الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

رؤية
VISION
2021

McGraw-Hill Education

الفيزياء

نسخة الإمارات العربية المتحدة

للصف 12 المتقدّم

مجلد 2

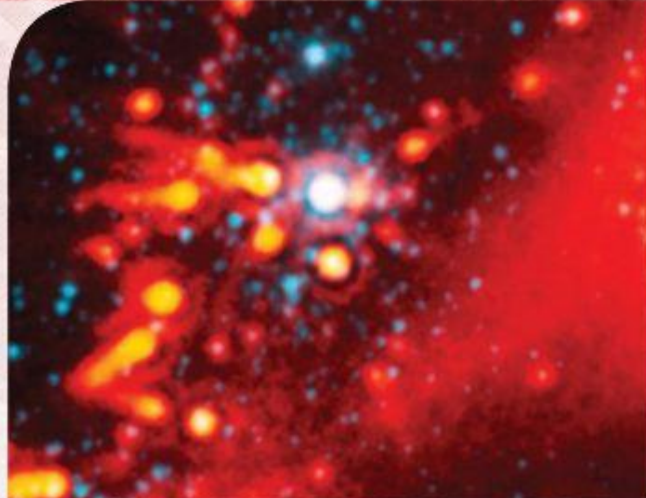
Mc
Graw
Hill
Education

المحتويات الموجزة

المحتويات

الجزء 1 ميكانيكا الجسيمات النقطية

1 نظرة عامة



الشكل 1.1 صورة لمنطقة تكوّن نجم W5.

ما سنتعلمه 2

إن الصورة المذهلة في الشكل 1.1 قد تكون توضيحًا لعدة أشياء: سائل ملون ينتشر في كوب من المياه أو ربما نشاط بيولوجي في كائن حي أو تصور لفنان عن الجبال على كوكب غير معروف. إذا قلنا إن المنظر بلغ عرضه 70، فهل سيساعدك ذلك في تحديد ما الذي تعرضه الصورة؟ ربما لا. فأنت بحاجة إلى معرفة ما إذا كنا نعني، على سبيل المثال، 70 مترًا أم 70 جزءًا من المليون من السنتيمتر أم 70 ألف كيلومتر.

في الواقع، تعرض هذه الصورة التي التقطها تلسكوب سبيتزر الفضائي بالأشعة تحت الحمراء غيومًا ضخمة من الغاز والغبار عرضها حوالي 70 سنة ضوئية. (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة، حوالي 10 كوادريليون متر). تبعد هذه الغيوم عن الأرض حوالي 6500 سنة ضوئية وتحتوي على نجوم حديثة التكوّن من المناطق المتوهجة. وتقع التكنولوجيا التي تُمكننا من رؤية مثل هذه الصور في مقدمة أولويات علم الفلك المعاصر، لكنها تعتمد في الواقع على الأفكار الأساسية للأرقام والوحدات والمتجهات الواردة في هذه الوحدة.

ليس بالضرورة أن تُمثل الأفكار الموضحة في هذه الوحدة مبادئ في الفيزياء، إلا أنها تساعدنا على صياغة الأفكار والملاحظات الفيزيائية ومشاركتها. سنستخدم مفاهيم الوحدات والترميز العلمي والأرقام المعنوية والكميات المتجهة طوال المقرر. وبمجرد فهمك لهذه المفاهيم، يمكننا المضي قدمًا لمناقشة المفاهيم الفيزيائية للحركة وأسبابها.

ما ستتعلمه

- يمثل استخدام الترميز العلمي والأرقام المعنوية أهمية كبيرة في علم الفيزياء.
- ستتعرف على النظام الدولي للوحدات و ما يحتويه من كميات أساسية إضافة إلى طرق التحويل بين أنظمة الوحدات المختلفة.
- ستستخدم مقاييس الطول والكتلة والزمن المتاحة لإنشاء نقاط مرجعية لاستيعاب التنوع الكبير في أنظمة الفيزياء.
- ستطبق استراتيجية معينة في حل و تحليل المسائل والتي ستساعدنا في فهم المقرر و يمكن الاستعانة بها في التطبيقات العلمية و الهندسية.
- ستتعامل مع المتجهات، جمع المتجهات وطرحها وضرب المتجهات ومتجهات الوحدة وطول المتجهات واتجاهها.

1.1 لماذا ندرس الفيزياء؟

ربما يمكنك اختصار سبب دراستك للفيزياء في جملة موجزة سريعة "لأنها مادة ضرورية لتخصصي الدراسي!" وبينما يكون هذا الدافع مقنعا بالتأكيد، فإن دراسة العلوم، وخاصة الفيزياء، تقدم بعض الفوائد الأخرى.

الفيزياء هي العلم الذي بُنيت عليه جميع العلوم الطبيعية والهندسية الأخرى. وتعود جميع التطورات التكنولوجية الحديثة — من الجراحة بالليزر وصولًا إلى التلفاز ومن أجهزة الكمبيوتر وصولًا إلى الثلاجات ومن السيارات وصولًا إلى الطائرات — إلى الفيزياء الأساسية بشكلٍ مباشر. فالفهم الجيد لمفاهيم الفيزياء الأساسية يمنحك أساسًا صلبًا يمكنك بناء معرفة متطورة في جميع العلوم اعتمادًا عليه. على سبيل المثال، تعد قوانين الحفظ ومبادئ التماثل في الفيزياء صالحة لجميع الظواهر العلمية والكثير من جوانب الحياة اليومية.

ستساعدك دراسة الفيزياء على فهم مقاييس المسافة والكتلة والزمن، بداية من أصغر المكونات داخل نوى الذرات وصولًا إلى المجرات التي تُشكل الكون. وتتبع جميع الأنظمة الطبيعية القوانين الأساسية للفيزياء نفسها، حيث توفر مفهومًا موحدًا لفهم كيف نتكيف مع المخطط العام للكون.

ترتبط الفيزياء ارتباطًا وثيقًا بالرياضيات لأنها توضح المفاهيم المجردة المستخدمة في حساب المثلثات والجبر والتفاضل والتكامل. إن التفكير التحليلي والأساليب العامة لحل المسائل التي تتعلمها هنا ستعود عليك بالنفع بقية حياتك.

تساعد العلوم، وبالأخص الفيزياء، على التخلص من الأمور غير المنطقية في تفسيراتنا للعالم من حولنا. ولقد لجأ التفكير في زمن ما قبل العلم إلى الأساطير لتفسير الظواهر الطبيعية. وإذا قرأت الأخبار اليومية، فسترى أن بعض المفاهيم الخاطئة التي تعود إلى عصر ما قبل العلم لا تزال قائمة حتى يومنا هذا. قد لا تجد إجابة عن معنى الحياة في هذا المقرر، ولكن على الأقل ستتعرف على بعض الأدوات الفكرية التي تُمكنك من التخلص من النظريات والمفاهيم الخاطئة غير المتناسقة المنافية للمنطق التي تتناقض مع الحقائق التي تُثبت التجارب صحتها. وقد ساهم التقدم العلمي على مدار الألفية الأخيرة تفسيرًا منطقيًا لغالبية الظواهر التي تحدث في العالم الطبيعي من حولنا.

ساعدتنا الفيزياء، من خلال النظريات المتسقة والتجارب المُعدة جيدًا، على التوصل إلى فهم أفضل للأشياء من حولنا ومنحتنا قدرة أفضل على التحكم فيها. وفي الوقت الذي هددت فيه عواقب تلوث الهواء والمياه ومصادر الطاقة المحدودة والاحتباس الحراري استمرار أجزاء كبيرة من الحياة على وجه الأرض، ازدادت بدرجة كبيرة الحاجة إلى فهم نتائج تفاعلاتنا مع البيئة. تستند معظم العلوم البيئية إلى الفيزياء الأساسية، وتحرّك الفيزياء جزءًا كبيرًا من التكنولوجيا اللازمة للتقدم في الكيمياء وعلوم الحياة. وقد يُطلب منك يومًا المساعدة في اتخاذ قرار بشأن السياسة العامة في هذه المجالات، سواء كعالم أو مهندس أو ببساطة كمواطن. لذا يمثل امتلاك فهم موضوعي للأمور العلمية الأساسية عاملًا ذا أهمية حيوية في اتخاذ مثل هذه القرارات. ومن ثم، تحتاج إلى اكتساب معرفة علمية، حيث إنها أداة أساسية لكل مواطن في مجتمعنا الذي تحرّكه التكنولوجيا.

لا يمكنك أن تصبح مثقفًا من الناحية العلمية دون القدرة على استخدام الأدوات الابتدائية الضرورية، تمامًا كاستحالة تأليف مقطوعة موسيقية دون القدرة على العزف على إحدى الآلات. وهذا هو الغرض الأساسي

من هذا الكتاب، تزويدك على نحو ملائم بما يلزمك لتقديم إسهامات صحيحة في المناقشات والقرارات المهمة في عصرنا. ستكتسب من قراءة هذا الكتاب والتعامل معه إدراكًا أعمق للقوانين الأساسية التي تحكم الكون والأدوات التي طورتها البشرية للكشف عنها، الأدوات التي تسمو فوق الثقافات والعصور التاريخية.

1.2 التعامل مع الأعداد

وضع العلماء قواعد منطقية لتحكم طريقة نقل المعلومات الكمية. إذا كنت ترغب في الإبلاغ عن نتيجة قياس — على سبيل المثال، المسافة بين مدينتين أو وزنك أو طول المحاضرة — فعليك تحديد هذه النتيجة كمضاعفات لوحدة قياسية. ومن ثَم، فإن القياس هو مزيج بين عدد ووحدة.

للوهلة الأولى، لا تبدو عملية كتابة الأعداد عملية بالغة الصعوبة. لكن في الفيزياء، نحتاج إلى التعامل مع مشكلتين: كيفية التعامل مع الأعداد الكبيرة للغاية أو الصغيرة للغاية وكيفية تحديد الدقة.

الترميز العلمي

إذا كنت تحتاج إلى الإبلاغ عن عدد كبير بالفعل، فسيصبح تدوينه أمرًا مملًا. على سبيل المثال، يحتوي جسم الإنسان على حوالي 7,000,000,000,000,000,000,000,000,000 ذرة. إذا كنت تستخدم هذا العدد بشكل متكرر، فستحتاج بلا شك إلى ترميز أصغر بكثير له. وهذا ما نطلق عليه تحديدًا **الترميز العلمي**، حيث يتم تمثيل الرقم كحاصل x عدد ≤ 1 ≥ وأقل من 10 (يسمى *الجزء العشري*) مضروبًا في عشرة مرفوعة إلى قوة (الأس = عدد منازل الاصفار)

$$\text{العدد} = \text{الجزء العشري} \times 10^{\text{أس}} \tag{1.1}$$

ومن ثَم يمكننا كتابة عدد الذرات في جسم الإنسان باختصار في شكل 7×10^{27}، حيث يمثل الرقم 7 الجزء العشري و 27 الأس.

ومن المميزات الأخرى للترميز العلمي أنه يُسهّل من ضرب الأعداد الكبيرة وقسمتها. لضرب عددين مكتوبين بالترميز العلمي، نضرب الأجزاء العشرية للعددين ثم نجمع الأسس. فعلى سبيل المثال، إذا أردنا تقدير عدد الذرات الموجودة في أجسام جميع البشر على الأرض، يمكننا إجراء هذه العملية الحسابية بسهولة. يضم كوكب الأرض حوالي 7 مليارات ($= 7 \times 10^9$) شخص. كل ما علينا فعله لإيجاد الإجابة هو ضرب 7×10^{27} في 7×10^9 نقوم بذلك من خلال ضرب الجزأين العشريين وجمع الأسين:

$$(7{\times}10^{27}){\times}(7{\times}10^{9}) = (7{\times}7){\times}10^{27+9} = 49{\times}10^{36} = 4.9{\times}10^{37}. \tag{1.2}$$

في الخطوة الأخيرة، نتبع القاعدة المعروفة لإبقاء رقم واحد فقط قبل النقطة العشرية للجزء العشري وتعديل الأس وفقًا لذلك. (ولكن لتعلم أنه سيتعين علينا تعديل هذه الإجابة — واصل القراءة!)

تتسم القسمة باستخدام الترميز العلمي بالسهولة نفسها: إذا أردنا حساب A/B، فإننا نقوم بقسمة الجزء العشري من العدد A على الجزء العشري من العدد B وطرح أس B من أس A.

الأرقام المعنوية

عندما حددنا عدد الذرات في متوسط الجسم البشري على أنه 7×10^{27}، كنا نعني الإشارة إلى أننا نعلم أنها لا تقل عن 6.5×10^{27} لكنها أقل من 7.5×10^{27}. لكن إذا كنا كتبنا 7.0×10^{27}، فكنا سنعطي إيحاء بأننا نعلم أن العدد الصحيح يقع بين 6.95×10^{27} و 7.05×10^{27} وهذه العبارة أدق من العبارة السابقة.

كقاعدة عامة، يحدد عدد الأرقام التي نكتبها في الجزء العشري مدى دقة ما ندّعي معرفته. فكلما كان عدد الأرقام المحدد أكبر، زاد مقدار الدقة الذي توحي به (انظر الشكل 1.2). نطلق على عدد الأرقام في الجزء العشري عدد **الأرقام المعنوية**. فيما يلي بعض قواعد استخدام الأرقام المعنوية ويتبع كل حالة مثال:

- عدد الأرقام المعنوية هو عدد الأرقام الموثوق في معرفتها. على سبيل المثال، يتضمن العدد 1.62 ثلاثة أرقام معنوية؛ والعدد 1.6 رقمين معنويين.

مراجعة المفاهيم 1.1

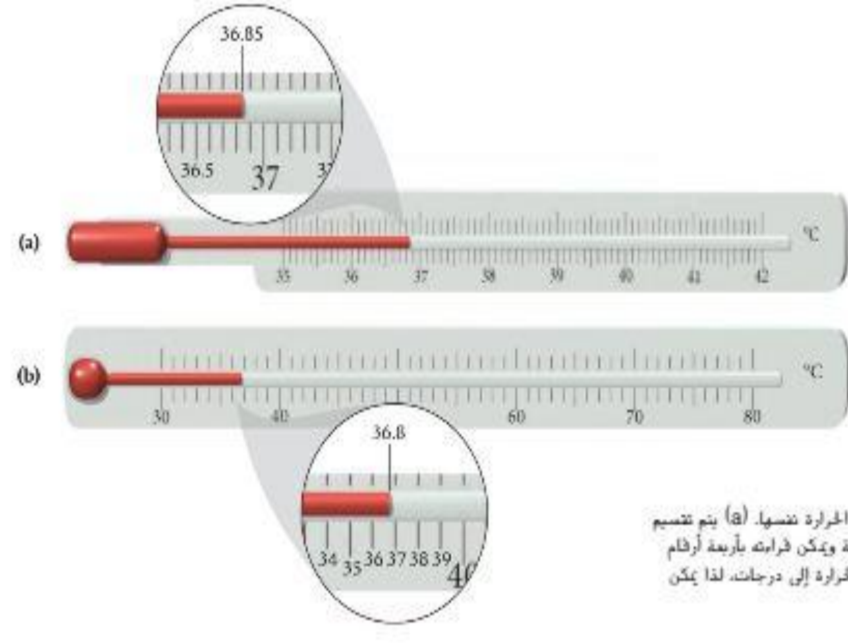
يبلغ إجمالي مساحة سطح الأرض
$A = 4\pi R^2 = 4\pi(6370 \text{ km})^2$
$= 5.099 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$
بفرض أن ثمة 7 مليارات إنسان على الكوكب، ما مساحة السطح المتاحة لكل شخص؟

a) $7.3 \times 10^4 \text{ m}^2$

b) $7.3 \times 10^{24} \text{ m}^2$

c) $3.6 \times 10^{24} \text{ m}^2$

d) $3.6 \times 10^4 \text{ m}^2$



الشكل 1.2 مقياسا حرارة يقيسان درجة الحرارة نفسها. (a) يتم تقسيم مقياس الحرارة إلى أجزاء من عشرة من الدرجة ويمكن قراءته بأربعة أرقام معنوية (36.85 °C)؛ (b) يتم تقسيم مقياس الحرارة إلى درجات، لذا يمكن قراءته بثلاثة أرقام معنوية فقط (36.8 °C).

- إذا ذكرت عددًا في صورة عدد صحيح، فإنك تحدده بدقة لانهائية. على سبيل المثال، إذا قال أحدهم إن لديه 3 أطفال، فهذا يعني أن لديه 3 أطفال لا أكثر ولا أقل.
- الأصفار على يسار العدد ليست أرقامًا معنوية. فالعدد 1.62 به عدد الأرقام المعنوية نفسه الموجود في 0.00162. حيث ثمة ثلاثة أرقام معنوية في العددين. ونبدأ عدّ الأرقام المعنوية من اليسار بداية من أول رقم غير صفري.
- وعلى العكس، الأصفار على يمين العدد أرقام معنوية. فالعدد 1.620 به أربعة أرقام معنوية. توخي كتابة صفر على اليمين بدقة أعلى!
- الأعداد المكتوبة بالترميز العلمي بها عدد أرقام معنوية مماثل لعدد الأرقام المعنوية في أجزائها العشرية. على سبيل المثال، يتضمن العدد 9.11×10^{-31} ثلاثة أرقام معنوية لأن الجزء العشري (9.11) فيه يتضمن ثلاثة أرقام معنوية، وليس لمقدار الأس أي تأثير.
- في عمليات الضرب و القسمة النتيجة النهائية تتضمن العدد الأقل من الأرقام المعنوية الموجودة في الأعداد المستخدمة. على سبيل المثال، 1.23/3.4461 لا يساوي 0.3569252 قد تُعطيك الآلة الحاسبة تلك الإجابة، إلا أن الآلات الحاسبة لا تعرض العدد الصحيح من الأرقام المعنوية تلقائيًا. الإجابة الصحيحة هي 0.357 = 1.23/3.4461 حيث يتعين عليك تقريب نتيجة الآلة الحاسبة إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية — في هذه الحالة، ثلاثة أرقام معنوية، وهو عدد الأرقام المعنوية في البسط (الأقل في الارقام المعنوية).
- يمكنك الجمع أو الطرح بحيث يحتوي الناتج النهائي على العدد الأقل من الأرقام الموجودة على يمين الفاصلة العشرية (مع مراعاة التقريب). على سبيل المثال، 4.68 = 3.4461 + 1.23، وليس 4.6761 كما تعتقد. تتطلب هذه القاعدة تحديدًا بعض التدريب عليها.

لختام هذه المناقشة حول الأرقام المعنوية، دعنا نُعد النظر في إجمالي عدد الذرات الموجود في أجسام جميع الأشخاص على سطح الأرض. بدأنا بكميتين بهما رقم معنوي واحد فقط. لذلك، يجب تقريب نتيجة عملية الضرب بشكل صحيح إلى رقم معنوي واحد. ومن ثَم يكون العدد الإجمالي الصحيح للذرات في جميع الأجسام البشرية هو 5×10^{37}

1.3 النظام الدولي للوحدات

في المدرسة الثانوية، ربما تعرفت على النظام الدولي للوحدات وقارنته بالنظام البريطاني للوحدات الذي يشيع استخدامه في الولايات المتحدة. ربما قمت بالقيادة على الطريق السريع الذي تُعلق عليه لافتات المسافات بالأميال والكيلومترات أو اشتريت طعامًا تم تسجيل سعره حسب الرطل والكيلو جرام.

مراجعة المفاهيم 1.2

ما عدد الأرقام المعنوية في كل من الأعداد التالية؟

a) 2.150
b) 0.000215
c) 215.00
d) 0.215000
e) 0.215 + 0.21

مراجعة المفاهيم 1.3

بالنسبة إلى العددين $x = 0.43$ و $y = 3.53$، أي مما يلي به أكبر عدد من الأرقام المعنوية؟

a) مجموع، $x + y$
b) ناتج ضرب، $x y$
c) ناتج طرح، $x - y$
d) العدد x
e) العدد y

الوحدة	الرمز	الكمية الأساسية
الجدول 1.1 الوحدات الأساسية في النظام الدولي(SI)		
الوحدة	**الرمز**	**الكمية الأساسية**
المتر	m	الطول
الكيلوجرام	kg	الكتلة
الثانية	s	الزمن
أمبير	A	التيار الكهربائي
الكلفن	K	درجة الحرارة
المول	mol	كمية المادة
شمعة	cd	شدّة الإضاءة

الشكل 1.3 تم تعريف المتر، في الأصل، على أنه جزء واحد من عشرة ملايين من طول خط الطول الذي يمر بباريس من القطب الشمالي إلى خط الاستواء.

عادةً ما يُختصر النظام الدولي للوحدات بالحرفين SI (إشارة إلى النظام الدولي بالفرنسية). وأحيانًا يُطلق على الوحدات في هذا النظام مصطلح *الوحدات المترية*. و**النظام الدولي للوحدات** هو المعيار المستخدم للوحدات العلمية حول العالم. يتضمن الجدول 1.1 الوحدات السبع الأساسية للنظام الدولي للوحدات.

تقدم الأحرف الأولى من الوحدات الأساسية الأربع الأولى اسمًا آخر شائع الاستخدام للنظام الدولي للوحدات: نظام MKSA. لن نستخدم إلا الوحدات الثلاث الأولى (المتر والكيلوجرام والثانية) في الجزء الأول بأكمله من هذا الكتاب وفي علم الميكانيكا ككل. وفي ما يلي التعريفات الحالية لهذه الوحدات الأساسية:

- المتر (m) هو المسافة التي يقطعها شعاع ضوء في الفراغ في 1/299,792,458 من الثانية. وفي الأصل، كان المتر مرتبطًا بحجم الأرض (الشكل 1.3).
- يعرّف الكيلوجرام (kg) بأنه كتلة النموذج الدولي للكيلوجرام. يُحتفظ بهذا النموذج خارج العاصمة الفرنسية باريس، في ظروف بيئية خاضعة لرقابة دقيقة.
- الثانية (s) هي المدة الزمنية التي يحدث خلالها 9,192,631,770 ذبذبة من الموجة الكهرومغناطيسية (انظر الوحدة 31) والتي توافق الانتقال بين حالتين محددتين لذرة السيزيوم 133. حتى عام 1967، كان معيار الثانية 1/86,400 من متوسط اليوم الشمسي. إلا أن التعريف الذري أكثر دقة وأكثر موثوقية من حيث القابلية للتكرار.

قواعد الترميز: من الشائع استخدام الأحرف الرومانية لاختصارات الوحدات والأحرف المائلة للكميات الفيزيائية. ونتبع هذه القواعد في هذا الكتاب. على سبيل المثال، يرمز الحرف m إلى وحدة المتر، بينما يُستخدم *m* لكمية الكتلة المادية. حيث، يعني التعبير $m = 17.2$ kg أن كتلة جسم ما تساوي 17.2 كيلوجرامًا.

ويمكن اشتقاق وحدات لجميع الكميات الفيزيائية الأخرى من الوحدات السبع الأساسية الواردة في الجدول 1.1. على سبيل المثال، وحدة المساحة هي m^2. ووحدات الحجم وكثافة الكتلة هي m^3 و kg/m^3، على التوالي. ووحدات السرعة المتجهة والعجلة هي m/s و m/s^2، على التوالي. وكانت بعض الوحدات المشتقة تستخدم بشكل متكرر حتى أصبح من الملا ثم أن نطلق عليها أسماء ورموزًا خاصة بها. عادةً ما يكون الاسم اسم عالم فيزياء شهير. يسرد الجدول 1.2 وحدات النظام الدولي للوحدات المشتقة البالغ عددها 20 وحدة بأسمائها الخاصة. وفي العمودين أقصى يسار الجدول، تُدرج الوحدات المسماة بدلالة وحدات مسماة أخرى ثم بدلالة الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات. كما يتضمن هذا الجدول الراديان والستراديان وهي وحدات بلا أبعاد للزاوية والزاوية المجسمة، على التوالي.

الشكل 1.4 النموذج الدولي للكيلوجرام.

يمكنك الحصول على مضاعفات معترف بها من النظام الدولي للوحدات الأساسية والوحدات المشتقة عن طريق ضربها في معاملات مختلفة للـ 10 ولهذه المعاملات اختصارات بالأحرف مقبولة عالميًا تُستخدم كبادئات، موضحة في الجدول 1.3. إن استخدام بادئات قياسية (معاملات 10) يجعل من السهل تحديد عدد السنتيمترات (cm) في الكيلومتر (km) مثلًا:

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^3 \text{ m} \cdot (10^2 \text{ cm/m}) = 10^5 \text{ cm}. \quad (1.3)$$

وبالمقارنة، لاحظ مدى المجهود المتعلق بتحديد عدد البوصات في الميل:

$$1 \text{ ميل} = (5{,}280 \text{ أقدام/الميل}) \cdot (12 \text{ بوصة/القدم}) = 63{,}360 \text{ بوصة}. \quad (1.4)$$

كما تلاحظ، لا يتعين عليك حفظ معاملات تحويل معينة في النظام البريطاني فحسب، بل إن العمليات الحسابية أصبحت أكثر تعقيدًا كذلك. بالنسبة إلى العمليات الحسابية في النظام الدولي للوحدات، ما عليك سوى معرفة البادئات القياسية الموضحة في الجدول 1.3 وكيفية جمع أعداد صحيحة بقوى 10 أو طرحها.

الجدول 1.2 الوحدات المشتقة الشائعة ووحدات قياسها في النظام الدولي (SI)

الكمية	اسم الوحدة	رمز الوحدة	ما يكافئ الوحدة	الوحدة بالنظام الدولي
الجرعة الممتصة	جراي	Gy	J/kg	$m^2\ s^{-2}$
الزاوية	الراديان	rad	—	—
السعة	الفاراد	F	C/V	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^4\ A^2$
النشاط التحفيزي	كاتال	kat	—	$s^{-1}\ mol$
الجرعة المكافئة	سيفرت	Sv	J/kg	$m^2\ s^{-2}$
الشحنة الكهربائية	كولوم	C	—	s A
التوصيل الكهربائي	سيمنز	S	A/V	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^3\ A^2$
الجهد الكهربائي	فولت	V	W/A	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-1}$
المقاومة الكهربائية	أوم	Ω	V/A	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-2}$
الطاقة	جول	J	N m	$m^2\ kg\ s^{-2}$
القوة	نيوتن	N	—	$m\ kg\ s^{-2}$
التردد	هرتز	Hz	—	s^{-1}
الاستضاءة	لوكس	lx	lm/m^2	$m^{-2}\ cd$
الحث	هنري	H	Wb/A	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-2}$
التدفق الضوئي	لومن	lm	cd sr	cd
التدفق المغناطيسي	ويبر	Wb	V s	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
المجال المغناطيسي	تسلا	T	Wb/m^2	$kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
القدرة	واط	W	J/s	$m^2\ kg\ s^{-3}$
الضغط	باسكال	Pa	N/m^2	$m^{-1}\ kg\ s^{-2}$
النشاط الإشعاعي	بيكريل	Bq	—	s^{-1}
الزاوية المجسمة	ستراديان	sr	—	—
درجة الحرارة	درجة سيليزية	C°	—	K

الجدول 1.3 بادئات القياس للكميات الفيزيائية في النظام الدولي للوحدات

المعامل	البادئة	الرمز	المعامل	البادئة	الرمز
10^{24}	يوتا	Y	10^{-24}	يوكتو	y
10^{21}	زيتا	Z	10^{-21}	زيبتو	z
10^{18}	إكسا	E	10^{-18}	أتو	a
10^{15}	بيتا	P	10^{-15}	فيمتو	f
10^{12}	تيرا	T	10^{-12}	بيكو	p
10^{9}	جيجا	G	10^{-9}	نانو	n
10^{6}	ميجا	M	10^{-6}	مايكرو	µ
10^{3}	كيلو	k	10^{-3}	مللي	m
10^{2}	هكتو	h	10^{-2}	سنتي	c
10^{1}	ديكا	da	10^{-1}	ديسي	d

اعتمدت فرنسا النظام الدولي للوحدات عام 1799 ويُستخدم الآن في جميع دول العالم تقريبًا بشكلٍ يومي، والاستثناء الوحيد البارز في الولايات المتحدة. ونظرًا لأننا نستخدم الوحدات البريطانية في حياتنا اليومية، سيشير هذا الكتاب إلى الوحدات البريطانية عندما يكون ذلك مناسبًا، وذلك للربط بالحياة اليومية.

قد يكون استخدام الوحدات البريطانية أمرًا مكلفًا. وقد تتراوح التكلفة بين نفقات بسيطة، مثل تلك التي يتكبدها ميكانيكي السيارات الذي يريد شراء مجموعتين من أدوات الربط، إحداهما مجموعة مترية والأخرى بريطانية، وخسائر باهظة كتلك التي نتجت عن تحطم المركبة الفضائية مارس كليميت أوربيتر (الشكل 1.5) في سبتمبر عام 1999. ولقد تم إرجاع سبب تحطم المركبة الفضائية إلى حقيقة استخدام إحدى الفرق الهندسية لنظام الوحدات البريطانية في حين استخدم الفريق الآخر النظام الدولي للوحدات. واعتمد الفريقان على أرقام بعضهما، دون إدراك أن الوحدات مختلفة.

الشكل 1.5 *مارس كليميت أوربيتر،* ضحية التحويل الخاطئ للوحدات.

إن استخدام البادئات العشرية ليست الطريقة الوحيدة للتحويل في النظام الدولي للوحدات، و تمثل وحدات الزمن استثناء بارز للموضوع، والتي لا يتم تحويلها بضرب الوحدة الأساسية (الثانية) في معاملات 10:

- حيث أن العام به 365 يومًا،
- واليوم به 24 ساعة،
- وكل ساعة تحتوي على 60 دقيقة،
- وتتكون الدقيقة من 60 ثانية.

حاول رواد القياس المتري الأوائل وضع مجموعة موحدة لوحدات الزمن المترية، إلا أن محاولاتهم باءت بالفشل. وتمتد الطبيعة المترية غير موحدة لوحدات الزمن إلى بعض الوحدات المشتقة. على سبيل المثال، لا يعرض عدّاد السرعة في سيارات سيدان الأوروبية السرعات بالأمتار في الثانية، لكن بالكيلومترات في الساعة.

مثال 1.1 وحدات مساحة الأرض

وحدة مساحة الأرض المستخدمة في الدول التي تتبع النظام الدولي للوحدات هي الهكتار، ويعادل $10,000\ m^2$. في الولايات المتحدة، تُقاس مساحة الأرض بالفدان؛ والفدان يعادل $43,560\ ft^2$.

المسألة

اشتريت للتو قطعة أرض بأبعاد 2.00 km في 4.00 km. فما مساحة الأرض الجديدة التي اشتريتها بالهكتار والفدان؟

الحل

يتم تحديد المساحة A من العلاقة

$$A = \text{الطول} \times \text{العرض} = (2.00\ \text{km})(4.00\ \text{km}) = (2.00\times10^3\ \text{m})(4.00\times10^3\ \text{m})$$

$$A = 8.00\ \text{km}^2 = 8.00\ 10^6\times\text{m}^2.$$

وعندئذٍ تكون مساحة قطعة الأرض هذه بالهكتار هي

$$A = 8.00\times10^6\ \text{m}^2\,\frac{1\ \text{هكتار}}{10,000\ \text{m}^2} = 8.00\times10^2\ \text{هكتار} = 800.\ \text{هكتار}.$$

لإيجاد مساحة الأرض بالفدان، نحتاج إلى معرفة الطول والعرض بالوحدات البريطانية:

$$\text{الطول} = 2.00\ \text{km}\,\frac{1\ \text{mi}}{1.609\ \text{km}} = 1.24\ \text{mi}\,\frac{5,280\ \text{ft}}{1\ \text{mi}} = 6,563\ \text{ft}$$

$$\text{العرض} = 4.00\ \text{km}\,\frac{1\ \text{mi}}{1.609\ \text{km}} = 2.49\ \text{mi}\,\frac{5,280\ \text{ft}}{1\ \text{mi}} = 13,130\ \text{ft}.$$

ومن ثمّ تكون المساحة

$$A = \text{الطول} \times \text{العرض} = (1.24\ \text{mi})(2.49\ \text{mi}) = (6,563\ \text{ft})(13,130\ \text{ft})$$

$$A = 3.09\ \text{mi}^2 = 8.61\times10^7\ \text{ft}^2$$

وبالفدان، تكون

$$A = 8.61\times10^7\ \text{ft}^2\,\frac{1\ \text{فدان}}{43,560\ \text{ft}^2} = 1980\ \text{فدان}.$$

علم القياس: بحث حول المقاييس والمعايير

لم تكتمل بالتأكيد الأعمال المتعلقة بتعريف معايير الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات. ويخصص قدر كبير من الأبحاث لتحسين تقنيات القياس ورفع دقتها إلى مستويات أعلى. ويُطلق على مجال البحث هذا اسم **علم القياس**. وفي الولايات المتحدة، المختبر المسؤول بشكل أساسي عن هذا العمل هو المعهد الوطني للمعايير والتكنولوجيا (NIST). يتعاون معهد NIST مع معاهد مشابهة في دول أخرى لتحسين المعايير المقبولة للوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات.

يعمل أحد المشروعات البحثية الحالية على إيجاد تعريف للكيلوجرام يستند إلى كميات قابلة للتجدد في الطبيعة. وسيحل هذا التعريف محل التعريف الحالي للكيلوجرام، الذي يستند إلى كتلة جسم قياسي يُحتفظ به في بلدية سيفر في ضواحي باريس. ومن الواضح أن أكثر الجهود الواعدة في هذا الصدد هو مشروع أفوجادرو، الذي يحاول تعريف الكيلوجرام باستخدام بلورات السيليكون عالية النقاء.

من بين المهام الرئيسة الأخرى لمعهد NIST والمعاهد المماثلة بحث حول الحفاظ على أقصى دقة ممكنة للزمن.

ثمة حاجة إلى دقة أكبر في ضبط الوقت للعديد من التطبيقات في مجتمعنا القائم على المعلومات، حيث يمكن للإشارات الانتقال حول العالم في أقل من 0.2 ثانية. ويُعد نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) مثالًا على التكنولوجيا التي كان من المستحيل تحقيقها بدون دقة الساعات الذرية والأبحاث الفيزيائية التي تدخل في بنيتها. ويعتمد نظام GPS كذلك على نظرية النسبية لأينشتاين، التي ستدرسها في الوحدة 13.

1.4 المقاييس في عالمنا

الحقيقة المذهلة عن الفيزياء هي أن قوانينها تحكم كل جسم، من أصغر جسيم إلى أكبر جسم. إن مقاييس الأنظمة التي يمكن أن تتنبأ بها الفيزياء تمتد لتشمل العديد من القيم الأسية (قوى العدد 10)، كما سترى في هذا القسم.

ملاحظة: ستقرأ عبارة "في حدود" عدة مرات. وهذه العبارة تعني "في نطاق العامل 2 أو 3".

مقاييس الطول

يُعرف *الطول* بأنه قياس المسافة بين نقطتين في الفضاء. ويوضح الشكل 1.6 بعض مقاييس الطول للأجسام والأنظمة الشائعة التي تمتد لأكثر من 40 قيمة أسية.

لنبدأ بأنفسنا. في الولايات المتحدة، يبلغ متوسط طول المرأة 1.62 m (5 ft و 4 in) ويبلغ متوسط طول الرجل 1.75 m (5 ft و 9 in). ومن ثم يكون طول الإنسان في حدود المتر. إذا قللت مقياس الطول لجسم الإنسان بعامل المليون، فستصل إلى الميكرومتر. وهذا هو القطر القياسي لخلية في جسمك أو البكتيريا.

وإذا قللت طول عصا القياس بعامل آخر يبلغ 10,000، فسيكون القياس 10^{-10} m. ويساوي القطر القياسي لذرة واحدة. وهذا هو أصغر حجم يمكننا التوصل إليه بالاستعانة بالمجاهر الأكثر تقدمًا.

بينما يصل قطر نواة الذرة إلى 1/10,000 من قطر الذرة، أي في حدود 10^{-14} m. ويبلغ قطر البروتونات والنيوترونات الفردية التي تُشكل نواة الذرة حوالي 10^{-15} m = 1 fm (فيمتو متر).

بالتفكير في الأجسام الأكبر منا، يمكننا النظر إلى مقياس مدينة، في حدود كيلومترات. يتجاوز قطر الأرض 10,000 km قليلًا (12,760 km، لنكون أكثر دقة). وكما ذكرنا سابقًا، فإنه يتم تحديد المتر الآن بدلالة سرعة الضوء. إلا أنه تم تعريف المتر في الأصل بأنه جزء واحد من عشرة ملايين جزء من طول خط الطول المار بباريس من القطب الشمالي إلى خط الاستواء. إذا كان طول القوس لربع دائرة هو 10 ملايين متر (= 10,000 km)، فسيكون محيط الدائرة ككل 40,000 km بالضبط. باستخدام التعريف الحديث للمتر، فإن المحيط الاستوائي للأرض يبلغ 40,075 km، والمحيط على طول خط الطول يبلغ 40,008 km

تبلغ المسافة من الأرض إلى القمر 384,000 km، والمسافة من الأرض إلى الشمس أكبر من ذلك الرقم بعامل يبلغ قرابة 400 مرة، أو قرابة 150 مليون km. ويُطلق على هذه المسافة وحدة *فلكية* ويُشار إليها بالرمز AU. استخدم علماء الفلك هذه الوحدة قبل معرفة المسافة بين الأرض والشمس بدقة، إلا أنها لا تزال ملائمة حتى يومنا هذا. في وحدات النظام الدولي للوحدات، الوحدة الفلكية تساوي

$$1\ \text{AU} = 1.49598 \times 10^{11}\ \text{m}. \tag{1.5}$$

يقال عادة إن قطر نظامنا الشمسي يبلغ قرابة 10^{13} m، أو 60 AU.

وقد أشرنا بالفعل إلى أن الضوء ينتقل في الفراغ بسرعة 300,000 km/s تقريبًا. لذا، تُغطى المسافة بين الأرض والقمر بالضوء في أكثر من ثانية واحدة فقط. ويستغرق وصول الضوء من الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريبًا.

الشكل 1.6 نطاق مقاييس الطول للأنظمة الفيزيائية. الصور من أعلى إلى أسفل هي المجرة الحلزونية M74، ناطحة سحاب دالاس وفيروس السارس.

ولتغطية مقاييس المسافة خارج نظامنا الشمسي، ابتكر علماء الفلك وحدة السنة الضوئية (غير تابعة للنظام الدولي للوحدات، لكنها مناسبة)، وهي المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ في عام:

$$1 \text{ light-year} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m.} \qquad (1.6)$$

يبعد أقرب نجم من الشمس ما يزيد عن 4 سنوات ضوئية. وتبعد مجرة المرأة المسلسلة، المجرة الشقيقة لمجرة درب التبانة، حوالي 2.5 مليون سنة ضوئية $= 2 \times 10^{22}$ m

وأخيرًا، يصل قطر العالم المرئي إلى 14 مليار سنة ضوئية $= 1.5 \times 10^{26}$ m تقريبًا. لذا، ثمة قرابة 41 قيمة أسية تمتد بين حجم البروتون الفردي وحجم الكون المرئي بأكمله.

مقاييس الكتلة

الكتلة هي مقدار المادة الموجودة في الجسم. عند التفكير في نطاق كتل الأجسام المادية، تحصل على امتداد للقيم الأسية (الشكل 1.7) أكثر إثارة من امتداد القيم الأسية للأطوال.

الذرات وأجزاؤها لها كتل بالغة الصغر. حيث تبلغ كتلة الإلكترون 9.11×10^{-31} kg فقط. وتبلغ كتلة البروتون 1.67×10^{-27} kg، أي تزيد بمعامل 2000 تقريبًا عن كتلة الإلكترون. وتبلغ كتلة ذرة الرصاص الواحدة 3.46×10^{-25} kg.

تكون كتلة الخلية الواحدة في الجسم البشري في حدود 10^{-13} kg إلى 10^{-12} kg.

حتى الذبابة لها كتلة أكبر من كتلة الخلية بأكثر من 100 مليون مرة، أي قرابة 10^{-4} kg.

كتلة السيارة في حدود 10^{3} kg وكتلة طائرة الركاب في حدود 10^{5} kg.

وعادةً تتراوح كتلة جبل ما بين 10^{12} kg و10^{14} kg. وتقدر الكتلة الإجمالية للماء الموجود في جميع محيطات الأرض بحوالي 10^{21} kg.

ويمكن تحديد كتلة الأرض بأكملها بدقة وتصل إلى 6.0×10^{24} kg وتبلغ كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg، أو تساوي 300,000 مرة كتلة الأرض تقريبًا. ويقدر عدد النجوم في مجرتنا، درب التبانة، بحوالي 200 مليار نجمة ومن ثم تبلغ كتلتها حوالي 3×10^{41} kg وأخيرًا، يحتوي الكون بأكمله على مليارات المجرات. وفقًا للافتراضات حول المادة المظلمة، وهو موضوع بحثي جارٍ العمل عليه حاليًا (انظر الوحدة 12)، فإن كتلة الكون بأكمله تبلغ 10^{51} kg تقريبًا. إلا أنه يتعين عليك معرفة أن هذا العدد مجرد تقدير وقد يتغير بمعامل يصل إلى 100.

من المثير أن بعض الأجسام ليست لها كتلة. فعلى سبيل المثال، فإن كتلة الفوتونات، "الجسيمات" التي يتكون منها الضوء، صفر.

الشكل 1.7 نطاق مقاييس الكتلة للأنظمة الفيزيائية.

مقاييس الزمن

الزمن هو المدة بين حدثين. وتتراوح مقاييس الزمن لدى البشر بين الثانية (مدة قياسية لنبضة قلب الإنسان) والقرن (متوسط العمر المتوقع لإنسان وُلد الآن). وبالمناسبة، فإن متوسط العمر المتوقع للإنسان يزداد بمعدل أسرع من ذي قبل. فخلال عصر الإمبراطورية الرومانية، قبل 2000 عام، كان عمر الإنسان المتوقع 25 عامًا فقط. وفي عام 1850، أظهرت جداول خبراء التأمين أن متوسط عمر الإنسان بلغ 39 عامًا. ووصل هذا الرقم الآن إلى 80 عامًا. ومن ثم، استغرق الأمر نحو 2000 عام لزيادة متوسط العمر المتوقع للإنسان 50%، ولكن خلال آخر 150 عامًا، تضاعف متوسط العمر المتوقع مجددًا. وربما يكون هذا هو أكثر الأدلة المباشرة على أن العلوم لها مزايا أساسية نستفيد منها جميعًا. تساهم الفيزياء في هذا التقدم بالمساعدة في تطوير أجهزة تصوير طبي وأجهزة علاجية أكثر تقدمًا، وستنتقل الأبحاث الأساسية اليوم إلى مرحلة الممارسة الإكلينيكية غدًا. إن جراحة الليزر والعلاج الإشعاعي للسرطان والتصوير بالرنين المغناطيسي والتصوير المقطعي بالانبعاث البوزيتروني ما هي إلا بضعة أمثلة على التطورات التكنولوجية التي ساعدت على زيادة متوسط العمر المتوقع.

يدرس مؤلفو هذا الكتاب في أبحاثهم تصادم الأيونات الثقيلة بسرعات نسبية تقارب سرعة الضوء. تحدث التصادمات أثناء فترات زمنية في حدود 10^{-22} s، أي أقصر من الفترات الزمنية التي يمكننا قياسها مباشرة بمليون مرة. خلال هذا المقرر، ستعرف أن المقياس الزمني لذبذبة الضوء المرئي هو 10^{-15} s، والمقياس الزمني للصوت المسموع هو 10^{-3} s.

تُعد أطول فترة زمنية يمكننا قياسها بشكلٍ غير مباشر أو استنتاجها هي عمر الكون. وتفترض الأبحاث الحالية أن هذا الرقم يبلغ 13.7 مليار سنة، ولكن ثمة نسبة عدم يقين تصل إلى 0.2 مليار سنة.

لا يمكننا ترك هذا الموضوع دون ذكر حقيقة مثيرة للاهتمام للتأمل فيها خلال الحصة الدراسية التالية. عادةً ما تستغرق الحصة 50 دقيقة في معظم المدارس. وبالمقارنة، يتألف القرن من $100 \times 365 \times 24 \times 60 \approx 50.000.000$ دقيقة. ومن ثَمّ تستغرق الحصة حوالي جزء من المليون من القرن، الأمر الذي ينتج عنه وحدة زمنية مناسبة (غير تابعة للنظام الدولي للوحدات)، الميكروقرن – مدة حصة واحدة.

1.5 الاستراتيجية العامة لحل المسائل

لا تقتصر الفيزياء على حل المسائل فحسب إلا أن حل المسائل يُشكل جزءًا كبيرًا منها. وبينما تؤدي واجباتك المنزلية قد يبدو أحيانًا أن هذا هو كل ما تقوم به، إلا أن التكرار والممارسة تمثل أجزاء مهمة من التعلم.

فلاعب كرة السلة يقضي ساعات في التدرب على أساسيات الرمية الحرة. ويؤدي تكرار الإجراء نفسه عدة مرات إلى جعل اللاعب متمكنًا في مهمته. أنت بحاجة إلى اتباع النهج نفسه في حل المسائل الرياضية والفيزيائية، يتعين عليك التدرب على الأساليب الجيدة لحل المسائل. وسيعود عليك هذا الأمر بالنفع، ليس فقط خلال بقية مقرر الفيزياء هذا أو خلال الامتحانات فحسب أو حتى خلال صفوف العلوم الأخرى التي تدرسها، لكن طوال حياتك المهنية أيضًا.

ما العوامل التي تمثل استراتيجية جيدة لحل المسائل؟ يضع كل منا نظامه المعتاد وإجراءاته المتبعة والاختصارات الخاصة به. إلا أننا نعرض هنا مخططًا عامًا من شأنه مساعدتك على البدء:

1. **فكّر** اقرأ المسألة بعناية. اسأل نفسك عن الكميات المعروفة والكميات التي قد تكون مفيدة لكنها غير معروفة والكميات المطلوبة لحل هذه المسألة. اكتب هذه الكميات ومثّلها برموزها الشائعة. وحوّلها إلى وحدات النظام الدولي، إذا لزم الأمر.

2. **ارسم** مخطط الرسم أو (الرسم التخطيطي) الفيزيائي لمساعدتك على تصور المشكلة. بالنسبة إلى العديد من أساليب التعلم، يعد التمثيل المرئي أو البياني عاملًا مهمًا، وغالبًا ما يكون ضروريًا لتحديد المتغيرات.

3. **ابحث** اكتب المبادئ أو القوانين الفيزيائية التي تنطبق على المسألة. استخدم معادلات تمثل هذه المبادئ للربط بين الكميات المعروفة وغير المعروفة. وفي بعض الحالات، ستجد مباشرة معادلة لا تتضمن إلا الكميات التي تعرفها والكمية الوحيدة التي لا تعرفها والتي من المفترض أن تحسبها، ولن تحتاج إلى شيء آخر. وغالبًا قد تضطر إلى إجراء القليل من الاستنتاج، بالجمع بين معادلتين معروفتين أو أكثر في المعادلة التي تحتاج إليها. إلا أن هذا الأمر يقتضي بعض الخبرة، أكثر من أي خطوات أخرى مذكورة هنا. بالنسبة إلى المبتدئ، قد تبدو مهمة استنتاج معادلة جديدة أمرًا شاقًا، إلا أن أداءك سيتحسن كلما تدربت أكثر.

4. **بسّط** لا تقم بالتعويض بالأعداد في معادلتك الآن! لكن بسّط النتيجة جبريًا قدر الإمكان. على سبيل المثال، إذا كانت النتيجة في صورة كنسبة، فاشطب العاملات المشتركة في البسط والمقام. وهذه الخطوة مفيدة خاصة إذا كنت بحاجة إلى حساب أكثر من كمية.

5. **احسب** ضع الأرقام مع الوحدات في المعادلة واستكمل العمل بالآلة الحاسبة. عادةً، ستحصل على الإجابة في صورة عدد ووحدة فيزيائية.

6. **قرّب** حدّد عدد الأرقام المعنوية التي تريدها في النتيجة. كقاعدة عملية، ينبغي تقريب النتيجة الناتجة عن الضرب أو القسمة إلى عدد الأرقام المعنوية نفسه الموجود في الكمية التي بها أقل عدد من الأرقام المعنوية. ينبغي ألا تقرّب في الخطوات الوسطى، حيث إن التقريب في البدايات

قد يمنحك حلًا خاطئًا.

7. **تحقّق ثانية** ارجع إلى البداية وتمعن النتيجة. احكم بنفسك على ما إذا كانت الإجابة (كل من الرقم والوحدات) تبدو منطقية أم لا. يمكنك دومًا تجنب تسليم حل خاطئ بإجراء هذه المراجعة النهائية. أحيانًا تكون وحدات إجابتك خاطئة، وتعرف أنك قد ارتكبت خطأً ما بلا شك. وفي أحيان أخرى، تكون القيمة الأسية خاطئة تمامًا. على سبيل المثال، إذا كانت مهمتك هي حساب كتلة الشمس (سنقوم بذلك لاحقًا في هذا الكتاب)، وكانت إجابتك تقارب 10^6 kg (فقط بضعة آلاف من الأطنان)، فستتأكد أنك قد ارتكبت خطأً في خطوة ما.

فلنطبق هذه الاستراتيجية في المثال التالي.

مسألة محلولة 1.1 حجم الأسطوانة

المسألة

يتم تخزين المخلفات النووية في مختبر فيزيائي في أسطوانة ارتفاعها $4\frac{13}{16}$ بوصات ومحيطها $8\frac{3}{16}$ بوصات. فما حجم هذه الأسطوانة، مقيسًا بالوحدات المترية؟

الحل

لممارسة مهارات حل المسائل، سنقوم بكل خطوة من خطوات الاستراتيجية الموضحة أعلاه.

فكّر من السؤال، يتضح لنا أن ارتفاع الأسطوانة، عندما يتحول إلى سنتيمترات، يكون

$$h = 4\tfrac{13}{16}\text{ in} = 4.8125\text{ in}$$
$$= (4.8125\text{ in})\cdot(2.54\text{ cm/in})$$
$$= 12.22375\text{ cm}.$$

وكذلك، يكون محيط الأسطوانة

$$c = 8\tfrac{3}{16}\text{ in} = 8.1875\text{ in}$$
$$= (8.1875\text{ in})\cdot(2.54\text{ cm/in})$$
$$= 20.79625\text{ cm}.$$

وعلى الرغم من أنه من الواضح أن عدد الأرقام المعنوية في القيم المحولة إلى وحدات النظام الدولي لكل من h وc مرتفعة للغاية، فإننا نحتفظ بهما للعمليات الحسابية الوسطى، ونقرب إجابتنا النهائية إلى عدد الأرقام المعنوية المناسب.

ارسم بعد ذلك، نرسم مخططًا يشبه الشكل 1.8. لاحظ أن الكميات المعطاة موضحة بتمثيلاتها الرمزية، وليس بقيمها العددية. ويُمثّل المحيط بالدائرة الأسمك (وفي الواقع هي بيضاوية في هذا التخطيط).

ابحث يتعين علينا الآن إيجاد حجم الأسطوانة بدلالة ارتفاعها ومحيطها. إلا أن هذه العلاقة ليست مدرجة عادةً في مجموعات القوانين الهندسية. لكن، حجم الأسطوانة هو حاصل ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع:

$$V = \pi r^2 h.$$

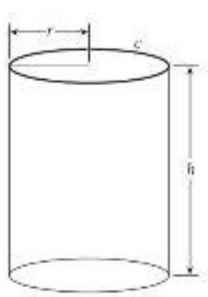
بمجرد أن نجد طريقة للربط بين نصف القطر والمحيط، سنصل إلى الصيغة التي نريدها. المساحتان العلوية والسفلية للأسطوانة عبارة عن دائرتين، وبالنسبة إلى الدائرة، نعرف أن

$$c = 2\pi r.$$

بسط تذكر: أننا لم نعوّض بالأرقام حتى الآن! لتبسيط مهمتنا العددية، يمكننا حل المعادلة الثانية لإيجاد r وكتابة هذه النتيجة في المعادلة الأولى:

$$c = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{c}{2\pi}$$
$$V = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{c}{2\pi}\right)^2 h = \frac{c^2 h}{4\pi}.$$

— يتبع



الشكل 1.8 رسم لأسطوانة قائمة.

احسب حان وقت استخدام الآلة الحاسبة والتعويض بالأرقام:

$$V = \frac{c^2 h}{4\pi} = \frac{(20.79625\ \text{cm})^2 \cdot (12.22375\ \text{cm})}{4\pi} = 420.69239\ \text{cm}^3.$$

قرّب إن النتيجة التي تقدمها الآلة الحاسبة جعلت نتيجتنا تبدو أكثر دقة من النتيجة التي يمكننا التوصل إليها في الواقع. نحتاج إلى التقريب. نظرًا لأ ن أقل كمية بها ثلاثة أرقام معنوية فقط، يجب تقريب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية. إجابتنا النهائية هي $V \sim 421.\ \text{cm}^3$.

تحقّق ثانية تتمثل خطوتنا الأخيرة في التحقق من أن الإجابة منطقية. أولًا، نفكر في الوحدة التي حصلنا عليها في النتيجة. السنتيمتر المكعب هو وحدة للحجم. لذا فإن نتيجتنا نجحت في أول اختبار لها. والآن دعونا نفكر في مقدار النتيجة. قد تُدرك أن ارتفاع الأسطوانة ومحيطها المذكورين قريبان من أبعاد علبة المياه الغازية. إذا تأملت علبة مشروبك الغازي المفضل، فسترى أنه مدون عليها أن محتواها 12 أوقية من السوائل كما ستمنحك معلومات تفيد بأن هذا يعادل 355 mL. ونظرًا لأن $1\ \text{mL} = 1\ \text{cm}^3$، فإن إجابتنا قريبة من الناحية المنطقية من حجم علبة المياه الغازية. ليكن في اعتبارك أن هذا لا يعني أن حساباتنا صحيحة، إلا أنه يوضح أننا لسنا على الطريق الخطأ.

لنفترض أن الباحثين قرروا أن هذه العلبة الأسطوانية ليست كبيرة بما يكفي لاستيعاب النفايات في المختبر واستبدلوها بحاوية أسطوانية أكبر ارتفاعها 44.6 cm ومحيطها 62.5 cm. إذا أردنا حساب حجم هذه الأسطوانة البديلة، فلن نضطر إلى إعادة جميع خطوات المسألة المحلولة 1.1 مجددًا. لكن يمكننا الانتقال مباشرة إلى الصيغة الجبرية التي اشتققناها في الخطوة بسّط والتعويض بالبيانات الجديدة فيها، وسنتوصل إلى أن الحجم هو $13{,}900\ \text{cm}^3$ عند تقريبه إلى ثلاثة أرقام معنوية. يوضح هذا المثال قيمة الانتظار للتعويض بالأعداد حتى استكمال عملية التبسيط الجبري.

في المسألة المحلولة 1.1، يمكنك ملاحظة أننا اتبعنا الخطوات السبع الموضحة في الاستراتيجية العامة. من المفيد للغاية أن تدرب عقلك على اتباع إجراء معين في التعامل مع جميع أنواع المسائل. هذا لا يتعارض مع اتباع الروتين نفسه كلما سددت رمية حرة في كرة السلة، حيث يساعدك التكرار المستمر على تكوين الذاكرة العضلية اللازمة لتحقيق النجاح المستمر، حتى عندما تكون المباراة على المحك.

ربما الأمر الأكثر أهمية هو أن مقرر الفيزياء التمهيدي يجب أن يمكّنك من تطوير أساليب للتوصل إلى حلول لمجموعة متنوعة من المسائل، مما يقضي على الحاجة إلى قبول إجابات "قاطعة" دون نقد. تعتبر الطريقة التي استخدمناها في المسألة المحلولة 1.1 مفيدة للغاية، وستتدرب عليها مرارًا وتكرارًا في هذا الكتاب. لكن لتوضيح نقطة بسيطة، في المسألة التي لا تتطلب اتباع جميع الخطوات المستخدمة في المسألة المحلولة، سنستخدم مثالًا توضيحيًا أحيانًا.

المثال 1.2 حجم برميل النفط

المسألة

يبلغ حجم برميل النفط 159 L. ونحتاج إلى تصميم حاوية أسطوانية تستوعب هذه الكمية من النفط. ويجب أن يكون ارتفاع الحاوية 1.00 m حتى يتسنى حملها على ناقلة الحاويات. ما المحيط المطلوب للحاوية الأسطوانية؟

الحل

عند البدء بالمعادلة التي اشتققناها في الخطوة بسّط في المسألة المحلولة 1.1، يمكننا الربط بين محيط الحاوية c وارتفاعها h وحجمها V:

$$V = \frac{c^2 h}{4\pi}.$$

عند إيجاد المحيط، نتوصل إلى

$$c = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}}.$$

يكون الحجم بوحدات النظام الدولي

$$V = 159\ \text{L}\frac{1000\ \text{mL}}{\text{L}}\frac{1\ \text{cm}^3}{1\ \text{mL}}\frac{1\ \text{m}^3}{10^6\ \text{cm}^3} = 0.159\ \text{m}^3.$$

ومن ثمّ يكون المحيط المطلوب

$$c = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}} = \sqrt{\frac{4\pi\,(0.159\ \text{m}^3)}{1.00\ \text{m}}} = 1.41\ \text{m}$$

كما عرفت بالفعل من المسألة والمثال السابقَين، تعد المعرفة الجيدة بالجبر أمرًا ضروريًا للنجاح في منهج الفيزياء التمهيدي. بالنسبة إلى المهندسين والعلماء، تشترط معظم الجامعات والكليات الإلمام بحساب التفاضل والتكامل كذلك، لكن في الكثير من المدارس، يمكن تدريس مقرر الفيزياء التمهيدي وحساب التفاضل والتكامل في الوقت نفسه. لا تتضمن هذه الوحدة الأولى أي حساب تفاضل وتكامل، وستستعرض الوحدات التالية مفاهيم حساب التفاضل والتكامل ذات الصلة حسب الحاجة. إلا أن ثمة مجالًا آخر من الرياضيات يُستخدم على نطاق واسع في الفيزياء التمهيدية وهو: حساب المثلثات. تستخدم جميع وحدات هذا الكتاب تقريبًا المثلثات قائمة الزاوية بطريقة ما. لذلك، من الجيد مراجعة قوانين الجيب وجيب التمام وما شابه، إضافة إلى نظرية فيثاغورس التي لا غنى عنها. فلنلق نظرة على مسألة محلولة أخرى تستعين بمفاهيم حساب المثلثات.

مسألة محلولة 1.2 منظر من أعلى برج ويليس

المسألة

من الواضح أن المرء يمكنه الرؤية لمسافة أبعد من البرج عنها من مستوى الأرض؛ فكلما زاد ارتفاع البرج، كانت مسافة الرؤية أبعد. يتضمن برج ويليس (كان يعرف مسبقًا باسم برج سيرز) في شيكاغو منصة مراقبة، تعلو عن الأرض مسافة 412 m. إلى أي مدى يمكن للشخص رؤية بحيرة ميشيغان من منصة المراقبة هذه في ظل الظروف المناخية المثالية؟ (لنفترض أن مستوى العين يعلو مستوى البحيرة مسافة 413 m.)

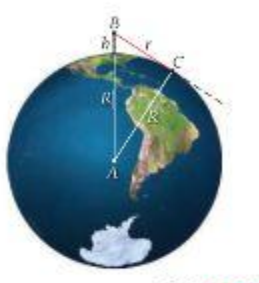
الحل

فكّر كما أكدنا مسبقًا، هذه هي أهم خطوة في عملية حل المسألة. فالقليل من التحضير في هذه المرحلة يمكن أن يوفر الكثير من العمل في مرحلة لاحقة. تم تحديد ظروف مناخية مثالية، ومن ثمّ لا يوجد ضباب أو غيوم تحجب الرؤية. ما العوامل الأخرى التي من شأنها تحديد نطاق رؤيتك؟ إذا كان الهواء نقيًا، فيمكن للمرء رؤية جبال بعيدة جدًا. لماذا الجبال تحديدًا؟ لأنها شاهقة الارتفاع. لكن الأراضي المحيطة بشيكاغو مسطحة. ما العوامل التي يمكنها الحد من نطاق الرؤية إذًا؟ في الواقع لا شيء؛ يمكن للمرء رؤية كل شيء في الأفق. وما العامل الذي يحدد مدى الأفق؟ إنه درجة انحناء الأرض. فلنرسم ذلك لتوضيح الأمر أكثر.

ارسم ليس من الضروري أن يكون الرسم مفصلًا، لكن يجب أن يعرض نسخة مبسطة من برج ويليس على سطح الأرض. وليس من الضروري أن يكون الرسم بمقياس، لكننا نرجح المبالغة في ارتفاع البرج بالنسبة إلى حجم الأرض. انظر الشكل 1.9.

يتضح من هذا الرسم أن أبعد نقطة (النقطة C) يمكن للمرء رؤيتها من أعلى برج ويليس (النقطة B) هي حيث يلامس خط الرؤية سطح الأرض مماسيًا. بينما أي نقطة على سطح الأرض بعيدة عن برج ويليس محجوبة عن الرؤية (أسفل الخط المتقطع). يُشار إلى نطاق الرؤية بالمسافة r بين نقطة السطح C ومنصة المشاهدة (النقطة B) أعلى البرج، على ارتفاع h. يتضمن الرسم كذلك خطًا من مركز الأرض (النقطة A) حتى قاعدة برج ويليس. طول الخط هو R، وهو نصف قطر الأرض. ويُرسم خط آخر بالطول نفسه، R، إلى نقطة تلامس خط الرؤية مع سطح الأرض مماسيًا.

– يتبع



الشكل 1.9 المسافة من قمة برج ويليس (B) إلى الأفق (C).

ابحث كما ترى من الرسم، سيشكل الخط المرسوم من مركز الأرض إلى نقطة تلامس خط الرؤية مع السطح (A إلى C) زاوية قائمة مع خط الرؤية (B إلى C)؛ بمعنى أن النقاط الثلاث A وB وC تُشكل زوايا مثلث قائم. هذه هي الفكرة الأساسية، التي تُمكننا من استخدام حساب المثلثات ونظرية فيثاغورس للتوصل إلى حل لهذه المسألة. بفحص الرسم في الشكل 1.10، نجد أن

$$r^2 + R^2 = (R + h)^2.$$

بسّط تذكر أننا نريد إيجاد المسافة إلى الأفق، التي رمزنا إليها بالرمز r في المعادلة السابقة. بعزل هذا المتغير في أحد طرفي المعادلة، نحصل على

$$r^2 = (R + h)^2 - R^2.$$

الآن، يمكننا تبسيط المربع والحصول على

$$r^2 = R^2 + 2hR + h^2 - R^2 = 2hR + h^2.$$

أخيرًا، نحسب الجذر التربيعي ونحصل على الإجابة الجبرية النهائية،

$$r = \sqrt{2hR + h^2}.$$

احسب نحن الآن جاهزون للتعويض بالأرقام. القيمة المقبولة لنصف قطر الأرض هي $R = 6.37 \times 10^6$ m، وتم ذكر أن $h = 413$ m $= 4.13 \times 10^2$ m في المسألة. ومن ثمّ نحصل على

$$r = \sqrt{2(4.13 \times 10^2 \text{ m})(6.37 \times 10^6 \text{ m}) + (4.13 \times 10^2 \text{ m})^2} = 7.25382 \times 10^4 \text{ m}.$$

قرّب تم ذكر نصف قطر الأرض مقربًا إلى ثلاثة أرقام، وكذلك ارتفاع مستوى عين المشاهد. لذا نقرب إلى ثلاثة أرقام وتكون إجابتنا النهائية هي

$$r = 7.25 \times 10^4 \text{ m} = 72.5 \text{ km}.$$

تحقّق ثانية احرص دومًا على التحقق من الوحدات أولًا. نظرًا لأن السؤال المطروح في المسألة هو "إلى أي مدى"، فيجب أن تكون الإجابة مسافة، والتي يكون بُعدها الطول ومن ثم تكون الوحدة الأساسية هي المتر. اجتازت إجابتنا هذا الاختبار الأول. ماذا عن مقدار الإجابة؟ نظرًا لأن ارتفاع برج ويليس يبلغ 0.5 كيلومتر، فإننا نتوقع ألا يقل نطاق الرؤية عن عدة كيلومترات؛ ومن ثمّ فإن الإجابة بنطاق متعدد الكيلومترات يبدو أمرًا منطقيًا. يزيد عرض بحيرة ميشيغان عن 80 km قليلًا. إذا نظرت باتجاه الشرق من شيكاغو، إذا تدل إجابتنا على أنه لا يمكنك رؤية شاطئ بحيرة ميشيغان إذا وقفت أعلى برج ويليس. توضح التجارب أن هذا أمر صحيح، مما يمنحنا مزيدًا من الثقة في إجابتنا.

مراجعة المفاهيم 1.4

يوجد بحّاران على قمة ساريي سفينتيهما في المحيط المفتوح. وارتفاع ساري السفينة A ضعف ارتفاع ساري السفينة B. ما مقدار المسافة التي يمكن للبحار A رؤيتها أبعد من البحار B؟

a) المسافتان متساويتان

b) مسافة أبعد من 40٪ بقليل

c) ضعف البُعد

d) ما يقرب ثلاثة أضعاف البُعد

e) أربعة أضعاف البُعد

إرشادات حل المسائل: النهايات

في المسألة المحلولة 1.2، أوجدنا صيغة مناسبة، $r = \sqrt{2hR + h^2}$ بشأن نطاق الرؤية الذي يمكن للمرء رؤيته على سطح الأرض من ارتفاع h، حيث R نصف قطر الأرض. ثمة اختبار آخر يمكننا إجراؤه للتحقق من صحة هذه الصيغة، لكننا لم نُدرجه في خطوة تحقق ثانية، لأنه يستحق أن يُدرس على حدة. وهذا الأسلوب العام لحل المسائل هو دراسة نهايات المعادلة.

ما المقصود "بدراسة النهايات"؟ بالنسبة إلى المسألة المحلولة 1.2، يعني أنه بدلًا من مجرد إدخال الرقم المعطى لقيمة h في الصيغة وحساب الحل، فإنه يمكننا الرجوع والتفكير في ما يمكن أن يحدث للمسافة r التي يمكن للشخص رؤيتها إذا أصبحت قيمة h كبيرة للغاية أو صغيرة للغاية. من الواضح أن أقل ما يمكن أن نصل إليه قيمة h هو الصفر. في هذه الحالة، ستقترب قيمة r كذلك من الصفر. هذا متوقع بالطبع، لأنه إذا كان مستوى عينيك عند مستوى الأرض، فلن يمكنك الرؤية لمسافة بعيدة. على الجانب الآخر، يمكننا أن نفكر في ما قد يحدث إذا أصبحت قيمة h كبيرة مقارنةً بنصف قطر الأرض (انظر الشكل 1.10). (بالطبع من المستحيل بناء برج بهذا الطول لكن يمكن أن يمثل h ارتفاع قمر صناعي عن سطح الأرض). في هذه الحالة، نتوقع أن يصبح مدى الرؤية في النهاية هو الارتفاع h. تؤكد الصيغة التي نستخدمها هذا التوقع، نظرًا لأنه عندما تصبح قيمة h كبيرة مقارنةً بقيمة R، يمكن تجاهل الحد الأول في الجذر التربيعي ثم نوجد $\lim_{h \to \infty} \sqrt{2hR - h^2} = h$

الشكل 1.10 مدى الرؤية عند نهاية h كبيرة جدًا.

ما قمنا بتوضيحه بهذا المثال هو توجيهات عامة: إذا كنت تشتق صيغة، فيمكنك التحقق من صحتها من خلال التعويض بالقيم القصوى للمتغيرات في الصيغة والتحقق مما إذا كانت هذه النهايات تتوافق مع المنطق أم لا. غالبًا ما يتم تبسيط الصيغة بدرجة كبيرة عند النهاية. وإذا كان سلوك النهاية للصيغة صحيحًا، فلا يعني هذا بالضرورة أن الصيغة نفسها صحيحة، لكن ذلك يمنحك مزيدًا من الثقة في صحتها.

إرشادات حل المسائل: النسب

ثمة فئة أخرى شائعة جدًا من مسائل الفيزياء تسأل ماذا يحدث لكمية تعتمد على متغير معين إذا تغير هذا المتغير بعامل معروف. تقدم هذه المسائل رؤية ممتازة للمفاهيم الفيزيائية ولا تستغرق وقتًا لحلها. وهذا صحيح بشكل عام، *إذا* تحقق شرطان وهما: أولًا، يتعين عليك معرفة القانون الذي تستخدمه؛ ثانيًا، يتعين عليك معرفة كيفية حل هذه الفئة العامة من المسائل. ولكن هذا شرط كبير، حيث ستمدك الدراسة بالقوانين الصحيحة، لكنك ستحتاج إلى اكتساب مهارة حل المسائل من هذا النوع العام.

إليك الخدعة: دوّن القانون الذي يربط الكمية التابعة بالمتغير. اكتبه مرتين، مرة مع وضع الدليل 1 للكمية التابعة والمتغيرات ومرة مع وضع الدليل 2 لهما. ثم كوّن نسبًا للكميات الموضوع لها الدليل من خلال قسمة الأطراف اليمنى والأطراف اليسرى للمعادلتين. ثم، أدخل معامل تغير المتغير (المعبر عنه كنسبة) وأجر العملية الحسابية لإيجاد معامل تغيير الكمية التابعة (يُعبر عنه كنسبة أيضًا).

إليك مثال يوضح هذه الطريقة.

مثال 1.3 التغير في الحجم

المسألة

إذا ازداد نصف قطر أسطوانة بمعامل 2.73، فما معامل تغير الحجم؟ مع افتراض أن ارتفاع الأسطوانة سيظل كما هو.

الحل

القانون الذي يربط بين حجم الأسطوانة، V، ونصف قطرها r، هو

$$V = \pi r^2 h.$$

من صياغة المسألة، نعلم أن V هو الكمية التابعة وr هو المتغير الذي تعتمد عليه. كما يظهر ارتفاع الأسطوانة، h، في المعادلة لكنه يظل ثابتًا، وفقًا لنص المسألة.

باتباع التوجيهات العامة لحل المسألة، نكتب المعادلة مرتين، مرة بالدليل 1 ومرة أخرى بالدليل 2:

$$V_1 = \pi r_1^2 h$$

$$V_2 = \pi r_2^2 h.$$

والآن بقسمة المعادلة الثانية على الأولى، نحصل على

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r_2^2 h}{\pi r_1^2 h} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2.$$

كما ترى، لم يتم وضع دليل لـ h لأنه يظل ثابتًا في هذه المسألة؛ ويتم شطبه في القسمة.

تنص المسألة على أن التغير في نصف القطر يحدد من خلال:

$$r_2 = 2.73 r_1$$

بالتعويض عن r_2 في النسبة، نحصل على:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{2.73 r_1}{r_1}\right)^2 = 2.73^2 = 7.4529$$

أو

$$V_2 = 7.45 V_1$$

حيث قمنا بتقريب الحل إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية مثل الكمية المعطاة في المسألة. لذا تكون الإجابة أن حجم الأسطوانة يزداد بمعامل قدره 7.45 عند زيادة نصف قطرها بمعامل قدره 2.73.

إرشادات حل المسائل: التقدير

أحيانًا لا تحتاج إلى حل مسألة فيزيائية بصورة دقيقة. عندما يكون المطلوب هو التقدير فقط، تكون معرفة القيمة الأسية لكمية ما أمرًا كافيًا. على سبيل المثال، الإجابة 1.24×10^{20} km لا تختلف كثيرًا عن 1×10^{20} km في معظم الأحوال. في مثل هذه الحالات، يمكنك تقريب كل الأعداد في المسألة إلى أقرب قوى 10 وإجراء العمليات الحسابية اللازمة. على سبيل المثال، العملية الحسابية في المثال المحلول 1.1 تُختزل إلى

$$\frac{(20.8\ \text{cm})^2 \cdot (12.2\ \text{cm})}{4\pi} \approx \frac{(2 \times 10^1\ \text{cm})^2 \cdot (10\ \text{cm})}{10} = \frac{4 \times 10^3\ \text{cm}^3}{10} = 400\ \text{cm}^3$$

وهو ناتج قريب إلى حدٍ ما من إجابتنا $420.\ \text{cm}^3$. حتى الإجابة $100\ \text{cm}^3$ (بتقريب 20.8 cm إلى 10 cm) تكون قيمتها الأسية صحيحة بالنسبة إلى الحجم. لاحظ أنه بإمكانك في الغالب تقريب العدد π إلى 3 أو تقريب π^2 إلى 10 مع التدريب، يمكنك اكتشاف المزيد من حيل التقريب مثل تلك الأفكار التي يمكنها جعل التقديرات أبسط وأسرع.

اشتهر أسلوب الحصول على نتائج مفيدة عبر التقدير الدقيق على يد عالم الفيزياء إنريكو فيرمي (1901-1954) في القرن العشرين، والذي قدّر الطاقة المنطلقة من انفجار ترينيتي النووي في 16 يوليو 1945، بالقرب من سوروكو، نيو ميكسيكو، من خلال ملاحظة المسافة التي قطعتها قطعة من الورق بفعل الرياح الصادرة عن الانفجار. توجد فئة من مسائل التقدير يُطلق عليها *مسائل فيرمي* تعطي نتائج مثيرة عند وضع افتراضات معقولة عن الكميات غير المعروفة بشكل دقيق.

تعتبر التقديرات مفيدة لاكتساب فكرة عامة عن المسألة قبل الانتقال إلى طرق أكثر تعقيدًا لحساب الإجابة الدقيقة. على سبيل المثال، يمكن لشخص تقدير أعداد سندويتشات التاكو التي يأكلها الأشخاص وعدد محلات التاكو في مدينة ما قبل الاستثمار في خطة عمل تجاري كاملة لإنشاء محل تاكو. لممارسة مهارات التقدير، دعنا نقدر كمية ثاني أكسيد الكربون التي تُضاف إلى الغلاف الجوي للأرض سنويًا عن طريق تنفس البشر.

مثال 1.4 إنتاج غازات الدفيئة

المسألة

يتزايد تركيز غازات الدفيئة، ومنها ثاني أكسيد الكربون (CO_2)، في الغلاف الجوي للأرض. قدر كمية CO_2 التي تُضاف إلى الغلاف الجوي كل سنة من تنفس البشر.

الحل

حيث إن المطلوب منا إجراء تقدير، فعلينا التوصل إلى القيمة الأسية للكمية. ولا يمثل الرقم الدقيق أهمية كبيرة. فلنبدأ بكمية CO_2 في النفس الواحد، ونقدّر عدد الأنفاس التي يتنفسها كل منا في السنة، ثم نضرب في عدد الأشخاص على الكوكب.

عندما نتنفس، فإننا نستنشق هواء هو مزيج من 21% من الأكسجين و78% من النيتروجين (بالإضافة إلى مقدار ضئيل من غازات أخرى). وفي الزفير، نُطلق هواء يحتوي على 16% من الأكسجين و5% من CO_2 تقريبًا. على الرغم من أن سعة الرئة تتراوح بين 3 L و 5 L، فإننا نستخدم ما يقرب من 10% فقط من هذه السعة في التنفس العادي. لذا، فلنقل إن نفسًا واحدًا من الهواء يساوي 0.4 L تقريبًا. إذًا، 5% من 0.4 L يساوي 2×10^{-2} L. قد تتذكر من مادة العلوم في المرحلة الثانوية أن 22.4 L من الغاز يحتوي على مول واحد، وأن المول الواحد من CO_2 كتلته 44 g = 12 g + 2 x 16 g. هذا يعني أن النفس الواحد يُنتج

$$m_1 = \frac{(2 \times 10^{-2}\ \text{L})(44\ \text{g})}{22.4\ \text{L}} \approx 4 \times 10^{-2}\ \text{g}$$

من CO_2.

نتنفس الهواء مرة واحدة كل 4 ثوانٍ تقريبًا. (يمكنك استخدام ساعة توقيت لتقتنع بصحة ذلك، أو يمكنك إحصاء الأنفاس التي نلتقطها في الدقيقة الواحدة). هذا يعني أننا نتنفس 1000 مرة تقريبًا في الساعة الواحدة، وحيث إن السنة تحتوي على 10,000 ساعة تقريبًا، فإننا نتنفس $N = 10^7$ أنفاس في السنة.

والآن، يمكننا تجميع كل ما سبق معًا والتوصل إلى التقدير. ينتج البشر (7 مليارات، أو 7×10^9 أشخاص تقريبًا) ما يقرب من

$$M = N m_1 N_{\text{أشخاص}} = 10^7 (4 \times 10^{-2}\ \text{g})(7 \times 10^9) \approx 3 \times 10^{15}\ \text{g} = 3 \times 10^{12}\ \text{kg}$$

من CO_2.

مراجعة المفاهيم 1.5

قدّر عدد لترات الجازولين التي يستهلكها الذاهبون إلى العمل بالسيارات يوميًا في الولايات المتحدة.

a) 37,584 لتر
b) 378,541 لتر
c) 3,785,411,784 لتر
d) 37,854,118 لتر
e) 378,541,178 لتر

بمعنى آخر، يشير تقديرنا إلى أن البشر يضيفون 3 مليارات طن متري تقريبًا من CO_2 إلى الغلاف الجوي للأرض كل سنة عن طريق التنفس فقط. تذكر أن هذا مجرد تقدير؛ فلا يمكننا التحقق من الجزء العشري ولكننا نثق بدرجة معقولة في الأس. ستكون إجابتنا بالتأكيد هي مليارات الأطنان، لكن لا يمكننا التأكد ما إذا كانت مليارًا واحدًا أم 3 مليارات.

للمقارنة، تشير القياسات إلى أن كمية CO_2 في الغلاف الجوي تزيد بمقدار 15 مليار طن متري تقريبًا في السنة. هذه الكمية أكبر بكثير من تقديرنا، ولكن يعود ذلك في الأساس إلى حرق الوقود الأحفوري.

1.6 المتجهات

المتجهات هي أوصاف رياضية لكميات لها مقدار واتجاه. ومقدار المتجه هو عدد موجب دائمًا. وغالبًا ما يكون مصحوبًا بوحدة فيزيائية. تمثل العديد من الكميات المتجهة أهمية في الفيزياء وفي كل العلوم. لذا قبل بدء دراسة الفيزياء، يجب أن نتعرف على المتجهات وبعض عمليات المتجهات الأساسية.

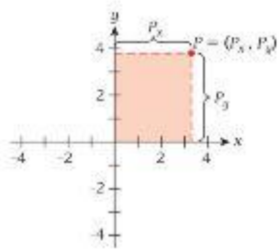
المتجهات لها نقطة بدء ونقطة نهاية. على سبيل المثال، فكّر في رحلة طيران من سياتل إلى نيويورك. لتمثيل التغير في موضع الطائرة، يمكننا رسم سهم من نقطة إقلاع الطائرة إلى وجهتها (الشكل 1.11). (مسارات الطيران الحقيقية ليست خطوطًا مستقيمة تمامًا نظرًا لحقيقة كون الأرض كروية ونظرًا لوجود قيود على المجال الجوي ولوائح حركة المرور الجوي، ولكن يعتبر الخط المستقيم تقريبًا معقولًا يفي بغرضنا). يمثل هذا السهم متجه *الإزاحة*، والذي يتجه دومًا من مكانٍ ما إلى مكانٍ آخر. ولأي كمية متجهة مقدار واتجاه، فإذا كان المتجه يمثل كمية فيزيائية، مثل الإزاحة، فستكون لها وحدة فيزيائية أيضًا. يُطلق على الكمية التي يمكن تمثيلها دون ذكر اتجاه **كمية قياسية**. والكمية القياسية لها مقدار فقط ويمكن أن تكون لها وحدة فيزيائية. ويعد الزمن ودرجة الحرارة من أمثلة الكميات القياسية.

يرمز هذا الكتاب إلى الكمية المتجهة بحرف فوقه سهم أفقي صغير يشير إلى اليمين. على سبيل المثال عند رسم رحلة من سياتل إلى نيويورك (الشكل 1.11)، يتم تمثيل متجه الإزاحة بالرمز $\vec{C}$. ستتعلم في بقية هذا القسم كيفية التعامل مع المتجهات، كيفية جمعها وطرحها وكيفية ضربها. لإجراء هذه العمليات، من المفيد للغاية التعرّف على النظام الإحداثي الذي يتم تمثيل المتجهات فيه.

