تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15

* للحصول على جميع أوراق الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثاني عشر المتقدم في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الأول اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/15math1

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثاني عشر المتقدم اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade15

* لتحميل جميع ملفات المدرس رائد النصيرات اضغط هنا

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

G12

dxb

الثاني عشر المتقدم

الرياضيات

الفصل الأول 2018/2017

Almanahj.com/ae

الوحدة الأولى / تمهيدات

رائد النصيرات

raed.bein@hotmail.com

0551424288

raed1976.classtell.com

رائد النصيرات 2017/2018

1-1 كثيرات الحدود والدوال النسبية

مجموعات الأعداد

Q	الأعداد النسبية	جميع الأعداد التي تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث a و b أعداد صحية و b≠0
I	الأعداد غير النسبية	جميع الأعداد التي لا يمكن أن تكتب على الصورة $\frac{a}{b}$
Z	الأعداد الصحيحة	.... , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , ...
W	الأعداد الكلية	0 , 1 , 2 , 3 , ...
N	الأعداد الطبيعية	1 , 2 , 3 , ...

مجموعة الأعداد الحقيقية : $R = (-\infty, \infty)$

أنواع الفترات

فترات محدودة		فترات غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة
$a \le x \le b$	$[a, b]$	$x \ge a$	$[a, \infty)$
$a < x < b$	(a, b)	$x \le a$	$(-\infty, a]$
$a \le x < b$	$[a, b)$	$x > a$	(a, ∞)
$a < x \le b$	$(a, b]$	$x < a$	$(-\infty, a)$
		$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$

Almanahj.com/ae

النظرية (1-1) إذا كان a , b عددين حقيقين و a < b فإن:

(1) لأي عدد حقيقي c فإن a+ c < b + c .

(2) لأي عددين حقيقين c و d إذا كان c < d فإن a+ c < b + d

(3) لأي عدد حقيقي c > 0 فإن a . c < b . c

(4) لأي عدد حقيقي c < 0 فإن b . c > a . c

حل المتباينات

سؤال/ حل المتباينات التالية

$a)\ \ 3x - 5 \ge 13$ $\quad b)\ -3 < 2x - 4 \le 0$ $\quad c)\ 2x \le 5 + 4x$

$c)\ \dfrac{x-2}{x+1} > 0$

$d)\ \dfrac{x+5}{x-1} < \dfrac{1}{3}$

$e)\ x^2 - 3x + 2 \leq 0$

$f)\ x^2 + 7x > -12$

Almanahj.com/ae

القيمة المطلقة

$$|x| = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \quad , \quad |a \cdot b| = |a| \cdot |b| \quad , \quad |a+b| \neq |a| + |b| \quad , \quad |a+b| \leq |a| + |b|$$

سؤال/ حل المتباينات التالية

1) $|x-4| \leq 1$

2) $|2x+3| < 5$

3) $|x+1| > 3$

4) $|2x-1| > 5$

2017/2018 رائد التفسيرات

قانون المسافة بين نقطتين

إذا كانت A(X_1 , Y_1) و B(X_2 , Y_2) فإن المسافة بين A و B هي:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

سؤال/ أوجد المسافة بين النقطتين (3 - , 1) A و (1 , 2 -) B ؟

سؤال/ إذا كانت المسافة بين النقطتين (5 , 1 -) A و (0 , c) B تساوي $\sqrt{24}$ فما قيمة الثابت c ؟

- **النقاط التي تقع على خط مستقيم واحد تسمى نقاط متسامتة.**
- **ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين (X_1 , Y_1) A و (X_2 , Y_2) B هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.**

Almanahj.com/ae

سؤال/ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (1 , 3) A و (5 , 2 -) B ؟

سؤال/ بين هل النقاط (2 , 1) A و (10 , 3) B و (14 , 4) C متسامتة أم لا ؟

- **معادلة المستقيم المار بالنقطة (x_0 , y_0) وميله m هي: $y - y_0 = m(x - x_0)$**
- **يتوازى مستقيمان إذا كان ميل المستقيم الأول = ميل مستقيم الثاني.**
- **يتعامد مستقيمان إذا وفقط إذا ميل المستقيم الأول × ميل المستقيم الثاني = 1-**

سؤال/ إذا كان (1 , 2 -) A و (0 , 3) B و (4 , 1) C و (0 , 2) D

(أ) هل المستقيم AB يتعامد مع المستقيم CD ؟ ولماذا؟

2017/2018

(ب) هل المستقيم AC يوازي المستقيم BD ، ولماذا ؟

(ج) ما قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم AD مع محور السينات ؟

سؤال/ أوجد معادلة المستقيم الموازي للمستقيم $y - 2x = 3$ ويمر بالنقطة (0 , 5) ؟

سؤال/ أوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم $3y + 4x = 0$ ويقطعه عند x = 3 ؟

Almanahj.com/ae

سؤال/ النقطة (2 - , 3) تقع على مستقيم ميله يساوي 0 ، أوجد نقطة أخرى تقع على نفس المستقيم و اكتب معادلته؟

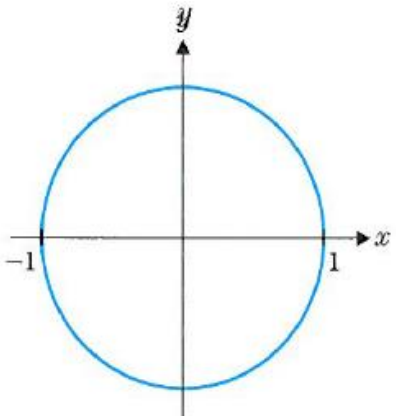
2017/2018 رائد الضيرات

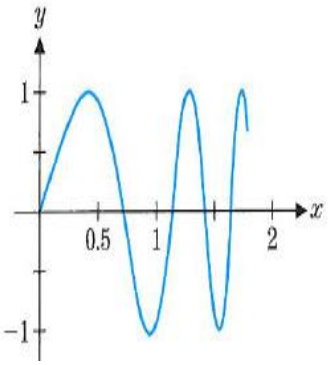
التعريف 1.3

إنّ **الدالة** f هي قاعدةٌ تربط بين العنصر الواحد بالضبط في مجموعة B مع كل عنصر x في مجموعة A وفي هذه الحالة، نكتب $y = f(x)$.

