

①

Date: _____

No: _____

أولاً حل المعادلات التفاضلية
بطريقة فصل المتغيرات

$y' = 2xy$ (معادلة تفاضلية)

↓

$\frac{dy}{dx} = 2xy$

توحيد حل المعادلات
عبر طريقة التكامل
بين المتكاملين فصل المتغيرات

$dy = 2xy \cdot dx \Rightarrow \left(\frac{dy}{y}\right) = \left(2x dx\right)$

① $\frac{dy}{y} = 2x dx$ تم فصل المتغيرات

② حل المعادلات التفاضلية
بواسطة التكامل
 $\int \frac{1}{y} dy = \int 2x dx$
 $\ln|y| = \frac{2x^2}{2} + c$

③ إيجاد الدالة y
خاصية $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
 $\ln|y| = x^2 + c$
 $y = e^{x^2 + c} = e^{x^2} \cdot e^c$

حل المعادلات التفاضلية
 $y = C e^{x^2}$

أ/محمود مراد 0506565584

2

Date: _____

No: _____

2 $y' = 4xy$, $y(2) = 1$

$$\frac{dy}{dx} = 4xy$$

$$\frac{dy}{y} = 4xy dx$$

↓
الخطوة من إيجاد
متغيرات التفاضل

$$\frac{dy}{y} = 4x dx$$

↔ ∫

$$\int \frac{1}{y} dy = \int 4x dx$$

إيجاد المتغير

$$\ln|y| = 2x^2 + C$$

$$\ln|1| = 2(2)^2 + C$$

x=2 , y=1

$$0 = 8 + C \rightarrow C = -8$$

<http://alManahj.com/ae>

$$\ln|y| = 2x^2 - 8$$

$$y = e^{2x^2 - 8}$$

3 $y' = 6xy$, $y(1) = 1$

أحمد محمود مراد
0506565584

④ $y' = \frac{x^2 + 7x + 3}{y^2}$, $y(0) = 3$

$dy = (x^2 + 7x + 3) \frac{dy}{y^2}$

$y^2 dy = (x^2 + 7x + 3) dx$

$\int y^2 dy = \int (x^2 + 7x + 3) dx$

$\frac{1}{3} y^3 = \frac{1}{3} x^3 + \frac{7}{2} x^2 + 3x + C$

$y^3 = x^3 + \frac{21}{2} x^2 + 9x + 3C$ $\leftarrow \begin{matrix} x=0 \\ y=3 \end{matrix}$

$27 = 3C \rightarrow C = 9$

$y^3 = x^3 + \frac{21}{2} x^2 + 9x + 27$

$y = \sqrt[3]{x^3 + \frac{21}{2} x^2 + 9x + 27}$

<http://alManahj.com/ae>

⑤ $y' = \frac{9x^2 - \sin x}{\cos y + 5e^y}$, $y(0) = \pi$

$dy = \frac{(9x^2 - \sin x) dx}{(\cos y + 5e^y)}$

$(\cos y + 5e^y) dy = (9x^2 - \sin x) dx$

$\int (\cos y + 5e^y) dy = \int (9x^2 - \sin x) dx$

$\sin y + 5e^y = 3x^3 + \cos x + C$

$\sin(\pi) + 5e^\pi = 0 + 1 + C$
 $C = 5e^\pi - 1$

$\leftarrow \begin{matrix} x=0 \\ y=\pi \end{matrix}$

$\sin y + 5e^y = 3x^3 + \cos x + 5e^\pi - 1$

© صومالیہ کی تمام حقوق محفوظ ہیں۔
www.almanahj.com

① $y' = (3x+1) \cos y$

$$\frac{dy}{dx} = (3x+1) \cdot \cos y$$

$$dy = (3x+1) \cdot \cos y \cdot dx$$

$$\frac{dy}{\cos y} = (3x+1) dx$$

پہلے انٹیگریٹ کریں

② $y' = 2x (\cos y - 1)$

$$\frac{dy}{dx} = 2x (\cos y - 1)$$

$$dy = 2x \cdot (\cos y - 1) dx$$

$$\frac{dy}{\cos y - 1} = 2x dx$$

پہلے انٹیگریٹ کریں

<http://alManahj.com/ae>

③ $y' = (3x+y) \cos y$

$$\frac{dy}{dx} = (3x+y) \cdot \cos y$$

$$dy = (3x+y) \cdot \cos y dx$$

$$\frac{dy}{\cos y} = (3x+y) dx = 3x dx + y dx$$

پہلے انٹیگریٹ کریں

5

Date:

No:

$$④ \quad y' = (x^2y - x \cos y)$$

$$dy = (x^2y - x \cos y) dx$$

$$dy = x(xy - \cos y) dx$$

$$\frac{dy}{xy - \cos y} = x dx$$

ان شاء الله

$$⑤ \quad y' = (x^3 + 2x + 1)$$

$$dy = (x^3 + 2x + 1) dx$$

<http://alManahj.com/ae>

ان شاء الله

$$⑥ \quad y' = (y^3 - 2y - 3)$$

$$dy = (y^3 - 2y - 3) dx$$

$$\frac{dy}{y^3 - 2y - 3} = dx$$

ان شاء الله

0506565584 / محمد مراد

حل المسائل التالية باستخدام طريقة التفاضل

① $y' = \frac{2x}{y} \cdot e^y$ $y = x$

$$dy = \frac{2x}{y} \cdot \frac{e^y}{e^x} dx$$

$$\frac{y}{e^y} dy = \frac{2x}{e^x} dx$$

$$\int y e^{-y} dy = \int 2x e^{-x} dx$$

$$y e^{-y} - e^{-y} = -2x e^{-x} - 2e^{-x} + c$$

$$\frac{y}{e^y} - \frac{1}{e^y} = \frac{-2x}{e^x} - \frac{2}{e^x} + c$$

f	g
y	e^{-x}
1	$-1 e^{-x}$
0	$+1 e^{-y}$

f	g
2x	e^{-x}
2	$-1 e^{-x}$
0	$+1 e^{-x}$

<http://alManahj.com/ae>

② $y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x}$

$$dy = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x \ln x} dx$$

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dy = \int \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\sin^{-1}(y) = \ln |\ln x| + C$$

(sin) ←

$$y = \sin(\ln |\ln x| + c)$$

Sin	Sin
tan	tan
e^x	$\rightarrow \ln e^x$
$\ln x$	$\rightarrow \frac{1}{x}$

3) $y' = \frac{\cos x}{\sin y}$

$dy = \frac{\cos x}{\sin y} dx \rightarrow \sin y dy = \cos x dx$

$\int \sin y dy = \int \cos x dx$

$-\cos y = \sin x + c$

(x-1)

$\cos y = -\sin x - c$

$\cos^{-1} \leftarrow$

$y = \cos^{-1}(-\sin x - c)$

<http://alManahj.com/ae>

4) $y' = \frac{x-1}{y^2}$

$y(0) = 2$

$dy = \frac{(x-1)}{y^2} dx$

$y^2 dy = (x-1) dx$

$\int y^2 dy = \int (x-1) dx$

$\frac{1}{3}y^3 = \frac{1}{2}x^2 - x + c$

c ??
x=0
y=2

$\frac{1}{3}(2)^3 = c \rightarrow \frac{8}{3} = c$

$\frac{1}{3}y^3 = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{8}{3}$

with
3

$y^3 = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 8$

3
2

$y = \sqrt[3]{\frac{3}{2}x^2 - 3x + 8}$

~~scribbles~~

5) $y' = 3(x+1)^2 \cdot y$

$y(0) = 1$

$dy = 3(x+1)^2 \cdot y \cdot dx$

$\frac{dy}{y} = 3(x+1)^2 dx$

$\int \frac{1}{y} dy = \int 3(x+1)^2 dx$

$\ln|y| = 3 \int 1(x+1)^2 dx$

~~$\ln|y| = \frac{3}{3} (x+1)^3 + C$~~ $\leftarrow \begin{matrix} c?? \\ y=1 \\ x=0 \end{matrix}$