النظام الإحداثي الديكارتي

يُعرف **النظام الإحداثي الديكارتي** بأنه مجموعة من محورين أو أكثر بين كل محورين زاوية $90°$ ويُقال إن هذه المحاور متعامدة على بعضها. في الفضاء ثنائي الأبعاد، يُطلق على محوري الإحداثيات عادة x وy. ويمكننا تحديد أي نقطة P بشكلٍ فريد في الفضاء ثنائي الأبعاد من خلال تحديد إحداثياتها P_x وP_y على طول محوري الإحداثيات، كما هو موضح في الشكل 1.12. وسنستخدم الرمز (P_x, P_y) لتحديد نقطة ما بدلالة إحداثياتها. في الشكل 1.12، يكون موضع النقطة P مثلًا هو $(3.3, 3.8)$، لأن قيمة الإحداثي x لها هي 3.3 وقيمة الإحداثي y لها هي 3.8 لا حظ أن كل إحداثي هو عدد ويمكن أن تكون قيمته موجبة أو سالبة أو صفرًا.

الشكل 1.11 مسار رحلة طيران من سياتل إلى نيويورك كمثال على متجه.

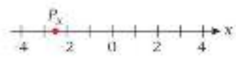


الشكل 1.12 تمثيل النقطة P في فضاء ثنائي الأبعاد بدلالة إحداثياتها الديكارتية.

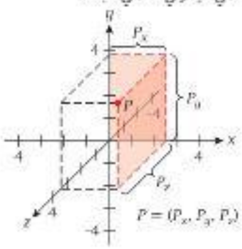
كما يمكننا أيضًا تحديد نظام إحداثي أحادي البعد، والذي تقع أي نقطة فيه على خط مستقيم واحد، يُطلق عليه عادة المحور x. ويتم تحديد أي نقطة في هذا الفضاء أحادي البعد على نحوٍ فريد بتحديد رقم واحد، وهي قيمة الإحداثي x، والتي قد تكون أيضًا قيمة سالبة أو صفرًا أو موجبة (الشكل 1.13). قيمة الإحداثي x للنقطة P في الشكل 1.13 هي $P_x = -2.5$

من الواضح أنه من السهل رسم الأنظمة الإحداثية أحادية البعد وثنائية الأبعاد، نظرًا لأن سطح الورقة له بعدان. في النظام الإحداثي ثلاثي الأبعاد، يكون محور الإحداثي الثالث متعامدًا على الاثنين الآخرين؛ لذا، ليتم تمثيله بدقة، يجب أن يمتد في خط مستقيم خارج مستوى الصفحة. لرسم نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد، يجب علينا الاعتماد على قواعد تستخدم أساليب الرسومات المنظورية. فنمثل المحور الثالث بخط يُكوِّن زاوية 45° مع المحورين الآخرين (الشكل 1.14).

في الفضاء ثلاثي الأبعاد، علينا تحديد ثلاثة أرقام لتحديد إحداثيات نقطة بشكلٍ فريد. ونستخدم الرمز $P=(P_x, P_y, P_z)$ لتحقيق هذا الهدف. ويمكن إنشاء الأنظمة الإحداثية الديكارتية بأكثر من ثلاثة محاور متعامدة، بالرغم من أنه من المستحيل تصور ذلك. يتم عادةً إنشاء نظريات الأوتار الحديثة، على سبيل المثال، في فضاء من 10 أبعاد. لكن لأغراض هذا الكتاب ولجميع جوانب الفيزياء تقريبًا، تكون الثلاثة أبعاد كافية. وفي الحقيقة، في معظم التطبيقات، يمكن تحقيق الفهم الرياضي والفيزيائي الأساسي من التمثيلات ثنائية الأبعاد.



الشكل 1.13 تمثيل النقطة P في نظام إحداثي ديكارتي أحادي البعد.



الشكل 1.14 تمثيل النقطة P في فضاء ثلاثي الأبعاد بدلالة إحداثياتها الديكارتية.

التمثيل الديكارتي للمتجهات

رسّخ مثال الرحلة بالطائرة من سياتل إلى نيويورك فكرة أن المتجهات تتميز بنقطتين: بداية ونهاية، يتم تمثيلهما بذيل ورأس السهم على التوالي. باستخدام التمثيل الديكارتي للنقاط، يمكننا تعريف التمثيل الديكارتي لمتجه الإزاحة على أنه الفرق بين إحداثيات نقطة النهاية ونقطة البداية. نظرًا لأن الفرق بين نقطتي المتجه هو ما يهم، يمكننا تبديل موضع المتجه في الفضاء كيف نشاء. ما دمنا لم نغير طول السهم أو اتجاهه، يظل المتجه كما هو من الناحية الرياضية. أمعن النظر في المتجهين الموضحين في الشكل 1.15.

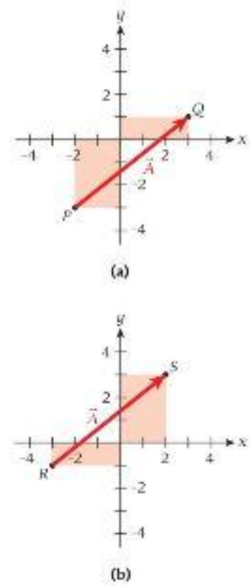
يوضح الشكل 1.15a متجه الإزاحة $\vec{A}$ الذي يتجه من النقطة $P=(-2, -3)$ إلى النقطة $Q=(3, 1)$. من خلال الرمز المذكور للتو، تكون **مركّبتا** $\vec{A}$ هما إحداثيات النقطة Q مطروحًا منها إحداثيات النقطة P ($\vec{A} = (3-(-2), 1-(-3)) = (5, 4)$). يوضح الشكل 1.15b متجهًا آخر من النقطة $R=(-3, -1)$ إلى النقطة $S=(2, 3)$. الفرق بين هذين الإحداثيين هو $(2-(-3), 3-(-1)) = (5, 4)$، وهو مثال آخر على $\vec{A}$ الذي يتجه من P إلى Q.

للتبسيط، يمكننا نقل بداية متجه إلى نقطة أصل النظام الإحداثي، وتكون مركّبتا المتجه هما إحداثيات نقطة النهاية (الشكل 1.16). ونتيجة لذلك نرى أنه بإمكاننا تمثيل متجه بالإحداثيات الديكارتية على النحو التالي

$$\vec{A} = (A_x, A_y) \quad \text{في فضاء ثنائي الأبعاد} \tag{1.7}$$

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) \quad \text{في فضاء ثلاثي الأبعاد} \tag{1.8}$$

حيث A_x و A_y و A_z أعداد. لاحظ أن رمز نقطة بالإحداثيات الديكارتية يشبه رمز متجه بالإحداثيات الديكارتية. وسيتضح من السياق المرجعي ما إذا كان الرمز يحدد نقطة أو متجهًا.

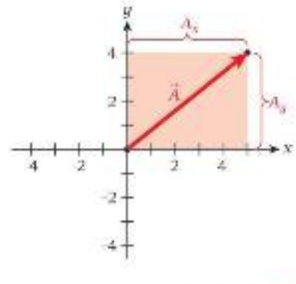


الشكل 1.15 التمثيلات الديكارتية للمتجه $\vec{A}$.
(a) متجه الإزاحة من P إلى Q،
(b) متجه الإزاحة من R إلى S.

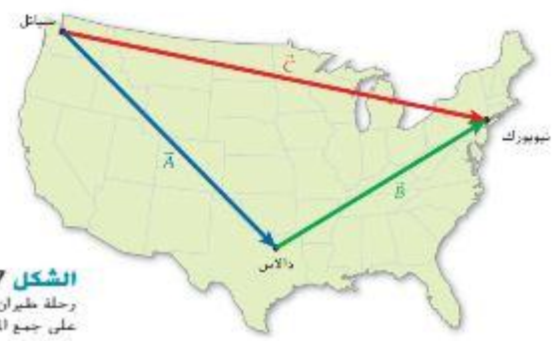
جمع المتجهات وطرحها بيانيًا

بفرض أن رحلة الطيران المباشرة من سياتل إلى نيويورك الموضحة في الشكل 1.11 لم تكن متاحة، وسيتعين عليك استقلال رحلة تمرّ عبر دالاس (الشكل 1.17). فيكون متجه الإزاحة $\vec{C}$ لرحلة الطيران من سياتل إلى نيويورك هو مجموع متجه الإزاحة $\vec{A}$ من سياتل إلى دالاس ومتجه الإزاحة $\vec{B}$ من دالاس إلى نيويورك:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \tag{1.9}$$



الشكل 1.16 المركبات الديكارتية للمتجه $\vec{A}$ في بُعدين.

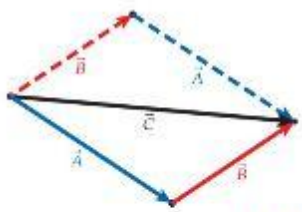


الشكل 1.17 رحلة طيران مباشرة مقابل رحلة طيران تتضمن محطة واحدة كمثال على جمع المتجهات.

يوضح هذا المثال الإجراء العام لجمع المتجهات بطريقة بيانية: حرّك ذيل المتجه $\vec{B}$ إلى رأس المتجه $\vec{A}$، فيكون المتجه من ذيل المتجه $\vec{A}$ إلى رأس المتجه $\vec{B}$ هو متجه المجموع، أو **المحصّلة**.

في حالة جمع عددين حقيقيين، لا يمثل الترتيب أي أهمية: 3+5=5+3 يُطلق على هذه الخاصية *خاصية التبديل في الجمع*. يعتبر جمع المتجهات عملية تبديلية أيضًا:

$$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \tag{1.10}$$

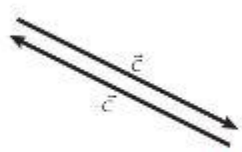


الشكل 1.18 خاصية التبديل لجمع المتجهات.

يوضح الشكل 1.18 خاصية التبديل لجمع المتجهات بيانيًا. حيث يوضح المتجهين أنفسهما الموضحين في الشكل 1.17 . لكن يعرض أيضًا نقل بداية المتجه $\vec{A}$ إلى طرف المتجه $\vec{B}$ (أسهم متقطعة) — لاحظ أن متجه المحصّلة هو المتجه السابق نفسه.

المتجه المعاكس (العكسي أو السالب)، $-\vec{C}$ ، للمتجه $\vec{C}$ هو متجه له طول المتجه $\vec{C}$ نفسه ولكن يشير إلى الاتجاه المعاكس (الشكل 1.19). بالنسبة إلى متجه يمثل رحلة طيران من سياتل إلى نيويورك، على سبيل المثال، يكون المتجه المعاكس هو رحلة العودة. بشكل واضح، إذا جمعت $\vec{C}$ والمتجه المعاكس، $-\vec{C}$، فستتوصل إلى النقطة التي بدأت منها. ومن ثمّ نجد أن

$$\vec{C}+(-\vec{C})=\vec{C}-\vec{C}=(0,0,0) \tag{1.11}$$



الشكل 1.19 المتجه المعاكس $-\vec{C}$ للمتجه $\vec{C}$.

والمقدار يساوي صفرًا، $\left|\vec{C}-\vec{C}\right|=0$ يوضح هذا التطابق البسيط أنه يمكننا معاملة طرح المتجهات مثل جمع المتجهات، عن طريق جمع المتجه المعاكس. على سبيل المثال، يمكن الحصول على المتجه $\vec{B}$ الموضح في الشكل 1.18 من $\vec{B}=\vec{C}-\vec{A}$. لذا يتبع جمع المتجهات وطرحها القواعد نفسها لجمع الأعداد الحقيقية وطرحها.

جمع المتجهات باستخدام المركّبات

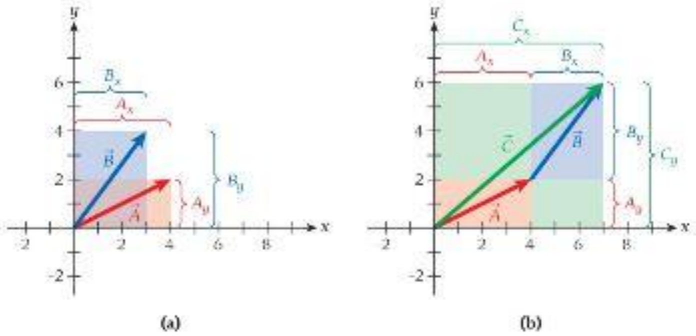
يوضح جمع المتجهات بيانيًا المفاهيم جيدًا، لكن لأغراض عملية، تكون طريقة المركّبات لجمع المتجهات مفيدة بشكل أكبر. (وذلك نظرًا لأن استخدام الآلات الحاسبة أسهل من استخدام المساطر وورق الرسم البياني وأكثرُ دقة). فلنفكر في طريقة المركبات لجمع متجهات ثلاثية الأبعاد. معادلات المتجهات ثنائية الأبعاد حالات خاصة تنتج عند تجاهل المركّبة *z*. وبالمثل، يمكن الحصول على المعادلة أحادية البعد بتجاهل جميع مركبات ***y*** و*z*.

إذا جمعت متجهين ثلاثيي الأبعاد، $\vec{A}=(A_x, A_y, A_z)$ و$\vec{B}=(B_x, B_y, B_z)$ يكون المتجه الناتج هو

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}=(A_x, A_y, A_z)+(B_x, B_y, B_z)=(A_x+B_x, A_y+B_y, A_z+B_z) \tag{1.12}$$

بمعنى آخر، مركبات متجه المجموع هي مجموع مركبات المتجهات الفردية:

$$\begin{aligned} C_x &= A_x + B_x \\ C_y &= A_y + B_y \\ C_z &= A_z + B_z. \end{aligned} \tag{1.13}$$



الشكل 1.20 جمع المتجهات باستخدام المركّبات. (a) مركبات المتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$؛ (b) مركبات متجه المحصّلة هي مجموع مركبات المتجهات الفردية.

يوضح الشكل 1.20 العلاقة بين الطريقة البيانية وطريقة المركبات. يوضح الشكل 1.20a متجهين $\vec{A}=(4, 2)$ و$\vec{B}=(3, 4)$ في فضاء ثنائي الأبعاد ويوضح الشكل 1.20b متجه المجموع $\vec{C}=(4+3, 2+4)=(7,6)$. يثبت الشكل 1.20b بوضوح أن $C_x=A_x+B_x$، نظرًا لأن المجموع الكلي يساوي مجموع المركبات معًا.

وبالطريقة نفسها، يمكننا حساب متجه الفرق $\vec{D}=\vec{A}-\vec{B}$ ويمكن التوصل إلى المركبات الديكارتية لمتجه الفرق بواسطة

$$D_x=A_x-B_x$$
$$D_y=A_y-B_y \tag{1.14}$$
$$D_z=A_z-B_z.$$

ضرب متجه في كمية قياسية

ما نتيجة $\vec{A}+\vec{A}+\vec{A}$ ؟ إذا كانت إجابتك عن هذا السؤال هي $3\vec{A}$، فقد فهمت ضرب المتجه في كمية قياسية بالفعل. المتجه الناتج عن ضرب المتجه $\vec{A}$ في الكمية القياسية 3 هو متجه يشير في اتجاه المتجه الأصلي $\vec{A}$ نفسه ولكنه أطول بمقدار 3 مرات.

ينتج عن ضرب متجه في كمية قياسية موجبة عشوائية — أي عدد موجب — متجه آخر يشير إلى الاتجاه نفسه لكن مقداره هو ناتج ضرب مقدار المتجه الأصلي في قيمة الكمية القياسية. ينتج عن ضرب متجه في كمية قياسية سالبة متجه يشير إلى الاتجاه المعاكس للمتجه الأصلي ومقداره هو ناتج ضرب مقدار المتجه الأصلي في مقدار الكمية القياسية.

نؤكد مجددًا على فائدة رمز المركّبة. بالنسبة إلى ضرب متجه $\vec{A}$ في كمية قياسية s، نحصل على:

$$\vec{E}=s\vec{A}=s(A_x, A_y, A_z)=(sA_x, sA_y, sA_z). \tag{1.15}$$

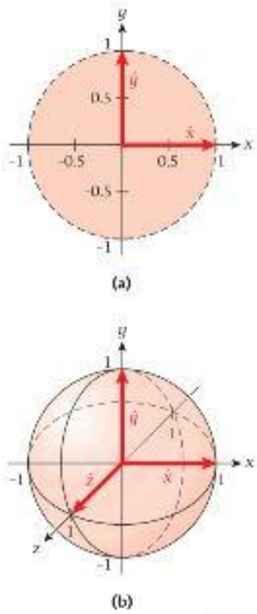
بمعنى آخر، يتم ضرب كل مركبة للمتجه $\vec{A}$ في الكمية القياسية للتوصل إلى مركبات متجه ناتج الضرب:

$$E_x=sA_x$$
$$E_y=sA_y \tag{1.16}$$
$$E_z=sA_z.$$

متجهات الوحدة

توجد مجموعة من المتجهات الخاصة تجعل الكثير من الرياضيات المرتبطة بالمتجهات أسهل. تُسمى **متجهات الوحدة**، وهي متجهات مقدارها 1 تمتد على طول المحاور الإحداثية الأساسية للنظام الإحداثي. في حالة البعدين، تكون هذه المتجهات في اتجاه x الموجب واتجاه y الموجب. وفي حالة الثلاثة أبعاد، يكون متجه الوحدة الثالث في اتجاه z الموجب. ولتمييز هذه المتجهات كمتجهات وحدة، نشير إليها بالرموز $\hat{x}$ و$\hat{y}$ و$\hat{z}$. ويكون تمثيل مركباتها

$$\hat{x}=(1,0,0)$$
$$\hat{y}=(0,1,0) \tag{1.17}$$
$$\hat{z}=(0,0,1).$$



الشكل 1.21 متجهات الوحدة الديكارتية (a) في بعدين و(b) في ثلاثة أبعاد.

يوضح الشكل **1.21a** متجهات الوحدة في بُعدين ويوضح الشكل **1.21b** متجهات الوحدة في ثلاثة أبعاد.

ما فائدة متجهات الوحدة؟ يمكننا كتابة أي متجه كمجموع لمتجهات الوحدة هذه بدلاً من استخدام رمز المركبات؛ ويتم ضرب كل متجه وحدة في مركبة المتجه الديكارتية المقابلة:

$$\begin{aligned}\vec{A} &= (A_x, A_y, A_z)\\ &= (A_x,0,0)+(0,A_y,0)+(0,0,A_z)\\ &= A_x(1,0,0)+A_y(0,1,0)+A_z(0,0,1)\\ &= A_x\hat{x}+A_y\hat{y}+A_z\hat{z}.\end{aligned} \tag{1.18}$$

في حالة البُعدين، نحصل على

$$\vec{A} = A_x\hat{x}+A_y\hat{y}. \tag{1.19}$$

سيكون تمثيل متجه الوحدة هذا مفيدًا بشكل خاص في ضرب متجهين.

طول المتجه واتجاهه

إذا كنا نعلم تمثيل المركبات لمتجه ما، فكيف يمكننا إيجاد طوله (المقدار) واتجاهه؟ فلنلق نظرة على الحالة الأهم: متجه في بُعدين. في بُعدين، يمكن تحديد المتجه $\vec{A}$ بطريقة فريدة عن طريق تحديد المركبتين الديكارتيتين A_x وA_y. ويمكننا كذلك تحديد المتجه نفسه من خلال عددين آخرين: طوله A وزاويته θ مع محور x الموجب.

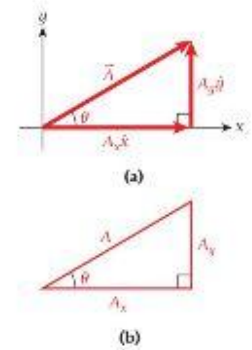
فلنلق نظرة على الشكل 1.22 لنرى كيفية تحديد A وθ من A_x وA_y. يوضح الشكل **1.22a** التمثيل البياني للمعادلة **1.19**. والمتجه $\vec{A}$ هو مجموع المتجهين $A_x\hat{x}$ و$A_y\hat{y}$. وبما أن متجهي الوحدة $\hat{x}$ و$\hat{y}$ حسب التعريف متعامدان على بعضهما، فإن هذين المتجهين يكوّنان زاوية $90°$ ومن ثم تكوّن المتجهات الثلاثة $\vec{A}$ و$A_x\hat{x}$ و$A_y\hat{y}$ مثلثًا قائم الزاوية أطوال أضلاعه A وA_x وA_y، كما هو موضح في الشكل **1.22b**.

الآن يمكننا استخدام حساب المثلثات الأساسي لإيجاد θ وA. ينتج عن استخدام نظرية فيثاغورس

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}. \tag{1.20}$$

يمكننا إيجاد الزاوية θ من تعريف دالة الظل

$$\theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}. \tag{1.21}$$



الشكل 1.22 طول متجه واتجاهه. (a) المركبتان الديكارتيتان A_x وA_y. (b) الطول A والزاوية θ.

عند استخدام المعادلة **1.21**، يجب توخي الحذر للتأكد من أن θ في الربع الصحيح. يمكننا كذلك قلب المعادلتين **1.20** و**1.21** للحصول على المركبات الديكارتية لمتجه بطول واتجاه محددين:

$$A_x = A\cos\theta \tag{1.22}$$

$$A_y = A\sin\theta. \tag{1.23}$$

ستقابل علاقات حساب المثلثات هذه مرارًا وتكرارًا خلال مقرر الفيزياء التمهيدي. إذا أردت التعرّف على حساب المثلثات أكثر، فراجع تمهيد الرياضيات في الملحق **A**.

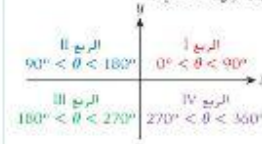
الضرب القياسي للمتجهات

رأينا أعلاه كيفية ضرب متجه في كمية قياسية. سنتعرف الآن على طريقة واحدة لضرب متجه في متجه والحصول على **الضرب القياسي**. يعرّف الضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$ بأنه

$$\vec{A}\bullet\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\alpha \tag{1.24}$$

مراجعة المفاهيم 1.6

إلى أي ربع يتجه كل متجه من المتجهات التالية؟



a) $A = (A_x, A_y)$ حيث $A_x = 1.5$ cm، $A_y = -1.0$ cm

b) متجه بطول 2.3 cm وزاوية اتجاه 131°

c) المتجه المعاكس لـ $B = (0.5 \text{ cm}, 1.0 \text{ cm})$

d) مجموع متجهات الوحدة في الاتجاهين x وy

حيث α هي الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$، كما هو موضح في الشكل **1.23**. لاحظ استخدام النقطة الأكبر (•) كعلامة للضرب في الضرب القياسي بين المتجهات، في مقابل النقطة الأصغر (.) التي تستخدم لضرب الكميات القياسية. وبسبب النقطة، يتم غالبًا الإشارة إلى الضرب القياسي باسم *الضرب النقطي*.

إذا كوّن المتجهان زاوية 90°، فسيكون ناتج الضرب القياسي صفرًا. في هذه الحالة، يكون المتجهان متعامدين على بعضهما. إذًا ناتج الضرب القياسي لمتجهين متعامدين هو صفر.

إذا تم تحديد $\vec{A}$ و$\vec{B}$ بالإحداثيات الديكارتية $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ و$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$، فسيكون ناتج الضرب القياسي:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) \bullet (B_x, B_y, B_z) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z. \tag{1.25}$$

من المعادلة 1.25، نرى أن الضرب القياسي تبادلي:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = \vec{B} \bullet \vec{A}. \tag{1.26}$$

هذه النتيجة ليست مفاجئة، لأن خاصية التبديل تسري كذلك على ضرب كميتين قياسيتين.

بالنسبة إلى الضرب القياسي لأي متجه في نفسه، باستخدام المركبات، يكون لدينا $\vec{A} \bullet \vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$. ثم، من المعادلة 1.24، نجد أن $\vec{A} \bullet \vec{A} = |\vec{A}|\,|\vec{A}| \cos\alpha = |\vec{A}|\,|\vec{A}| = |\vec{A}|^2$ (لأن الزاوية بين المتجه $\vec{A}$ ونفسه هي صفر، يكون جيب تمام تلك الزاوية 1). وبدمج هاتين المعادلتين، نحصل على تعبير لطول المتجه الذي تم تقديمه في القسم الفرعي السابق:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \tag{1.27}$$

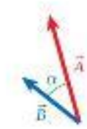
يمكننا كذلك استخدام تعريف الضرب القياسي لحساب الزاوية بين متجهين عشوائيين في فضاء ثلاثي الأبعاد:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|\vec{A}|\,|\vec{B}|}\right) \tag{1.28}$$

بالنسبة إلى الضرب القياسي، تسري عليه خاصية التوزيع التي تسري على الضرب التقليدي للأعداد:

$$\vec{A} \bullet (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \bullet \vec{B} + \vec{A} \bullet \vec{C} \tag{1.29}$$

يوضح المثال التالي الضرب القياسي.



الشكل 1.23 المتجهان $\vec{A}$ و$\vec{B}$ والزاوية α بينهما.

مثال 1.5 الزاوية بين متجهي موقع

المسألة

ما الزاوية α بين متجهي الموقع الموضحين في الشكل **1.24**، $\vec{A} = (4.00, 2.00, 5.00)$ cm و$\vec{B} = (4.50, 4.00, 3.00)$ cm؟

الحل

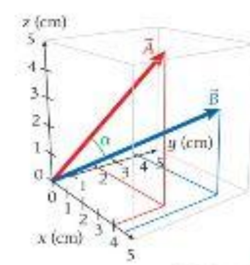
لحل هذه المسألة، يجب التعويض بأعداد مركبات كل متجه في المعادلة **1.27** والمعادلة **1.25** ثم استخدام المعادلة **1.28**.

$$|\vec{A}| = \sqrt{4.00^2 + 2.00^2 + 5.00^2} \text{ cm} = 6.71 \text{ cm}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{4.50^2 + 4.00^2 + 3.00^2} \text{ cm} = 6.73 \text{ cm}$$

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (4.00 \times 4.50 + 2.00 \times 4.00 + 5.00 \times 3.00) \text{ cm}^2 = 41.0 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{41.0 \text{ cm}^2}{6.71 \text{ cm} \times 6.73 \text{ cm}}\right) = 24.7°$$



الشكل 1.24 حساب الزاوية بين متجهي موقع.

سؤال الاختبار الذاتي 1.1

أثبت صحة المعادلتين 1.30 و1.31 باستخدام المعادلة 1.25 وتعريفات متجهات الوحدة.

الضرب القياسي لمتجهات الوحدة. أوضحنا في الصفحة 21 متجهات الوحدة في نظام الإحداثيات الديكارتية ثلاثية الأبعاد: $\hat{x} = (1, 0, 0)$ و$\hat{y} = (0, 1, 0)$ و$\hat{z} = (0, 0, 1)$.
ومن خلال تعريفنا (1.25) للضرب القياسي، سنجد أن

$$\hat{x} \bullet \hat{x} = \hat{y} \bullet \hat{y} = \hat{z} \bullet \hat{z} = 1 \quad (1.30)$$

و

$$\begin{aligned} \hat{x} \bullet \hat{y} = \hat{x} \bullet \hat{z} = \hat{y} \bullet \hat{z} = 0 \\ \hat{y} \bullet \hat{x} = \hat{z} \bullet \hat{x} = \hat{z} \bullet \hat{y} = 0 \end{aligned} \quad (1.31)$$

نفهم الآن لمَ سُميت متجهات الوحدة بهذا الاسم، لأن ناتج الضرب القياسي لها في نفسها يساوي 1 لذا، يكون طول متجهات الوحدة 1 ، أو طول وحدة، وفقًا للمعادلة 1.27 بالإضافة إلى ذلك، إذا كان ناتج الضرب القياسي لأي متجهي وحدة مختلفين يساوي الصفر، فيعني هذا أن المتجهين متعامدان على بعضهما. تنص المعادلتان 1.30 و1.31 على أن متجهات الوحدة $\hat{x}$ و$\hat{y}$ و$\hat{z}$ تشكل مجموعة متجهات متعامدة، مما يجعلها مفيدة للغاية لوصف الأنظمة الفيزيائية.

التفسير الهندسي للضرب القياسي. في تعريف الضرب القياسي $\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}|\ |\vec{B}| \cos\alpha$ (المعادلة 1.24)، يمكننا تفسير $|\vec{A}|\cos\alpha$ على أنه مسقط المتجه $\vec{A}$ على المتجه $\vec{B}$ (الشكل 1.26a). في هذا الرسم، يتم تدوير الخط $|\vec{A}|\cos\alpha$ بزاوية 90° لتوضيح التفسير الهندسي للضرب القياسي كمساحة مستطيل أضلاعه $|\vec{A}|\cos\alpha$ و$|\vec{B}|$ وبالطريقة نفسها، يمكننا تفسير $|\vec{B}|\cos\alpha$ كمسقط المتجه $\vec{B}$ على المتجه $\vec{A}$ وإنشاء مستطيل أطوال أضلاعه $|\vec{B}|\cos\alpha$ و$|\vec{A}|$ (الشكل 1.26b). مساحة المستطيلين الأصفرين في الشكل 1.25 متطابقة وتساوي ناتج الضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$.

وأخيرًا، إذا عوّضنا من المعادلة 1.28 عن جيب تمام الزاوية بين المتجهين، فيمكن كتابة المسقط $|\vec{A}|\cos\alpha$ للمتجه $\vec{A}$ على المتجه $\vec{B}$ كما يلي

$$|\vec{A}|\cos\alpha = |\vec{A}| \frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|\vec{A}|\ |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|\vec{B}|}$$

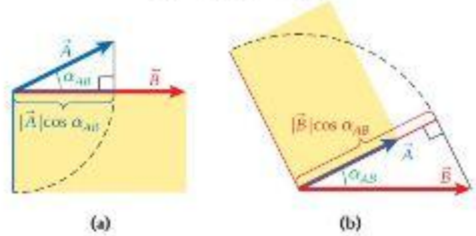
ويمكن التعبير عن المسقط $|\vec{B}|\cos\alpha$ للمتجه $\vec{B}$ على المتجه $\vec{A}$ على النحو التالي

$$|\vec{B}|\cos\alpha = \frac{\vec{A} \bullet \vec{B}}{|\vec{A}|}$$

الضرب الاتجاهي

يعرّف **الضرب الاتجاهي** بين المتجهين $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ و$\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ بأنه

$$\begin{aligned} \vec{C} &= \vec{A} \times \vec{B} \\ C_x &= A_y B_z - A_z B_y \\ C_y &= A_z B_x - A_x B_z \\ C_z &= A_x B_y - A_y B_x \end{aligned} \quad (1.32)$$



الشكل 1.25 التفسير الهندسي للضرب القياسي كمساحة. (a) مسقط $\vec{A}$ على $\vec{B}$. (b) مسقط $\vec{B}$ على $\vec{A}$.

بالنسبة إلى الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة الديكارتية على وجه الخصوص، يتضمن هذا التعريف

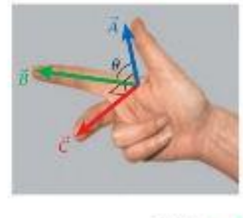
$$\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z}$$
$$\hat{y}\times\hat{z}=\hat{x} \qquad (1.33)$$
$$\hat{z}\times\hat{x}=\hat{y}$$

يتم تحديد المقدار المطلق للمتجه $\vec{C}$ من خلال

$$\left|\vec{C}\right|=\left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\sin\theta. \qquad (1.34)$$

تمثل α هنا الزاوية بين $\vec{A}$ على $\vec{B}$ و كما هو موضح في الشكل 1.26. تدل هذه النتيجة على أن مقدار الضرب الاتجاهي لمتجهين يصل إلى الحد الأقصى عندما يكون $\vec{A}\perp\vec{B}$ ويكون صفرًا عندما يكون $\vec{A}\parallel\vec{B}$ يمكننا كذلك تفسير الطرف الأيمن لهذه المعادلة على أنه ناتج ضرب مقدار المتجه $\vec{A}$ في مركبة $\vec{B}$ العمودية على $\vec{A}$ أو ناتج ضرب مقدار $\vec{B}$ في مركبة $\vec{A}$ العمودية على $\vec{B}$: $\left|\vec{C}\right|=\left|\vec{A}\right|B_{\perp A}=\left|\vec{B}\right|A_{\perp B}$. كلا التفسيرين صحيح.

يمكن إيجاد اتجاه المتجه $\vec{C}$ باستخدام قاعدة اليد اليمنى: إذا كان المتجه $\vec{A}$ يشير في اتجاه الإبهام والمتجه $\vec{B}$ في اتجاه السبابة، فسيكون الضرب الاتجاهي عموديًا على كلا المتجهين في اتجاه الإصبع الأوسط، كما هو موضح في الشكل 1.26.



الشكل 1.26 الضرب الاتجاهي.

من الضروري معرفة أن ترتيب العوامل مهم بالنسبة إلى الضرب الاتجاهي:

$$\vec{B}\times\vec{A}=-\vec{A}\times\vec{B}. \qquad (1.35)$$

لذا، يختلف الضرب الاتجاهي عن الضرب المعتاد للكميات القياسية وضرب المتجهات لتكوين ناتج ضرب قياسي.

سنلاحظ على الفور من تعريف الضرب الاتجاهي أنه بالنسبة إلى أي متجه $\vec{A}$، يكون ناتج الضرب الاتجاهي له في نفسه صفرًا دائمًا:

$$\vec{A}\times\vec{A}=0. \qquad (1.36)$$

أخيرًا، توجد قاعدة بسيطة للضرب الاتجاهي المزدوج لثلاثة متجهات: الضرب الاتجاهي للمتجه $\vec{A}$ مع الضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{B}$ و $\vec{C}$ هو مجموع متجهين، أحدهما يكون في اتجاه المتجه $\vec{B}$ ومضروبًا في ناتج الضرب القياسي $\vec{A}\bullet\vec{C}$ والآخر يكون في اتجاه المتجه $\vec{C}$ ومضروبًا في $-\vec{A}\bullet\vec{B}$

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C})=\vec{B}(\vec{A}\bullet\vec{C})-\vec{C}(\vec{A}\bullet\vec{B}). \qquad (1.37)$$

تعتبر قاعدة *BAC–CAB* هذه طريقة مباشرة لإثبات استخدام المركبات الديكارتية في تعريفات الضرب الاتجاهي والضرب القياسي، لكن الإثبات مرهق ولذلك قمنا بحذفه. لكن أحيانًا تكون القاعدة مفيدة وعملية، خاصةً عند التعامل مع عزم الدوران وكمية الحركة الزاوية. وتسهّل الرموز BAC–CAB تذكرها.

مسألة محلولة 1.3 التنزّه سيرًا على الأقدام

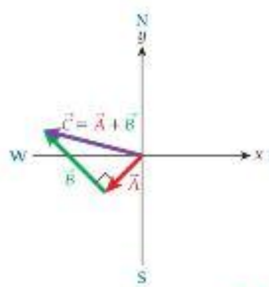
المسألة

أنت تتنزه سيرًا في منطقة إيفرجلادز في فلوريدا متجهًا من المخيم الأساسي إلى الجنوب الغربي مسافة 1.72 km ثم وصلت إلى نهر لا يمكنك عبوره بسبب عمقه البالغ، فاستدرت جهة اليمين بزاوية 90° وسرت مرة أخرى مسافة 3.12 km لتصل إلى جسر. كم تبعد عن المخيم الأساسي؟

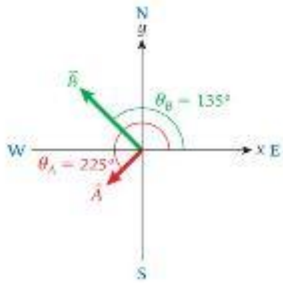
الحل

فكّر إذا كنت تسير، فأنت تتحرك في مستوى ثنائي الأبعاد: سطح الأرض (لأن منطقة إيفرجلادز مسطحة). لذا، يمكننا استخدام المتجهات ثنائية الأبعاد لوصف أجزاء رحلة السير المختلفة. إن السير في خط مستقيم ثم الاستدارة ومتابعة السير في خط مستقيم مرة أخرى يشبه مسألة جمع متجهات تتطلب إيجاد طول متجه المحصّلة.

ارسم يمثل الشكل 1.27 نظامًا إحداثيًا يشير فيه المحور *y* إلى الشمال ويشير المحور *x* إلى الشرق، كالمعتاد. يُشار إلى الجزء الأول من رحلة السير الذي كان في اتجاه الجنوب الغربي، بالمتجه $\vec{A}$ والجزء الثاني بالمتجه $\vec{B}$. يوضح الشكل أيضًا متجه المحصّلة، $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$ الذي نريد تحديد طوله.



الشكل 1.27 رحلة السير مع الانعطاف بزاوية 90°



الشكل 1.28 زوايا جزأي رحلة السير.

ابحث إذا رسمت الرسم بدقة كافية، بحيث تتناسب أطوال المتجهات في الرسم مع أطوال أجزاء رحلة السير (كما في الشكل 1.27)، فيمكنك عندئذٍ قياس طول المتجه C لتحديد المسافة من المخيم الأساسي إلى نهاية الجزء الثاني من رحلة السير. لكن المسافات المعطاة مُقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية، لذا يجب أن تحتوي الإجابة على ثلاثة أرقام معنوية كذلك. لذلك لا يمكننا الاعتماد على الطريقة البيانية بل يجب استخدام طريقة المركبات لجمع المتجهات.

لحساب مركبات المتجهات، نحتاج إلى معرفة زواياها بالنسبة إلى محور x الموجب. بالنسبة إلى المتجه $\vec{A}$، الذي يشير نحو الجنوب الغربي، تكون هذه الزاوية $\theta_A = 225°$، كما هو موضح في الشكل 1.28. وزاوية المتجه $\vec{B}$ هي $90°$ بالنسبة إلى $\vec{A}$، لذا تكون $\theta_B = 135°$ بالنسبة إلى محور x الموجب. لتوضيح هذه النقطة، تم نقل نقطة بداية $\vec{B}$ إلى نقطة أصل النظام الإحداثي في الشكل 1.28. (تذكر: يمكننا نقل المتجهات كما نريد. ويظل المتجه كما هو طالما حافظنا على اتجاه المتجه وطوله).

الآن لدينا كل ما نحتاج إليه لبدء العملية الحسابية. فلدينا أطوال المتجهين واتجاهاتهما، مما يسمح لنا بحساب المركبات الديكارتية. ثم نجمع مركباتهما لحساب مركبات المتجه C، ومن ذلك يمكننا حساب طول هذا المتجه.

بسّط مركبات المتجه $\vec{C}$ هي:

$$C_x = A_x + B_x = A\cos\theta_A + B\cos\theta_B$$
$$C_y = A_y + B_y = A\sin\theta_A + B\sin\theta_B.$$

لذا فإن طول المتجه $\vec{C}$ هو (قارن مع المعادلة 1.20)

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$
$$= \sqrt{(A\cos\theta_A + B\cos\theta_B)^2 + (A\sin\theta_A + B\sin\theta_B)^2}.$$

احسب كل ما تبقى الآن هو التعويض بالأعداد للحصول على طول المتجه:

$$C = \sqrt{((1.72 \text{ km})\cos 225° + (3.12 \text{ km})\cos 135°)^2 + ((1.72 \text{ km})\sin 225° + (3.12 \text{ km})\sin 135°)^2}$$
$$= \sqrt{(1.72\times(-\sqrt{1/2}) + 3.12\times(-\sqrt{1/2}))^2 + ((1.72\times(-\sqrt{1/2}) + 3.12\times\sqrt{1/2})^2} \text{ km}.$$

بإدخال هذه الأعداد في الآلة الحاسبة، نحصل على:

$$C = 3.562695609 \text{ km}.$$

قرّب نظرًا لأن المسافات الابتدائية المعطاة بها ثلاثة أرقام معنوية، يجب أن تكون إجابتنا النهائية بالدقة نفسها (على أقصى تقدير). بالتقريب إلى ثلاثة أرقام معنوية نحصل على الإجابة النهائية:

$$C = 3.56 \text{ km}.$$

تحقّق ثانية كان الغرض من هذه المسألة هو التدريب على مفاهيم المتجهات. ولكن إذا نسيت للحظة أن الإزاحات هي متجهات ولاحظت أنها تكون مثلثًا قائم الزاوية، فيمكنك على الفور حساب طول الضلع C باستخدام نظرية فيثاغورس كما يلي:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{1.72^2 + 3.12^2} \text{ km} = 3.56 \text{ km}.$$

لقد قمنا هنا أيضًا بتقريب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية، ونرى أنها تتوافق مع الإجابة التي حصلنا عليها باستخدام إجراء جمع المتجهات المطول.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- يمكن تمثيل الأرقام الكبيرة والصغيرة باستخدام الترميز العلمي، الذي يتكون من جزء عشري وعشرة مرفوعة إلى قوة.
- توصف الأنظمة الفيزيائية بواسطة النظام الدولي للوحدات (SI). تعتمد هذه الوحدات على معايير قابلة للتجديد وتوفر طرقًا ملائمة للقياس والحساب. تتضمن الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات المتر (m) والكيلوجرام (kg) والثانية (s) والأمبير (A) و الكلفن (K) و المول (mol) و شمعة (cd).
- تحتوي الأنظمة الفيزيائية على مجموعة كبيرة متنوعة من الأحجام والكتل ومقاييس الزمن، لكن تحكمها جميعًا القوانين الفيزيائية نفسها.
- يجب دمج عدد (الذي به عدد معين من الأرقام المعنوية) أو مجموعة أعداد (مثل مركّبات المتجه) مع وحدة أو وحدات لوصف الكميات الفيزيائية.
- يمكن تحديد المتجهات ثلاثية الأبعاد بثلاثة مركبات ديكارتية، $\vec{A}=(A_x, A_y, A_z)$ ويمثل كل مركب ديكارتي من هذه المركبات عددًا.
- يمكن جمع المتجهات أو طرحها في المركبات الديكارتية، $\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}=(A_x, A_y, A_z)+(B_x, B_y, B_z)$ $=(A_x+B_x, A_y+B_y, A_z+B_z)$.
- ينتج عن عملية ضرب المتجه في كمية قياسية متجه آخر في الاتجاه نفسه أو الاتجاه المعاكس لكن بمقدار مختلف، $\vec{E}=s\vec{A}=s(A_x, A_y, A_z)=(sA_x, sA_y, sA_z)$
- متجهات الوحدة هي متجهات طولها 1 ويُرمز إلى متجهات الوحدة في الأنظمة الإحداثية الديكارتية بالرمز $\hat{x}$ و$\hat{y}$ و$\hat{z}$.
- يمكن تحديد طول متجه ثنائي الأبعاد واتجاهه من مركباته الديكارتية: $A=\sqrt{A_x^2+A_y^2}$ و$\theta=\tan^{-1}(Ay/Ax)$.
- يمكن حساب المركبات الديكارتية لمتجه ثنائي الأبعاد عن طريق طول المتجه وزاويته بالنسبة إلى المحور x: $Ax=A\cos\theta$ و$Ay=A\sin\theta$.
- ينتج عن الضرب القياسي أو الضرب النقطي، لمتجهين كمية قياسية تحدد على النحو التالي $\vec{A}\bullet\vec{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z$
- ينتج عن الضرب الاتجاهي لمتجهين متجه آخر يحدّد على النحو التالي $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{C}=(A_yB_z-A_zB_y, A_zB_x-A_xB_z, A_xB_y-A_yB_x)$.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

1.1 المعادلة 1.30

$$\hat{x}\bullet\hat{x}=(1,0,0)\bullet(1,0,0)=1\cdot1+0\cdot0+0\cdot0=1$$
$$\hat{y}\bullet\hat{y}=(0,1,0)\bullet(0,1,0)=0\cdot0+1\cdot1+0\cdot0=1$$
$$\hat{z}\bullet\hat{z}=(0,0,1)\bullet(0,0,1)=0\cdot0+0\cdot0+1\cdot1=1$$

المعادلة 1.31

$$\hat{x}\bullet\hat{y}=(1,0,0)\bullet(0,1,0)=1\cdot0+0\cdot1+0\cdot0=0$$
$$\hat{x}\bullet\hat{z}=(1,0,0)\bullet(0,0,1)=1\cdot0+0\cdot0+0\cdot1=0$$
$$\hat{y}\bullet\hat{z}=(0,1,0)\bullet(0,0,1)=0\cdot0+1\cdot0+0\cdot1=0$$
$$\hat{y}\bullet\hat{x}=(0,1,0)\bullet(1,0,0)=0\cdot1+1\cdot0+0\cdot0=0$$
$$\hat{z}\bullet\hat{x}=(0,0,1)\bullet(1,0,0)=0\cdot1+0\cdot0+1\cdot0=0$$
$$\hat{z}\bullet\hat{y}=(0,0,1)\bullet(0,1,0)=0\cdot0+0\cdot1+1\cdot0=0$$

إرشادات حل المسائل: الأرقام والوحدات والمتجهات

1. جرّب استخدام استراتيجية السبع خطوات لحل المسائل، حتى إذا لم يكن لديك أدنى فكرة عن كيفية الوصول إلى الحل النهائي. أحيانًا قد يمنحك الرسم أفكارًا عن الخطوة التالية.

2. بشكلٍ عام، ينبغي لك تجربة تحويل جميع الوحدات المعطاة إلى وحدات النظام الدولي للوحدات قبل بدء التعامل مع الأعداد. حيث يؤدي العمل باستخدام كميات بوحدات النظام الدولي إلى تيسير العمليات الحسابية.

3. في معظم الأحيان، يكون عدد الأرقام المعنوية الذي ينبغي تقريب الحل النهائي إليه هو عدد الأرقام المعنوية في الكمية المعطاة الأقل دقة.

4. قد يكون تقدير حل للمسألة مفيدًا للغاية في الحصول على فكرة عن القيمة الأسية للحل. ويمكن استخدام التقدير غالبًا في إعادة التحقق.

5. عند التعامل مع المتجهات، ينبغي استخدام النظام الإحداثي الديكارتي بشكلٍ عام. استفد من معرفتك بحساب المثلثات عند حل مسائل المتجهات!

6. تعتبر الطريقة البيانية لجمع المتجهات وطرحها مفيدة في إنشاء الرسومات. لكن طريقة المركبات أكثر دقة، لذا يُفضل استخدامها إذا أردت التوصل إلى إجابة رقمية.

أسئلة الاختيار من متعدد

1.1 أي من الترددات التالية يخص النوتة الموسيقية C5؟

a) 376 g b) 483 m/s c) 523 Hz d) 26.5 J

1.2 إذا كان $\vec{A}$ و$\vec{B}$ متجهين و $\vec{B} = -\vec{A}$، فأي العبارات التالية صحيحة؟

a) مقدار $\vec{B}$ يساوي سالب مقدار $\vec{A}$.
b) $\vec{A}$ و$\vec{B}$ متعامدان.
c) زاوية اتجاه $\vec{B}$ تساوي زاوية اتجاه $\vec{A}$ زائد 180°
d) $\vec{A} + \vec{B} = 2\vec{A}$

1.3 قارن بين ثلاث وحدات من النظام الدولي للوحدات، المليمتر والكيلوجرام والميكرو ثانية. أي منها أكبر؟

a) مليمتر c) ميكرو ثانية
b) كيلوجرام d) لا يمكن مقارنة الوحدات.

1.4 ما الاختلاف (الاختلافات) بين 3.0 و3.0000؟

a) 3.0000 يمكن أن يكون نتيجة خطوة متوسطة في عملية حسابية، بينما 3.0 يجب أن ينتج عن خطوة نهائية.
b) 3.0000 يمثل كمية معروفة على نحو أدق من 3.0
c) لا يوجد اختلاف.
d) يعطيان المعلومة نفسها، لكن يفضل استخدام 3.0 للتسهيل في الكتابة.

1.5 السرعة البالغة 7 mm/μs تساوي ________.

a) 7000 m/s b) 70 m/s c) 7 m/s d) 0.07 m/s

1.6 يُستخدم جسم مستدير، قطره 3 سنتيمترات تقريبًا، في تحديد قيمة π مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية عن طريق قياس قطره ومحيطه بعناية. لإجراء هذه العملية الحسابية بشكل صحيح، يجب تقريب القياسات إلى أقرب ________.

a) جزء من المئة من mm c) mm e) in
b) جزء من العشرة من mm d) cm

1.7 ما مجموع 5.786×10^{3} m و 3.19×10^{4} m؟

a) 6.02×10^{23} m c) 8.976×10^{3} m
b) 3.77×10^{4} m d) 8.98×10^{3} m

1.8 ما عدد ذرات الكربون في 0.5 نانومول من الكربون؟ يحتوي المول الواحد على $6.02 \cdot 10^{23}$ من الذرات.

a) 3.2×10^{14} ذرات d) 3.2×10^{17} ذرات
b) 3.19×10^{14} ذرات e) 3.19×10^{17} ذرات
c) 3.0×10^{14} ذرات f) 3.0×10^{17} ذرات

1.9 تقع محصلة المتجهات ثنائية الأبعاد (1.5 m، 0.7 m) و (−3.2 m، 1.7 m)، و(1.2 m، −3.3 m) في الربع ________.

a) I b) II c) III d) IV

1.10 ما مقدار تغير حجم أسطوانة إذا انخفض نصف القطر إلى النصف وتضاعف الارتفاع؟

a) يقل الحجم إلى الربع. d) يتضاعف الحجم.
b) يقل الحجم إلى النصف. e) يتضاعف الحجم أربع مرات.
c) لا يحدث تغير في الحجم.

1.11 كيف يتم التعبير عن العدد 0.009834 بالترميز العلمي؟

a) 9.834×10^{4} c) 9.834×10^{3}
b) 9.834×10^{-4} d) 9.834×10^{-3}

1.12 كم عدد الأرقام المعنوية التي يتضمنها العدد 0.4560؟

a) خمسة c) ثلاثة e) واحد
b) أربعة d) اثنان

1.13 كم عدد وحدات الواط الموجود في 1 جيجا واط (GW)؟

a) 10^{3} c) 10^{9} e) 10^{15}
b) 10^{6} d) 10^{12}

1.14 ما نهاية $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$، إذا كان c ثابتًا و$v \to 0$؟

a) $\gamma \to 1$ c) $\gamma \to 2$ e) $\gamma \to v/2$
b) $\gamma \to 0$ d) $\gamma \to v$

1.15 بالنسبة إلى المتجهين $\vec{A} = (2، 1، 0)$ و$\vec{B} = (0، 1، 2)$، ما ناتج الضرب القياسي لهما $\vec{A} \bullet \vec{B}$؟

a) 3 b) 6 c) 2 d) 0 e) 1

1.16 بالنسبة إلى المتجهين $\vec{A} = (2، 1، 0)$ و$\vec{B} = (0، 1، 2)$، ما الضرب الاتجاهي لهما $\vec{A} \times \vec{B}$؟

a) (2، −4، 2) c) (2، 0، 2) e) (0، 0، 0)
b) (1، 0، 1) d) (3، −2، 1)

أسئلة مفاهيمية

1.17 في أوروبا، يتم قياس استهلاك السيارات للغاز باللترات لكل 100 كيلومتر. وفي الولايات المتحدة الأمريكية، الوحدة المستخدمة هي الميل لكل جالون.

a) ما العلاقة بين تلك الوحدات؟
b) ما عدد الأميال لكل جالون التي تقطعها سيارتك إذا استهلكت 12.2 لترًا لكل 100 كيلومتر؟
c) ما استهلاك سيارتك من الغاز باللترات لكل 100 كيلومتر إذا قطعت 27.4 ميلًا لكل جالون؟
d) هل يمكنك رسم منحنى يوضح عدد الأميال لكل جالون مقابل اللترات لكل 100 كيلومتر؟ إذا كانت الإجابة نعم، فارسم المنحنى.

1.18 إذا رسمت متجهًا على ورقة، فما عدد المركبات المطلوبة لوصفه؟ كم عدد المركبات لمتجه في فضاء حقيقي؟ كم عدد مركبات المتجه في عالم رباعي الأبعاد؟

1.19 نظرًا لأن المتجهات لها أكثر من مركبة واحدة بشكل عام ويُستخدم أكثر من عدد واحد لوصفها، يكون من الواضح أن جمعها وطرحها أصعب من الأعداد الفردية. إذًا لماذا نستخدم المتجهات؟

1.20 إذا كان $\vec{A}$ و$\vec{B}$ متجهين محددين من حيث المقدار والاتجاه، وتريد إيجاد $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ والتعبير عنه من حيث المقدار والاتجاه، فكيف يمكننا القيام بذلك؟ بمعنى، ما الإجراء المتبع لجمع المتجهات المذكورة من حيث المقدار والاتجاه؟

1.21 فلنفترض أنك قمت بحل مسألة وظهر على شاشة الآلة الحاسبة العدد 0.0000000036 لم لا تكتب هذا العدد فحسب؟ هل ثمة أي فائدة لاستخدام الترميز العلمي؟

1.22 لماذا يُستخدم النظام الدولي للوحدات (SI) في العمل العلمي في الولايات المتحدة، بالرغم من أن نظام الوحدات البريطاني معروف بشكل أكبر لمعظم الأشخاص هناك؟

1.23 هل يمكن جمع ثلاثة متجهات متساوية في الطول والحصول على متجه بمجموع صفر؟ إذا كان الأمر كذلك، فارسم ترتيب الثلاثة متجهات. وإذا لم يمكن ذلك، فاشرح السبب.

1.24 هل الكتلة كمية متجهة؟ لماذا أو لم لا؟

1.25 توجد ذبابتان مستقرتان في مواجهة بعضهما على سطح بالون كروي. إذا تضاعف حجم البالون، فما العامل الذي ستتغير به المسافة بين الذبابتين؟

1.26 ما نسبة حجم مكعب طول ضلعه r إلى حجم جسم كروي نصف قطره r؟ هل تعتمد إجابتك على قيمة r بالتحديد؟

1.27 إذا كان لدينا جسم كروي نصف قطره r، فما طول ضلع مكعب مساحة سطحه تساوي مساحة سطح الجسم الكروي؟

1.28 كتلة الشمس تساوي 2×10^{30} kg، وتحتوي الشمس على أكثر من 99% من إجمالي كتلة النظام الشمسي. يقدر علماء الفلك وجود قرابة 100 مليار نجم في مجرة درب التبانة وقرابة 100 مليار مجرة في الكون. تتكون الشمس والنجوم الأخرى من الهيدروجين بشكل أساسي، وتصل كتلة ذرة الهيدروجين إلى 2×10^{-27} kg تقريبًا.

a) بافتراض أن الشمس نجم متوسط ومجرة درب التبانة مجرة متوسطة، ما الكتلة الكلية للكون؟

b) بما أن الكون يتكون في الأساس من الهيدروجين، هل يمكنك تقدير العدد الكلي للذرات في الكون؟

1.29 من الأقوال المأثورة عن المهمة عديمة الجدوى أنها "مثل محاولة إفراغ المحيط بملعقة الشاي". ما مدى عدم جدوى هذه المهمة؟ قدّر عدد ملاعق الشاي المملوءة بالماء في محيطات الكرة الأرضية.

1.30 تجاوز التعداد السكاني للعالم 6.5 مليارات نسمة في 2006 قدّر مساحة الأرض المطلوبة إذا وقف كل شخص بطريقة تمنعه من ملامسة الشخص الآخر. قارن هذه المساحة بمساحة ولايتك (أو بلدك).

1.31 ساعدت التطورات في مجال تكنولوجيا النانو في إمكانية تكوين سلاسل من ذرات معدنية فردية ترتبط فيها الذرة بالتي تليها. يهتم علماء الفيزياء بشكل خاص بقدرة هذه السلاسل على توصيل الكهرباء بمقاومة قليلة. فكر عدد ذرات الذهب المطلوبة لإنشاء مثل هذه السلسلة بطول مناسب يكفي لارتدائها كقلادة. كم العدد المطلوب لإنشاء سلسلة تحيط الكرة الأرضية؟ إذا كان المول الواحد من مادة يساوي 6.022×10^{23} ذرة تقريبًا، فما عدد مولات الذهب المطلوبة لكل قلادة؟

1.32 تعد مناقشة تقريب البقرة كجسم كروي إحدى العبارات القياسية المتكررة في دروس الفيزياء. ما حجم الجسم الكروي الذي يعطي أفضل تقريب لبقرة حلوب متوسطة؟ أي قدّر نصف قطر الجسم الكروي الذي تكون كتلته وكثافته مماثلة لكتلة وكثافة بقرة حلوب.

1.33 قدر كتلة رأسك. وافترض أن كثافتها تساوي كثافة الماء، $1000\ kg/m^3$.

1.34 قدّر عدد شعرات رأسك.

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 1.2

1.35 ما عدد الأرقام المعنوية في كلٍ من الأعداد التالية؟

a) 4.01	c) 4	e) 0.00001
b) 4.010	d) 2.00001	f) 2.1 − 1.10042
		g) 7.01 x 3.1415

1.36 تم قياس قوتين مختلفتين تؤثران في الجسم نفسه، مقدار الأولى 2.0031 N والقوة الثانية في الاتجاه نفسه ومقدارها 3.12 N وهما القوتان الوحيدتان اللتان تؤثران في الجسم. أوجد إجمالي القوة المؤثرة في الجسم *مقربًا إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية*.

1.37 سيتم جمع ثلاث كميات، وهي نتائج قياسات. وهذه الكميات هي 2.0600 و 3.163 و 1.12 أوجد مجموعها *مقربًا إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية*.

1.38 بافتراض المعادلة $w = xyz$، $x = 1.1 \times 10^{3}$، $y = 2.48 \times 10^{-2}$، $z = 6.000$. اكتب w، بالترميز العلمي وبالعدد الصحيح للأرقام المعنوية.

1.39 اكتب هذه الكمية بالترميز العلمي، جزء من عشرة ملايين جزء من السنتيمتر.

1.40 اكتب هذا العدد بالترميز العلمي، مئة وثلاثة وخمسون مليونًا.

القسم 1.3

1.41 كم سنتيمترًا في 30.7484 كيلومترًا؟

1.42 ما البادئات المترية التي تتوافق مع قوى 10 التالية؟

a) 10^{3} b) 10^{-2} c) 10^{-3}

1.43 كم ملليمترًا في الكيلومتر؟

1.44 الهكتار يساوي مئة آر، والآر يساوي مئة متر مربع. كم عدد الهكتارات في الكيلومتر المربع؟

1.45 وحدة الضغط في النظام الدولي للوحدات هي الباسكال. ما الاسم الذي يُطلق على جزء من الألف من باسكال حسب النظام الدولي للوحدات؟

1.46 تم قياس كتل أربعة مكعبات من السكر وكانت النتيجة 25.3 g و 24.7 g و 26.0 g و 25.8 g أجب عن الأسئلة التالية بالترميز العلمي وحسب وحدات النظام الدولي المعيارية وبالعدد المناسب من الأرقام المعنوية.

a) إذا تم تكسير مكعبات السكر الأربعة وتجميع كل السكر، فما الكتلة الإجمالية للسكر، بالكيلوجرام؟

b) ما متوسط الكتلة لمكعبات السكر الأربعة بالكيلوجرام؟

•**1.47** ما مساحة سطح أسطوانة قائمة ارتفاعها 20.5 cm ونصف قطرها 11.9 cm؟

القسم 1.4

1.48 وقفت على الميزان المنزلي الرقمي الجديد، وكانت قراءته 125.4 رطلًا. ما كتلتك بالكيلوجرام؟

1.49 تتراوح المسافة من مركز القمر إلى مركز الكرة الأرضية بين 356,000 km و 407,000 km تقريبًا.

a) ما أقل مسافة إلى القمر بالكيلومترات؟

b) ما أقصى مسافة إلى القمر بالكيلومترات؟

1.50 في دوري كرة البيسبول، يسدد اللاعب ضرباته من مسافة 60 قدمًا، 6 بوصات من القاعدة الرئيسة. كم تبلغ المسافة بالأمتار؟

1.51 يقفز برغوث في مسار مستقيم على طول مسطرة مترية، بدأ عند 0.7 cm ثم قام بقفزات متعاقبة، وجد أن قياسها 3.2 cm و 6.5 cm و 8.3 cm و 10.0 cm و 11.5 cm و 15.5 cm أجب عن الأسئلة التالية بالترميز العلمي بوحدات الأمتار وبالعدد المناسب من الأرقام المعنوية. ما إجمالي المسافة التي قطعها البرغوث في الست قفزات؟ ما متوسط المسافة التي قطعها البرغوث في القفزة الواحدة؟

•**1.52** يحتوي السنتيمتر المكعب من المياه على كتلة مقدارها جرام واحد. والملليلتر يساوي سنتيمترًا مكعبًا. ما كتلة لتر من المياه بالكيلوجرام؟ الطن المتري يساوي ألف كيلوجرام. ما عدد السنتيمترات المكعبة من المياه في الطن المتري من المياه؟ إذا وضع طن متري من المياه في خزان مكعب الشكل جدرانه رقيقة، فما طول كل جانب من جوانب الخزان (بالأمتار)؟

•**1.53** يبلغ حد السرعة على امتداد طريق معين 45 كيلومترًا في الساعة. عبر عن حد السرعة بالمليفورلونغ لكل ميكروفورتنايت. الفورلونغ يساوي $\frac{1}{5}$ كيلومتر والفورتنايت هي مدة أسبوعين.

•**1.54** احسب وزن نصف لتر من المياه، بفرض أن كثافة المياه تساوي $1000\ kg/m^3$ ووزن 1.00 kg من مادة ما يساوي 2.21 رطلًا. والحجم البالغ 1.00 أوقية سائلة يساوي 29.6 mL

القسم 1.5

1.55 إذا كان نصف قطر كوكب ما أكبر من نصف قطر الأرض بعامل 8.7، فكم تكبر مساحة سطح الكوكب عن مساحة سطح الأرض؟

1.56 إذا كان نصف قطر كوكب ما أكبر من نصف قطر الأرض بعامل 5.8، فكم يكبر حجم الكوكب عن حجم الأرض؟

1.57 ما أقصى مسافة يمكن عندها لبحار يعتلي صاري السفينة 1، بارتفاع 34 m فوق سطح المحيط، أن يرى بحارًا آخر يعتلي صاري السفينة 2، بارتفاع 26 m فوق سطح المحيط؟

1.58 إذا كنت في طائرة نفاثة على ارتفاع 10,668 m فكم يبعد الأفق؟

1.59 كم سنتيمترًا مكعبًا في 1.56 برميلًا من النفط؟

1.60 خزان البنزين في سيارة ما على شكل صندوق مستطيل قائم بقاعدة مربعة طول أضلاعها 62 cm ويبلغ سعته 52 L. فإذا كان المتبقي في الخزان 1.5 L فقط، فما عمق البنزين في الخزان، بافتراض أن السيارة تقف على أرض مستوية؟

•1.61 يتم حساب حجم جسم كروي ما باستخدام الصيغة $\frac{4}{3}\pi r^3$، حيث r نصف قطر الجسم الكروي. ومتوسط كثافة جسم ما هي نسبة كتلته إلى حجمه. باستخدام البيانات الرقمية الموجودة في الجدول 12.1، عبّر عن إجابات الأسئلة التالية بالترميز العلمي، ووحدات النظام الدولي والعدد المناسب من الأرقام المعنوية.

a) ما حجم الشمس؟

b) ما حجم الأرض؟

c) ما متوسط كثافة الشمس؟

d) ما متوسط كثافة الأرض؟

•1.62 خزان على شكل مخروط معكوس، ارتفاعه $h = 2.5$ m ونصف قطر قاعدته $r = 0.75$ m إذا تم صب المياه في الخزان بمعدل 15 L/s، فما المدة التي يستغرقها ملء الخزان؟

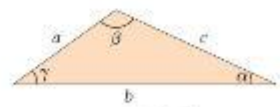
•1.63 تتدفق المياه إلى خزان مكعب الشكل بمعدل 15 L/s إذا كان السطح العلوي للمياه داخل الخزان يرتفع بمعدل 1.5 cm كل ثانية، فما طول كل جانب من جوانب الخزان؟

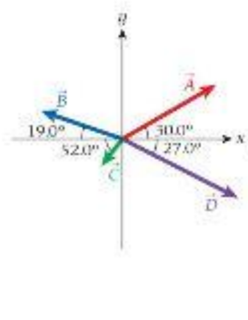
••1.64 يبلغ وزن الغلاف الجوي 6.8 كيلوجرامات تقريبًا لكل سنتيمتر مربع من سطح الأرض. ومتوسط كثافة الهواء على سطح الأرض $1.275\ kg/m^3$ تقريبًا. إذا كان الغلاف الجوي ذا كثافة موحدة (وهو ليس كذلك — حيث تختلف الكثافة بشكل ملحوظ تمامًا حسب الارتفاع)، فكم يبلغ سمكه؟

القسم 1.6

1.65 متجه موقع طوله 40.0 m وزاويته 57.0° فوق المحور x. أوجد مركبات المتجه.

1.66 في المثلث الموضح في الشكل، أطوال الأضلاع $a = 6.6$ cm و$b = 13.7$ cm و$c = 9.2$ cm. ما قيمة الزاوية γ؟ (تلميح، راجع الملحق A للاطلاع على قانون Cosine).





1.67 أوجد مركبات المتجهات $\vec{A}$ و$\vec{B}$ و$\vec{C}$ و$\vec{D}$، إذا كانت أطوالها $A = 75.0$ و$B = 60.0$ و$C = 25.0$ و$D = 90.0$ وزوايا الاتجاه موضحة في الشكل. اكتب المتجهات بدلالة متجهات الوحدة.

•1.68 استخدم مركبات المتجهات من المسألة 1.67 لإيجاد

a) مجموع $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ بدلالة مركباتها

b) مقدار المجموع واتجاهه $\vec{A} - \vec{B} + \vec{D}$

•1.69 توجد مسطحات بونفيل الملحية في ولاية يوتا بالقرب من حدود نيفادا، وليست بعيدة عن الطريق السريع I80. وتغطي مساحة تزيد عن 30,000 فدان. يتجه سائق سيارة سباق هناك أولًا شمالًا مسافة 4.47 km، ثم ينعطف بشكل حاد ويتجه نحو الجنوب الغربي مسافة 2.49 km، ثم ينعطف مجددًا ويتجه نحو الشرق مسافة 3.59 km فكم يبعد عن نقطة البداية؟

•1.70 توضح خريطة في سجل سفينة الاتجاهات المؤدية إلى موقع كنز مدفون. ونقطة البداية شجرة بلوط قديمة. ووفقًا للخريطة، يمكن العثور على موقع الكنز بالتقدم 20 خطوة شمال شجرة البلوط ثم 30 خطوة نحو الشمال الغربي. في هذا الموقع، انغمس دبوس حديدي في الأرض. سر مسافة 10 خطوات جنوبًا من الدبوس الحديدي وابدأ الحفر. كم يبعد موقع الحفر (بالخطوات) عن شجرة البلوط؟

••1.71 تتضمن الصفحة التالية من سجل السفينة مجموعة من الاتجاهات تختلف عن تلك الموجودة على الخريطة في المسألة 1.70 وتشير إلى أنه يمكن العثور على موقع الكنز بالتقدم 20 خطوة شمال شجرة البلوط القديمة ثم 30 خطوة نحو الشمال الغربي. بعد العثور على الدبوس الحديدي، ينبغي "السير 12 خطوة شمالًا ثم الحفر لأسفل مسافة 3 خطوات للعثور على صندوق الكنز". ما المتجه الذي يتجه من قاعدة شجرة البلوط القديمة إلى صندوق الكنز؟ وما طول هذا المتجه؟

••1.72 نصف قطر مدار الأرض 1.5×10^{11} m ونصف قطر كوكب الزهرة يساوي 1.1×10^{11} m اعتبر المدارين دائرتين مثاليتين (على الرغم من كونهما في الحقيقة قطعين ناقصين ذوي انحراف بسيط). اكتب اتجاه المتجه من كوكب الأرض إلى كوكب الزهرة وطوله (بافتراض أن الاتجاه من الأرض إلى الشمس يساوي 0°) عندما يبلغ كوكب الزهرة الحد الأقصى للانفصال الزاوي في السماء بالنسبة إلى الشمس.

••1.73 ابتعد صديق عنك مسافة 550 m، ثم انعطف بزاوية مجهولة، ثم سار إلى مسافة 178 m إضافية في الاتجاه الجديد. فاستخدمت محدد مسافات يعمل بالليزر ووجدت أن المسافة النهائية بينكما تساوي 432 m فما مقياس الزاوية بين اتجاه تحركه الابتدائي واتجاه موقعه النهائي؟ وما الزاوية التي انعطف بها؟ (هناك احتمالان).

تمارين إضافية

1.74 نصف قطر الأرض 6378 km، فما محيطها مقربًا إلى ثلاثة أرقام معنوية؟

1.75 قدّر ناتج ضرب 4,308,229 في 44 مع التقريب إلى رقم معنوي واحد (أظهر طريقة عملك ولا تستخدم الآلة الحاسبة)، وعبّر عن النتيجة بالترميز العلمي القياسي.

1.76 أوجد المتجه $\vec{C}$ الذي يحقق المعادلة

$$3\hat{x} + 6\hat{y} - 10\hat{z} + \vec{C} = -7\hat{x} + 14\hat{y}$$

1.77 متجه موقع مركّبتيه $x = 34.6$ m و$y = -53.5$ m. أوجد طول المتجه وزاويته مع المحور x.

1.78 بالنسبة إلى كوكب المريخ، احسب المسافة المحيطة بخط الاستواء ومساحة السطح والحجم. نصف قطر كوكب المريخ يساوي 3.39×10^6 m

•1.79 أوجد مقدار واتجاه (a) $9\vec{B} - 3\vec{A}$ و (b) $-5\vec{A} + 8\vec{B}$، حيث $\vec{A} = (23.0, 59.0)$، $\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

•1.80 عبّر عن المتجهين $\vec{A} = (A_x, A_y) = (-30.0\ m, -50.0\ m)$ و$\vec{B} = (B_x, B_y) = (30.0\ m, 50.0\ m)$، بتحديد مقدارهما واتجاههما وفقًا للقياس من محور x الموجب.

•1.81 القوة F هي القوة التي يبذلها الزنبرك عليك وتتناسب طرديًا مع المسافة x وهي مسافة شدّك له من طوله الأصلي (موقع الاتزان). لنفترض أنه عند شد الزنبرك 8.00 cm، فإنه يبذل قوة قدرها 200 N عليك. ما مقدار القوة التي يبذلها عليك في حالة شده مسافة 40.0 cm؟

•1.82 تتناسب مسافة سقوط جسم يسقط سقوطًا حرًا، بدءًا من السكون، مع مربع زمن السقوط. ما معامل تغير تغيير مسافة السقوط إذا تضاعف زمن السقوط ثلاث مرات؟

•1.83 قرر طيار قيادة طائرته الصغيرة في رحلة مساء يوم الأحد. أولًا طار بالطائرة نحو الشمال مسافة 155.3 كيلومترًا، ثم انعطف بزاوية 90° إلى اليمين وطار في خط مستقيم مسافة 62.5 كيلومترًا، ثم انعطف مجددًا بزاوية 90° إلى اليمين وطار إلى مسافة 47.5 كيلومترًا في خط مستقيم.

a) كم يبعد الطيار عن المطار الذي انطلق منه؟

b) في أي اتجاه يجب أن يقود طائرته من هذه النقطة ليصل إلى نقطة الانطلاق في خط مستقيم؟

c) ما أبعد مسافة وصل إليها الطيار عن المطار الذي انطلق منه؟

كسوف الشمس الكلي.

•1.84 تظهر الشمس والقمر للمشاهد بالحجم نفسه تقريبًا أثناء الكسوف الكلي كما توضح الصورة. نصفا قطر الشمس والقمر هما $r_S = 6.96 \times 10^8$ m و $r_{M} = 1.74 \times 10^6$ m، على التوالي. المسافة بين الأرض والقمر $d_{EM} = 3.84 \times 10^8$ m

a) حدّد المسافة من الأرض إلى الشمس أثناء الكسوف.

b) في الجزء (a)، هناك افتراض ضمني أن المسافة من المشاهد إلى مركز القمر تساوي المسافة بين مركزي الأرض والقمر. ما مدى عدم صحة هذا الافتراض، إذا كان مشاهد الكسوف عند خط الاستواء وقت الظهيرة؟ [تلميح. عبر عن هذا كميًا بحساب الخطأ النسبي على هيئة نسبة: (المسافة المفترضة من المشاهد إلى القمر – المسافة الفعلية من المشاهد إلى القمر)/(المسافة الفعلية من المشاهد إلى القمر).]

c) استخدم المسافة الصحيحة من المشاهد إلى القمر لتحديد المسافة الصحيحة من الأرض إلى الشمس.

•1.85 سار شخص على الأقدام مسافة 1.50 km شمالًا وانعطف بزاوية 20.0° إلى الشمال الغربي ثم سار 1.50 km في ذلك الاتجاه. ثُمّ انعطف إلى الشمال مجددًا وسار لمسافة 1.50 km أخرى. كم يبعد عن نقطة انطلاقه الأصلية، وما الاتجاه بالنسبة إلى نقطة البداية؟

•1.86 يفرض أن المول الواحد (6.02×10^{23} جزيئات) من غاز مثالي يبلغ حجمه 22.4 L في درجة الحرارة والضغط القياسيين وأن النيتروجين، الذي يكوّن 78% من الهواء الذي تتنفسه، يُعدّ غازًا مثاليًا. فكم عدد جزيئات النيتروجين الموجودة في متوسط النفس البالغ 0.5 L في درجة الحرارة والضغط القياسيين؟

•1.87 في 27 أغسطس 2003، اقترب كوكب المريخ من كوكب الأرض كما لم يفعل منذ 50,000 عام. إذا تم قياس حجمه الزاوي (قطر الكوكب، المقيس عن طريق الزاوية المقابلة لنصف القطر) في ذلك اليوم بواسطة عالم فلك ليجده 24.9 ثانية قوسية، وقطره 6784 km، فكم تبلغ المسافة التي اقترب بها؟ تأكد من استخدام عدد مناسب من الأرقام المعنوية في إجابتك.

•1.88 يبلغ طول ملعب كرة القدم 100 متر، وعرضه 53 مترًا. يقف اللاعب عند مركز الملعب بالضبط ويمرر الكرة إلى زميله في الفريق الذي يقف في إحدى زوايا الملعب. افترض أن نقطة الأصل للإحداثيات في منتصف ملعب كرة القدم والمحور x في اتجاه الجانب الأطول للملعب، واتجاه y موازٍ للجانب الأقصر من الملعب.

a) اكتب اتجاه وطول المتجه الذي ينتج من اللاعب إلى زميله في الفريق.

b) فكر في الاحتمالات الثلاثة الأخرى لموقع زميله في الفريق في زوايا الملعب. ثم كرر الجزء (a) لكل منها.

•1.89 محيط حلقة تخزين الإلكترونات في كورنيل يساوي 768.4 m. عبّر عن القطر بالسنتيمتر، مقربًا إلى العدد المناسب من الأرقام المعنوية.

••1.90 يمثل ثاني أكسيد الكربون 4% إلى 5% تقريبًا من الزفير الذي تطلقه. يفرض أن حجم المول الواحد (6.02×10^{23} جزيئات) من ثاني أكسيد الكربون يساوي 22.4 L وأنت تزفر 0.5 L في النفس الواحد.

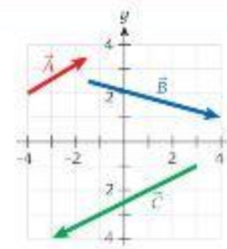
a) قدّر عدد جزيئات ثاني أكسيد الكربون التي تطلقها في الزفير يوميًا.

b) إذا كانت كتلة المول الواحد من ثاني أكسيد الكربون 44.0 g، فكم كيلوجرامًا من ثاني أكسيد الكربون تُطلقها في الزفير في العام؟

••1.91 نصف قطر مدار الأرض 1.5×10^{11} m، ونصف قطر مدار كوكب عطارد يساوي 4.6×10^{10} m. اعتبر المدارين دائرتين مثاليتين (على الرغم من كونهما في الحقيقة قطعين ناقصين ذوي انحراف بسيط). اكتب اتجاه المتجه من كوكب الأرض إلى كوكب عطارد وطوله (بافتراض أن الاتجاه من الأرض إلى الشمس يساوي 0°) عندما يبلغ كوكب عطارد الحد الأقصى للانفصال الزاوي في السماء بالنسبة إلى الشمس.

••1.92 النجم (بخلاف الشمس) الأقرب إلى الأرض هو بروكسيما سنتوري. يمكن قياس بعده عن كوكب الأرض باستخدام اختلاف زاوية النظر. *اختلاف زاوية النظر* هو نصف الإزاحة الزاوية الظاهرة للنجم عند ملاحظته من كوكب الأرض عند نقاط على الجهات المتقابلة للشمس. يبلغ اختلاف زاوية النظر لبروكسيما سنتوري 769 مليار ثانية قوسية. كم يبعد بروكسيما سنتوري؟ (حدد إجابتك بالسنين الضوئية مع العدد الصحيح من الأرقام المعنوية).

تمارين بمعطيات متعددة



شكل للمسائل من 1.93 إلى 1.98

1.93 اكتب المتجهات $\vec{A}$ و$\vec{B}$ و$\vec{C}$ بالإحداثيات الديكارتية.

1.94 احسب طول المتجهات $\vec{A}$ و$\vec{B}$ و$\vec{C}$ واتجاهها.

1.95 اجمع الثلاثة متجهات $\vec{A}$ و$\vec{B}$ و$\vec{C}$ بيانيًا.

1.96 حدد متجه الفرق $\vec{E} = \vec{B} - \vec{A}$ بيانيًا.

1.97 اجمع الثلاثة متجهات $\vec{A}$ و$\vec{B}$ و$\vec{C}$ باستخدام طريقة المركّبات، وأوجد متجه المجموع لها $\vec{D}$.

1.98 استخدم طريقة المركبات لتحديد طول المتجه $\vec{F} = \vec{C} - \vec{A} - \vec{B}$

1.99 ارسم المتجهات باستخدام المركبات $\vec{A} = (A_x, A_y) = (30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و$\vec{B} = (B_x, B_y) = (-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$، وأوجد مقادير هذه المتجهات.

1.100 ما الزاوية التي يكوّنها $\vec{A} = (A_x, A_y) = (30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ مع محور x الموجب؟ وما الزاوية التي يكوّنها مع محور y السالب؟

1.101 ارسم المتجهات باستخدام المركّبات $\vec{A} = (A_x, A_y) = (-30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و$\vec{B} = (B_x, B_y) = (30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$، وأوجد مقادير هذه المتجهات.

1.102 ما الزاوية التي يكوّنها $\vec{B} = (B_x, B_y) = (30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ مع محور x الموجب؟ ما الزاوية التي يكوّنها مع محور y الموجب؟

1.103 أوجد مقدار واتجاه كل متجه من المتجهات التالية، المقدمة بدلالة مركّبتيها x وy، $\vec{A} = (23.0, 59.0)$، و$\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

1.104 أوجد مقدار $-\vec{A} + \vec{B}$ واتجاهه، حيث $\vec{A} = (23.0, 59.0)$، $\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

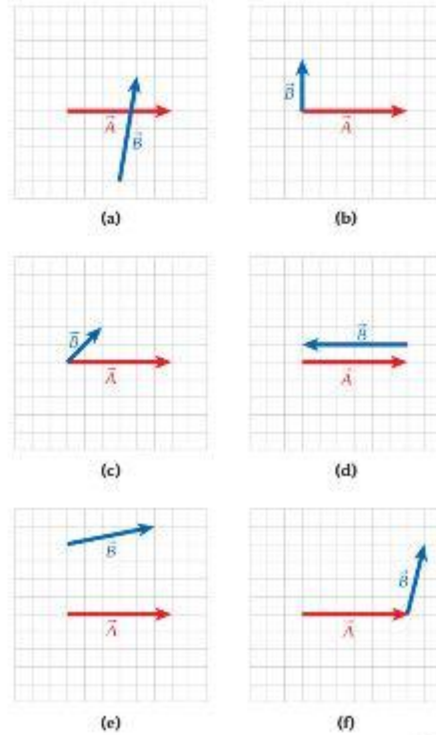
1.105 أوجد مقدار $-5\vec{A} + \vec{B}$ واتجاهه، حيث $\vec{A} = (23.0, 59.0)$، $\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

1.106 أوجد مقدار $-7\vec{B} + 3\vec{A}$ واتجاهه، حيث $\vec{A} = (23.0, 59.0)$، $\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

1.107 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أكبر قيمة مطلقة للضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$؟

1.108 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أصغر قيمة مطلقة للضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$؟

1.109 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أكبر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$؟



شكل للمسائل من 1.107 إلى 1.112

1.110 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أصغر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$؟

•**1.111** رتب الحالات الست الموضحة في الشكل من أصغر قيمة مطلقة إلى أكبر قيمة مطلقة للضرب القياسي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$.