تُعرف المجموعة A **بمجال** f وتُعرّف مجموعة كل القيم $f(x)$ في B **بمدى** f. ويكتب على أنه $\{y \mid y = f(x)$ لكل $x \in A\}$. ما لم يرد خلاف ذلك، حين تعطى دالةٌ صيغتها f وفق تعبيرٍ محدد، فإن مجال f هو أكبر مجموعة من الأعداد الحقيقية التي يكون فيها التعبير معرّفًا. نشير إلى x على أنه **المتغيّر المستقل** وإلى y على أنه **المتغيّر التابع**.

سؤال/ أي المنحنيات التالية تمثل دالة (مستخدما اختبار الخط الرأسي)





Almanahj.com/ae

التعريف 1.4

إنّ كثيرة **الحدود** هي الدالة التي يمكن كتابتها بالصيغة

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

وفيها $a_2, a_1, a_0, \ldots a_n$ أعداد حقيقية (**معاملات** كثيرة الحدود) حيث $a_n \neq 0$ و $n \geq 0$ عدد صحيح (**درجة** كثيرة الحدود).

التعريف 1.5

تدعى أي دالة يمكن كتابتها بالصيغة

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

حيث ان p و q كثيرتا حدود، **بالدالة النسبية**.

2017/2018

سؤال/ اوجد مجال كل من الدوال التالية

1) $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^2}$

2) $g(x) = \frac{4}{x^2-1}$

3) $f(x) = \sqrt{2x - 5}$

4) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$

5) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

Almanahj.com/ae

6) $g(x) = \sqrt{\frac{5}{2 - x}}$

7) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x-3}}$

8) $g(x) = \frac{x+2}{x^2-5x+6}$

2017/2018 رائد التصيرات

9) $f(x) = \frac{2}{x-1} + \frac{5}{x+1}$

10) $g(x) = \sqrt{x^2+1}$

أصفار الدالة

سؤال/ أوجد أصفار كل من الدوال التالية

1) $3x^2 - 12 = 0$

2) $x^2 - 7x + 10 = 0$

Almanahj.com/ae

3) $x^3 - 9x = 0$

4) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

5) $x^3 - 2x^2 + 3 = 0$

6) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

رائد التفسيرات 2017/2018

النظرية 1.4 (نظرية العامل)

لأي دالة كثيرة الحدود f، فإن $f(a) = 0$ إذا وفقط إذا كان $(x - a)$ عاملاً للدالة $f(x)$.

سؤال/ أوجد أصفار الدالة $f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$ ؟

سؤال/ أوجد نقاط تقاطع المستقيم $y = 2x - 4$ مع منحنى القطع المكافيء $y = x^2 - x - 3$ ؟

Almanahj.com/ae

سؤال/ حدد مجال الدوال التالية (كتاب الطالب صفحة 19)

45. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{x - 5}$

46. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{9 - x^2}}$

2-1 الدوال العكسية

التعريف 2.1

افترض أنّ لـ f و g المجالين A و B على الترتيب، وأنّ $f(g(x))$ معرّفة من أجل كل قيم $x \in B$ وأنّ $g(f(x))$ معرّفة من أجل كل قيم $x \in A$ إذا كان

$f(g(x)) = x$، من أجل كل قيم $x \in B$. و

$g(f(x)) = x$، من أجل كل قيم $x \in A$.

فإننا نقول إنّ g هي الدالة **العكسية** لـ f ونكتب بالصيغة $g = f^{-1}$ وبصورةٍ مكافئة، f هي الدالة العكسية لـ g ، $f = g^{-1}$.

Almanahj.com/ae

2017/2018

سؤال/ أثبت أن الدالتين $g(x) = x^5$, $f(x) = x^{\frac{1}{5}}$ متعاكستان؟

سؤال/ أثبت أن الدالتين $g(x) = 2x^3 + 1$, $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}$ متعاكستان؟

سؤال/ أثبت أن الدالتين $g(x)=\frac{1}{x+2}$, $h(x)=\frac{1-2x}{x}$ متعاكستان حيث ($x \neq 0, x \neq 2$) ؟

التعريف 2.2

تدعى الدالة f بأنها دالة **واحد لواحد** حين يكون لكل مدى $y \in \{f\}$ قيمة واحدة فقط لـ مجال $x \in \{f\}$ بحيث يتحقق عندها $y=f(x)$

النظرية 2.1

يكون للدالة f دالة عكسية إذا وفقط إذا دالة واحد لواحد.

