dx=\frac{1}{n}\cos^{n-1}x\sin x+\frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2}dx$$

المتطابقة المستخدمة	التعويض	صورة التكامل
$1-\sin^2 x = \cos^2 x$ $1-\cos^2 x = \sin^2 x$	u=cosx أو U=sinx	$\int (\sin x)^{\text{فردي}} (\cos x)^{\text{فردي}}\, dx$
$1-\cos^2 x = \sin^2 x$	u=cosx	$\int (\sin x)^{\text{فردي}} (\cos x)^{\text{زوجي}}\, dx$
$1-\sin^2 x = \cos^2 x$	u=sinx	$\int (\sin x)^{\text{زوجي}} (\cos x)^{\text{فردي}}\, dx$
$1-\sin^2 x = \cos^2 x$	u=sinx	$\int \sqrt{\sin x}(\cos x)^{\text{فردي}}\, dx$
$1-\cos^2 x = \sin^2 x$	u=cosx	$\int \sqrt{\cos x}(\sin x)^{\text{فردي}}\, dx$

المتطابقة المستخدمة	التعويض	صورة التكامل
$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$	U=secx	$\int (\tan x)^{\text{فردي}} (\sec x)^{\text{فردي}}\, dx$
$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$	U=tanx	$\int (\tan x)^{\text{فردي}} (\sec x)^{\text{زوجي}}\, dx$
$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$	U=tanx	$\int (\tan x)^{\text{زوجي}} (\sec x)^{\text{زوجي}}\, dx$
$\sec^2 x = \tan^2 x + 1$	u=tanx	$\int \sqrt{\tan x}(\sec x)^{\text{زوجي}}\, dx$
$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$	u=secx	$\int \sqrt{\sec x}(\tan x)^{\text{فردي}}\, dx$
$\tan^2 x = \sec^2 x - 1$	خطوة(1) يتم تحويل الدالة tanx إلى secx باستخدام المتطابقات المثلثية خطوة (2) نستخدم التكامل بالإختزال وهي	$\int (\tan x)^{\text{زوجي}} (\sec x)^{\text{فردي}}\, dx$

المتطابقة المستخدمة	التعويض	صورة التكامل
$1-\sin^2 x = \cos^2 x$	$X=\frac{a}{b}\sin\theta$	$\int \sqrt{a^2 - b^2x^2}\,dx$
$\sec^2 x - 1 = \tan^2 x$	$X=\frac{a}{b}\sec\theta$	$\int \sqrt{b^2x^2 - a}\,dx$
$1+\tan^2 x = \sec^2 x$	$X=\frac{a}{b}\tan\theta$	$\int \sqrt{a^2 + b^2x^2}\,dx$

دالة تضاؤل اسي $k<0$ $y=Ae^{kt}$

دالة نمو اسي $k>0$ $y=Ae^{kt}$

قانون نيوتن للتبريد $y(t)=Ae^{kt}+T_a$

دراسة قانون المرابحة المركبة

مرابحة مستمرة

$y = Pe^{rt}$

$P \leftarrow$ مبلغ الاستثمار

$r \leftarrow$ نسبة المرابحة

$t \leftarrow$ زمن الاستثمار

مرابحة مركبة

$y = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$

$P \leftarrow$ مبلغ الاستثمار

$r \leftarrow$ النسبة المئوية

$n \leftarrow$ دورات المرابحة

$t \leftarrow$ زمن المرابحة