•**1.112** رتب الحالات الست الموضحة في الشكل من أصغر قيمة مطلقة إلى أكبر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمتجهين $\vec{A}$ و$\vec{B}$.

1.113 عندما تقترب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلنفترض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد نصف قطر النجم بعامل 11.4، فما معاملات تغير القيم التالية:

a) مساحة سطحه،

b) محيطه،

c) حجمه؟

1.114 عندما تقترب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلنفترض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد محيط النجم بعامل 12.5، فما معاملات تغير القيم التالية:

a) مساحة سطحه،

b) نصف قطره،

c) حجمه؟

1.115 عندما تقترب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلنفترض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد حجم النجم بعامل 872، فما معاملات تغير القيم التالية:

a) مساحة سطحه،

b) محيطه،

c) قطره؟

•**1.116** عندما تقترب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلنفترض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازدادت مساحة سطح النجم بعامل 274، فما معاملات تغير القيم التالية:

a) نصف قطره،

b) حجمه،

c) كثافته؟

2

الحركة في بعد واحد

الشكل 2.1 قطار سريع الحركة يمر بتقاطع على السكة الحديدية.

ما سنتعلمه

يمكن أن ترى أن القطار في الشكل 2.1 يتحرك بشكل سريع جدًا عند ملاحظة عدم وضوح صورته مقارنة بإشارة العبور الثابتة وعمود الهاتف. لكن هل يمكنك معرفة ما إذا كانت سرعة القطار تزداد أم تقل أم يسير بسرعة ثابتة؟ يمكن للصورة الفوتوغرافية نقل سرعة الجسم لأن الجسم يتحرك خلال زمن التعرض. لكن لا يمكنها إظهار التغير في السرعة، الذي يُشار إليه باسم العجلة. لكن للعجلة أهمية كبيرة في الفيزياء لا تقل عن أهمية السرعة ذاتها.

في هذه الوحدة، سنتناول المصطلحات المستخدمة في الفيزياء لوصف حركة الجسم وهي: الإزاحة والسرعة المتجهة والعجلة. وسندرس في هذه الوحدة الحركة على طول خط مستقيم (الحركة في بعد واحد) وفي الوحدة التالية الحركة على مسار منحنٍ (الحركة في خط مستوٍ أو الحركة في بعدين). ومن أهم مزايا الفيزياء أن قوانينها عامة، لذلك تنطبق المصطلحات والأفكار العامة ذاتها على مجموعة كبيرة من المواقف، ومن ثمّ، يمكننا استخدام المعادلات نفسها لوصف اندفاع كرة سلة في الهواء وانطلاق صاروخ في الفضاء من الأرض إلى المريخ. في هذه الوحدة، سنستخدم بعض أساليب حل المسائل التي تمت مناقشتها في الوحدة 1 إلى جانب بعض الأساليب الجديدة.

بمتابعة دراسة هذا المقرر، سترى أن كل شيء تقريبًا يتحرك بالنسبة إلى الأجسام الأخرى وفق مقياس معين أو آخر، سواء أكان مذنبًا يغوص في الفضاء بسرعة عدة كيلومترات في الثانية أو ذرات في جسم يبدو ثابتًا وهو يهتز ملايين المرات في الثانية. وستكون المصطلحات التي نقدمها في هذه الوحدة جزءًا من دراستك لباقي المقرر وما بعده.

ما ستتعلمه

- ستتعلم وصف حركة جسم يتحرك في خط مستقيم أو في بُعد واحد.
- ستتعلم تحديد الموقع والإزاحة والمسافة.
- ستتعلم وصف حركة جسم في خط مستقيم بعجلة ثابتة.
- ستتعلم أن الجسم قد يكون في وضع سقوط حر في بُعد واحد، عندما يخضع لعجلة ثابتة بسبب الجاذبية.
- ستتعرّف على مفاهيم السرعة المتجهة اللحظية والسرعة المتجهة المتوسطة.
- ستتعرّف على مفاهيم العجلة اللحظية والعجلة المتوسطة.
- ستتعلم حساب الموقع والسرعة المتجهة وعجلة جسم يتحرك في خط مستقيم.

2.1 مقدمة إلى علم الكينماتيكا

تنقسم دراسة الفيزياء إلى عدة أجزاء كبيرة، منها الميكانيكا. وعادةً تنقسم **الميكانيكا**، أو دراسة الحركة وأسبابها، إلى أقسام فرعية. وفي هذه الوحدة وما يليها، سنتناول جزء الكينماتيكا من الميكانيكا. **والكينماتيكا** هي دراسة حركة الأجسام، وقد تكون هذه الأجسام، على سبيل المثال، سيارات أو كرات بيسبول أو أشخاصًا أو كواكب أو ذرات. ولن نتناول السؤال المتعلق بأسباب هذه الحركة حاليًا، وسنعود إليه عند دراسة القوى.

لن ندرس أيضًا الدوران في هذه الوحدة، لكن سنركز فقط على الحركة الانتقالية (الحركة بدون دوران). علاوة على ذلك، سنتجاهل التركيب الداخلي للجسم المتحرك تمامًا وسنعتبره جسيمًا نقطيًا أو جسمًا يشبه النقطة. بمعنى أنه لتحديد معادلات الحركة لجسم ما، فإننا نتصور أنه موجود في نقطة واحدة في الفضاء في كل لحظة من الزمن. ما النقطة التي يجب علينا اختيارها من جسم ما لتمثل موقعه؟ في البداية، سنستخدم ببساطة المركز الهندسي، المنتصف. (ستقدم الوحدة 8، التي تتناول أنظمة الجسيمات والأجسام غير النقطية، تعريفًا أكثر دقة عن موقع نقطة الجسم، الذي يسمى مركز *الكتلة*).

مراجعة المفاهيم 2.1

القطار في الشكل 2.1

a) تزداد سرعته.

b) تقل سرعته.

c) يتحرك بسرعة ثابتة.

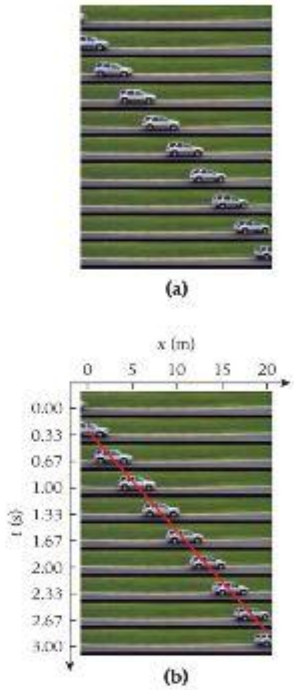
d) يتحرك بمعدل لا يمكن تحديده من خلال الصورة.

2.2 متجه الموقع ومتجه الإزاحة والمسافة

إن أبسط حركة يمكننا استكشافها هي حركة جسم في خط مستقيم. ومن أمثلة هذه الحركة شخص يجري في سباق 100 m، وسيارة تسير على جزء مستقيم من الطريق وحجر يسقط مباشرة من منحدر. وسندرس في الوحدات القادمة الحركة في بُعدين أو أكثر كما سنرى أن المفاهيم التي نستنتجها هنا للحركة في بُعد واحد لا تزال سارية.

إذا كان الجسم يوجد في نقطة معينة على خط، فيمكننا أن نرمز إلى هذه النقطة باستخدام **متجه الموقع**، كما هو موضح في القسم 1.6. وفي هذا الكتاب، نستخدم الرمز $\vec{r}$ لنشير إلى متجه الموقع. ونظرًا لأننا نتناول الحركة في بُعد واحد فقط في هذه الوحدة، فسيكون لمتجه الموقع مركّبة واحدة فقط. فإذا كانت الحركة في اتجاه أفقي، فستكون هذه المركّبة هي مركّبة x. (بالنسبة إلى الحركة في اتجاه رأسي، سنستخدم مركّبة y؛ انظر القسم 2.7). وبشكل مميز، يحدد رقم واحد، الإحداثي x أو مركّبة x لمتجه الموقع (مع وحدة مناسبة)، متجه الموقع في الحركة في بُعد واحد. ومن الطرق الصحيحة لكتابة موقع $x = 4.3$ m و $x = 7\frac{1}{8}$ سنتيمترات و $x = -2.04$ km؛ ويُفهم من ذلك أن هذه المواصفات تشير إلى مركّبة x لمتجه الموقع. لاحظ أن المركّبة x لمتجه الموقع يمكن أن يكون لها قيمة موجبة أو سالبة، وفقًا لموقع النقطة واتجاه المحور الذي نختار أن يكون موجبًا. وتعتمد قيمة المركّبة x أيضًا على موقع تحديد نقطة الأصل للنظام الإحداثي — الصفر في الخط المستقيم.

يمكن أن يتغير موقع الجسم كدالة للزمن، t؛ بمعنى أنه يمكن أن يتحرك الجسم. ولذلك يمكننا كتابة متجه الموقع بشكل رسمي برمز الدالة: $\vec{r} = \vec{r}(t)$ بالنسبة إلى البُعد الواحد. يعني هذا أن مركبة x للمتجه هي دالة زمن، $x = x(t)$. إذا أردنا تحديد الموقع في زمن محدد t_1، فنستخدم الرمز $x_1 = x(t_1)$.



الشكل 2.2 (a) سلسلة صور من فيديو لسيارة متحركة التقطت كل $\frac{1}{3}$ ثانية؛ (b) السلسلة نفسها لكن مع نظام إحداثي وخط أحمر يصل بين مركز السيارة في الصور المتتابعة.

التمثيلات البيانية للموقع

قبل أن نتعمق، سنُعد تمثيلًا بيانيًا لموقع جسم ما كدالة زمن. يوضح الشكل 2.2a المبدأ المذكور عن طريق توضيح عدة صور من فيديو لسيارة تسير على طريق، وتم التقاط الصور في فترات زمنية مدتها $\frac{1}{3}$ ثانية.

لدينا حرية اختيار نقاط الأصل للقياسات الزمنية والنظام الإحداثي. وفي هذه الحالة، نختار زمن الصورة الثانية ليكون $t = \frac{1}{3}$ s وموقع مركز السيارة في الصورة الثانية ليكون $x = 0$ ويمكننا الآن رسم محاور الإحداثيات والتمثيل البياني فوق الصور (الشكل 2.2b) . يقع موقع السيارة كدالة زمن على خط مستقيم. ومرة أخرى، ضع في اعتبارك أننا نمثل السيارة بنقطة واحدة.

وعند رسم تمثيلات بيانية، من المعتاد رسم المتغير المستقل — في هذه الحالة، الزمن t — على المحور الأفقي ورسم x، الذي يسمى المتغير التابع لأن قيمته تعتمد على قيمة t، على المحور الرأسي. الشكل 2.3 عبارة عن تمثيل بياني لموقع السيارة كدالة زمن مرسومة بهذه الطريقة المعتادة. (لاحظ أنه عند تدوير الشكل 2.2b بزاوية 90° في اتجاه عكس عقارب الساعة وإزالة صور السيارة، سيصبح التمثيلان البيانيان متطابقين).

الإزاحة

الآن بعد أن حددنا متجه الموقع، سنخطو خطوة أخرى إلى الأمام ونعرّف الإزاحة. **الإزاحة** هي الفرق بين متجه الموقع النهائي، $\vec{r}_2 \equiv \vec{r}(t_2)$ في نهاية الحركة ومتجه الموقع الابتدائي، $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}(t_1)$ ويُكتب متجه الإزاحة على النحو التالي

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \tag{2.1}$$

نستخدم الرمز $\vec{r}$ لمتجه الإزاحة للإشارة إلى أنه فرق بين متجهي موقع. لاحظ أن متجه الإزاحة مستقل عن موقع نقطة أصل النظام الإحداثي. لماذا؟ إن أي تحول في النظام الإحداثي سيضيف إلى متجه الموقع $\vec{r}_2$ الكمية نفسها التي يضيفها إلى متجه الموقع $\vec{r}_1$ وبذلك، لن يتغير الفرق بين متجهات الموقع، $\Delta\vec{r}$.

وكما هو الحال مع متجه الموقع، يكون لمتجه الإزاحة في بُعد واحد مركّبة x فقط، وهي الفرق بين مركّبتي x لمتجهي الموقع النهائي والابتدائي:

$$\Delta x = x_2 - x_1. \tag{2.2}$$

وكما هو الحال مع متجهات الموقع أيضًا، قد تكون متجهات الإزاحة موجبة أو سالبة. وعلى وجه التحديد، يكون متجه الإزاحة $\Delta\vec{r}_{ba}$ للانتقال من النقطة a إلى النقطة b هو سالب $\Delta\vec{r}_{ab}$ للانتقال من النقطة b إلى النقطة a:

$$\Delta\vec{r}_{ba} = \vec{r}_b - \vec{r}_a = -(\vec{r}_a - \vec{r}_b) = -\Delta\vec{r}_{ab}. \tag{2.3}$$

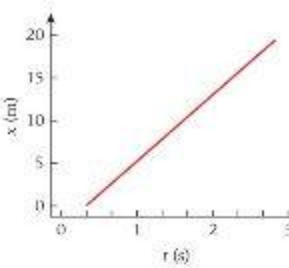
وربما يتضح لك عند هذه النقطة أن هذه العلاقة تنطبق أيضًا على المركّبة x لمتجه الإزاحة، $\Delta x_{ba} = x_b - x_a = -(x_a - x_b) = -\Delta x_{ab}$

المسافة

بالنسبة إلى الحركة في خط مستقيم دون تغيير الاتجاهات، تكون **المسافة**، ℓ، التي يقطعها جسم متحرك هي القيمة المطلقة لمتجه الإزاحة:

$$\ell = |\Delta\vec{r}|. \tag{2.4}$$

بالنسبة إلى الحركة في بُعد واحد، تكون هذه المسافة أيضًا هي القيمة المطلقة للمُركبة x لمتجه الإزاحة، $\ell = |\Delta x|$ (بالنسبة إلى الحركة متعددة الأبعاد، نحسب طول متجه الإزاحة كما هو موضح في الوحدة 1). ودائمًا ما تكون المسافة أكبر من أو تساوي صفرًا وتُقاس بوحدات قياس الموقع والإزاحة نفسها. لكن، المسافة كمية قياسية، وليست متجهًا. إذا لم تكن الإزاحة في خط مستقيم أو إذا لم تكن كلها في اتجاه واحد، فسيجب تقسيم الإزاحة إلى أجزاء مستقيمة وأحادية الاتجاه تقريبًا، ثم تُجمع مسافات الأجزاء المتنوعة للحصول على المسافة الكلية. توضح المسألة المحلولة التالية الفرق بين المسافة والإزاحة.



الشكل 2.3 التمثيل البياني نفسه للشكل 2.2b، لكن مع تدويره حتى يكون محور الزمن أفقيًا وبدون صور للسيارة.

مسألة محلولة 2.1 أجزاء الرحلة

تبلغ المسافة بين دي موين وآيوا سيتي 170.5 km بطول الطريق السريع 80 . وكما يتضح من الخريطة (الشكل 2.4)، أن الطريق خط مستقيم تقريبًا. وفي منتصف الطريق تقريبًا بين المدينتين، حيث يتقاطع 80 مع الطريق السريع US63، تقع مدينة مالكوم، التي تبعد 89.9 km عن دي موين.

الشكل 2.4 الطريق 80 بين دي موين وآيوا سيتي.

المسألة

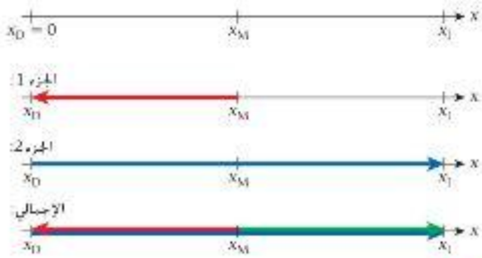
إذا قمنا بالقيادة من مالكوم إلى دي موين ثم انتقلنا إلى آيوا سيتي، فما المسافة الكلية والإزاحة الكلية لهذه الرحلة؟

الحل

فكّر المسافة والإزاحة غير متطابقتين. إذا تكونت الرحلة من جزء واحد في اتجاه واحد، فستكون المسافة هي القيمة المطلقة للإزاحة، وفقًا للمعادلة 2.4 ولكن، هذه الرحلة مكونة من أجزاء مع تغير في الاتجاه، لذلك يجب أن نتوخى الحذر، حيث سنتعامل مع كل جزء على حدة ثم نجمع الأجزاء في النهاية.

ارسم نظرًا لأن الطريق 80 يمثل خطًا مستقيمًا تقريبًا، يكفي رسم خط أفقي مستقيم ليكون المحور الإحداثي. وندخل مواقع المدن الثلاث على النحو التالي x_I (آيوا سيتي) وx_M (مالكوم) وx_D (دي موين). ولنا الحرية دائمًا لتحديد نقطة أصل النظام الإحداثي، لذا نختار أن نضعها عند دي موين، ومن ثمّ تكون $x_D = 0$ وكالمعتاد، نحدد الاتجاه الموجب ناحية اليمين، في الاتجاه الشرقي. انظر الشكل 2.5.

نرسم أيضًا أسهمًا لإزاحة جزأي الرحلة. تمثل الجزء 1 من مالكوم إلى دي موين بالسهم الأحمر والجزء 2 من دي موين إلى آيوا سيتي بالسهم الأزرق. وفي النهاية، نرسم مخططًا للرحلة الكلية كمجموع للرحلتين.



الشكل 2.5 النظام الإحداثي وأجزاء الرحلة من مالكوم إلى دي موين وآيوا سيتي.

ابحث بعد تحديد $x_D = 0$ ، تصبح دي موين هي نقطة أصل النظام الإحداثي. ووفقًا للمعلومات المعطاة، تكون مالكوم عند $x_M = +89.9$ km وآيوا سيتي عند $x_I = +170.5$ km لاحظ أننا نكتب علامة زائد أمام العددين x_M وx_I لتذكرنا بأنهما مركّبتان للمتجهات الموجبة وقد تكون لهما قيم موجبة أو سالبة.

بالنسبة إلى الجزء الأول، يمكن إيجاد *الإزاحة* من

$$\Delta x_1 = x_D - x_M.$$

وبذلك، تكون المسافة المقطوعة لهذا الجزء

$$\ell_1 = |\Delta x_1| = |x_D - x_M|.$$

وبالمثل، تكون الإزاحة والمسافة للجزء الثاني كالتالي

$$\Delta x_2 = x_I - x_D$$

$$\ell_2 = |\Delta x_2| = |x_I - x_D|.$$

يتبع

مراجعة المفاهيم 2.2

تقع غرفة نومك على بُعد 0.25 كيلومترًا من متجر الألبان، فتسير من غرفتك ذاهبًا إلى متجر الألبان وعائدًا منه. أي العبارات التالية صواب بالنسبة إلى رحلتك؟

a) تبلغ المسافة 0.50 كيلومترًا والإزاحة 0.50 كيلومترًا.

b) تبلغ المسافة 0.50 كيلومترًا والإزاحة 0.00 كيلومترًا.

c) تبلغ المسافة 0.00 كيلومترًا والإزاحة 0.50 كيلومترًا.

d) تبلغ المسافة 0.00 كيلومترًا والإزاحة 0.00 كيلومترًا.

للحصول على مجموع الجزأين، أي إجمالي الرحلة، نستخدم عملية جمع بسيطة لإيجاد الإزاحة،

$$\Delta x_{\text{الكلي}} = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

وإجمالي المسافة،

$$\ell_{\text{الكلي}} = \ell_1 + \ell_2.$$

بسّط يمكننا تبسيط المعادلة قليلًا للحصول على الإزاحة الكلية بالتعويض بتعبيرات الإزاحات للجزأين،

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{الكلي}} &= \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ &= (x_D - x_M) + (x_I - x_D) \\ &= x_I - x_M.\end{aligned}$$

هذه النتيجة مثيرة للاهتمام – بالنسبة إلى الإزاحة الكلية للرحلة بأكملها. لا يهم على الإطلاق أننا ذهبنا إلى دي موين، بل كل ما يهم هو من أين بدأت الرحلة وأين انتهت. الإزاحة الكلية هي ناتج جمع متجه أحادي البعد، ويُشار إليها في الجزء السفلي من الشكل 2.5 بالسهم الأخضر.

احسب يمكننا الآن التعويض بالأعداد لمواقع المدن الثلاث في نظامنا الإحداثي. ثم نحصل على صافي الإزاحة في رحلتنا

$$\Delta x_{\text{الكلي}} = x_I - x_M = (+170.5\ \text{km}) - (+89.9\ \text{km}) = +80.6\ \text{km}.$$

بالنسبة إلى المسافة الكلية المقطوعة، نحصل على

$$\ell_{\text{الكلي}} = |89.9\ \text{km}| + |170.5\ \text{km}| = 260.4\ \text{km}.$$

(تذكر، أن المسافة بين دي موين ومالكوم، أو Δx_1، والمسافة بين دي موين وآيوا سيتي، أو Δx_2، معطاة في المسألة؛ لذلك ليس علينا حسابها مرة أخرى من الفرق في متجهات الموقع للمدن).

قرّب في البداية، كانت الأعداد الخاصة بالمسافات مقربة إلى جزء من عشرة من الكيلومتر، وبما أن عمليتنا الحسابية بأكملها تساوي جمع هذه الأعداد أو طرحها، فلا عجب أننا نتوصل إلى أعداد بدقة جزء من عشرة من الكيلومتر، ولا حاجة إلى مزيد من التقريب.

تحقّق ثانية كالمعتاد، نتأكد أولًا من أن وحدات الإجابة صحيحة. ونظرًا لأننا نبحث عن كميات بُعد الطول، فمن الأيسر أن تكون وحدات إجاباتنا بالكيلومترات. ولكن من الوهلة الأولى، قد نندهش أن صافي الإزاحة للرحلة 80.6 km فقط، وهي قيمة أصغر كثيرًا من المسافة الكلية المقطوعة. وهنا نتذكر أن العلاقة بين القيمة المطلقة للإزاحة والمسافة (المعادلة 2.4) تصلح فقط إذا لم يغير الجسم المتحرك اتجاهه (لكنه قد غير اتجاهه في هذا المثال).

يتضح هذا الاختلاف بشكل أكبر في حالة الرحلة ذهابًا وإيابًا. في هذه الحالة، تكون المسافة الكلية المقطوعة بالسيارة ضعف المسافة بين المدينتين، لكن الإزاحة الكلية صفر، لأن نقطة بداية الرحلة هي نفسها نقطة النهاية.

سؤال الاختبار الذاتي 2.1

افترض أننا اخترنا وضع نقطة أصل النظام الإحداثي في المسألة المحلولة 2.1 عند مالكوم بدلًا من دي موين. فهل سيتغير الناتج النهائي لعمليتنا الحسابية؟ وإذا كان سيتغير، فكيف؟ وإذا لم يتغير، فما السبب؟

هذه النتيجة عامة، إذا كان الموقع الأول هو نفسه الموقع النهائي، فإن الإزاحة الكلية 0 يبدو أن مثال الرحلة واضح، لكنه قد يكون صعبًا في كثير من أسئلة الاختبار، لذلك يجب أن تتذكر أن الإزاحة متجه، بينما المسافة كمية قياسية موجبة.

2.3 متجه السرعة المتجهة والسرعة المتجهة المتوسطة والسرعة

ليس الاختلاف بين المسافة (ككمية قياسية) والإزاحة (كمتجه) فقط في الفيزياء، لكن معدلات تغيرهما مع الزمن تختلف أيضًا. وعلى الرغم من أن كلمتي "السرعة" و"السرعة المتجهة" تُستخدمان كثيرًا للإشارة إلى شيء واحد في حديثنا اليومي، تشير كلمة "السرعة" في الفيزياء إلى كمية غير قياسية وكلمة "السرعة المتجهة" إلى متجه.

تعرّف v_x، المركّبة x لمتجه السرعة، بأنه التغير في الموقع (أي مركبة الإزاحة) في فترة زمنية محددة مقسومًا على هذه الفترة الزمنية، $\Delta x/\Delta t$. ويمكن أن تتغير السرعة المتجهة من لحظة إلى أخرى. والسرعة المتجهة المحسوبة عن طريق تحديد نسبة الإزاحة في فترة زمنية معينة هي متوسط السرعة المتجهة خلال هذه الفترة الزمنية، أو المركبة x **للسرعة المتجهة المتوسطة**، $\bar{v}_x$

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}. \tag{2.5}$$

الرمز: الخط القصير أعلى الرمز هو رمز حساب المتوسط خلال فترة زمنية محددة.

في حساب التفاضل والتكامل، يتم الحصول على مشتقة الزمن بحساب النهاية عند اقتراب الفترة الزمنية من صفر. وسنستخدم المفهوم نفسه هنا لتعريف **السرعة المتجهة اللحظية**، التي يُشار إليها عادة باسم **السرعة المتجهة**، كمشتقة الزمن للإزاحة. وبالنسبة إلى المركبة x لمتجه السرعة المتجهة، يتضمن ذلك

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}. \tag{2.6}$$

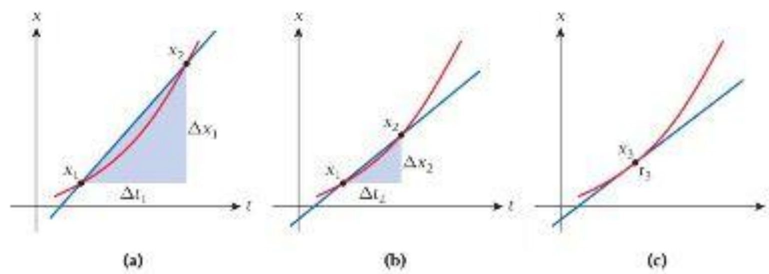
يمكننا الآن تعريف متجه السرعة، $\vec{v}$، بأنه المتجه الذي تكون كل مركبة له هي مشتقة الزمن لمركبة متجه الموقع المناظرة،

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{2.7}$$

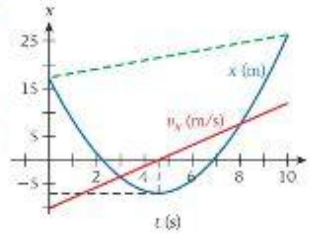
مع العلم أن عملية الاشتقاق تنطبق على كل مركبة من مركبتي المتجه. في حالة البُعد الأحادي، يكون لمتجه السرعة هذا $\vec{v}$ المركبة x فقط، v_x. وتكون السرعة المتجهة مكافئة لمركبة سرعة متجهة واحدة في الاتجاه x المكاني.

يعرض الشكل 2.6 ثلاثة تمثيلات بيانية لموقع جسم ما بالنسبة إلى الزمن. ويوضح الشكل 2.6a أنه يمكننا حساب السرعة المتجهة المتوسطة للجسم بإيجاد التغير في موقع الجسم بين نقطتين وقسمته على الزمن الذي يستغرقه للانتقال من x_1 إلى x_2. هذا يعني أن، السرعة المتجهة المتوسطة تُحدد من الإزاحة، Δx_1، مقسومة على الفترة الزمنية، Δt_1، أو $\bar{v}_1 = \Delta x_1/\Delta t_1$ في الشكل 2.6b، تُحدد السرعة المتجهة المتوسطة، $\bar{v}_2 = \Delta x_2/\Delta t_2$، خلال فترة زمنية أقل، Δt_2 وفي الشكل 2.6c، تمثل السرعة المتجهة اللحظية، $v(t_3) = dx/dt|_{t=t_3}$، ميل المستقيم الأزرق المماس للمنحنى الأحمر عند $t = t_3$

السرعة المتجهة هي متجه، يشير في اتجاه متجه الإزاحة متناهية الصغر نفسه، dx. ونظرًا لأن الموقع $x(t)$ والإزاحة $\Delta x(t)$ دالتان للزمن، فإن السرعة المتجهة مثلهما. ونظرًا لأن متجه السرعة المتجهة يعرّف بأنه مشتقة الزمن لمتجه الإزاحة، فستسري عليه جميع قواعد التفاضل الموضحة في حساب التفاضل والتكامل. إذا احتجت إلى تنشيط ذاكرتك، فراجع الملحق A.



الشكل 2.6 السرعة اللحظية كحد لنسبة الإزاحة إلى الفترة الزمنية، (a) سرعة متوسطة خلال فترة زمنية كبيرة؛ و(b) سرعة متوسطة خلال فترة زمنية صغيرة؛ و(c) سرعة لحظية عند زمن محدد، t_3.



الشكل 2.7 التمثيل البياني للموقع x والسرعة المتجهة v_x كدالة للزمن t. يمثل ميل الخط المتقطع السرعة المتوسطة لفترة زمنية من 0 إلى 10 s

مثال 2.1 تغير السرعة المتجهة مع الزمن

المسألة

خلال الفترة الزمنية من 0.0 إلى 10.0 s، يتحدد متجه الموقع لسيارة تسير على الطريق من المعادلة $x(t) = a + bt + ct^2$، حيث $a = 17.2$ m و$b = -10.1$ m/s و$c = 1.10$ m/s^2. ما السرعة المتجهة للسيارة كدالة زمن؟ ما السرعة المتجهة المتوسطة للسيارة خلال هذه الفترة الزمنية؟

الحل

وفقًا لتعريف السرعة المتجهة في المعادلة 2.6، نوجد مشتقة الزمن لدالة متجه الموقع لنصل إلى الحل:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(a + bt + ct^2) = b + 2ct = -10.1 \text{ m/s} + 2 \cdot (1.10 \text{ m/s}^2)t.$$

من المفيد تمثيل هذا الحل بيانيًا. في الشكل 2.7، يظهر الموقع كدالة زمن باللون الأزرق، وتظهر السرعة المتجهة كدالة زمن باللون الأحمر. في البداية، تبلغ قيمة السرعة المتجهة 10.1 m/s−. وعند $t = 10$ s، تبلغ قيمة السرعة المتجهة 11.9 m/s+.

لاحظ أن السرعة المتجهة تكون في البداية سالبة، وتبلغ صفرًا عند 4.59 s (يُشار إليها بالخط المتقطع الرأسي في الشكل 2.7)، ثم تصبح موجبة بعد 4.59 s. وعند $t = 4.59$ s، يوضح التمثيل البياني للموقع $x(t)$ قيمة قصوى (الحد الأدنى في هذه الحالة)، كما هو متوقع تمامًا من حساب التفاضل والتكامل، بما أن

$$\frac{dx}{dt} = b + 2ct_0 = 0 \Rightarrow t_0 = -\frac{b}{2c} = -\frac{-10.1 \text{ m/s}}{2.20 \text{ m/s}^2} = 4.59 \text{ s}.$$

من تعريف السرعة المتجهة المتوسطة، نعرف أنه لتحديد السرعة المتجهة المتوسطة خلال فترة زمنية، فإننا نحتاج إلى طرح الموقع في بداية الفترة الزمنية من الموقع في نهاية الفترة الزمنية. وبالتعويض بـ $t = 0$ و $t = 10$ s في المعادلة الخاصة بمتجه الموقع كدالة زمن، نحصل على $x(t = 0) = 17.2$ m و$x(t = 10 \text{ s}) = 26.2$ m. وبذلك،

$$\Delta x = x(t = 10) - x(t = 0) = 26.2 \text{ m} - 17.2 \text{ m} = 9.0 \text{ m}.$$

ثم نحصل على السرعة المتجهة المتوسطة خلال هذه الفترة الزمنية:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9.0 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 0.90 \text{ m/s}.$$

يكون ميل المستقيم المتقطع الأخضر في الشكل 2.7 هو السرعة المتجهة المتوسطة خلال هذه الفترة الزمنية.

السرعة

السرعة هي القيمة المطلقة لمتجه السرعة المتجهة. وبالنسبة إلى الجسم المتحرك، تكون السرعة دائمًا موجبة. وتُستخدم "السرعة" و"السرعة المتجهة" في الحياة اليومية للإشارة إلى شيء واحد، لكنهما مختلفان جدًا في المصطلحات الفيزيائية. فالسرعة المتجهة متجه، أي لها اتجاه. ففي حالة الحركة في بُعد واحد، يمكن أن يتجه متجه السرعة المتجهة إلى الاتجاه الموجب أو السالب، أي، يمكن أن تكون مركّبته بأي من الإشارتين. أما السرعة فهي المقدار المطلق لمتجه السرعة المتجهة ولذلك فهي كمية قياسية:

$$\text{السرعة} \equiv v = |\vec{v}| = |v_x|. \quad (2.8)$$

يستفيد الجزء الأخير من هذه المعادلة من حقيقة أن متجه السرعة المتجهة له مركّبة x فقط في حالة الحركة في بُعد واحد.

في التجربة اليومية، ندرك أن السرعة لا يمكن أن تكون سالبة؛ تُنشر حدود السرعة دائمًا كأعداد موجبة، وتعرض شاشات الرادار التي تقيس سرعة السيارات المارة أعدادًا موجبة دائمًا (الشكل 2.8).

في البداية، تم تعريف المسافة بأنها القيمة المطلقة للإزاحة لكل جزء من خط مستقيم لا تعكس فيه *الحركة اتجاهها* (انظر المناقشة عقب المعادلة 2.4). ويبلغ متوسط السرعة عند قطع المسافة ℓ خلال الفترة الزمنية Δt

$$\text{متوسط السرعة} \equiv \bar{v} = \frac{\ell}{\Delta t}. \quad (2.9)$$

الشكل 2.8 قياس سرعات السيارات المارة.

مثال 2.2 السرعة والسرعة المتجهة

يفرض أن سبّاحة تكمل أول 50 m من 100 m في سباق السباحة الحرة في 38.2 s. وبعد أن تصل إلى الجانب البعيد من حمام السباحة الذي يبلغ طوله 50 m، تستدير وتعاود السباحة رجوعًا إلى نقطة البداية خلال 42.5 s

المسألة

ما السرعة المتجهة المتوسطة للسبّاحة ومتوسط السرعة لـ (a) المرحلة من بداية حمام السباحة إلى الجانب البعيد له و(b) مرحلة العودة و(c) الدورة الكلية؟

الحل

نبدأ بتعريف نظامنا الإحداثي، كما هو مبيّن في الشكل 2.9. يُشير المحور x الموجب إلى أسفل الصفحة.

(a) *المرحلة الأولى للسباحة:*
تبدأ السبّاحة من $x_1 = 0$ وتصبح إلى $x_2 = 50\text{ m}$، وتستغرق $\Delta t = 38.2\text{ s}$ لإتمام هذه المرحلة. وتبلغ سرعتها المتجهة المتوسطة في المرحلة 1، وفقًا لتعريفنا

$$\bar{v}_{x1} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{50\text{ m} - 0\text{ m}}{38.2\text{ s}} = \frac{50}{38.2}\text{ m/s} = 1.31\text{ m/s}.$$

متوسط سرعتها هو المسافة مقسومة على الفترة الزمنية، والتي تبلغ قيمتها في هذه الحالة القيمة المطلقة لسرعتها المتجهة المتوسطة، أو $|\bar{v}_{x1}| = 1.31\text{ m/s}$

(b) *المرحلة الثانية للسباحة:*
نستخدم النظام الإحداثي نفسه للمرحلة 2 كما في المرحلة 1. هذا الاختيار يعني أن السبّاحة تبدأ من $x_1 = 50\text{ m}$ وتنتهي عند $x_2 = 0$، وتستغرق $\Delta t = 42.5\text{ s}$ لإتمام هذه المرحلة. وتبلغ سرعتها المتجهة المتوسطة لهذه المرحلة

$$\bar{v}_{x2} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{0\text{ m} - 50\text{ m}}{42.5\text{ s}} = \frac{-50}{42.5}\text{ m/s} = -1.18\text{ m/s}.$$

لاحظ الإشارة السالبة للسرعة المتجهة المتوسطة لهذه المرحلة. السرعة المتوسطة مرة أخرى هي المقدار المطلق للسرعة المتجهة المتوسطة، أو $|\bar{v}_{x2}| = |-1.18\text{ m/s}| = 1.18\text{ m/s}$

(c) *الدورة الكاملة:*
يمكننا إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة بطريقتين، مما يوضح أن الإجابة الناتجة عنهما واحدة. أولًا، نظرًا لأن السبّاحة بدأت من $x_1 = 0$ وانتهت عند $x_2 = 0$، يكون الفرق 0 ومن ثم، يبلغ صافي الإزاحة 0. ومن ثمّ تكون السرعة المتجهة المتوسطة 0 أيضًا

يمكننا أيضًا إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة للدورة الكاملة عن طريق حساب مجموع مركبات السرعات المتجهة المتوسطة للجولات الفردية خلال فترة زمنية معينة:

$$\bar{v}_x = \frac{\bar{v}_{x1} \cdot \Delta t_1 + \bar{v}_{x2} \cdot \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{(1.31\text{ m/s})(38.2\text{ s}) + (-1.18\text{ m/s})(42.5\text{ s})}{(38.2\text{ s}) + (42.5\text{ s})} = 0.$$

ما النتيجة التي نتوصل إليها لمتوسط السرعة؟ متوسط السرعة، وفقًا لتعريفنا، هو المسافة الكلية مقسومة على الزمن الكلي. تبلغ المسافة الكلية 100 m والزمن الكلي 38.2 s زائد 42.5 s أو 80.7 s ومن ثمّ،

$$\bar{v} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{100\text{ m}}{80.7\text{ s}} = 1.24\text{ m/s}.$$

يمكننا أيضًا أن نستخدم مجموع متوسط السرعات المحسوب خلال فترة زمنية، لنصل إلى النتيجة نفسها. لاحظ أن متوسط السرعة للدورة الكاملة يقع بين قيمة سرعة المرحلة 1 والمرحلة 2، إلا أنه لا يقع في منتصف هاتين القيمتين بالضبط، لكنه أقرب إلى القيمة الأقل لأن السبّاحة أمضت زمنًا كبيرًا في إكمال المرحلة 2.

2.4 متجه العجلة

مثلما تم تعريف السرعة المتجهة المتوسطة بأنها الإزاحة في فترة زمنية معينة، يتم تعريف مركبة x **للعجلة المتوسطة** بأنها تغير السرعة المتجهة في فترة زمنية معينة:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}. \quad (2.10)$$

مراجعة المفاهيم 2.3

يعرض عدّاد السرعة في سيارتك

a) متوسط السرعة.

b) السرعة اللحظية.

c) متوسط الإزاحة.

d) الإزاحة اللحظية.

الشكل 2.9 اختيار محور x في حمام سباحة.

بالمثل، يتم تعريف المركبة x ***للعجلة اللحظية*** *بأنها نهاية العجلة المتوسطة عند اقتراب الفترة* الزمنية من 0:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a}_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}. \quad (2.11)$$

يمكننا الآن تعريف متجه العجلة كما يلي

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad (2.12)$$

حيث تعمل عملية الاشتقاق على المركبة، كما هو الحال في تعريف متجه السرعة المتجهة.

ويوضح الشكل 2.10 هذه العلاقة بين السرعة المتجهة والفترة الزمنية والعجلة المتوسطة والعجلة اللحظية كنهاية للعجلة المتوسطة (لفترة زمنية متناقصة). في الشكل 2.10a، تتحدد العجلة المتوسطة بالتغير في السرعة المتجهة، Δv_1، مقسومًا على الفترة الزمنية Δt_1: $\bar{a}_1 = \Delta v_1/\Delta t_1$. وفي الشكل 2.10b، تتحدد العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية أقل، Δt_2. في الشكل 2.10c، يتم تمثيل العجلة اللحظية، $a(t_3) = dv/dt|_{t=t_3}$، بميل المستقيم الأزرق المماس للمنحنى الأحمر عند $t = t_3$. الشكل 2.10 يشبه الشكل 2.6 كثيرًا، ولم يحدث ذلك صدفة، حيث يؤكد الشبه على أن العمليات الحسابية والعلاقات الفيزيائية التي تربط متجهات السرعة المتجهة والعجلة هي نفسها تلك التي تربط متجهات الموقع والسرعة المتجهة.

العجلة هي مشتقة الزمن للسرعة المتجهة، والسرعة المتجهة هي مشتقة الزمن للإزاحة، والعجلة هي المشتقة الثانية للإزاحة:

$$a_x = \frac{d}{dt} v_x = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt} x\right) = \frac{d^2}{dt^2} x. \quad (2.13)$$

لا توجد كلمة في لغتنا اليومية تعبر عن القيمة المطلقة للعجلة.

لاحظ أننا غالبًا ما نشير إلى *تباطؤ* الجسم بأنه تناقص سرعة الجسم بمرور الزمن، وهو يتناسب مع العجلة في الاتجاه المعاكس لحركة الجسم.

عند الحركة في بُعد واحد، تستلزم العجلة، وهي التغير في السرعة المتجهة، تغيرًا في مقدار السرعة المتجهة – أي، السرعة. لكن، في الوحدة التالية، سندرس الحركة في أكثر من بُعد مكاني، حيث يمكن أن يغير متجه السرعة المتجهة اتجاهه أيضًا، وليس مقداره فقط. في الوحدة 9، سندرس الحركة في دائرة بسرعة ثابتة؛ في هذه الحالة، توجد عجلة ثابتة تحافظ على حركة الجسم في مسار دائري وتترك السرعة ثابتة.

كما يتضح من مراجعة المفاهيم 2.5، حتى في البُعد الواحد، العجلة الموجبة لا تعني بالضرورة زيادة السرعة، والعجلة السالبة لا تعني ضرورة أن يقلل الجسم من سرعته، بل، تتحدد الحركة من التوافق بين السرعة المتجهة والعجلة. *إذا كانت السرعة المتجهة والعجلة في الاتجاه نفسه، فإن الجسم يتحرك بشكل أسرع؛ وإذا كانتا في اتجاهين متقابلين، فإن سرعة الجسم تنخفض.* وسندرس هذه العلاقة أكثر في الوحدة التالية.

مراجعة المفاهيم 2.4

تعرف العجلة المتوسطة بأنها

a) التغير في الإزاحة في فترة زمنية معينة.

b) التغير في الموقع في فترة زمنية معينة.

c) التغير في السرعة المتجهة في فترة زمنية معينة.

d) التغير في السرعة في فترة زمنية معينة.

مراجعة المفاهيم 2.5

عندما تقود سيارة على طريق مستقيم، فقد تسير في الاتجاه الموجب أو السالب، وربما تكون حركتك بعجلة موجبة أو عجلة سالبة. صل المجموعات التالية المكونة من السرعة المتجهة والعجلة بقائمة النتائج.

a) سرعة متجهة موجبة، عجلة موجبة

b) سرعة متجهة موجبة، عجلة سالبة

c) سرعة متجهة سالبة، عجلة موجبة

d) سرعة متجهة سالبة، عجلة سالبة

1) تقليل السرعة في الاتجاه الموجب

2) زيادة السرعة في الاتجاه السالب

3) زيادة السرعة في الاتجاه الموجب

4) تقليل السرعة في الاتجاه السالب

مراجعة المفاهيم 2.6

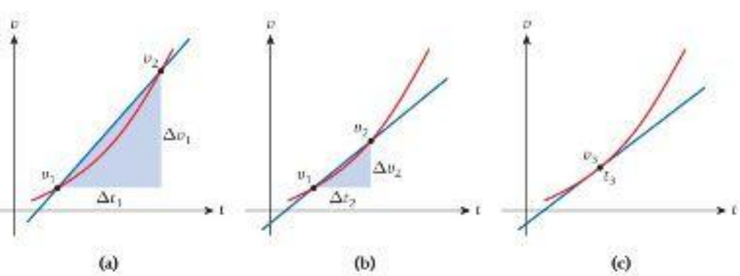
من أمثلة الحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة

a) حركة السيارة في سباق ناسكار.

b) دوران الأرض حول الشمس.

c) سقوط جسم ما سقوطًا حرًا.

d) لا شيء مما سبق يصف الحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة.



الشكل 2.10 العجلة اللحظية كحد لنسبة التغير في السرعة المتجهة إلى الفترة الزمنية. (a) العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية كبيرة، و(b) العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية أصغر، و(c) العجلة اللحظية كنهاية عند وصول المدة الزمنية إلى صفر.

2.5 حلول الكمبيوتر وصيغ الفرق

في بعض الحالات، تتغير العجلة كدالة للزمن، لكن شكل الدالة الدقيق غير معلوم مسبقًا. ومع ذلك، لا يزال بإمكاننا حساب السرعة المتجهة والعجلة حتى إذا كان الموقع معلومًا عند نقاط زمنية معينة فقط. ويوضح المثال التالي هذا الإجراء.

t(s)	x(m)	v_x(m/s)	a_x(m/s^2)
0.00	0		5.66
		5.32	
1.88	10		2.66
		9.26	
2.96	20		1.61
		10.87	
3.88	30		0.40
		11.24	
4.77	40		0.77
		11.90	
5.61	50		−0.17
		11.76	
6.46	60		0.17
		11.90	
7.30	70		0.17
		12.05	
8.13	80		−0.65
		11.49	
9.00	90		0.00
		11.49	
9.87	100		

الشكل 2.11 الزمن والموقع والسرعة المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة أثناء تسجيل كارل لويس رقمه القياسي العالمي في سباق 100 m

مثال 2.3 الرقم القياسي العالمي لسباق 100 m

في بطولات ألعاب القوى العالمية المنعقدة عام 1991 في طوكيو، باليابان، حقق كارل لويس لاعب الولايات المتحدة رقمًا قياسيًا عالميًا جديدًا في سباق 100 m. ويوضح الشكل 2.11 الأزمنة التي وصل فيها إلى علامة 10 m وعلامة 20 m وهكذا، بالإضافة إلى قيم سرعته المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة، المحسوبة من الصيغ الواردة في المعادلتين 2.5 و2.10. ويتضح من الشكل 2.11 أنه بعد مرور حوالي 3 s، وصل لويس إلى سرعة متوسطة ثابتة تقريبًا تتراوح بين 11 و12 m/s.

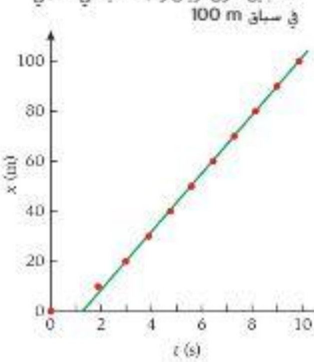
كما يشير الشكل 2.11 إلى كيفية الحصول على قيم السرعة المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة. خذ، على سبيل المثال، المربعين العلويين ذوي اللونين الأخضرين، اللذين يحتويان على أزمنة ومواقع القياسين. من هذين المربعين نحصل على $\Delta x = 20\ \text{m} - 10\ \text{m} = 10\ \text{m}$، و$\Delta t = 2.96\ \text{s} - 1.88\ \text{s} = 1.08\ \text{s}$ وتصبح السرعة المتجهة المتوسطة في هذه الفترة الزمنية $\bar{v} = \Delta x/\Delta t = 10\ \text{m}/1.08\ \text{s} = 9.26\ \text{m/s}$ وقد قربنا هذه النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية، لأن الأزمنة كانت معطاة بهذه الدقة. ويمكننا افتراض أن دقة المسافات أفضل، لأن هذه البيانات مستخرجة من تحليل الفيديو الذي أوضح الأزمنة التي عبر عندها لويس العلامات الموجودة على الأرض.

في الشكل 2.11 توجد السرعة المتجهة المتوسطة المحسوبة في المنتصف بين خطي الزمن والمسافة، وبذلك يتضح أنه تقدير جيد للسرعة المتجهة اللحظية في منتصف الفترة الزمنية.

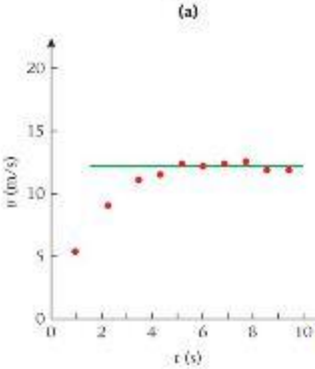
تم الحصول على السرعات المتجهة المتوسطة للفترات الزمنية الأخرى بالطريقة نفسها. باستخدام الأعداد الموجودة في المربعين الأخضرين الثاني والثالث في الشكل 2.11، حصلنا على سرعة متجهة متوسطة تبلغ 10.87 m/s للفترة الزمنية من 2.96 s إلى 3.88 s ومع وجود قيمتين للسرعة المتجهة، يمكننا استخدام صيغة الفرق للعجلة لحساب العجلة المتوسطة. وهنا نفترض أن السرعة المتجهة اللحظية في زمن يعادل منتصف المسافة بين المربعين الأخضرين الأولين (2.42 s) تساوي السرعة المتجهة المتوسطة خلال الفترة الزمنية بين المربعين الأخضرين الأولين، أو 9.26 m/s وبالمثل، نأخذ السرعة المتجهة اللحظية عند 3.42 s (منتصف الطريق بين المربعين الثاني والثالث) لتكون 10.87 m/s إذًا، العجلة المتوسطة بين 2.42 s و3.42 s هي

$$\bar{a}_x = \Delta v_x/\Delta t = (10.87\ \text{m/s} - 9.26\ \text{m/s})/(3.42\ \text{s} - 2.42\ \text{s}) = 1.61\ \text{m/s}^2.$$

من الإدخالات في الشكل 2.11 التي تم الحصول عليها بالطريقة نفسها، يمكننا أن نرى أن لويس بلغ أقصى عجلة له بين بداية السباق وعلامة 30-m ، حيث بلغ أقصى سرعة متجهة له بين 11 و12 m/s ثم قام بالعدو بتلك السرعة المتجهة تقريبًا حتى وصل إلى خط النهاية. تظهر هذه النتيجة بشكل أوضح في العرض البياني لموقعه مقابل الزمن خلال السباق (الشكل 2.12a). تمثل النقاط الحمراء نقاط البيانات من الشكل 2.11، ويمثل الخط المستقيم الأخضر سرعة متجهة ثابتة تبلغ 11.58 m/s في الشكل 2.12b، رُسمت السرعة المتجهة للويس كدالة للزمن، ويمثل الخط الأخضر مرة أخرى سرعة متجهة ثابتة تبلغ 11.58 m/s، حتى النقاط الست الأخيرة، حيث لم يعد لويس يزيد من عجلته بل يعدو بسرعة ثابتة.



(a)



(b)

الشكل 2.12 تحليل سباق كارل لويس لمسافة 100 m سنة 1991. (a) موقعه كدالة للزمن؛ (b) سرعته المتجهة كدالة للزمن.

هذا النوع من التحليل العددي الذي يتعامل مع السرعات المتجهة المتوسطة والعجلات كتقريبات للقيم اللحظية لهذه الكميات شائع في جميع أنواع التطبيقات العلمية والهندسية، ولا غنى عنه في حالة عدم معرفة التبعيات الدالية الدقيقة للزمن ولكن على الباحثين الاعتماد على التقريبات العددية للمشتقات التي تم الحصول عليها من خلال صيغ الفروق. وتتم الاستفادة من صيغ الفروق، مثل تلك الصيغ المقدمة هنا في معظم الحلول العملية للمسائل العلمية والهندسية التي تم التوصل إليها بمساعدة أجهزة الكمبيوتر.

يُخصّص مجال التحليل العددي بالكامل لإيجاد تقريبات عددية أفضل تتيح إجراء العمليات الحسابية بالكمبيوتر ومحاكاة العمليات الطبيعية بشكل أكثر دقة وسرعة. وهناك صيغ فروق تشبه الصيغ الموضحة في هذه الوحدة ولها أهمية في العمل اليومي للعلماء والمهندسين مثل التعابير التحليلية لحساب التفاضل والتكامل. وقد جاءت هذه الأهمية نتيجة لثورة الكمبيوتر في العلوم والتكنولوجيا، التي، مع ذلك، لم تقلل من أهمية محتويات هذا الكتاب المدرسي. ولاستنباط حل صحيح لمسألة هندسية أو علمية، لا بد من فهم المبادئ

الفيزيائية الأساسية، بصرف النظر عن التقنيات الحسابية التي نستخدمها. ويعرف هذه الحقيقة جيدًا مصممو أفلام الرسوم المتحركة المتطورة ومصممو التأثيرات الرقمية الخاصة، الذين يجب أن يحصلوا على دروس في الفيزياء الأساسية لضمان ظهور نواتج عمليات المحاكاة الحاسوبية التي يقدمونها بشكل واقعي أمام الجمهور.

2.6 إيجاد الإزاحة والسرعة المتجهة من العجلة

تُعرف حقيقة أن التكامل هو العملية العكسية للتفاضل باسم *النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل*. وتتيح لنا عكس عملية التفاضل التي تبدأ من الإزاحة إلى السرعة المتجهة إلى العجلة ليتم بدلًا من ذلك إجراء تكامل لمعادلة السرعة المتجهة (2.6) للحصول على الإزاحة ومعادلة العجلة (2.13) للحصول على السرعة المتجهة. لنبدأ بمعادلة المركبة x للسرعة المتجهة:

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_{t_0}^{t} v_x(t')\,dt' = \int_{t_0}^{t} \frac{dx(t')}{dt'}\,dt' = x(t) - x(t_0) \Rightarrow$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v_x(t')\,dt'. \tag{2.14}$$

الرمز: مرة أخرى استخدمنا هنا قاعدة أن $x(t_0) = x_0$، الموقع الابتدائي. علاوة على ذلك، استخدمنا الرمز t' في التكامل المحدد في المعادلة 2.14. ويذكرنا هذا الرمز الأولي بأن متغير التكامل متغير وهمي، يُستخدم لتحديد الكمية الفيزيائية التي نريد إجراء تكامل لها. وفي هذا الكتاب، سنحتفظ بالرمز الأولي لمتغيرات التكامل الوهمية في عمليات التكامل المحدود. (لاحظ أن بعض الكتب تستخدم كلمة أولي للإشارة إلى مشتق مكاني ، لكن لتجنب اللبس، لن نستخدمها في هذا الكتاب).

وبالمثل، نقوم بإجراء تكامل للمعادلة 2.13 لمركبة x للعجلة للحصول على تعبير لمركبة x للسرعة المتجهة:

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_{t_0}^{t} a_x(t')\,dt' = \int_{t_0}^{t} \frac{dv_x(t')}{dt'}\,dt' = v_x(t) - v_x(t_0) \Rightarrow$$

$$v_x(t) = v_{x0} + \int_{t_0}^{t} a_x(t')\,dt'. \tag{2.15}$$

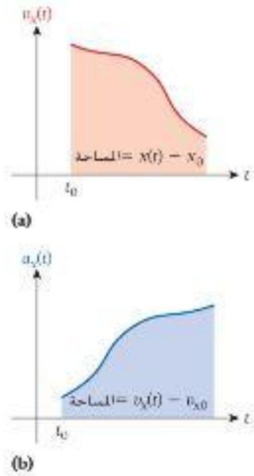
هنا نجد أن $v_x(t_0) = v_{x0}$ هو مركبة السرعة المتجهة الابتدائية في الاتجاه x. وكما هو الحال مع عملية الاشتقاق، فهمنا أن التكامل يعمل على المركبة، لذا يمكننا كتابة علاقات التكامل للمتجهات من علاقات التكامل للمركبات الواردة في المعادلتين 2.14 و2.15 إذًا، لدينا

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{v}(t')\,dt' \tag{2.16}$$

و

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^{t} \vec{a}(t')\,dt'. \tag{2.17}$$

تعني هذه النتيجة أنه يمكننا حساب متجه السرعة المتجهة لأي تغير في متجه العجلة مع الزمن، بشرط وجود القيمة الابتدائية لمتجه السرعة المتجهة. كما يمكننا حساب متجه الإزاحة، إذا عرفنا قيمته الابتدائية ومقدار تغير متجه السرعة مع الزمن.



الشكل 2.13 التفسير الهندسي لتكاملَي (a) السرعة المتجهة و(b) العجلة بالنسبة إلى الزمن.

أما في حساب التفاضل والتكامل، فربما عرفت أن التفسير الهندسي للتكامل المحدد هو مساحة أسفل منحنى. وهذا صحيح بالنسبة إلى المعادلتين 2.14 و2.15، حيث يمكننا أن نفسر المساحة أسفل المنحنى $v_x(t)$ بين t_0 وt على أنها الفرق في الموضع بين هذين الزمنين، كما هو موضح في الشكل 2.13a. ويوضح الشكل 2.13b أن المساحة أسفل المنحنى $a_x(t)$ في الفترة الزمنية بين t_0 و t هي فرق السرعة المتجهة بين هذين الزمنين.

2.7 الحركة بعجلة ثابتة

في كثير من المواقف الفيزيائية، تكون العجلة التي يتعرض لها الجسم ثابتة تقريبًا أو ربما تكون ثابتة بالفعل. ويمكننا استنباط معادلات مفيدة لهذه الحالات الخاصة للحركة بعجلة ثابتة. إذا كانت العجلة، a_x، ثابتة، فستكون نتيجة تكامل الزمن المستخدم للحصول على السرعة المتجهة في المعادلة 2.15 كما يلي

$$v_x(t) = v_{x0} + \int_0^t a_x \, dt' = v_{x0} + a_x \int_0^t dt' \rightarrow$$

$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t, \qquad (2.18)$$

حيث افترضنا أن الحد السفلي للتكامل $t_0 = 0$ للتبسيط. ويعني هذا أن السرعة المتجهة دالة خطية للزمن.

$$x = x_0 + \int_0^t v_x(t')\,dt' = x_0 + \int_0^t (v_{x0} + a_x t')\,dt'$$

$$= x_0 + v_{x0}\int_0^t dt' + a_x \int_0^t t'\,dt' \Rightarrow$$

$$x(t) = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2. \qquad (2.19)$$

إذًا، مع العجلة الثابتة، تكون السرعة المتجهة دائمًا دالة خطية للزمن، ويكون الموقع دالة تربيعية للزمن. ويمكن استنباط ثلاث معادلات أخرى مفيدة باستخدام المعادلتين 2.18 و2.19 كنقاط بداية. بعد أن نذكر هذه المعادلات الثلاث، سنتناول اشتقاقاتها.

السرعة المتجهة المتوسطة في الفترة الزمنية من 0 إلى t هي متوسط السرعات المتجهة في بداية الفترة الزمنية وفي نهايتها:

$$\bar{v}_x = \tfrac{1}{2}(v_{x0} + v_x). \qquad (2.20)$$

تؤدي السرعة المتجهة المتوسطة من المعادلة 2.20 إلى طريقة بديلة للتعبير عن الموقع:

$$x = x_0 + \bar{v}_x t. \qquad (2.21)$$

في النهاية، يمكننا كتابة معادلة لمربع السرعة المتجهة لا تتضمن الزمن صراحة:

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0). \qquad (2.22)$$

الاشتقاق 2.1

من الناحية الرياضية، للحصول على المتوسط الزمني لكمية خلال فترة زمنية معينة Δt، يجب علينا حساب تكامل هذه الكمية خلال الفترة الزمنية ثم القسمة على الفترة الزمنية:

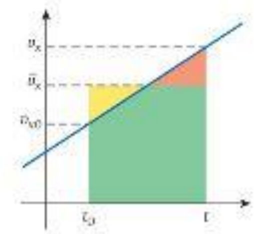
$$\bar{v}_x = \frac{1}{t}\int_0^t v_x(t')\,dt' = \frac{1}{t}\int_0^t (v_{x0} + a_x t')\,dt'$$

$$= \frac{v_{x0}}{t}\int_0^t dt' + \frac{a_x}{t}\int_0^t t'\,dt' = v_{x0} + \tfrac{1}{2}a_x t$$

$$= \tfrac{1}{2}v_{x0} + \tfrac{1}{2}(v_{x0} + a_x t)$$

$$= \tfrac{1}{2}(v_{x0} + v_x).$$

يتبع



الشكل 2.14 التمثيل البياني للسرعة المتجهة مقابل الزمن للحركة بعجلة ثابتة.

يوضح الشكل 2.14 الإجراء المتبع لحساب متوسط الفترة الزمنية t_0 إلى t. يمكنك أن ترى أن مساحة شبه المنحرف الذي تشكل من الخط الأزرق الذي يمثل $v(t)$ والخطين الرأسيين عند t_0 و t تساوي مساحة المربع الذي يشكله الخط الأفقي إلى $\bar{v}_x$ والخطين الرأسيين. وخط الأساس لكلتا المساحتين هو المحور الأفقي t. ويتضح تساوي المساحتين إذا لاحظت أن المثلث الأصفر (جزءًا من المربع) والمثلث البرتقالي (جزءًا من شبه المنحرف) متساويان في الحجم. [جبريًا، مساحة المربع $\bar{v}_x(t - t_0)$ ومساحة شبه المنحرف $\frac{1}{2}(v_{x0} + v_x)(t - t_0)$. وبمساواة هاتين المساحتين، نحصل على المعادلة 2.20 مرة أخرى].

ولاستنباط معادلة الموقع، نفترض $t_0 = 0$، ونستخدم التعبير $\bar{v}_x = v_{x0} + \frac{1}{2}a_x t$ ونضرب الطرفين في الزمن:

$$\bar{v}_x = v_{x0} + \tfrac{1}{2}a_x t$$
$$\Rightarrow \bar{v}_x t = v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2.$$

نقارن الآن هذه النتيجة بالتعبير الذي حصلنا عليه لـ x (المعادلة 2.19) ونتوصل إلى:

$$x = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = x_0 + \bar{v}_x t.$$

بالنسبة إلى اشتقاق المعادلة 2.22 لمربع السرعة المتجهة، نحل المعادلة $v_x = v_{x0} + a_x t$ للزمن، لنحصل على $t = (v_x - v_{x0})/a_x$، ثم نعوض في التعبير الخاص بالموقع، وهو المعادلة 2.19:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &= x_0 + v_{x0}\left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x}\right) + \tfrac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x}\right)^2 \\ &= x_0 + \frac{v_x v_{x0} - v_{x0}^2}{a_x} + \frac{1}{2}\,\frac{v_x^2 + v_{x0}^2 - 2v_x v_{x0}}{a_x}. \end{aligned}$$

بعد ذلك، نطرح x_0 من طرفي المعادلة ثم نضرب في a_x:

$$a_x(x - x_0) = v_x v_{x0} - v_{x0}^2 + \tfrac{1}{2}(v_x^2 + v_{x0}^2 - 2v_x v_{x0})$$
$$\Rightarrow a_x(x - x_0) = \tfrac{1}{2}v_x^2 - \tfrac{1}{2}v_{x0}^2$$
$$\Rightarrow v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0).$$

في ما يلي المعادلات الكينماتيكية الخمسة التي حصلنا عليها *للحالة الخاصة للحركة بعجلة ثابتة* (لو اعتبرنا أن الزمن الابتدائي عند $x = x_0$ و $v = v_0$ يساوي 0).

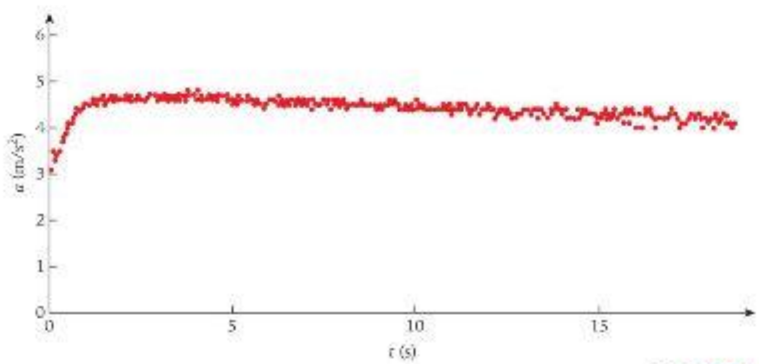
$$\begin{aligned} &\text{(i)} && x = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \\ &\text{(ii)} && x = x_0 + \bar{v}_x t \\ &\text{(iii)} && v_x = v_{x0} + a_x t \qquad (2.23) \\ &\text{(iv)} && \bar{v}_x = \tfrac{1}{2}(v_x + v_{x0}) \\ &\text{(v)} && v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \end{aligned}$$

تتيح لنا هذه المعادلات الخمس حل الكثير من أنواع مسائل الحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة. لكن، تذكر أنه إذا لم تكن العجلة ثابتة، فلن تُعطي هذه المعادلات الحلول الصحيحة.

تتضمن الكثير من مسائل الحياة اليومية الحركة في خط مستقيم بعجلة ثابتة. وفي هذه الحالات، تقدم المعادلات 2.23 نموذجًا للإجابة عن أي سؤال عن الحركة. ستوضح المسألة المحلولة والمثال التاليين مدى فائدة هذه المعادلات الكينماتيكية. لكن، اعلم أن الفيزياء ليست مجرد إيجاد معادلة مناسبة والتعويض فيها بالأعداد، لكنها تتعلق باستيعاب المفاهيم. لذلك إذا استوعبت الأفكار الأساسية، فسيكون بإمكانك الاستنتاج من أمثلة معينة واكتساب المهارات في حل المزيد من المسائل العامة.

مسألة محلولة 2.2 إقلاع الطائرة

عندما تسير طائرة على مدرج الطيران للوصول إلى سرعة الإقلاع، فإنها تستخدم محركاتها النفاثة لتتسارع. وفي رحلة طيران معينة، قاس أحد مؤلفي هذا الكتاب العجلة الناتجة عن المحركات النفاثة للطائرة. ويوضّح الشكل 2.15 القياسات.



الشكل 2.15 بيانات عجلة الطائرة النفاثة قبل الإقلاع.

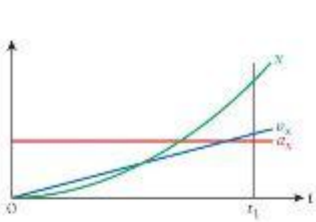
يمكنك أن ترى أن افتراض العجلة الثابتة ليس صحيحًا تمامًا في هذه الحالة. لكن، العجلة المتوسطة $a_x = 4.3\ m/s^2$ خلال الزمن 18.4 s (المقيس باستخدام ساعة التوقيت) الذي استغرقته الطائرة للإقلاع تعتبر قيمة تقريبية جيدة.

المسألة

إذا افترضنا أن الطائرة بدأت من السكون وتحركت بعجلة ثابتة $a_x = 4.3\ m/s^2$، فما السرعة المتجهة لإقلاع الطائرة بعد 18.4 s؟ وما المسافة التي قطعتها الطائرة على مدرج الطيران قبل وقت إقلاعها؟

الحل

فكّر إن تحرّك الطائرة على مدرج الطيران قبل إقلاعها يعد مثالًا جيدًا للحركة المتسارعة في بُعد واحد. ونظرًا لأننا نفتر ض أن العجلة ثابتة، نعلم أن السرعة الم تجهة تزيد خطيًا مع الزمن، وأن الإزاحة تزداد كقوة الثانية للزمن. ونظرًا لأ ن الطائرة تبدأ من السكون، تكون القيمة الأولية للسرعة المتجهة 0 وكما تعودنا، يمكن تحديد نقطة الأصل للنظام الإ حداثي عند أي موقع؛ لكن الأفضل وضعها عند نقطة بدء حركة الطائرة.



الشكل 2.16 عجلة الطائرة وسرعتها المتجهة وإزاحتها قبل الإقلاع.

ارسم يوضح الرسم في الشكل 2.16 كيف نتوقع زيادة السرعة المتجهة والإزاحة لهذه الحالة من العجلة الثابتة، حيث تُحدد الظروف الأولية عند $v_{x0} = 0$ و$x_0 = 0$ لا حظ عدم وضع أي مقاييس على المحاور، لأن الإزاحة والسرعة المتجهة والعجلة قيست بوحدات مختلفة. ولذلك، فإن النقاط التي تتقاطع عندها المنحنيات الثلاثة عشوائية تمامًا.

ابحث إن إيجاد السرعة المتجهة للإقلاع عبارة عن تطبيق مباشر بالفعل للمعادلة 2.23(iii).

$$v_x = v_{x0} + a_x t.$$

بالمثل، يمكن الحصول على المسافة التي تقطعها الطائرة على مدرج الطيران قبل الإقلاع من المعادلة 2.23(i):

$$x = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2.$$

بسّط تتسارع الطائرة من وضع السكون، لذلك تكون السرعة المتجهة الأولية $v_{x0} = 0$، وباختيارنا لنقطة أصل النظام الإحداثي، نكون قد حددنا $x_0 = 0$ ومن ثمّ، يتم تبسيط معادلات السرعة المتجهة للانطلاق والمسافة كما يلي

$$v_x = a_x t$$

$$x = \tfrac{1}{2}a_x t^2.$$

يتبع

احسب لم يتبق أمامنا سوى التعويض بالأعداد:

$$v_x = (4.3\ \text{m/s}^2)(18.4\ \text{s}) = 79.12\ \text{m/s}$$

$$x = \tfrac{1}{2}(4.3\ \text{m/s}^2)(18.4\ \text{s})^2 = 727.904\ \text{m}.$$

قرّب تم تقريب العجلة إلى رقمين معنويين، والزمن إلى ثلاثة أرقام. وعند ضرب هذين الرقمين، يجب أن تتضمن الإجابة رقمين معنويين. ومن ثم تكون إجاباتنا النهائية كما يلي

$$v_x = 79\ \text{m/s}$$

$$x = 7.3\times10^2\ \text{m}.$$

لاحظ أن الزمن المقيس للإقلاع الذي يبلغ 18.4 s ربما لم يكن بهذه الدقة. إذا سبق لك أن حاولت تحديد لحظة بدء تسارع الطائرة على مدرج الطيران، فستكون قد لاحظت أن تحديد هذه النقطة الزمنية بدقة إلى 0.1 s محال تقريبًا.

تحقّق ثانية كما أكد هذا الكتاب مرارًا وتكرارًا، فإن أبسط طريقة للتحقق من أي إجابة عن مسألة فيزيائية هي التأكد من أن الوحدات مناسبة للحالة. وهذا هو الحال هنا، لأننا حصلنا على الإزاحة بوحدات الأمتار والسرعة المتجهة بوحدات الأمتار في الثانية. أحيانًا، قد نتجاوز المسائل المحلولة في الجزء المتبقي من الكتاب هذا الاختبار البسيط؛ لكن، إذا كنت تريد التحقق سريعًا من الأخطاء الجبرية في عملياتك الحسابية، فقد يكون من المفيد النظر أولًا إلى وحدات الإجابة.

سنتحقق الآن من صحة المقدار في إجاباتنا. بالنسبة إلى إزاحة الإقلاع التي تبلغ 730 m (~0.5 mi) فهي معقولة، لأنها في حدود طول مدرج الطيران. حُوّل السرعة المتجهة للإقلاع التي تبلغ $v_x = 79$ m/s إلى

$$(79\ \text{m/s})(1\ \text{mi}/1609\ \text{m})(3600\ \text{s}/1\ \text{h}) \approx 289.7\ \text{km/h}\ \text{أو}\ 180\ \text{mi/h}.$$

تظهر هذه الإجابة أيضًا في النطاق المعقول.

حل بديل

يمكن حل الكثير من المسائل في الفيزياء بعدة طرق، لأنه يمكن غالبًا استخدام أكثر من علاقة بين الكميات المعروفة والمجهولة. في هذه الحالة، بمجرد الحصول على السرعة المتجهة النهائية، يمكننا استخدام هذه المعلومات وحل معادلة الحركة 2.23(v) للوصول إلى x. ينتج عن هذه الطريقة البديلة

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \Rightarrow$$

$$x = x_0 + \frac{v_x^2 - v_{x0}^2}{2a_x} = 0 + \frac{(79\ \text{m/s})^2}{2(4.3\ \text{m/s}^2)} = 7.3\times10^2\ \text{m}.$$

وبذلك، نصل إلى الإجابة نفسها للمسافة بطريقة مختلفة، ما يمنحنا مزيدًا من الثقة بأن الحل الذي توصلنا إليه معقول.

كانت المسألة المحلولة 2.2 سهلة جدًا؛ لأن حلها لم يزد إلا قليلًا عن التعويض بالأعداد. وبالرغم من ذلك، توضح أن المعادلات الكينماتيكية التي استنبطناها يمكن تطبيقها في مواقف من واقع الحياة وتؤدي إلى إجابات لها دلالة فيزيائية. يتناول المثال القصير التالي، المستمد هذه المرة من رياضة سباق السيارات، مفاهيم السرعة المتجهة والعجلة، لكن من منظور مختلف قليلًا.

مثال 2.4 سباق السرعة القصوى

الشكل 2.17 سيارة سباق السرعة القصوى NHRA.

عند التسارع من وضع السكون، تستطيع السيارة في سباق السرعة القصوى الوصول إلى 333.2 mi/h (148.9 m/s =)، وهو الرقم القياسي المسجل في عام 2003، في نهاية ربع الميل (402.3 m =). بالنسبة إلى هذا المثال، سنفترض أن العجلة ثابتة.

المسألة 1

ما قيمة العجلة الثابتة لسيارة السباق؟

الحل 1

نظرًا لأن القيم الابتدائية والنهائية للسرعة المتجهة معطاة والمسافة معروفة، سنبحث عن علاقة بين هذه الكميات الثلاث والعجلة، وهي القيمة المجهولة.

في هذه الحالة، من الأنسب استخدام المعادلة الكينماتيكية 2.23(v) والحل لإيجاد قيمة العجلة، a_x:

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \Rightarrow a_x = \frac{v_x^2 - v_{x0}^2}{2(x - x_0)} = \frac{(148.9 \text{ m/s})^2}{2(402.3 \text{ m})} = 27.6 \text{ m/s}^2.$$

المسألة 2

ما المسافة التي تقطعها سيارة السباق لإكمال سباق ربع ميل من نقطة البدء؟

الحل 2

نظرًا لأن السرعة المتجهة النهائية تبلغ 148.9 m/s، فإن السرعة المتجهة المتوسطة [باستخدام المعادلة 2.23(iv)]، $\bar{v}_x = \frac{1}{2}(148.9 \text{ m/s} + 0) = 74.45 \text{ m/s}$ يربط هذه السرعة المتجهة المتوسطة بالإزاحة والزمن باستخدام المعادلة 2.23(ii)، نحصل على:

$$x = x_0 + \bar{v}_x t \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{\bar{v}_x} = \frac{402.3 \text{ m}}{74.45 \text{ m/s}} = 5.40 \text{ s}.$$

لاحظ أننا قد نحصل على النتيجة نفسها باستخدام المعادلة الكينماتيكية 2.23(iii)، لأننا حسبنا العجلة من قبل في الحل 1

إذا كنت من مشجعي سباقات السرعة القصوى، فلا بد أنك تعرف أن الزمن القياسي الفعلي لربع الميل أقل قليلًا من 4.5 s، ويرجع السبب في أن إجابتنا المحسوبة أعلى قليلًا من ذلك إلى أن افتراض العجلة الثابتة ليس صحيحًا تمامًا. إن عجلة السيارة في بداية السباق أعلى بالفعل من القيمة التي حسبناها سابقًا، والعجلة الفعلية نحو نهاية السباق أقل من القيمة المتاحة لدينا.

مما سبق، يتضح تقريبًا أن جميع المسائل التي تتضمن عجلة ثابتة يمكن حلها باستخدام المعادلات 2.23، لكن من المهم أن تتذكر أنه يجب عدم تطبيق هذه المعادلات عشوائيًا. تتضح هذه النقطة من المسألتين المحلولتين التاليتين.

مسألة محلولة 2.3 التسابق مع أسبقية الانطلاق

لدى سلطان سيارة دودج تشارجر جديدة بمحرك نصف كروي وقد تحدى خالدًا، الذي يمتلك سيارة فولكس فاجن جي تي أي معدلة، لخوض سباق في مضمار محلي. ولكن خالد يعلم أن سيارة سلطان (تشارجر) مصنعة لقطع مسافة من 0 إلى 100 kph في 5.3 s، بينما تحتاج سيارة فولكس فاجن التي يمتلكها إلى 7.0 s. وطلب خالد أن يكون السباق بأسبقية الانطلاق ووافق سلطان على إعطائه 1.0 s بالضبط.

المسألة

ما المسافة التي قطعها خالد على المضمار قبل أن يبدأ سلطان السباق؟ في أي زمن لحق سلطان بخالد؟ ما مدى بعدهما عن نقطة البداية عند حدوث ذلك؟ (افترض عجلة ثابتة لكل سيارة خلال السباق).

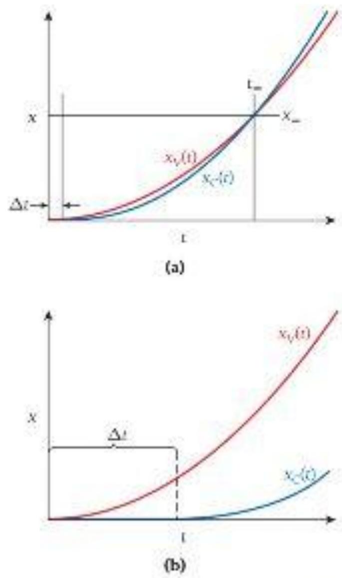
الحل

فكّر هذا السباق مثال جيد للحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة. نرغب في إلقاء نظرة على المعادلات الكينماتيكية 2.23 وتحديد المعادلة التي يمكننا تطبيقها. ولكن، علينا توخي الحذر قليلًا هنا، لأن التأخير الزمني بين بداية خالد وبداية سلطان تزيد من التعقيد. وفي الحقيقة، إذا حاولت حل هذه المسألة باستخدام المعادلات الكينماتيكية مباشرة، فلن تحصل على الإجابة الصحيحة، بل، تتطلب هذه المسألة تحديد الإحداثيات الزمنية لكل سيارة بعناية.

ارسم في هذا الرسم، نرسم الزمن على المحور الأفقي والموقع على المحور الرأسي. تسير كلتا السيارتين بعجلة ثابتة من نقطة البدء، لذا نتوقع أن يشكل مسارهما قطعًا مكافئًا بسيطًا في هذا الرسم.

نظرًا لأن عجلة سيارة سلطان أكبر، يتخذ قطعها المكافئ (المنحنى الأزرق في الشكل 2.17) انحناء أكبر، ومن ثم ارتفاعًا أكثر حدة. وبذلك، يتضح أن سلطانًا سيلحق بخالد عند نقطة ما، لكن مكان هذه النقطة لم يتضح بعد.

يُتبع



الشكل 2.17 الموقع مقابل الزمن في السباق بين سلطان وخالد. يوضح الجزء (a) المدة الكاملة للسباق ويوضح الجزء (b) صورة مكبرة للبداية.

ابحث نُعد المسألة كميًا. ونشير إلى التأخير الزمني قبل أن يبدأ سلطان بالرمز Δt. ثم نستخدم الدليلين (الرمزين السفليين) C لسيارة تشارجر الخاصة بسلطان وV لسيارة فولكس فاجن الخاصة بخالد. ونضع نقطة الأصل للنظام الإحداثي عند خط البداية. لذا يكون الموقع الابتدائي للسيارتين $x_C(t=0) = x_V(t=0) = 0$. ونظرًا لأن السيارتين ساكنتان في البداية، فإن السرعة المتجهة الابتدائية للسيارتين صفر، وبذلك تكون معادلة الحركة لسيارة خالد الفولكس فاجن كما يلي

$$x_V(t) = \tfrac{1}{2} a_V t^2.$$

هنا نستخدم الرمز a_V للتعبير عن عجلة سيارة فولكس فاجن. ويمكننا حساب قيمتها من الزمن المعطى من 0 إلى 100 kph في نص المسألة، لكننا سنؤجل هذه الخطوة لحين التعويض بالأعداد.

للحصول على معادلة الحركة لسيارة سلطان (تشارجر)، يجب أن نتوخى الحذر، لأن عليه أن ينتظر Δt حتى ينطلق خالد. ويمكننا توضيح هذا التأخير بزمن نقل السرعة: $t' = t - \Delta t$ وبمجرد وصول t إلى القيمة Δt، تكون قيمة الزمن t' صفرًا ويستطيع سلطان الانطلاق، وبذلك تكون معادلة حركة سيارته تشارجر كما يلي

$$x_C(t) = \tfrac{1}{2} a_C t'^2 = \tfrac{1}{2} a_C (t - \Delta t)^2 \quad \text{بالنسبة إلى } t \geq \Delta t.$$

مثل a_V تمامًا، سيتم إيجاد قيمة العجلة الثابتة a_C لسيارة سلطان (تشارجر) في ما يلي.