Almanahj.com/ae

سؤال/ أوجد معكوس كل من الدوال التالية إن وجدت

1) $y=3-2x^3$

2) $y=(2x-1)^5$

3) $y=1+x^4$

4) $y=\sqrt{x^2+1}$

2017/2018

سؤال/ أوجد قيمة الدالة المحددة بدون إيجاد الدالة العكسية في كل مما يلي:

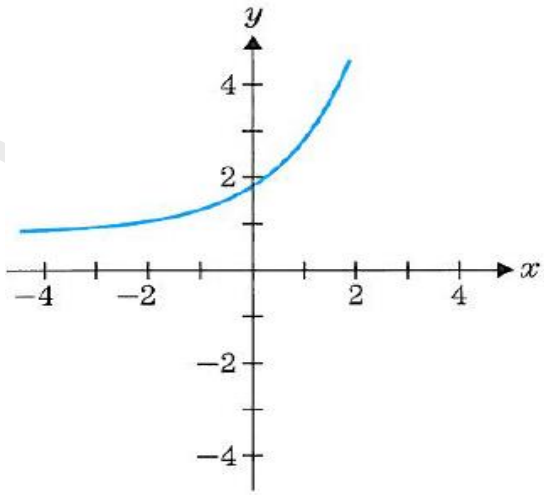
$a)$ $f(x) = x^3 + 4x - 1$, $f^{-1}(-1)$

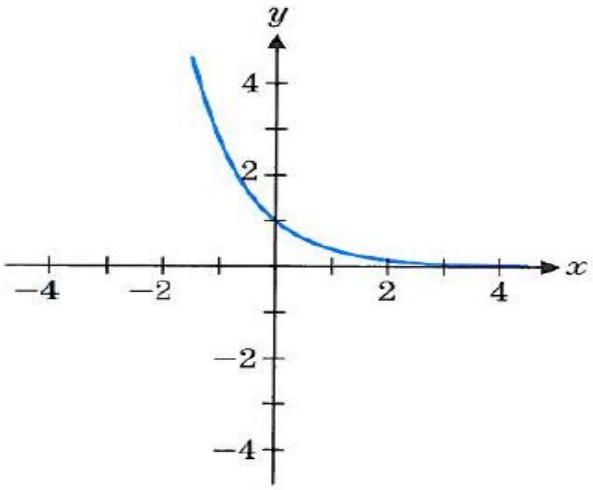
$b)$ $f(x) = x^5 + 4x - 2$, $f^{-1}(3)$

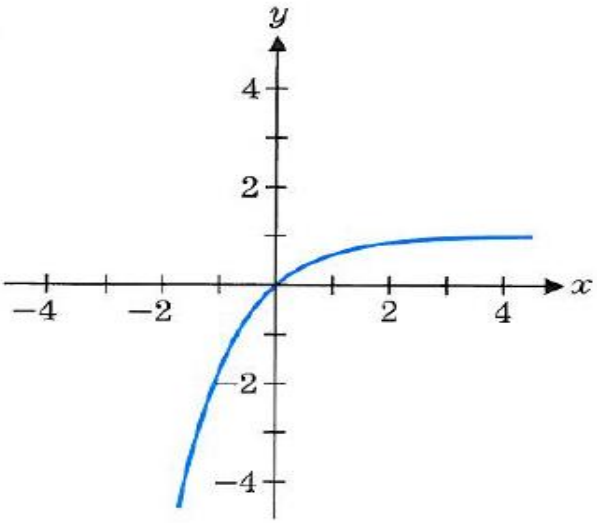
$c)$ $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$, $f^{-1}(4)$

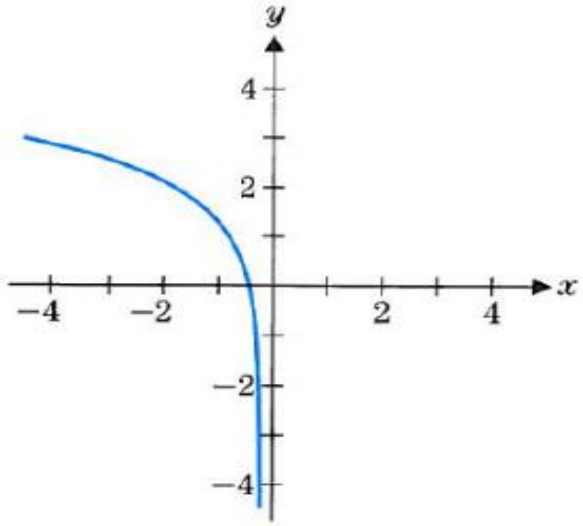
Almanahj.com/ae

سؤال/ استخدم التمثيل البياني المعطى لتمثيل الدالة العكسية بيانياً:

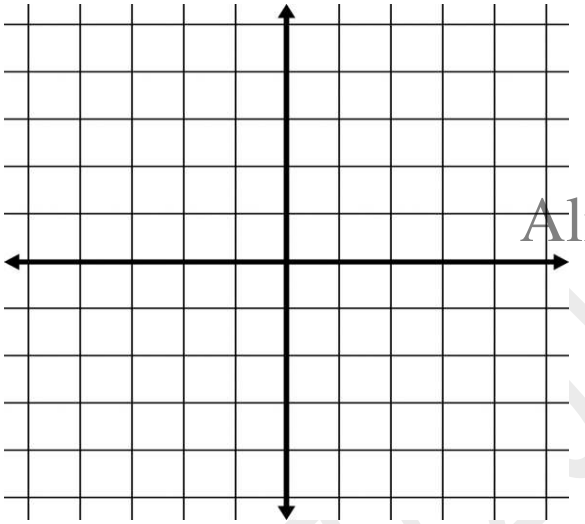






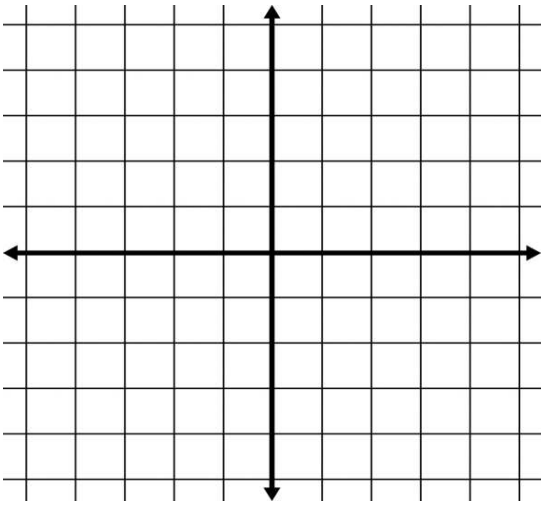


سؤال/ وضح أن ($x \geq 0$) $f(x) = x^2 - 1$ و ($x \geq -1$) $g(x) = \sqrt{x+1}$ دالتان متعاكستان ومثل كلتا الدالتين بيانياً؟