$\ln|1| = 1 + C$

$0 = 1 + C$

$C = -1$

<http://alManahj.com/ae>

6) $y' = \frac{4x}{\cos y}$

$y(0) = 0$

$dy = \frac{4x}{\cos y} dx$

$\cos y \cdot dy = 4x dx$

$\int \cos y dy = \int 4x dx$

$\sin y = 2x^2 + C$

$x=0, y=0 \leftarrow$

$C = 0$

$\sin y = 2x^2 \leftarrow \sin^{-1}$

$y = \sin^{-1}(2x^2)$

7) $y' = \frac{2}{2xy+y}$

$dy = \frac{2}{2xy+y} dx$

$dy = \frac{2}{y(2x+1)} dx$

$y dy = \frac{2}{2x+1} dx$

$\int y dy = \int \frac{2}{2x+1} dx$

$\frac{1}{2} y^2 = \ln|2x+1| + C$

$y^2 = 2 \ln|2x+1| + 2C$

$y = \sqrt{2 \ln|2x+1| + 2C}$

<http://alManahj.com/ae>

8) $y' = \frac{\tan y}{x}$

$y(1) = \frac{\pi}{2}$

$dy = \frac{\tan y}{x} dx$

$\frac{dy}{\tan y} = \frac{1}{x} dx$

$\int \frac{dy}{\tan y} = \int \frac{1}{x} dx$

$\int \cot y dy = \int \frac{1}{x} dx$

$\ln|\sin y| = \ln|x| + C$

$x=1$
 $y = \frac{\pi}{2}$

$\ln|\sin \frac{\pi}{2}| = \ln|1| + C$

$\ln|1| = \ln|1| + C$
 $0 = 0 + C$
 $C = 0$

$\ln|\sin y| = \ln|x|$
 $\sin y = x$

$y = \sin^{-1}(x)$

Date:

No:

10

0506565584 أم محمود مراد

<http://alManahj.com/ae>

إعارة ثوابك إعارة

3) أوجد عدد الكرات بعد مرور ساعة واحدة

$$y(t) = 100 e^{0.025t}$$

دقيقة
1/2 → 90

$$= 100 e^{0.025(90)}$$

$$= 948.7 \approx 949 \text{ كرة}$$

4) متى يصبح عدد الكرات 820

<http://alMarabj.com/ae>

$$y(t) = 100 e^{0.025t}$$

$$820 = 100 e^{0.025t}$$

$$t = 84.1 \text{ MIN}$$

أ/محمود مراد 0506565584

② اذا كان لدينا 50g من الكربون 14C في اليوم
 فما مقدار الكمية المتبقية بعد 100 عام
 على اربعة اضعف انخفض الغرض 14C هو 65730
 ثم اء به من تصير كيت 14C 40 جرام ???

$$y = 50 \quad \left. \begin{array}{l} y = A e^{kt} \\ t = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 50 = A e^0 \rightarrow A = 50$$

$$t = 5730 \quad \left. \begin{array}{l} y = 50 e^{kt} \\ y = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow k(5730) \Rightarrow k = -1.2 \times 10^{-4}$$

Solve

$$y = 50 e^{-1.2 \times 10^{-4} t}$$

ما هي المتبقية بعد 100 عام

$$y = 50 e^{-1.2 \times 10^{-4} (100)}$$

الكربون المتبقية بعد 100

= 49.4 g

$$40 = 50 e^{-1.2 \times 10^{-4} t}$$

Solve $y = 40$ من تصير t ???

t = 1859.5 سنة

بمقدار 40g عام 1960 تصير الكمية

قانون نيوتن
للتبريد

$$y(t) = A e^{kt} + T_a$$

↓
درجة الحرارة
المعتادة

<http://alManahj.com/ae>

أ/محمود مراد 0506565584

تبلغ درجة حرارة فنجان من القهوة السريع 80°C عندما
 يسكب طازجة بعد مرور دقيقتين من عزلة
 درجة الحرارة 20°C
 ثم تسير القهوة حتى وصلت إلى 75°C

- 1] اوجد دالة فنجان القهوة كإحدى زمن t
- 2] الزمن الذي تصل فيه حرارة القهوة إلى 50°C
- 3] اوجد درجة حرارة فنجان القهوة بعد مرور 12min

$$y = 80 \quad \begin{cases} y = A e^{kt} + T_a \rightarrow 80 = A e^0 + 20 \\ t = 0 \quad \quad \quad 80 - 20 = A \rightarrow A = 60 \end{cases}$$

$$t = 2 \quad \begin{cases} y = 60 e^{kt} + 20 \\ y = 75 \end{cases} \quad \begin{cases} 75 = 60 e^{k(2)} + 20 \rightarrow k = -0.04 \\ \text{Solve} \end{cases}$$