بسّط عندما يلحق سلطان بخالد، تكون قيمة إحداثياتهما واحدة. سنشير إلى زمن حدوث ذلك بالرمز $t_=$، وإلى الإحداثي الذي وقع عنده ذلك بالرمز $x_= = x(t_=)$. ونظرًا لأن الإحداثيين متماثلان، نحصل على

$$x_= = \tfrac{1}{2} a_V t_=^2 = \tfrac{1}{2} a_C (t_= - \Delta t)^2.$$

يمكننا حل هذه المعادلة للوصول إلى $t_=$ بالقسمة على العامل المشترك $\tfrac{1}{2}$ ثم حساب الجذر التربيعي لطرفي المعادلة:

$$\sqrt{a_V}\, t_= = \sqrt{a_C}\,(t_= - \Delta t) \Rightarrow$$
$$t_= \left(\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}\right) = \Delta t \sqrt{a_C} \Rightarrow$$
$$t_= = \frac{\Delta t \sqrt{a_C}}{\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}}.$$

لماذا نستخدم الجذر الموجب ونتجاهل الجذر السالب هنا؟ قد يؤدي الجذر السالب إلى حل مستحيل فيزيائيًا: ينصب اهتمامنا على زمن التقاء السيارتين بعد مغادرتهما لنقطة البداية، وليس على القيمة السالبة التي تنطوي على زمن قبل انطلاقهما.

احسب يمكننا الآن الحصول على إجابة عددية لكل سؤال من الأسئلة التي تم طرحها. أولًا، سنتوصل إلى قيم العجلة الثابتة للسيارات من المواصفات المعطاة من 0 إلى 100 kph. نستخدم $a = (v_x - v_{x0})/t$ ونحصل على

$$a_V = \frac{100 \text{ kph}}{7.0 \text{ s}} = \frac{27.7778 \text{ m/s}}{7.0 \text{ s}} = 3.96826 \text{ m/s}^2$$
$$a_C = \frac{100 \text{ kph}}{5.3 \text{ s}} = \frac{27.7778 \text{ m/s}}{5.3 \text{ s}} = 5.24109 \text{ m/s}^2.$$

مرة أخرى، سنؤجل تقريب نتائجنا حتى نستكمل جميع الخطوات في عملياتنا الحسابية. ولكن، باستخدام قيم العجلة، يمكننا في الحال حساب المسافة التي يقطعها خالد خلال الزمن $\Delta t = 1.0$ s:

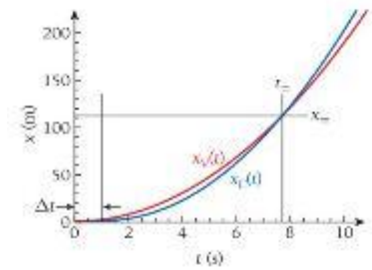
$$x_V(1.0 \text{ s}) = \tfrac{1}{2}(3.96826 \text{ m/s}^2)(1.0 \text{ s})^2 = 1.98413 \text{ m}.$$

يمكننا الآن حساب الزمن الذي لحق فيه سلطان بخالد:

$$t_= = \frac{\Delta t \sqrt{a_C}}{\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}} = \frac{(1.0 \text{ s})\sqrt{5.24109 \text{ m/s}^2}}{\sqrt{5.24109 \text{ m/s}^2} - \sqrt{3.96826 \text{ m/s}^2}} = 7.70070 \text{ s}.$$

في هذا الزمن، تكون كلتا السيارتين قد انتقلت إلى النقطة نفسها. ومن ثمّ، يمكننا إدخال هذه القيمة في معادلة الحركة لإيجاد هذا الموقع:

$$x_= = \tfrac{1}{2} a_V t_=^2 = \tfrac{1}{2}(3.96826 \text{ m/s}^2)(7.70070 \text{ s})^2 = 117.660 \text{ m}.$$



الشكل 2.18 تمثيل بياني لمتغيرات ومعادلات الحركة في السباق بين سلطان وخالد.

قرّب كانت البيانات الأولية مقربة إلى رقمين معنويين فقط، وبتقريب نتائجنا إلى الدقة نفسها، نتوصل في النهاية إلى إجاباتنا: يحصل خالد على أسبقية الانطلاق لمسافة 1.9 m، وسيلحق سلطان به بعد 7.7 s. في ذلك الزمن، سيكونان قد قطعا 1.2×10^2 m في سباقهما.

تحقّق ثانية قد يبدو غريبًا لك أن سيارة خالد تمكنت من السير لمسافة 1.9 m فقط، أو ما يقرب من نصف طول السيارة، خلال الثانية الأولى. هل يوجد أي خطأ في عمليتنا الحسابية؟ الإجابة لا؛ فمن نقطة البدء، تتحرك السيارتان لمسافة قصيرة نسبيًا خلال الثانية الأولى للعجلة. تتضمن المسألة المحلولة التالية دليلًا واضحًا على هذه العبارة.

يوضح الشكل 2.18 تمثيلًا لمعادلات الحركة لكلتا السيارتين، لكن بالوحدات الصحيحة هذه المرة.

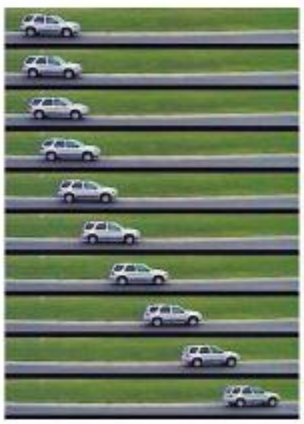
مسألة محلولة 2.4 تسارع السيارة

المسألة

يوضح الشكل 2.19 سلسلة صور، وتوجد فترة زمنية قدرها 0.333 s بين الصور المتتالية، هل يمكنك تحديد مدى السرعة التي تسارعت بها هذه السيارة (التي يبلغ طولها 4.442 m) من وضع السكون؟ وهل يمكنك أيضًا تقدير الزمن الذي تستغرقه هذه السيارة للانتقال من 0 إلى 100 kph؟

الحل

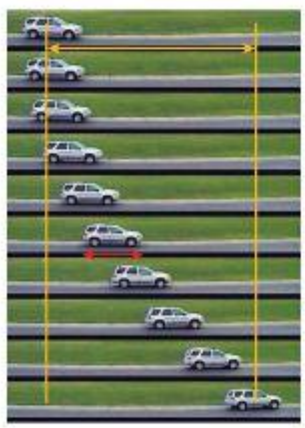
فكّر نُقاس العجلة بأبعاد الطول لكل فترة زمنية. لإيجاد عدد لقيمة العجلة، يجب معرفة مقاييس الزمن والطول في الشكل 2.19. يعتبر المقياس الزمني دقيقًا لأن المعلومات المعطاة تفيد بأنه تمر 0.333 s بين الصور المتتالية. ويمكننا الحصول على مقياس الطول من أبعاد السيارة المحددة. على سبيل المثال، إذا ركزنا على طول السيارة وقارناه بالعرض الكلي للصورة، فيمكننا إيجاد المسافة التي قطعتها السيارة بين الصورة الأولى والأخيرة (والتي يفصل بينهما 3.000 s).



الشكل 2.19 تسلسل مقاطع فيديو لسيارة تتسارع من نقطة البدء.

ارسم نرسم خطوطًا رأسية صفراء على الشكل 2.19، كما هو موضح في الشكل 2.20، ونضع منتصف السيارة على الخط بين النافذتين الأمامية والخلفية (الموقع الدقيق غير مهم، طالما استخدمنا النمط نفسه في القياس). يمكننا الآن استخدام مسطرة لقياس المسافة العمودية بين الخطين الأصفرين، المشار إليها بالسهم الأصفر ذي الرأسين في الشكل. كما يمكننا قياس طول السيارة، المشار إليه بالسهم الأحمر ذي الرأسين.

ابحث عند قسمة طول السهم الأصفر ذي الرأسين الذي تم قياسه على طول السهم الأحمر تنتج لنا النسبة 3.474 يحدد الخطان الأصفران الرأسيان موقع منتصف السيارة عند 0.000 s و 3.000 s. وبذلك نعرف أن السيارة اجتازت مسافة قدرها 3.474 مرة من طول السيارة في هذه الفترة الزمنية. وطول السيارة المُعطى 4.442 m. وبذلك، يبلغ إجمالي المسافة التي قطعتها السيارة $D = 3.474 \cdot \ell_{car} = 3.474 \cdot 4.442 \text{ m} = 15.4315 \text{ m}$ (تذكر أننا نقرب إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية في النهاية).



الشكل 2.20 تحديد مقياس الطول للشكل 2.19.

بسّط لدينا خياران لكيفية المتابعة. الخيار الأول أكثر تعقيدًا: يمكننا قياس موقع السيارة في كل صورة ثم استخدام صيغ الفرق، مثل تلك الموجودة في المثال 2.3 هناك طريقة أخرى أسرع لمتابعة العمل وهي افتراض عجلة ثابتة ثم استخدام قياسات مواقع السيارة في الصورة الأولى والأخيرة فقط. سنستخدم الطريقة الثانية، ولكن في النهاية سنحتاج إلى التحقق ثانيةً للتأكد من أن افتراضنا للعجلة الثابتة له مبرر.

بالنسبة إلى العجلة الثابتة من نقطة البدء، لدينا

$$x = x_0 + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow$$

$$d = x - x_0 = \tfrac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow$$

$$a_x = \frac{2d}{t^2}.$$

يتبع

هذه هي العجلة التي نريد إيجادها. وبمجرد إيجاد العجلة، يمكننا تقدير الزمن من 0 إلى 100 kph باستخدام $v_x = v_{x0} + at \Rightarrow t = (v_x - v_{x0})/a_x$. ونقطة البدء تعني أن $v_{x0} = 0$. ولذلك تكون المعادلة كالتالي

$$t(0 - 100\ \text{kph}) = \frac{100\ \text{kph}}{a_x}.$$

احسب نعوض بالأعداد لإيجاد العجلة:

$$a_x = \frac{2d}{t^2} = \frac{2 \cdot (15.4315\ \text{m})}{(3.000\ \text{s})^2} = 3.42922\ \text{m/s}^2.$$

وبالنسبة إلى الزمن من 0 إلى 100 kph، نحصل على

$$t(0 - 100\ \text{kph}) = \frac{100\ \text{kph}}{a_x} = \frac{(100\ \text{kph})(1000\ \text{m/km})(1\ \text{h}/3600\ \text{s})}{3.42922\ \text{m/s}^2} = 8.10032\ \text{s}.$$

قرّب يحدد طول السيارة مقياس الطول، وكان مقربًا إلى أربعة أرقام معنوية، وكان الزمن مقربًا إلى ثلاثة أرقام معنوية، فهل يجب علينا تقدير نتائجنا مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية؟ الإجابة لا، لأننا أجرينا القياسات في الشكل 2.20، وكانت دقيقة عند تقريبها إلى رقمين فقط على أفضل تقدير. بالإضافة إلى ذلك، يمكنك رؤية مجال الرؤية وانحرافات العدسات في سلسلة الصورة: في الصور القليلة الأولى، ترى جزءًا صغيرًا من الجزء الأمامي للسيارة، وفي الصور القليلة الأخيرة، ترى جزءًا صغيرًا من مؤخرة السيارة. باعتبار ما سبق، يجب تقريب نتائجنا إلى رقمين معنويين. لذلك تكون إجابتنا النهائية للعجلة كالتالي

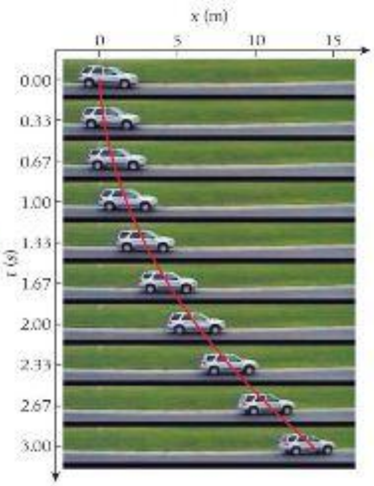
$$a_x = 3.4\ \text{m/s}^2.$$

بالنسبة إلى الزمن من 0 إلى 100 kph، نحصل على

$$t(0 - 100\ \text{kph}) = 8.1\ \text{s}.$$

تحقّق ثانية إن الأعداد التي توصلنا إليها للعجلة والزمن من 0 إلى 100 kph نموذجية إلى حد كبير للسيارات أو السيارات الرياضية متعددة الأغراض؛ انظر أيضًا المسألة المحلولة 2.3، ومن ثمّ، نثق في أن إجابتنا ليست بعيدة عن المقدار الصحيح.

لكن علينا أن نتحقق ثانيةً من افتراض العجلة الثابتة. بالنسبة إلى العجلة الثابتة من نقطة البدء، يجب أن تقع النقاط $x(t)$ على القطع المكافئ $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2$، ومن ثمّ، إذا رسمنا x على المحور الأفقي وt على المحور الرأسي كما في الشكل 2.21، فيجب أن تتبع النقاط $t(x)$ الجذر التربيعي: $t(x) = \sqrt{2x/a_x}$ يوضح المنحنى الأحمر في الشكل 2.21 هذه التبعية الدالية، ويمكننا أن نرى المنحنى يمر بالنقطة ذاتها للسيارة في كل صورة، وبذلك نتأكد من أن فرضية العجلة الثابتة معقولة.



الشكل 2.21 تحليل بياني لمسألة تسارع السيارة.

2.8 السقوط الحرّ

تكون العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية ثابتة في أحسن تقدير لها بالقرب من سطح الأرض. إذا كانت هذه العبارة صحيحة، فيجب أن يكون لها نتائج ملحوظة. لنفترض أن الأمر صحيح ونستنتج النتائج المترتبة على حركة الأجسام تحت تأثير الجذب الناتج عن قوّة الجاذبيّة الأرضية، ثم نقارن نتائجنا بالملاحظات التجريبية ونرى ما إذا كان ثبات العجلة الناتجة عن الجاذبية معقولًا أم لا.

تبلغ قيمة العجلة الناتجة عن الجاذبية بالقرب من سطح الأرض $g = 9.81\ \text{m/s}^2$، ونشير إلى المحور الرأسي بالمحور y كما نحدد الاتجاه الموجب بالاتجاه لأعلى. إذًا متجه العجلة $\vec{a}$ له مركّبة y غير صفرية، تحدّد من العلاقة

$$a_y = -g. \tag{2.24}$$

هذه الحالة عبارة عن تطبيق محدد للحركة بعجلة ثابتة، التي ناقشناها في بداية هذا القسم. وستُعدّل المعادلات 2.23 بالتعويض عن العجلة من المعادلة 2.24 كما نستخدم y بدلًا من x للإشارة إلى أن الإزاحة تتم في الاتجاه y. ونحصل على:

$$\begin{aligned}
&\text{(i)} && y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\
&\text{(ii)} && y = y_0 + \bar{v}_y t \\
&\text{(iii)} && v_y = v_{y0} - gt \\
&\text{(iv)} && \bar{v}_y = \tfrac{1}{2}(v_y + v_{y0}) \\
&\text{(v)} && v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

تسمى الحركة تحت تأثير عجلة الجاذبية وحدها **السقوط الحر** وتتيح لنا المعادلات 2.25 حل مسائل الأجسام التي تسقط سقوطًا حرًا.

لنفكر الآن في تجربة اختبرت فرضية عجلة الجاذبية الثابتة. صعد المؤلفون إلى ارتفاع قدره 12.7 m وأسقطوا كمبيوترًا من السكون $(v_{y0} = 0)$ في ظل ظروف متحكم فيها، وسجلوا سقوط الكمبيوتر بكاميرا فيديو رقمية. ونظرًا لأن الكاميرا تسجل بسرعة 30 إطارًا في الثانية، تتوفر لدينا معلومات عن الزمن. يعرض الشكل 2.22 14 إطارًا تفصلها فترات زمنية متساوية، من هذه التجربة، مع تمييز الزمن بعد الإسقاط على المحور الأفقي لكل إطار. ويكون للمنحنى الأصفر المركب على الإطارات الصيغة

$$y = 12.7\text{ m} - \tfrac{1}{2}(9.81\text{ m/s}^2)t^2,$$

وهو ما نتوقعه للشروط الأولية $y_0 = 12.7$ m و $v_{y0} = 0$ وافتراض العجلة الثابتة، $a_y = -9.81\text{ m/s}^2$ وكما ترى، فإن سقوط الكمبيوتر يتبع هذا المنحنى بشكل كامل تقريبًا. وبالطبع لا يشكل هذا التوافق دليلًا قاطعًا، لكنه إشارة قوية إلى أن عجلة الجاذبية ثابتة بالقرب من سطح الأرض، ولها القيمة المحددة.

بالإضافة إلى ذلك، تكون قيمة عجلة الجاذبية واحدة لجميع الأجسام. وهذا البيان ليس هيّنًا بأي حال من الأحوال. وترتطم الأجسام ذات الأحجام والكتل المختلفة بالأرض في الزمن نفسه، إذا تم إسقاطها من الارتفاع نفسه. هل يتفق ذلك مع تجاربنا اليومية؟ حسنًا، ليس تمامًا! في عرض توضيحي لمحاضرة عامة، تم إسقاط ريشة وقطعة نقد معدنية من ارتفاع واحد، يمكننا بسهولة ملاحظة وصول قطعة النقد إلى الأرض أولًا، بينما تهبط الريشة ببطء. ويرجع الفرق إلى مقاومة الهواء. إذا أجريت هذه التجربة في أنبوب زجاجي مفرغ، فستسقط قطعة النقد والريشة بالسرعة نفسها. وسنعود إلى مقاومة الهواء في الوحدة 4. ولكن يمكننا الآن استنتاج أن عجلة الجاذبية ثابتة بالقرب من سطح الأرض، وقيمتها المطلقة $g = 9.81\text{ m/s}^2$، وهي واحدة لجميع الأجسام إذا ما تجاهلنا مقاومة الهواء. في الوحدة 4، سندرس الظروف التي تثبت فرضية أن مقاومة الهواء صفر.

لمساعدتك في فهم الإجابة عن مراجعة المفاهيم 2.7، فكّر في قذف كرة لأعلى مباشرة، كما هو موضح في الشكل 2.23. في الشكل 2.23a، يتم قذف الكرة لأعلى بسرعة متجهة $\vec{v}$ وعند إطلاق الكرة، لا تؤثر فيها

مراجعة المفاهيم 2.7

يعد قذف الكرة لأعلى بشكل مستقيم في الهواء مثالًا على حركة السقوط الحر. في اللحظة التي تصل فيها الكرة إلى أقصى ارتفاع لها، أي من العبارات التالية يكون صوابًا؟

a) يشير متجه عجلة الكرة إلى أسفل ومتجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

b) تكون عجلة الكرة صفرًا ويشير متجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

c) يشير متجه عجلة الكرة إلى أعلى ومتجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

d) يشير متجه عجلة الكرة إلى أسفل وتكون سرعتها المتجهة صفرًا.

e) يشير متجه عجلة الكرة إلى أعلى وتكون سرعتها المتجهة صفرًا.

f) تكون عجلة الكرة صفرًا ويشير متجه سرعتها المتجهة إلى أسفل.

مراجعة المفاهيم 2.8

قُذفت كرة لأعلى بسرعة v_1، كما هو موضح في الشكل 2.23، ووصلت الكرة إلى أقصى ارتفاع لها $y = h$. ما نسبة سرعة الكرة، v_2، عند $y = h/2$ في الشكل 2.23b، إلى سرعتها الابتدائية إلى أعلى v_1، عند $y = 0$ في الشكل 2.23a؟

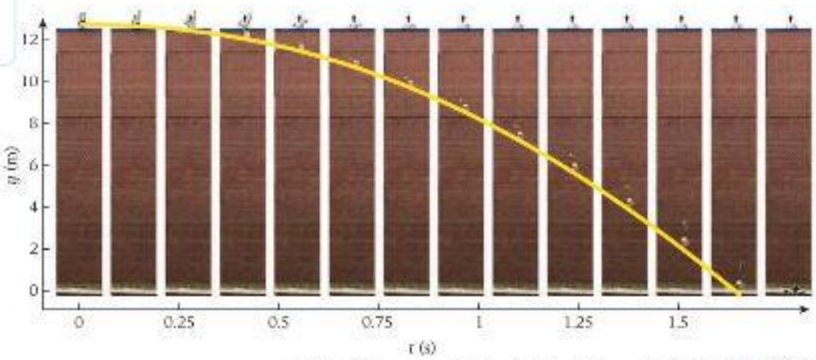
a) $v_2/v_1 = 0$

b) $v_2/v_1 = 0.50$

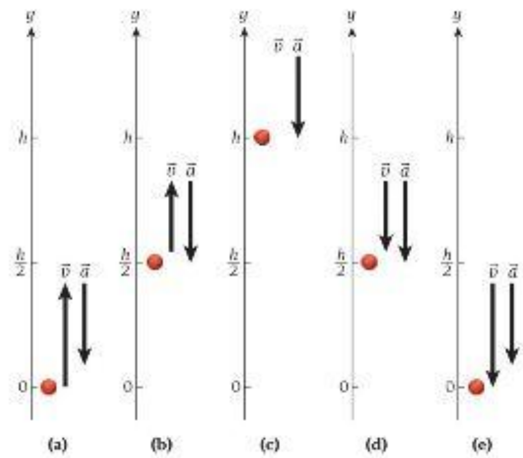
c) $v_2/v_1 = 0.71$

d) $v_2/v_1 = 0.75$

e) $v_2/v_1 = 0.90$



الشكل 2.22 تجربة السقوط الحر: إسقاط جهاز كمبيوتر من فوق أحد المباني.



الشكل 2.23 متجه السرعة المتجهة ومتجه العجلة لكرة قُذفت لأعلى بشكل مستقيم في الهواء. (a) قُذفت الكرة بداية لأعلى عند $y = 0$. (b) صعدت الكرة لأعلى إلى ارتفاع $y = h/2$. (c) وصلت الكرة إلى أقصى ارتفاع $y = h$. (d) هبطت الكرة إلى أسفل عند ارتفاع $y = h/2$. (e) سقطت الكرة عائدة إلى $y = 0$

إلا قوة الجاذبية فقط، وبذلك تتسارع هبوطًا إلى الأسفل بالعجلة الناتجة عن الجاذبية، والتي تحدد من العلاقة $\vec{a} = -g\hat{y}$. وأثناء ارتفاع الكرة لأعلى، تعمل العجلة الناتجة عن الجاذبية على إبطاء الكرة. في الشكل 2.23b، تتحرك الكرة لأعلى وتصل إلى نصف ارتفاعها الأقصى، h، وتتباطأ حركة الكرة، ولكن لا تزال عجلتها كما هي. وتصل الكرة إلى أقصى ارتفاع لها في الشكل 2.23c. هنا تكون السرعة المتجهة للكرة صفرًا، ولكن تظل العجلة $\vec{a} = -g\hat{y}$ تبدأ الكرة الآن في التحرك لأسفل، وتعمل العجلة الناتجة عن الجاذبية على زيادة سرعتها. في الشكل 2.23d، يكون اتجاه السرعة المتجهة للكرة إلى الأسفل وتظل العجلة كما هي. في النهاية، تعود الكرة إلى $y = 0$ في الشكل 2.23e. مقدار السرعة المتجهة للكرة الآ ن هو مقدارها نفسه عند قذفها لأعلى في البداية ولكن صار اتجاهها لأسفل الآن، لكن لا تزال العجلة هي نفسها. لاحظ أن العجلة تظل ثابتة ومتجهةً إلى أسفل حتى ولو تغيرت السرعة المتجهة من الأعلى إلى الصفر ثم إلى الأسفل.

مثال 2.5 زمن التفاعل

يستغرق الشخص زمنًا ليتفاعل مع أي مؤثر خارجي. على سبيل المثال، في بداية سباق 100 m في منافسات ألعاب القوى، يتم إطلاق إشارة البدء. فيحدث تأخير زمني طفيف قبل أن يتحرك العدّاؤون من نقطة الانطلا ق، وذلك بسبب زمن تفاعلهم الذي لا يساوي الصفر. وفي الواقع، تُحسب على العدّاء بداية خاطئة إذا غادر نقطة الانطلاق في أقل من 0.1 s بعد إطلاق الإشارة. فيُشير أي زمن أقلّ من ذلك إلى أنّ العدّاء قد "استبق الإشارة".

ثمة اختبار بسيط، موضّح في الشكل 2.24، يمكنك إجراؤه لتحديد زمن تفاعلك. يمسك زميلك بمسطرة مترية وتستعد أنت لا لتفاطها عندما يفلتها، كما هو موضح في الإطار الأيسر من الشكل. ومن المسافة h التي تسقطها المسطرة المترية بعد إفلاتها حتى تلتقطها (كما هو موضح في الإطار الأيمن)، يمكنك تحديد زمن تفاعلك.

الشكل 2.24 تجربة بسيطة لقياس زمن التفاعل.

المسألة

إذا سقطت المسطرة المترية مسافة 0.20 m قبل أن تلتقطها، فكم يكون زمن تفاعلك؟

الحل

تُعد هذه الحالة من سيناريوهات السقوط الحر. وبالنسبة إلى هذه المسائل، يمكننا التوصل إلى الحل دائمًا باستخدام إحدى معادلات 2.25. تتضمن المسألة التي نريد حلها هنا الزمن كطرف مجهول.

لدينا الإزاحة، $h = y_0 - y$. كما أننا نعلم أن السرعة المتجهة الابتدائية للمسطرة المترية تساوي صفرًا لأنها سقطت من السكون. يمكننا استخدام المعادلة الكينماتيكية 2.25(i)، $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$ وبالتعويض بـــ $h = y_0 - y$ و $v_0 = 0$، تصبح هذه المعادلة

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$
$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.20\ \mathrm{m}}{9.81\ \mathrm{m/s^2}}} = 0.20\ \mathrm{s}$$

ومن ثَم كان زمن تفاعلك يساوي 0.20 s وهو زمن تفاعل نموذجي. للمقارنة، عندما سجل يوسين بولت رقمًا قياسيًا عالميًا بقطعه مسافة 100 m في 9.69 s وذلك في أغسطس 2008، تم قياس زمن تفاعله الذي بلغ 0.165 s (وبعدها بسنة قطع بولت مسافة 100 m في 9.58 s، وهو الرقم القياسي العالمي الحالي).

سؤال الاختبار الذاتي 2.2

ارسم تمثيلًا بيانيًا لزمن التفاعل في صورة دالة للمسافة التي سقطتها العصا المترية. ناقش ما إذا كانت هذه الطريقة أكثر دقة بالنسبة إلى أزمنة التفاعل التي تقارب 0.1 s أم تقارب 0.3 s

فلنفكر في سيناريو آخر للسقوط الحر، وفي هذه المرة مع جسمين متحركين.

مسألة محلولة 2.5 إسقاط البطيخة

فلنفترض أنك قررت إسقاط بطيخة من وضع السكون من منصة المراقبة الأولى لبرج إيفل. يبلغ الارتفاع الابتدائي h الذي يتم إسقاط البطيخة منه 58.3 m فوق رأس صديقك خالد، الذي يقف على الأرض تحتك مباشرة. وفي اللحظة نفسها التي تسقط فيها البطيخة، يطلق خالد سهمًا لأعلى بشكل مستقيم وبسرعة متجهة ابتدائية تبلغ 25.1 m/s (بالطبع، خالد على يقين من أنّ المنطقة المحيطة به خالية وأنه سيخلي الطريق سريعًا بعد إطلاق السهم).

المسألة

(a) ما المدة التي سيستغرقها السهم ليصطدم بالبطيخة بعد أن تسقطها؟ (b) عند أي ارتفاع سيحدث التصادم فوق رأس خالد؟

الحل

فكّر من أول وهلة، تبدو هذه المسألة معقدة. سنقوم بحلها باستخدام مجموعة الخطوات الكاملة ثم ندرس حلًا مختصرًا كان بإمكاننا استخدامه. لا شك أنّ البطيخة الساقطة في حالة سقوط حر. ومع ذلك، نظرًا لأن السهم قد أُطلق لأعلى بشكل مستقيم، فسيكون في حالة سقوط حر أيضًا، ولكن بسرعة متجهة ابتدائية لأعلى فقط.

مراجعة المفاهيم 2.9

إذا حُدّد زمن تفاعل الشخص B باستخدام طريقة العصا المترية بأنه ضعف زمن تفاعل الشخص A، فستكون الإزاحة h_B التي يتم قياسها للشخص B بدلالة الإزاحة h_A للشخص A

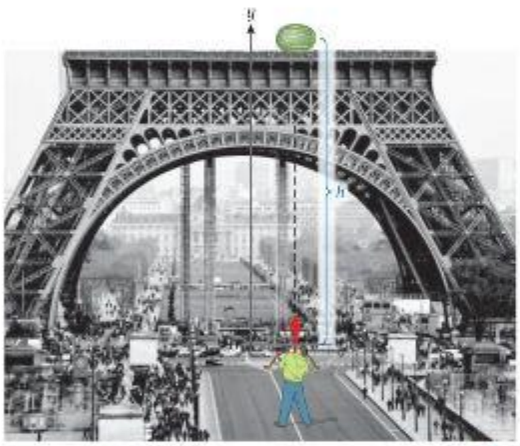
a) $h_B = 2h_A$.

b) $h_B = \frac{1}{2}h_A$.

c) $h_B = \sqrt{2}\,h_A$.

d) $h_B = 4h_A$.

e) $h_B = \sqrt{\frac{1}{2}}\,h_A$.



الشكل 2.25 سقوط البطيخة (لم يتم رسم البطيخة والشخص بمقياس معين!).

ارسم نقوم بإعداد نظام إحداثي بحيث يشير المحور y رأسيًا إلى أعلى، كالمعتاد، ونحدد موضع نقطة أصل النظام الإحداثي عند رأس خالد (الشكل 2.25). ومن ثَم، يكون السهم قد أطلق من موقع ابتدائي $y = 0$ والبطيخة من $y = h$.

ابحث نستخدم الرمز السفلي M للإشارة إلى "البطيخة" وA للإشارة إلى "السهم". نبدأ بمعادلة السقوط الحر العامة، $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$ ونستخدم الشروط الأولية المحددة للبطيخة ($v_{y0} = 0$, $y_0 = h = 58.3$ m) وللسهم ($v_{y0} = v_{a0} = 25.1$ m/s, $y_0 = 0$) لإعداد معادلتي حركة السقوط الحر:

$$y_m(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$
$$y_a(t) = v_{a0}t - \frac{1}{2}gt^2.$$

تتمثل الفكرة الأساسية في أنه عند t_c، لحظة تصادم البطيخة والسهم، تتطابق إحداثياتهما:

$$y_a(t_c) = y_m(t_c).$$

بسّط بالتعويض بـ t_c في معادلتي الحركة ومساواتهما، نجد أنّ

$$h - \frac{1}{2}gt_c^2 = v_{a0}t_c - \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow$$
$$h = v_{a0}t_c \Rightarrow$$
$$t_c = \frac{h}{v_{a0}}.$$

يُتبع

يمكننا الآ ن التعويض بهذه القيمة لزمن التصادم في أي من معادلتي السقوط الحر وإيجاد ارتفاع حدوث التصادم فوق رأس خالد. نختار معادلة البطيخة:

$$y_m(t_c) = h - \tfrac{1}{2} g t_c^2.$$

احسب (a) كل ما تبقى هو التعويض بالأرقام المعطاة لارتفاع إسقاط البطيخة والسرعة المتجهة الابتدائية للسهم، ومن ثمّ نجد أنّ

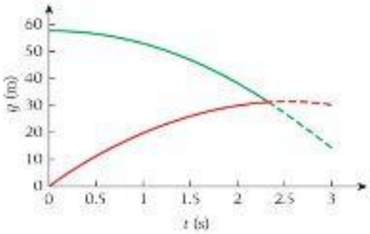
$$t_c = \frac{58.3\ \text{m}}{25.1\ \text{m/s}} = 2.32271\ \text{s}$$

بالنسبة إلى زمن التصادم.

(b) باستخدام الرقم الذي حصلنا عليه للزمن، نوجد الموقع الذي حدث عنده التصادم:

$$y_m(t_c) = 58.3\ \text{m} - \tfrac{1}{2}(9.81\ \text{m/s}^2)(2.32271\ \text{s})^2 = 31.8376\ \text{m}.$$

قرّب نظرًا لأن القيم الابتدائية لارتفاع الإسقاط والسرعة المتجهة للسهم مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية، فيجب أن نقرّب الإجابات النهائية إلى ثلاثة أرقام. ومن ثمّ فإن السهم سيصطدم بالبطيخة بعد 2.32 s وسيحدث ذلك عند نقطة على ارتفاع 31.8 m فوق رأس خالد.



الشكل 2.26 الموقع كدالة زمن للسهم (المنحنى الأحمر) والبطيخة (المنحنى الأخضر).

تحقّق ثانيةً هل كان من الممكن التوصل إلى الحل بطريقة أسهل؟ نعم، إذا كنا قد أدركنا أنّ كلًا من البطيخة والسهم قد سقط تحت تأثير عجلة الجاذبية نفسها، ومن ثمّ لن يؤثر سقوطهما الحر في المسافة بينهما. وهذا يعني أنّ الزمن المستغرق للتصادم ما هو إلا ناتج قسمة المسافة الابتدائية بينهما على الفرق بين سرعتيهما المتجهة الابتدائية. وبإدراك ذلك، كان بإمكاننا صياغة المعادلة $t = h/v_{a0}$ مباشرةً والتوصل إلى النتيجة. لكن التفكير في الحركة النسبية بهذه الطريقة سيتطلب بعض الممارسة، وسنتناولها مجددًا بمزيد من التفصيل في الوحدة التالية.

يوضح الشكل 2.26 التمثيل البياني الكامل لموقعي السهم والبطيخة على هيئة دالتين زمنيتين. تشير الأجزاء المتقطعة في كلا التمثيلين البيانيين إلى المسار الذي كان سيسلكه كل من السهم والبطيخة إذا لم يصطدما.

سؤال إضافي

ما السرعتان المتجهتان للبطيخة والسهم لحظة التصادم؟

الحل

نحصل على السرعة المتجهة من خلال حساب مشتقة الزمن للموقع. بالنسبة إلى السهم والبطيخة، نحصل على

$$y_m(t) = h - \tfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow v_m(t) = \frac{dy_m(t)}{dt} = -gt$$

$$y_a(t) = v_{a0} t - \tfrac{1}{2} g t^2 \Rightarrow v_a(t) = \frac{dy_a(t)}{dt} = v_{a0} - gt.$$

والآن، إذا عوضنا بزمن التصادم، 2.32 s، فسنحصل على الإجابات. لاحظ أنه على خلاف موقعي السهم والبطيخة، لم تكن السرعتان المتجهتان للجسمين متساويتين قبل اصطدامهما مباشرةً!

$$v_m(t_c) = -(9.81\ \text{m/s}^2)(2.32\ \text{s}) = -22.8\ \text{m/s}$$

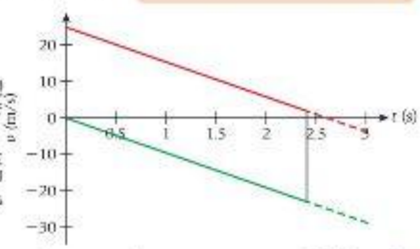
$$v_a(t_c) = (25.1\ \text{m/s}) - (9.81\ \text{m/s}^2)(2.32\ \text{s}) = 2.34\ \text{m/s}.$$

إضافةً إلى ذلك، يجب أن نلاحظ أنّ الفرق بين السرعتين المتجهتين لا يزال 25.1 m/s، تمامًا كما كان عند بداية مساري الإطلاق.

نكمل هذه المسألة من خلال تمثيل (الشكل 2.27) السرعتين المتجهتين كدالة للزمن. يمكنك رؤية أن السهم ينطلق بسرعة متجهة تزيد بمقدار 25.1 m/s عن السرعة المتجهة للبطيخة. ومع مرور الزمن، يمر السهم والبطيخة بالتغير نفسه في السرعة المتجهة بموجب تأثير الجاذبية، مما يعني أنّ سرعتيهما المتجهة تحتفظ بالفارق الأولي.

سؤال الاختبار الذاتي 2.3

كما ترى من إجابة المسألة المحلولة 2.5، فإن السرعة المتجهة للسهم تساوي 2.34 m/s فقط عند اصطدامه بالبطيخة، وهذا يعني أنه بمجرد إصابة السهم للبطيخة، انخفضت سرعته المتجهة الابتدائية بدرجة كبيرة بسبب تأثير الجاذبية. افترض أن السرعة المتجهة الابتدائية للسهم كانت أقل بـ 5.0 m/s فما الذي كان سيتغير؟ هل كان سيصطدم السهم بالبطيخة كذلك؟



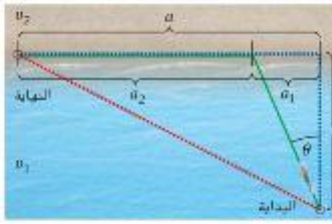
الشكل 2.27 السرعات المتجهة للسهم (المنحنى الأحمر) والبطيخة (المنحنى الأزرق) كدالة زمن.

2.9 تقليص الحركة في أكثر من بُعد إلى بُعد واحد

لا يقتصر علم الكينماتيكا على الحركة في بُعد مكاني واحد فقط، بل يمكننا كذلك التحقق من المزيد من الحالات العامة التي تتحرك فيها الأجسام في بُعدين مكانيين أو ثلاثة. وسنقوم بذلك في الوحدات القليلة التالية. ولكن في بعض الحالات، يمكن أن نقل الحركة في أكثر من بُعد إلى حركة في بُعد واحد. لنفكر في حالة مثيرة للغاية للحركة في بُعدين يمكن وصف كل مقطع منهما بحركة في خط مستقيم.

مثال 2.6 سباق أكواثلون

التر ياثلون هو سباق رياضي ابتكره نادي سان دييغو للسباق في سبعينيات القرن العشرين وأصبح من المسابقات في دورة الألعاب الأولمبية في سيدني عام 2000. وهو يتألف عادةً من 1.5 km سباحة ثم 40 km سباق دراجات وينتهي بـ 10 km سباق عدو. وكي يشارك الرياضي في المنافسة، يجب أن يتمكن من السباحة مسافة 1.5 km في أقل من 20 دقيقةً وينهي سباق دراجات مسافته 40 km في أقل من 70 دقيقةً ويركض في سباق مسافته 10 km في أقل من 35 دقيقة. إلا أننا في هذا المثال، سنفكر في منافسة يُكافأ فيها على التفكير إلى جانب التفوق الرياضي. تتألف المنافسة من مرحلتين فقط: السباحة يتبعها العدو. (ويُطلق على هذه المنافسة أحيانًا *أكواثلون*). يبدأ الرياضيون من مسافة $b = 1.5$ km من الشاطئ، ويقع خط النهاية على مسافة $a = 3$ km على طول الساحل، كما يظهر في الشكل 2.28. فلنفترض أنه يمكنك السباحة بسرعة $v_1 = 3.5$ km/h ثم الركض عبر الرمال بسرعة $v_2 = 14$ km/h



الشكل 2.28 هندسة مسار أكواثلون.

المسألة

ما الزاوية θ التي ستنتج في أقل زمن للإنهاء في ظل هذه الظروف؟

الحل

يشير الخط الأحمر المنقط بوضوح إلى أقصر مسافة بين نقطة البداية ونقطة النهاية. تبلغ هذه المسافة $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1.5^2 + 3^2}$ km $= 3.354$ km. ونظرًا لأن المسار بأكمله في المياه، فلا يمكن استخدامه في سباق أكواثلون. ولكن الزمن المستغرق لسباحة هذه المسافة يساوي

$$t_{\text{red}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{v_1} = \frac{3.354 \text{ km}}{3.5 \text{ km/h}} = 0.958 \text{ h.}$$

ونظرًا لأنه يمكنك الركض أسرع من السباحة، فيمكننا كذلك استخدام الطريق المشار إليه بواسطة الخط الأزرق المنقط: السباحة في خط مستقيم إلى الشاطئ ثم العدو. وهذا سيستغرق

$$t_{\text{blue}} = \frac{b}{v_1} + \frac{a}{v_2} = \frac{1.5 \text{ km}}{3.5 \text{ km/h}} + \frac{3 \text{ km}}{14 \text{ km/h}} = 0.643 \text{ h.}$$

ومن ثمّ يكون المسار الأزرق أفضل من الأحمر. ولكن هل هذا هو المسار الأفضل على الإطلاق؟ للإجابة عن هذا السؤال، سنحتاج إلى البحث في الفاصل الزاوي من 0 (المسار الأزرق) إلى $\tan^{-1}(3/1.5) = 63.43°$ (المسار الأحمر). لنفكر في المسار الأخضر، بزاوية تقديرية θ على الخط المستقيم إلى الشاطئ (أي العمودي على الساحل). على المسار الأخضر، يجب عليك السباحة إلى مسافة $\sqrt{a_1^2 + b^2}$ ثم العدو إلى مسافة a_2، كما هو موضح في الشكل 2.28. ويبلغ الزمن الكلي لقطع هذا المسار

$$t = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a_2}{v_2}$$

لإيجاد أقل زمن، يمكننا التعبير عن الزمن بدلالة المسافة a_1 فقط والحصول على مشتقة هذا الزمن لهذه المسافة، ومساواة هذه المشتقة بالصفر وحساب قيمة المسافة. باستخدام a_1، يمكننا حساب الزاوية θ التي يجب أن يسبح الرياضي وفقًا لها.

يمكننا التعبير عن المسافة a_2 بدلالة المسافة المعطاة a وa_1:

$$a_2 = a - a_1.$$

يتبع

يمكننا عندئذٍ التعبير عن الزمن اللازم لإكمال السباق بدلالة a_1:

$$t(a_1) = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a - a_1}{v_2}. \qquad (2.26)$$

بحساب المشتقة بالنسبة إلى a_1 ومساواة النتيجة بالصفر نجد أنّ

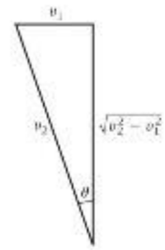
$$\frac{dt(a_1)}{da_1} = \frac{a_1}{v_1\sqrt{a_1^2 + b^2}} - \frac{1}{v_2} = 0.$$

وبإيجاد قيمة a_1 نجد أنّ

$$a_1 = \frac{bv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}.$$

في الشكل 2.28، يمكننا رؤية أنّ $\tan\theta = a_1/b$، ومن ثمّ يمكننا كتابة

$$\tan\theta = \frac{a_1}{b} = \frac{\frac{bv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}}{b} = \frac{v_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}.$$



الشكل 2.29 العلاقة بين v_1 وv_2 وθ

ويمكننا تبسيط هذه النتيجة بالنظر إلى المثلث لإيجاد الزاوية θ في الشكل 2.29. تنص نظرية فيثاغورس على أنّ وتر المثلث يساوي

$$\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - v_1^2} = v_2.$$

ومن ثم يمكننا كتابة

$$\sin\theta = \frac{v_1}{v_2}.$$

هذه النتيجة مثيرة للغاية لأنّ المسافتين a وb لم تظهرا فيها على الإطلاق! بل إنّ جيب الزاوية المثلى لم يكن إلا النسبة بين السرعتين في المياه وعلى اليابسة. وبالنسبة إلى القيمتين المقدمتين للسرعتين، تكون الزاوية المثلى هي

$$\theta_m = \sin^{-1}\frac{3.5}{14} = 14.48°.$$

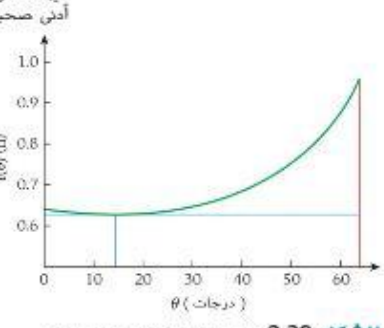
بالتعويض عن $a_1 = b\tan\theta_m$ في المعادلة 2.26، سنجد أنّ $t(\theta_m) = 0.629$ h. ويُعد هذا الزمن أسرع بحوالي 49 ثانيةً من السباحة في مسار مستقيم إلى الشاطئ ثم العدو (المسار الأزرق).

وعلى وجه الدقة، لم يثبت لنا تمامًا أنه ينتج عن هذه الزاوية الزمن الأقل. ولإثبات ذلك، سنحتاج كذلك إلى إثبات أنّ المشتقة الثانية للزمن بالنسبة إلى الزاوية أكبر من الصفر. لكن بما أننا توصلنا إلى قيمة قصوى واحدة وحيث إن قيمتها أقل من قيمتي الحدّين، فسنعلم أن هذه القيمة القصوى هي حد أدنى صحيح.

أخيرًا، يعرض الشكل 2.30 تمثيلًا للزمن، بالساعات، اللازم لإكمال السباق لكل الزوايا التي تقع بين 0° و63.43°، وهو المشار إليه بالمنحنى الأخضر. وقد حصلنا على هذا التمثيل البياني بالتعويض بقيمة $a_1 = b\tan\theta$ في المعادلة 2.26 واستخدام المتطابقة $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$، وتكون النتيجة

$$t(\theta) = \frac{\sqrt{(b\tan\theta)^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a - b\tan\theta}{v_2} = \frac{b\sec\theta}{v_1} + \frac{a - b\tan\theta}{v_2}.$$

يحدد الخط الرأسي الأحمر الزاوية العظمى، وهو يتطابق مع السباحة في خط مستقيم من البداية إلى النهاية. ويحدد الخط الرأسي الأزرق الزاوية المثلى التي قمنا بحسابها، ويحدد الخط الأفقي الأزرق الفترة الزمنية للسباق لهذه الزاوية.



الشكل 2.30 زمن السباق في صورة دالة للزاوية الابتدائية.

بعد إكمال المثال 2.6، يمكننا تناول سؤال أكثر تعقيدًا: إذا لم يكن خط الانتهاء عند الساحل، ولكن عند مسافة عمودية b بعيدًا عن الساحل، كما يوضح الشكل 2.31، فكم تبلغ الزاويتان θ_1 وθ_2 اللتان يلزم المتنافس تحديدهما لتحقيق أقل زمن؟

سنتابع بطريقة تشبه نهجنا في المثال 2.6 بدرجة كبيرة. ولكن، يجب أن نتأكد الآن من أنّ الزمن يعتمد على الزاويتين θ_1 وθ_2. وهاتان الزاويتان ليستا مستقلتين عن بعضهما. يمكن أن نرى العلاقة بين الزاويتين θ_1 وθ_2 بشكل أفضل من خلال تغيير اتجاه المثلث السفلي في الشكل 2.31، كما هو موضّح في الشكل 2.32.

فالآن نجد أن المثلثين قائمي الزاوية a_1bc_1 وa_2bc_2 بينهما ضلع مشترك b، الأمر الذي يساعدنا على الربط بين الزاويتين. يمكننا التعبير عن الزمن اللازم لإكمال السباق كما يلي

$$t = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{a_2^2 + b^2}}{v_2}.$$

وبعد أن ندرك مرة أخرى أن $a_2 = a - a_1$، يمكننا كتابة

$$t(a_1) = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}}{v_2}.$$

وبحساب مشتقة الزمن اللازم لإكمال السابق بالنسبة إلى a_1 ومساواة النتيجة بالصفر، نجد أنّ

$$\frac{dt(a_1)}{da_1} = \frac{a_1}{v_1\sqrt{a_1^2 + b^2}} - \frac{a - a_1}{v_2\sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}} = 0.$$

ويمكننا إعادة ترتيب المعادلة لنحصل على

$$\frac{a_1}{v_1\sqrt{a_1^2 + b^2}} = \frac{a - a_1}{v_2\sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}} = \frac{a_2}{v_2\sqrt{a_2^2 + b^2}}.$$

بالنظر في الشكل 2.32 والرجوع إلى النتيجة السابقة من الشكل 2.29، نجد أنّ

$$\sin\theta_2 = \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + b^2}} \quad \text{و} \quad \sin\theta_1 = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

يمكننا التعويض بهاتين النتيجتين في المعادلة السابقة وستجد في النهاية أنّ المتسابق يلزمه، لإكمال السباق في أقل زمن، تحديد الزوايا التي تحقق

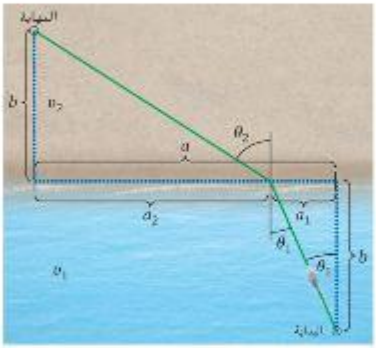
$$\frac{\sin\theta_1}{v_1} = \frac{\sin\theta_2}{v_2}. \qquad (2.27)$$

يمكننا الآن رؤية أن النتيجة السابقة، حيث قررنا وجوب العدْو على طول الشاطئ، عبارة عن حالة خاصة من هذه النتيجة الأعمّ، المعادلة 2.27، والتي فيها $\theta_2 = 90°$.

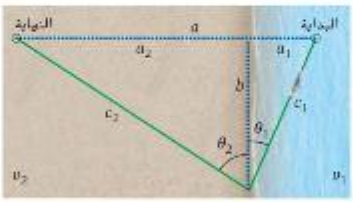
كما هو الحال بالنسبة إلى تلك الحالة الخاصة، نجد أنّ العلاقة بين الزاويتين لا تعتمد على قيمتَي الإزاحتين a وb، لكن تعتمد فقط على السرعتين التي يمكن للمتنافس التحرك بهما في المياه وعلى اليابسة. ولا تزال الزاويتان مرتبطتين بالإزاحتين a وb عن طريق القيود العامة التي يتعين على المتنافس التغلب عليها من البداية إلى النهاية. ولكن بالنسبة إلى المسار الخاص بالزمن الأقل، فإن التغير في الاتجاه عند الحد الفاصل بين المياه واليابسة، كما هو معبر عنه بالزاويتين θ_1 وθ_2، يتحدد بواسطة النسبة بين السرعتين v_1 وv_2 فقط.

من الشروط الأولية نعرف أن المسافة العمودية b من نقطة البداية إلى الساحل هي نفسها المسافة العمودية بين الساحل ونقطة النهاية. وقد قمنا بذلك لاختصار القوانين الجبرية نسبيًا. ولكن في الصيغة النهائية ستجد أنه لا يوجد مزيد من الإشارات إلى b؛ حيث سيتم شطبها. وستكون المعادلة 2.27 صالحة حتى في حالة اختلاف قيمتَي المسافتين العموديتين. تُحدد نسبة الزوايا الخاصة بمسار الزمن الأقل بواسطة السرعتين في الوسطين المختلفين فقط.

من المثير للاهتمام، أننا سنواجه العلاقة نفسها بين زاويتين وسرعتين عندما ندرس الضوء وسنرى أنّ اتجاهه سيتغير على السطح بين الوسطين اللذين يتحرك خلالهما بسرعات مختلفة. لاحقًا، سنكتشف أنّ الضوء يسلك كذلك المسار الأقل زمنًا وأنّ النتيجة التي حصلنا عليها في المعادلة 2.27 تُعرف بقانون سنل.



الشكل 2.31 سباق أكواثلون المعدّل، حيث الإنهاء بعيدًا عن الساحل.



الشكل 2.32 الشكل السابق نفسه لكن مع عكس المثلث السفلي على طول المحور الأفقي.

أخيرًا سنذكر ملاحظة تبدو غير مهمة، لكنها ليست كذلك، لو بدأ المتنافس من النقطة التي تحمل علامة "النهاية" في الشكل 2.31 وانتهى عند النقطة التي تحمل علامة "البداية"، لكان لزامًا عليه أن يسلك المسار نفسه الذي قمنا بحسابه للتو في اتجاه معاكس. فقانون سنل ينطبق في كلا الاتجاهين.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- x هي مركبة x لمتجه الموقع. الإزاحة هي التغير في الموقع: $\Delta x = x_2 - x_1$.
- المسافة هي القيمة المطلقة للإزاحة، $\ell = |\Delta x|$ وهي كمية قياسية موجبة للحركة في اتجاه واحد.
- نحصل على السرعة المتجهة المتوسطة لجسم في فترة زمنية محددة عن طريق $\bar{v}_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$
- تمثل المركبة x لمتجه السرعة المتجهة (اللحظية) مشتق المركبة x لمتجه الموقع كدالة زمن، $v_x = \dfrac{dx}{dt}$
- السرعة هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة، $v = |v_x|$
- تمثل المركبة x لمتجه العجلة (اللحظية) مشتق المركبة x لمتجه السرعة المتجهة كدالة زمن، $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$
- بالنسبة إلى العجلة الثابتة، ثمة خمس معادلات كينماتيكية تصف الحركة في بُعد واحد،

$$x = x_0 + v_{x0}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{(i)}$$
$$x = x_0 + \bar{v}_x t \quad \text{(ii)}$$
$$v_x = v_{x0} + a_x t \quad \text{(iii)}$$
$$\bar{v}_x = \tfrac{1}{2}(v_x + v_{x0}) \quad \text{(iv)}$$
$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \quad \text{(v)}$$

حيث x_0 الموقع الابتدائي وv_{x0} السرعة المتجهة الابتدائية والزمن الابتدائي t_0 يساوي صفرًا.

- في الحالات التي تتضمن سقوطًا حرًا (عجلة ثابتة)، نستبدل العجلة a بـ $-g$ وx بـ y في المعادلات الكينماتيكية السابقة لنحصل على

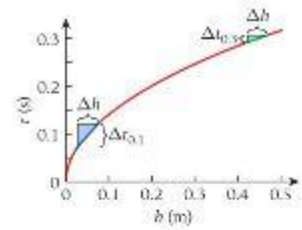
$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad \text{(i)}$$
$$y = y_0 + \bar{v}_y t \quad \text{(ii)}$$
$$v_y = v_{y0} - gt \quad \text{(iii)}$$
$$\bar{v}_y = \tfrac{1}{2}(v_y + v_{y0}) \quad \text{(iv)}$$
$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0) \quad \text{(v)}$$

حيث y_0 الموقع الابتدائي وv_{y0} السرعة المتجهة الابتدائية ويشير المحور y إلى أعلى.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

2.1 لن تتغير النتيجة، نظرًا لأن تغيير نقطة أصل النظام الإحداثي لا يؤثر في صافي الإزاحات أو المسافات.

2.2



تُعد هذه الطريقة أدق بالنسبة إلى أزمنة التفاعلات الأطول، حيث يقل ميل المنحنى كدالة للارتفاع، h. (في التمثيل البياني، يشار إلى الميل عند 0.1 s بالخط الأزرق، وعند 0.3 s بالخط الأخضر). لذا، فإن نسبة عدم اليقين المقدمة، Δh، في قياس الارتفاع ينتج عنها نسبة عدم يقين أصغر، Δt، في قيمة زمن التفاعل لأزمنة التفاعل الأطول.

2.3 كان السهم سيصطدم بالبطيخة كذلك، لكن في زمن التصادم سيكون للسهم سرعة متجهة سالبة ومن ثمّ سيتحرك إلى أسفل مرة أخرى. ومن ثم، كانت البطيخة ستلحق بالسهم أثناء سقوطها. وكان التصادم سيتأخر قليلًا، بعد

$t = 58.3\ \text{m}/(20.1\ \text{m/s}) = 2.90\ \text{s}$.

وسيكون ارتفاع التصادم أقل قليلًا، عند

$y_m(t_c) = 58.3\ \text{m} - \tfrac{1}{2}(9.81\ \text{m/s}^2)(2.90\ \text{s})^2 = 17.0\ \text{m}$

فوق رأس خالد.

إرشادات حل المسائل: الكينماتيكا أحادية البعد

1. في الحركة في بُعد واحد، تعد الإزاحة والسرعة المتجهة متجهين ويمكن أن تكون لهما قيم موجبة وسالبة؛ بينما تعد المسافة والسرعة كميتين قياسيتين غير سلبيتين دائمًا. ومن المهم تذكر هذا الفارق.

2. بالنسبة إلى المسائل التي تتضمن حركة في بُعد واحد، حدد أولًا ما إذا كانت العجلة ثابتة أم غير ثابتة. تسري المعادلات الكينماتيكية الخمس 2.23 *على الحركة بعجلة ثابتة فقط.*

3. إذا كانت العجلة ثابتة، فتحقق أولًا مما إذا كان بإمكان أي من المعادلات 2.23 المساعدة. بالرغم من أنه ينبغي عدم تطبيق هذه المعادلات بدون تفكير، فإنه لا فائدة من إضاعة الوقت هباءً.

4. تتضمن مسائل السقوط الحر حالات خاصةً للحركة بعجلة ثابتة، حيث تبلغ قيمة العجلة $9.81\ m/s^2$ في الاتجاه إلى أسفل.

أسئلة الاختيار من متعدد

2.1 يقفز رياضيّان لأعلى بشكل مستقيم. وعند مغادرة الأرض، تكون سرعة آدم نصف السرعة الأوليةليوسف. فبالمقارنة بآدم، يقفز يوسف

a) أعلى منه بمقدار 0.50 مرة.
b) أعلى منه بمقدار 1.41 مرة.
c) ضعف ارتفاعه.
d) ثلاثة أضعاف ارتفاعه.
e) أربعة أضعاف ارتفاعه.

2.2 يقفز رياضيّان لأعلى بشكل مستقيم. وعند مغادرة الأرض، تكون سرعة آدم نصف السرعة الأولية ليوسف. فبالمقارنة بآدم، يظل يوسف في الهواء فترة

a) أطول منه بمقدار 0.50 مرة.
b) أطول منه بمقدار 1.41 مرة.
c) ضعفه.
d) ثلاثة أضعافه.
e) أربعة أضعافه.

2.3 تسير سيارة غربًا بسرعة 20.0 m/s احسب السرعة المتجهة للسيارة بعد 3.00 s إذا كانت العجلة $1.0\ m/s^2$ إلى الغرب. افترض أن العجلة تظل ثابتة.

a) 17.0 m/s غربًا
b) 17.0 m/s شرقًا
c) 23.0 m/s غربًا
d) 23.0 m/s شرقًا
e) 11.0 m/s جنوبًا

2.4 تسير سيارة غربًا بسرعة 20.0 m/s احسب السرعة المتجهة للسيارة بعد 37.00 s إذا كانت العجلة $1.0\ m/s^2$ إلى الشرق. افترض أن العجلة تظل ثابتةً.

a) 17.0 m/s غربًا
b) 17.0 m/s شرقًا
c) 23.0 m/s غربًا
d) 23.0 m/s شرقًا
e) 11.0 m/s جنوبًا

2.5 يتحرك إلكترون ما، بدءًا من وضع السكون وبعجلة ثابتة، ويقطع مسافة 1.0 cm في 2.0 ms ما مقدار هذه العجلة؟

a) $25\ km/s^2$
b) $20\ km/s^2$
c) $15\ km/s^2$
d) $10\ km/s^2$
e) $5.0\ km/s^2$

2.6 تسير سيارة بسرعة 22.0 m/s شمالًا لمدة 30.0 min ثم عكست اتجاهها وسارت بسرعة 28.0 m/s لمدة 15.0 min. ما إجمالي إزاحة السيارة؟

a) 1.44×10^4 m
b) 6.48×10^4 m
c) 3.96×10^4 m
d) 9.98×10^4 m

2.7 أي من العبارات التالية صواب؟

1. يمكن أن تكون عجلة جسم ما صفرًا ويكون في وضع السكون.
2. يمكن أن تكون عجلة جسم ما غير مساوية للصفر ويكون في وضع السكون.
3. يمكن أن تكون عجلة جسم ما صفرًا ويكون في حالة حركة.

a) 1 فقط
b) 3، 1
c) 2، 1
d) 3، 2، 1

2.8 توقفت سيارة كانت تسير بسرعة 60 km/h في غضون 4.0 s. فما متوسط تباطُئها؟

a) $2.4\ m/s^2$
b) $15\ m/s^2$
c) $4.2\ m/s^2$
d) $41\ m/s^2$

2.9 افترض أنك تسقط صخرة من منحدر. فإذا تجاهلنا مقاومة الهواء، فأي من العبارات التالية صواب؟

1. ستزداد سرعة الصخرة.
2. ستنخفض سرعة الصخرة.
3. ستزداد عجلة الصخرة.
4. ستقل عجلة الصخرة.

a) 1
b) 4، 1
c) 2
d) 3، 2

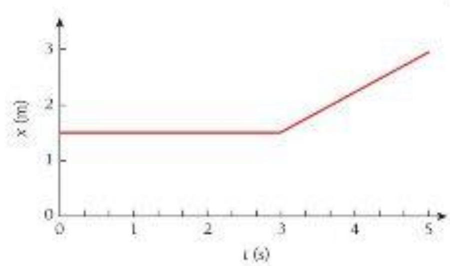
2.10 سيارة تسير بسرعة 22.0 kph لمدة 15.0 min وبسرعة 35.0 kph لمدة 30.0 min. ما إجمالي المسافة التي تقطعها؟

a) 23.0 km
b) 3.70×10^4 km
c) 1.38×10^3 km
d) 3.30×10^2 km

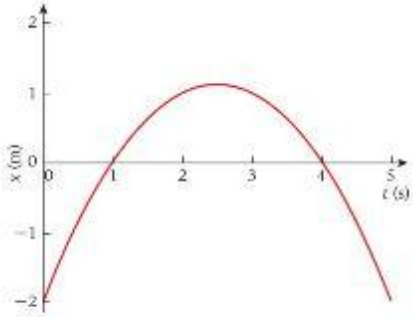
2.11 إذا كانت البطيخة في المسألة المحلولة 2.5 قد قُذفت لأعلى في خط مستقيم بسرعة متجهة ابتدائية 5.00 m/s في الزمن نفسه الذي أُطلق فيه السهم لأعلى، فما المدة المنقضية قبل التصادم؟

a) 2.32 s
b) 2.90 s
c) 1.94 s
d) لا يصطدمان قبل اصطدام البطيخة بالأرض.

2.12 يصف الشكل موقع جسم ما على كدالة للزمن. أي من العبارات التالية صواب؟



a) موقع الجسم ثابت.
a) السرعة المتجهة للجسم ثابتة.
c) يتحرك الجسم في اتجاه x الموجب حتى $t = 3$ s، ثم يتوقف الجسم في وضع السكون.
d) يبقى موقع الجسم ثابتًا حتى $t = 3$ s، ثم يبدأ الجسم في التحرك باتجاه x الموجب.
e) يتحرك الجسم في اتجاه x الموجب من $t = 0$ إلى $t = 3$ s ثم يتحرك في اتجاه محور x السالب من $t = 3$ s إلى $t = 5$ s



يصف هذا الشكل موقع جسم ما كدالة للزمن. فاستخدمه كمرجع للإجابة عن الأسئلة 2.13–2.16.

2.13 أي عبارة مما يلي صحيحة عندما يكون الزمن $t = 1\ s$؟
a) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم تساوي صفرًا.
b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفرًا.
c) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم موجبة.
d) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم سالبة.

2.14 أي عبارة مما يلي صحيحة عندما يكون الزمن $t = 4\ s$؟
a) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم تساوي صفرًا.
b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفرًا.
c) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم موجبة.
d) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم سالبة.

2.15 أي عبارة مما يلي صحيحة عندما يكون الزمن $t = 2.5\ s$؟
a) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم تساوي صفرًا.
b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفرًا.
c) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم موجبة.
d) مركبة x للسرعة المتجهة للجسم سالبة.

2.16 أي عبارة مما يلي صحيحة عندما يكون الزمن $t = 2.5\ s$؟
a) مركبة x لعجلة الجسم صفر.
b) مركبة x لعجلة الجسم موجبة.
c) مركبة x لعجلة الجسم سالبة.
d) لا يمكن تحديد عجلة الجسم عند هذا الزمن من الشكل.

أسئلة مفاهيمية

2.17 فكّر في ثلاث متزلجات على الجليد، حيث تتحرك مريم في اتجاه x الموجب دون عكس الاتجاه، وتتحرك هند في اتجاه x السالب دون عكس الاتجاه، وتتحرك فاطمة في اتجاه x الموجب ثم تعكس اتجاه حركتها. أي من هؤلاء المتزلجات يكون مقدار سرعتها المتجهة الا توسطة أقل من متوسط سرعتها على مدار فترة زمنية ما؟

2.18 تقوم بركل كرة صغيرة رأسيًا لأعلى في الهواء. ما اتجاه متجهي السرعة المتجهة والعجلة للكرة باعتبار كل منهما للآخر أثناء صعود الكرة وهبوطها؟

2.19 بعد استخدام المكابح، أصبحت عجلة سيارتك في الاتجاه المعاكس لسرعتها المتجهة. إذا بقيت عجلة السيارة ثابتة، فصف حركتها.

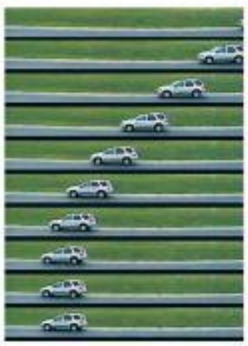
2.20 تسير سيارتان بالسرعة نفسها ويستخدم السائقان المكابح في آنٍ واحد. وكان تباطؤ إحدى السيارتين ضعف تباطؤ الأخرى. ما معامل اختلاف الزمنين اللازمين لتوقف السيارتين؟

2.21 إذا كانت عجلة جسم ما تساوي صفرًا وسرعته المتجهة لا تساوي صفرًا، فكيف يمكنك وصف حركة الجسم؟ ارسم تمثيلات بيانية تمثل السرعة المتجهة مقابل الزمن والعجلة مقابل الزمن لدعم شرحك.

2.22 هل يمكن أن تكون عجلة جسم ما في عكس اتجاه حركته؟ اشرح ذلك.

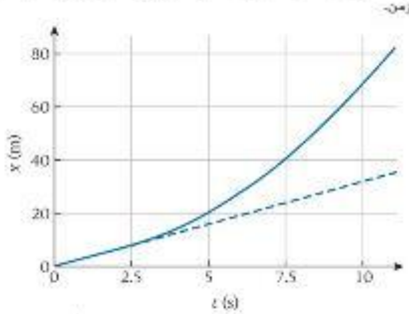
2.23 تقف أنت وزميل عند حافة منحدر مغطى بالجليد. ثم تقومان في آنٍ واحد بإسقاط كرة جليد على حافة المنحدر. ويبلغ وزن كرة الجليد الخاصة بك ضعف وزن كرة زميلك. فبتجاهل مقاومة الهواء، (a) أي من كرتي الجليد سترتطم بالأرض أولًا؟ (b) أي من كرتي الجليد ستكون سرعتها أكبر؟

2.24 تقف أنت وزميل عند حافة منحدر مغطى بالجليد. وفي آن واحد، تقذف كرة جليد إلى أعلى في خط مستقيم بسرعة 8.0 m/s من حافة المنحدر، بينما يُسقط زميلك كرة جليد لأسفل في خط مستقيم من حافة المنحدر بالسرعة نفسها. إذا كان وزن كرتك ضعف وزن كرة زميلك، ومع تجاهل مقاومة الهواء، فأي كرة سترتطم بالأرض أولًا، وأيهما ستكون سرعتها أكبر؟



2.25 تتباطأ سيارة ما حتى تتوقف تمامًا. يوضح الشكل سلسلة صور متتابعة لهذه العملية. يبلغ الزمن بين الإطارات المتتالية 0.333 s والسيارة هي نفسها الموجودة في المسألة المحلولة 2.4. بفرض ثبات العجلة، كم تكون قيمتها؟ هل يمكنك تقدير الخطأ في إجابتك؟ إلى أي مدى يكون افتراض ثبات العجلة مبررًا؟

2.26 تسير سيارة على طول طريق بسرعة متجهة ثابتة. بدءًا من الزمن $t = 2.5\ s$، أخذ السائق في التسارع بعجلة ثابتة. يمثل المنحنى الأزرق في الشكل الموقع الناتج للسيارة كدالة للزمن.



a) ما قيمة السرعة المتجهة الثابتة للسيارة قبل الزمن 2.5 s؟ (تلميح: يمثل الخط الأزرق المتقطع المسار الذي كانت السيارة ستسلكه حال انعدام العجلة).
b) ما السرعة المتجهة للسيارة عند $t = 7.5\ s$؟ استخدم أسلوب الرسم البياني (أي رسم ميل).
c) ما قيمة العجلة الثابتة؟

2.27 تُسقِط صخرة من حافة منحدر على ارتفاع h. ويلقي زميلك بصخرة من الحافة من الارتفاع نفسه بسرعة v_0 رأسيًا لأسفل بعد زمن t من إسقاطك لصخرتك. سترتطم كل منهما بالأرض في الزمن نفسه. ما المدة الزمنية الفاصلة بين إسقاطك لصخرتك وإلقاء زميلك لصخرته؟ عبر عن إجابتك بدلالة v_0 و g و h.

2.28 يتم قذف كرة رأسيًا لأعلى بسرعة v_0. فما زمن وصولها إلى منتصف أقصى ارتفاع لها بعد قذفها؟

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 2.2

2.29 تسير سيارة ما في اتجاه الشمال بسرعة 30.0 m/s لمدة 10.0 min ثم تسير بعد ذلك في اتجاه الجنوب بسرعة 40.0 m/s لمدة 20.0 min ما إجمالي المسافة التي تقطعها السيارة وإزاحتها؟

2.30 تسير بدراجتك على طول خط مستقيم من منزلك إلى متجر يبعد 1000 m وفي طريق عودتك، توقفت عند منزل صديق لك يقع في منتصف الطريق بين منزلك والمتجر.

a) احسب الإزاحة.

b) ما المسافة التي قطعتها؟

c) بعد التحدث مع صديقك، واصلت طريقك إلى المنزل. عند عودتك إلى المنزل، كم تكون الإزاحة؟

d) ما إجمالي المسافة التي قطعتها؟

القسم 2.3

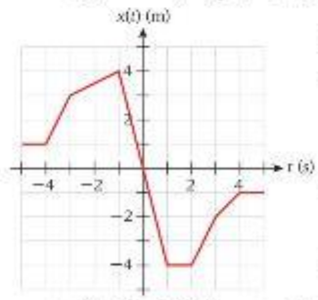
2.31 بينما كنت تعدو في مسار مستطيل أبعاده 50 m في 40 m، أكملت جولة واحدة في زمن قدره 100 s. ما السرعة المتجهة المتوسطة للجولة؟

2.32 يتحرك إلكترون في اتجاه x الموجب مسافة 2.42 m في زمن قدره 2.91×10^{-8} s. فيصطدم ببرتون متحرك ثم يتحرك في الاتجاه المعاكس مسافة 1.69 m لمدة 3.43×10^{-8} s

a) ما هي السرعة المتجهة المتوسطة للإلكترون خلال المدة الزمنية بالكامل؟

a) ما السرعة المتوسطة للإلكترون خلال المدة الزمنية بالكامل؟

2.33 يصف التمثيل البياني موقع جسيم ما يتحرك في بُعد واحد كدالة للزمن.



a) في أي مدة زمنية يصل الجسيم إلى سرعته القصوى؟ وما مقدار تلك السرعة؟

b) احسب السرعة المتجهة المتوسطة في الفترة الزمنية بين 5- s و 5+ s

c) احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية بين 5- s و 5+ s

d) ما نسبة السرعة المتجهة في الفترة الزمنية بين 2 s و 3 s إلى السرعة المتجهة في الفترة الزمنية بين 3 s و 4 s؟

e) في أي زمن تكون السرعة المتجهة للجسيم صفرًا؟

2.34 يُحدد موقع جسيم يتحرك على طول المحور x من خلال $x = (11 + 14t - 2.0t^2)$. حيث يُقاس t بالثواني وx بالأمتار. احسب السرعة المتجهة المتوسطة خلال الفترة الزمنية بين $t = 1.0$ s و $t = 4.0$ s

•**2.35** يُحدَّد موقع جسيم يتحرك على المحور x من خلال $x = 3.0t^2 - 2.0t^3$. حيث يُقاس x بالأمتار وt بالثواني. ما موقع الجسيم عندما يصل إلى سرعته القصوى في اتجاه x الموجب؟

2.36 يكون معدل حدوث الانجراف القاري في حدود 10.0 mm/yr ما المدة الزمنية التقريبية التي استغرقتها قارتا أمريكا الشمالية وأوروبا لتصلا إلى الفاصل الحالي بينهما البالغ 3000 mi؟

•**2.37** يُحدَّد موقع الجسم كدالة للزمن من خلال $x = At^3 + Bt^2 + Ct + D$. والثوابت هي $A = 2.10$ m/s^3، $B = 1.00$ m/s^2، $C = -4.10$ m/s، و $D = 3.00$ m.

a) ما السرعة المتجهة للجسم عند $t = 10.0$ s؟

b) في أي زمن يكون الجسم في وضع السكون؟

c) ما عجلة الجسم عند $t = 0.50$ s؟

d) مثِّل العجلة بيانيًا كدالة للزمن للفترة الزمنية من $t = -10.0$ s إلى $t = 10.0$ s

•**2.38** يُحدَّد مسار الجسم من خلال المعادلة

$$x(t) = (4.35\ \text{m}) + (25.9\ \text{m/s})t - (11.79\ \text{m/s}^2)t^2$$

a) في أي زمن t تبلغ الإزاحة $x(t)$ قيمتها القصوى؟

b) كم تبلغ هذه القيمة القصوى؟

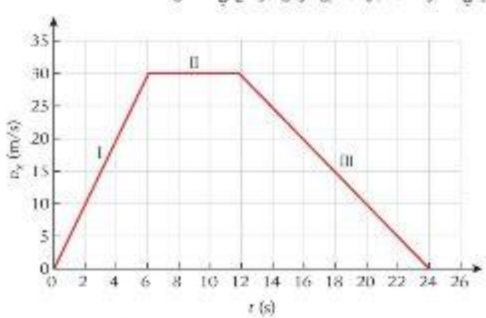
القسم 2.4

2.39 تقترب سيارة من تقاطع بسرعة 72 kph، وبمجرد تجاوز السائق التقاطع، أدرك أنه بحاجة إلى الانعطاف. ومن ثم، ضغط بقوة على دوّاسة المكابح حتى توقفت السيارة تمامًا. ثم أخذ يتسارع للرجوع إلى الخلف مباشرةً، ووصلت سرعته 36 kph عند الرجوع إلى الخلف، وقد استغرق كل من التباطؤ والتسارع مرة أخرى في الاتجاه المعاكس 12.4 s. ما متوسط العجلة خلال هذا الزمن؟

2.40 تسير سيارة غربًا بسرعة 22.0 m/s، وبعد مرور 10.0 s أصبحت سرعتها المتجهة 17.0 m/s في الاتجاه نفسه. أوجد مقدار متوسط عجلة السيارة واتجاهها.

2.41 بدءًا من وضع السكون، تحركت سيارة صديقك مسافة 0.500 km خلال 10.0 s. فما مقدار العجلة الثابتة اللازمة لتحقيق ذلك؟

2.42 وجد أحد الطلاب الزملاء في بيانات الأداء الخاصة بسيارته الجديدة التمثيل البياني للسرعة المتجهة مقابل الزمن الموضح في الشكل.



a) أوجد متوسط عجلة السيارة أثناء كل من المقاطع I وII وIII.

b) ما إجمالي المسافة التي قطعتها السيارة من الزمن $t = 0$ s إلى $t = 24$ s؟

•**2.43** تُحدَّد السرعة المتجهة لجسيم يتحرك على طول المحور x، عندما تكون $t > 0$، من العلاقة $v_x = (50.0t - 2.0t^3)$ m/s، حيث تكون t بالثواني. فما عجلة الجسيم عندما يصل إلى إزاحته القصوى (بعد $t = 0$) في اتجاه x الموجب؟

•2.44 كان الرقم القياسي للعالم 2007 في سباق 100 m رجال 9.77 s، وقد عبر العدّاء الذي حصل على المركز الثالث خط النهاية بعد مدة زمنية 10.07 s. فعندما كان الفائز يعبر خط النهاية، كم كانت المسافة بينه وبين العدّاء الحائز على المركز الثالث خلفه؟

a) احسب الإجابة مع افتراض أنّ كل عدّاء كان يعدو بمتوسط سرعته طوال مدة السباق.

b) احسب إجابة أخرى تستخدم نتيجة المثال 2.3 ، وهي أنّ العدّاء صاحب التصنيف العالمي يعدو بسرعة 12 m/s بعد مرحلة العجلة الابتدائية. فإذا وصل كل من العدّائين في هذا السباق إلى هذه السرعة، فما المسافة الفاصلة بين العدّاء الحائز على المركز الثالث والعدّاء الفائز عند إنهائه السباق؟

القسم 2.5

2.45 يوضح تحليل بالفيديو للمباراة الأزمنة التقريبية لعبور لاعب كرة القدم الخطوط المترية المرسومة على أرض الملعب.

المتر	1-	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
الزمن	0.00	0.23	1.16	1.80	2.33	2.87	3.37	3.87	4.33	4.80	5.27

50	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0	1–
5.73	6.20	6.67	7.17	7.64	8.14	8.67	9.20	9.71	10.34	11.47	12.01

a) كم كانت سرعته المتوسطة من زمن التقاطه الكرة حتى وصوله إلى وسط الملعب؟

b) كم كانت سرعته المتوسطة من زمن عبوره وسط الملعب وحتى وصوله نقطة التوقف التي تبعد مترا خلف خط الهدف المقابل؟

c) ما العجلة المتوسطة طوال مدة العدو؟

••2.46 تقلع المقاتلة النفاثة F-14 Tomcat من متن حاملة الطائرات USS *Nimitz* بدفع منجنيق بقوة بخارية. وُرصد موقع النفاثة من قمرة القيادة عبر فواصل زمنية قدرها 0.20 s. وتمّ جدولة هذه القياسات كما يلي:

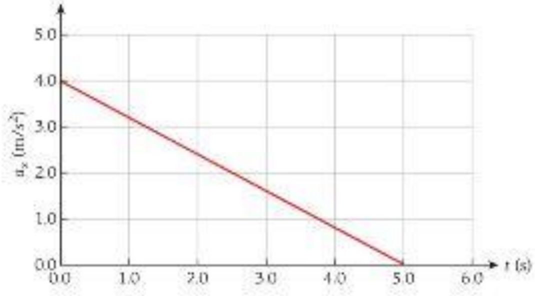
t (s)	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
x (m)	0.0	0.70	3.0	6.6	11.8	18.5	26.6	36.2	47.3	59.9	73.9

استخدم صيغ الفرق لحساب السرعة المتجهة المتوسّطة للنفاثة والعجلة المتوسطة لكل فترة زمنية. بعد إكمال هذا التحليل، هل يمكنك تحديد ما إذا كانت المقاتلة F-14 Tomcat قد تسارعت بعجلة ثابتة تقريبًا أم لا؟

القسم 2.6

2.47 يبدأ جسيم من وضع السكون عند $x = 0.00$ ويتحرك لمدة 20.0 s بعجلة قدرها $+2.00\ \text{cm/s}^2$، وخلال مدة 40.0 s التالية، تبلغ عجلة الجسيم $-4.00\ \text{cm/s}^2$. ما موقع الجسيم في نهاية هذه الحركة؟

2.48 تتحرك سيارة في اتجاه x بعجلة a_x تختلف باختلاف الزمن كما هو موضح بالشكل. في اللحظة $t = 0.0$ s، يكون موقع السيارة عند $x = 12$ m وسرعتها المتجهة 6.0 m/s في اتجاه x الموجب. ما السرعة المتجهة للسيارة عند $t = 5.0$ s؟



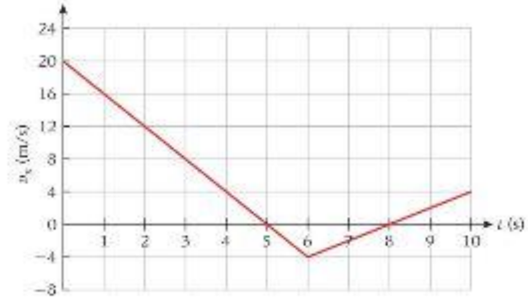
2.49 تُحدَّد السرعة المتجهة كدالة للزمن لسيارة في ألعاب مدينة الملاهي من العلاقة $v = At^2 + Bt$ مع الثوابت $A = 2.0\ \text{m/s}^3$ و $B = 1.0\ \text{m/s}^2$ فإذا انطلقت السيارة من نقطة الأصل، فما موقعها عند $t = 3.0$ s؟

2.50 يبدأ جسم من وضع السكون وتُحدَّد عجلته من العلاقة $a = Bt^2 - \frac{1}{2}Ct$، حيث $B = 2.0\ \text{m/s}^4$ و $C = -4.0\ \text{m/s}^3$.