Almanahj.com/ae

سؤال/ مثل الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ وأوجد فترة تكون فيها دالة واحد لواحد. ثم أوجد الدالة العكسية المقيدة على تلك الفترة ومثلها بيانياً؟



1-3 الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية

التعريف 3.1

تكون الدالة f **دورية** و **زمنها الدوري** T إذا كان

$$f(x+T)=f(x)$$

من أجل كل قيم x بحيث يكون x و $x+T$ في مجال f. وتدعى أصغر قيمة $T>0$ لهذا العدد بالزمن الدوري الأساسي.

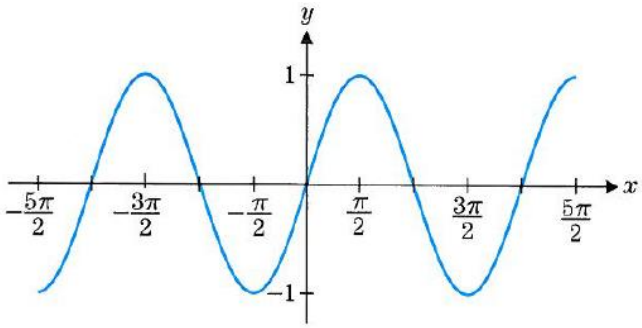
النظرية 3.1

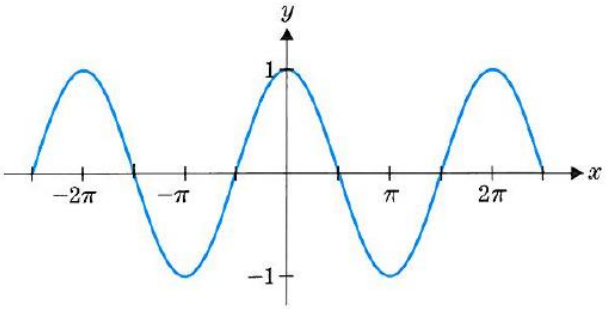
الدوال $f(\theta)=\sin\theta$ و $g(\theta)=\cos\theta$ تمثل دوال دورية، ودورتها 2π.

$$\sin(\theta+2\pi)=\sin\theta$$

Almanahj.com/ae

$$\cos(\theta+2\pi)=\cos\theta$$





$$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$$

2017/2018

حل المعادلات التي تحتوي على الـ sin و الـ cos

سؤال/ أوجد حلول المعادلات التالية

1) $2\,cosx - 1 = 0$

2) $\sin x - 1 = 0$

3) $cos^2\,x - 3\,cosx + 2 = 0$

Almanahj.com/ae

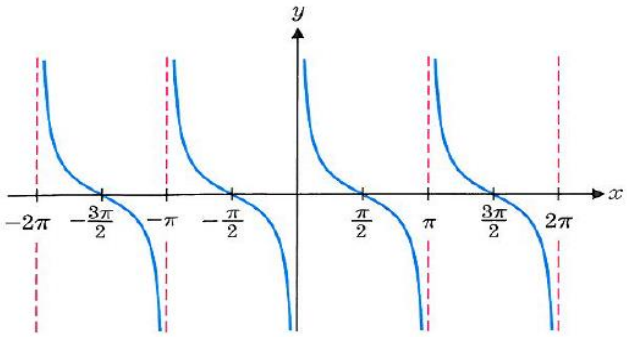
التعريف 3.2

دالة الظلّ معرفة كما يلي $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

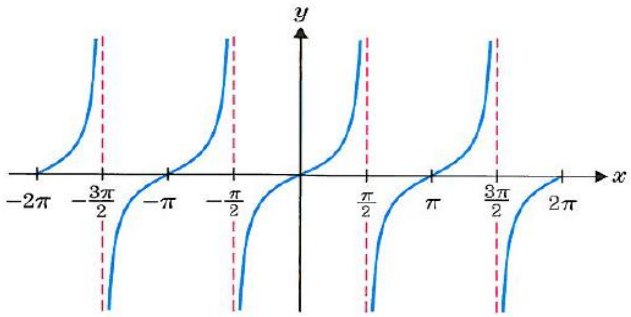
دالة ظلّ التمام معرفة كما يلي $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$

دالة القاطع معرفة كما يلي $\sec x = \dfrac{1}{\cos x}$

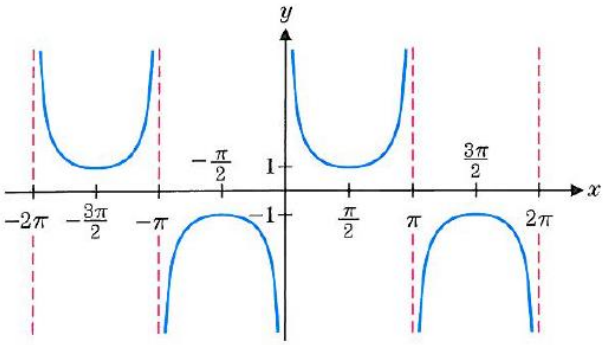
دالة قاطع التمام معرفة كما يلي $\csc x = \dfrac{1}{\sin x}$