$T_a = 20$

$$y = 60 e^{-0.04t} + 20$$

درجة حرارة القهوة عند أي زمن t

$$y = 60 e^{-0.04t} + 20 \quad \text{Solve}$$

$$50 = 60 e^{-0.04(t)} + 20 \Rightarrow t = 17.3$$

$$y = 60 e^{-0.04t} + 20$$

$$y = 60 e^{-0.04(12)} + 20 = 57.1^{\circ}\text{C}$$

المراحمية المركبة

n = 1	مراحمية مركبة سنوية	=	=
n = 2	لغتين سنوية	=	=
n = 4	ربيع سنوية	=	=
n = 12	شهرية	=	=
n = 365	يومية	=	=
	مستمرة	=	=

<http://alManahj.com/ae>

$$y = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

P مائة المال t الزمن المتفق عليه
 r معدل المراهية n عدد نزول الربيع والحلقة

المراهية المستمرة

$$y = P e^{rt}$$

اذا استثمرت 7000 دولار في حساب ادخار مدخرات مع فوائد 5.75%
فما هي القيمة المستقبلية لهذا الاستثمار بعد خمس سنوات
بالفوائد المختلفة من نظام الادخار المركبة

① مراكبة مراكبة سنوية $n=1$

$$P=7000$$

$$k = \frac{5.75}{100} = 0.0575$$

$$y = P \left(1 + \frac{k}{n}\right)^{nt} = 7000 \left(1 + \frac{0.0575}{1}\right)^{1(5)}$$

$$= 9257.6$$

$t=5$

② مراكبة مراكبة يومية $n=365$

$$y = P \left(1 + \frac{k}{n}\right)^{nt} = 7000 \left(1 + \frac{0.0575}{365}\right)^{365(5)} = 9331.4$$

③ مراكبة مراكبة ربع سنوية $n=12$

$$y = 7000 \left(1 + \frac{0.0575}{12}\right)^{12(5)} = 9325.2$$

④ مراكبة مراكبة مستمرة

$$y = P e^{rt}$$

$$= 7000 e^{0.0575(5)}$$

$$= 9331.6$$

افضل الادخار هو المراكبة المراكبة

المستمرة

للمستثمر افضل الادخار هو المراكبة المراكبة المستمرة

ارتفاع جسم
الاصول

$$y = A e^{vt}$$

y هو قيمة الاصول عند أي زمن t

v معدل ارتفاع الاصول (المالقة)

t الزمن
<http://alManahj.com/ae>

الارتفاع المتغير للاصول

$$y - y_1 = m(t - t_1)$$

أ/محمود مراد 0506565584

على فرضه انه في ايام الاصول 10000
 تتناقص باستمرار بمعدل ثابت 24% في كل عام
 1) اوجد في الاصول بعد 10 سنوات ، 20 سنة
 2) فانه يسبب هذه القيمة و اجد ان الاصول تنقص 10000
 منهم ولت يكون من سنة 2000 - بعد مرور 20 عام
 تنقص الاصول انظر

$$y = A e^{rt}$$

$$y = 10000 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 10000 = A e^0 \rightarrow \\ A = 10000 \end{array}$$

$$r = \frac{24}{100} = 0.24$$

$$y = 10000 e^{-0.24t}$$

عند ما في الاصول عند اي وقت t

$$t = 10$$

$$y(10) = 10000 e^{-0.24(10)}$$

$$= 907.17$$

$$t = 20$$

$$y(20) = 10000 e^{-0.24(20)}$$

$$= 82.29$$

الانحناء الخطي للاصول
 تحتاج تقاطع
 مع المحاور
 (t_2, y_2) و (t_1, y_1)
 $(20, 0)$ و $(0, 10000)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 10000}{20 - 0} = -500$$

$$y - y_1 = m(t - t_1)$$

$$y - 10000 = -500(t - 0)$$

$$y = -500t + 10000$$