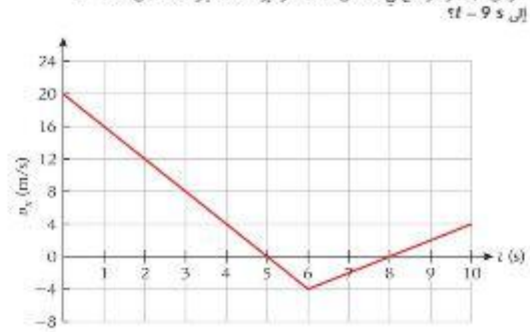
a) فكم تكون السرعة المتجهة للجسم بعد 5.0 s؟

b) ما المسافة التي يتحركها الجسم بعد $t = 5.0$ s؟

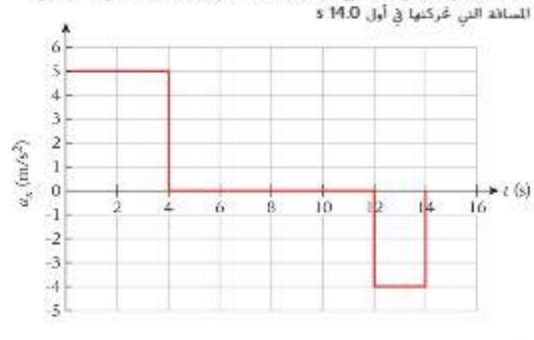
•2.51 تتحرك سيارة على طول المحور x وسرعتها المتجهة، v_x، تختلف باختلاف الزمن كما هو موضّح في الشكل. فإذا كان $x_0 = 2.0$ m عند $t_0 = 2.0$ s، فما موقع السيارة عند $t = 10.0$ s؟



•2.52 تتحرك سيارة على طول المحور x وسرعتها المتجهة، v_x، تختلف باختلاف الزمن كما هو موضّح في الشكل. ما مقدار إزاحة السيارة Dx، من $t - 4$ s إلى $t - 9$ s؟



•2.53 تبدأ دراجة نارية من وضع السكون وتتسارع كما هو موضح في الشكل. حدد (a) سرعة الدراجة النارية عند $t = 4.00$ s وعند $t = 14.0$ s و (b) مقدار المسافة التي تحركتها في أول 14.0 s



القسم 2.7

2.54 ما المدة التي تستغرقها سيارة لتزداد سرعتها من نقطة البدء إلى 22.2 m/s إذا كانت العجلة ثابتة وتحركت السيارة 243 m أثناء العجلة؟

2.55 تتباطأ سرعة سيارة من 31.0 m/s إلى 12.0 m/s خلال مسافة 380 m.

a) ما المدة التي تستغرقها بافتراض ثبات العجلة؟

b) ما قيمة هذه العجلة؟

2.56 بدأ عدّاء كتلته 57.5 kg العدو من وضع السكون وتسارع بعجلة ثابتة قدرها $1.25\ m/s^2$ حتى وصلت سرعته المتجهة 6.3 m/s. ثم تابع العدو بهذه السرعة المتجهة الثابتة.

a) ما المسافة التي قطعها بعد مرور 59.7 s؟

b) ما السرعة المتجهة للعدّاء عند هذه النقطة؟

2.57 هبطت مقاتلة نفاثة على سطح حاملة طائرات، ولامست الأرض بسرعة 70.4 m/s وتوقفت تمامًا بعد مسافة 197.4 m. فإذا حدثت تلك العملية بتباطؤ ثابت، فكم تكون سرعة النفاثة قبل موقع توقفها النهائي بمسافة 44.2 m؟

2.58 أُطلقت رصاصة عبر لوحة سمكها 10.0 cm، في مسار حركة عمودي على الجزء الأمامي للوحة. فإذا دخلت الرصاصة اللوحة بسرعة 400. m/s وخرجت منها بسرعة 200. m/s، فكم تكون عجلتها أثناء مرورها عبر اللوحة؟

2.59 بدأت سيارة من وضع السكون وتسارعت بعجلة $10.0\ m/s^2$. فما المسافة التي تقطعها خلال 2.00 s؟

2.60 بدأت طائرة من وضع السكون وتسارعت بعجلة $12.1\ m/s^2$. فكم تكون سرعتها عند نهاية مدرج الطيران الذي يبلغ 500 m؟

2.61 بدأ قارب، من وضع السكون، ثم زادت سرعته إلى 5.00 m/s بعجلة ثابتة.

a) ما السرعة المتوسطة للقارب؟

b) إذا استغرق القارب 4.00 s ليصل إلى هذه السرعة، فما المسافة التي قطعها؟

•**2.62** يقف العدّاء 1 في وضع السكون على مضمار سباق مستقيم، ويمر به العدّاء 2 الذي يعدو بسرعة ثابتة قدرها 5.1 m/s. وبمجرد مرور العدّاء 2، أخذ العدّاء 1 يتسارع بعجلة ثابتة قدرها $0.89\ m/s^2$. فأين يلحق العدّاء 1 بالعدّاء 2 على طول المضمار؟

•**2.63** ركب ولد دراجته، وعندما وصل إلى زاوية، توقف لتناول المياه من زجاجته. وفي هذا الزمن، مر به صديق يتحرك بسرعة ثابتة قدرها 8.0 m/s

a) بعد مرور 20 s عاد الولد إلى دراجته وتحرك بعجلة ثابتة قدرها $2.2\ m/s^2$. فما المدة التي استغرقها الولد ليلحق بزميله؟

b) إذا ظل الولد على دراجته يتجوّل بسرعة 1.2 m/s عند مرور صديقه، فما العجلة الثابتة التي سيحتاج إليها ليلحق بزميله في المدة الزمنية نفسها؟

•**2.64** تحرك راكب دراجة نارية بسرعة ثابتة 36.0 m/s عندما مر بسيارة شرطة متوقفة على جانب الطريق، ورصد الرادار الموجود في النافذة الخلفية لسيارة الشرطة سرعة الدراجة النارية، وفور مرور الدراجة النارية بسيارة الشرطة، بدأ ضابط الشرطة مطاردة راكب الدراجة النارية بعجلة ثابتة قدرها $4.0\ m/s^2$

a) ما المدة التي يستغرقها ضابط الشرطة للحاق براكب الدراجة النارية؟

b) كم تكون سرعة سيارة الشرطة عند لحاقها بالدراجة النارية؟

c) ما المسافة التي ستبعُدها سيارة الشرطة عن موقعها الأصلي؟

•**2.65** تسير عربتا قطار على مسار أفقي مستقيم. بدأت إحدى العربتين تتحرك من وضع السكون بعجلة ثابتة قدرها $2.00\ m/s^2$. وتتحرك هذه العربة باتجاه العربة الثانية التي تبعد عنها مسافة 30.0 m وتتحرك العربة الثانية بعيدًا عن العربة الأولى وتسير بسرعة ثابتة قدرها 4.00 m/s

a) ما موقع تصادم العربتين؟

b) ما الزمن الذي ستستغرقه العربتان ليصطدما؟

القسم 2.8

2.66 رُكلت كرة رأسيًا لأعلى بسرعة ابتدائية قدرها 26.4 m/s. فما المدة التي ستستغرقها الكرة قبل سقوطها على الأرض؟

2.67 قُذف حجر لأعلى من مستوى الأرض بسرعة متجهة ابتدائية قدرها 10.0 m/s.

a) ما السرعة المتجهة للحجر بعد مرور 0.50 s؟

b) كم يبلغ ارتفاع الحجر فوق مستوى الأرض بعد مرور 0.50 s؟

2.68 أُسقط حجر لأسفل بسرعة متجهة ابتدائية قدرها 10.0 m/s، وكانت عجلة الحجر ثابتةً وتساوي قيمتها عجلة السقوط الحر، $9.81\ m/s^2$. فما السرعة المتجهة للحجر بعد مرور 0.500 s؟

2.69 أُسقطت كرة مباشرةً لأسفل، بسرعة ابتدائية قدرها 10.0 m/s من ارتفاع 50.0 m. فما الفاصل الزمني الذي تستغرقه الكرة حتى تصطدم بالأرض؟

2.70 قُذف جسم رأسيًا لأعلى وكانت سرعته 20.0 m/s عندما بلغ ثلثي أقصى ارتفاع له فوق نقطة إطلاقه. حدد أقصى ارتفاع يصل إليه.

2.71 ما السرعة المتجهة عند نقطة منتصف مسافة كرة يمكن أن تبلغ ارتفاع y عند قذفها لأعلى بسرعة متجهة ابتدائية قدرها v_0؟

2.72 في 2 أغسطس 1971، أسقط رائد الفضاء ديفيد سكوت، بينما كان واقفًا على سطح القمر، مطرقةً كتلتها 1.3 kg وريشة صقر كتلتها 0.030 kg من ارتفاع 1.6 m ، فاصطدم كل من الجسمين بسطح القمر بعد إسقاطهما بمدة 1.4 s. فما مقدر العجلة وفقًا لقوة الجاذبية على سطح القمر؟

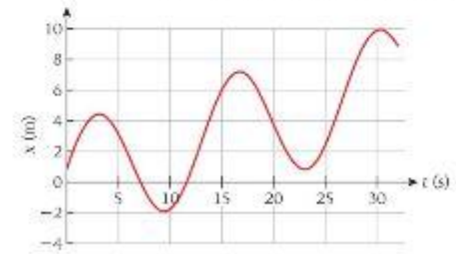
•**2.73** قُذف جسم رأسيًا وكانت سرعته المتجهة لأعلى 25 m/s عند بلوغه ربع أقصى ارتفاع له فوق نقطة إطلاقه. فما سرعة الجسم الابتدائية (الإطلاق)؟

تمارين إضافية

2.74 يبدأ عدّاء كتلته 56.1 kg العدو من وضع السكون ويتسارع بعجلة ثابتة قدرها $1.23\ m/s^2$ حتى تصل سرعته المتجهة إلى 5.10 m/s. ثم تابع العدو بسرعة متجهة ثابتة. ما المدة الزمنية التي يستغرقها العداء لقطع مسافة قدرها 173 m؟

2.75 تهبط طائرة نفاثة على مدرج الطيران بسرعة 229.2 kmh، وبعد مرور 12.4 s، توقفت الطائرة النفاثة تمامًا. وبافتراض ثبات عجلة الطائرة النفاثة، كم المسافة التي قطعتها الطائرة النفاثة من موضع هبوطها على مدرج الطيران حتى توقفت؟

2.76 في التمثيل البياني للموقع كدالة زمن، حدد النقاط التي تكون عندها السرعة المتجهة صفرًا والنقاط التي تكون عندها العجلة صفرًا.



2.77 تتسارع سيارة بدءًا من وضع الثبات حتى سرعة 60.0 mph في مدة 4.20 s إذا افترضنا أنّ عجلتها ثابتة.

a) ما مقدار العجلة؟

b) ما المسافة التي تقطعها السيارة؟

2.78 إذا كانت أقل مسافة تحتاج إليها السيارة حتى تتوقف من سرعة 100.0 km/h هي 40.00 m على رصيف جاف، فما أقل مسافة لازمة لكبح هذه السيارة حتى تتوقف من سرعة 130.0 km/h على رصيف جاف؟

2.79 توقفت سيارة كانت تسير بسرعة 60.0 km/h في مدة t = 4.00 s. إذا افترضنا ثبات التباطؤ،

b) فما المسافة التي تقطعها السيارة أثناء التوقف؟

b) ما مقدار تباطؤها؟

2.80 أثناء القيادة بسرعة 29.1 m/s توقفت شاحنة أمامك على مسافة 200.0 m من مصد سيارتك، وكانت مكابحك في حالة سيئة، فتباطأت السيارة بمعدل ثابت قدره $2.4\ m/s^2$.

a) كم المسافة التي اقتربتها من مصد الشاحنة؟

b) ما المدة التي استغرقتها حتى تتوقف؟

2.81 يتجه قطار يسير بسرعة 40.0 m/s مباشرةً نحو قطار آخر كان في وضع السكون على المسار نفسه، ويتباطأ القطار المتحرك بعجلة قدرها $6.0\ m/s^2$ بينما يقف القطار الساكن على بُعد 100.0 m. فما المسافة التي ستفصل بين القطار الساكن والقطار المتحرك عند توقفه؟

2.82 استخدم سائق سيارة كان يسير بسرعة 25.0 m/s المكابح وتباطأت السيارة بمعدل ثابت قدره $1.2\ m/s^2$.

a) ما المسافة التي تقطعها خلال 3.0 s؟

b) ما مقدار سرعتها المتجهة في نهاية هذه الفترة الزمنية؟

c) ما المدة التي تستغرقها السيارة حتى تتوقف؟

d) ما المسافة التي تقطعها السيارة قبل التوقف؟

2.83 كانت أكبر سرعة سُجلت في تاريخ سباق ناسكار 342.4 kph (حققها بيل إليوت سنة 1987 في تالاديجا). فإذا تباطأت سيارة السباق من هذه السرعة بمعدل $8.0\ m/s^2$، فما المسافة التي ستقطعها قبل التوقف؟

2.84 تسافر على متن طائرة تجارية عائدًا من هيوستن، بولاية تكساس، إلى أوكلاهوما سيتي، بولاية أوكلاهوما. ويعلن الطيار أن الطائرة تحلق مباشرةً فوق مدينة أوستن بولاية تكساس، وتسير بسرعة ثابتة تبلغ 394 kph وستحلق مباشرةً فوق مدينة دالاس، بولاية تكساس التي تبعد 362 km. ما المدة التي ستستغرقها الطائرة قبل أن تحلق مباشرةً فوق دالاس، بولاية تكساس؟

2.85 يُحدد موقع مزلجة صاروخية على طريق مستقيم من المعادلة $x = at^3 + bt^2 + c$، حيث $a = 2.0\ m/s^3$ و $b = 2.0\ m/s^2$، $c = 3.0\ m$.

a) فما موقع المزلجة بين $t = 4.0\ s$ و $t = 9.0\ s$؟

b) ما السرعة المتوسطة بين $t = 4.0\ s$ و $t = 9.0\ s$؟

2.86 يبلغ ارتفاع حافة المنحدر 100 m فوق الأرض. وقُذفت صخرة لأعلى من فوق حافة المنحدر مباشرة بسرعة 8.00 m/s

a) ما المدة التي تستغرقها الصخرة حتى تسقط على الأرض؟

b) ما سرعة الصخرة قبل أن تصطدم مباشرةً بالأرض؟

•**2.87** وُضعت وحدة مزدوجة لمراقبة السرعة على طريق سريع، وتختفي سيارة شرطة خلف إحدى اللوحات الدعائية وأخرى على مسافة ما تحت جسر. وأثناء مرور سيارة سيدان بسيارة الشرطة الأولى، تم رصدها تسير بسرعة 170.4 kph. ولما كان لدى السائق كاشف رادار، فقد تنبّه إلى أنّ سرعته قد رُصدت، فأخذ يحاول إبطاء سيارته تدريجيًا دون الضغط على المكابح أو إشعار الشرطة بعلمه أنه كان يقود بسرعة زائدة، وبمجرد رفع قدمه عن دواسة الوقود أخذ يتباطأ بمعدل ثابت. وبعد مدة قدرها 7.05 s بالضبط، مرت السيارة سيدان بسيارة الشرطة الثانية، ورُصدت سرعتها الآن بمعدل 108.0 kph فقط، أي أقل من حد السرعة على الطريق السريع المحلي مباشرة.

a) ما قيمة التباطؤ؟

b) ما المسافة بين سيارتي الشرطة؟

•**2.88** أثناء إجراء اختبار على مدرج طيران، بلغت سرعة سيارة سباق جديدة 258.4 mph بدءًا من وضع الثبات. وتتسارع السيارة بعجلة ثابتة وتبلغ علامة السرعة هذه بعد مسافة 612.5 m من نقطة البداية. فكم كانت سرعتها بعد ربع هذه المسافة ونصفها وثلاثة أرباعها؟

•**2.89** يُحدد الموقع الرأسي لكرة معلقة بشريط مطاطي من المعادلة

$$y(t) = (3.8\ m)\sin(0.46\ t/s - 0.31) - (0.2\ m/s)t + 5.0\ m$$

a) اكتب معادلات السرعة المتجهة والعجلة لهذه الكرة؟

b) في أي زمن بين 0 و 30 s كانت العجلة صفرًا؟

•**2.90** يختلف موقع جسيم يتحرك على طول المحور x باختلاف الزمن وفقًا للتعبير $x = 4t^2$ حيث تُقاس x بالأمتار و t بالثواني.

a) حدد موقع الجسيم عند $t = 2.00\ s$

b) حدد موقعه عند $2.00\ s + \Delta t$

c) أوجد قيمة النهاية $\Delta x/\Delta t$ عندما يقترب Δt من الصفر، لإيجاد السرعة المتجهة عند $t = 2.00\ s$

•**2.91** حاول آلاف الأشخاص المذعورين من البركان الفرار بالسيارة. فتحركت سيارة تقل طلابًا جامعيين إلى الشمال مسافة 320 كيلومترًا، بسرعة متوسطة 3.0 m/s في ربع المدة، ثم بسرعة 4.5 m/s في ربع آخر من المدة ثم بسرعة 6.0 m/s في باقي الرحلة.

a) فما المدة التي استغرقها الطلاب للوصول إلى وجهتهم؟

b) ارسم التمثيل البياني للموقع مقابل زمن الرحلة.

•**2.92** قُذفت كرة لأعلى مباشرةً في الهواء بسرعة 15.0 m/s، مع تجاهل مقاومة الهواء.

a) ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟

b) ما سرعة الكرة عندما تصل إلى 5.00 m؟

c) ما المدة التي تستغرقها الكرة لتصل إلى 5.00 m فوق موقعها الأول عند ارتفاعها لأعلى؟

d) ما المدة التي تستغرقها الكرة لتصل إلى 5.00 m فوق موقعها الأول عند هبوطها إلى أسفل؟

•**2.93** يشتهر أحد الفنادق بنافوراته الموسيقية، التي تستخدم 192 قاذفة من نوع هايبرشوترز لدفع المياه لمئات الأقدام في الهواء على إيقاع الموسيقى. تدفع إحدى قاذفات هايبرشوترز المياه إلى أعلى مباشرة حتى ارتفاع 73.2 m

a) ما السرعة الابتدائية للمياه؟

b) ما سرعة المياه عندما تكون في منتصف هذا الارتفاع أثناء هبوطها لأسفل؟

c) ما المدة التي تستغرقها المياه للسقوط مرة أخرى إلى ارتفاعها الأصلي من منتصف أقصى ارتفاع لها؟

•**2.94** تقود بسرعة ثابتة قدرها 13.5 m/s لمدة 30.0 s، ثم تتسارع بعد ذلك بثبات لمدة 10.0 s حتى تصل إلى سرعة 22.0 m/s، ثم تتباطأ بسلاسة للتوقف خلال 10.0 s. فما المسافة التي قطعتها؟

•**2.95** سقطت كرة من سطح أحد المباني، فاصطدمت بالأرض ثم التُقطت عند ارتفاعها الأصلي بعد مرور 5.0 s

a) كم كانت سرعة الكرة قبل أن تصطدم بالأرض مباشرةً؟

b) كم كان ارتفاع المبنى؟

c) وأنت تشاهد ذلك من نافذة ترتفع عن الأرض بمسافة 2.5 m، يبلغ ارتفاع فتحة النافذة 1.2 m من أعلاها إلى أسفلها. فما الزمن الذي شاهدت فيه الكرة لأول مرة بعد سقوطها وأنت في النافذة؟

2.96 يحدد موقع جسيم كدالة للزمن من المعادلة $x(t) = \frac{1}{4}x_0 e^{3\alpha t}$، حيث α ثابت موجب.

a) في أي زمن يكون الجسيم عند $2x_0$؟

b) ما سرعة الجسيم كدالة للزمن؟

c) ما عجلة الجسيم كدالة للزمن؟

d) ما وحدات النظام الدولي لـ α؟

2.97 يحدد موقع جسم كدالة للزمن من المعادلة $x = At^4 - Bt^3 + C$

a) ما مقدار السرعة المتجهة اللحظية كدالة للزمن؟

b) ما مقدار العجلة اللحظية كدالة للزمن؟

تمارين بعمليات متعددة

2.98 قُذف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s فما المدة التي يستغرقها للوصول إلى أقصى ارتفاع له؟

2.99 قُذف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s فما مقدار ارتفاعه فوق نقطة الإسقاط بعد 1.00 s؟

2.100 قُذف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s ما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم فوق نقطة الإسقاط؟

2.101 تبلغ العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية فوق سطح المريخ عند خط الاستواء $3.699\ m/s^2$. فما المدة التي تستغرقها صخرة أسقطت من ارتفاع 1.013 m لتصطدم بالسطح؟

2.102 تبلغ العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية فوق سطح المريخ عند خط الاستواء $3.699\ m/s^2$. وتستغرق الصخرة التي تحررت من وضع السكون 0.8198 s للوصول إلى السطح. فما الارتفاع الذي سقطت منه الصخرة؟

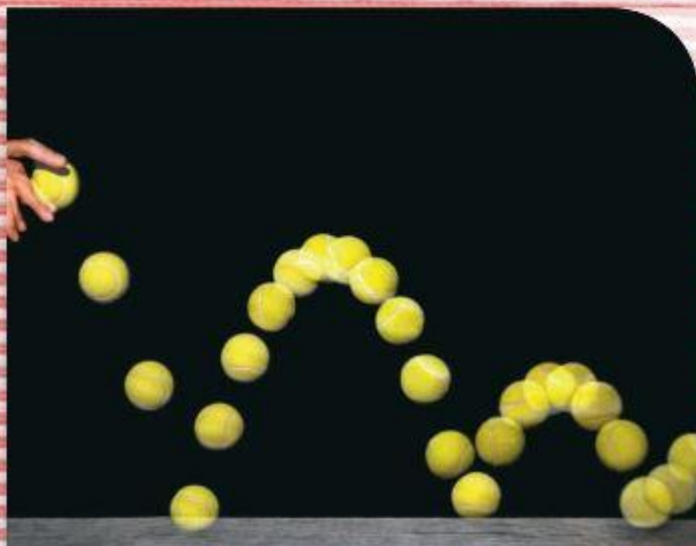
2.103 سقطت كرة فولاذية من ارتفاع 12.37 m فوق الأرض. فما سرعتها عندما تصل إلى ارتفاع 2.345 m فوق الأرض؟

2.104 سقطت كرة فولاذية من ارتفاع 13.51 m فوق الأرض. فما ارتفاع الكرة فوق الأرض عندما تصل سرعتها إلى 14.787 m/s؟

2.105 أُسقطت كرة فولاذية وعندما وصلت إلى ارتفاع 2.387 m فوق الأرض، كانت سرعتها 15.524 m/s. فما الارتفاع الذي سقطت منه الكرة؟

3

الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد



الشكل 3.1 تسلسل العرض المتعدد لكرة مرتدة.

ما ستتعلمه 67

شاهد الجميع كرة مرتدة، ولكن هل أمعن أحد النظر عن كثب في المسار الذي تسلكه؟ إذا أمكنك إبطاء حركة الكرة، كما هو الحال في الصورة الواردة في الشكل 3.1، فستشاهد قوسًا متماثلًا لكل ارتداد للكرة، حيث يصغر هذا القوس حتى تتوقف الكرة. يُعدّ هذا المسار إحدى خصائص نوع الحركة في بعدين، المعروفة باسم حركة *المقذوفات*. يمكنك مشاهدة شكل القطع المكافئ نفسه في نافورة الماء والألعاب النارية ورمية كرة السلة — أي نوع من الحركة المعزولة تكون فيها قوة الجاذبية ثابتة نسبيًا في حين أن الجسم المتحرك كثيف بما يكفي بحيث يمكن تجاهل مقاومة الهواء (قوة تميل إلى إبطاء الأجسام المتحركة في عكس اتجاه الهواء).

تتعمق هذه الوحدة في مناقشة موضوعات الإزاحة والسرعة المتجهة والعجلة للحركة في بعدين الواردة في الوحدة 2. كما أن تعريفات هذه المتجهات في بعدين مشابهة للغاية لتعريفات البعد الواحد. ولكن يمكن أن نطبقها على مجموعة أكبر من الحالات الواقعية. ولا تزال الحركة في بعدين أكثر تقييدًا من الحركة العامة في ثلاثة أبعاد، ولكنها تنطبق على مجموعة واسعة من الحركات الشائعة والمهمة التي سنناقشها خلال هذا المقرر.

ما ستتعلمه

- ستتعلم التعامل مع الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد باستخدام الأ ساليب الموضوعة للحركة في بعد واحد.
- ستحدد مسار القطع المكافئ لحركة المقذوفات المثالية.
- ستحسب أقصى ارتفاع وأقصى مدى لمسار المقذوف المثالي بدلا لة متجه السرعة الابتدائية والموقع الابتدائي.
- ستتعلم وصف متجه السرعة لمقذوف في أي وقت أثناء رحلته.
- ستدرس التأثير النوعي للاحتكاك بالهواء في المسارات الحقيقية للأجسام، مثل كرة البيسبول، وكيف تنحرف هذه المسارات عن نظيرتها المكافئة.
- ستتعلم تحويل متجهات السرعة من مناط إسناد إلى آخر.

3.1 أنظمة الإحداثيات ثلاثية الأبعاد

بعد دراسة الحركة في بعد واحد، سنتناول بعد ذلك مسائل أكثر تعقيدًا في بعدين وثلاثة أبعاد مكانية. لوصف هذه الحركة، سنستخدم الإحداثيات الديكارتية. وفي النظام الإحداثي الديكارتي ثلاثي الأبعاد نختار المحورين x وy ليكونا في المستوى الأفقي والمحور z ليشير رأسيًا إلى أعلى (الشكل 3.2). كما أن محاور الإحداثيات الثلاثة متعامدة مع بعضها بزاوية $90°$. وهذا ما يتطلبه النظام الإحداثي الديكارتي.

القاعدة المتبعة دون استثناء في هذا الكتاب هي أنّ النظام الإحداثي الديكارتي يتم إجراؤه **باليد اليمنى.** فهذه القاعدة تعني أنه يمكنك الحصول على الاتجاه النسبي لمحاور الإحداثيات الثلاثة باستخدام يدك اليمنى. لتحديد الاتجاهات الموجبة للمحاور الثلاثة، استخدم يدك اليمنى بحيث يكون الإبهام مستقيمًا لأعلى والسبابة مستقيمة للأمام؛ وبطبيعة الحال سيكونان زاوية $90°$ بالنسبة إلى بعضهما. ثم مد إصبعك الوسطى بحيث يكّون زاوية قائمة مع كل من السبابة والإبهام (الشكل 3.3). يتم تعيين المحاور الثلاثة للأ صابع كما هو موضّح في الشكل 3.3: الإ بهام هوx ، والسبابة هيy، والوسطى هو z. يمكنك تدوير يدك اليمنى في أي اتجاه، ولكن يبقى الاتجاه النسبي للإبهام والإصبعين كما هو. يمكن دائمًا توجيه اليد اليمنى في حيز ثلاثي الأبعاد بطريقة يمكن فيها محاذاة تعيينات المحاور على أصابعك مع محاور الإحداثيات التخطيطية الموضّحة في الشكل 3.2.

باستخدام مجموعة الإحداثيات الديكارتية هذه، يمكن كتابة متجه موضع في صورة إحداثية على النحو التالي

$$\vec{r} = (x, y, z) = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \tag{3.1}$$

متجه السرعة هو

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z}. \tag{3.2}$$

بالنسبة إلى المتجهات في بعد واحد، تحدد مشتقة الزمن لمتجه الموقع متجه السرعة. وهذا ينطبق أيضًا على أكثر من بعد واحد،

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z}. \tag{3.3}$$

في الخطوة الأخيرة من هذه المعادلة، استخدمنا قواعد الجمع وحاصل الضرب الخاصة بالتفاضل، وكذلك حقيقة أنّ متجهات الوحدات هي متجهات ثابتة (اتجاهات ثابتة على طول محاور الإحداثيات ومقدار ثابت يساوي 1). بمقارنة المعادلتين 3.2 و3.3، نرى أنّ

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{3.4}$$

يقودنا الإجراء نفسه من متجه السرعة إلى متجه العجلة بأخذ مشتقة الزمن للمعادلة الأولى:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y} + \frac{dv_z}{dt}\hat{z}. \tag{3.5}$$

الشكل 3.2 نظام إحداثي ديكارتي xyz باليد اليمنى.

الشكل 3.3 نظام إحداثي ديكارتي xyz باليد اليمنى.

ولذلك يمكننا كتابة المركّبات الديكارتية لمتجه العجلة:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}. \tag{3.6}$$

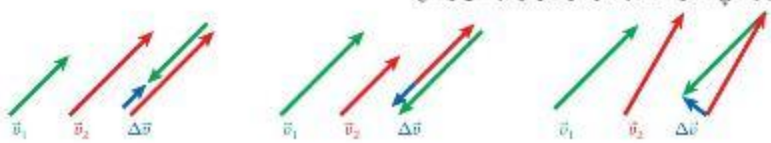
3.2 السرعة المتجهة والعجلة في بعدين أو ثلاثة أبعاد

يُعدّ الاختلاف الملفت للنظر بين السرعة المتجهة على طول خط مستقيم والسرعة المتجهة في بعدين أو أكثر هو إمكانية تغيُّر اتّجاه السرعة المتجهة في بعدين أو أكثر حتى في الحالات التي تظل فيها السرعة ثابتة. ونظرًا لأن العجلة تُعرف بأنها تغيُّر في السرعة المتجهة — أي تغيُّر في السرعة المتجهة — مقسوم على فاصل زمني، يمكن أن تكون ثمة عجلة حتى عندما لا يتغير مقدار السرعة المتجهة.

فكّر، على سبيل المثال، أنّ جسيمًا يتحرك في بعدين (أي على مستوى). في الزمن t_1، كانت سرعة الجسيم المتجهة $\vec{v}_1$ وفي زمن لاحق t_2، كانت سرعته المتجهة $\vec{v}_2$ ومن ثمّ فإن التغيُّر في سرعة الجسيم المتجهة هو $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. كما نحصل على متوسط العجلة، $\vec{a}_{ave}$، للفاصل الزمني $\Delta t = t_2 - t_1$ من خلال

$$\vec{a}_{ave} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}. \tag{3.7}$$

يوضح الشكل 3.4 ثلاث حالات مختلفة للتغيُّر في السرعة المتجهة لجسيم يتحرك في بعدين خلال فاصل زمني محدد. كما يوضح الشكل 3.4a أنّ السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية للجسيم لهما الاتّجاه نفسه، ولكن مقدار السرعة النهائية أكبر من مقدار السرعة الابتدائية. ويكون التغيُّر الناتج في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة في اتّجاه السرعات المتجهة نفسه. يوضح الشكل 3.4b مرة أخرى أنّ السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية في الاتّجاه نفسه، ولكن مقدار السرعة النهائية أقل من مقدار السرعة الابتدائية. ويكون التغيُّر الناتج في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة في الاتّجاه المعاكس للسرعات المتجهة. ويوضح الشكل 3.4c الحالة عندما يكون للسرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية المقدار نفسه ولكن اتّجاه متجه السرعة النهائية مختلف عن اتّجاه متجه السرعة الابتدائية. وبالرغم من أنّ مقدار السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية متماثل، فإن التغيُّر في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة لا يساوي صفرًا، ويمكن أن يكون في اتّجاه غير مرتبط باتّجاهي السرعة الابتدائية أو النهائية بشكل واضح.



(a) (b) (c)

الشكل 3.4 في الزمن t_1، يكون للجسيم السرعة المتجهة $\vec{v}_1$. في زمن لاحق t_2، يكون للجسيم السرعة المتجهة $\vec{v}_2$. نحصل على متوسط العجلة من خلال $\vec{a}_{ave} = \Delta\vec{v}/\Delta t = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)/(t_2 - t_1)$. (a) فاصل زمني متناسب مع $|\vec{v}_2| > |\vec{v}_1|$ مع وجود $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ في الاتّجاه نفسه. (b) فاصل زمني متناسب مع $|\vec{v}_2| < |\vec{v}_1|$ مع وجود $\vec{v}_2$ و $\vec{v}_1$ في الاتّجاه نفسه. (c) فاصل زمني مع $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$ ولكن مع وجود $\vec{v}_2$ في اتّجاه مختلف عن $\vec{v}_1$.

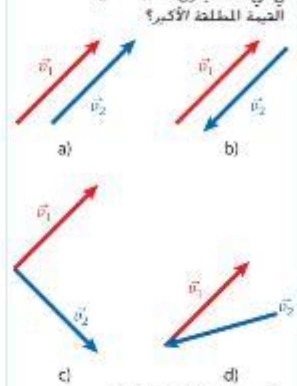
بصفة عامة، ينشأ متجه العجلة إذا تغيّر متجه سرعة الجسم في المقدار أو الاتّجاه. ففي أي وقت يتحرك فيه الجسم على طول مسار منحنٍ، في بعدين أو ثلاثة أبعاد، يجب أن تكون له عجلة. سندرس مركّبات العجلة بمزيد من التفصيل في الوحدة 9، عند مناقشة الحركة الدائرية.

3.3 حركة المقذوفات المثالية

في بعض الحالات الخاصة للحركة في ثلاثة أبعاد، يكون الإسقاط الأفقي لمسار أو مسار رحلة خطًا مستقيمًا. يحدث هذا الموقف عندما تكون العجلة في المستوى الأفقي xy تساوي صفرًا، بحيث يكون للجسم مركّبات سرعة متجهة ثابتة v_x وv_y في المستوى الأفقي. تظهر مثل هذه الحالة جلية

مراجعة المفاهيم 3.1

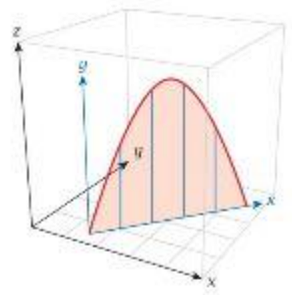
في جميع الحالات الموضّحة أدناه، يكون لمتجهَي السرعة $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$ الطول نفسه. في أي حالة يكون لـ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ القيمة المطلقة الأكبر؟



e) جميع الحالات متطابقة.

مراجعة المفاهيم 3.2

في جميع الحالات الموضّحة في مراجعة المفاهيم 3.1، يكون لمتجهَي السرعة $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ الطول نفسه. في أي حالة يكون للعجلة $\vec{a} = \Delta\vec{v}/\Delta t$ القيمة المطلقة الأصغر؟



الشكل 3.5 مسار في ثلاثة أبعاد اختُزل إلى مسار في بعدين.

الشكل 3.6 صورة لرمية حرة تبيّن تراكب مسار القطع المكافئ لكرة السلة. تم تجميع هذه الصورة بإجراء تراكب لـ 13 إطارًا، بفاصل زمني بمقدار 1/12 s بين كل إطارين متتابعين. لاحظ أنّ الكرة تتحرك المسافة الأفقية نفسها (الخطوط الرأسية السوداء) بين كل إطارين!

في الشكل 3.5 لكرة بيسبول تم قذفها في الهواء. في هذه الحالة، يمكننا تعيين محاور إحداثيات جديدة، مثل نقاط المحور x على طول الإسقاط الأفقي للمسار في حين يكون المحور y هو المحور الرأسي. في هذه الحالة الخاصة، يمكن بشكل أساسي وصف الحركة في ثلاثة أبعاد على أنها حركة في بعدين. تندرج مجموعة كبيرة من المسائل الواقعية تحت هذه الفئة، لا سيما المسائل التي تتضمن حركة المقذوفات المثالية.

المقذوف المثالي هو جسم ينطلق بسرعة ابتدائية ومن ثمّ لا يتحرك إلا تحت تأثير عجلة الجاذبية، والتي يفترض أن تكون ثابتة وفي اتجاه رأسي إلى أسفل. ويُعتبر تنفيذ رمية حرة في كرة السلة (الشكل 3.6) مثالًا جيدًا على حركة المقذوفات المثالية، وكذلك خروج رصاصة أو مسار سيارة عالقة بالهواء. تتجاهل **حركة المقذوفات المثالية** مقاومة الهواء وسرعة الرياح ودوران المقذوف والتأثيرات الأخرى التي تؤثر في رحلة المقذوفات الحقيقية. بالنسبة إلى الحالات الواقعية التي تتحرك فيها كرة جولف أو كرة تنس أو كرة بيسبول في الهواء، لا تكفي حركة المقذوفات المثالية لوصف المسار الفعلي، ويلزم إجراء المزيد من التحليل المتطور. سنناقش هذه التأثيرات في القسم 3.5، ولكن لن نتطرق إلى التفاصيل الكمية.

لنبدأ بحركة المقذوفات المثالية في ظل عدم وجود تأثيرات ناجمة عن مقاومة الهواء أو قوى أخرى بجانب الجاذبية. نستخدم مركّبين ديكارتيين، x في الاتجاه الأفقي وy في الاتجاه الرأسي (لأعلى). ولذلك، يكون متجه الموقع لحركة المقذوف هو

$$r = (x, y) = x\hat{x} + y\hat{y} \tag{3.8}$$

ومتجه السرعة هو

$$\vec{v} = (v_x, v_y) = v_x\hat{x} + v_x\hat{y} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y}. \tag{3.9}$$

نظرًا لاختيارنا للنظام الإحداثي، حيث يكون y هو المحور الرأسي، تتجه العجلة بفعل الجاذبية إلى أسفل، في الاتجاه y السالب؛ ولا توجد عجلة في الاتجاه الأفقي:

$$\vec{a} = (0, -g) = -g\hat{y}. \tag{3.10}$$

بالنسبة إلى هذه الحالة الخاصة حيث تكون العجلة ثابتة في الاتجاه y، وتساوي صفرًا في الاتجاه x، يكون لدينا مسألة سقوط حر في الاتجاه الرأسي وحركة بسرعة متجهة ثابتة في الاتجاه الأفقي. تُعتبر معادلات الكينماتيكا للاتجاه x هي تلك الخاصة بجسم يتحرك بسرعة متجهة ثابتة:

$$x = x_0 + v_{x0}t \tag{3.11}$$

$$v_x = v_{x0}. \tag{3.12}$$

وعلى غرار الوحدة 2، سنستخدم الرمز $v_{x0} \equiv v_x(t = 0)$ للقيمة الابتدائية للمركّبة x في السرعة المتجهة. في حين تُعتبر معادلات الكينماتيكا للاتجاه y هي تلك الخاصة بحركة سقوط حر في بعد واحد:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \tag{3.13}$$

$$y = y_0 + \bar{v}_y t \tag{3.14}$$

$$v_y = v_{y0} - gt \tag{3.15}$$

$$\bar{v}_y = \tfrac{1}{2}(v_y + v_{y0}) \tag{3.16}$$

$$v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0). \tag{3.17}$$

للحفاظ على الاتساق، نكتب $v_{y0} \equiv v_y(t = 0)$. وباستخدام هذه المعادلات السبع للمركّبين x وy، يمكننا حل أي مسألة تتعلق بمقذوف مثالي. لاحظ أنه نظرًا لإمكانية تقسيم الحركة في بعدين إلى حركات منفصلة في بعد واحد، تُكتب هذه المعادلات في صورة إحداثية، دون استخدام متجهات الوحدات.

مثال 3.1 التصويب على القرد

تبيّن العديد من العروض التوضيحية في المحاضرات أنّ الحركة في الاتجاه x والحركة في الاتجاه y منفصلتان تمامًا، كما يفترض في اشتقاق المعادلات لحركة المقذوفات. وأحد أشهر هذه العروض التوضيحية الذي يسمى "التصويب على القرد" مبيّن في الشكل 3.7. وهذا العرض التوضيحي مستلهم من قصة، حيث تسلل قرد من حديقة الحيوان هاربًا وتسلق شجرة. يريد حارس الحديقة التصويب على القرد بسهم مخدر للإمساك به مجددًا، لكنه على علم بأن القرد سيترك فرع الشجرة الممسك به بمجرد سماع صوت الإطلاق من البندقية. ومن ثمّ، يكمن التحدي في إصابة القرد في الهواء أثناء سقوطه.

المسألة

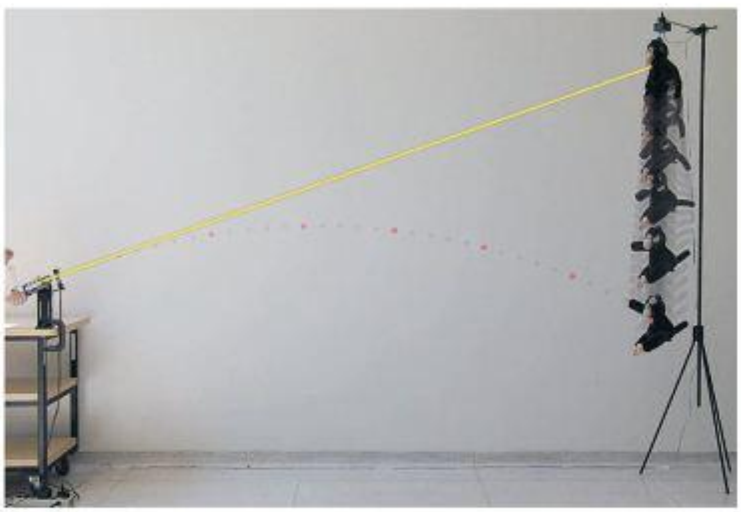
أين يحتاج حارس الحديقة إلى أن يصوب لإصابة القرد الساقط؟

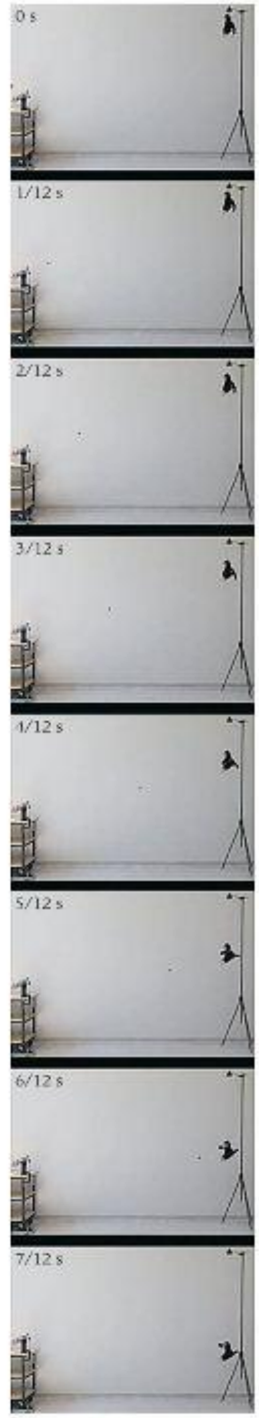
الحل

يجب أن يصوب حارس الحديقة على القرد مباشرة، كما هو موضّح في الشكل 3.7، على افتراض أنّ زمن وصول صوت الإطلاق من البندقية إلى القرد غير مهم وأنّ السهم سريع بما يكفي لتغطية المسافة الأفقية إلى الشجرة. بمجرد خروج السهم من البندقية، يكون في حالة سقوط حر، تمامًا مثل القرد. ونظرًا لأن القرد والسهم في حالة سقوط حر، فإنهما يسقطان بالعجلة نفسها، بصرف النظر عن حركة السهم في الاتجاه x والسرعة المتجهة الابتدائية للسهم. السهم والقرد سيلتقيان في نقطة أسفل نقطة سقوط القرد مباشرة.

مناقشة

يمكن أن يخبرك القناص بأنه، بالنسبة إلى هدف ثابت، تحتاج إلى تعديل مهداف البندقية ليناسب حركة السقوط الحر للمقذوف في طريقه إلى الهدف. كما يمكنك الاستدلال من الشكل 3.7، حتى الرصاصة المنطلقة من بندقية عالية الدقة لن تسلك خطًا مستقيمًا ولكن ستنخفض تحت تأثير عجلة الجاذبية. لا يمكن للقرد أن يصيب الهدف مباشرة بدون إجراء تعديلات على حركة السقوط الحر للمقذوف إلا في حالة مماثلة للعرض التوضيحي للتصويب على القرد، حيث يكون الهدف في حالة سقوط حر بمجرد خروج المقذوف من فوهة البندقية.





الشكل 3.7 العرض التوضيحي الدراسي للتصويب على القرد. يوجد على اليمين بعض الإطارات الفردية للفيديو، مع معلومات حول توقيتها الزمني في الزاوية العلوية اليسرى. وعلى اليسار، تم تجميع هذه الإطارات في صورة واحدة مع وجود خط متداخل باللون الأصفر يشير إلى التصويب الابتدائي لأداة إطلاق المقذوف.

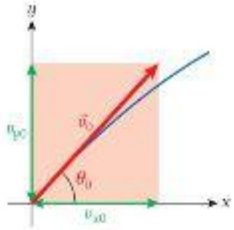
شكل مسار المقذوف

لنتناول الآن **مسار** المقذوف في بعدين. لإيجاد y كدالة لـــ x، نحُل المعادلة $x = x_0 + v_{x0}t$ للزمن $t = (x - x_0)/v_{x0}$، ثم نعوّض عن t في المعادلة $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$:

$$y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$y = y_0 + v_{y0}\frac{x - x_0}{v_{x0}} - \tfrac{1}{2}g\left(\frac{x - x_0}{v_{x0}}\right)^2 \Rightarrow$$

$$y = \left(y_0 - \frac{v_{y0}x_0}{v_{x0}} - \frac{gx_0^2}{2v_{x0}^2}\right) + \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}} + \frac{gx_0}{v_{x0}^2}\right)x - \frac{g}{2v_{x0}^2}x^2. \quad (3.18)$$



الشكل 3.8 متجه السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$ ومركّبتاه، v_{x0} وv_{y0}.

وهكذا، يتبع المسار معادلة الشكل العام $y = c + bx + ax^2$، مع الثوابت a وb وc. هذا هو شكل معادلة القطع المكافئ على المستوى xy. من المعتاد تعيين المركّبة x في نقطة بداية القطع المكافئ بحيث تساوي صفرًا: $x_0 = 0$. وفي هذه الحالة، تصبح معادلة القطع المكافئ

$$y = y_0 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}}x - \frac{g}{2v_{x0}^2}x^2. \quad (3.19)$$

يتحدد مسار المقذوف تمامًا بثلاثة ثوابت مدخلة. هذه الثوابت هي الارتفاع الابتدائي لإطلاق المقذوف y_0، والمركّبتين x وy لمتجه السرعة الابتدائية v_{x0}، وv_{y0}، كما هو موضّح في الشكل 3.8.
يمكننا أيضًا التعبير عن متجه السرعة الابتدائية $\vec{v}_0$، بدلالة مقداره v_0، واتجاهه θ_0. يتضمن التعبير عن $\vec{v}_0$ بهذا الأسلوب إجراء تحويل

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}$$
$$\theta_0 = \tan^{-1}\frac{v_{y0}}{v_{x0}}. \quad (3.20)$$

ناقشنا في الوحدة 1 هذا التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى طول المتجه وزاويته، وكذلك التحويل العكسي:

$$v_{x0} = v_0\cos\theta_0$$
$$v_{y0} = v_0\sin\theta_0. \quad (3.21)$$

بعد التعبير بدلا له مقدار متجه السرعة الابتدائية واتجاهها، تصبح معادلة مسار المقذوف

$$y = y_0 + (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2. \quad (3.22)$$


الشكل 3.9 نافورة يتدفق منها الماء في مسارات قطع مكافئ.

توجد النافورة الموضّحة في الشكل 3.9 في مطار ديترويت ميتروبوليتان وين كاونتي. يمكنك أن ترى بوضوح أنّ الماء الخارج من عدة أنابيب يسلك مسارات قطع مكافئ مثالية تقريبًا.

لاحظ أنه نظرًا لأن القطع المكافئ متماثل، فإن المقذوف يستغرق الزمن نفسه ويقطع المسافة نفسها عند تحركه من نقطة الإطلاق إلى أعلى مساره والرجوع مرة أخرى من أعلى مساره إلى نقطة الإطلاق. كما أنّ سرعة المقذوف عند ارتفاع معين أثناء الصعود إلى أعلى المسار تكون مماثلة لسرعته عند الارتفاع نفسه أثناء الهبوط لأسفل.

تغيُّر متجه السرعة مع الزمن

نتعلم من المعادلة 3.12 أنّ المركّبة x للسرعة المتجهة ثابتة مع الزمن: $v_x = v_{x0}$. هذه النتيجة تعني أن المقذوف سيغطي المسافة الأفقية نفسها في كل فاصل زمني من الفترة نفسها. وهكذا، في فيديو لحركة المقذوفات، مثل تسديد لاعب كرة سلة لرمية حرة كما في الشكل 3.6، أو مسار السهم في العرض التوضيحي للتصويب على القرد الوارد في الشكل 3.7، ستكون الإزاحة الأفقية للمقذوف من إطار إلى الإطار الذي يليه في الفيديو ثابتة.

تتغير مركّبة متجه السرعة y وفقًا للمعادلة 3.15، $v_y = v_{y0} - gt$؛ أي أنّ المقذوف يسقط بعجلة ثابتة. وعادة، تبدأ حركة المقذوف بقيمة موجبة، v_{y0}. يتم الوصول إلى قمة المسار (أعلى نقطة) عند النقطة حيث $v_y = 0$ ولا يتحرك المقذوف إلا في الاتجاه الأفقي. وعند القمة، تكون مركّبة السرعة المتجهة y صفرًا للحظة حيث تتغير علامته من موجبة إلى سالبة.

يمكننا أن نشير إلى القيم اللحظية للمركّبتين x وy لمتجه السرعة على مخطط y مقابل x لمسار رحلة مقذوف (الشكل 3.10). المركّبات x، v_x، لمتجه السرعة موضّحة بالأسهم الخضراء، والمركّبات y، v_y، لمتجه السرعة موضّحة بالأسهم الحمراء. لاحظ الأطوال المتماثلة للأسهم الخضراء، التي تظهر حقيقة أنّ v_x تظل ثابتة. كما أن كل سهم أزرق هو بمثابة حاصل الجمع المتجهي لمركبتي السرعة المتجهة x وy. كما أنه يمثل متجه السرعة اللحظية على طول المسار. لاحظ أنّ اتجاه متجه السرعة يكون دائمًا مماسيًّا للمسار. وهذا لأن ميل متجه السرعة يكون

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx}$$

وهو أيضًا الميل الموضعي لمسار الرحلة. وفي قمة المسار، تكون الأسهم الخضراء والزرقاء متماثلة نظرًا لأن متجه السرعة له المركّبة x فقط — أي أنه يشير إلى الاتجاه الأفقي.

بالرغم من أنّ المركّبة الرأسية لمتجه السرعة تساوي صفرًا في قمة المسار، يكون لعجلة الجاذبية القيمة الثابتة نفسها في أي جزء آخر من المسار. انتبه إلى الاعتقاد الخاطئ الشائع بأن عجلة الجاذبية تساوي صفرًا عند قمة المسار. فعجلة الجاذبية لها القيمة الثابتة نفسها في أي مكان على طول المسار.

وفي الختام، سنستكشف تغيّر دالة القيمة المطلقة لمتجه مع الزمن و/أو الإحداثي y. نبدأ بتغيُّر $|\vec{v}|$ مع y. نستخدم حقيقة أنّ القيمة المطلقة للمتجه تكون في صورة جذر تربيعي لمجموع مربعات المركّبات. ثم نستخدم معادلة الكينماتيكا 3.12 مع المركّبة x ومعادلة الكينماتيكا 3.17 مع المركّبة y. نحصل على

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)} = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)}. \tag{3.23}$$

لاحظ أنّ زاوية الإطلاق الابتدائية لا تظهر في هذه المعادلة. لا تعتمد القيمة المطلقة للسرعة المتجهة — السرعة — إلا على القيمة الابتدائية للسرعة والاختلاف بين الإحداثي y وارتفاع الإطلاق الابتدائي. ومن ثمّ، إذا أطلقنا مقذوفًا من ارتفاع معين فوق سطح الأرض، وأردنا معرفة سرعته لحظة اصطدامه بالأرض، فلا يهم ما إذا تم إطلاق المقذوف مستقيمًا لأعلى أو أفقيًا أو مستقيمًا لأسفل. سنناقش في الوحدة 5 مفهوم الطاقة الحركية، وسيتضح سبب هذه الحقيقة التي تبدو غريبة.

3.4 أقصى ارتفاع ومدى للمقذوف

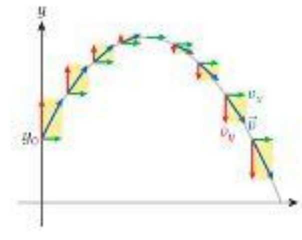
عند إطلاق مقذوف، على سبيل المثال، رمي كرة، نهتم غالبًا **بالمدى** (R)، أو مقدار المسافة التي يقطعها المقذوف أفقيًا قبل العودة إلى الموقع الرأسي الأصلي، **وأقصى ارتفاع** (H) سوف يصل إليه. هاتان الكميتان R وH موضّحتان في الشكل 3.11. نجد أن أقصى ارتفاع وصل إليه المقذوف هو

$$H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}. \tag{3.24}$$

وسنشتق هذه المعادلة أدناه. كما سنشتق هذه المعادلة للوصول إلى المدى:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 \tag{3.25}$$

حيث إنّ v_0 هي القيمة المطلقة لمتجه السرعة الابتدائية، وθ_0 هي زاوية الإطلاق. يمكن الوصول إلى أقصى مدى، لقيمة ثابتة معينة v_0، عندما تكون $\theta_0 = 45°$.



الشكل 3.10 رسم بياني لمسار قطع مكافئ يبيّن متجه السرعة ومركّباته الديكارتية في فواصل زمنية ثابتة.

مراجعة المفاهيم 3.3

في أعلى مسار المقذوف، أي العبارات التالية صحيحة، إن وجدت؟

a) العجلة تساوي صفرًا.

b) المركّبة x للعجلة تساوي صفرًا.

c) المركّبة y للعجلة تساوي صفرًا.

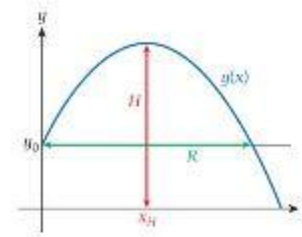
d) السرعة تساوي صفرًا.

e) المركّبة x للسرعة المتجهة تساوي صفرًا.

f) المركّبة y للسرعة المتجهة تساوي صفرًا.

سؤال الاختبار الذاتي 3.1

ما مدى تغيُّر $|\vec{v}|$ مع الإحداثي x؟



الشكل 3.11 أقصى ارتفاع (باللون الأحمر) ومدى (باللون الأخضر) لمقذوف.

الاشتقاق 3.1

لندرس أقصى ارتفاع للمقذوف أولًا. لتحديد قيمته، نحصل على تعبير للارتفاع ونوجد تفاضله، ونجعل النتيجة تساوي صفرًا، ثم نحصل على أقصى ارتفاع. افترض أنّ v_0 هي السرعة الابتدائية وθ_0 هي زاوية الإطلاق. نأخذ مشتقة دالة المسار $y(x)$، المعادلة 3.22، بالنسبة إلى x:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}\left(y_0+(\tan\theta_0)x-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2\right)=\tan\theta_0-\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}x.$$

نبحث الآن عن النقطة x_H حيث المشتقة تساوي صفرًا:

$$0=\tan\theta_0-\frac{g}{v_0^2\cos^2\theta_0}x_H$$

$$\Rightarrow x_H=\frac{v_0^2\cos^2\theta_0\tan\theta_0}{g}=\frac{v_0^2}{g}\sin\theta_0\cos\theta_0=\frac{v_0^2}{2g}\sin 2\theta_0.$$

في الخط الثاني أعلاه، نستخدم المتطابقات المثلثية $\tan\theta=\sin\theta/\cos\theta$ و $2\sin\theta\cos\theta=\sin 2\theta$.
نعوّض الآن بهذه القيمة عن x في المعادلة 3.22 ونحصل على أقصى ارتفاع، H:

$$H\equiv y(x_H)=y_0+x_H\tan\theta_0-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x_H^2$$

$$=y_0+\frac{v_0^2}{2g}\sin 2\theta_0\tan\theta_0-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}\left(\frac{v_0^2}{2g}\sin 2\theta_0\right)^2$$

$$=y_0+\frac{v_0^2}{g}\sin^2\theta_0-\frac{v_0^2}{2g}\sin^2\theta_0$$

$$=y_0+\frac{v_0^2}{2g}\sin^2\theta_0.$$

نظرًا لأن $v_{y0}=v_0\sin\theta_0$، يمكننا أيضًا كتابة

$$H=y_0+\frac{v_{y0}^2}{2g}$$

وهي المعادلة 3.24.
يُعرف مدى، R، المقذوف بأنه المسافة الأفقية بين نقطة الإطلاق والنقطة التي يصل عندها المقذوف إلى الارتفاع نفسه الذي بدأ منه، $y(R)=y_0$. التعويض بـ $x=R$ في المعادلة 3.22:

$$y_0=y_0+R\tan\theta_0-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}R^2$$

$$\Rightarrow \tan\theta_0=\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}R$$

$$\Rightarrow R=\frac{2v_0^2}{g}\sin\theta_0\cos\theta_0=\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0$$

وهي المعادلة 3.25.
لاحظ أنّ المدى، R، يساوي ضعف قيمة الإحداثي x، أي x_H، الذي يبلغ فيه المسار أقصى ارتفاع: $R=2x_H$.

في النهاية، سنفكر في كيفية زيادة مدى المقذوف. ثمة طريقة لزيادة المدى وهي بزيادة السرعة الابتدائية v_0. إذا كان لدينا سرعة ابتدائية محددة، فما مقدار تغيّر المدى مع زاوية الإطلاق θ_0؟ للإجابة عن هذا السؤال، نأخذ مشتقة المدى (المعادلة 3.25) بالنسبة إلى زاوية الإطلاق:

$$\frac{dR}{d\theta_0}=\frac{d}{d\theta_0}\left(\frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0\right)=2\frac{v_0^2}{g}\cos 2\theta_0.$$

سؤال الاختبار الذاتي 3.2

ثمة طريقة أخرى للتوصل إلى صيغة للمدى وهي باستخدام حقيقة أنّ المقذوف يستغرق في الوصول إلى أعلى المسار الوقت نفسه الذي يستغرقه للنزول إلى أسفل، وذلك بسبب تماثل القطع المكافئ. ويمكننا حساب الوقت للوصول إلى أعلى المسار، حيث $v_y = 0$، ثم ضرب هذا الوقت في اثنين ثم في مركّبة السرعة المتجهة الأفقية للوصول إلى المدى. هل يمكنك اشتقاق الصيغة لحساب المدى بهذه الطريقة؟

ثم نحدد أنّ هذه المشتقة تساوي صفرًا، ونجد الزاوية التي تحقق أقصى قيمة له. الزاوية بين °0 و°90 التي يكون لها $\cos 2\theta_0 = 0$ تساوي °45. لذا، نحصل على أقصى مدى لمقذوف مثالي من خلال

$$R_{\max} = \frac{v_0^2}{g}. \tag{3.26}$$

كان بمقدورنا الحصول على هذه النتيجة مباشرة من الصيغة الخاصة بالمدى نظرًا لأنه وفقًا لهذه الصيغة (المعادلة 3.25)، يصل المدى إلى أقصى قيمة عندما تكون $\sin 2\theta_0$ لها أقصى قيمة والتي تساوي 1. كما أنه يصل إلى هذه القيمة القصوى عندما تكون $2\theta_0 = 90°$، أو $\theta_0 = 45°$.

تقدم معظم الألعاب الرياضية التي تستخدم الكرة أمثلة عديدة لحركة المقذوفات. سنتناول في ما يلي أمثلة لا تسيطر فيها تأثيرات مقاومة الهواء والدوران على الحركة، ومن ثمّ تكون النتائج قريبة بشكل معقول مما يحدث في الواقع. وسنتناول في القسم التالي تأثيرات مقاومة الهواء والدوران في مقذوف.

مسألة محلولة 3.1 رمي كرة بيسبول

أثناء الاستماع إلى بث إذاعي لمباراة بيسبول، كثيرًا ما نسمع عبارة "كرة سريعة مستقيمة ومنخفضة" أو "كرة سريعة مستقيمة" لوصف كرة تصطدم بقوة وبزاوية منخفضة بالنسبة إلى الأرض. بعض المذيعين يستخدمون مصطلح "كرة سريعة مستقيمة" لوصف رمية قوية بصفة خاصة من القاعدة الثانية أو الثالثة إلى القاعدة الأولى. يشير هذا التعبير المجازي إلى الحركة في خط مستقيم — ولكن نعلم أنّ المسار الفعلي للكرة عبارة عن قطع مكافئ.

المسألة

ما أقصى ارتفاع تصل إليه كرة بيسبول إذا رُميت من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى أو من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى، وفي كلتا الحالتين يتم ضربها من ارتفاع 6.0 ft وبسرعة 90 mi/h، ويتم الإمساك بها عند الارتفاع نفسه؟

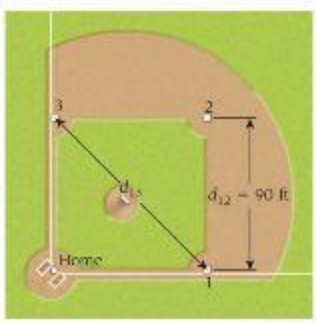
الحل

فكّر أبعاد ملعب البيسبول موضّحة في الشكل 3.12. (في هذه المسألة، سنحتاج إلى إجراء الكثير من تحويلات الوحدات. وبصفة عامة، يستخدم هذا الكتاب وحدات النظام الدولي، لكن كرة البيسبول مليئة بالوحدات البريطانية). ملعب كرة البيسبول مربع الشكل ويبلغ طول جوانبه 90 ft. هذه هي المسافة بين القاعدة الثانية والقاعدة الأولى، ولدينا $d_{12} = 90 \text{ ft} = 90.\cdot 0.3048 \text{ m} = 27.432 \text{ m}$. المسافة من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى هي طول الخط القطري لمربع الملعب، $d_{13} = d_{12}\sqrt{2} = 38.795 \text{ m}$
تتحول السرعة 90 mi/h (سرعة رمية جيدة بدوري كرة البيسبول الرئيسي) إلى

$$v_0 = 90.\ \text{mi/h} = 90.\cdot 0.44704\ \text{m/s} = 40.2336\ \text{m/s}.$$

كما هو الحال مع معظم مسائل المسارات، ثمة طرق عديدة لحل هذه المسألة. وأبسط طريقة للقيام بذلك هي استخدام المدى وأقصى ارتفاع. يمكننا أن نساوي المسافة من قاعدة إلى أخرى بمدى المقذوف نظرًا لأن الكرة تم رميها وإمساكها عند الارتفاع نفسه. $y_0 = 6.0 \text{ ft} = 6.0\cdot 0.3048 \text{ m} = 1.8288 \text{ m}$.

ارسم



الشكل 3.12 أبعاد ملعب بيسبول.

ابحث من أجل الحصول على زاوية الإطلاق الابتدائية للكرة، نستخدم المعادلة 3.25، مع جعل المدى مساويًا للمسافة بين القاعدتين الأولى والثانية:

$$d_{12} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{d_{12}g}{v_0^2}\right).$$

علاوة على ذلك، لدينا بالفعل معادلة لأقصى ارتفاع:

$$H = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2\theta_0}{2g}.$$

بسّط بالتعويض عن تعبير زاوية الإطلاق في المعادلة الخاصة بأقصى ارتفاع نحصل على

$$H = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{d_{12}g}{v_0^2}\right)\right]}{2g}.$$

احسب نحن جاهزون للتعويض بالأرقام:

$$H = 1.8288\text{ m} + \frac{(40.2336\text{ m/s})^2 \sin^2\left[\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{(27.432\text{ m})(9.81\text{ m/s}^2)}{(40.2336\text{ m/s})^2}\right)\right]}{2(9.81\text{ m/s}^2)} = 2.40285\text{ m}.$$

قرّب كانت القيم المضبوطة الناتجة مكونة من رقمين معنويين. لذا، نقرّب النتيجة النهائية إلى

$$H = 2.4\text{ m}.$$

ومن ثمّ ، فإن أقصى ارتفاع للرمية التي سرعتها 90 mph من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى يكون 0.57 m = 1.83 m - 2.40 m . أي فوق خط مستقيم في منتصف المسار بمسافة 2 ft. وهذا الرقم أكبر في حالة الرمية من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى ، حيث وجدنا أنّ الزاوية الابتدائية للرمية 6.8° وأقصى ارتفاع لها 3.0 m، أو 1.2 m (حوالي 4 ft) فوق الخط المستقيم الذي يربط نقاط الإطلاق والإمساك (انظر الشكل 3.13).

الشكل 3.13 مسار كرة بيسبول رُميت من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى.

تحقّق ثانية المنطق يقول إن الرمية الأطول من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى تحتاج إلى أقصى ارتفاع أعلى من الرمية من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى، والإجابات التي حصلنا عليه تتفق مع ذلك. إذا شاهدت مباراة كرة بيسبول من المدرجات أو على شاشة التلفزيون، فقد تبدو هذه الارتفاعات المحسوبة كبيرة جدًا. ومع ذلك، إذا شاهدت مباراة من مستوى سطح الأرض، فسترى حقًا أن اللاعبين الآخرين ينبغي لهم رفع الكرة بعض الشيء للحصول على رمية جيدة إلى القاعدة الأولى.

لنتناول مثالًا آخر على كرة البيسبول ونحسب مسار الكرة المضروبة بالمضرب.

الشكل 3.14 ضرب كرة بيسبول بالمضرب.

مثال 3.2 ضرب كرة بيسبول بالمضرب

أثناء رحلة كرة بيسبول مضروبة بالمضرب، ولا سيما إذا كانت خارج حدود الملعب، يكون لمقاومة الهواء تأثير ملحوظ. أما الآن، فإننا سنهمل تأثير مقاومة الهواء. سيناقش القسم 3.5 تأثير مقاومة الهواء.

المسألة

إذا انطلقت الكرة من المضرب بزاوية إطلاق 35.0° وسرعة ابتدائية 110 mph، فما المسافة التي ستقطعها الكرة في الهواء؟ ما المدة التي ستستغرقها في الهواء؟ كم ستكون سرعتها في أعلى نقطة في مسارها؟ كم ستكون سرعتها عندما تهبط إلى الأرض؟

— يتبع

مراجعة المفاهيم 3.4

أُطلق مقذوف من ارتفاع ابتدائي $y_0 = 0$، بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة. إذا كانت سرعة الإطلاق مضاعفة، فماذا سيحدث للمدى، R، والوقت في الهواء، t_{air}؟

a) سيتضاعف كلٌّ من R و t_{air}.

b) سيتضاعف كلٌّ من R و t_{air} أربع مرات.

c) سيتضاعف R وسيبقى t_{air} كما هو.

d) سيتضاعف R أربع مرات وسيتضاعف t_{air}.

e) سيتضاعف R وسيتضاعف t_{air} أربع مرات.

الحل

نحتاج مرة أخرى إلى التحويل إلى وحدات النظام الدولي أولًا: $v_0 = 110 \text{ mph} = 49.2 \text{ m/s}$. نوجد المدى أولًا:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 = \frac{(49.2 \text{ m/s})^2}{9.81 \text{ m/s}^2}\sin 70° = 231.6 \text{ m}.$$

تكون هذه المسافة وهي مسافة خروج الكرة من الملعب حتى في أكبر الملاعب. ومع ذلك، لا يأخذ هذا الحساب مقاومة الهواء بعين الاعتبار. إذا وضعنا الاحتكاك الناتج عن مقاومة الهواء في الحسبان، فستنخفض المسافة إلى 122 مترًا تقريبًا. (انظر القسم 3.5 بشأن حركة المقذوفات الواقعية).

لمعرفة الفترة الزمنية التي قضتها كرة البيسبول في الهواء، يمكننا قسمة المدى على المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة، على افتراض ضرب الكرة في مستوى سطح الأرض.

$$t = \frac{R}{v_0\cos\theta_0} = \frac{231.5 \text{ m}}{(49.2 \text{ m/s})(\cos 35°)} = 5.75 \text{ s}.$$

نحسب الآن السرعات عند أعلى نقطة في المسار وعند الهبوط. في أعلى نقطة في المسار، يكون للسرعة المتجهة مركّبة أفقية فقط، وهي $v_0\cos\theta_0 = 40.3 \text{ m/s}$. عند سقوط الكرة، يمكننا حساب سرعتها باستخدام المعادلة 3.23: $|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)}$ ونظرًا لأننا نفترض أنّ الارتفاع الذي تسقط منه هو نفسه الذي انطلقت منه، نرى أن السرعة عند نقطة السقوط هي نفسها عند نقطة الإطلاق، 49.2 m/s.

لا تتبع كرة البيسبول الحقيقية المسار المحسوب هنا بدقة. إذا أطلقنا بدلًا من ذلك كرة فولاذية صغيرة بحجم كرة البيسبول بالزاوية والسرعة أنفسهما، فسيؤدي تجاهل مقاومة الهواء إلى تقريب جيد جدًا، وسيتم التحقق من معلمات المسار التي وجدت في هذه التجربة. يكمن السبب في إمكانية تجاهل مقاومة الهواء بسهولة بالنسبة إلى انطلاق الكرة الفولاذية في أنّ لها كثافة كتلية أعلى بكثير من كرة البيسبول ومساحة سطح أصغر منها، وبهذا تكون تأثيرات السحب (التي تعتمد على مساحة المقطع العرضي) صغيرة مقارنة بتأثيرات الجاذبية.

البيسبول ليست الرياضة الوحيدة التي تقدم أمثلة على حركة المقذوفات. لنأخذ مثالًا آخر من كرة القدم الأمريكية.

مسائل محلولة 3.2 زمن التحليق

عندما يضطر فريق كرة قدم أمريكية إلى رمي الكرة إلى الخصم، من المهم جدًا ركل الكرة بعيدًا قدر الإمكان مع تحقيق زمن تحليق طويل بشكل كافٍ أيضًا — أي ينبغي أن تظل الكرة في الهواء فترة طويلة كافية بحيث يكون لدى فريق تغطية الركلة وقت للجري في عمق الملعب والتعامل مع مستلم الكرة بعد التقاطها لها.

المسألة

ما الزاوية والسرعة الابتدائيتان اللازمتان لركل الكرة بحيث يكون زمن تحليقها 4.41 s وتقطع مسافة 49.8 m (= 54.5 yd)؟

الحل

فكّر ركل الكرة قبل نزولها الأرض حالة خاصة لحركة مقذوف تكون فيها القيمتان الابتدائية والنهائية للإحداثي الرأسي صفرًا. إذا كنا نعرف مدى المقذوف، فيمكننا معرفة زمن التحليق من حقيقة أنّ قيمة المركّبة الأفقية لمتجه السرعة تظل ثابتة؛ ومن ثمّ، يجب أن يكون زمن التحليق ببساطة هو المدى مقسومًا على هذه المركّبة الأفقية لمتجه السرعة. تعطينا المعادلات الخاصة بزمن التحليق والمدى معادلتين بكميتين غير معروفتين نحاول إيجادهما: v_0 و θ_0.

ارسم هذه من الحالات النادرة التي لا يوفر الرسم التخطيطي فيها معلومات إضافية.

ابحث رأينا بالفعل (المعادلة 3.25) أنّ مدى المقذوف يتحدد من خلال

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0.$$

وكما ذكرنا آنفًا، يمكن حساب زمن التحليق بسهولة أكثر من خلال قسمة المدى على المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة:

$$t = \frac{R}{v_0\cos\theta_0}.$$

ومن ثمّ، لدينا معادلتان في مجهولين، v_0 وθ_0. (تذكّر أنّ R وt معطيان في بيان المسألة).

بسّط نحل كلتا المعادلتين $v_0{}^2$ وجعلهما يساويان:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0 \Rightarrow v_0^2 = \frac{gR}{\sin 2\theta_0}$$
$$t = \frac{R}{v_0 \cos\theta_0} \Rightarrow v_0^2 = \frac{R^2}{t^2\cos^2\theta_0}$$
$$\Rightarrow \frac{gR}{\sin 2\theta_0} = \frac{R^2}{t^2\cos^2\theta_0}.$$

يمكننا الآن الحل لإيجاد قيمة θ_0. باستخدام $\sin 2\theta_0 = 2\sin\theta_0\cos\theta_0$، نجد أنّ

$$\frac{g}{2\sin\theta_0\cos\theta_0} = \frac{R}{t^2\cos^2\theta_0}$$
$$\Rightarrow \tan\theta_0 = \frac{gt^2}{2R}$$
$$\Rightarrow \theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{gt^2}{2R}\right).$$

ثم بعد ذلك نعوض عن هذا التعبير في إحدى المعادلتين اللتين بدأنا بهما. نختار المعادلة الخاصة بزمن التحليق ونحلها لإيجاد قيمة v_0:

$$t = \frac{R}{v_0\cos\theta_0} \Rightarrow v_0 = \frac{R}{t\cos\theta_0}.$$

احسب كل ما تبقى هو التعويض بالأرقام في المعادلات التي حصلنا عليها.

$$\theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{(9.81\ \mathrm{m/s^2})(4.41\ \mathrm{s})^2}{2(49.8\ \mathrm{m})}\right) = 62.4331^\circ$$

$$v_0 = \frac{49.8\ \mathrm{m}}{(4.41\ \mathrm{s})(\cos 62.4331^\circ)} = 24.4013\ \mathrm{m/s}.$$

قرّب تم تحديد قيمة المدى وزمن التحليق بثلاثة أرقام معنوية، وبهذا تكون القيمة المضبوطة للنتائج التي حصلنا عليها:

$$\theta_0 = 62.4^\circ$$

و

$$v_0 = 24.4\ \mathrm{m/s}.$$

تحقّق ثانية نعلم أنّ أقصى مدى تم الوصول إليه كان بزاوية إطلاق 45°. يتم إطلاق الكرة المركولة بزاوية ابتدائية حادة للغاية تبلغ 62.4°. ومن ثمّ، لا تقطع الكرة المسافة نفسها التي تستطيعها مع قيمة السرعة الابتدائية التي قمنا بحسابها. وبدلًا من ذلك، ترتفع إلى أعلى، ويترتب عليه زيادة زمن التحليق. إذا شاهدت مجموعة من اللاعبين الهواة أو المحترفين أثناء ممارسة مهاراتهم في مباريات كرة القدم، فسترى أنهم يحاولون ركل الكرة بزاوية ابتدائية أكبر من 45° . وهذا يتفق مع النتائج التي حصلنا عليها من عملياتنا الحسابية.

مراجعة المفاهيم 3.5

يمكن التوصل إلى المدى نفسه كما في المسألة المحلولة 3.2 بالسرعة الابتدائية 24.4 m/s نفسها ولكن بزاوية إطلاق مختلفة عن 62.4°. ما مقدار هذه الزاوية؟

a) 12.4°
b) 27.6°
c) 45.0°
d) 55.2°

مراجعة المفاهيم 3.6

ما زمن التحليق لزاوية الإطلاق الأخرى تلك المحسوبة في مراجعة المفاهيم 3.5؟

a) 2.30 s
b) 3.14 s
c) 4.41 s
d) 5.14 s

مسألة محلولة 3.3 زمن الرحلة

ربما تكون قد شاركت في الأولمبياد العلمي خلال المرحلة المتوسطة أو الثانوية. وفي إحدى فعاليات الأولمبياد العلمي، كان الهدف هو إصابة هدف أفقي على مسافة ثابتة بكرة جولف أطلقت من منجنيق. وتقوم الفرق المتنافسة ببناء المجانيق الخاصة بها. وقد بنى فريقك منجنيقًا قادرًا على إطلاق كرة الجولف بسرعة ابتدائية 17.2 m/s، وفقًا لاختبارات مكثفة أجريت قبل المنافسة.

المسألة

إذا كان الهدف يقع على الارتفاع نفسه الذي تم إطلاق كرة الجولف منه وعلى مسافة أفقية 22.42 m، فما المدة التي ستمكثها كرة الجولف في الهواء قبل أن تصل إلى الهدف؟

الحل

فكّر لنتخلص أولًا من الأشياء التي لا جدوى منها. لا يمكننا ببساطة قسمة المسافة بين المنجنيق والهدف على السرعة الابتدائية، لأن ذلك يعني ضمنيًا أن متجه السرعة الابتدائية في الاتجاه الأفقي.

— يتبع

وحيث إنّ المقذوف في حالة سقوط حر في الاتجاه الرأسي أثناء رحلته، فقد يُخطئ الهدف. ومن ثمّ، يجب علينا تصويب كرة الجولف بزاوية أكبر من الصفر بالنسبة إلى الاتجاه الأفقي. ولكن ما زاوية التصويب المناسبة؟

إذا أُطلقت كرة الجولف، كما ذكرنا، من ارتفاع مماثل لارتفاع الهدف، فستكون المسافة الأفقية بين المنجنيق والهدف مساوية للمدى. ونظرًا لأننا نعرف أيضًا السرعة الابتدائية، يمكننا حساب زاوية الإطلاق. وبمعرفة زاوية الإطلاق والسرعة الابتدائية يمكننا تحديد المركّبة الأفقية لمتجه السرعة. وحيث إنّ هذه المركّبة الأفقية لا يتغير مع الزمن، يمكن الحصول على زمن الرحلة ببساطة من خلال قسمة المدى على المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة.

ارسم لا نحتاج إلى رسم تخطيطي في هذه المرحلة لأنه سيعرض شكل قطع مكافئ، وهذا ينطبق على جميع أنواع حركة المقذوفات. ومع ذلك، لا نعرف الزاوية الابتدائية بعد، لذا سنحتاج إلى الرسم التخطيطي لاحقًا.

ابحث نحصل على مدى المقذوف من المعادلة 3.25:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0.$$

إذا كنا نعرف قيمة هذا المدى والسرعة الابتدائية، فيمكننا إيجاد الزاوية:

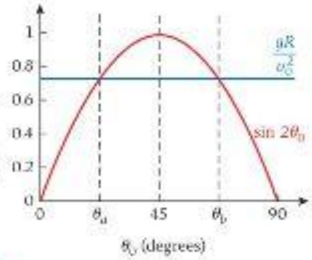
$$\sin 2\theta_0 = \frac{gR}{v_0^2}.$$

بمجرد معرفة قيمة الزاوية، يمكننا استخدامها لحساب المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة الابتدائية:

$$v_{x0} = v_0 \cos\theta_0.$$

في النهاية، وكما ذكرنا سلفًا، نحصل على زمن الرحلة في صورة نسبة المدى إلى المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة:

$$t = \frac{R}{v_{x0}}.$$



الشكل 3.14 حلّان للزاوية الابتدائية.

بسّط إذا أردنا حل المعادلة لإيجاد قيمة الزاوية، $\sin 2\theta_0 = Rg/v_0^2$، فسنرى أنّ لها حلّين: أحدهما تكون فيه الزاوية أقل من 45° وآخر تكون فيه الزاوية أكبر من 45°. يوضح الشكل 3.14 تمثيلًا بيانيًا للدالة $\sin 2\theta_0$ (باللون الأحمر) لجميع القيم المحتملة للزاوية الابتدائية θ_0 ويبيّن مكان تقاطع هذا المنحنى مع خط تمثيل gR/v_0^2 (الخط الأفقي الأزرق). نسمي الحلّين θ_a و θ_b.

من الناحية الجبرية، تكون صورة هذين الحلّين

$$\theta_{a,b} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{Rg}{v_0^2}\right).$$

بالتعويض عن هذه النتيجة في صيغة المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة نحصل على

$$t = \frac{R}{v_{x0}} = \frac{R}{v_0\cos\theta_0} = \frac{R}{v_0\cos\left(\frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{Rg}{v_0^2}\right)\right)}$$

احسب عند التعويض بالأرقام، نجد أنّ:

$$\theta_{a,b} = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{(22.42\text{ m})(9.81\text{ m/s}^2)}{(17.2\text{ m/s})^2}\right) = 24.0128° \text{ or } 65.9872°$$

$$t_a = \frac{R}{v_0\cos\theta_a} = \frac{22.42\text{ m}}{(17.2\text{ m/s})(\cos 24.0128°)} = 1.42699\text{ s}$$

$$t_b = \frac{R}{v_0\cos\theta_b} = \frac{22.42\text{ m}}{(17.2\text{ m/s})(\cos 65.9872°)} = 3.20314\text{ s}.$$

قرّب تم تقريب المدى إلى أربعة أرقام معنوية، والسرعة الابتدائية إلى ثلاثة أرقام. ولذلك، نذكر أيضًا النتائج النهائية مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$t_a = 1.43\text{ s},\quad t_b = 3.20\text{ s}.$$

لاحظ أنّ الحلّين كلاهما صحيح في هذه الحالة، ويمكن للفريق اختيار أي منهما.