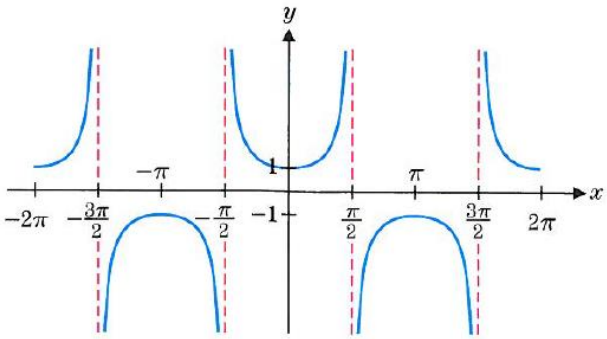
$y = \cot x$



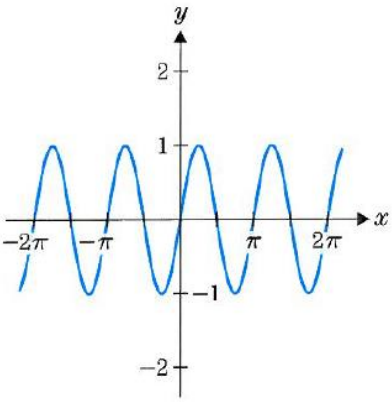
$y = \tan x$



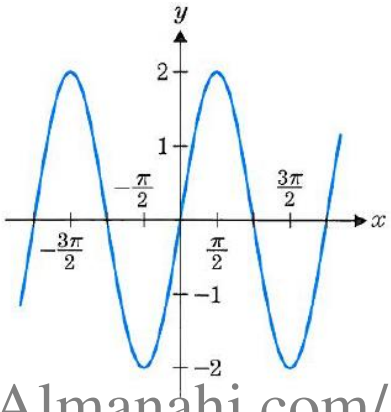
$y = \csc x$



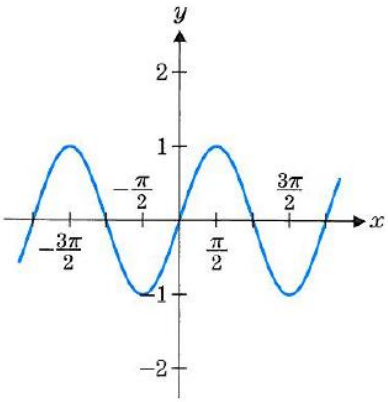
$y = \sec x$



$y = \sin(2x)$



$y = 2\sin x$



$y = \sin x$

Almanahj.com/ae

سؤال/ أوجد السعة والدورة والتكرار لكل من الدوال التالية

1) $f(x) = 5\cos 2x$

2) $g(x) = 3\sin(\frac{x}{2})$

2017/2018

متطابقات وقوانين مثلثية

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad ,\quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \text{ و } \cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta.$$

النظرية 3.2

لأي عددين حقيقيين α و β ، نحصل على المتطابقات التالية:

(3.1) $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$

(3.2) $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

(3.3) $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$

(3.4) $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

الدوال المثلثية المعكوسة

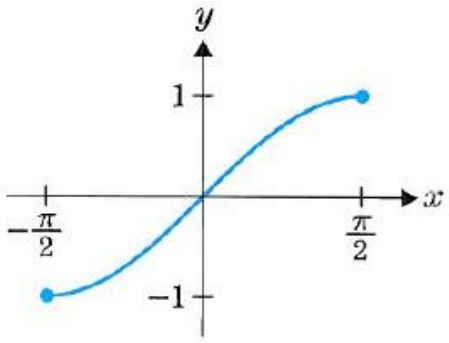
$$y = \sin^{-1}x \text{ اذا وفقط اذا } \sin y = x \text{ و } -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$$

Almanahj.com/ae

$\sin(\sin^{-1}x) = x$ لكل قيم $x \in [-1,1]$

و

$\sin^{-1}(\sin x) = x$ لكل قيم $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

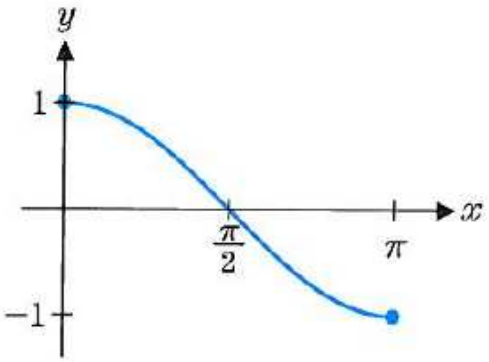


سؤال/ ما قيمة (1 $\sin^{-1}(\sin\pi)$ (2 $\sin^{-1}(-\frac{1}{2})$ (3 $\sin^{-1}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$y = \cos^{-1} x$ اذا وفقط اذا كان $\cos y = x$ و $0 \le y \le \pi$.

$\cos(\cos^{-1} x) = x$ لكل قيم $x \in [-1, 1]$

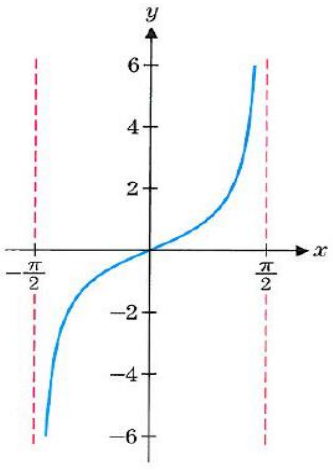
$\cos^{-1}(\cos x) = x$ لكل قيم $x \in [0, \pi]$



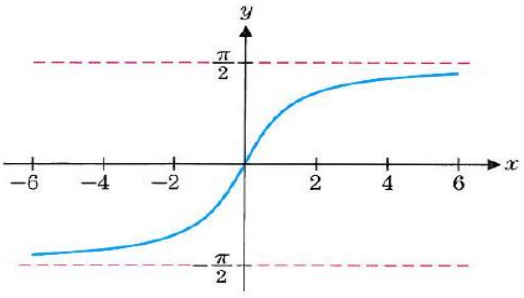
سؤال/ ما قيمة **1)** $\cos^{-1}(\cos\frac{\pi}{2})$ **2)** $\cos^{-1}(0)$ **3)** $\cos^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

Almanahj.com/ae

$y = \tan^{-1} x$ اذا وفقط اذا $\tan y = x$ و $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$.



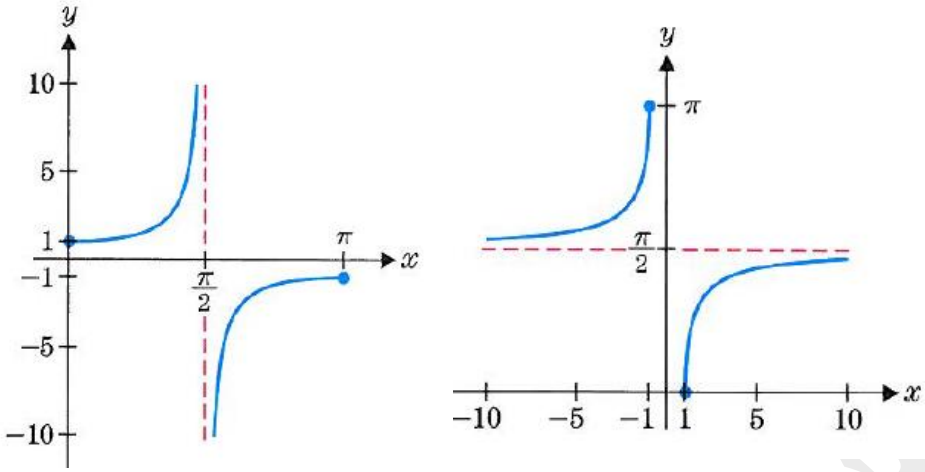
$y = \tan x$ on $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$



$y = \tan^{-1} x$

سؤال/ ما قيمة **1)** $\tan^{-1}(1)$ **2)** $\tan^{-1}(\sqrt{3})$

$y = \sec^{-1} x$ اذا وفقط اذا كان $\sec y = x$ و $y \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi]$



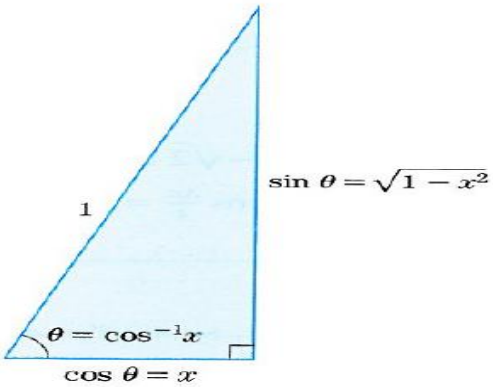
$y = \sec x$ on $[0, \pi]$

سؤال/ أوجد قيمة $\sec^{-1}(-\sqrt{2})$.

Almanahj.com/ae

تبسيط التعبيرات التي تحتوي على دوال مثلثية معكوسة

بسط: (a) $\sin(\cos^{-1} x)$ و (b) $\tan(\cos^{-1} x)$.



1-4 الدوال الأسية واللوغاريتمية

قواعد الأسس (من أجل $x, y > 0$)

- لأية أعدادٍ صحيحة m و n $(n \geq 2)$،

$$x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m} = (\sqrt[n]{x})^m$$

- لأية أعدادٍ حقيقية p،

$$(xy)^p = x^p \cdot y^p, \quad x^{-p} = \frac{1}{x^p}, \quad \text{و} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^p = \frac{x^p}{y^p}$$

- لأية أعدادٍ حقيقية p و q.

$$(x^p)^q = x^{p \cdot q}$$

- لأية أعدادٍ حقيقية p و q،

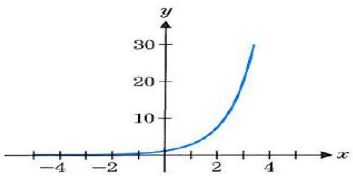
$$x^p \cdot x^q = x^{p+q} \quad \text{و} \quad \frac{x^p}{x^q} = x^{p-q}$$

Almanahj.com/ae

التعريف 4.1

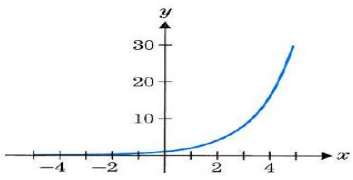
من أجل الثوابت $a \neq 0$ و $b > 0$ تسمى الدالة $f(x) = a \cdot b^x$ دالة أسية. هنا، يسمى b الأساس وتسمى x الأس.