تحقّق ثانية لنرجع مرة أخرى إلى الطريقة التي لم تكن مناسبة، وهي حساب المسافة من المنجنيق إلى الهدف وقسمتها على السرعة. يؤدي هذا الإجراء الخاطئ إلى أنّ $t_{min} = d/v_0 = 1.30$ s. نستخدم t_{min} كرمز لهذه القيمة للإشارة إلى أنها حد سفلي يمثل الحالة التي يكون فيها متجه السرعة الابتدائية أفقيًا وتتجاهل حركة السقوط الحر للمقذوف. ومن ثمّ، يكون t_{min} عبارة عن حد سفلي مطلق. ويؤكد على الملاحظة التي مفادها أنّ الزمن الأقصر الذي حصلنا عليه أعلاه أكبر بقليل من هذا الذي يمثل أقل زمن ممكن، ولكنه غير واقعي من الناحية الفيزيائية.

3.5 حركة المقذوفات الواقعية

إذا كنت من متابعي لعبة التنس أو الجولف أو البيسبول، فأنت تعلم أنّ نموذج القطع المكافئ لحركة مقذوف هو مجرد تقريب بسيط إلى حد ما للمسار الفعلي لأي كرة حقيقية. ولكن بتجاهل بعض العوامل التي تؤثر في المقذوفات الحقيقية، تمكّنا من التركيز على المبادئ الفيزيائية التي تُعتبر الأكثر أهمية في حركة المقذوفات. وهذا أسلوب شائع في العلوم: تجاهُل بعض العوامل المتضمنة في موقف حقيقي من أجل العمل على عدد أقل من المتغيرات، ومن ثمّ استيعاب المفهوم الأساسي. ثم الرجوع مرة أخرى ودراسة كيفية تأثير العوامل التي لم تجاهلها في النموذج. لنتناول بإيجاز أهم العوامل التي تؤثر في حركة المقذوفات الحقيقية: مقاومة الهواء، والدوران، وخصائص سطح المقذوف.

أول التأثيرات المغيّرة التي سندرُسها هو مقاومة الهواء. وعادة يمكننا وضع معلمات لمقاومة الهواء كعجلة معتمدة على السرعة المتجهة. يتجاوز التحليل العام نطاق هذا الكتاب؛ ومع ذلك، ولكن يمكن أن نطلق على المسارات الناتجة اسم *المنحنيات الباليستية*.

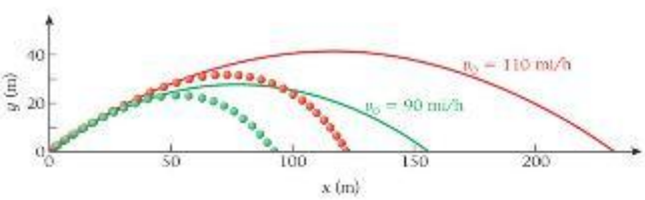
يوضح الشكل 3.15 مسارات كرات البيسبول المنطلقة بزاوية ابتدائية 35° من المستوى الأفقي بسرعات ابتدائية 90 و 110 mi/h. قارن المسار الموضّح لسرعة الإطلاق 110 mi/h بالنتيجة التي حسبناها في المثال 3.2، والمدى الحقيقي لهذه الكرة أكبر قليلًا من 122 m، في حين وجدناه 231.6 m عندما تجاهلنا مقاومة الهواء. ومن الواضح أنّ تجاهل مقاومة الهواء بالنسبة إلى كرة تقطع مسافة كبيرة في الهواء غير صحيح.

ثمة تأثير مهم آخر يتجاهله نموذج القطع المكافئ وهو دوران المقذوف أثناء حركته في الهواء. عندما يرمي الظهير الربعي الكرة بشكل "حلزوني"، على سبيل المثال، في مباراة كرة القدم الأمريكية، يُعتبر الدوران مهمًا لاستقرار حركة الكرة في الهواء كما يمنع دوران طرفيّ الكرة. أما في لعبة التنس، فتكون الكرة عالية الدوران أسرع كثيرًا من الكرة التي ليس بها دوران ملحوظ، بالرغم من أنّ القيم الابتدائية للسرعة وزاوية الإطلاق متماثلة. وفي المقابل، "تسقط" كرة التنس منخفضة الدوران، أو ذات الدوران الخلفي، في عمق الملعب. في لعبة الجولف، يكون الدوران الخلفي مرغوبًا في بعض الأحيان حيث يؤدي إلى زاوية سقوط أكثر حدة مما يساعد الكرة على السكون بالقرب من نقطة سقوطها بخلاف الكرة المضروبة بدون دوران خلفي. وبناءً على مقدار الدوران واتجاهه، يمكن أن يسبب الدوران الجانبي لكرة الجولف انحرافًا عن مسار الخط المستقيم على طول الأرض (الضربة الدقيقة المنحنية من اليمين إلى اليسار والضربة الدقيقة المنحنية من اليسار إلى اليمين بالنسبة إلى اللاعبين البارعين، أو الضربة الخاطئة المنحنية من اليمين إلى اليسار والضربة الخاطئة المنحنية من اليسار إلى اليمين بالنسبة إلى باقي اللاعبين).

في لعبة البيسبول، الدوران الجانبي هو ما يتيح للرامي رمي كرة منحنية. وبالمناسبة، لا وجود "للكرة السريعة المرتفعة" في البيسبول. ومع ذلك، لا تسقط الكرات المرمية بدوران خلفي حاد بالسرعة التي يتوقعها الضارب، ومن ثمّ يُعتقد أحيانًا أنها مرتفعة — خداع بصري. في الرسم البياني لمسارات كرة البيسبول الباليستية الوارد في الشكل 3.15، تم افتراض دوران خلفي ابتدائي بسرعة 2000 rpm.

يأتي الانحناء وتقريبًا جميع تأثيرات الدوران الأخرى في مسار كرة متحركة نتيجة لارتداد جزيئات الهواء بسرعات عالية على جانب الكرة (والطبقة الحدية لجزيئات الهواء) الذي يدور في اتجاه حركة الانتقال (ومن ثمّ تكون له سرعة متجهة أعلى بالنسبة إلى جزيئات الهواء القادمة) تزيد عن سرعة ارتداد جزيئات الهواء على جانب الكرة الذي يدور عكس اتجاه الانتقال.

خصائص سطح المقذوفات أيضًا لها تأثيرات مهمة في مساراتها. توجد نقرات صغيرة على سطح كرة الجولف حتى تجعلها تحلّق لمسافة أبعد. الكرات المماثلة لكرات الجولف القياسية ولكن سطحها أملس تقطع نصف المسافة فقط عند ضربها. كما أنّ تأثير السطح يكون سببًا في طرد اللاعب الرامي من المباراة إذا ما عُثر على ورق صنفرة في قفازاته، نظرًا لأن كرة البيسبول التي بها خشونة في أجزاء من سطحها تتحرك بشكل مختلف عن تلك الكرات غير الخشنة.



الشكل 3.15 مسارات كرات بيسبول تم إطلاقها مبدئيًا بزاوية 35° أعلى المستوى الأفقي بسرعات تبلغ 90 mi/h (باللون الأخضر) و110 mi/h (باللون الأحمر). تتجاهل المنحنيات الخطية مقاومة الهواء والدوران الخلفي، بينما تعكس المنحنيات المنقطة مقاومة الهواء والدوران الخلفي.

مراجعة المفاهيم 3.7

بالنظر إلى الشكل 3.15، ما الذي يمكنك استنتاجه بشأن النسبة R_{real}/R_{ideal}، حيث يكون المدى الحقيقي للمقذوف مقسومًا على المدى المحسوب لحركة المقذوفات المثالية؟

a) عند زاوية إطلاق 35°، تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.

b) عند زاوية إطلاق 35°، تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.

c) النسبة مستقلة عن سرعة الإطلاق.

d) عند جميع زوايا الإطلاق، تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.

e) عند جميع زوايا الإطلاق، تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.

3.6 الحركة النسبية

لدراسة الحركة، سمحنا لأنفسنا بتحويل نقطة أصل نظام الإحداثيات عن طريق اختيار قيم مناسبة لـ x_0 وy_0. وبشكل عام، فإن x_0 وy_0 ثابتان ويمكن اختيارهما بحرية. وإذا كان الاختيار ذكيًا، فيمكن أن يساعد في حل المسألة بطريقة أسهل. على سبيل المثال، عندما قمنا بحساب مسار المقذوف، $y(x)$، حدّدنا أن $x_0 = 0$ لتبسيط عملياتنا الحسابية. تأتي الحرية في اختيار قيم لـ x_0 وy_0 من حقيقة أنّ قدرتنا على وصف أي نوع من الحركة لا تعتمد على موقع نقطة أصل نظام الإحداثيات.

وحتى الآن، تناولنا حالات فيزيائية جعلنا فيها نقطة أصل نظام الإحداثيات في موقع ثابت أثناء حركة الجسم الذي نريد دراسته. بيد أنه في بعض الحالات الفيزيائية، من غير العملي اختيار نظام مرجعي له نقطة أصل ثابتة. فكّر، على سبيل المثال، في طائرة نفاثة تهبط على حاملة طائرات تسير بأعلى سرعتها في الوقت نفسه. نريد أن نصف حركة الطائرة بنظام إحداثي ثابت بالنسبة إلى الحاملة، بالرغم من أنّ الحاملة تتحرك. ويكمن السبب في أهمية ذلك في أنه من الضروري أن تسكن الطائرة بالنسبة إلى الحاملة في مكان ثابت على سطح الحاملة. يترتب على مناط الإسناد الذي نرتكز عليه لرؤية الحركة اختلاف كبير في كيفية وصفنا للحركة، مما يسبب تأثيرًا معروفًا باسم **السرعة المتجهة النسبية**.

ثمة مثال آخر لموقف لا يمكننا فيه تجاهل الحركة النسبية وهو رحلة جوية عبر المحيط الأطلسي من مدينة ديترويت في ولاية ميشيغان، إلى مدينة فرانكفورت في ألمانيا. تستغرق 8 h و10 min. وباستخدام الطائرة نفسها والسير في الاتجاه المعاكس، من فرانكفورت إلى ديترويت، تستغرق الرحلة 9 h و10 min، بزيادة تبلغ ساعة كاملة. يكمن السبب الرئيسي لهذا الاختلاف في أن الرياح السائدة في الارتفاعات الشاهقة، التيار النفاث، تهب غالبًا من الغرب إلى الشرق بسرعة تصل إلى 67 m/s (150 mph). وبالرغم من أنّ سرعة الطائرة بالنسبة إلى الهواء حولها متماثلة في كلا الاتجاهين، فإن هذا الهواء يتحرك بسرعته الخاصة. ومن ثم، تُعتبر العلاقة بين النظام الإحداثي للهواء داخل التيار النفاث والنظام الإحداثي الذي يظل فيه موقعا ديترويت وفرانكفورت ثابتين مهمة في فهم الاختلاف بين فترات الرحلات.

الشكل 3.16 رجل يمشي على ممر مشاة متحرك لتوضيح الحركة النسبية في بعد واحد.

لمثال يسهل تحليله على نظام إحداثي متحرك، لنتناول الحركة في ممر مشاة متحرك، كما يوجد عادة في صالات المطارات. يُعدّ هذا النظام مثالًا على الحركة النسبية في بعد واحد. لنفترض أن سطح ممر المشاة يتحرك بسرعة متجهة معينة، $\vec{v}_{wt}$، بالنسبة إلى صالة الركاب. نستخدم الرمز السفلي w لممر المشاة وt للصالة. ثم إنّ للنظام الإحداثي الثابت على سطح ممر المشاة سرعة متجهة $\vec{v}_{wt}$ بالنسبة إلى النظام الإحداثي المرفق بالصالة. يسير الرجل الموضّح في الشكل 3.16 بسرعة متجهة $\vec{v}_{mw}$ حسب قياسها بنظام إحداثي على ممر المشاة، وسرعته المتجهة $\vec{v}_{mt} = \vec{v}_{mw} + \vec{v}_{wt}$ فيما يتعلق بصالة الركاب. وتُجمع السرعتان المتجهتان $\vec{v}_{mw}$ و$\vec{v}_{wt}$ كمتجهين حيث تُجمع الإزاحات المقابلة كمتجهات. (سوف نبيّن هذا بوضوح عندما نعمم الأبعاد الثلاثة). على سبيل المثال، إذا تحرك ممر المشاة بسرعة $v_{wt} = 1.5$ m/s وتحرك الرجل بسرعة $v_{mw} = 2.0$ m/s، فإنه سيتقدم عبر الصالة بسرعة متجهة $v_{mt} = v_{mw} + v_{wt} = 2.0 \text{ m/s} + 1.5 \text{ m/s} = 3.5 \text{ m/s}$.

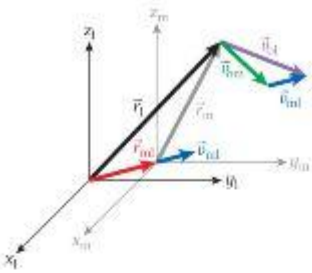
يمكن أن يحقق شخص حالة من عدم الحركة بالنسبة إلى الصالة بالمشي في الاتجاه المعاكس لحركة ممر المشاة بسرعة متجهة معاكسة تمامًا للسرعة المتجهة لممر المشاة. وكثيرًا ما يحاول الأطفال فعل ذلك. إذا حاولت طفلة المشي بسرعة $v_{mw} = -1.5$ m/s على ممر المشاة هذا، فستكون سرعتها المتجهة صفرًا بالنسبة إلى الصالة.

تستلزم مناقشة الحركة النسبية أن يكون للنظامين الإحداثيين سرعة متجهة بالنسبة إلى بعضهما تكون ثابتة مع الزمن. وفي هذه الحالة، يمكن أن نثبت أنّ العجلتين المقيستين في كلا النظامين الإحداثيين متماثلتان: $v_{wt} = \text{const.} \Rightarrow dv_{wt}/dt = 0$ من $\vec{v}_{mt} = \vec{v}_{mw} + \vec{v}_{wt}$، نحصل على:

$$\frac{dv_{mt}}{dt} = \frac{d(v_{mw} + v_{wt})}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + \frac{dv_{wt}}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + 0$$

$$\Rightarrow a_{mt} = a_{mw}. \quad (3.27)$$

لذلك، تكون العجلتان المقيستان في كلا النظامين الإحداثيين متساويتين تمامًا. هذا النوع من جمع السرعات المتجهة معروف أيضًا باسم **تحويل جاليليو**. قبل أن ننتقل إلى حالات ثنائية وثلاثية الأبعاد، لاحظ أن هذا النوع من التحويل صالح فقط للسرعات الصغيرة مقارنة بسرعة الضوء. بمجرد اقتراب السرعة من سرعة الضوء، يجب أن نستخدم تحويلًا مختلفًا، وهو ما سنناقشه بالتفصيل في الوحدة 13 الخاصة بنظرية النسبية.



الشكل 3.17 تحويل مناط الإسناد لمتجه السرعة ومتجه الموقع في وقت محدد.

لنعمم الآ ن هذه النتيجة على أكثر من بُعد مكاني. نفترض أن لدينا نظامين إحداثيين هما: x_l، y_l، z_l، x_m، y_m، z_m. (نستخدم هنا الرمز السفلي l للنظام الإحداثي الثابت في المختبر وm للنظام الإحداثي الذي يتحرك). عند الزمن $t = 0$، افترض أن نقطة أصل كلا النظامين الإحداثيين تقع عند النقطة نفسها، مع توازي محاورهما تمامًا. كما هو موضّح في الشكل 3.17، تتحرك نقطة أصل النظام الإحداثي المتحرك $x_m y_m z_m$ بسرعة متجهة انتقالية ثابتة $\vec{v}_{ml}$ (السهم الأزرق) بالنسبة إلى نقطة أصل النظام الإحداثي للمختبر $x_l y_l z_l$. بعد زمن t، تقع نقطة أصل النظام الإحداثي المتحرك $x_m y_m z_m$ عند النقطة $\vec{r}_{ml} = \vec{v}_{ml} t$.

يمكننا الآ ن وصف حركة أي جسم في أي نظام إحداثي. إذا كان الجسم يقع عند الإحداثي $\vec{r}_l$ في النظام الإحداثي $x_l y_l z_l$ وعند الإحداثي $\vec{r}_m$ في النظام الإحداثي $x_m y_m z_m$، فستكون متجهات الموقع مرتبطة ببعضها عبر جمع المتجهات البسيطة:

$$\vec{r}_l = \vec{r}_m + \vec{r}_{ml} = \vec{r}_m + \vec{v}_{ml} t. \qquad (3.28)$$

توجد علاقة مماثلة لسرعات الجسم المتجهة، حسب قياسها في كلا النظامين الإحداثيين. إذا كان الجسم يتحرك بسرعة متجهة $\vec{v}_{ol}$ في النظام الإحداثي $x_l y_l z_l$ وبسرعة متجهة $\vec{v}_{om}$ في النظام الإحداثي $x_m y_m z_m$، فستكون السرعتان المتجهتان مرتبطتين ببعضهما عبر:

$$\vec{v}_{ol} = \vec{v}_{om} + \vec{v}_{ml}. \qquad (3.29)$$

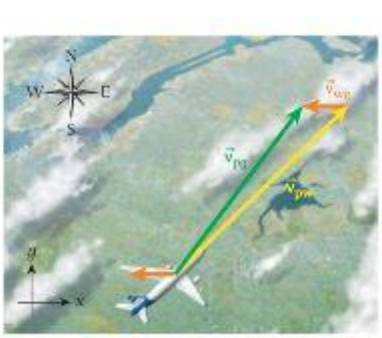
يمكن الحصول على هذه المعادلة بأخذ مشتقة الزمن للمعادلة 3.28، نظرًا لأن $\vec{v}_{ml}$ ثابتة. لاحظ أن الرمزين السفليين الداخليين على الطرف الأيمن لهذه المعادلة متماثلان (وسيكونان في أي تطبيق لهذه المعادلة). هذا يجعل المعادلة مفهومة بصورة بديهية، لأنها تقول إن السرعة المتجهة *للجسم* في مناط *المختبر* (يُشار إليه بالرمز السفلي "ol") تساوي مجموع السرعة المتجهة التي يتحرك بها *الجسم* بالنسبة إلى المناط *المتحرك* (يشار إليه بالرمز السفلي "om") والسرعة المتجهة التي يتحرك بها المناط *المتحرك* بالنسبة إلى مناط *المختبر* (يشار إليه بالرمز السفلي "ml").

يؤدي أخذ مشتقة زمن أخرى إلى الحصول على العجلات. مرة أخرى، نظرًا لأن $\vec{v}_{ml}$ ثابتة وأحد مشتقاتها يساوي صفرًا، نحصل على العلاقة التالية على غرار الحالة أحادية البعد.

$$\vec{a}_{ol} = \vec{a}_{om}. \qquad (3.30)$$

مقدار عجلة جسم واتجاهها متماثلان في كلا النظامين الإحداثيين.

مثال 3.3 طائرة في رياح متعامدة



الشكل 3.18 السرعة المتجهة لطائرة بالنسبة إلى الرياح (باللون الأصفر)، والسرعة المتجهة للرياح بالنسبة إلى الأرض (باللون البرتقالي)، والسرعة المتجهة المحصّلة للطائرة بالنسبة إلى الأرض (باللون الأخضر).

تتحرك الطائرات بالنسبة إلى الهواء الذي يحيط بها. افترض أنّ الطيار يوجه الطائرة نحو الشمال الشرقي. تتحرك الطائرة بسرعة 160 m/s بالنسبة إلى الرياح، وتهب الرياح بسرعة 32.0 m/s في الاتجاه من الشرق إلى الغرب (مقيسة بأداة في نقطة ثابتة على الأرض).

المسألة

ما متجه سرعة الطائرة وسرعتها واتجاهها بالنسبة إلى الأرض؟ ما المسافة التي انحرفت بها الطائرة عن مسارها بسبب هبوب الرياح في مدة 2.0 h؟

الحل

يوضح الشكل 3.18 رسمًا تخطيطيًا لمتجه السرعات. تتحرك الطائرة في اتجاه الشمال الشرقي، ويمثل السهم الأصفر متجه سرعتها بالنسبة إلى الرياح. بينما يمثل السهمُ البرتقالي متجهَ سرعة الرياح الذي يشير نحو الغرب. والسهم الأخضر هو حاصل جمع المتجهات البيانية ويمثل السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الأرض. لحل هذه المسألة، نطبق التحويل الأساسي للمعادلة 3.29 المتضمنة في المعادلة

$$\vec{v}_{pg} = \vec{v}_{pw} + \vec{v}_{wg}$$

في هذه المعادلة $\vec{v}_{pw}$ هي السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الرياح، وتتضمن المركّبات التالية:

$$v_{pw,x} = v_{pw} \cos\theta = 160 \text{ m/s} \cdot \cos 45° = 113 \text{ m/s}$$

$$v_{pw,y} = v_{pw} \sin\theta = 160 \text{ m/s} \cdot \sin 45° = 113 \text{ m/s}$$

— يتبع

السرعة المتجهة للرياح بالنسبة إلى الأرض، $\vec{v}_{wg}$ تتضمن المركّبات التالية:

$$v_{wg,x} = -32 \text{ m/s}$$

$$v_{wg,y} = 0.$$

نحصل بعد ذلك على مركّبات السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى نظام إحداثي ثابت على الأرض، $\vec{v}_{pg}$

$$v_{pg,x} = v_{pw,x} + v_{wg,x} = 113 \text{ m/s} - 32 \text{ m/s} = 81 \text{ m/s}$$

$$v_{pg,y} = v_{pw,y} + v_{pw,y} = 113 \text{ m/s}.$$

لذلك، تكون القيمة المطلقة لمتجه السرعة واتجاهها في النظام الإحداثي القائم على الأرض هي

$$v_{pg} = \sqrt{v_{pg,x}^2 + v_{pg,y}^2} = 139 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{pg,y}}{v_{pg,x}}\right) = 54.4°.$$

نحتاج الآن إلى معرفة الانحراف عن المسار الناتج عن الرياح. لإيجاد هذه القيمة، يمكننا ضرب متجهات سرعة الطائرة في كل نظام إحداثي في الزمن المنقضي البالغ 7200 s = 2 h، ثم نأخذ فرق المتجهات، وأخيرًا نحصل على مقدار فرق المتجهات. يمكن الحصول على الإجابة بسهولة إذا استخدمنا المعادلة 3.29 مضروبة في الزمن المنقضي لتعكس أنّ الانحراف عن المسار، $\vec{r}_T$، الناتج عن الرياح هو السرعة المتجهة للرياح، $\vec{v}_{wg}$ مضروبة في 7200 s:

$$\left|\vec{r}_T\right| = \left|\vec{v}_{wg}\right| t = 32.0 \text{ m/s} \cdot 7200 \text{ s} = 230.4 \text{ km}.$$

مناقشة

تتحرك الأرض بشكل ملحوظ خلال فترة 2 h ، وهذا نتيجة لدورانها حول محورها وحركتها حول الشمس، وقد تعتقد بأنه يجب علينا أخذ هذه الحركات في الاعتبار. نعم الأرض تتحرك بالفعل، لكن هذا الأمر لا يتعلق بالمثال الذي بين أيدينا: تشارك الطائرة والهواء والأرض جميعًا في هذا الدوران المحوري والحركة المدارية، وهذا يتداخل مع الحركة النسبية للأجسام الموضّحة في هذه المسألة. لذا، نجري العمليات الحسابية بنظام إحداثي تكون فيه الأرض ثابتة ولا تدور.

يمكن رؤية نتيجة أخرى مثيرة للاهتمام للحركة النسبية عند مراقبة المطر أثناء تواجدك داخل سيارة متحركة. قد تتساءل لماذا يبدو المطر دائمًا وكأنه يتساقط مباشرة عليك أثناء قيادتك للسيارة. يجيب المثال التالي عن هذا السؤال.

مثال 3.4 القيادة أثناء هطول المطر

لنفترض أن المطر يسقط مباشرة على سيارة، كما هو مبيّن بخطوط بيضاء في الشكل 3.19. سيكون المراقب الثابت خارج السيارة قادرًا على قياس السرعات المتجهة للمطر (السهم الأزرق) والسيارة المتحركة (السهم الأحمر).

ولكن إذا كنت جالسًا داخل السيارة المتحركة، فسيتحرك العالم الخارجي للمراقب الثابت (بما في ذلك الشارع والأمطار) بسرعة متجهة نسبية $\vec{v} = -\vec{v}_{car}$ ينبغي إضافة السرعة المتجهة لهذه الحركة النسبية إلى جميع الأحداث الخارجية كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة. ينتج عن هذه الحركة متجه سرعة $\vec{v}\,'_{rain}$ للمطر كما لوحظ من داخل السيارة المتحركة (الشكل 3.20)؛ ومن منظور رياضي، هذا المتجه هو مجموع، $\vec{v}\,'_{rain} = \vec{v}_{rain} - \vec{v}_{car}$ حيث $\vec{v}_{rain}$ و$\vec{v}_{car}$ هما متجها سرعة المطر والسيارة كما لاحظهما المراقب الثابت.

الشكل 3.19 متجها السرعة لسيارة متحركة والمطر المتساقط عليها بصورة مستقيمة، وفقًا لما يراه مراقب ثابت.

الشكل 3.20 متجه سرعة $\vec{v}\,'_{rain}$ المطر، كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة.

مراجعة المفاهيم 3.8

يتساقط المطر، ولا توجد رياح تقريبًا. وأثناء القيادة تحت المطر، تقوم بزيادة السرعة. ماذا يحدث لزاوية المطر بالنسبة إلى المستوى الأفقي التي تلاحظها من داخل السيارة؟

a) تزداد.

b) تنخفض.

c) تظل كما هي.

d) يمكن أن تزداد أو تنخفض، على حسب الاتجاه الذي تقود فيه.

مسألة محلولة 3.4 غزال متحرك

مطلوب من حارس الحديقة الذي أمسك القرد في المثال 3.1 الإمساك بغزال. لقد خلُصنا إلى أنه يحتاج إلى التصويب مباشرة على القرد للإمساك به. لقد قرر التصويب مباشرة على هدفه مرة أخرى، كما هو موضح في بؤرة التصويب على الهدف في الشكل 3.21.

الشكل 3.21 السهم الأحمر يشير إلى السرعة المتجهة للغزال في مناط إسناد حارس الحديقة.

المسألة

أين سيصيب السهم المخدر الغزال إذا كان يبعد مسافة $d = 25$ m عن حارس الحديقة ويجري من يمينه إلى يساره بسرعة $v_d = 3.0$ m/s؟ يخرج السهم المخدر من البندقية أفقيًا بسرعة $v_0 = 90.$ m/s.

الحل

فكّر يتزامن تحرك الغزال مع خروج السهم، مما يبرز صعوبتين. من الأسهل التفكير في هذه المسألة بمناط إسناد حركة الغزال. في هذا المناط، للمركّبة الأفقية الجانبية لحركة السهم سرعة متجهة ثابتة هي $-\vec{v}_d$ كما أنّ مركّبة الحركة الرأسية عبارة عن حركة سقوط حر. ومن ثمّ، يكون إجمالي إزاحة السهم هو مجموع متجه الإزاحتين الناتجتين عن كلتا الحركتين.

ارسم نرسم هاتين الإزاحتين بمناط إسناد الغزال (الشكل 3.22). يمثل السهم الأزرق الإزاحة الناتجة عن حركة السقوط الحر، بينما يمثل السهم الأحمر الحركة الأفقية الجانبية للسهم في مناط إسناد الغزال. وتكمن ميزة رسم الإزاحتين بمناط الإسناد المتحرك في أن بؤرة التصويب على الهدف ملصقة بالغزال وتتحرك معه.

الشكل 3.22 إزاحة السهم المخدر في مناط إسناد الغزال.

ابحث أولًا، نحتاج إلى حساب الزمن الذي يستغرقه السهم المخدر لقطع مسافة 25 m في خط التسديد المباشر من البندقية إلى الغزال. نظرًا لأن السهم يخرج من البندقية في اتجاه أفقي، فإن المركّبة الأفقية الأمامية الابتدائية لمتجه سرعة السهم هو 90 m/s. وفي حركة المقذوفات، تكون مركّبة السرعة المتجهة الأفقية ثابتة. لذلك، نحصل على الزمن الذي يستغرقه السهم لقطع مسافة 25 m من خلال

$$t = \frac{d}{v_0}.$$

أثناء هذا الزمن، يقع السهم تحت تأثير الجاذبية، وهذه الإزاحة الرأسية هي

$$\Delta y = -\tfrac{1}{2} g t^2$$

وأثناء هذا الزمن أيضًا يكون للغزال إزاحة أفقية جانبية في مناط إسناد حارس الحديقة $x = -v_d t$ (يتحرك الغزال إلى اليسار، وبذلك تكون قيمة مركّبة السرعة المتجهة الأفقية سالبة). ولذلك، تكون إزاحة السهم في مناط إسناد الغزال على النحو التالي (انظر الشكل 3.22)

$$\Delta x = v_d t.$$

بسّط بالتعويض عن تعبير الزمن في المعادلات الخاصة بالإزاحتين نحصل على

$$\Delta x = v_d \frac{d}{v_0} = \frac{v_d}{v_0} d$$

$$\Delta y = -\tfrac{1}{2} g t^2 = -\frac{d^2 g}{2 v_0^2}.$$

احسب نحن جاهزون للتعويض بالأرقام:

$$\Delta x = \frac{(3.0 \text{ m/s})}{(90. \text{ m/s})}(25 \text{ m}) = 0.833333 \text{ m}$$

$$\Delta y = -\frac{(25 \text{ m})^2 (9.81 \text{ m/s}^2)}{2(90. \text{ m/s})^2} = -0.378472 \text{ m}.$$

قرّب عند تقريب النتائج إلى رقمين معنويين، نحصل على:

$$\Delta x = 0.83 \text{ m}$$

$$\Delta y = -0.38 \text{ m}.$$

صافي التأثير هو مجموع متجهات الإزاحة الأفقية الجانبية والإزاحة الرأسية، كما هو مبيّن بالسهم القطري الأخضر في الشكل 3.22: لن يصيب السهم الغزال وسيسقط على الأرض خلف الغزال.

— يتبع

تحقّق ثانية أين ينبغي أن يصوب حارس الحديقة؟ إذا أراد إصابة الغزال الهارب، فينبغي له التصويب إلى أعلى بمسافة 0.38 m تقريبًا وإلى يسار الهدف المقصود بمسافة 0.83 m تقريبًا. سيصيب السهم المنطلق في هذا الاتجاه الغزال، ولكن ليس في مركز بؤرة التصويب على الهدف. لماذا؟ عند التصويب بهذه الطريقة، لا يشير متجه السرعة الابتدائية إلى اتجاه أفقي. هذا الأمر يطيل زمن الرحلة. كما رأينا في المسألة المحلولة 3.3. ويتحول زمن الرحلة الأطول إلى إزاحة أكبر في كلا الاتجاهين x وy. هذا التصحيح بسيط، ولكن طريقة حسابه معقدة ولن نعرضها هنا.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- بالنسبة إلى الحركة في بعدين أو ثلاثة أبعاد، يتوافق أي تغيُّر في مقدار أو اتجاه السرعة المتجهة لجسم مع العجلة.
- يمكن فصل حركة جسم مقذوف إلى الحركة في الاتجاه x، على النحو الموضّح بالمعادلات

$$(1)\quad x = x_0 + v_{x0}t$$

$$(2)\quad v_x = v_{x0}$$

والحركة في الاتجاه y، على النحو الموضّح بالمعادلات

$$(3)\quad y = y_0 + v_{y0}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

$$(4)\quad y = y_0 + \bar{v}_y t$$

$$(5)\quad v_y = v_{y0} - gt$$

$$(6)\quad \bar{v}_y = \tfrac{1}{2}(v_y + v_{y0})$$

$$(7)\quad v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

- يمكن وصف العلاقة بين الإحداثيين x وy لحركة المقذوفات المثالية بقطع مكافئ يمكن الحصول عليه من الصيغة $y = y_0 + (\tan\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta_0}x^2$ حيث y_0 هو الموقع الرأسي الابتدائي، وv_0 هي السرعة الابتدائية للمقذوف، وθ_0 هي الزاوية الابتدائية بالنسبة إلى المستوى الأفقي الذي تم إطلاق المقذوف منه.
- يمكن الحصول على مدى R مقذوف مثالي من خلال

$$R = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta_0.$$

- يمكن الحصول على أقصى ارتفاع H يصل إليه مقذوف مثالي من خلال $H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}$ حيث v_{y0} هو المركّبة الرأسية للسرعة الابتدائية.
- لا تسلك المقذوفات مسارات قطع مكافئ عند أخذ مقاومة الهواء في الاعتبار. وبصفة عامة، لا تصل مسارات المقذوفات الحقيقية إلى أقصى ارتفاع متوقع، ويكون لها مدى أقصر بكثير.
- يمكن حساب السرعة المتجهة $\vec{v}_{\mathrm{ol}}$ بالنسبة إلى مناط إسناد مختبري ثابت باستخدام تحويل جاليليو للسرعة المتجهة، $\vec{v}_{\mathrm{ol}} = \vec{v}_{\mathrm{om}} + \vec{v}_{\mathrm{ml}}$ حيث $\vec{v}_{\mathrm{om}}$ هي السرعة المتجهة للجسم بالنسبة إلى مناط إسناد متحرك و$\vec{v}_{\mathrm{ml}}$ هي السرعة المتجهة الثابتة لمناط الإسناد المتحرك بالنسبة إلى مناط المختبر.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

3.1 استخدم المعادلة 3.23 و$t = (x - x_0)/v_{x0} = (x - x_0)/(v_0\cos\theta_0)$ لإيجاد

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_0^2 - 2g(x - x_0)(\tan\theta_0) + g^2(x - x_0)^2/(v_0\cos\theta_0)^2}$$

3.2 يمكن الحصول على زمن الوصول إلى أعلى نقطة من خلال $v_y = v_{y0} - gt_{\mathrm{top}} = 0 \Rightarrow t_{\mathrm{top}} = v_{y0}/g = v_0\sin\theta_0/g$. إجمالي زمن الرحلة هو $t_{\mathrm{total}} = 2t_{\mathrm{top}}$ بسبب تماثل مسار القطع المكافئ للمقذوف. المدى هو حاصل ضرب إجمالي زمن الرحلة في مركّبة السرعة المتجهة الأفقية:

$$R = t_{\mathrm{total}}v_{x0} = 2t_{\mathrm{top}}v_0\cos\theta_0 = 2(v_0\sin\theta_0/g)v_0\cos\theta_0 = v_0^2\sin(2\theta_0)/g$$

إرشادات حل المسائل

1. في جميع المسائل التي تنطوي على مناط إسناد متحرك، من المهم أن تميز بوضوح أي جسم له أي حركة وفي أي مناط، وبالنسبة إلى ماذا. ومن المناسب استخدام الرموز السفلية التي تتكون من حرفين، حيث يشير الحرف الأول إلى الجسم بينما يشير الحرف الثاني إلى الجسم الذي يتحرك بالنسبة إليه. يُعد موقف ممر المشاة المتحرك الذي جرت مناقشته في القسم 3.6 مثالًا جيدًا على استخدام الرموز السفلية هذه.

2. في جميع المسائل المتعلقة بحركة المقذوفات المثالية، الحركة في الاتجاه x مستقلة عن الحركة في الاتجاه y. لحل هذه المسائل، يمكنك غالبًا استخدام معادلات الكينماتيكا السبعة (من 3.11 إلى 3.17)، التي تصف الحركة بسرعة متجهة ثابتة في الاتجاه الأفقي وحركة السقوط الحر بعجلة ثابتة في الاتجاه الرأسي. وبشكل عام، يجب عليك تجنُّب استخدام الصيغ بأسلوب نمطي، ولكن عند خوض الاختبارات، يمكن أن تكون معادلات الكينماتيكا السبعة هذه ملاذك الأول. ولكن تذكّر أنّ هذه المعادلات لا تصلح إلا في الحالات التي تكون فيها مركّبة العجلة الأفقية تساوي صفرًا ومركّبة العجلة الرأسية ثابتة.

أسئلة الاختيار من متعدد

3.1 أطلق سهم أفقيًا بسرعة 20 m/s من أعلى برج ارتفاعه 60 m. سيكون زمن وصوله إلى الأرض

a) 8.9 s.
b) 7.1 s.
c) 3.5 s.
d) 2.6 s.
e) 1.0 s.

3.2 أطلق مقذوف من أعلى مبنى بسرعة متجهة ابتدائية 30.0 m/s وبزاوية 60.0° فوق المستوى الأفقي. فإن مقدار سرعته المتجهة عند الزمن $t = 5.00$ s بعد الإطلاق هو

a) ‎-23.0 m/s.
b) 7.3 m/s.
c) 15.0 m/s.
d) 27.5 m/s.
e) 50.4 m/s.

3.3 تم رمي كرة بزاوية تتراوح بين 0° و90° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. فإن متجها السرعة والعجلة يكونان موازيين لبعضهما عند زاوية إطلاق

a) 0°.
b) 45°.
c) 60°.
d) 90°.
e) لا شيء مما سبق.

3.4 أثناء التمرين، مرر لاعبا خط الدفاع في لعبة البيسبول الكرة إلى الموقع بين القاعدة الثانية والثالثة. وفي كلتا الحالتين كانت المسافة 40.0 m. مرر اللاعب الأول الكرة بسرعة ابتدائية 20.0 m/s، في حين مرر اللاعب الثاني الكرة بسرعة ابتدائية 30.0 m/s. وفي كلتا الحالتين، تم تمرير الكرة والإمساك بها عند الارتفاع نفسه فوق سطح الأرض.

a) ظلت الكرة الأولى في الهواء لفترة زمنية أقصر من الكرة الثانية.
b) ظلت الكرة الثانية في الهواء لفتر ة زمنية أقصر من الكرة الأولى.
c) ظلت الكرتان في الهواء للفترة الزمنية نفسها.
d) لا يمكن تحديد الإجابة من المعلومات المقدّمة.

3.5 تدحرجت كرة وزنها 50 g على طاولة وسقطت على الأرض على بُعد 2 m من قاعدة الطاولة. فإذا تدحرجت كرة وزنها 100 g من فوق الطاولة نفسها وبالسرعة نفسها، فستسقط على بُعد ____ من قاعدة الطاولة.

a) أقل من 1 m
b) 1 m
c) 2 m
d) 4 m
e) أكثر من 4 m

3.6 بالنسبة إلى سرعة ابتدائية معينة لمقذوف مثالي، يوجد ____ للإطلاق يكون عندها مدى مقذوف متماثل.

a) زاوية واحدة فقط
b) زاويتان مختلفتان
c) أكثر من زاويتين ولكن عدد محدود من الزوايا
d) زاوية واحدة فقط إذا كانت الزاوية 45° لكن خلاف ذلك زاويتان مختلفتان
e) عدد لانهائي من الزوايا

3.7 تتحرك سفينة سياحية جنوبًا في ماء راكد بسرعة 20.0 km/h، بينما يسير راكب على ظهر السفينة نحو الشرق بسرعة 5.0 km/h. تبلغ السرعة المتجهة للراكب بالنسبة إلى الأرض

a) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الجنوب الشرقي.
b) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الشرق الجنوبي.
c) 25.0 km/h جنوبًا.
d) 25.0 km/h شرقًا.
e) 20.6 km/h جنوبًا.

3.8 أطلقت قذيفتان من مدفعين مختلفين بزاويتين $\theta_{01} = 20°$ و$\theta_{02} = 30°$، على التوالي. وباقتراض حركة المقذوفات المثالية، تكون النسبة بين سرعتي الإطلاق v_{02}/v_{01}، التي حققت فيها القذيفتان المدى نفسه

a) 0.742.
b) 0.862.
c) 1.212.
d) 1.093.
e) 2.222.

3.9 تبلغ العجلة بفعل الجاذبية على سطح القمر 1.62 m/s^2، تقريبًا سدس قيمتها على الأرض. وبالنسبة إلى سرعة متجهة ابتدائية معينة v_0 وزاوية إطلاق معينة θ_0، ستكون نسبة مدى مقذوف مثالي على سطح القمر إلى مدى المقذوف نفسه على سطح الأرض، R_{Moon}/R_{Earth} حوالي

a) 6.
b) 3.
c) 12.
d) 5.
e) 1.

3.10 انطلقت كرة بيسبول من مضرب بزاوية $\theta_0 = 30.0°$ بالنسبة إلى المحور الموجب x وبسرعة ابتدائية 40.0 m/s، وتم إمساكها عند الارتفاع نفسه الذي أطلقت منه. وباقتراض حركة المقذوفات المثالية (محور y الموجب متجه إلى أعلى)، تكون السرعة المتجهة للكرة عند إمساكها

a) $(20.00\,\hat{x} + 34.64\,\hat{y})$ m/s.
b) $(-20.00\,\hat{x} + 34.64\,\hat{y})$ m/s.
c) $(34.64\,\hat{x} - 20.00\,\hat{y})$ m/s.
d) $(34.64\,\hat{x} + 20.00\,\hat{y})$ m/s.

3.11 في حركة المقذوفات المثالية، تكون السرعة المتجهة وعجلة المقذوف عند أقصى ارتفاع له، على التوالي،

a) أفقية، رأسية لأسفل.
b) أفقية، صفر.
c) صفر، صفر.
d) صفر، رأسية لأسفل.
e) صفر، أفقية.

3.12 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون اتجاهه رأسيًا إلى أعلى، تكون المركّبة y لعجلة الجسم أثناء الحركة التصاعدية والمركّبة y للعجلة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

a) موجب، سالب.
b) سالب، موجب.
c) موجب، موجب.
d) سالب، سالب.

3.13 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون اتجاهه رأسيًا إلى أعلى، تكون المركّبة y للسرعة المتجهة للجسم أثناء الحركة التصاعدية والمركّبة y للسرعة المتجهة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

a) موجب، سالب.
b) سالب، موجب.
c) موجب، موجب.
d) سالب، سالب.

3.14 أطلق مقذوف من ارتفاع $y_0 = 0$. بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة، إذا كانت سرعة الإطلاق مضاعفة، فماذا سيحدث للمدى R وأقصى ارتفاع H للمقذوف؟

a) سيتضاعف كلٌّ من R وH.
b) سيتضاعف كلٌّ من R وH أربع مرات.
c) سيتضاعف R وسيبقى H كما هو.
d) سيتضاعف R أربع مرات، وسيتضاعف H.
e) سيتضاعف R، وسيتضاعف H أربع مرات.

3.15 أطلق مقذوف مرتين من ارتفاع $y_0 = 0$ بسرعة إطلاق معينة، v_0. وكانت زاوية الإطلاق الأولى 30.0°، وزاوية الإطلاق الثانية 60.0°. ماذا يمكنك أن تقول عن المدى R للمقذوف في الحالتين؟

a) R متماثل في كلتا الحالتين.
b) R أكبر لزاوية الإطلاق 30.0°.
c) R أكبر لزاوية الإطلاق 60.0°.
d) جميع العبارات السابقة غير صحيحة.

أسئلة مفاهيمية

3.16 رُميت كرة من الأرض بزاوية تتراوح بين 0° و90°. أي مما يلي يظل ثابتًا، x، y، v_x، v_y، a_x، a_y؟

3.17 رُميت كرة بشكل مستقيم لأعلى من راكب قطار يتحرك بسرعة متجهة ثابتة. أين ستسقط الكرة — في يديه مرة أخرى، أم أمامه، أم خلفه؟ هل تتغير إجابتك إذا كان القطار يتسارع في الاتجاه الأمامي؟ إذا كانت الإجابة نعم، فكيف؟

3.18 أُلقيت صخرة بزاوية 45° أسفل المستوى الأفقي من أعلى مبنى. بعد الإلقاء مباشرة، هل ستكون عجلتها أكبر من العجلة الناتجة عن الجاذبية أم مساوية لها أم أقل منها؟

3.19 ألقيت ثلاث كرات ذات كتل مختلفة في اتجاه أفقي من الارتفاع نفسه بسرعات ابتدائية مختلفة، على النحو الموضّح في الشكل. رتّب الأزمنة التي ستستغرقها الكرات للسقوط على الأرض من الأقصر إلى الأطول.

3.20 لتحقيق أقصى ارتفاع لمسار المقذوف، ما الزاوية التي ستختارها بين 0° و90° على افتراض أنه يمكنك إطلاق المقذوف بالسرعة الابتدائية نفسها بعيدًا عن زاوية الإطلاق. اشرح استنتاجك.

3.21 طائرة تطير بسرعة أفقية ثابتة v وبارتفاع h فوق إحدى البحيرات. عندما فُتح باب في باطن الطائرة وسقطت منه عبوة. استمرت الطائرة في الطيران بشكل أفقي بالارتفاع والسرعة المتجهة أنفسهما. تجاهل مقاومة الهواء.

a) ما المسافة بين العبوة والطائرة عندما سقطت العبوة على سطح البحيرة؟

b) ما المركّبة الأفقية لمتجه سرعة العبوة عند سقوطها في البحيرة؟

c) ما سرعة العبوة عند سقوطها في البحيرة؟

3.22 تم إطلاق قذيفتين بالترتيب من مدفع في الهواء، بالسرعة المتجهة الابتدائية نفسها، وبزاوية الإطلاق نفسها. استنادًا إلى مسار القذيفتين ومداهما، كيف يمكنك استنتاج أيهما مصنوعة من الرصاص وأيهما من الخشب. إذا أُطلقت القذيفتان في فراغ، فماذا ستكون إجابتك؟

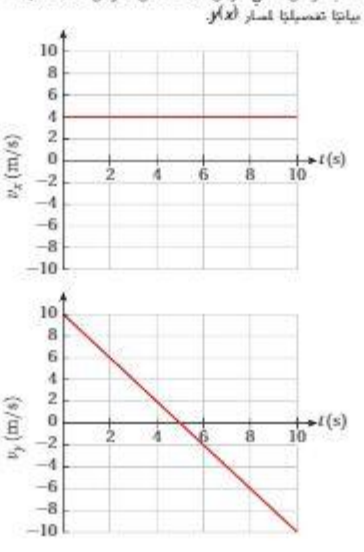
3.23 يجب ألّا يقفز الشخص أبدًا من مركبة متحركة (قطار، سيارة، حافلة، إلخ). ولكن بافتراض قيام أحد الأشخاص بمثل هذه القفزة، فمن الناحية الفيزيائية، ما أفضل اتجاه للقفز من أجل تقليل تأثير الهبوط؟ اشرح.

3.24 قارب يسير بسرعة v_{BW} بالنسبة إلى الماء في نهر بعرض D. تبلغ سرعة تدفق الماء v_W.

a) أثبت أنّ الوقت المطلوب لعبور النهر إلى نقطة مقابلة تمامًا لنقطة البداية والعودة مرة أخرى هو $T_1 = 2D/\sqrt{v_{BW}^2 - v_W^2}$.

b) أثبت أنّ الوقت الذي يستغرقه القارب لقطع مسافة D في اتجاه مجرى النهر والعودة مرة أخرى هو $T_1 = 2Dv_{BW}/(v^2_{BW} - v^2_W)$.

3.25 يتحرك قرص هوكي يعمل بقوة صاروخية على طاولة هوكي هوائي أفقية (بلا احتكاك). المركّبتان x وy لسرعته المتجهة كدالة للزمن تُمثّلان في الرسمين البيانيين أدناه. بافتراض أنه في الزمن $t = 0$ كان القرص عند $(x_0, y_0) = (1, 2)$. ارسم تمثيلًا بيانيًا تفصيليًا لمسار $y(x)$.



3.26 بالنسبة إلى جسم معين في حركة ثلاثية الأبعاد، تحصل على الإحداثيات x وy وz كدالة للزمن من خلال

$$x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \quad y(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \quad \text{and} \quad z(t) = -4.9t^2 + \sqrt{3}t.$$

صف حركة الجسم ومساره في نظام الإحداثيات xyz.

3.27 يتحرك جسم في المستوى xy. تحصل على الإحداثيين x وy للجسم كدالة للزمن من خلال المعادلات أدناه $y(t) = 3t + 2$ ،$x(t) = 4.9t^2 + 2t + 1$. ما متجه سرعة الجسم كدالة للزمن؟ ما متجه العجلة في الزمن $t = 2$ s؟

3.28 توصف حركة الجسيم بالمعادلتين الوسيطيتين التاليتين:

$$x(t) = 5\cos(2\pi t)$$

$$y(t) = 5\sin(2\pi t)$$

حيث تُحسب الإزاحات بالمتر، ويمثل t الزمن ويُحسب بالثانية.

a) ارسم تمثيلًا بيانيًا لمسار الجسيم (تمثيل بياني لـ y مقابل x).

b) حدِّد المعادلات التي تصف المركّبتين x وy *للسرعة المتجهة*، v_x وv_y، كدالتين للزمن.

c) ارسم تمثيلًا بيانيًا لسرعة الجسيم كدالة للزمن.

3.29 في تجربة لإثبات نموذج نظام دفاعي مضاد للصواريخ الباليستية، تم إطلاق صاروخ من أرض ميدان الرماية باتجاه هدف ثابت على الأرض. يرصد النظام الصاروخ عبر الرادار، ويحلل مسار القطع المكافئ لحركته في الوقت الفعلي، ويحدد أنه تم إطلاقه من مسافة $x_0 = 5.00$ km، بسرعة ابتدائية 0.600 km/s في المستوى xz بحيث تكون المركّبة x للسرعة المتجهة الابتدائية في الاتجاه x السالب، وبزاوية إطلاق $\theta_0 = 20.0°$. ثم يحسب النظام الدفاعي وقت التأخر المطلوب الذي تم قياسه من وقت إطلاق الصاروخ، ويطلق صاروخًا صغيرًا موجودًا على بعد $y_0 = -1.00$ km بسرعة متجهة ابتدائية v_r m/s وبزاوية إطلاق $\alpha_0 = 60.0°$ في المستوى yz لاعتراض الصاروخ. حدِّد السرعة الابتدائية v_r للصاروخ المعترض ووقت التأخر المطلوب.

3.30 تم إطلاق مقذوف بزاوية 45.0° أعلى المستوى الأفقي. ما النسبة بين المدى الأفقي للمقذوف وبين أقصى ارتفاع له؟ كيف ستتغير الإجابة في حالة مضاعفة السرعة الابتدائية للمقذوف؟

3.31 في حركة المقذوفات، يكون كل من المدى الأفقي وأقصى ارتفاع يحققه المقذوف متساوٍ.

a) ما زاوية الإطلاق؟

b) إذا لم يتغير أي شيء آخر، فكيف يجب أن تتغير زاوية إطلاق المقذوف، θ_0، للمقذوف بحيث يقل المدى إلى النصف؟

3.32 قرص هوكي هوائي مثبت به صاروخ صغير بإحكام. يتم دفع القرص من زاوية واحدة على طول الجانب الطويل لطاولة الهوكي الهوائي التي يبلغ طولها 2.00 m، مع توجيه الصاروخ على طول الجانب القصير من الطاولة. وفي الوقت نفسه يتم إطلاق الصاروخ. إذا كان دفع الصاروخ يُنتج عجلة بمقدار 2.00 m/s^2 على القرص، وكان عرض الطاولة 1.00 m، فما الحد الأدنى للسرعة المتجهة الابتدائية التي يجب دفع القرص بها ليصل إلى جانب الطاولة القصير المقابل دون أن يرتد إلى الجانب الطويل؟ ارسم مسار القرص للسرعات المتجهة الابتدائية الثلاث، $v < v_{min}$، $v = v_{min}$، و$v > v_{min}$. تجاهل الاحتكاك ومقاومة الهواء.

3.33 في ساحة المعركة، أطلق مدفع قذيفة لأعلى على منحدر، من مستوى الأرض، وبسرعة متجهة ابتدائية v_0 وبزاوية θ_0 أعلى المستوى الأفقي. تشكّل الأرض نفسها زاوية α أعلى المستوى الأفقي ($\alpha < \theta_0$). ما مدى R القذيفة، المقيس بطول الأرض المنحدرة؟ قارن نتيجتك بمعادلة المدى على أرض أفقية (المعادلة 3.25).

3.34 اشترك سباحان لديهما شغف بالفيزياء في سباق مميز بهدف محاكاة تجربة الضوء الشهيرة، تجربة ميكلسون ومورلي. يجري السباق في نهر بعرض 50.0 m يتدفق بمعدل ثابت يبلغ 3.00 m/s. يبدأ كل من السباحين من النقطة نفسها على ضفة واحدة ويسبحان بالسرعة نفسها 5.00 m/s *مع أخذ التيار في الاعتبار*. يسبح أحد السباحين مباشرةً عبر النهر إلى أقرب نقطة على الضفة المقابلة ثم يعود مرة أخرى إلى نقطة البداية. ويسبح السباح الآخر *بطول ضفة النهر*، أولًا لمسافة عكس التيار مساوية تمامًا لعرض النهر ثم يعود مع التيار إلى نقطة البداية. من الذي سيصل إلى نقطة البداية أولًا؟

تمارين

يشير اللون الأزرق لرقم المسألة إلى توفر الإجابة عنها في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطة الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 3.2

3.35 ما مقدار السرعة المتوسطة لجسم إذا تحرك الجسم من نقطة إحداثياتها $x = 2.0$ m, $y = -3.0$ m إلى نقطة إحداثياتها $x = 5.0$ m, $y = -9.0$ m في فاصل زمني قدره 2.4 s؟

3.36 يبحث رجل عن قطته بالتوجه أولًا 10.0 km ناحية الشمال الشرقي، ثم 12.0 km ناحية الجنوب مباشرة، وأخيرًا 8.0 km باتجاه 30.0° ناحية شمال الغرب. ما مقدار واتجاه الإزاحة المحصلة لديه؟

3.37 أثناء رحلة على قاربك الشراعي، تبحر لمسافة 2.00 km شرقًا، ثم 4.00 km باتجاه الجنوب الشرقي، وأخيرًا تبحر لمسافة إضافية في اتجاه مجهول. ويكون موقعك النهائي على مسافة 6.00 km مباشرةً باتجاه الشرق من نقطة البداية. أوجد مقدار واتجاه الوجهة الثالثة من الرحلة.

3.38 تقطع شاحنة مسافة 3.02 km شمالًا ثم تلتف يسارًا بمقدار 90.0° وتسير لمسافة 4.30 km أخرى. تستغرق الرحلة بأكملها 5.00 min.

a) عند استخدام نظام إحداثيات ثنائي الأبعاد على سطح الأرض بحيث يشير المحور y إلى اتجاه الشمال، ما متجه الإزاحة للشاحنة في هذه الرحلة؟

b) ما مقدار السرعة المتوسطة لهذه الرحلة؟

•3.39 يجري أرنب في حديقة بحيث تحصل على المركّبتين x وy لإزاحته كدالتين للزمن من خلال $x(t) = -0.45t^2 - 6.5t + 25$ و$y(t) = 0.35t^2 + 8.3t + 34$. (يُحسب كل من x وy بالمتر وt بالثانية).

a) احسب موقع الأرنب (المقدار والاتجاه) عند الزمن $t = 10.0$ s.

b) احسب السرعة المتجهة للأرنب عند الزمن $t = 10.0$ s.

c) حدِّد متجه العجلة عند الزمن $t = 10.0$ s.

••3.40 بعض سيارات الأجرة مثبت بها نظام GPS بحيث تتيح لشركة تأجير السيارات معرفة مكانك وسرعتك في أي وقت. يقود الموظف إحدى سيارات الأجرة هذه في جراج الشركة، وأثناء الفاصل الزمني من 0 إلى 10.0 s، تبيّن أنه يمكن إيجاد متجه موقعه كدالة للزمن من خلال

$$\vec{r}(t) = \left((24.4\text{ m}) - t(12.3\text{ m/s}) + t^2(2.43\text{ m/s}^2),\right.$$
$$\left.(74.4\text{ m}) + t^2(1.80\text{ m/s}^2) - t^3(0.130\text{ m/s}^3)\right).$$

a) ما المسافة التي تبعدها هذه السيارة من نقطة أصل نظام الإحداثيات عندما يكون الزمن $t = 5.00$ s؟

b) ما متجه السرعة كدالة للزمن؟

c) ما السرعة عندما يكون الزمن $t = 5.00$ s؟

عمل إضافي: هل يمكنك تمثيل مسار السيارة بيانيًا في المستوى xy؟

القسم 3.3

3.41 تنطلق إحدى المتزلّجات في قفزة تزلّجية بسرعة متجهة أفقية قدرها 30.0 m/s (بدون مركّبة رأسية للسرعة المتجهة). ما مقدار المركّبات الأفقية والرأسية لسرعتها المتجهة قبل أن تهبط مباشرة بعد 2.00 s؟

3.42 يطلق رامي السهام سهمًا من ارتفاع 1.14 m فوق الأرض بسرعة ابتدائية 47.5 m/s وزاوية إطلاق 35.2° أعلى المستوى الأفقي. في أي وقت بعد إطلاق السهم من القوس سيسلك السهم الاتجاه الأفقي تمامًا؟

3.43 رُكلت كرة قدم بسرعة ابتدائية 27.5 m/s وزاوية إطلاق 56.7°. ما زمن تحليقها (الفترة حتى تلمس الأرض مرة أخرى)؟

3.44 تضرب كرة تنس من ارتفاع 1.80 m فوق سطح الأرض. تترك الكرة مضربك بسرعة 18.0 m/s وزاوية 7.00° أعلى المستوى الأفقي. تبلغ المسافة الأفقية من الخط الخلفي للملعب إلى الشبكة 11.83 m، في حين يبلغ ارتفاع الشبكة 1.07 m. تجاهل أي دوران تكتسبه الكرة وكذلك تأثيرات مقاومة الهواء. هل تتخطى الكرة الشبكة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما المسافة التي تتخطى بها الشبكة؟ إذا لم تتخطها، فما المسافة التي تنقصها لتخطي الشبكة؟

3.45 يُقذف حجران أفقيًا وبالسرعة المتجهة نفسها من مبنيين. يهبط أحد الحجرين على الأرض بعيدًا بضعف المسافة عن الحجر الآخر. حدِّد النسبة بين ارتفاع المبنيين.

3.46 تقوم بممارسة رمي السهام المريشة في غرفتك. وتقف على مسافة 3.00 m من الحائط الذي علقت عليه اللوحة. ينطلق السهم من يدك بسرعة متجهة أفقية عند نقطة ارتفاعها 2.00 m فوق سطح الأرض. يلتصق السهم باللوحة عند نقطة ارتفاعها 1.65 m من الأرض. احسب:

a) الوقت الذي استغرقه السهم في الهواء؛

b) السرعة الابتدائية للسهم؛

c) السرعة المتجهة للسهم عند اصطدامه باللوحة.

•3.47 يركل لاعب كرة قدم الكرة بسرعة 22.4 m/s وبزاوية 49.0° أعلى المستوى الأفقي من مسافة 39.0 m من المرمى.

a) ما المسافة التي تتخطى بها الكرة العارضة أو المسافة المتبقية لتخطيها إذا كانت العارضة على ارتفاع 3.05 m؟

b) ما السرعة المتجهة الرأسية للكرة في الوقت الذي تصل فيه إلى المرمى؟

•3.48 يستغرق جسم تم إطلاقه بزاوية 35.0° أعلى المستوى الأفقي الزمن 1.50 s ليصل إلى آخر مسافته الرأسية البالغة 15.0 m وآخر مسافته الأفقية البالغة 10.0 m. ما السرعة التي تم إطلاق الجسم بها؟ (ملحوظة: لا تنص المسألة على أن الارتفاع الابتدائي والنهائي للجسم متماثلان!)

•3.49 يستخدم سير ناقل لنقل الرمال من مكان إلى آخر داخل مصنع. يتم إمالة السير بزاوية 14.0° فوق المستوى الأفقي حيث تتحرك الرمال دون أن تنزلق بمعدل 7.00 m/s. وتُجمع الرمال في برميل كبير على مسافة 3.00 m أسفل طرف السير الناقل. حدِّد المسافة الأفقية بين طرف السير الناقل ومنتصف برميل التجميع.

•3.50 تقف سيارة صديقك على جرف مطل على المحيط يميل بشكل زاوية 17.0° أسفل المستوى الأفقي. تعطلت الفرامل وتحركت السيارة من حالة السكون إلى أسفل المنحدر لمسافة 29.0 m إلى حافة الجرف، وهو على ارتفاع 55.0 m فوق سطح المحيط، ولسوء الحظ استمرت في الانحدار لتسقط في المحيط.

a) أوجد موقع السيارة بالنسبة إلى قاعدة الجرف عند سقوط السيارة في المحيط.

b) أوجد المدة الزمنية التي استغرقتها السيارة في الهواء.

•3.51 أُطلق جسم بسرعة 20.0 m/s من أعلى برج شاهق. والارتفاع y للجسم كدالة للزمن t المنقضي من لحظة الإطلاق هو $y(t) = -4.90t^2 + 19.32t + 60.0$، حيث يُحسب h بالمتر وt بالثانية. حدِّد:

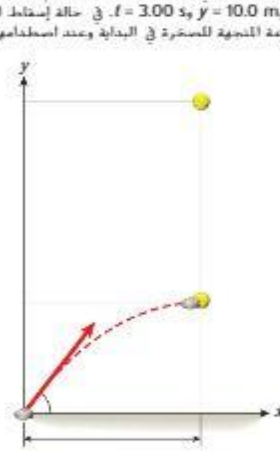
a) ارتفاع H البرج؛

b) زاوية الإطلاق؛

c) المسافة الأفقية التي قطعها الجسم قبل أن يسقط على الأرض.

•3.52 أُطلق مقذوف بزاوية 60.0° أعلى المستوى الأفقي على أرض مستوية. تبيَّن أن التغيُّر في سرعته المتجهة بين الإطلاق وقبل الهبوط مباشرة هو $\Delta\vec{v} = \vec{v}_{\text{landing}} - \vec{v}_{\text{launch}} = -20.0\hat{y}$ m/s. ما السرعة المتجهة الابتدائية للمقذوف؟ ما السرعة المتجهة النهائية قبل الهبوط؟

3.53•• يوضح الشكل مسارات كرة تنس يسقطها صديقك من نافذة شقته وصخرة تقذفها أنت من الأرض في اللحظة نفسها. تصطدم الصخرة والكرة عند $x = 50.0$ m و $y = 10.0$ m و $t = 3.00$ s. في حالة إسقاط الكرة من ارتفاع 54.1 m، حدِّد السرعة المتجهة للصخرة في البداية وعند اصطدامها بالكرة.



القسم 3.4

3.54 في مناقسة بمعرض العلوم، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة الثانوية جهاز قذف يمكنه إطلاق كرة جولف من نقطة الأصل بسرعة متجهة 11.2 m/s وبزاوية إطلاق 31.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي.

a) أين ستسقط كرة الجولف على الأرض؟

b) كم سيبلغ ارتفاعها عند أعلى نقطة في مسارها؟

c) ما متجه سرعة الكرة (بالمركّبات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟

d) ما متجه عجلة الكرة (بالمركّبات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟

3.55 إذا كنت تريد استخدام منجنيق لقذف الصخور وكان أقصى مدى تريد أن تصل إليه هذه المقذوفات هو 0.67 km، فما السرعة الابتدائية اللازمة للصخور للخروج من المنجنيق؟

3.56 ما أقصى ارتفاع فوق سطح الأرض يمكن أن يصل إليه مقذوف كتلته 0.790 kg، تم إطلاقه من مستوى سطح الأرض، إذا كانت سرعته الابتدائية تبلغ 80.3 m/s؟

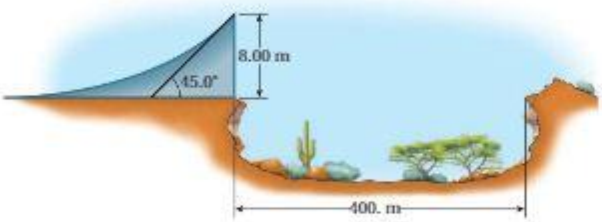
3.57• أثناء إحدى مباريات كرة القدم، طُلب منك ركل الكرة لصالح فريقك. وركلتها بزاوية 35.0° وبسرعة متجهة 25.0 m/s. في حال وصلت الكرة بشكل مستقيم إلى عمق الملعب، حدِّد متوسط السرعة التي يجب على الظهير المتقدم بالفريق المنافس الواقف على مسافة 70.0 m أن يجري بها ليمسك بالكرة عند الارتفاع نفسه الذي أطلقتها منه. افترض أن الظهير المتقدم بدأ بالركض بعد ركل الكرة بقدمك مع تجاهل مقاومة الهواء.

3.58• باتباع نظرية التجربة والخطأ، يتعلم الضفدع أن أقصى مسافة أفقية يمكنه قفزها هي 1.30 m. إذا قضى الضفدع، على مدار ساعة، 20.0% من الوقت في الراحة و80.0% من الوقت في تنفيذ قفزات مماثلة لتلك المسافة القصوى في خط مستقيم، فما المسافة التي قطعها الضفدع؟

3.59• تقوم لاعبة الخفة بتقديم عرض بالكرات التي ترميها بيدها اليمنى وتمسكها بيدها اليسرى. يتم إطلاق كل كرة بزاوية 75.0° وتصل إلى أقصى ارتفاع يبلغ 90.0 cm فوق ارتفاع الإطلاق. إذا كانت لاعبة الخفة تستغرق 0.200 s للإمساك بالكرة بيدها اليسرى وتمريرها إلى يدها اليمنى وقذفها مرة أخرى في الهواء، فما أقصى عدد من الكرات يمكنها أن تلعب به؟

3.60•• في لعبة أركيد، تُطلق كرة من زاوية سطح مائل أملس. يشكّل السطح المائل زاوية 30.0° مع المستوى الأفقي ويبلغ عرضه $w = 50.0$ cm. وتشكل القاذفة المثبتة بزنبرك زاوية 45.0° مع الطرف السفلي للسطح المائل. يكمن الهدف في إدخال الكرة في فتحة صغيرة في الزاوية المقابلة من السطح المائل. ما السرعة الابتدائية التي يجب إطلاق الكرة بها لتحقيق هذا الهدف؟ (تلميح، إذا كانت الفتحة صغيرة، فستدخل فيها الكرة بمركّبة سرعة متجهة رأسية تساوي صفرًا).

3.61•• يحاول رجل محاكاة محاولة إيفل كنيفل في عام 1974 للقفز فوق وادي سنيك ريفر كانيون بدراجة بخارية تعمل بقوة صاروخية. يبلغ عرض الوادي $L = 400$ m، كما أنّ الحواف المتقابلة متماثلة الارتفاع. ويبلغ ارتفاع منحدر الإطلاق على إحدى حافتي الوادي $h = 8.00$ m أعلى من الحافة، في حين تبلغ زاوية طرف المنحدر 45.0° على المستوى الأفقي.



a) ما أدنى سرعة انطلاق مطلوبة ليتمكن هذا المغامر من عبور الوادي؟ تجاهل مقاومة الهواء والرياح.

b) أصبح هذا المغامر شهيرًا بعد نجاح قفزته الأولى، إلا أنه لا يزال يتعافى من الإصابات التي لحقت به جراء الاصطدام الناجم عن الارتداد القوي الذي حدث عند الهبوط، ويقرر الرجل القفز مرة أخرى ولكن مع إضافة منحدر هبوط يلائم زاوية سرعته المتجهة عند الهبوط. إذا كان ارتفاع منحدر الهبوط بالحافة المقابلة هو 3.00 m، فما سرعة الانطلاق الجديدة المطلوبة؟

القسم 3.5

3.62 تُضرب كرة جولف بزاوية ابتدائية 35.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي وبسرعة متجهة ابتدائية قدرها 83.3 mph، وتهبط على مسافة 86.8 m من المكان الذي ضُربت منه. إلى أي حد أدت تأثيرات مقاومة الرياح والدوران وغيرها إلى انخفاض مدى كرة الجولف عن القيمة المثالية؟

القسم 3.6

3.63 تسير على ممر مشاة متحرك في مطار. يبلغ طول الممر 59.1 m. فإذا كانت سرعتك المتجهة بالنسبة إلى الممر هي 2.35 m/s وسرعة الممر المتجهة 1.77 m/s، فكم من الوقت ستستغرق للوصول إلى الطرف الآخر من الممر؟

3.64 يريد قبطان مركب الإبحار مباشرة عبر نهر يتدفق شرقًا بسرعة تبلغ 1.00 m/s. يبدأ من الضفة الجنوبية للنهر ويتجه نحو الضفة الشمالية. وتبلغ سرعة المركب 6.10 m/s بالنسبة إلى الماء. في أي اتجاه (بالدرجات) ينبغي على القبطان توجيه المركب؟ لاحظ أنّ 90° تعني الاتجاه شرقًا و180° تعني الاتجاه جنوبًا و270° تعني الاتجاه غربًا و360° تعني الاتجاه شمالًا.

3.65 يريد قبطان مركب الإبحار مباشرة عبر نهر يتدفق شرقًا. يبدأ من الضفة الجنوبية للنهر ويتجه نحو الضفة الشمالية. وتبلغ سرعة المركب 5.57 m/s بالنسبة إلى الماء. يدير القبطان دفة المركب باتجاه 315°. فكم تبلغ سرعة تدفق الماء؟ لاحظ أنّ 90° تعني الاتجاه شرقًا و180° تعني الاتجاه جنوبًا و270° تعني الاتجاه غربًا و360° تعني الاتجاه شمالًا.

3.66• تبلغ قراءة مؤشر سرعة الهواء في طائرة أقلعت من ديترويت 350 km/h وتشير البوصلة إلى اتجاه الطائرة شرقًا نحو بوسطن. وتهب رياح منتظمة نحو الشمال بسرعة 40.0 km/h. احسب السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الأرض. إذا رغب الطيار في قيادة الطائرة مباشرة نحو بوسطن (شرقًا)، فما القراءة التي ينبغي أن تعرضها البوصلة؟

3.67• تريد عبور جزء مستقيم من نهر تبلغ سرعة التيار المنتظم فيه 5.33 m/s بينما يبلغ عرضه 127 m. ويحتوي الزورق البخاري على محرك يمكن أن يجعل الزورق يسير بسرعة تصل إلى 17.5 m/s. افترض أنك وصلت إلى السرعة القصوى على الفور (أي مع إهمال الوقت المستغرق لزيادة سرعة القارب للوصول إلى السرعة القصوى).

a) إذا أردت عبور النهر مباشرة بزاوية 90.0° بالنسبة إلى ضفة النهر، فما الزاوية التي يجب توجيه القارب بها بالنسبة إلى ضفة النهر؟

b) كم سيستغرق عبور النهر بهذه الطريقة؟

c) في أي اتجاه ينبغي لك توجيه القارب لعبور النهر في أقل وقت؟

d) ما أقل وقت ممكن لعبور النهر؟

e) ما أقل سرعة لقاربك تمكّنك من عبور النهر بزاوية 90.0° بالنسبة إلى ضفة النهر؟

•**3.68** أثناء فترة انتظار طويلة في أحد المطارات، يلعب عالم فيزياء مع ابنته البالغة 8 أعوام لعبة يُستخدم فيها ممر مشاة متحرك. وقد قاما بقياس طول الممر حيث يبلغ 42.5 m. يمتلك الأب ساعة توقيت حيث بدأ في حساب الوقت لابنته. في البداية، كانت البنت تمشي بسرعة ثابتة في اتجاه السير المتحرك نفسه. واستغرق الوصول إلى نهاية الممر 15.2 s . ثم عادت مرة أخرى ومشت بالسرعة نفسها بالنسبة إلى السير المتحرك كالسابق، ولكن في الاتجاه المعاكس هذه المرة. إذا كان شوط العودة يستغرق 70.8 s ، فما سرعة السير المتحرك بالنسبة إلى صالة المطار، وما السرعة التي كانت تمشي بها الفتاة؟

•**3.69** تطير إحدى الطائرات شمالًا بسرعة 126.2 m/s، ولكن الرياح تهب من الشمال الشرقي إلى الجنوب الغربي بسرعة 55.5 m/s. ما السرعة الأرضية الفعلية للطائرة؟

تمارين إضافية

3.70 مدفع يطلق قذائف من فوق تل يبلغ ارتفاعه 116.7 m وبزاوية 22.7° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. إذا كانت السرعة المتجهة الابتدائية 36.1 m/s، فما سرعة قذيفة يبلغ وزنها 4.35 kg عند سقوطها على بالأرض على مسافة 116.7 m بالأسفل؟

3.71 رُميت كرة بيسبول بسرعة متجهة 31.1 m/s وبزاوية $\theta = 33.4°$ أعلى المستوى الأفقي. ما المركّبة الأفقية للسرعة المتجهة للكرة عند أعلى نقطة في مسار الكرة؟

3.72 قُذفت صخرة أفقيًا من أعلى مبنى بسرعة ابتدائية $v = 10.1$ m/s. إذا هبطت على مسافة d = 57.1 m من قاعدة المبنى ، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

3.73 سيارة تتحرك بسرعة ثابتة تبلغ 19.3 m/s . ويتساقط المطر بشكل مستقيم بسرعة 8.90 m/s. ما زاوية θ سقوط المطر (بالدرجات) بالنسبة إلى المستوى الأفقي كما يراها السائق؟

3.74 حاولت تمرير رشاشتي الملح والفلفل إلى صديقك على الجانب الآخر من المائدة التي يبلغ ارتفاعها 0.850 m بإزاحتهما عبر المائدة. انزلقت رشاشتا الملح والفلفل على المائدة بسرعتين متجهتين هما 5.00 m/s و2.50 m/s على التوالي.

a) قارن بين الزمن الذي تستغرقه الرشاشتان للسقوط على الأرضية.

b) قارن بين المسافة الأفقية التي تقطعها كل رشاشة من طرف المائدة إلى نقطة سقوطها على الأرضية.

3.75 سقط صندوق يحتوي على إمدادات غذائية لأحد معسكرات اللاجئين من طائرة هليكوبتر تطير أفقيًا بارتفاع ثابت بمقدار 500 m. إذا اصطدم الصندوق بالأرض على مسافة 150 m أفقيا من نقطة إسقاطه، فكم كانت سرعة الهليكوبتر؟ كم كانت سرعة الصندوق لحظة اصطدامه بالأرض؟

3.76 انحرفت سيارة متحركة من فوق حافة جرف يبلغ ارتفاعه 60.0 m. ولاحظ رجال الشرطة في موقع الحادثة أنّ نقطة التصادم تقع على بعد 150 m من أسفل الجرف. كم كانت سرعة السيارة لحظة سقوطها من أعلى الجرف؟

3.77 قُذفت حزمة من أوراق الامتحان في حفرة. وكان الهدف هو نقطة على بُعد 30.0 m وبالارتفاع نفسه الذي تم إطلاق الحزمة منه. وتبلغ مركّبة السرعة المتجهة الابتدائية الأفقية 3.90 m/s. ما مركّبة السرعة المتجهة الابتدائية في الاتجاه الرأسي؟ ما زاوية الإطلاق؟

3.78 تقفز أسماك السلمون عادة ضد التيار عبر شلالات المياه للوصول إلى مناطق تكاثرها. صادفت سمكة سلمون شلال ماء بارتفاع 1.05 m ، حيث استغرقت 2.10 s للقفز أعلاه بزاوية 35.0° أفقيًا للاستمرار عكس التيار. كم كانت السرعة الابتدائية لقفزتها؟

3.79 يقوم رجل إطفاء على بُعد 60.0 m من مبنى يحترق، بتوجيه الماء من خرطوم إطفاء حريق على مستوى الأرض بزاوية 37.0° أعلى المستوى الأفقي. إذا خرج الماء من الخرطوم بسرعة 40.3 m/s، فإلى أي طابق بالمبنى سيصل؟ علمًا بأن ارتفاع كل طابق يبلغ 4.00 m.

3.80 أُطلق مقذوف من مستوى الأرض بزاوية 68.0° أعلى المستوى الأفقي. عند وصوله إلى أقصى ارتفاع له، H، يكون قد تحرك مسافة أفقية، d، في الوقت نفسه. ما نسبة H/d؟

3.81 توجد بصالة ماكنمارا دلتا في مطار ديترويت ميتروبوليتان ممرات مشاة متحركة لنقل الركاب. يمشي روبرت بجوار أحد هذه الممرات ويستغرق 30.0 s لقطع مسافة بطول الممر. أما جون فهو يقف على الممر ويتحرك المسافة نفسها في 13.0 s. ويمشي ستيف على الممر بسرعة روبرت نفسها. فما الوقت الذي يستغرقه ستيف ليكمل جولته؟

3.82 يتساقط المطر رأسيًا بسرعة ثابتة تبلغ 7.00 m/s. ما الزاوية من المستوى الرأسي التي تسقط بها قطرات المطر كما يراها سائق سيارة يقود بسرعة 60.0 km/h على طريق مستقيم؟

3.83 لتحديد عجلة الجاذبية على سطح كوكب مُكتشف حديثًا، قام العلماء بتنفيذ إحدى تجارب حركة المقذوفات. حيث أطلقوا نموذجًا صغيرًا لصاروخ بسرعة ابتدائية 50.0 m/s وزاوية 30.0° أعلى المستوى الأفقي، وقاموا بقياس المدى (الأفقي) على أرض مسطحة فبلغ 2165 m . حدّد قيمة g للكوكب.

3.84 يقفز غواص من فوق جرف ارتفاعه 40.0 m في البحر. تبرز صخور من الماء لمسافة أفقية تبلغ 7.00 m من قاعدة الجرف. ما الحد الأدنى للسرعة الأفقية التي يجب على الغواص القفز بها من أعلى الجرف حتى يبتعد عن الصخور ويهبط في البحر بأمان؟

3.85 رمى لاعب خط الدفاع كرة البيسبول بسرعة ابتدائية 32.0 m/s وبزاوية 23.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. إذا كانت الكرة تبتعد عن يده عند ارتفاع 1.83 m ، فكم من الوقت ستظل الكرة في الهواء قبل أن تسقط على الأرض؟

•**3.86** قُذفت صخرة من أعلى جرف يبلغ ارتفاعه 34.9 m، وكانت سرعتها الابتدائية 29.3 m/s وزاوية الإطلاق 29.9° أعلى المستوى الأفقي. كم كانت سرعة الصخرة لحظة سقوطها على الأرض عند أسفل الجرف؟

•**3.87** أثناء الألعاب الأولمبية التي أقيمت عام 2004، قذف لاعب جُلّة الكرة الحديدية بسرعة 13.0 m/s وزاوية 43.0° أعلى المستوى الأفقي. وقد قذف الكرة من ارتفاع 2.00 m فوق الأرض.

a) إلى أي مسافة ابتعدت الكرة الحديدية في الاتجاه الأفقي؟

b) ما الوقت الذي استغرقته الكرة الحديدية حتى سقطت على الأرض؟

•**3.88** يقف رجل على ارتفاع 71.8 m فوق سطح الماء. ثم رمى هاتفه الجوال باتجاه أفقي بسرعة 23.7 m/s.

a) ما المسافة التي قطعها الهاتف الجوال أفقيا قبل السقوط في الماء؟

b) كم كانت سرعة الهاتف لحظة سقوطه في الماء؟

•**3.89** يصعد منطاد مراقبة بمعدل 7.50 m/s بارتفاع 80.0 m فوق الأرض، بينما يتم رمي عبوة من مقصورة المنطاد باتجاه أفقي بسرعة 4.70 m/s.