$$e = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$



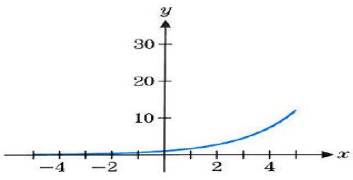
الشكل 1.53b

$y = e^x$



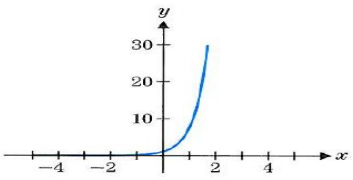
الشكل 1.53a

$y = 2^x$



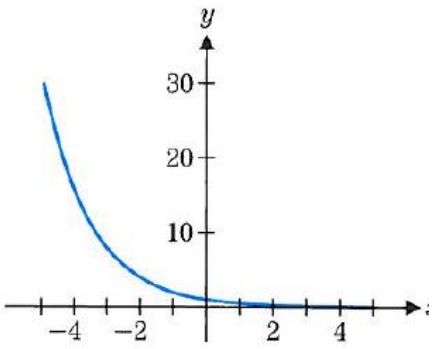
الشكل 1.54b

$y = e^{x/2}$



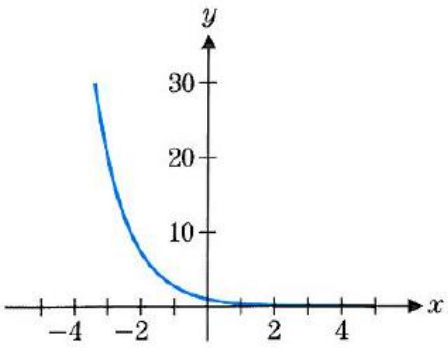
الشكل 1.54a

$y = e^{2x}$



الشكل 1.55a

$y = (1/2)^x$



الشكل 1.55b

$y = e^{-x}$

التعريف 4.2

لأيّ عدد موجب $b \neq 1$، نُعرّف الدالة اللوغاريتمية التي أساسها b، و يرمز إليها بـ $\log_b x$، بالعلاقة

$$y = \log_b x \text{ إذا وفقط إذا } x = b^y$$

$e^{\ln x} = x$ لأي x و $\ln(e^x) = x$ لأي x

Almanahj.com/ae

سؤال/ حل المعادلة $\ln(x+5) = 3$ ؟

سؤال/ حل المعادلة $e^{x+3} = 7$ ؟

نظرية 4.1

لأي أس موجب $b \neq 1$.

(i) $\log_b x$ يُحدد فقط لـ $x > 0$.

(ii) $\log_b 1 = 0$ و

(iii) إذا كانت $b > 1$، إذن $\log_b x < 0$ لـ $0 < x < 1$ و $\log_b x > 0$ لـ $x > 1$.

نظرية 4.2

لأي أساس موجب $b \neq 1$ وأي أعداد موجبة x و y، لدينا

(i) $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$

(ii) $\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$

(iii) $\log_b(x^y) = y \log_b x$

$$a^x = e^{\ln(a^x)} = e^{x \ln a}$$

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$$ اذا $b > 0$، $b \neq 1$ و $x > 0$.

سؤال/ بسط كل مما يلي

1) $\ln(\frac{x^3 y^5}{e})$

2) $\log \sqrt[3]{100\, x^2}$

Almanahj.com/ae

الدوال الزائدية

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ و } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

2017/2018 مذكرة الفيزياء

5-1 تحويلات الدوال

التعريف 5.1

افترض أنّ f و g عبارة عن دالتين بمجالات D_1 و D_2 على التوالي. أُحدد الدوال $f+g$، $f-g$ و $f\cdot g$ عن طريق

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$$
$$(f-g)(x)=f(x)-g(x)$$
$$(f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)$$

و

لكل x في $D_1\cap D_2$ (أي $x\in D_1$ و $x\in D_2$). تُحدد الدالة $\frac{f}{g}$ عن طريق

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$$

Almanahj.com/ae

لكل x في $D_1\cap D_2$ بحيث $g(x)\neq 0$.

إذا كانت $f(x)=x-3$ و $g(x)=\sqrt{x-1}$ فحدد الدوال $f+g$، $3f-g$ و $\frac{f}{g}$ مع ذكر مجال كل منها.

2017

التعريف 5.2

يُحدد **تركيب الدوال** f و g، المكتوب بالشكل $f \circ g$، عن طريق

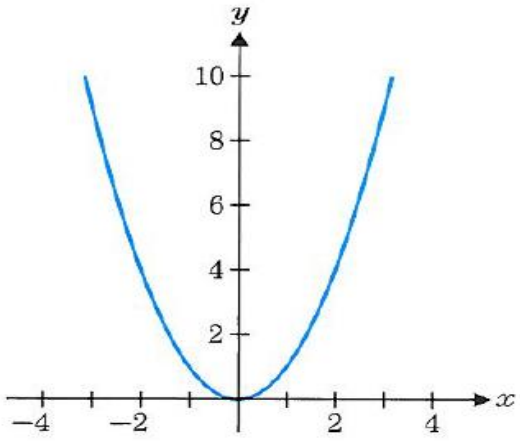
$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

لكل x حيث x هي مجال g و $g(x)$ هي مجال f.

إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x-2}$، فحدد الدوال $f \circ g$ و $g \circ f$ مع ذكر مجال كل منها.

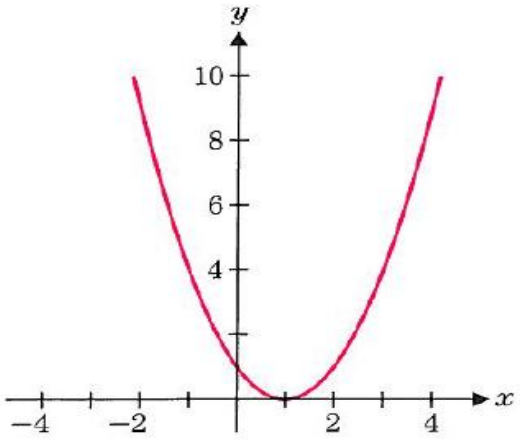
Almanahj.com/ae

الإزاحة الأفقية والرأسية



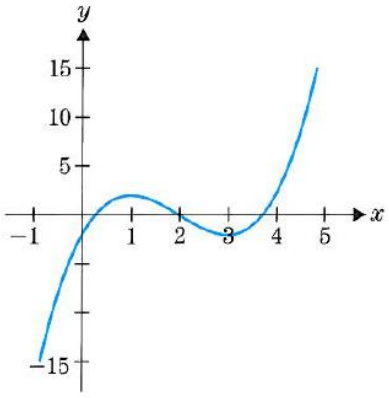
الشكل 1.62a

$y = x^2$



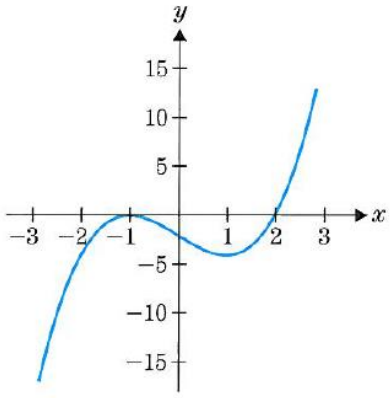
الشكل 1.62b

$y = (x-1)^2$



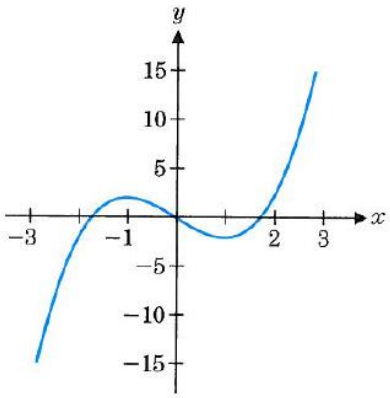
الشكل 1.64c

$y = f(x - 2)$



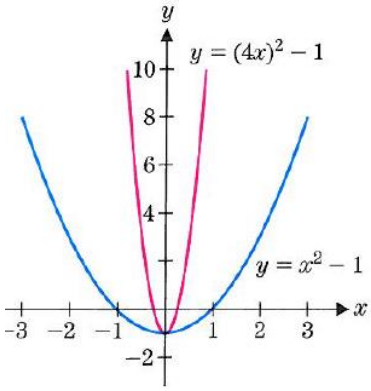
الشكل 1.64b

$y = f(x) - 2$



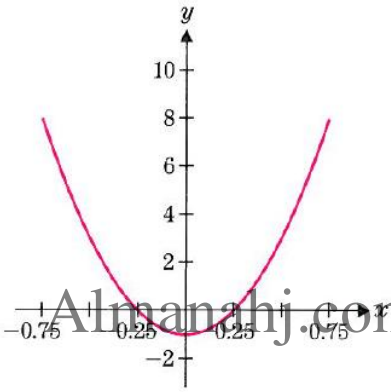
الشكل 1.64a

$y = f(x)$



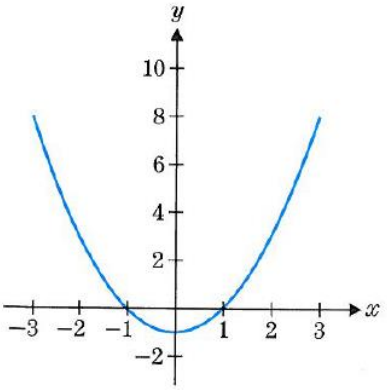
الشكل 1.66c

$y = x^2 - 1$ و $y = (4x)^2 - 1$



الشكل 1.66b

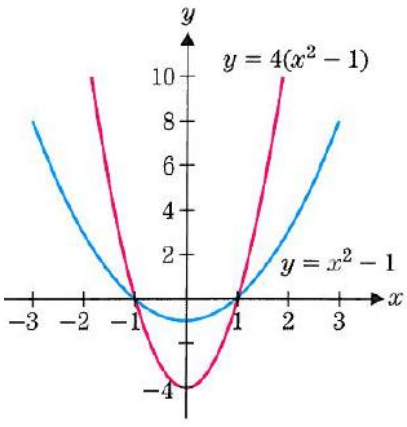
$y = (4x)^2 - 1$



الشكل 1.66a

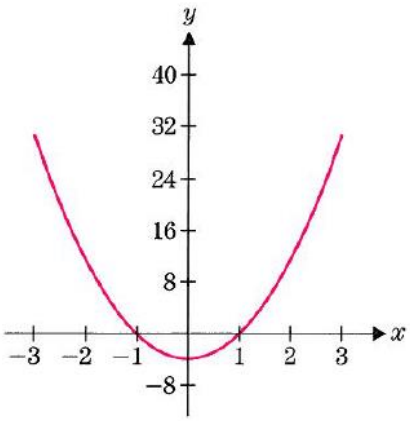
$y = x^2 - 1$

Almanahj.com/ae



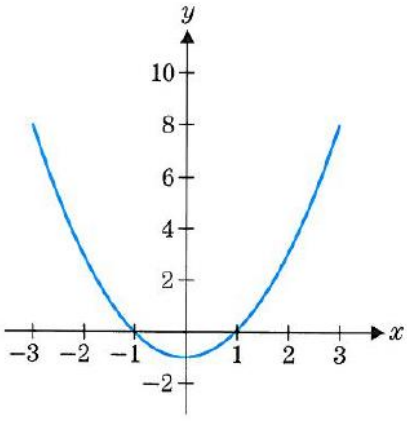
الشكل 1.65c

$y = x^2 - 1$ و $y = 4(x^2 - 1)$



الشكل 1.65b

$y = 4(x^2 - 1)$



الشكل 1.65a

$y = x - 1$

تحويلات $f(x)$

التحويل	الشكل	الأثر على التمثيل البياني
الإزاحة الرأسية	$f(x)+c$	$\|C\|$ وحدة لأعلى $(c>0)$ او الأسفل $(c<0)$
الإزاحة الأفقية	$f(x+c)$	$\|C\|$ وحدة جهة اليسار $(c>0)$ او اليمين $(c>0)$
المقياس الرأسي	$cf(x)(c>0)$	ضرب المقياس الرأسي في c
المقياس الأفقي	$f(cx)(c>0)$	قسمة المقياس الأفقي على c

Almanahj.com/ae
2017/2018 تحضيرات