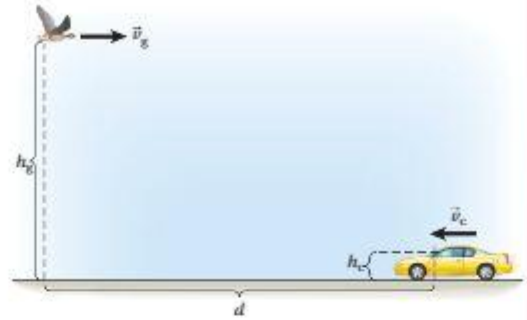
a) ما المدة الزمنية التي تستغرقها العبوة لتصل إلى الأرض؟

b) ما السرعة المتجهة (المقدار والاتجاه) للعبوة لحظة سقوطها على الأرض؟

•3.90 يشتهر الإوز البري بسلوكه غير المهذب. تطير إوزة نحو الشمال على ارتفاع $h_g = 30.0$ m فوق طريق سريع يربط بين الشمال والجنوب حين رأت سيارة أمامها تسير في الحارة المتجهة نحو الجنوب فتقرر أن تبيض (تضع) "بيضة". تطير الإوزة بسرعة $v_g = 15.0$ m/s، وتتحرك السيارة بسرعة $v_c = 100.0$ km/h.

a) مع الأخذ في الاعتبار البيانات الموضحة في الشكل، حيث يتم تحديد المسافة بين الإوزة وزجاج السيارة الأمامي، $d = 104.0$ m، في لحظة تحرك الإوزة. هل سيضطر السائق إلى غسل الزجاج الأمامي بعد هذا الاصطدام؟ (يرتفع مركز الزجاج الأمامي مسافة $h_c = 1.00$ m عن الأرض.)

b) إذا أتمت الإوزة وضع البيضة، فما السرعة المتجهة النسبية "للبيضة" بالنسبة إلى السيارة لحظة الاصطدام؟



•3.91 تتواجد في مركز تسوق على الدرجة العلوية لسلم متحرك هابط بينما تميل إلى الجانب لرؤية صديقك الذي يبلغ طوله 1.80 m والواقف بالدرجة السفلى للسلم المتحرك الصاعد. لسوء الحظ، يسقط الآيس كريم من مخروط البسكويت الذي تحمله أثناء الإمالة. كل سلم متحرك لديه زاوية متماثلة تبلغ 40.0° مع المستوى الأفقي، وارتفاع رأسي بطول 10.0 m، ويتحرك بالسرعة نفسها بمقدار 0.400 m/s. هل سيسقط الآيس كريم على رأس صديقك؟ اشرح. إذا سقط على رأسه، فما الوقت الذ سنفرق لذلك وعند أي ارتفاع رأسي؟ ما السرعة النسبية للآيس كريم بالنسبة إلى الرأس وقت السقوط عليه؟

•3.92 تتدرب لاعبة كرة سلة على رمي الكرة قبل خط الثلاث نقاط من مسافة 7.50 m من حلقة السلة، حيث ترمي الكرة من ارتفاع 2.00 m عن الأرض. ويبلغ ارتفاع حلقة السلة القياسية 3.05 m عن الأرض. ترمي اللاعبة الكرة بزاوية 48.0° مع المستوى الأفقي. ما السرعة الابتدائية التي يجب على اللاعبة الرمي بها لإحراز النقاط الثلاث؟

•3.93 تطير طائرة أفقيًا فوق سطح صحراء منبسط على ارتفاع 5.00 km وبسرعة 1000 km/h. إذا أسقطت الطائرة قنبلة من المفترض أن تصيب هدفًا على الأرض، فأين يجب أن تكون الطائرة بالنسبة إلى الهدف عند إلقاء القنبلة؟ إذا كان الهدف يغطي مساحة دائرية بقطر مقداره 50.0 m، فما "النطاق الزمني" (أو هامش الخطأ المسموح به) لإسقاط القنبلة؟

•3.94 تُسقط طائرة محلقة بسرعة ثابتة، وبزاوية 49.0° مع المستوى الرأسي، عبوة على ارتفاع 600 m، وتصل العبوة إلى الأرض بعد 3.50 s من الإسقاط. ما المسافة الأفقية التي قطعتها العبوة؟

••3.95 تصيب قذيفة مدفعية بعد 10.0 s من إطلاقها نقطة على بُعد 500 m أفقيًا و100 m رأسيًا من نقطة الإطلاق.

a) ما السرعة المتجهة الابتدائية التي تم إطلاق القذيفة بها؟

b) ما أقصى ارتفاع وصلت إليه القذيفة؟

c) ما مقدار السرعة المتجهة للقذيفة واتجاهها قبل ضرب النقطة المذكورة؟

••3.96 تجاهل مقاومة الهواء لما يلي. رُكلت كرة قدم من الأرض إلى الهواء، وعندما وصلت إلى ارتفاع 12.5 m، كانت سرعتها المتجهة $(5.60\,\hat{x} + 4.10\,\hat{y})$ m/s.

a) ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟

b) ما المسافة الأفقية التي ستقطعها الكرة؟

b) ما السرعة المتجهة (المقدار والاتجاه) للكرة لحظة سقوطها على الأرض؟

تمارين بمعطيات متعددة

3.97 في إحدى منافسات الأولمبياد العلمي، صمّمت مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة منجنيقًا يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 1.55 m وبسرعة متجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المسافة الأفقية التي ستقطعها كرة التنس قبل أن تسقط على الأرض؟

3.98 في إحدى منافسات الأولمبياد العلمي، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة منجنيقًا يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 1.55 m وبسرعة متجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المركّبة x للسرعة المتجهة لكرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

3.99 في إحدى منافسات الأولمبياد العلمي، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة منجنيقًا يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 1.55 m وبسرعة متجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المركّبة y للسرعة المتجهة لكرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

3.100 في إحدى منافسات الأولمبياد العلمي، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة منجنيقًا يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 1.55 m وبسرعة متجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما سرعة كرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

3.101 ينطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h. في أي اتجاه يجب على قائد الطائرة توجيهها لإكمال هذه الرحلة؟ (اكتب إجابتك بالدرجات مع مراعاة أن الشرق عند 90° والجنوب عند 180° والغرب عند 270° والشمال عند 360°.)

3.102 ينطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h. ما سرعة الطائرة بالنسبة إلى الأرض؟

3.103 ينطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h. ما المدة الزمنية التي سيستغرقها إكمال الرحلة؟

4

القوة

الشكل 4.1 انطلاق مكوك الفضاء *كولومبيا* من مركز كينيدي للفضاء.

ما سنتعلمه 92

ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 119

لقد كان مشهد إطلاق المكُّوك الفضائي رائعًا. حيث تصاعدت سحب كبيرة حالت دون رؤية المكُّوك حتى ارتفع بدرجة كافية ليراه المراقبون فوقهم، مع خروج لهيب عادم لامع من المحركات الأساسية. وفرت المعززات قوة تزيد عن 30 ميجا نيوتن، وهي قوة كافية لهز الأرض على بعد كيلومترات. وأدت هذه القوة الهائلة إلى تسارع المكُّوك (الذي تزيد كتلته عن 2 مليون كيلوجرام) بشكل كافٍ لينطلق.

يُعدّ المكُّوك الفضائي واحدًا من أعظم الإنجازات التكنولوجية في القرن العشرين، إلا أن المبادئ الأساسية للقوة والكتلة والعجلة التي تحكم تشغيله عُرفت قبل ما يزيد عن 300 عام. تطبق قوانين الحركة، التي ذكرها إسحاق نيوتن لأول مرة في عام 1687، على جميع التفاعلات بين الأجسام. وكما تصف الكينماتيكا كيفية تحرك الأجسام، تُعدّ قوانين نيوتن للحركة أساس **الديناميكا**، التي تصف ما يجعل الأجسام تتحرك. سندرس الديناميكا خلال الوحدات التالية.

سنعرض في هذه الوحدة قوانين نيوتن للحركة وسنستكشف أنواع القوى المختلفة التي تصفها. تُعدّ عملية تحديد القوى التي تؤثر في جسم ما وتحديد الحركة التي تتسبب فيها هذه القوى وتفسير النتيجة الكلية للمتجه واحدًا من أنواع التحليل الأكثر شيوعًا وأهمية في الفيزياء، كما ستستخدمها مرات عديدة في هذا الكتاب. سيلعب العديد من أنواع القوى المقدمة في هذه الوحدة، كقوى التلامس وقوى الاحتكاك والوزن، دورًا في العديد من المفاهيم والمبادئ التي سنناقش لاحقًا.

ما ستتعلمه

- القوة كمية متجهة تُعَد قياسًا لكيفية تفاعل جسم ما مع الأجسام الأخرى.
- تتضمن القوى الأساسية الجذب الناتج عن قوة الجاذبية والجذب والتنافر الكهرومغناطيسي. في التجارب اليومية، تتضمن القوى المهمة قوة الشد والقوة العمودية وقوة الاحتكاك وقوة الزنبرك.
- ينتج عن مجموع القوى المتعددة المؤثرة في جسم محصّلة قوة.
- تُعد مخططات الجسم الحر وسائل مساعدة ومفيدة في حل المسائل.
- تحكم قوانين الحركة الثلاثة التي وضعها نيوتن حركة الأجسام تحت تأثير القوى:
  a) يتناول القانون الأول الأجسام التي تتوازن فيها القوى الخارجية في التأثير.
  b) يصف القانون الثاني الحالات التي لا تتوازن فيها القوى الخارجية في التأثير.
  c) يتناول القانون الثالث القوى المتساوية (في المقدار) والمتضادة (في الاتجاه) التي يؤثر بها جسمان بعضهما في بعض.
- تتساوى كتلة الجاذبية وكتلة القصور لجسم.
- يخالف الاحتكاك الحركيّ حركة الأجسام المتحركة؛ ويخالف الاحتكاك السكوني الحركة الوشيكة للأجسام في وضع السكون.
- يُعدّ الا حتكاك مهما لفهم الحركة في الحياة اليومية، ولكن لا تزال أسبابه وآلياته الفعلية قيد التحقيق.
- تُطبق قوانين نيوتن للحركة على المواقف التي تتضمن أجسامًا متعددة وقوى متعددة واحتكاكًا؛ ويُعدّ تطبيق القوانين لتحليل موقف ما من ضمن تقنيات حل المسائل الأكثر أهمية في الفيزياء.

4.1 أنواع القوى

على الأرجح أنك تجلس على كرسي أثناء قراءة هذه الصفحة. يبذل الكرسي قوة عليك، والتي تمنعك من السقوط على الأرض. يمكنك الشعور بهذه القوة الناتجة من الكرسي في الجانب السفلي لقدميك وظهرك. وبشكل معاكس، تبذل أنت قوة على الكرسي.

إذا قمت بشد رباط، فأنت تبذل قوة على الرباط، ويمكن لهذا الرباط في المقابل بذل قوة على شيء مربوط في طرفه الآخر. فهذه القوة، بالإضافة إلى القوة التي تبذلها على الكرسي الذي تجلس عليه، تُعدّ مثالًا على **قوة التلامس**، حيث يجب أن يكون جسم ما ملامسًا لجسم آخر ليبذل قوة عليه. إذا قمت بدفع جسم ما أو سحبه، فأنت تبذل قوة التلامس عليه. ينتج عن سحب جسم ما، كالحبل أو الرباط، قوة التلامس التي تُسمى **الشد**. أما دفع جسم ما فينتج عنه قوة التلامس التي تُسمى **الدفع**. تُسمى القوة التي تؤثر فيك عند جلوسك على كرسي **القوّة العموديّة**، وتعني كلمة *عموديّة* "متعامِدة على السطح". سندرس القوى العمودية بمزيد من التفصيل لاحقًا في هذه الوحدة.

قوة الاحتكاك هي قوة أخرى من قوى التلامس المهمة التي سندرسها بمزيد من التفصيل في هذه الوحدة. إذا دفعت كوبًا على سطح الطاولة، فسيصل إلى وضع السكون بسرعة إلى حد ما. القوة التي تتسبب في توقف حركة الكوب هي قوة الاحتكاك، وتُسمى في بعض الأحيان فقط *بالاحتكاك*. ومن المثير للاهتمام أن طبيعة قوة الاحتكاك الفعلية وأصلها المجهري لم تزل قيد الاستقصاء المكثف كما سترى لاحقًا.

يلزم بذل قوة لانضغاط الزنبرك وتمدده. تتميز **قوة الزنبرك** بخاصية مميزة وهي عدم الاعتماد بشكل خطي على تغير طول الزنبرك. ستتناول الوحدة 5 قوة الزنبرك وتوضّح بعض خواصها. وسوف تركز الوحدة 14 على الذبذبات، وهي نوع خاص من الحركة التي تنتج عن عمل قوة الزنبرك.

قوى التلامس وقوى الاحتكاك وقوى الزنبرك هي نتاج **القوى الأساسية** للطبيعة المؤثرة بين مكونات الأجسام. وتُعدّ **قوة الجاذبية**، التي تُسمى غالبًا *الجاذبية*، مثالًا على القوة الأساسية. إذا أمسكت جسمًا ما في يدك ثم تركته، فسيسقط. ونحن نعلم سبب هذا التأثير: إنه الجذب الناتج عن قوّة الجاذبيّة بين الأرض والجسم. دُرست عجلة الجاذبية في الوحدة 2 . أما هذه الوحدة فتوضّح علاقة ذلك بقوة الجاذبية. فالجاذبية مسؤولة أيضًا عن بقاء القمر في مداره حول الأرض وبقاء الأرض في مدارها حول الشمس. وفي قصة شهيرة (والتي ربما تكون حقيقية)، قيل إن إسحاق نيوتن قد خطرت بباله هذه الفكرة في القرن السابع عشر، بعد جلوسه تحـ ت شجرة التفاح وسقوط تفاحة من الشجرة عليه. يعمل النوع نفسه من قوّة الجاذبيّة بين الأجسام السماوية كما يعمل بين الأجسام الأرضية. ولكن تذكر أن قوّة الجاذبيّة التي نتناولها في هذه الوحدة، والتي تتواجد فقط بالقرب من سطح الأرض، هي مثال محدود على قوّة الجاذبيّة الأعم. تؤثر قوّة الجاذبيّة الثابتة القريبة من سطح الأرض في جميع الأجسام، مما يُعدّ كافيًا لحل جميع مسائل المسارات من النوع المذكور في الوحدة 3 بشكل عملي. ولكن الشكل الأعم للتفاعل الناتج عن الجاذبية يتناسب عكسيًا مع مربع المسافة بين الجسمين اللذين يبذلان قوّة الجاذبيّة بعضهما على بعض. تتناول الوحدة 12 هذه القوة بالتفصيل.

(a)

(b)

(c)

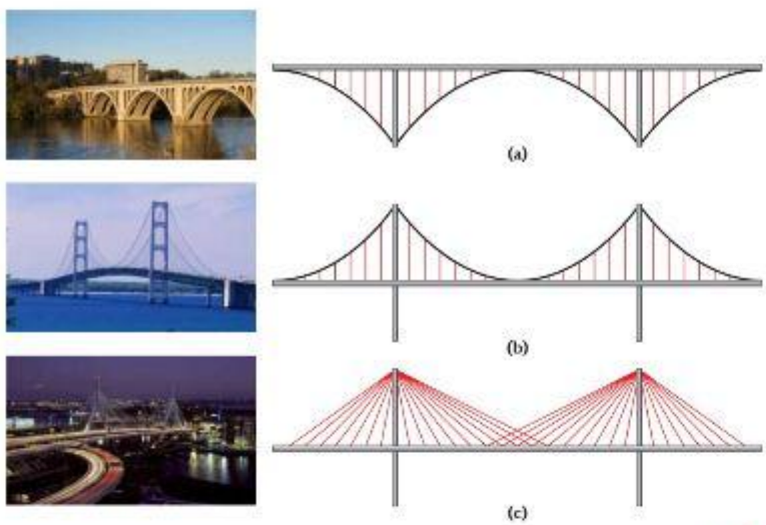
الشكل 4.2 بعض الأنواع الشائعة من القوى. (a) عجلة تجليخ تعمل باستخدام قوة الاحتكاك لإزالة السطح الخارجي للجسم. (b) تُستخدم الزنبركات غالبًا كممتصات للصدمات في السيارات لتقليل القوة المنتقلة إلى العجلات من الأرض. (c) بعض السدود تُعد من أكبر الهياكل البنائية التي تم بناؤها على الإطلاق. فهي صُممت لمقاومة القوة المبذولة عليها من المياه التي تحتجزها.

القوة الكهرومغناطيسية، قوة أساسية أخرى يمكنها التأثير عن بُعد، والتي تتناسب عكسيًا مع مربع المسافة التي تعمل عليها مثل قوّة الجاذبيّة. والمظهر الأكثر وضوحًا لهذه القوة هو التجاذب أو التنافر بين قطعتين من المغناطيس، بناءً على اتجاهاتهما النسبية. كما تعتبر الأرض بأكملها قطعة مغناطيس هائلة، مما يجعل إبر البوصلات تتوجه نحو القطب الشمالي. لقد كانت القوة الكهرومغناطيسية بمثابة الاكتشاف الفيزيائي الكبير في القرن التاسع عشر، وأدى تحسينها خلال القرن العشرين إلى اكتشاف العديد من وسائل التكنولوجيا المتقدمة (بشكل أساسي كل شيء يتم توصيله بالتيار الكهربائي أو يستخدم البطاريات) التي نستمتع بها في أيامنا هذه.

وسوف نتعلم على وجه الخصوص أن جميع قوى التلامس المذكورة في الأعلى (القوة العمودية وقوة الشد وقوة الاحتكاك وقوة الزنبرك) هي نتائج أساسية مترتبة على القوة الكهرومغناطيسية. إذًا، لماذا ندرس قوى التلامس هذه في البداية؟ الإجابة أن صياغة مسألة ما بدلالة قوى التلامس يعطينا نظرة كبيرة، ويتيح لنا وضع حلول بسيطة لمسائل من الحياة اليومية التي سيتطلب حلها استخدام أجهزة كمبيوتر فائقة الأداء إذا حاولنا تحليلها من حيث التفاعلات الكهرومغناطيسية بين الذرات.

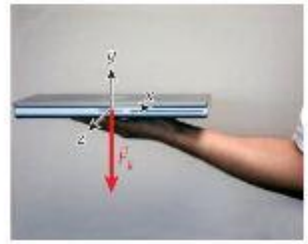
تؤثر القوتان الأساسيتان الأخريان – واللتان تُسميان **القوة النووية القوية** و**القوة النووية الضعيفة** – فقط في مقاييس الطول للنويات الذرية وبين الجسيمات الأولية. وبصفة عامة، يمكن تعريف القوى على أنها طرق تأثير الأجسام بعضها في بعض (الشكل 4.2).

عُرفت معظم القوى المذكورة هنا من مئات السنين. ومع ذلك، فإن الطرق التي يستخدم بها العلماء والمهندسون القوى ما زالت في تطور مع ابتكار المواد الجديدة والتصاميم الحديثة. على سبيل المثال، استُخدمت فكرة بناء جسر لعبور نهر أو وادٍ عميق لآلاف السنين، بداية من الأشكال البسيطة كجذع شجرة يوضع عبر جدول أو مجموعة حبال تُربط عبر خليج. وبمرور الوقت، طور المهندسون فكرة الجسر القوسي والذي يمكنه دعم الطرق المزدحمة وتخفيف أعباء الازدحام المروري باستخدام القوى الضاغطة. بُنيت العديد من هذه الجسور من الأحجار أو الفولاذ، وهي مواد يمكنها دعم الانضغاط بشكل جيد (الشكل 4.3a). وفي أواخر القرن التاسع عشر والقرن العشرين، بُنيت الجسور ذات الطرق المعلقة من كبلات فولاذية مدعومة بأعمدة طويلة (الشكل 4.3b). دعمت الكبلات الشد، وكانت تلك الجسور أخف وأطول من تصاميم الجسور السابقة. وفي أواخر القرن العشرين، بدأ ظهور الجسور المدعومة بالكبلات، مع دعم الطرق بالكبلات المتصلة مباشرة بالأعمدة (الشكل 4.3c). وهذه الجسور بصفة عامة ليست طويلة مثل الجسور المعلقة ولكنها أقل تكلفة واستهلاكًا للوقت في البناء.



الشكل 4.3 طرق مختلفة لاستخدام القوى. (a) تدعم الجسور القوسية (مثل جسر فرانسيس سكوت كي، في واشنطن العاصمة) طريقًا من خلال القوى الضاغطة حيث إن طرفي القوس مثبتان في مكانهما. (b) تدعم الجسور المعلقة (مثل جسر ماكيناك في ميتشجان) طريقًا من خلال قوى الشد في الكبلات، والمدعومة بدورها بقوى انضغاطية في الدعامات الطويلة المغمورة في الأرض أسفل المياه. (c) تستخدم الجسور المدعومة بالكبلات (مثل جسر زاكيم في بوسطن) قوى الشد في الكبلات لدعم الطريق، ولكن يتم توزيع الحمل على عدد أكبر من الكبلات التي لا يجب أن تكون قوية بالدرجة ذاتها مثل الجسور المعلقة.

4.2 متجه قوّة الجاذبيّة والوزن والكتلة



الشكل 4.4 متجه قوة الجاذبية المؤثر في كمبيوتر محمول، بالنسبة إلى النظام الإحداثي الديكارتي التقليدي باليد اليمنى.

بعد الاطلاع على مقدمة عامة عن القوى، حان الوقت للحصول على معلومات أكثر. لنبدأ بحقيقة واضحة؛ وهي أن القوى لها اتّجاه. على سبيل المثال، إذا أمسكت كمبيوترًا محمولًا في يدك، فيمكنك بسهولة ملاحظة أن قوّة الجاذبيّة التي تؤثر فيه متجهة إلى أسفل. هذا الاتجاه هو اتّجاه **متجه قوّة الجاذبيّة** (الشكل 4.4). مرة أخرى، لوصف كمية ما على أنها كمية متجهة في هذا الكتاب، يظهر سهم صغير يُشير إلى اليمين فوق رمز الكمية. ومن ثمّ، فإن متجه قوّة الجاذبيّة الذي يؤثر في الكمبيوتر المحمول يرمز إليه بالرمز $\vec{F}_g$ في الشكل.

يوضح الشكل 4.4 أيضًا نظامًا إحداثيًا ديكارتيًا مناسبًا يتبع الاصطلاح المقدم في الوحدة 3 ولكن تم تدويره بحيث أصبح الاتجاه العلوي هو اتجاه y الموجب (والسفلي هو اتجاه y السالب). يقع الاتجاهان x وz إذًا في مستوى أفقي كما هو موضح. نستخدم النظام الإحداثي باليد اليمنى كالعادة. كما أننا نقتصر على الأنظمة الإحداثية ثنائية الأبعاد مع المحورين x وy متى أمكن ذلك.

يتجه متجه القوة الخاص بقوة الجاذبية الذي يؤثر في الكمبيوتر المحمول في النظام الإحداثي في الشكل 4.4 في اتجاه y السالب:

$$\vec{F}_g = -F_g \hat{y}. \tag{4.1}$$

نرى هنا أن متجه القوة هو ناتج ضرب مقداره، F_g، واتجاهه، $-\hat{y}$. يُسمى المقدار F_g **وزن** الجسم.

بالقرب من سطح الأرض (في نطاق مئات الأمتار فوق الأرض)، يتم إيجاد مقدار قوّة الجاذبيّة التي تؤثر في جسم بواسطة ناتج ضرب كتلة الجسم، m، في عجلة جاذبية الأرض g:

$$F_g = mg. \tag{4.2}$$

لقد استخدمنا مقدار عجلة جاذبية الأرض في الوحدات السابقة؛ وتساوي قيمتها $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$. لاحظ أن هذه القيمة الثابتة صالحة فقط في نطاق مئات الأمتار فوق الأرض، كما سنرى في الوحدة 12.

بالنظر إلى المعادلة 4.2، نجد أن وحدة القوة هي ناتج ضرب وحدة الكتلة (kg) في وحدة العجلة ($\mathrm{m/s^2}$) مما يجعل وحدة القوة $\mathrm{kg\ m/s^2}$. (ربما من المفيد تأكيد أننا نشير إلى الوحدات بالأحرف الرومانية والكميات الفيزيائية بالأحرف المائلة. ومن ثمّ، فإن m هي وحدة الطول؛ ويشير الحرف m إلى الكمية الفيزيائية للكتلة). بما أن التعامل مع القوى شائع جدًا في الفيزياء، فإن وحدة القوة أُطلق عليها اسم، النيوتن (N)، تيمنًا بالعالم إسحاق نيوتن، الفيزيائي البريطاني الذي ساهم بشكل أساسي في تحليل القوى.

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\ m/s^2} \tag{4.3}$$

الوزن في مقابل الكتلة

قبل مناقشة القوى بمزيد من التفصيل، نحتاج إلى توضيح مفهوم الكتلة. تحت تأثير الجاذبية، يمتلك الجسم الوزن الذي يتناسب مع **كتلته**، وهي (بديهيًا) كمية المادة في الجسم. فهذا الوزن هو مقدار القوة التي تؤثر في جسم ما نتيجة لتفاعله الناتج عن الجاذبية مع الأرض (أو جسم آخر). وبالقرب من سطح الأرض، يكون مقدار هذه القوة هو $F_g = mg$، كما توضّح المعادلة 4.2. تُسمى الكتلة في هذه المعادلة أيضًا **كتلة الجاذبية** لتشير إلى مسؤوليتها عن التفاعل الناتج عن الجاذبية. ولكن الكتلة تلعب دورًا في الديناميكا كذلك.

تتعامل قوانين نيوتن للحركة، التي سنتناولها لاحقًا في هذه الوحدة، مع كتلة القصور. لفهم مفهوم كتلة القصور، فكّر في الأمثلة التالية: يُعدّ إلقاء كرة تنس أسهل بكثير من دفع الجُلّة. كما أن سحب باب مصنوع من مواد خفيفة الوزن مثل باب مبطن بالفوم ومجلد بقشرة خشبية لفتحه أسهل من سحب باب مصنوع من مادة ثقيلة مثل الحديد. ويبدو أن الأجسام الأكثر ضخامة تقاوم تحريكها أكثر من الأجسام الأقل ضخامة، ويُطلق على خاصيّة الجسم هذه **كتلة القصور**. ولكن كتلة الجاذبية وكتلة القصور متماثلتان، لذا نُشير في معظم الأحيان إلى كتلة الجسم ببساطة.

مراجعة المفاهيم 4.1

فكّر في كرتين من الفولاذ. الكرة 1 تزن 1.5 N والكرة 2 تزن 15 N. تم تحرير كلتا الكرتين بشكل متزامن من ارتفاع قدره 2.0 m. ما الكرة التي ستصطدم بالأرض أولًا؟

a) ستصطدم الكرة 1 بالأرض أولًا.

b) ستصطدم الكرة 2 بالأرض أولًا.

c) ستصطدم الكرتان بالأرض في الوقت نفسه.

d) لا يمكن التحديد من المعلومات المتوفرة.

على سبيل المثال، إذا كان للكمبيوتر المحمول كتلة تساوي $m = 3.00\ \text{kg}$، فإن مقدار قوّة الجاذبيّة يساوي $F_g = mg = (3.00\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2) = 29.4\ \text{kg m/s}^2 = 29.4\ \text{N}$. ويمكننا الآن كتابة معادلة لإيجاد متجه القوة الذي يتضمن كلًا من مقدار قوّة الجاذبيّة التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول واتجاهها (انظر الشكل 4.4).

$$\vec{F}_g = -mg\hat{y}. \tag{4.4}$$

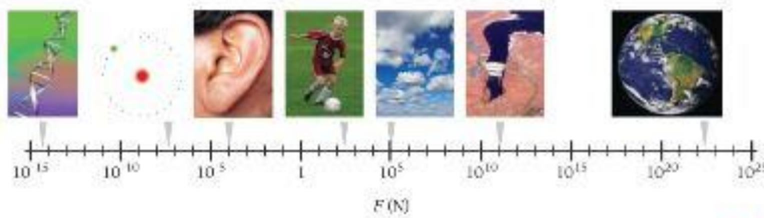
باختصار، تُقاس كتلة الجسم بالكيلوجرام ووزنه بالنيوتن. ترتبط كل من كتلة الجسم ووزنه بعضهما ببعض بضرب الكتلة (بالكيلوجرام) في عجلة الجاذبية الثابتة، $g = 9.81\ \text{m/s}^2$، للحصول على الوزن (بالنيوتن). على سبيل المثال، إذا كانت الكتلة تساوي 70.0 kg، فإن الوزن يساوي 687 N.

القيم الأسية للقوى

إنّ مفهوم القوة موضوع محوري في هذا الكتاب، وسنتناوله بصورة متكررة. لهذا السبب، من المفيد أن نلقي نظرة على القيم الأسية التي قد تتضمنها القوى المختلفة. يقدم الشكل 4.5 نظرة عامة على مقادير بعض القوى النموذجية بمساعدة مقياس لوغاريتمي، يشبه ذلك المستخدم في الوحدة 1 للطول والكتلة.

يتراوح وزن جسم الإنسان بين 100 و1000 N ويمثله لاعب كرة القدم الصغير في الشكل 4.5. ترمز الأذن الموجودة على يسار اللاعب في الشكل 4.5 إلى القوة التي يبذلها الصوت على طبلة الأذن، والتي قد تكون كبيرة بمقدار 10^{-4} N، ولكن اكتشافها لا يزال ممكنًا حتى إذا كانت صغيرة بمقدار 10^{-13} N. (ستركز الوحدة 16 على الصوت). يظل الإلكترون الفردي في المدار حول البروتون عن طريق القوة الإلكتروستاتيكية التي تساوي 10^{-7} N تقريبًا. يمكن قياس القوى التي يقل مقدارها عن $10^{-15}\ \text{N} = 1\ \text{fN}$ في المختبر؛ هذه القوى نموذجية لتلك المطلوبة لشد جزيء DNA لولبي مزدوج.

يبذل الغلاف الجوي للأرض قوة ضخمة للغاية على أجسامنا، بقيمة أسية 10^5 N، وهو ما يزيد عن متوسط وزن الجسم 100 مرة تقريبًا. ستتناول الوحدة 13 عن الأجسام الصلبة هذا الموضوع بمزيد من التفصيل، كما ستوضح كيفية حساب قوة الماء على سد. على سبيل المثال، يجب أن يتحمل سد هوفر (الموضح في الشكل 4.5) قوة تقترب من 10^{11} N، وهي قوة ضخمة حيث تعادل ما يزيد عن وزن مبنى الإمباير ستيت 30 مرة. ولكن من المؤكد أن هذه القوة تكون ضعيفة عند مقارنتها بقوّة الجاذبيّة التي تبذلها الشمس على كوكب الأرض، والتي تساوي 3.5×10^{22} N. (ستتناول الوحدة 12 عن الجاذبية كيفية حساب هذه القوة).



الشكل 4.5 المقادير النموذجية للقوى المختلفة.

جسيم هيغز

بحسب ما توصلت إليه دراستنا، فإن الكتلة هي خاصيّة داخلية أو مكتسبة لجسم ما. ولا تزال نقطة الأصل للكتلة تخضع لدراسة مكثفة في الفيزياء النووية وفيزياء الجسيمات. وقد لوحظ اختلاف الجسيمات الأولية المختلفة اختلافًا شديدًا من حيث الكتلة، إذ تزيد ضخامة بعضها عن بعض بآلاف المرات. لماذا؟ لا نعلم حقًا. وضع علماء فيزياء الجسيمات في السنوات الأخيرة فرضية تُسمى **جسيم هيغز** (سُميت نسبة إلى عالم الفيزياء الإسكتلندي بيتر هيغز، والذي كان أول من اقترحها)، وقد تكون المسؤولة عن نقل الكتلة إلى جميع الجسيمات الأخرى، وتتوقف كتلة النوع المعين من الجسيمات على كيفية تفاعله مع جسيم هيغز. في 4 يوليو عام 2012، أعلن التعاون المشترك المثمر لمكشاف ATLAS وCMS، في مصادم الهادرونات الكبير، في المنظمة الأوروبية للأبحاث النووية (CERN) بجنيف، سويسرا، عن اكتشاف جسيم هيغز الذي كان آخر الجسيمات غير المكتشفة التي توقعها النموذج القياسي لفيزياء الجسيمات.

4.3 محصّلة القوة

نظرًا لأ ن القوى هي متجهات، فإنه يجب إضافتها إلى المتجهات، باستخدام الطرق المذكورة في الوحدة 1. ونعرّف **محصّلة القوة** بأنها مجموع المتجهات لجميع متجهات القوة التي تؤثر في جسم ما:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \cdots + \vec{F}_n. \tag{4.5}$$

يمكننا كتابة المركّبات الديكارتية لمحصّلة القوة باتباع قواعد جمع المتجهات باستخدام المركّبات كما يلي:

$$\begin{aligned} F_{\text{net},x} &= \sum_{i=1}^{n} F_{i,x} = F_{1,x} + F_{2,x} + \cdots + F_{n,x} \\ F_{\text{net},y} &= \sum_{i=1}^{n} F_{i,y} = F_{1,y} + F_{2,y} + \cdots + F_{n,y} \\ F_{\text{net},z} &= \sum_{i=1}^{n} F_{i,z} = F_{1,z} + F_{2,z} + \cdots + F_{n,z}. \end{aligned} \tag{4.6}$$

لنرجع مرة أخرى إلى مثال الكمبيوتر المحمول الذي تمسكه في يدك لاستكشاف مفهوم محصّلة القوة.

القوّة العمودِيّة

تناولنا إلى الآن قوّة الجاذبيّة التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول. ولكن هناك قوى أخرى تؤثر فيه كذلك. فما هي؟

في الشكل 4.6، يتم تمثيل القوة التي تبذلها اليد على الكمبيوتر المحمول بالسهم الأصفر المميز بالرمز $\vec{N}$ (تذكّر أنه يُشار إلى مقدار القوّة العموديّة بالحرف المائل N، بينما يُشار إلى وحدة القوة، النيوتن، بالحرف الروماني N). لاحظ أن مقدار المتجه $\vec{N}$ في الشكل يتساوى تمامًا مع مقدار المتجه $\vec{F}_g$ وأن المتجهين يتجهان في اتجاهين متضادين، أو $\vec{N} = -\vec{F}_g$، وهذه ليست مصادفة. سنرى قريبًا أنه لا توجد محصّلة قوة لجسم ما في وضع السكون. إذا قمنا بحساب محصّلة القوة التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول، فسنلاحظ أن

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_g + \vec{N} = \vec{F}_g - \vec{F}_g = 0.$$

الشكل 4.6 تؤثر قوة الجاذبية إلى أسفل وتؤثر القوة العمودية إلى أعلى وهي القوة التي تبذلها اليد التي تحمل الكمبيوتر المحمول.

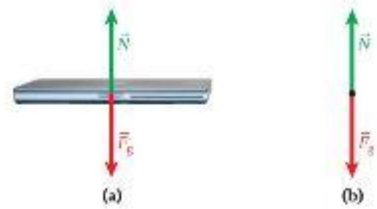
يمكننا تحديد *القوة العموديّة* $\vec{N}$ بشكل عام كقوة تلامس تعمل على السطح بين جسمين. تتجه القوّة العموديّة دائمًا بشكل متعامد على مستوى سطح التلامس. (وهذا يعني أن اسم عمودية يعني "متعامدة"). تكون القوّة العموديّة كبيرة بدرجة لا تسمح للأجسام باختراق بعضها بعضًا كما أنها لا تكون بالضرورة متساوية مع قوة الجاذبية في جميع المواقف.

بالنسبة إلى اليد التي تحمل الكمبيوتر المحمول، فإن سطح التلامس بين اليد والكمبيوتر هو السطح السفلي للكمبيوتر، والذي يكون بمحاذاة المستوى الأفقي. وينبغي أن تتجه القوة العمودية، وفقًا لتعريفها، بشكل متعامد على هذا المستوى، أو رأسيًا إلى أعلى في هذه الحالة.

وتسهل مخططات الجسم الحر مهمة تحديد محصّلة القوة على الأجسام بشكل كبير.

مخططات الجسم الحر

لقد مثلنا التأثير الكامل لمتجه القوة $\vec{N}$ على اليد أثناء إمساكها للكمبيوتر المحمول، حيث لا نحتاج إلى التفكير في تأثير الذراع أو الشخص صاحب الذراع أو بقية الأشخاص من حولنا عندما نريد التفكير في القوى التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول. يمكننا استبعاد كل ذلك من تفكيرنا، كما هو موضح في الشكل 4.7a.



الشكل 4.7 (a) قوى تؤثر في جسم حقيقي، كمبيوتر محمول (b) تجريد الجسم ليصبح جسمًا حرًا يتأثر بقوتين.

حيث تمت إزالة كل شيء ما عدا الكمبيوتر المحمول ومتجهي القوة. ومن ثمّ، فإن التمثيلات الواقعية للكمبيوتر المحمول ليست مهمة كذلك، حيث يمكن توضيحها كنقطة، كما يُظهر الشكل 4.7b. ويُسمى هذا النوع من الرسم لجسم ما، حيث نتجاهل جميع الروابط بالأشياء من حولنا ونرسم متجهات القوة التي تؤثر فيه فقط، **مخطط الجسم الحر.**

سؤال الاختبار الذاتي 4.1

ارسم مخططات الجسم الحر لكرة غولف مستقرة على قاعدة، ولسيارتك المتوقفة في الشارع، ولك وأنت تجلس على كرسي.

4.4 قوانين نيوتن

قدمت هذه الوحدة حتى الآن أنواعًا عدة من القوى من دون توفير شرح حقيقي حول كيفية عملها وكيف يمكننا التعامل معها. يكمن العامل الرئيس في التعامل مع هذه القوى في فهم قوانين نيوتن. لذا، سنُناقش هذه القوانين في هذا القسم ثم سنعرض عدة أمثلة توضح كيفية تطبيقها على المواقف العملية.

ربما كان العالم إسحاق نيوتن (1727–1642) العالم الأكثر تأثيرًا في التاريخ. ولقد اشتهر عمومًا بأنه مؤسس علم الميكانيكا الحديث، إلى جانب حساب التفاضل والتكامل (مع عالم الرياضيات الألماني غوتفريد لايبنتز). تتناول الوحدات القليلة الأولى من هذا الكتاب ميكانيكا نيوتن في الأساس. وعلى الرغم من صياغته لقوانينه الثلاثة الشهيرة في القرن السابع عشر، فإنها لا تزال أساس فهمنا للقوى. ولبدء هذه المناقشة، نسرد قوانين نيوتن الثلاثة، التي تم نشرها عام 1687.

قانون نيوتن الأول:

إذا كانت محصّلة القوة المؤثرة في جسم ما تساوي صفرًا، فسيظل الجسم في وضع السكون إذا كان في وضع السكون أساسًا. وإذا كان متحركًا، فسيظل متحركًا في خط مستقيم بالسرعة المتجهة الثابتة نفسها.

قانون نيوتن الثاني:

إذا أثرت محصّلة قوة خارجية، $\vec{F}_{\text{net}}$، في جسم كتلته m، فستتسبب القوة في عجلة، $\vec{a}$، في اتجاه القوة نفسه:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}.$$

قانون نيوتن الثالث:

القوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلان بعضهما في بعض تكونان دائمًا متساويتين تمامًا في المقدار ومتضادتين في الاتجاه:

$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}.$$

قانون نيوتن الأول

أفادت المناقشة السابقة لمحصّلة القوة أنه يُشترط أن تساوي محصّلة القوة الخارجية صفرًا ليبقى الجسم في وضع السكون. يمكننا استخدام هذه الحالة لإيجاد مقدار أي قوى غير معروفة واتجاهها في المسألة. بمعنى، إذا كنا نعرف أن ثمة جسمًا في وضع السكون ونعرف قوة وزنه، فيمكننا استخدام الحالة $\vec{F}_{\text{net}} = 0$ لإيجاد القوى الأخرى المؤثرة في الجسم. يؤدي هذا النوع من التحليل إلى ثبات مقدار القوة $\vec{N}$ الواردة في مثال الكمبيوتر المحمول واتجاهها في وضع السكون.

يمكننا استخدام طريقة التفكير هذه كمبدأ عام: إذا كان الجسم 1 يستقر على الجسم 2، فإن القوة العمودية $\vec{N}$ التي تعادل وزن الجسم تبقي الجسم 1 ثابتًا. لذلك تكون محصّلة القوة المؤثرة في الجسم 1 هي صفر. إذا كانت $\vec{N}$ أكبر من وزن الجسم، فسيحلق الجسم 1 في الهواء. إذا كانت $\vec{N}$ أصغر من وزن الجسم، فسيدخل الجسم 1 في الجسم 2.

ينص قانون نيوتن الأول على أنه ثمة حالتان محتملتان للجسم عندما لا تؤثر فيه محصّلة قوة: يقال إن الجسم الثابت في حالة **اتزان سكوني**، ويقال إن الجسم المتحرك بسرعة متجهة ثابتة في حالة **اتزان ديناميكي**.

قبل المتابعة، من الضروري أن نذكر أن المعادلة $\vec{F}_{net} = 0$ بوصفها حالة الاتزان السكوني تمثل فعليًا معادلة واحدة لكل بُعد من أبعاد الفضاء الإحداثي الذي ندرسه. ومن ثم، تكون لدينا ثلاث حالات اتزان مستقلة في الفضاء ثلاثي الأبعاد:

$$F_{net,x} = \sum_{i=1}^{n} F_{i,x} = F_{1,x} + F_{2,x} + \cdots + F_{n,x} = 0$$

$$F_{net,y} = \sum_{i=1}^{n} F_{i,y} = F_{1,y} + F_{2,y} + \cdots + F_{n,y} = 0$$

$$F_{net,z} = \sum_{i=1}^{n} F_{i,z} = F_{1,z} + F_{2,z} + \cdots + F_{n,z} = 0.$$

إلا أن قانون نيوتن الأول يتناول كذلك الحالة التي يكون فيها الجسم متحركًا بالفعل بالنسبة إلى إطار مرجعي معين. بالنسبة إلى هذه الحالة، ينص القانون على أن العجلة تكون صفرًا، شريطة أن تكون محصّلة القوة الخارجية صفرًا. وقد زعمت فكرة نيوتن المجردة أمرًا بدا حينها مناقضًا للتجارب اليومية. واليوم نتمتع بميزة مشاهدة مقاطع الفيديو والأفلام التي توضح أجسامًا طافية في مركبة فضائية وتتحرك بسرعات متجهة غير متغيرة حتى يدفعها رائد الفضاء ومن ثم يبذل قوة عليها. وتتوافق هذه التجربة البصرية تمامًا مع ادعاءات قانون نيوتن الأول، إلا أن أحدًا لم يشاهدها في زمن نيوتن.

تخيل أن ثمة سيارة نفد وقودها وتحتاج إلى أن تُدفع إلى أقرب محطة وقود في شارع أفقي. ما دمت تدفع السيارة، فستتحرك. ولكن بمجرد أن تتوقف عن دفعها، ستنخفض سرعة السيارة ثم تتوقف. يتضح أنه ما دمت تدفع السيارة، فستسير بسرعة متجهة ثابتة. ولكن بمجرد أن تتوقف عن بذل قوة عليها، ستتوقف عن الحركة. إن فكرة ضرورة وجود قوة ثابتة لتحريك جسم بسرعة ثابتة كانت وجهة نظر أرسطية، وضعها الفيلسوف اليوناني القديم أرسطو (322–384 قبل الميلاد) وطلابه. واقترح جاليليو (1642–1564) قانون القصور الذاتي وقدم نظرية تفيد بأن الأجسام المتحركة تقل سرعتها نتيجة الاحتكاك. يستند قانون نيوتن الأول إلى قانون القصور الذاتي هذا.

ماذا عن السيارة التي تقل سرعتها بمجرد توقفك عن دفعها؟ لا يمثل هذا الموقف حالة تساوي محصّلة القوة فيها صفرًا. ولكن ثمة قوة تؤثر في السيارة لتقليل سرعتها، وهي قوة الاحتكاك. نظرًا لأن قوة الاحتكاك تعمل كمحصّلة قوة غير صفرية، يتضح أن مثال السيارة التي تقل سرعتها لا يمثل قانون نيوتن الأول، بل قانون نيوتن الثاني. ستتعرف على المزيد عن قوة الاحتكاك لاحقًا في هذه الوحدة.

يُطلق أحيانًا على قانون نيوتن الأول: *قانون القصور الذاتي*. لقد عرفنا كتلة القصور الذاتي سابقًا (القسم 4.2). وأشار التعريف إلى أن القصور الذاتي هو مقاومة الجسم للتغير في حركته. وفي ما يلي نص قانون نيوتن الأول: لتغيير حركة جسم ما، نحتاج إلى التأثير بمحصلة قوة خارجية فيخ؛ إذ لن تتغير الحركة من تلقاء نفسها، سواء من حيث المقدار أو الاتجاه.

قانون نيوتن الثاني

يربط القانون الثاني بين مفهوم العجلة، التي نرمز إليها بالرمز $\vec{a}$ والقوة. وقد اعتبرنا بالفعل أن العجلة هي مشتقة الزمن للسرعة المتجهة ومشتقة الزمن الثانية للموقع. ويوضح قانون نيوتن الثاني أسباب العجلة.

قانون نيوتن الثاني:

إذا أثرت محصّلة قوة خارجية $\vec{F}_{net}$ في جسم كتلته m، فسينتج عن القوة عجلة، $\vec{a}$ في اتجاه القوة نفسه:

$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}, \qquad (4.7)$$

هذه الصيغة $F = ma$، هي ثاني أشهر معادلة في تاريخ الفيزياء. (وسنتناول المعادلة الأشهر $E = mc^2$ لاحقًا في هذا الكتاب). توضّح المعادلة 4.7 أن مقدار عجلة الجسم يتناسب مع مقدار محصّلة القوة الخارجية التي تؤثر فيه. كما تدل على أنه بالنسبة إلى قوة خارجية محددة، يتناسب مقدار العجلة عكسيًا مع كتلة الجسم. ومع تساوي جميع العوامل، يكون تسارع الأجسام ذات الكتلة الأكبر أصعب من تسارع الأجسام ذات الكتلة الأقل.

ولكن، تدلنا المعادلة 4.7 على المزيد، نظرًا لأنها معادلة متجهة. وتفيد بأن متجه العجلة الذي يتأثر به الجسم الذي تساوي كتلته m يكون في اتجاه متجه محصّلة القوة الخارجية نفسه الذي يؤثر في الجسم لإحداث هذه العجلة. ونظرًا لأنها معادلة متجهة، يمكننا كتابة معادلات مركّبات الحيز الثلاثة مباشرة:

$$F_{\text{net},x} = ma_x, \quad F_{\text{net},y} = ma_y, \quad F_{\text{net},z} = ma_z.$$

تعني هذه النتيجة أن $F = ma$ تسري بشكل مستقل على كل مركّبة من مُركّبات متجهي القوة والعجلة.

قانون نيوتن الثالث

إذا سبق لك وركبت لوح تزلج، فمن المؤكد أنك لاحظت ما يلي: إذا كنت تقف في وضع السكون على لوح التزلج، ثم وقفت بإحدى قدميك فوق مقدمة اللوح أو مؤخرته، فسيرتفع لوح التزلج في الاتجاه المعاكس. أثناء الوقوف بقدمك عليه، يبذل لوح التزلج قوة على قدمك، وتبذل قدمك قوة على لوح التزلج. يبدو أن هذه التجربة توحي بأن هاتين القوتين تسيران في اتجاهين متضادين، كما تقدم مثالًا واحدًا على حقيقة عامة، منصوص عليها في قانون نيوتن الثالث.

قانون نيوتن الثالث:

القوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلان بعضهما في بعض تكونان دائمًا متساويتين تمامًا في المقدار ومتضادتين في الاتجاه:

$$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}. \tag{4.8}$$

لاحظ أن هاتين القوتين لا تؤثران في الجسم نفسه لكنهما القوتان اللتان يؤثر بهما الجسمان في بعضهما.

ويبدو أن قانون نيوتن الثالث يقدم تناقضًا. على سبيل المثال، إذا كان ثمة حصان يسحب عربة إلى الأمام بالقوة نفسها التي تسحب بها العربة الحصان إلى الخلف، فكيف يتحرك الحصان والعربة إلى أي مكان؟ تكمن الإجابة في أن هاتين القوتين تؤثران في جسمين مختلفين في النظام. فالعربة تتعرض للسحب من الحصان وتتحرك إلى الأمام. والحصان يشعر بسحب من العربة ويضغط على الأرض بقدميه بما يكفي للتغلب على هذه القوة والتحرك إلى الأمام. إن مخطط الجسم الحر لجسم ما لا يوضح إلا أحد زوجي قوتي الفعل ورد الفعل.

لقد جاء قانون نيوتن الثالث نتيجة للمطلب الذي يفيد بأن القوى الداخلية – أي القوى التي تعمل بين مركّبات مختلفة للنظام نفسه – يجب أن تزيد عن الصفر؛ وإلا فسيساهم مجموعها في وجود محصّلة قوة خارجية وتنتج عنها عجلة، وفقًا لقانون نيوتن الثاني. لا يمكن لجسم أو مجموعة من الأجسام التسارع ذاتيًا من دون التفاعل مع أجسام خارجية. ويتضح من قانون نيوتن الثالث أن قصة البارون مونشهاوزن، الذي زعم أنه جذب نفسه من مستنقع بمجرد جذب نفسه من شعره بشدة، كانت من وحي الخيال.

سننظر في بعض أمثلة استخدام قوانين نيوتن لحل المسائل، وذلك بعد أن نتناول الطريقة التي تنقل بها الحبال والبكرات القوى. تنطوي الكثير من المسائل التي تتضمن قوانين نيوتن على قوى تمارس على حبل (أو خيط) ، غالبًا ما يكون ملفوفًا حول بكرة.

4.5 الحبال والبكرات

تُستخدم المسائل التي تتضمن حبالًا وبكرات بصورة شائعة جدًا. وفي هذه الوحدة، سنتناول الحبال والبكرات عديمة الكتلة (المثالية) فقط. كلما تضمنت المسألة حبلًا، كان اتجاه القوة الناتجة عن سحب الحبل في اتجاه الحبل نفسه. تنتقل القوة التي نسحب بها الحبل عديم الكتلة عبر الحبل بأكمله من دون أن تتغير. ويُشار إلى مقدار هذه القوة بمصطلح *الشد* في الحبل. يمكن لكل حبل أن يتحمل حدًا أقصى معينًا من القوة، ولكن حتى الآن سنفترض أن جميع القوى المؤثرة أقل من هذا الحد. لا يمكن للحبال دعم قوة *الانضغاط*.

الشكل 4.8 حبل يمر على بكرة متصل بها أجهزة قياس قوة، توضح أن مقدار القوة ثابت في كل أجزاء الحبل.

إذا كان ثمة حبل موجهًا على بكرة، فإن اتجاه القوة يتغير ، ولكن مقدار القوة يظل ثابتًا في كل أجزاء الحبل. في الشكل 4.8، تم ربط الطرف الأيمن من الحبل الأخضر وقام أحد الأشخاص بالسحب من الطرف الآخر بقوة معينة، **11.5 N**، حسبما تشير إليه أجهزة قياس القوة المدرجة. كما نرى بوضوح، مقدار القوة على جانبي البكرة متساوٍ. (إن وزن أجهزة قياس القوة يمثل مشكلة فعلية بسيطة، ولكننا استخدمنا قوة سحب كافية آمنة إلى حد معقول لتجاهل هذا التأثير).

مثال 4.1 شد الحبل المعدَّل

في مسابقة شد الحبل، ثمة فريقان يحاول كل فريق سحب الآخر نحو خط. إذا لم يتحرك أي من الفريقين، فهذا يعني أن الفريقين يبذلان قوتين متساويتين وفي اتجاهين متضادين على الحبل. وهذه نتيجة مباشرة لقانون نيوتن الثالث. بمعنى، إذا سحب فريق الحبل بقوة مقدارها F، فسيتعين على الفريق الآخر سحب الحبل بمقدار القوة نفسه ولكن في الاتجاه المعاكس.

أطفال يلعبون شد الحبل.

المسألة

لنفكر الآن في موقف يتضمن ثلاثة حبال مربوطة معًا عند نقطة واحدة، ويسحب كل فريق أحد الحبال الثلاثة. لنفترض أن الفريق 1 يسحب تجاه الغرب بقوة تساوي **2750 N** والفريق 2 يسحب تجاه الشمال بقوة تساوي **3630 N**. فهل يمكن لفريق ثالث السحب بطريقة تجعل مسابقة شد الحبل بين الفرق الثلاثة تنتهي في وضع السكون، بمعنى لا يتمكن أي فريق من تحريك الحبل؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فما مقدار القوة اللازمة لتحقيق هذا الأمر واتجاهها؟

الحل

الإجابة عن السؤال الأول هي نعم، بغض النظر عن مقدار القوة التي يسحب بها الفريقان 1 و2 واتجاهها. يرجع ذلك إلى أن القوتين ستكونان دائمًا قوة مجمعة، وكل ما يتعين على الفريق 3 هو السحب بقوة مساوية للقوة المجمعة وفي اتجاه معاكس لها. ومن ثمّ، سيكون مجموع القوى الثلاث صفرًا. ووفقًا لقانون نيوتن الأول، حقق النظام بذلك اتزانًا سكونيًا. لن يتسارع أي شيء، لذا إذا بدأت الحبال من وضع السكون، فلن يتحرك أي شيء.

يمثل الشكل 4.9 هذه الحالة الفيزيائية. إن جمع متجهات القوتين المبذولتين من الفريقين 1 و2 بسيط، لأن القوتين متعامدتان على بعضهما. نختار نظام إحداثيات تقليديًا تكون نقطة الأصل فيه هي نقطة التقاء جميع الحبال، ونتجه شمالًا لنكون في اتجاه y الموجب وغربًا لنكون في اتجاه x السالب. لذا، فإن متجه القوة للفريق 1، $\vec{F}_1$ يشير إلى اتجاه x السالب ويشير متجه القوة للفريق 2، $\vec{F}_2$ إلى اتجاه y الموجب. يمكننا الآن كتابة متجهي القوتين وجمعهما على النحو التالي:

$$\vec{F}_1 = -(2750\ \text{N})\hat{x}$$

$$\vec{F}_2 = (3630\ \text{N})\hat{y}$$

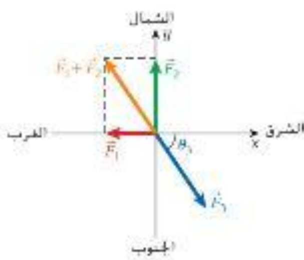
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -(2750\ \text{N})\hat{x} + (3630\ \text{N})\hat{y}.$$

ومما زاد من سهولة عملية الجمع أن القوتين كانتا تتجهان على طول محاور إحداثية مختارة. ومع ذلك، يمكن جمع حالات أعم لقوتين من حيث مركّباتهما. ونظرًا لأن مجموع جميع القوى الثلاث يجب أن يساوي صفرًا لتحقيق حالة السكون، نوجد القوة التي يجب على الفريق الثالث بذلها:

$$0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

$$= (2750\ \text{N})\hat{x} - (3630\ \text{N})\hat{y}.$$



الشكل 4.9 جمع متجهات القوة في شد الحبل بين ثلاثة فرق.

يوضح الشكل 4.9 متجه القوة هذا أيضًا. بعد أن حصلنا على المركّبات الديكارتية لمتجه القوة التي كنا نبحث عنها، يمكننا الآن إيجاد المقدار والاتجاه باستخدام حساب المثلثات:

$$F_3 = \sqrt{F_{3,x}^2 + F_{3,y}^2} = \sqrt{(2750\ \text{N})^2 + (-3630\ \text{N})^2} = 4554\ \text{N}$$

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{F_{3,y}}{F_{3,x}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-3630\ \text{N}}{2750\ \text{N}}\right) = -52.9°.$$

تكمل هذه النتائج إجابتنا.

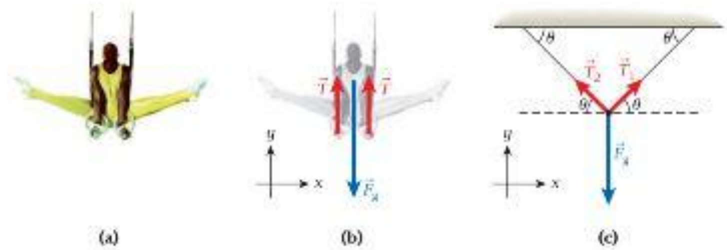
ونظرًا لأن هذا النوع من المسائل يتكرر، فسوف نتدرب على مثال آخر.

مثال 4.2 الحلقات الثابتة

لاعب جمباز كتلته 55 kg يتدلى رأسيًا من زوجين من الحلقات المتوازية (الشكل 4.10a).

المسألة 1

إذا كانت الحبال الداعمة للحلقات رأسية ومتصلة بالسقف الذي يعلوها مباشرة، فما مقدار الشد في كل حبل؟



الشكل 4.10 (a) حلقات ثابتة في جمباز الرجال. (b) مخطط الجسم الحر للمسألة 1. (c) مخطط الجسم الحر للمسألة 2.

الحل 1

في هذا المثال، نحدد الاتجاه x بأنه الأفقي والاتجاه y بأنه الرأسي. يوضح الشكل 4.10b مخطط الجسم الحر. وحاليًا، لا توجد قوى في الاتجاه x. بينما في اتجاه y، لدينا $\sum_i F_{y,i} = T_1 + T_2 - mg = 0$. نظرًا لأن كلا الحبلين يدعم لاعب الجمباز بالتساوي، فإن مقدار الشد يجب أن يكون متساويًا في الحبلين، $T_1 = T_2 = T$، وتكون النتيجة

$$T + T - mg = 0$$
$$\Rightarrow T = \tfrac{1}{2}mg = \tfrac{1}{2}(55\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2) = 270\ \text{N}.$$

المسألة 2

إذا كان الحبلان متصلين بحيث يشكلان زاوية $\theta = 45°$ مع السقف، (الشكل 4.10c)، فما الشد في كل حبل؟

الحل 2

في هذا الجزء، تؤثر القوى في الاتجاهين x وy. سنتعامل وفقًا لزاوية عامة ثم نعوض بالزاوية المحددة، $\theta = 45°$، في النهاية.

في الاتجاه x، في حالة الاتزان يكون:

$$\sum_i F_{x,i} = T_1 \cos\theta - T_2 \cos\theta = 0.$$

في الاتجاه y، في حالة الاتزان يكون:

$$\sum_i F_{y,i} = T_1 \sin\theta + T_2 \sin\theta - mg = 0.$$

من معادلة الاتجاه x، نحصل مجددًا على $T_1 = T_2 = T$. ومن معادلة الاتجاه y، نحصل على:

$$2T\sin\theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{2\sin\theta}.$$

عند التعويض بالأرقام، نحصل على مقدار الشد في كل حبل:

$$T = \frac{(55\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)}{2\sin 45°} = 382\ \text{N}.$$

المسألة 3

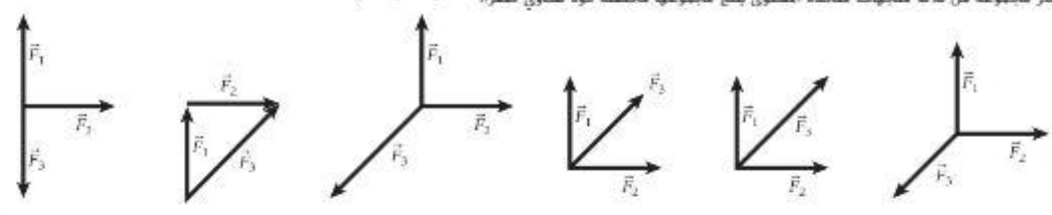
كيف يتغير الشد في الحبلين عندما تصبح الزاوية θ بين السقف والحبلين أصغر فأصغر؟

الحل 3

عندما تصبح الزاوية θ بين السقف والحبلين أصغر، يصبح مقدار الشد بين الحبلين، $T = mg/2\sin\theta$، أكبر. عندما تقترب قيمة θ من الصفر، يصبح الشد أكبر بصورة غير محدودة. في الواقع، لا يمتلك لاعب الجمباز إلا قوة محدودة بالطبع ولا يمكنه الثبات في وضعه بزوايا صغيرة.

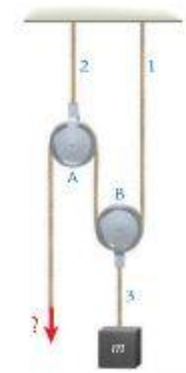
مراجعة المفاهيم 4.2

اختر مجموعة من ثلاثة متجهات متحدة المستوى ينتج مجموعها محصّلة قوة تساوي صفرًا، $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$



(a) (b) (c) (d) (e) (f)

مضاعف القوة



الشكل 4.11 حبل يمر على بكرتين.

يمكن أن تتحد الحبال والبكرات معًا لرفع الأجسام الثقيلة للغاية بحيث لا يمكن رفعها بطرق أخرى. لمعرفة كيفية القيام بهذا، انظر الشكل 4.11. يتألف النظام المبين من الحبل 1 المربوط بالسقف (أعلى اليمين) ثم توجيهه عبر البكرتين A وB. البكرة A مربوطة هي الأخرى بالسقف بالحبل 2. البكرة B حرة الحركة رأسيًا ومتصلة بالحبل 3. يتدلى الجسم الذي كتلته m، المطلوب رفعه، من الطرف الآخر للحبل 3. يفرض أن البكرتين لهما كتلة يمكن إهمالها ويمكن للحبل 1 التحرك عبر البكرتين من دون احتكاك.

ما القوة التي نحتاج إلى بذلها على الطرف الحر من الحبل 1 للحفاظ على النظام في وضع اتزان سكوني؟ سننطلق على قوة الشد في الحبل 1، $\vec{T}_1$ وفي الحبل 2، $\vec{T}_2$ وفي الحبل 3، $\vec{T}_3$ وتكمن الفكرة الرئيسة في أن مقدار قوة الشد يكون متساويًا في جميع أجزاء الحبل.

يوضح الشكل 4.12 مجددًا النظام الموضح في الشكل 4.11، ولكن هذه المرة بخطوط متقطعة ومناطق مظللة، تشير إلى مخططات الجسم الحر للبكرتين والجسم الذي تساوي كتلته m. نبدأ بالكتلة m. لتحقيق حالة أن محصّلة القوة تساوي صفرًا، نحتاج أن يكون

$$\vec{T}_3 + \vec{F}_g = 0$$

أو

$$F_g = mg = T_3.$$

من مخطط الجسم الحر للبكرة B، نرى أن قوة الشد المبذولة من الحبل 1 تؤثر في جانبي البكرة B. يجب أن يعادل هذا الشد مقدار الشد المبذول من الحبل 3، وتكون النتيجة

$$2T_1 = T_3.$$

وعند جمع آخر معادلتين، نرى أن

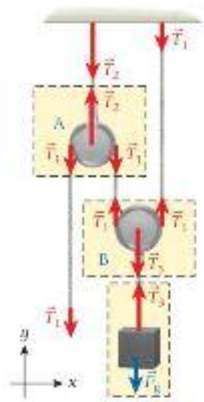
$$T_1 = \tfrac{1}{2}mg.$$

تعني هذه النتيجة أن القوة التي نحتاج إلى تطبيقها لتعليق جسم كتلته m بهذه الطريقة تساوي فقط نصف مقدار القوة التي يتعين علينا استخدامها لرفعه بواسطة حبل، من دون بكرات. هذا التغير في القوى هو سبب تسمية البكرة *مضاعف القوة*.

يمكن تحقيق مضاعفة أكبر للقوة إذا مر الحبل 1 بإجمالي n من المرات عبر البكرتين أنفسهما. في هذه الحالة، تكون القوة اللازمة لتعليق جسم كتلته m هي

$$T = \frac{1}{2n}mg. \tag{4.9}$$

يوضح الشكل 4.13 حالة البكرة السفلية في الشكل 4.12 حيث $n = 3$. ينتج عن هذا الترتيب $2n = 6$ أسهم قوة بمقدار T تشير إلى أعلى قادرة على موازنة القوة المتجهة إلى أسفل بمقدار $6T$، على النحو الذي توضحه المعادلة 4.9.



الشكل 4.12 مخططات الجسم الحر للبكرتين والكتلة التي سترفع.

مراجعة المفاهيم 4.3

باستخدام زوج من البكرات ذي حلقتين، يمكننا رفع وزن قدره 440 N. إذا أضفنا حلقتين إلى البكرة، وباستخدام القوة نفسها، فسيمكننا رفع

a) نصف الوزن.

b) ضعف الوزن.

c) ربع الوزن.

d) أربعة أضعاف الوزن.

e) الوزن نفسه.

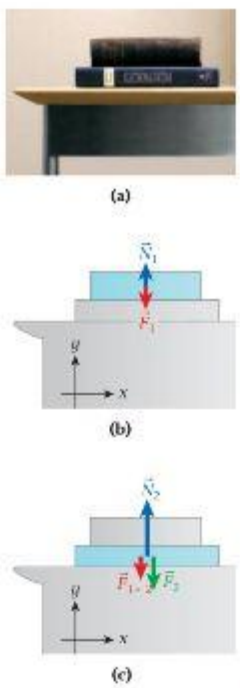
الشكل 4.13 بكرة بثلاث حلقات.

4.6 تطبيق قوانين نيوتن

لنر الآن كيف تتيح لنا قوانين نيوتن حل أنواع مختلفة من المسائل التي تتضمن القوة والكتلة والعجلة. سنستخدم مخططات الجسم الحر عدة مرات وسنفترض أن الحبال والبكرات عديمة الكتلة. كما سنتجاهل الاحتكاك في الوقت الحالي لكننا سندرسه في القسم 4.7.

مثال 4.3 كتابان على طاولة

لقد درسنا حالة بسيطة لجسم واحد (الكمبيوتر المحمول) مدعوم من الأسفل ومحمول براحة اليد. سننتظر الآن إلى جسمين في وضع السكون، كتابين على طاولة (الشكل 4.14a).



الشكل 4.14 (a) كتابان على سطح طاولة. (b) مخطط الجسم الحر للكتاب 1. (c) مخطط الجسم الحر للكتاب 2.

المسألة

ما مقدار القوة التي تبذلها الطاولة على الكتاب السفلي؟

الحل

نبدأ بعمل مخطط الجسم الحر للكتاب العلوي، الكتاب 1 (الشكل 4.14b). هذه الحالة مماثلة لحالة الكمبيوتر المحمول المثبت باليد. يُشار إلى القوة الناتجة عن جاذبية الأرض التي تؤثر في الكتاب العلوي بالرمز $\vec{F}_1$ ومقدارها m_1g، حيث تمثل m_1 كتلة الكتاب العلوي، وتتجه إلى أسفل مباشرة. وبذلك يكون مقدار القوة العمودية، $\vec{N}_1$ التي يبذلها الكتاب السفلي على الكتاب العلوي من أسفل $N_1 = F_1 = m_1g$، من حالة محصلة القوة الصفرية على الكتاب العلوي (قانون نيوتن الأول). تتجه القوة $\vec{N}_1$ إلى أعلى مباشرة، كما هو موضح في مخطط الجسم الحر، $\vec{N}_1 = -\vec{F}_1$.

يتيح لنا قانون نيوتن الثالث حساب القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي. هذه القوة مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة التي يبذلها الكتاب السفلي على الكتاب العلوي:

$$\vec{F}_{1\to2} = -\vec{N}_1 = -(-\vec{F}_1) = \vec{F}_1.$$

تشير هذه العلاقة إلى أن القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي مساوية تمامًا لقوة الجاذبية التي تؤثر في الكتاب العلوي – أي، وزنه. قد تجد أن هذه النتيجة غير مهمة في هذا الوقت، لكن تطبيق هذا المبدأ العام يتيح لنا تحليل الحالات المعقدة وإجراء عمليات حسابية لها.

فكّر الآن في مخطط الجسم الحر للكتاب السفلي، الكتاب 2 (الشكل 4.14c). يتيح لنا مخطط الجسم الحر هذا حساب القوة العمودية التي تبذلها الطاولة على الكتاب السفلي. ثم نجمع كل القوى المؤثرة في هذا الكتاب كما يلي:

$$\vec{F}_{1\to2} + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 = -(\vec{F}_{1\to2} + \vec{F}_2) = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2).$$

يشير $\vec{N}_2$ إلى القوة العمودية التي تبذلها الطاولة على الكتاب السفلي، ويشير $\vec{F}_{1\to2}$ إلى القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي و$\vec{F}_2$ إلى قوة الجاذبية المبذولة على الكتاب السفلي. وفي الخطوة الأخيرة، استخدمنا النتيجة التي حصلنا عليها من مخطط الجسم الحر للكتاب 1. وتشير هذه النتيجة إلى أن القوة التي تبذلها الطاولة على الكتاب السفلي مساوية تمامًا لمجموع وزني الكتابين في المقدار ومضادة لهما في الاتجاه.

يتيح لنا استخدام قانون نيوتن الثاني إجراء مجموعة كبيرة من العمليات الحسابية التي تتضمن الحركة والعجلة. المسألة التالية مثال نموذجي: فكّر في جسم كتلته m يوجد على متن طائرة تميل بزاوية θ على المستوى الأفقي. وبافتراض عدم وجود قوة احتكاك بين الطائرة والجسم. ماذا يقول قانون نيوتن الثاني عن هذا الموقف؟

مسألة محلولة 4.1 التزلج

المسألة

ينزلق متزلج (كتلته 72.9 kg، وارتفاعه 1.79 m) على منحدر بزاوية قدرها 22° بالنسبة إلى المستوى الأفقي (الشكل 4.15a). إذا كان بإمكاننا تجاهل الاحتكاك، فما عجلته؟

الحل

فكّر تقتصر الحركة على الحركة على طول المنحدر (أو المستوى المائل) لأن المتزلج لا يمكنه أن يغوص في الثلج، ولا يمكنه الارتفاع عن سطحه. (إلا إذا قفز). ويتضح دائمًا بالبدء بمخطط الجسم الحر. يوضح الشكل 4.15b متجهات القوة للجاذبية، $\vec{F}_g$ والقوة العمودية، $\vec{N}$. لاحظ أن متجه القوة العمودية يتجه عموديًا على سطح التلامس، وفقًا لمتطلبات تعريف القوة العمودية. ولاحظ أيضًا أن القوة العمودية وقوة الجاذبية لا تتجهان في اتجاهين متضادين تمامًا ومن ثمّ لا يلغي كلٌ منهما تأثير الآخر بالكامل.

ارسم سنختار الآن نظامًا إحداثيًا مناسبًا. كما هو موضح في الشكل 4.15c. نختار نظامًا إحداثيًا بحيث يكون المحور x على طول اتجاه السطح المائل. ويؤكد هذا الاختيار أن العجلة في اتجاه x فقط. ويتيح اختيار هذا النظام الإحداثي ميزة أخرى وهي أن القوة العمودية تتجه في الاتجاه y بالضبط. ولتوفير هذه الظروف المناسبة لا يتجه متجه قوة الجاذبية على طول أحد المحاور الأساسية في نظامنا الإحداثي لكنه يتضمن المركّبتين x وy. وتشير الأسهم الحمراء في الشكل إلى مركّبات متجه قوة الجاذبية. لاحظ أن زاوية ميل السطح، θ، تظهر أيضًا في المستطيل المكون من مُركّبتي متجه قوة الجاذبية الذي يمثله الخط المائل بهذا المستطيل. يمكنك معرفة هذه العلاقة بدراسة المثلثين المتماثلين المكونين من الأضلاع abc وABC في الشكل 4.15d. بما أن a عمودي على C وc عمودي على A، إذًا الزاوية بين a وc مطابقة للزاوية بين A وC.

ابحث تم إيجاد المركّبتين x وy لمتجه قوة الجاذبية من حساب المثلثات:

$$F_{g,x} = F_g \sin\theta = mg\sin\theta$$

$$F_{g,y} = -F_g \cos\theta = -mg\cos\theta.$$

بسّط نجري الحساب الآن بطريقة مباشرة، عن طريق فصل العمليات الحسابية حسب المركّبات.

أولًا، لا توجد حركة في الاتجاه y، وهذا يعني أن حاصل جمع كل مركّبات القوة الخارجية في الاتجاه y يساوي صفرًا، طبقًا لقانون نيوتن الأول:

$$F_{g,y} + N = 0 \rightarrow$$

$$-mg\cos\theta + N = 0 \Rightarrow$$

$$N = mg\cos\theta.$$

من تحليلنا للحركة في الاتجاه y حصلنا على مقدار القوة العمودية، الذي يوازن مركّبة وزن المتزلج العمودي على المنحدر. هذه النتيجة نموذجية. وفي الغالب توازن القوة العمودية محصّلة القوة المتعامدة على سطح التلامس التي تضم كل القوى الأخرى. وبذلك، لا تغوص الأجسام في الأسطح ولا ترتفع عنها.

تأتي المعلومات التي نهتم بها من دراسة الاتجاه x. وفي هذا الاتجاه، توجد مركّبة قوة واحدة فقط، وهي المركّبة x لقوة الجاذبية. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني، نحصل على

$$F_{g,x} = mg\sin\theta = ma_x \Rightarrow$$

$$a_x = g\sin\theta.$$

إذًا، لدينا الآن متجه العجلة في النظام الإحداثي المحدد:

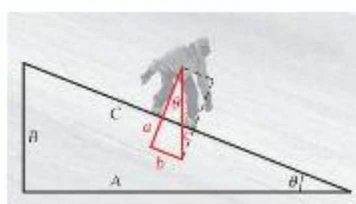
$$\vec{a} = (g\sin\theta)\hat{x}.$$

لاحظ أن الكتلة، m، غير موجودة في إجابتنا. لا تعتمد العجلة على كتلة المتزلج؛ ولكنها تعتمد فقط على زاوية ميل السطح. نستنتج من ذلك أن كتلة المتزلج المعطاة في بيان المسألة تتحول إلى قيمة عديمة الأهمية مثل ارتفاعه.

(a)

(b)

(c)



(d)

الشكل 4.15 (a) التزلج على الجليد كمثال على الحركة على مستوى مائل. (b) مخطط الجسم الحر لمتزلج على المستوى المائل. (c) مخطط الجسم الحر لمتزلج ، مع إضافة نظام إحداثي. (d) المثلثات المتشابهة في مسألة المستوى المائل.

احسب بإدخال القيمة المعطاة للزاوية ينتج

$$a_x = (9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 22°) = 3.67489 \text{ m/s}^2.$$

قرّب بما أن زاوية الانحدار كانت مقربة إلى أقرب رقمين، فلا داعي إلى تقريب إجابتنا للحصول على دقة أكبر. الإجابة النهائية هي

$$a_x = 3.7 \text{ m/s}^2.$$

تحقق ثانيةً تشتمل إجابتنا على وحدة العجلة، m/s^2. لقد حصلنا على رقم موجب، وهذا يعني وجود عجلة موجبة في اتجاه أسفل المنحدر في النظام الإحداثي الذي اخترناه. كما أن الرقم مقبول لأنه أقل من 9.81. وهذا يعني أن العجلة التي حسبناها أقل من عجلة السقوط الحر. في الخطوة الأخيرة، سنتحقق من اتساق إجابتنا $a_x = g \sin\theta$، في حالات محددة. إذا كانت $\theta \rightarrow 0°$، فإن جيب الزاوية يقترب أيضًا من صفر، وتختفي العجلة. هذه الإجابة متسقة لأننا نتوقع عدم وجود عجلة للمتزلج إذا استقر على سطح أفقي. وإذا كانت $\theta \rightarrow 90°$، يقترب جيب الزاوية من 1، والعجلة هي العجلة الناتجة عن الجاذبية، كما نتوقع أيضًا. في الحالة المحددة هذه، سيكون المتزلج في حالة سقوط حر.

تعتبر مسائل السطح المائل، مثل المسألة التي قمنا بحلها الآن، شائعة للغاية وتساعد في التدرب على تحليل مركّبات القوة. وهناك نوع آخر شائع من المسائل يتضمن إعادة توجيه القوى باستخدام البكرات والحبال. وتوضح المسألة المحلولة التالية كيفية الحل بأسلوب بسيط.

مسألة محلولة 4.2 قالبان متصلان بحبل

في هذه المسألة التقليدية، تتسبب كتلة معلقة في تسارع كتلة ثانية ثابتة على سطح أفقي (الشكل 4.16a). يستقر القالب 1، الذي تساوي كتلته $m_1 = 3.00$ kg، على سطح أفقي عديم الاحتكاك وهو مربوط بحبل عديم الكتلة (ولتبسيط الأمر، يتجه إلى الاتجاه الأفقي) يمر على بكرة عديمة الكتلة ليتصل بالقالب 2 الذي تساوي كتلته $m_2 = 1.30$ kg.

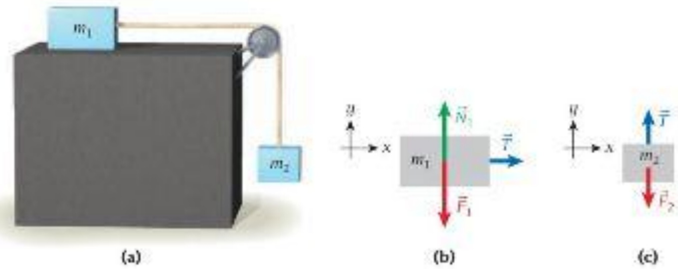
المسألة

ما عجلة القالب 1 والقالب 2؟

الحل

فكّر من الشكل، يتضح أن القالب 1 يستطيع أن يتحرك أفقيًا فقط وأن القالب 2 يستطيع أن يتحرك رأسيًا فقط. وبما أن القالبين متصلان بحبل، فإنهما يبذلان قوة على بعضهما عن طريق الشد في الحبل. من قانون نيوتن الثالث نستنتج أن مقدار الشد الذي يؤثر في كل من القالبين متساو. وبافتراض أن تمدد الحبل لا يُذكر، فهذا يعني أن أي إزاحة للقالب 1 تؤدي إلى إزاحة بالمقدار نفسه للقالب 2. وهذا يعني أيضًا أن سرعة القالبين واحدة في أي وقت وبذلك يكون مقدار عجلتهما واحدًا، a. وفي النهاية، سنفكر في إشارة العجلة: إذا تحرك القالب 1 جهة اليمين، فسيتحرك القالب 2 لأسفل. ومن المهم ملاحظة هذه النتيجة، لأن أخطاء الإشارة قد تتسلل إلى عملياتنا الحسابية.

ارسم مرة أخرى، نبدأ برسم مخطط الجسم الحر لكل جسم. بالنسبة إلى القالب 1، يظهر مخطط الجسم



الشكل 4.16 (a) القالب 2 معلق رأسيًا بحبل يمر على بكرة ومتصل بالقالب 1، ومستقر على سطح أفقي عديم الاحتكاك. (b) مخطط الجسم الحر للقالب 1. (c) مخطط الجسم الحر للقالب 2.

– يتبع

الحر في الشكل 4.16b. ويتجه متجه قوة الجاذبية، F_1، إلى أسفل مباشرة. تؤثر قوة الشد في الحبل، $\vec{T}$ على طول اتجاه الحبل وبذلك يكون تأثيرها في الاتجاه الأفقي، الذي اخترناه باعتباره اتجاه x. توجد القوة العمودية، $\vec{N}_1$ التي تؤثر في القالب 1 في وضع عمودي على سطح التلامس بين القالب والسطح الداعم. وبما أن السطح أفقي، فإن $\vec{N}_1$ تؤثر في الاتجاه الرأسي. يوضح الشكل 4.16c مخطط الجسم الحر للقالب 2. تؤثر قوة الشد، $\vec{T}$ في الاتجاه إلى الأعلى، ويتجه متجه قوة الجاذبية، $\vec{F}_2$، الذي يؤثر في هذا القالب إلى الأسفل مباشرة، مثل $\vec{F}_1$.

ابحث لنبدأ بالقوى التي تؤثر في القالب 1 ونكتب المعادلات (بناءً على قانون نيوتن الثاني) للمركّبتين x وy:

$$T = m_1 a$$

$$N_1 - m_1 g = 0.$$

توضح المعادلة الثانية أن القوة العمودية التي تؤثر في القالب 1 مساوية لوزن القالب 1. ولكن، المعادلة الأولى تحتوي على العجلة، a، التي نريد إيجادها. وكل ما علينا فعله الآن هو إيجاد الشد، T.

يتيح لنا مخطط الجسم الحر للقالب 2 كتابة معادلة أخرى. في الاتجاه الأفقي، لا توجد أي قوى تؤثر فيه، ولكن في الاتجاه الرأسي، طبقًا لقانون نيوتن الثاني، لدينا

$$T - m_2 g = - m_2 a .$$

لاحظ إشارة السالب في الجانب الأيمن! وبما أن القالب 1 يتسارع في اتجاه x الموجب (ناحية اليمين)، يتسارع القالب 2 في اتجاه y السالب (إلى أسفل).

بسّط نعوّض بالمعادلة $T = m_1 a$ في المعادلة $T - m_2 g = - m_2 a$ ونجد أن

$$T - m_2 g = m_1 a - m_2 g = - m_2 a \Rightarrow m_1 a + m_2 a = m_2 g \Rightarrow$$

$$a = g \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

احسب ما علينا الآن سوى إدخال قيمتي الكتلتين:

$$a = (9.81 \text{ m/s}^2) \frac{1.30 \text{ kg}}{3.00 \text{ kg} + 1.30 \text{ kg}} = 2.96581 \text{ m/s}^2$$

قرّب بما أن عجلة الجاذبية كانت مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية فقط وتم تحديد الكتلتين بالدقة نفسها، إذًا نقرب نتيجتنا إلى $a = 2.97 \text{ m/s}^2$.

تحقق ثانية تبدو هذه النتيجة معقولة: في النهاية عندما تكون m_1 كبيرة جدًا مقارنة بقيمة m_2، قد لا تكون هناك أي عجلة تقريبًا، بينما إذا كانت m_1 صغيرة جدًا مقارنة بقيمة m_2، فإن m_2 ستتسارع بالعجلة الكاملة تقريبًا نتيجة للجاذبية، كما لو كانت m_1 غير موجودة.

وفي النهاية، يمكننا حساب مقدار الشد عن طريق استخدام نتيجة العجلة التي توصلنا إليها للتعويض بها في إحدى المعادلتين اللتين حصلنا عليهما باستخدام قانون نيوتن الثاني:

$$T = m_1 a = g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

في المسألة المحلولة 4.2، يتضح الاتجاه الذي ستحدث فيه العجلة. وفي الحالات الأكثر تعقيدًا، قد لا يكون الاتجاه الذي تبدأ فيه الأجسام في التسارع واضحًا من البداية. وما عليك سوى تحديد اتجاه بأنه موجب ثم استخدام هذ الافتراض بشكل متسق خلال عملياتك الحسابية. إذا وجدت أن قيمة العجلة التي حصلت عليها في النهاية سالبة، فإن هذه النتيجة تعني أن الأجسام تتسارع في الاتجاه المضاد للاتجاه الذي افترضته في البداية. وستظل القيمة المحسوبة صحيحة. يوضح المثال 4.4 هذا الموقف.

مثال 4.4 آلة آتوود

تتكون آلة آتوود من ثقلين معلقين (كتلتهما m_1 وm_2) يربطهما حبل يمر على بكرة. سندرس الآن حالة عدم الاحتكاك، حيث لا تتحرك البكرة، وينزلق الحبل فوقها. (في الوحدة 10 التي تتناول الدوران، سنعود إلى هذه المسألة ونحلها مع وجود الاحتكاك، الذي يتسبب في دوران البكرة). كما نفترض

أن $m_1 > m_2$. في هذه الحالة، تظهر العجلة كما في الشكل 4.17a. (الصيغة المذكورة في ما يلي صحيحة لأي حالة. إذا كانت $m_1 < m_2$ ، فسوف تتضمن قيمة العجلة، a ، إشارة سالبة، وهذا يعني أن اتجاه العجلة مضاد للاتجاه الذي افترضناه في حل المسألة).

نبدأ برسم مخططات الجسم الحر لكل من m_1 وm_2، كما هو مبيّن في الشكل 4.17b والشكل 4.17c. في كلا مخططي الجسم الحر، نختار توجيه المحور y الموجب إلى الأعلى، ويوضح المخططان اختيارنا لاتجاه العجلة. يبذل الحبل قوة شد T، بمقدار لم يُحدد بعد، إلى أعلى على كل من m_1 وm_2. ونتيجة لاختيارنا للنظام الإحداثي واتجاه العجلة، تكون عجلة m_1 المتجهة إلى أسفل عجلة في اتجاه سالب. يؤدي ذلك إلى معادلة يمكن حلها للحصول على T:

$$T - m_1 g = - m_1 a \Rightarrow T = m_1 g - m_1 a = m_1 (g - a).$$

من مخطط الجسم الحر للكتلة m_2 وافتراض أن عجلة m_2 المتجهة إلى الأعلى تمثل عجلة في اتجاه موجب، نحصل على

$$T - m_2 g = m_2 a \Rightarrow T = m_2 g + m_2 a = m_2 (g + a).$$

بتساوي التعبيرين الجبريين لقوة الشد T، نحصل على

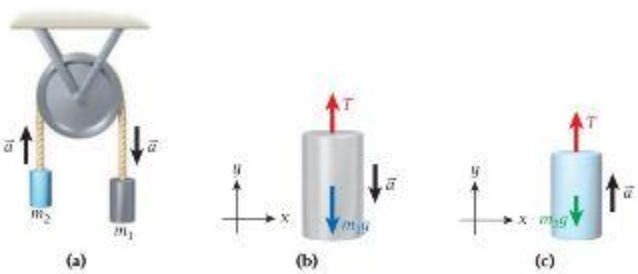
$$m_1 (g - a) = m_2 (g + a),$$

وينتج عن ذلك صيغة العجلة التالية:

$$(m_1 - m_2) g = (m_1 + m_2) a \Rightarrow$$

$$a = g\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right).$$

من هذه المعادلة، يمكنك معرفة أن مقدار العجلة، a، يكون دائمًا أصغر من g في هذه الحالة. إذا تساوت الكتلتان، فسنحصل على النتيجة المتوقعة وهي عدم وجود عجلة. وباختيار التوفيق المناسب للكتلتين، يمكننا الحصول على أي قيمة للعجلة بين صفر وg كما نشاء.



الشكل 4.17 (a) آلة أتوود مع افتراض اتجاه العجلة الموجبة كما هو موضح. (b) مخطط الجسم الحر للوزن على الجانب الأيمن لآلة أتوود. (c) مخطط الجسم الحر للوزن على الجانب الأيسر لآلة أتوود.

سؤال الاختبار الذاتي 4.2

احسب عجلة الكتلتين في آلة أتوود عند الحدود حيث m_1 تقترب من اللانهاية وm_2 تقترب من الصفر و$m_1 = m_2$؟

سؤال الاختبار الذاتي 4.3

بالنسبة إلى آلة أتوود، هل يمكنك كتابة صيغة لمقدار الشد في الحبل؟

مراجعة المفاهيم 4.4

إذا ضاعفت كلتا الكتلتين في آلة أتوود، فستكون العجلة الناتجة بمقدار

a) الضعف.

b) النصف.

c) هي نفسها.

d) الربع.

e) أربعة أضعاف.

مثال 4.5 تصادم سيارتين

بفرض أن سيارة رياضية متعددة الأغراض كتلتها $m = 3260$ kg اصطدمت من الأمام بسيارة صغيرة كتلتها $m = 1194$ kg وتبذل قوة مقدارها 2.9×10^5 N على السيارة الصغيرة.

المسألة

ما مقدار القوة التي تبذلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض في التصادم؟

الحل

مهما بدت المفارقة في البداية، تبذل السيارة الصغيرة قدرًا من القوة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض مماثلًا لمقدار القوة التي تبذلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض عليها. وينتج هذا التساوي مباشرة عن قانون نيوتن الثالث، المعادلة 4.8. لذلك، تكون الإجابة هي 2.9×10^5 N.

– يُتبع

مراجعة المفاهيم 4.5

بالنسبة إلى التصادمات في المثال 4.5، إذا أطلقنا على القيمة المطلقة لعجلة السيارة الرياضية متعددة الأغراض a_{SUV} وعلى عجلة السيارة الصغيرة a_{car}، فسنجد تقريبًا أن

a) $a_{SUV} \approx \frac{1}{9} a_{car}$.

b) $a_{SUV} \approx \frac{1}{3} a_{car}$.

c) $a_{SUV} \approx a_{car}$.

d) $a_{SUV} \approx 3a_{car}$.

e) $a_{SUV} \approx 9a_{car}$.

مناقشة

قد تكون الإجابة واضحة، ولكنها بالتأكيد ليست بديهية. ستصاب السيارة الصغيرة عادة بضرر كبير في هذا التصادم، وستكون فرصة تعرض ركابها للإصابة أكبر بكثير. ولكن، هذا الفرق يرجع إلى قانون نيوتن الثاني، الذي يخبرنا أن القوة التي تؤثر في جسم أقل كتلة تنتج عنها عجلة أكبر من تلك الناتجة عند تأثيرها في جسم أكبر كتلة. حتى في حالة حدوث تصادم من الأمام بين بعوضة وسيارة على طريق سريع، تكون القوى المؤثرة في كلا الجسمين متساوية؛ ويكون الفرق في الضرر الواقع على السيارة (معدومًا) والبعوضة (مدمرًا) نتيجة لاختلاف العجلة الناتجة عن كل منهما وأن جسم البعوضة مكون من مادة عضوية فمن ثمّ يتحطم بسهولة أكثر من الزجاج الأمامي للسيارة. سنرجع إلى التصادمات في الوحدة 7.

4.7 قوة الاحتكاك

حتى الآن، تجاهلنا قوة الاحتكاك وتناولنا التقديرات عديمة الاحتكاك. غير أنه بشكل عام، يجب علينا تضمين الاحتكاك في غالبية عملياتنا الحسابية عندما نريد وصف المواقف الواقعية فيزيائيًا.

يمكننا إجراء سلسلة من التجارب البسيطة للغاية لمعرفة الخصائص الأساسية للاحتكاك. إليك النتائج التي سنحصل عليها:

- إذا كان جسم ما ساكنًا، فسيتطلب الأمر قوة خارجية بمقدار حدي معين وتؤثر بشكل موازٍ لسطح التلامس بين الجسم والسطح للتغلب على قوة الاحتكاك وتحريك الجسم.
- وتكون قوة الاحتكاك التي يجب التغلب عليها لجعل جسم ساكن يتحرك أكبر من قوة الاحتكاك التي يجب التغلب عليها لإبقاء الجسم يتحرك بسرعة متجهة ثابتة.
- ويتناسب مقدار قوة الاحتكاك المؤثرة في جسم متحرك مع مقدار القوة العمودية.
- لا تعتمد قوة الاحتكاك على حجم منطقة التلامس بين الجسم والسطح.
- تعتمد قوة الاحتكاك على خشونة الأسطح؛ بمعنى أن السطح البيني الأكثر نعومة يوفر قوة احتكاك أقل من السطح البيني الأكثر خشونة بشكلٍ عام.
- لا تعتمد قوة الاحتكاك على السرعة المتجهة للجسم.

لا تُعد هذه العبارات حول الاحتكاك مبادئ كقوانين نيوتن. بدلًا من ذلك، فإنها تمثل ملاحظات عامة استنادًا إلى التجارب. على سبيل المثال، قد تعتقد أن تلامس سطحين أملسين للغاية سينتج عنه احتكاك ضعيف جدًا. إلا أنه في بعض الحالات، تلتحم الأسطح الملساء تمامًا في الواقع معًا كلحام على البارد. وتستمر التحقيقات حول طبيعة الاحتكاك وأسبابه، كما سنتناول ذلك لاحقًا في هذا القسم.

من هذه النتائج، من الواضح أننا بحاجة إلى التمييز بين الحالة التي يكون فيها الجسم ساكنًا بالنسبة إلى سطحه الداعم (احتكاك سكوني) والحالة التي يكون فيها الجسم متحركًا على السطح (احتكاك حركي). يُعد التعامل مع الحالة التي يكون فيها الجسم متحركًا على السطح أسهل، ولذلك سنتناول الاحتكاك الحركي أولًا.

الاحتكاك الحركي

يمكن تلخيص الملاحظات العامة السابقة في الصيغة التقريبية التالية لمقدار قوة الاحتكاك الحركي، f_k:

$$f_k = \mu_k N. \tag{4.10}$$

يمثل N هنا مقدار القوة العمودية ويمثل μ_k **معامل الاحتكاك الحركي**. ويكون هذا المعامل أقل من أو يساوي الصفر دائمًا. (تنطبق الحالة التي يكون فيها $\mu_k = 0$ مع التقدير التقريبي عديم الاحتكاك. غير أنه عمليًا، لا يمكن تحقيق ذلك بشكل دقيق أبدًا). في جميع الحالات تقريبًا، يكون μ_k أيضًا أقل من 1. (ورغم ذلك، تمتلك بعض أسطح الإطارات الخاصة المستخدمة في سباقات السيارات معامل احتكاك مع الطريق يمكن أن يتجاوز 1 بدرجة كبيرة). تظهر بعض المعاملات التمثيلية للاحتكاك الحركي في الجدول 4.1.

المادة 1	المادة 2	μ_s	μ_k
الجدول 4.1 المعاملات النموذجية لكلٍ من الاحتكاك السكوني والحركي بين المادة 1 والمادة 2*			
مطاط	خرسانة جافة	1	0.8
مطاط	خرسانة رطبة	0.7	0.5
فولاذ	فولاذ	0.7	0.6
خشب	خشب	0.5	0.3
زلاجة مصقولة بالشمع	ثلج	0.1	0.05
فولاذ	فولاذ عليه طبقة من الزيت	0.12	0.07
تيفلون	فولاذ	0.04	0.04
حجر الكيرلنغ	جليد		0.017

*لاحظ أن هذه القيم تقريبية وتعتمد بدرجة كبيرة على ظروف سطح التلامس بين المادتين.

يكون اتجاه قوة الاحتكاك الحركي *دائمًا مضادًا لاتجاه* حركة الجسم بالنسبة إلى السطح الذي يتحرك عليه.

إذا دفعت جسمًا ما بقوة خارجية موازية لسطح التلامس ويساوي مقدارها قوة الاحتكاك الحركي على الجسم تمامًا، فسيكون إجمالي محصّلة القوة الخارجية يساوي صفرًا، لأن القوة الخارجية وقوة الاحتكاك تلغي كل منهما الأخرى. في تلك الحالة، وفقًا لقانون نيوتن الأول، سيستمر الجسم في الانزلاق عبر السطح بسرعة متجهة ثابتة.

الاحتكاك السكوني

إذا كان جسم ما ساكنًا، فسيتطلب الأمر قوة خارجية بكمية حدية محددة لتحريكه. على سبيل المثال، إذا دفعت ثلاجة برفق، فلن تتحرك. وأثناء الدفع بقوة أكبر وأكبر، تصل إلى نقطة تتحرك عندها الثلاجة أخيرًا على أرضية المطبخ.

بالنسبة إلى أي قوة خارجية تؤثر في جسم ما ويبقى ساكنًا، تكون قوة الاحتكاك مساويةً تمامًا في المقدار ومضادة في الاتجاه لمركّبة تلك القوة الخارجية التي تؤثر في طول سطح التلامس بين الجسم وسطحه الداعم. إلا أن مقدار قوة الاحتكاك السكوني له قيمة قصوى: $f_s \leq f_{s,\max}$. يتناسب المقدار الأقصى هذا لقوة الاحتكاك السكوني مع القوة العمودية، لكن بثابت تناسب يختلف عن معامل الاحتكاك الحركي: $f_{s,\max} = \mu_s N$. بالنسبة إلى مقدار قوة الاحتكاك السكوني، يمكننا أن نكتب

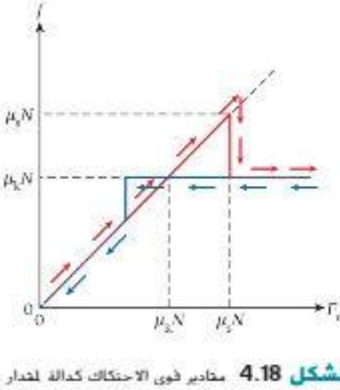
$$f_s < \mu_s N = f_{s,\max}, \tag{4.11}$$

حيث يمثل μ_s معامل **الاحتكاك السكوني**. يوضح الجدول 4.1 بعض المعاملات النموذجية للاحتكاك السكوني. وبشكل عام، بالنسبة إلى أي جسم على أي سطح داعم، تكون القوة القصوى للاحتكاك السكوني أكبر من قوة الاحتكاك الحركي. ربما تكون قد واجهت هذا عند محاولة تحريك جسم ثقيل عبر سطح ما: بمجرد أن يبدأ الجسم في الحركة، يتطلب الأمر قوة أقل كثيرًا لإبقائه في حالة حركة انزلاقية ثابتة. يمكننا التعبير عن هذه النتيجة على هيئة متباينة رياضية بين المعاملين:

$$\mu_s > \mu_k. \tag{4.12}$$

يمثل الشكل 4.18 تمثيلًا بيانيًا يوضح كيفية اعتماد قوة الاحتكاك على قوة خارجية، F_{ext}، تؤثر في جسم ما. إذا كان الجسم في وضع السكون مبدئيًا، تؤدي قوة خارجية صغيرة إلى قوة احتكاك صغيرة، وتزداد خطيًا مع القوة الخارجية حتى تصل إلى قيمة $\mu_s N$، ثم تنخفض بسرعة إلى قيمة $\mu_k N$ عندما يتحرك الجسم. عند هذه النقطة، تساوي قيمة القوة الخارجية $F_{ext} = \mu_s N$ ، ما ينتج عنها عجلة مفاجئة للجسم. يتم تمثيل اعتماد قوة الاحتكاك على القوة الخارجية هذا في الشكل 4.18 بخط أحمر.

من ناحية أخرى، إذا بدأنا بقوة خارجية كبيرة وكان الجسم يتحرك بالفعل، فيمكننا تقليل القوة الخارجية إلى أقل من قيمة $\mu_s N$، لكنها لا تزال أكبر من قيمة $\mu_k N$، وسيستمر الجسم في الحركة والتسارع. ومن ثم، يحتفظ معامل الاحتكاك بقيمة μ_k حتى تقل القوة الخارجية إلى قيمة $\mu_k N$. عند هذه النقطة (وعند هذه النقطة فقط)، سيتحرك الجسم بسرعة متجهة ثابتة؛ لأن القوة الخارجية وقوة الاحتكاك متساويتان في المقدار. إذا قللنا القوة الخارجية أكثر، فستقل سرعة الجسم (القسم الأفقي من الخط الأزرق على يسار الخط القطري الأحمر في الشكل 4.18)، لأن قوة الاحتكاك الحركي أكبر من القوة الخارجية. وفي النهاية، ينتهي الجسم إلى السكون بسبب الاحتكاك الحركي، ولا تكون القوة الخارجية كافية لتحريكه



الشكل 4.18 مقادير قوى الاحتكاك كدالة لمقدار القوة الخارجية. يمثل الخط الأحمر القوى المؤثرة في جسم في وضع السكون مبدئيًا، مع قوة خارجية تزداد من الصفر. يمثل الخط الأزرق القوى المؤثرة في جسم في حالة حركة مبدئيًا تحت تأثير قوة خارجية أكبر من قوة الاحتكاك ولكنها تقل بالتدريج.

أكثر. عندئذٍ يحدث الاحتكاك السكوني، وتقل قوة الاحتكاك على نحو يتناسب مع القوة الخارجية حتى يصلا إلى الصفر. يوضح الخط الأزرق في الشكل 4.18 اعتماد قوة الاحتكاك على القوة الخارجية هذه. وحيثما يتداخل الخطان الأزرق والأحمر، تتم الإشارة إلى ذلك بخطوط متقطعة زرقاء وحمراء تبادلية. وتعد الميزة الأكثر تشويقًا في الشكل 4.18 هي أن الخطوط الزرقاء والحمراء لا تتطابق بين $\mu_k N$ و$\mu_s N$.

لنعد إلى محاولة تحريك ثلاجة على أرضية المطبخ. في البداية، تستقر الثلاجة على الأرضية، وتقاوم قوة الاحتكاك السكوني جهدك لتحريكها. وبمجرد دفعك لها بالقوة الكافية، تهتز الثلاجة وتتحرك. في هذه العملية، تتبع قوة الاحتكاك المسار الأحمر في الشكل 4.18. بمجرد أن تتحرك الثلاجة، يمكنك دفعها بقوة أقل وإبقاؤها متحركة باستمرار. إذا دفعت بقوة أقل بحيث تتحرك بسرعة متجهة ثابتة، فستتبع القوة الخارجية التي تبذلها المسار الأزرق في الشكل 4.18 حتى تقل إلى $F_{ext} = \mu_k N$. ثم يكون مجموع قوة الاحتكاك والقوة التي تؤثر في على الثلاجة يساوي صفرًا، ولا توجد محصّلة قوة تؤثر في الثلاجة، مما يسمح لها بالحركة بسرعة متجهة ثابتة.

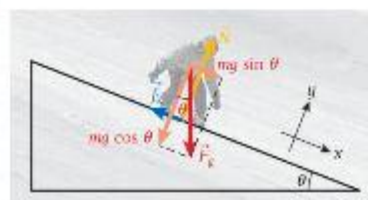
مثال 4.6 التزلج الواقعي على الثليج

لنعد التفكير في موقف التزلج على الجليد من المسألة المحلولة 4.1، لكن مع وضع الاحتكاك في الاعتبار. يتحرك متزلج على الجليد إلى أسفل منحدر حيث تساوي $\theta = 22°$. لنفترض أن معامل الاحتكاك الحركي بين اللوح الخاص به والجليد هو 0.21، وتبلغ سرعته المتجهة، على طول اتجاه المنحدر، 8.3 m/s في لحظة ما.

المسألة 1

بفرض وجود منحدر ثابت، كم ستبلغ سرعة المتزلج على الجليد على طول اتجاه المنحدر عندما يكون على بُعد 100 m من بداية المنحدر؟

الحل 1



الفصل 4.19 مخطط الجسم الحر لمتزلج، بما في ذلك قوة الاحتكاك.

يوضح الشكل 4.19 مخطط الجسم الحر لهذه المسألة. تشير قوة الجاذبية إلى أسفل ويبلغ مقدارها mg، حيث يمثل m كتلة المتزلج ومعداته. نختار محوري x وy ملائمين أحدهما موازٍ والآخر عمودي على المنحدر، بالترتيب، كما هو موضح في الشكل 4.19. تظهر الزاوية θ بين المنحدر والمستوى الأفقي (تساوي $22°$ في هذه الحالة) أيضًا في تحليل مركّبات قوة الجاذبية الموازية للمنحدر والعمودية عليه. (يعد هذا التحليل ميزة عامة لأي مسألة تتضمن مستوى مائلًا). وتكون مركّبة القوة على طول المستوى هي $mg \sin\theta$، كما هو موضح في الشكل 4.19. وتُحسب القوة العمودية بالمعادلة $N = mg\cos\theta$، وتكون قوة الاحتكاك الحركي هي $f_k = -\mu_k mg \cos\theta$. وتشير إشارة السالب إلى أن القوة تؤثر في اتجاه x السالب، في نظامنا الإحداثي المختار.

ومن ثم نحصل على إجمالي مركّبة القوة في اتجاه x:

$$mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma_x \Rightarrow$$

$$a_x = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta).$$

لقد استخدمنا هنا قانون نيوتن الثاني، $F_x = ma_x$، في الخط الأول. تقل كتلة المتزلج، وتظل العجلة، a_x، ثابتةً على طول المنحدر. وبالتعويض بالأرقام المعطاة في نص المسألة، تكون النتيجة

$$a \equiv a_x = (9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 22° - 0.21\cos 22°) = 1.76 \text{ m/s}^2$$

ومن ثم نرى أن هذه مسألة تتعلق بالحركة في خط مستقيم في اتجاه واحد بعجلة ثابتة. يمكننا تطبيق العلاقة بين القيمتين المربعتين للسرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية والعجلة التي استنتجناها للحركة أحادية البعد بعجلة ثابتة:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$$

باستخدام $v_0 = 8.3$ m/s و$x - x_0 = 100$ m، يمكننا حساب السرعة النهائية:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} \\ &= \sqrt{(8.3 \text{ m/s})^2 + 2(1.76 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})} \\ &= 20.5 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

المسألة 2
ما المدة التي يستغرقها المتزلج ليصل إلى هذه السرعة؟

الحل 2
بما أننا نعرف الآ ن العجلة والسرعة النهائية، والسرعة الابتدائية معطاة، نستخدم

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(20.5 - 8.3)\ \mathrm{m/s}}{1.76\ \mathrm{m/s^2}} = 6.9\ \mathrm{s}.$$

المسألة 3
بفرض معامل الا حتكاك نفسه، كم تبلغ زاوية المنحدر اللازمة حتى يتزلج المتزلج بسرعة متجهة ثابتة؟

الحل 3
تشير الحركة بسرعة متجهة ثابتة إلى انعدام العجلة. ولقد استنتجنا بالفعل معادلة للعجلة كدالة لزاوية المنحدر. نساوي هذه المعادلة بالصفر ونحل المعادلة الناتجة لإيجاد الزاوية θ:

$$a_x = g(\sin\theta - \mu_k \cos\theta) = 0$$
$$\Rightarrow \sin\theta = \mu_k \cos\theta$$
$$\Rightarrow \tan\theta = \mu_k$$
$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\mu_k.$$

نظرًا لأن$0.21 = \mu_k$ مقدمة في المعطيات، تكون الزاوية $\theta = \tan^{-1} 0.21 = 12°$. في حالة المنحدر الأشد انحدارًا، سيتسارع المتزلج، وفي المنحدر المسطح إلى حد ما، ستنخفض سرعة المتزلج حتى يتوقف في النهاية.

مقاومة الهواء
حتى الآن قد أهملنا الاحتكاك بفعل الحركة خلال الهواء. يعكس قوة الاحتكاك الحركي التي تؤثر في الجسم عند سحبه أو دفعه عبر سطح جسم آخر، تزيد مقاومة الهواء بزيادة السرعة. ومن ثم، نحتاج إلى التعبير عن قوة الاحتكاك كدالة للسرعة المتجهة للجسم بالنسبة إلى الجسم الوسيط الذي يتحرك خلاله. ويكون اتجاه قوة مقاومة الهواء مضادًا لاتجاه متجه السرعة المتجهة.

وبشكل عام، يمكن التعبير عن مقدار قوة الا حتكاك نتيجة مقاومة الهواء، أو **قوة السحب**، بالمعادلة $F_{\text{frict}} = K_0 + K_1v + K_2v^2 + \ldots$، مع تحديد الثوابت K_0 و K_1 و K_2 و... وفقًا للتجارب. بالنسبة إلى قوة السحب على الأجسام الجهرية التي تتحرك بسرعات عالية نسبيًا، يمكننا إهمال الحد الخطي في السرعة المتجهة. ويبلغ مقدار قوة السحب عندئذٍ حوالي

$$F_{\text{drag}} = Kv^2. \quad (4.13)$$

تعني هذه المعادلة أن القوة الناتجة عن مقاومة الهواء تتناسب مع مربع السرعة.

عندما يسقط جسم ما في الهواء، تزيد قوة مقاومة الهواء بتسارع الجسم حتى يصل إلى **السرعة الحدية**. عند هذه النقطة، تتساوى القوة المتجهة لأعلى لمقاومة الهواء مع القوة المتجهة لأسفل بفعل الجاذبية. ومن ثم، تساوي محصّلة القوة صفرًا، ولا توجد أي عجلة. ولأنه لا يوجد مزيد من العجلة، تكون السرعة الحدية للجسم الساقط ثابتة:

$$F_g = F_{\text{drag}} \Rightarrow mg = Kv^2.$$

وبحل هذه المعادلة لإيجاد السرعة الحدية، تكون النتيجة

$$v = \sqrt{\frac{mg}{K}}. \quad (4.14)$$

انتبه إلى أن السرعة الحدية تعتمد على كتلة الجسم، بينما لا تؤثر كتلة الجسم في حركة الجسم عند تجاهل مقاومة الهواء. في غياب مقاومة الهواء، تسقط جميع الأجسام بالمعدل نفسه، لكن يفسر وجود مقاومة الهواء سبب سقوط الأجسام الأثقل أسرع من الأجسام الأخف التي لها ثابت (السحب) K نفسه.

لحساب السرعة الحدية لجسم ساقط، نحتاج إلى معرفة قيمة الثابت K. يعتمد هذا الثابت على العديد من المتغيرات، بما في ذلك حجم مساحة المقطع العرضي، A، المعرض لتيار الهواء. وبمعنى أعم، كلما زادت المساحة، زاد الثابت K. يعتمد الثابت K أيضًا خطيًا على كثافة الهواء، ρ. عادة ما تُجمع جميع العوامل التي يتم الاعتماد عليها من شكل الجسم وزاوية ميله بالنسبة إلى اتجاه الحركة ومقاومة الهواء وقابلية الانضغاط في معامل سحب، c_d:

$$K = \tfrac{1}{2} c_d A \rho. \tag{4.15}$$

تحتوي المعادلة 4.15 على العامل $\frac{1}{2}$ لتبسيط العمليات الحسابية التي تتضمن طاقة الأجسام الخاضعة للسقوط الحر مع مقاومة الهواء. سنعود إلى هذا الموضوع عند مناقشة الطاقة الحركية في الوحدة 5.

يُعد إيجاد معامل سحب منخفض أحد الاعتبارات المهمة في تصميم السيارات، نظرًا لتأثيره القوي في السرعة القصوى للسيارة واستهلاكها للوقود. وتكون العمليات الحسابية الرقمية مفيدة، إلا أنه عادةً ما يتم تحسين معامل السحب عبر التجارب وذلك بوضع نماذج أولية للسيارة في أنفاق رياح واختبار مقاومة الهواء عند سرعات مختلفة. وتستخدم اختبارات نفق الرياح نفسها لتحسين أداء المعدات والرياضيين في مسابقات رياضية مثل سباقات التزلج على المنحدرات وسباقات الدراجات.

بالنسبة إلى الحركة في الأوساط عالية اللزوجة أو بسرعات متجهة منخفضة، لا يمكن تجاهل حد السرعة المتجهة الخطية لقوة الاحتكاك. في مثل هذه الحالات، يمكن حساب قوة الاحتكاك تقريبيًا باستخدام الصيغة $F_{frict} = K_1 v$. تسري هذه الصيغة على أغلب العمليات الحيوية، بما فيها حركة الجزيئات الحيوية الكبيرة أو حتى الكائنات الدقيقة مثل البكتيريا في السوائل. ويُعد هذا التقدير التقريبي لقوة الاحتكاك مفيدًا كذلك عند تحليل غرق جسم ما في مائع، على سبيل المثال، حجر صغير أو صدفة حفرية في الماء.

مراجعة المفاهيم 4.6

مرشح قهوة غير مستخدم يصل إلى سرعته الحدية بسرعة جدًا إذا تركته يسقط. افترض أنك أطلقت مرشح قهوة واحدًا من ارتفاع 1 m. احسب الارتفاع الذي يجب إطلاق رزمة من مرشحات القهوة عنده في اللحظة نفسها حتى تصطدم بالأرض في وقت اصطدام مرشح القهوة المفرد نفسه؟ (يمكنك بأمان إهمال الزمن المطلوب للوصول إلى السرعة الحدية).

a) 0.5 m

b) 0.7 m

c) 1 m

d) 1.4 m

e) 2 m

مثال 4.7 القفز الحر

يسقط لاعب قفز حر كتلته 80.0 kg في الهواء بكثافة 1.15 kg/m^3. بفرض أن معامل السحب له يساوي $c_d = 0.570$. عندما يسقط بوضع النسر المدد لجناحيه، كما هو مبيّن في الشكل 4.20a، يشغل جسمه مساحة $A_1 = 0.940\ \text{m}^2$ بالنسبة إلى الرياح، بينما عند قفزه بالرأس أولاً، مع ضم ذراعيه إلى جسمه وضم قدميه إلى بعضهما، كما هو موضح في الشكل 4.20b، تقل مساحته إلى $A_2 = 0.210\ \text{m}^2$.

المسألة

ما السرعة الحدية في كل من الحالتين؟

الحل

نستخدم المعادلة 4.14 للسرعة الحدية، ونعوض بقيمة ثابت مقاومة الهواء من المعادلة 4.15، ونعوض بالأرقام المعطاة:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{K}} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{2} c_d A \rho}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{(80.0\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)}{\frac{1}{2} 0.570 (0.940\ \text{m}^2)(1.15\ \text{kg/m}^3)}} = 50.5\ \text{m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(80.0\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)}{\frac{1}{2} 0.570 (0.210\ \text{m}^2)(1.15\ \text{kg/m}^3)}} = 107\ \text{m/s}.$$

توضح هذه النتائج أنه، بالقفز بالرأس أولاً، يمكن للاعب القفز الحر بلوغ سرعات متجهة أثناء السقوط الحر أعلى من تلك التي يبلغها عند استخدام وضع النسر المدد لجناحيه. ولذلك، من الممكن الإمساك بشخص سقط من طائرة ما، بفرض أن ذلك الشخص لا يسقط برأسه أولاً أيضًا. غير أنه بشكل عام، لا يمكن استخدام هذا الأسلوب لإنقاذ هذا الشخص لأنه سيكون من المستحيل تقريبًا الإمساك به أثناء اصطدام التباطؤ المفاجئ الناتج عن فتح مظلة المنقذ.

(a)

(b)

الشكل 4.20 (a) لاعب قفز حر في موضع عالي المقاومة. (b) لاعب قفز حر في موضع منخفض المقاومة.

علم الاحتكاك

ما أسباب الاحتكاك؟ لا تُعد الإجابة عن هذا السؤال سهلة أو واضحة على الإطلاق. عندما تحتك الأسطح ببعضها، يحدث تلامس بين الذرات المختلفة من السطحين بطرق مختلفة. تُنزع الذرات من

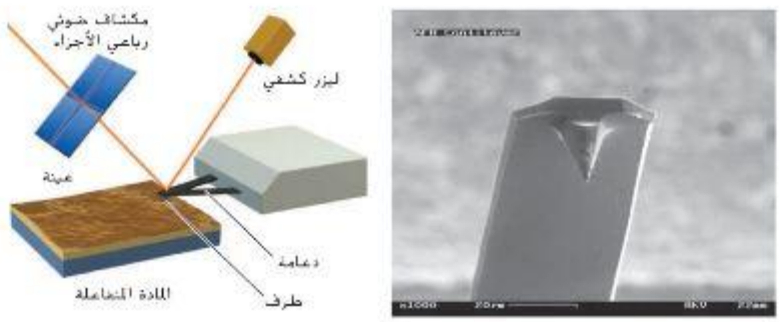
أماكنها في عملية سحب الأسطح عبر بعضها. وينتج عن التفاعلات الإلكتروستاتيكية بين الذرات الموجودة على الأسطح احتكاك سكوني إضافي. إن الفهم المجهري الحقيقي للا حتكاك يتجاوز نطاق هذا الكتاب وهو محل نشاط بحثي عظيم حاليًا.

يطلق على دراسة الاحتكاك: **علم الاحتكاك**. كانت قوانين الاحتكاك التي ناقشناها معروفة بالفعل قبل 300 سنة. ويرجع الفضل في اكتشافها عمومًا إلى غيوم أمونتونس وشارل أوغستان دي كولوم، إلا أن ليوناردو دافنشي ربما قد عرفها. غير أنه لا تزال ثمة أشياء مذهلة تكتشف عن الاحتكاك والتشحيم والبلى.

ربما يكون التقدم الأكثر تشويقًا في علم الاحتكاك في العقدين الماضيين هو تطوير مجاهر ذرية ومجاهر لقوة الاحتكاك. تعتمد هذه المجاهر على مبدأ أساسي وهو سحب طرف حاد للغاية عبر سطح ما مع التحليل من خلا ل كمبيوتر متطور وتكنولوجيا المستشعرات. يمكن لمجاهر قوة الا حتكاك هذه حساب قوى احتكاك صغيرة تساوي $10 \text{ pN} = 10^{-11} \text{ N}$. يوضح الشكل 4.21a رسمًا تخطيطيًا لمجهر قوة ذرية (AFM)؛ ويوضح الشكل 4.21b صورة مقربة (بدرجة تكبير ×1000) لطرف دعامة. يتعذر حتى الآ ن على أحدث وسائل المحاكاة المجهرية للاحتكاك تفسيره تمامًا، ولذلك يمثل هذا الجانب البحثي أهمية كبيرة في مجال تكنولوجيا النانو.

يرجع الاحتكاك إلى انكسار جسيمات صغيرة من الأسطح التي تحتك ببعضها، وهو ما يسبب البلى. ولهذه الظاهرة أهمية خاصة في محركات السيارات عالية الأداء التي تتطلب مواد تشحيم ذات تركيبة خاصة. ويحظى فهم تأثير شوائب السطح الصغيرة في قوة الاحتكاك بأهمية كبيرة في هذا الصدد. وتستمر الأبحاث عن مواد التشحيم سعيًا للتوصل إلى طرق لتقليل معامل الاحتكاك الحركي، يهلل إلى قيمة قريبة من الصفر قدر الإمكان. على سبيل المثال، تتضمن مواد التشحيم الحديثة جزيئات *كرات باكي* – التي تتكون من 60 ذرة كربون منظمة في شكل كرة قدم، والتي اكتشفت عام 1985. تعمل الجزيئات بمثابة محامل كريات مجهرية.

يمثل حل المشكلات التي تتضمن الاحتكاك أهمية في سباقات السيارات. ففي حلبة سباق فورمولا 1، يُعد استخدام الإطارات الصحيحة التي توفر مستوى احتكاك عاليًا مثاليًا ضروريًا للفوز بالسباقات. فبينما تتراوح معاملات الاحتكاك عادةً بين 0 و1، فليس من غير المعتاد لسيارات السباق ذات معدل التسارع الأعلى أن تستخدم إطارات ذات معاملا ت احتكاك تساوي 3 أو أكثر مع سطح الحلبة.



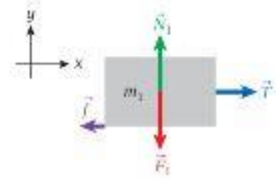
الشكل 4.21 مجهر القوة الذرية (AFM). (a) رسم تخطيطي بياني لأجزاء المجهر. (b) صورة (بدرجة تكبير × 1000) لطرف دعامة تم سحبها من العينة.

4.8 تطبيقات قوة الاحتكاك

باستخدام قوانين نيوتن الثلاثة، يمكننا حل مجموعة كبيرة من المسائل. حيث تسمح لنا معرفة الاحتكاك السكوني والحركي بإجراء تقدير تقريبي لمواقف واقعية والتوصل إلى نتائج مفيدة. وحيث إن رؤية العديد من التطبيقات المتنوعة لقوانين نيوتن يعد أمرا مفيدًا، سنحل عدة مسائل تدريبية. تم وضع هذه الأمثلة لشرح مجموعة من الأساليب المفيدة في حل الكثير من أنواع المسائل.

مثال 4.8 قالبان متصلان بحبل، مع احتكاك

قمنا بحل هذه المسألة في المسألة المحلولة 4.2، بفرض أن القالب 1 ينزلق بلا احتكاك عبر سطح الدعم الأفقي وأن الحبل ينزلق بلا احتكاك عبر البكرة. سنسمح هنا بحدوث احتكاك بين القالب 1 والسطح الذي ينزلق عليه. وحاليًا، ما زلنا نفترض أن الحبل ينزلق بلا احتكاك عبر البكرة. (ستتناول الوحدة 10 أساليب ستسمح لنا بالتعامل مع البكرة التي تخضع لحركة دورانية بواسطة الحبل الذي يتحرك خلالها).



الشكل 4.22 مخطط الجسم الحر للقالب 1، يشمل قوة الاحتكاك.

المسألة 1

بفرض أن معامل الاحتكاك السكوني بين القالب 1 (كتلته $m_1 = 2.3$ kg) وسطحه الداعم يبلغ 0.73 وأن قيمة معامل الاحتكاك الحركي تساوي 0.60. (انظر الشكل 4.16). إذا كانت كتلة القالب 2 هي $m_2 = 1.9$ kg، فهل سيتسارع القالب 1 من وضع السكون؟

الحل 1

تبقى كل اعتبارات القوة الواردة في المسألة المحلولة 4.2 كما هي، باستثناء أن مخطط الجسم الحر للقالب 1 (في الشكل 4.22) له الآن سهم قوة يطابق قوة الاحتكاك، f. تذكر أنه من أجل رسم اتجاه قوة الاحتكاك، فإنك تحتاج إلى معرفة اتجاه الحركة في حالة حدوث احتكاك. ولأننا قمنا بالفعل بحل الحالة عديمة الاحتكاك، فإننا نعلم أن القالب 1 سيتحرك إلى اليمين. ولأن قوة الاحتكاك تتجه إلى عكس اتجاه الحركة، سيشير متجه الاحتكاك إذًا إلى اليسار.

تتغير المعادلة التي استنتجناها في المسألة المحلولة 4.2 بتطبيق قانون نيوتن الثاني على القالب 1 من $m_1a = T$ إلى

$$m_1a = T - f.$$

وبدمج هذه المعادلة مع تلك التي حصلنا عليها في المسألة المحلولة 4.2 بتطبيق قانون نيوتن الثاني على m_2، $T - m_2g = -m_2a$، وبالتخلص من T مرة أخرى تكون النتيجة

$$m_1a + f = T = m_2g - m_2a \Rightarrow$$

$$a = \frac{m_2g - f}{m_1 + m_2}.$$

حتى الآن، تجنبنا تحديد أي تفاصيل إضافية عن قوة الاحتكاك. والآن نجري ذلك بحساب المقدار الأقصى لقوة الاحتكاك السكوني أولًا، $f_{s,max} = \mu_s N_1$. وبالنسبة إلى مقدار القوة العمودية، وجدنا بالفعل أن $N_1 = m_1g$. لذلك تكون قيمة قوة الاحتكاك السكوني القصوى هي:

$$f_{s,max} = \mu_s N_1 = \mu_s m_1 g = (0.73)(2.3 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 16.5 \text{ N}.$$

نحتاج إلى مقارنة هذه القيمة بقيمة m_2g في بسط معادلة العجلة، $a = (m_2g - f)/(m_1 + m_2)$. إذا كان $f_{s,max} \geq m_2g$، فستساوي قيمة قوة الاحتكاك السكوني m_2g بالضبط، الأمر الذي ينتج عنه أن العجلة تساوي صفرًا. بمعنى آخر، لن يكون هناك أي حركة، لأن السحب الناتج عن تعلق القالب 2 في الحبل لا يكفي للتغلب على قوة الاحتكاك السكوني بين القالب 1 والسطح الداعم له. إذا كان $f_{s,max} < m_2g$، فستكون العجلة موجبة، وسيبدأ القالبان في الحركة. في المسألة الحالية، نظرًا لأن $m_2g = (1.9 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 18.6$ N، سيبدأ القالبان في الحركة.

المسألة 2

ما قيمة العجلة؟

الحل 2

بمجرد تجاوز قوة الاحتكاك السكوني، يبدأ حدوث الاحتكاك الحركي بدلًا منه. يمكننا استخدام معادلة العجلة الخاصة بنا، $a = (m_2g - f)/(m_1 + m_2)$ والتعويض بالقيمة $f = \mu_k N_1 = \mu_k m_1 g$ والحصول على النتيجة

$$a = \frac{m_2g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2} = g\left(\frac{m_2 - \mu_k m_1}{m_1 + m_2}\right).$$

بالتعويض بالأرقام، تكون النتيجة

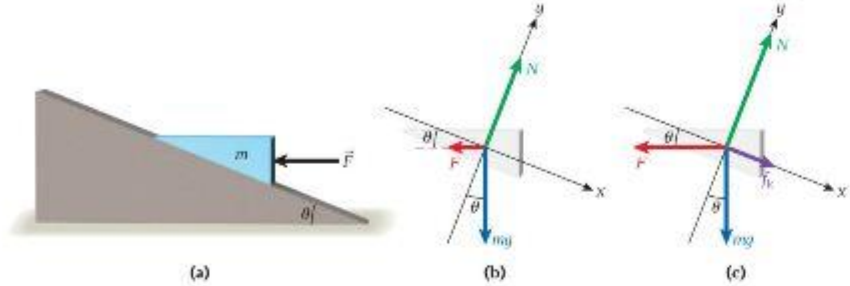
$$a = (9.81 \text{ m/s}^2)\left[\frac{(1.9 \text{ kg}) - 0.6 \cdot (2.3 \text{ kg})}{(2.3 \text{ kg}) + (1.9 \text{ kg})}\right] = 1.21 \text{ m/s}^2.$$

سؤال الاختبار الذاتي 4.4

(a) احسب أقصى كتلة m_2 تمنع حركة النظام المكوّن من هذين القالبين؟ (b) احسب قيمة قوة الاحتكاك إذا كانت m_2 أصغر من هذه القيمة؟

مسألة محلولة 4.3 الإسفين

إسفين كتلته $m = 37.7$ kg مثبت في مكانه على مستوى ثابت يميل بزاوية $\theta = 20.5°$ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. تدفع قوة $F = 309.3$ N الإسفين في الاتجاه الأفقي، كما هو موضح في الشكل 4.23a. معامل الاحتكاك الحركي بين الإسفين والمستوى المائل هو $\mu_k = 0.171$. بفرض أن معامل الاحتكاك السكوني منخفض بما يكفي لتحرك محصّلة القوة الإسفين.



الشكل 4.23 (a) قالب على شكل إسفين يتم دفعه على مستوى مائل. (b) مخطط الجسم الحر لإسفين، يشمل القوة الخارجية وقوة الجاذبية والقوة العمودية. (c) مخطط الجسم الحر، يشمل القوة الخارجية وقوة الجاذبية والقوة العمودية وقوة الاحتكاك.

المسألة

ما عجلة الإسفين على طول المستوى المائل عندما يتم تحريره ويصبح حر الحركة؟

الحل

فكّر نريد معرفة العجلة a للإسفين الذي تكون كتلته m على طول المستوى المائل، الأمر الذي يتطلب منا تحديد مركّبة محصّلة القوة المؤثرة في الإسفين بشكل موازٍ لسطح المستوى المائل. كما أنه يتعين علينا إيجاد مركّبة محصّلة القوة التي تؤثر في الإسفين في وضع عمودي على السطح المستوي، ليسمح لنا بتحديد قوة الاحتكاك الحركي.

إن القوى التي تؤثر في الإسفين هي الجاذبية والقوة العمودية وقوة الاحتكاك الحركي f_k والقوة الخارجية F. تم تقديم معامل الاحتكاك الحركي، μ_k، ضمن المعطيات، لذلك يمكننا حساب قوة الاحتكاك بمجرد تحديد القوة العمودية. قبل الانتقال إلى تحليل القوى، يجب علينا تحديد اتجاه حركة الإسفين بعد انطلاقه بفعل القوة F. بمجرد معرفتنا اتجاه حركة الإسفين، يمكننا تحديد اتجاه قوة الاحتكاك وإكمال تحليلنا.

لتحديد محصّلة القوة قبل بدء الإسفين في الحركة، نحتاج إلى رسم مخطط الجسم الحر باستخدام القوى F وN وmg فقط. وبمجرد تحديد اتجاه الحركة، يمكننا تحديد اتجاه قوة الاحتكاك، باستخدام مخطط ثانٍ للجسم الحر مضاف إليه قوة الاحتكاك.

ارسم يتم عرض مخطط جسم حر يوضح القوى المؤثرة في الإسفين قبل تحريره في الشكل 4.23b. لقد حددنا نظامًا إحداثيًا يكون فيه المحور x موازيًا لسطح المستوى المائل، حيث يشير اتجاه x الموجب إلى المستوى المائل. مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$mg \sin\theta - F\cos\theta = ma.$$

يتعين علينا تحديد ما إذا كانت الكتلة ستتحرك إلى اليمين (اتجاه x الموجب أو إلى أسفل المستوى المائل) أو إلى اليسار (اتجاه x السالب أو إلى أعلى المستوى المائل). يتضح لنا من المعادلة أن الكمية $mg\sin\theta - F\cos\theta$ ستحدد اتجاه الحركة. وبالتعويض بالقيم الرقمية المعطاة، تكون النتيجة

$$mg\sin\theta - F\cos\theta = (37.7 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 20.5°) - (309.3 \text{ N})(\cos 20.5°)$$
$$= -160.193 \text{ N}.$$

ومن ثم، ستتحرك الكتلة إلى أعلى المستوى المائل (إلى اليسار، أو في اتجاه x السالب). والآن يمكننا إعادة رسم مخطط الجسم الحر كما هو موضح في الشكل 4.23c بإدراج سهم قوة الاحتكاك الحركي، f_k، مشيرًا إلى أسفل المستوى المائل (في اتجاه x الموجب)، لأن اتجاه قوة الاحتكاك يكون في عكس اتجاه الحركة دومًا.

– يتبع

ابحث يمكننا الآن كتابة مركّبات القوة في اتجاهي المحورين x وy اعتمادًا على مخطط الجسم الحر النهائي. بالنسبة إلى اتجاه المحور x، لدينا

$$mg\sin\theta - F\cos\theta + f_k = ma. \qquad \text{(i)}$$

بالنسبة إلى اتجاه المحور y، لدينا

$$N - mg\cos\theta - F\sin\theta = 0.$$

من هذه المعادلة، يمكننا إيجاد القوة العمودية N الضرورية لحساب قوة الاحتكاك:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k\left(mg\cos\theta + F\sin\theta\right). \qquad \text{(ii)}$$

بسّط بعد ربط جميع الكميات المعروفة وغير المعروفة ببعضها، يمكننا إيجاد تعبير جبري لعجلة الكتلة باستخدام المعادلتين i وii:

$$mg\sin\theta - F\cos\theta + \mu_k\left(mg\cos\theta + F\sin\theta\right) = ma.$$

يمكننا إعادة ترتيب الطرف الأيسر:

$$mg\sin\theta - F\cos\theta + \mu_k mg\cos\theta + \mu_k F\sin\theta = ma$$

$$\left(mg + \mu_k F\right)\sin\theta + \left(\mu_k mg - F\right)\cos\theta = ma.$$

ثم نحل المعادلة لإيجاد العجلة:

$$a = \frac{\left(mg + \mu_k F\right)\sin\theta + \left(\mu_k mg - F\right)\cos\theta}{m}. \qquad \text{(iii)}$$

احسب نعوض الآن بالأرقام ونحصل على نتيجة رقمية. الحد الأول في بسط المعادلة iii هو

$$\left[(37.7\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2) + (0.171)(309.3\text{ N})\right](\sin 20.5°) = 148.042\text{ N}.$$

لاحظ أننا لم نقرب هذه النتيجة بعد. الحد الثاني في بسط المعادلة iii هو

$$\left[(0.171)(37.7\text{ kg})(9.81\text{ m/s}^2) - (309.3\text{ N})\right](\cos 20.5°) = -230.476\text{ N}.$$

لم نقرب النتيجة بعد مرة أخرى. والآن يمكننا حساب العجلة باستخدام المعادلة iii:

$$a = \frac{(148.042\text{ N}) + (-230.476\text{ N})}{37.7\text{ kg}} = -2.1866\text{ m/s}^2.$$

قرّب نظرًا لأن كل القيم الرقمية كانت معطاة في بادئ الأمر بثلاثة أرقام معنوية، نقدم نتيجتنا النهائية كما يلي

$$a = -2.19\text{ m/s}^2.$$

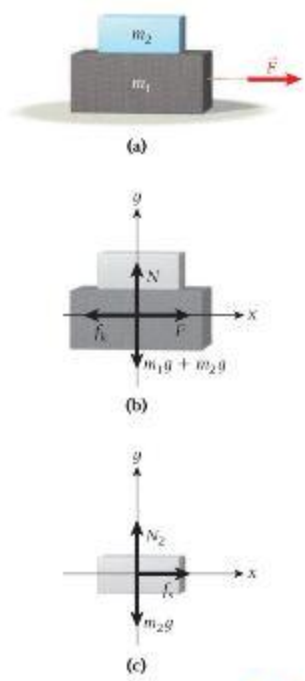
تحقق ثانية بالنظر إلى إجابتنا، نجد أن العجلة سالبة، ما يعني أنها في اتجاه x السالب. ولقد حددنا أن الكتلة ستتحرك إلى اليسار (إلى أعلى المستوى المائل، أو في اتجاه x السالب)، وهو ما يتوافق مع إشارة العجلة في نتيجتنا النهائية. مقدار العجلة هو جزء من عجلة الجاذبية (9.81 m/s^2)، وهو ما يبدو منطقيًا فيزيائيًا.

مسألة محلولة 4.4 القالبان

تم رص قالبين مستطيلين فوق بعضهما على منضدة كما هو موضح في الشكل 4.24a. كتلة القالب العلوي 3.40 kg وكتلة القالب السفلي 38.6 kg. يبلغ معامل الاحتكاك الحركي بين القالب السفلي والمنضدة 0.260. ويبلغ معامل الاحتكاك السكوني بين القالبين 0.551. تم ربط خيط بالقالب السفلي وبذل قوة خارجية $\vec{F}$ أفقيًا، مسببة سحبًا على الخيط كما هو موضح في الشكل.

المسألة

ما القوة القصوى التي يمكن بذلها على الخيط من دون أن تتسبب في انزلاق القالب العلوي؟



الشكل 4.24 (a) قالبان متراصان يُسحبان إلى اليمين. (b) مخطط الجسم الحر لحركة القالبين معًا. (c) مخطط الجسم الحر للقالب العلوي.

الحل

فكّر لبدء حل هذه المسألة، نلاحظ أنه إذا لم يتم تجاوز قوة الاحتكاك السكوني بين القالبين، فسيتحرك القالبان معًا. ومن ثم، إذا سحبنا القالب السفلي برفق، فسيبقى القالب العلوي في مكانه فوقه، وسيتحرك القالبان كجسم واحد. بينما إذا سحبنا القالب السفلي بشدة، فلن تكون قوة الاحتكاك السكوني بين القالبين كافيةً لإبقاء القالب العلوي في موضعه وسيبدأ في السقوط عن القالب السفلي.

القوى المؤثرة في هذه المسألة هي القوة الخارجية $\vec{F}$ الجاذبة للخيط وقوة الاحتكاك الحركي f_k بين القالب السفلي والسطح الذي ينزلق عليه القالبان ووزن m_1g للقالب السفلي ووزن m_2g للقالب العلوي وقوة الاحتكاك السكوني f_s بين القالبين والقوى العمودية.

ارسم نبدأ برسم مخطط الجسم الحر للقالبين أثناء الحركة معًا (الشكل 4.24b). لأننا سنعامل القالبين كجسم واحد في الجزء الأول من هذا التحليل. نحدد اتجاه المحور x بأنه موازٍ للسطح الذي ينزلق عليه القالبان وموازٍ للقوة الخارجية الجاذبة للخيط ويشير الاتجاه الموجب إلى اليمين في اتجاه القوة الخارجية.

مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$F - f_k = (m_1 + m_2)a. \quad \text{(i)}$$

مجموع القوى في اتجاه المحور y يساوي

$$N - (m_1g + m_2g) = 0. \quad \text{(ii)}$$

تصف المعادلتان i وii حركة القالبين معًا.

نحتاج الآن إلى رسم مخطط ثانٍ للجسم الحر لوصف القوى المؤثرة في القالب العلوي. القوى الواردة في مخطط الجسم الحر للقالب العلوي (الشكل 4.24c) هي القوة العمودية N_2 التي يبذلها القالب السفلي والوزن m_2g وقوة الاحتكاك السكوني f_s. مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$f_s = m_2a. \quad \text{(iii)}$$

مجموع القوى في اتجاه المحور y يساوي

$$N_2 - m_2g = 0. \quad \text{(iv)}$$

ابحث يتم إيجاد القيمة القصوى لقوة الاحتكاك السكوني بين القالب العلوي والسفلي بالمعادلة

$$f_s = \mu_s N_2 = \mu_s(m_2g).$$

حيث استخدمنا المعادلتين iii وiv. ومن ثم، تكون العجلة القصوى التي يمكن للقالب العلوي التحرك بها من دون أن ينزلق كما يلي

$$a_{max} = \frac{f_s}{m_2} = \frac{\mu_s m_2 g}{m_2} = \mu_s g. \quad \text{(v)}$$

وتكون العجلة القصوى للقالب العلوي هي أيضًا العجلة القصوى للقالبين معًا. من المعادلة ii، نوجد القوة العمودية بين القالب السفلي وسطح الانزلاق:

$$N = m_1g + m_2g. \quad \text{(vi)}$$

تساوي قوة الاحتكاك الحركي بين القالب السفلي وسطح الانزلاق عندئذٍ

$$f_k = \mu_k(m_1g + m_2g). \quad \text{(vii)}$$

بسّط يمكننا الآن الربط بين العجلة القصوى والقوة القصوى، F_{max}، التي يمكن بذلها من دون سقوط القالب العلوي، باستخدام المعادلتين v وvii:

$$F_{max} - \mu_k(m_1g + m_2g) = (m_1 + m_2)\mu_s g.$$

نحل هذه المعادلة لإيجاد القوة القصوى لنحصل على

$$F_{max} = \mu_k(m_1g + m_2g) + (m_1 + m_2)\mu_s g = g(m_1 + m_2)(\mu_k + \mu_s).$$

احسب بالتعويض بالقيم الرقمية المعطاة، تكون النتيجة

$$F_{max} = (9.81 \text{ m/s}^2)(38.6 \text{ kg} + 3.40 \text{ kg})(0.260 + 0.551) = 334.148 \text{ N}.$$

قرّب تم تقديم جميع القيم الرقمية مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية، لذلك نقدم إجابتنا كما يلي

$$F_{max} = 334 \text{ N}.$$

تحقّق ثانيةً الإجابة عبارة هي قيمة موجبة، مما يشير إلى أن اتجاه القوة إلى اليمين، وهو ما يتفق مع مخطط الجسم الحر الوارد في الشكل 4.24b.

العجلة القصوى هي

$$a_{max} = \mu_s g = (0.551)(9.81 \text{ m/s}^2) = 5.41 \text{ m/s}^2,$$

– يتبع

وهي جزء من العجلة بفعل الجاذبية، وهو ما يبدو منطقيًا. إذا لم يكن ثمة احتكاك بين القالب السفلي والسطح الذي ينزلق عليه، فستكون القوة المطلوبة لتسارع القالبين هي

$$F = (m_1 + m_2)a_{max} = (38.6\ \text{kg} + 3.40\ \text{kg})(5.41\ \text{m/s}^2) = 227\ \text{N}.$$

ومن ثم، تبدو إجابتنا بقيمة 334 N لمقدار القوة القصوى منطقية لأنها أعلى من القوة المحسوبة في حالة عدم وجود احتكاك.

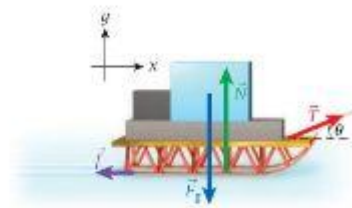
مثال 4.9 سحب مزلجة

بفرض أنك تسحب مزلجة على سطح مستوٍ مغطى بالجليد ببذل قوة ثابتة على حبل، بزاوية θ مع الأرض.

المسألة 1

إذا كانت كتلة المزلجة، بما في ذلك حمولتها، تساوي 15.3 kg، وكان معاملا الاحتكاك بين المزلجة والجليد هما $\mu_s = 0.076$ و$\mu_k = 0.070$ وكنت تسحب الحبل بقوة 25.3 N بزاوية 24.5° مع الأرض الأفقية، فما عجلة المزلجة؟

الحل 1



الشكل 4.25 مخطط الجسم الحر للمزلجة وحمولتها.

يوضح الشكل 4.25 رسم مخطط الجسم الحر للمزلجة، متضمنًا جميع القوى المؤثرة فيها. اتجاهات متجهات القوة صحيحة، لكن المقادير ليست مرسومة حسب مقياس رسم بالضرورة. ستتجه عجلة المزلجة، إذا حدثت بأي شكل من الأشكال، على طول المستوى الأفقي، في اتجاه المحور x. في ما يتعلق بالمركّبات، وفقًا لقانون نيوتن الثاني فإن:

$$x\text{-component:}\quad ma = T\cos\theta - f$$

و

$$y\text{-component:}\quad 0 = T\sin\theta - mg + N.$$

بالنسبة إلى قوة الاحتكاك، سنستخدم الصيغة $f = \mu N$ حاليًا، من دون تحديد ما إذا كان الاحتكاك احتكاكًا حركيًا أم سكونيًا، لكن سيتعين علينا العودة إلى هذه النقطة في النهاية. يمكن حساب القوة العمودية من المعادلة السابقة لمركّبة y ثم التعويض بها في معادلة مركّبة x:

$$N = mg - T\sin\theta$$

$$ma = T\cos\theta - \mu(mg - T\sin\theta) \Rightarrow$$

$$a = \frac{T}{m}(\cos\theta + \mu\sin\theta) - \mu g.$$

يتضح لنا أن القوة العمودية أقل من وزن المزلجة، لأن قوة سحب الحبل لها مركّبة y متجهة إلى أعلى. تساهم كذلك المركّبة الرأسية لقوة سحب الحبل في عجلة المزلجة نظرًا لأنها تؤثر في القوة العمودية ومن ثم في قوة الاحتكاك الأفقية.

عند التعويض بالأرقام، نستخدم أولًا قيمة معامل الاحتكاك السكوني لنرى ما إذا كان يتم بذل قوة كافية بسحب الحبل لإنتاج عجلة موجبة أم لا. إذا اتضح أن قيمة a الناتجة سالبة، فيعني هذا أنه لا توجد قوة سحب كافية للتغلب على قوة الاحتكاك السكوني. وبالتعويض بقيمة μ_s (0.076) المعطاة، تكون النتيجة

$$a' = \frac{25.3\ \text{N}}{15.3\ \text{kg}}(\cos 24.5° + 0.076\sin 24.5°) - 0.076(9.81\ \text{m/s}^2) = 0.81\ \text{m/s}^2.$$

نظرًا لأنه ينتج عن هذه العملية الحسابية قيمة a' موجبة، يفيد هذا بأن القوة كافية للتغلب على قوة الاحتكاك. نستخدم الآن القيمة المعطاة لمعامل الاحتكاك الحركي لحساب العجلة الفعلية للمزلجة:

$$a = \frac{25.3\ \text{N}}{15.3\ \text{kg}}(\cos 24.5° + 0.070\sin 24.5°) - 0.070(9.81\ \text{m/s}^2) = 0.87\ \text{m/s}^2.$$

المسألة 2

ما زاوية الحبل مع الاتجاه الأفقي التي ستنتج العجلة القصوى للمزلجة للقيمة المعطاة لمقدار قوة السحب، T؟ ما القيمة القصوى تلك للعجلة a؟

الحل 2

في حساب التفاضل والتكامل، لإيجاد القيمة العليا لدالة، نأخذ المشتقة الأولى ونوجد قيمة المتغير المستقل الذي تساوي عنده تلك المشتقة صفرًا:

$$\frac{d}{d\theta}a = \frac{d}{d\theta}\left[\frac{T}{m}(\cos\theta + \mu\sin\theta) - \mu g\right] = \frac{T}{m}(-\sin\theta + \mu\cos\theta).$$

ينتج البحث عن جذر هذه المعادلة

$$\left.\frac{da}{d\theta}\right|_{\theta=\theta_{max}} = \frac{T}{m}(-\sin\theta_{max} + \mu\cos\theta_{max}) = 0$$

$$\rightarrow \sin\theta_{max} = \mu\cos\theta_{max} \rightarrow$$

$$\theta_{max} = \tan^{-1}\mu.$$

ينتج عن التعويض بقيمة معامل الاحتكاك الحركي، 0.070. في هذه المعادلة $\theta_{max} = 4.0°$. يعني هذا أن الحبل يجب أن يوضع أفقيًا تقريبًا. يمكن الحصول على القيمة الناتجة للعجلة بالتعويض بالأرقام في معادلة إيجاد a التي استخدمناها في الحل 1:

$$a_{max} \equiv a(\theta_{max}) = 0.97\ m/s^2$$

ملحوظة: يُعد كون المشتقة الأولى صفرًا شرطًا ضروريًا فقط للقيمة القصوى، ولكنه ليس كافيًا. يمكنك أن تقنع نفسك أننا قد أوجدنا بالفعل القيمة القصوى، أولًا بإدراك أننا حصلنا فقط على جذر واحد للمشتقة الأولى، ما يعني أن للدالة $a(\theta)$ قيمة عليا واحدة فقط. وكذلك لأن قيمة العجلة التي حسبناها عند هذه النقطة أكبر من القيمة التي حصلنا عليها سابقًا للزاوية 24.5° . فستتأكد من أن القيمة العليا الوحيدة هي بالفعل القيمة القصوى. بدلًا من ذلك، كان من الممكن أن نأخذ المشتقة الثانية ونكتشف أنها سالبة عند النقطة $\theta_{max} = 4.0°$؛ وعندئذٍ كان يمكننا مقارنة قيمة العجلة التي حصلنا عليها عند تلك النقطة مع تلك التي حصلنا عليها عند $\theta = 0°$ و$\theta = 90°$.

سؤال الاختبار الذاتي 4.5

احسب قيمة المشتقة الثانية إذا كانت قيمة زاوية حبل المزلجة إلى الأرض هي 4.0°؟

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- محصّلة القوة المؤثرة في جسم ما هي مجموع متجهات القوى المؤثرة في الجسم: $\vec{F}_{net} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$
- الكتلة هي خاصية داخلية للجسم تحدد كمية كل من قدرة الجسم على مقاومة العجلة وقوة الجاذبية المؤثرة في الجسم.
- مخطط الجسم الحر عبارة عن رسم تجريدي يعرض كل القوى التي تؤثر في الجسم المعزول.
- في ما يلي قوانين نيوتن الثلاثة:

  قانون نيوتن الأول. في غياب محصّلة القوة المؤثرة في جسم ما، يظل الجسم في وضع السكون إذا كان ساكنًا. وإذا كان متحركًا، فسيستمر في الحركة في خط مستقيم بالسرعة المتجهة ذاتها.

  قانون نيوتن الثاني. إذا أثرت محصّلة قوة خارجية $\vec{F}_{net}$ في جسم كتلته m، فسينتج عن القوة عجلة، $\vec{a}$ في اتجاه القوة نفسه: $\vec{F}_{net} = m\vec{a}$

  قانون نيوتن الثالث. القوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلان بعضهما في بعض تكونان دائمًا متساويتين في المقدار ومتضادتين في الاتجاه: $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$

- هناك نوعان من الاحتكاك: الاحتكاك السكوني والاحتكاك الحركي. يتناسب كلا نوعي الاحتكاك مع القوة العمودية، N.

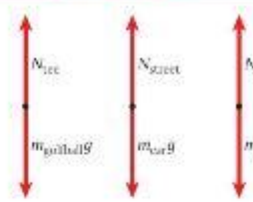
  ويصف الاحتكاك السكوني قوة الاحتكاك بين جسم ساكن وسطح ما بدلالة معامل الاحتكاك السكوني، μ_s. تقاوم قوة الاحتكاك السكوني f_s، القوة التي تحاول تحريك الجسم ولها قيمة قصوى، $f_{s,max}$، بحيث يكون $f_s \le \mu_s N = f_{s,max}$.

  يصف الاحتكاك الحركي قوة الاحتكاك بين جسم متحرك وسطح ما بدلالة معامل الاحتكاك الحركي، μ_k. يمكن إيجاد الاحتكاك الحركي من المعادلة $f_k = \mu_k N$.

  وبصفة عامة، $\mu_s > \mu_k$.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

4.1



4.2 توصلنا إلى نتيجة عامة لعجلة الكتلتين كما يلي $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$. إذا اقتربت الكتلة m_1 من اللانهاية، فيمكن أن نتجاهل الكتلة m_2 مقارنة بالكتلة m_1. وهذا يعني أن كلًا من البسط والمقام في الكسر يقتربان من 1. فصار لدينا $a = g$. بالنسبة إلى الكتلة $m_1 = 0$، لدينا $a = -g$. وبالنسبة إلى الكتلة $m_1 = m_2$، لدينا $a = 0$.

4.3 باستخدام $T = m_2(g + a)$ والتعويض بقيمة العجلة، $a = g\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$ سنجد أن

$$T = m_2(g+a) = m_2\left(g + g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) = m_2 g\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)$$
$$= 2g\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

4.4 (a) من المعادلة $a = (m_2 g - f)/(m_1 + m_2)$ وشرط أن $f \leq f_{s,max} = \mu_s m_1 g$. نجد أن أكبر قيمة يمكن أن تصل إليها m_2 هي $m_2 = f_{s,max}/g = \mu_s m_1$. (b) أما بالنسبة إلى الكتلة $m_2 < \mu_s m_1$، فلا يوجد شيء يتحرك؛ لذا ينبغي أن تساوي العجلة صفرًا. مما يعني أن البسط في التعبير الجبري للعجلة يجب أن يكون صفرًا. وبذلك، في هذه الحالة، سنجد أن $f = m_2 g$.

4.5 بالنظر إلى المشتقة الثانية، سنجد أن

$$\frac{d^2 a}{d\theta^2} = \frac{d}{d\theta}\left[\frac{T}{m}(-\sin\theta + \mu\cos\theta)\right] = \frac{T}{m}(-\cos\theta - \mu\sin\theta) = -a$$

وبما أننا أوجدنا $a(\theta_{max}) = 0{,}97\ m/s^2$، فإن قيمة المشتقة الثانية عند $4{,}00°$ تساوي $-0{,}97\ m/s^2$، وهو عدد أقل من الصفر، مما يؤكد أن القيمة العليا هي بالفعل قيمة قصوى.

إرشادات حل المسائل: قوانين نيوتن

يُعدّ تحليل الموقف من حيث القوى والحركة مهارة مهمة للغاية في الفيزياء. كما أن التطبيق الصحيح لقوانين نيوتن من الأساليب بالغة الأهمية. ستساعدك الإرشادات التالية في حل مسائل الميكانيكا من خلال قوانين نيوتن الثلاثة. كما أنها تشكل جزءًا من استراتيجية الخطوات السبع لحل كل أنواع مسائل الفيزياء، وهي وثيقة الصلة بخطوات ارسم وفكّر وابحث.

1. قد يساعدك الرسم البياني الكلي على التصور المرئي للموقف وتحديد المفاهيم المتضمنة. ولكنك ستحتاج أيضًا إلى مخطط الجسم الحر المنفصل لكل جسم لتحديد القوى المؤثرة في هذا الجسم لا في غيره. ويُعدّ إنشاء مخططات الجسم الحر الصحيحة مفتاحًا لحل كل المسائل في الميكانيكا، سواء أتضمنت أجسامًا ساكنة (غير متحركة) أم أجسامًا متحركة. تذكر أنه يجب ألا يتضمن أي من مخططات الجسم الحر $m\vec{a}$ الناتجة عن قانون نيوتن الثاني باعتبارها قوة.

2. ويعد اختيار النظام الإحداثي مهمًا، فعادةً ما يُفرّق اختيار النظام الإحداثي بين المعادلات البسيطة جدًا والمعادلات الصعبة للغاية. وفي أغلب الأحيان، يكون من المفيد اختيار محور على طول اتجاه عجلة الجسم نفسه، إن وجدت. وفي مسائل الأجسام الساكنة، سيكون من المفيد عادة توجيه محور على طول سطح، سواء أكان أفقيًا أو مائلًا. ويعد اختيار النظام الإحداثي الأكثر ملاءمة مهارة مكتسبة تحصل عليها عن طريق خبرتك التي تزيد مع حل العديد من المسائل.

3. بمجرد اختيار اتجاهات الإحداثيات، حدد ما إذا كان الموقف يتضمن العجلة في أحد الاتجاهين. فعلى سبيل المثال، إذا لم تحدث عجلة في اتجاه y، فعندئذ يتطبق قانون نيوتن الأول في هذا الاتجاه، ويساوي مجموع القوى (محصّلة القوة) صفرًا. إذا حدثت العجلة في اتجاه محدد، على سبيل المثال، في الاتجاه x، فعندئذ سيتطبق قانون نيوتن الثاني في ذلك الاتجاه، وستساوي محصّلة القوة كتلة الجسم مضروبة في عجلته.

4. عندما تحلل متجه قوة إلى مركّبات على طول اتجاهات الإحداثيات، انتبه إلى الاتجاه الذي يتضمن جيب زاوية محددة والاتجاه الذي يتضمن جيب التمام. لا تعمم بناءً على المسائل السابقة وتعتقد أن كل المركّبات في الاتجاه x تتضمن جيب التمام؛ لأنك ستجد مسائل تتضمن فيها مركّبة x جيب زاوية. اعتمد على التعريفات الواضحة للزوايا واتجاهات الإحداثيات وهندسة الموقف المحدد. حيث تظهر الزاوية نفسها في كثير من الأحيان عند نقاط مختلفة وبين مستقيمات مختلفة في المسألة. ينتج عن هذا عادةً مثلثات متماثلة، تحتوي غالبًا على زوايا قائمة. إذا صممت رسمًا بيانيًا لمسألة تحتوي على زاوية عامة θ، فحاول أن تستخدم زاوية ليست قريبة من $45°$، لأنه سيصعب التمييز بين مثل هذه الزاوية ومتممتها في رسمك.

5. تحقق دائمًا من إجابتك النهائية. هل تبدو الوحدات منطقية؟ هل المقادير معقولة؟ إذا غيرت متغيرًا لتقترب من قيمة حدية، فهل ستقدم إجابتك توقعًا صحيحًا لما سيحدث؟ يمكنك تقدير إجابة المسألة أحيانًا باستخدام تقريبات القيمة الأسية، كما ناقشنا في الوحدة 1 ؛ فمثل هذا التقدير يكشف غالبًا ما إذا ارتكبت خطأً حسابيًا أو إذا كتبت صيغة غير صحيحة.

6. دائمًا تكون قوة الاحتكاك مضادة لاتجاه الحركة وتؤثر في اتجاه موازٍ لسطح التلامس؛ وتكون قوة الاحتكاك السكوني مضادة للاتجاه الذي سيتحرك فيه الجسم، في حالة عدم وجود قوة احتكاك. لاحظ أن قوة الاحتكاك الحركي *تساوي* ناتج ضرب معامل الاحتكاك في القوّة العموديّة، بينما تكون قوة الاحتكاك السكوني *أقل* من ذلك الناتج أو مساوية له.

أسئلة الاختيار من متعدد

4.1 تسير سيارة كتلتها M في خط مستقيم بسرعة ثابتة على طريق مستوٍ بمعامل احتكاك μ بين الإطارات والطريق وبقوة سحب D. سيساوي مقدار محصّلة القوة المبذولة على السيارة

a) μMg.

b) $\mu Mg + D$

c) $\sqrt{(\mu Mg)^2 + D^2}$

d) صفر.

4.2 يقف شخص على سطح الأرض. تساوي كتلة الشخص m، وكتلة الأرض M. يقفز الشخص إلى أعلى، ليصل إلى أقصى ارتفاع فوق الأرض h. وعندما يصل الشخص إلى هذا الارتفاع h، سيكون مقدار القوة الذي يبذله هذا الشخص على الأرض

a) mg.

b) Mg.

c) M^2g/m.

d) m^2g/M.

e) صفر.

4.3 اكتشف ليوناردو دافنشي أن مقدار قوة الاحتكاك يتناسب ببساطة مع مقدار القوّة العمودية فقط، وهذا يعني أن قوة الاحتكاك لا تعتمد على عرض منطقة التلامس أو طولها. ومن ثمّ، يرجع السبب الأساسي وراء استخدام إطارات عريضة في سيارة السباق إلى

a) أنها تبدو رائعة.
b) أن لها منطقة تلامس ظاهرية أكبر.
c) أنها تكلف المزيد من المال.
d) أنه يمكن صناعتها من مواد أكثر نعومة.

4.4 التورنيدو عبارة عن لعبة ملاهٍ تتكوّن من أسطوانة رأسية مجوفة تدور بسرعة حول محورها الرأسي. وبينما تدور لعبة تورنيدو، يُدفع الراكبون إلى الجدار الداخلي للأسطوانة بسبب الدوران المحوري، ثم تسقط أرضية الأسطوانة بعيدًا. القوة التي تتجه إلى أعلى، وتمنع الراكبين من السقوط إلى أسفل هي

a) قوة الاحتكاك. c) الجاذبية.
b) قوّة عمودية. d) قوة الشد.

4.5 عندما تتوقف حافلة فجأة، يندفع الركاب إلى الأمام. أي قوانين نيوتن يشرح هذا الموقف؟

a) قانون نيوتن الأول
b) قانون نيوتن الثاني
c) قانون نيوتن الثالث
d) لا يمكن شرحه باستخدام قوانين نيوتن.

4.6 توجد قوتان $\vec{F}_1$ و$\vec{F}_2$ فقط تؤثران في قالب. فأي مما يلي يصلح أن يكون مقدار محصّلة القوة، $\vec{F}$ التي تؤثر في القالب (وضّح كل الاحتمالات)؟

a) $F > F_1 + F_2$ c) $F < F_1 + F_2$
b) $F = F_1 + F_2$ d) لا شيء مما سبق

4.7 ما الملاحظة (الملاحظات) غير الصحيحة عن قوة الاحتكاك في ما يلي؟

a) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك الحركي دائمًا مع القوّة العمودية.
b) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك السكوني دائمًا مع القوّة العمودية.
c) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك السكوني دائمًا مع القوة الخارجية المبذولة.
d) اتجاه قوة الاحتكاك الحركي مضاد دائمًا لاتجاه حركة الجسم النسبية بالنسبة إلى السطح الذي يتحرك عليه الجسم.
e) اتجاه قوة الاحتكاك السكوني مضاد دائمًا لاتجاه حركة الجسم الوشيكة بالنسبة إلى السطح الذي يستقر عليه الجسم.
f) كل ما سبق صحيح.

4.8 تؤثر قوة أفقية مساوية لوزن الجسم في جسم ساكن على طاولة. ما عجلة الجسم المتحرك عندما تكون قيمة معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والأرض 1 (إذا افترضنا أن الجسم يتحرك في اتجاه القوة المؤثرة)؟

a) صفر
b) $1\ m/s^2$
c) لا توجد معطيات كافية لإيجاد العجلة.

4.9 يتصل قالبان متساويان في الكتلة بواسطة حبل أفقي عديم الكتلة، ويستقران على طاولة عديمة الاحتكاك. إذا سحبت قوة خارجية أفقية $\vec{F}$ أحد القالبين، فما نسبة القوى المحصلة المؤثرة في القالبين؟

a) 1.1 c) 1.2
b) 1.1.41 d) لا شيء مما سبق

4.10 إذا كانت عربة تقف بدون حركة على أرض مستوية، فلا توجد قوى تؤثر في العربة.

a) صواب b) خطأ c) ربما

4.11 جسم كتلته 0.092 kg كان ساكنًا في البداية، ثم اكتسب سرعة قدرها 75.0 m/s في 0.028 s. فما متوسط محصّلة القوة المؤثرة في الجسم أثناء هذه الفترة الزمنية؟

a) 1.2×10^2 N c) 2.8×10^2 N
b) 2.5×10^2 N d) 4.9×10^2 N

4.12 تدفع قفصًا كبيرًا على الأرض بسرعة ثابتة، وتبذل قوة أفقية F على القفص. يوجد احتكاك بين الأرض والقفص. ويكون مقدار قوة الاحتكاك

a) صفر. d) أقل من F.
b) F. e) من المستحيل حسابه دون مزيد من المعطيات.
c) أكبر من F.

4.13 أي القوى الأساسية التالية غير ظاهرة لنا في حياتنا اليومية؟

a) قوّة الجاذبيّة c) قوة نووية قوية
b) قوة كهرومغناطيسية d) قوة نووية ضعيفة

4.14 اصطدمت سيارة رياضية متعددة الأغراض كتلتها 3250 kg من الأمام بسيارة صغيرة كتلتها 1250 kg. حدد كل العبارات الخاطئة.

a) القوة التي تبذلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض على السيارة الصغيرة أكبر من القوة التي تبذلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض.
b) القوة التي تبذلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض أكبر من القوة التي تبذلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض على السيارة الصغيرة.
c) تتعرض السيارة الصغيرة لعجلة أكبر من السيارة الرياضية متعددة الأغراض.
d) تتعرض السيارة الرياضية متعددة الأغراض لعجلة أكبر من السيارة الثانوية.

4.15 أي العبارات التالية صحيحة؟

a) تتجه قوّة الجاذبيّة المبذولة على جسم ما إلى أعلى دائمًا.
b) تتجه قوّة الجاذبيّة المبذولة على جسم ما إلى أسفل دائمًا.
c) تعتمد قوّة الجاذبيّة المبذولة على الجسم على السرعة الرأسية للجسم.
d) تعتمد قوّة الجاذبيّة المبذولة على الجسم على السرعة الأفقية للجسم.

4.16 القوّة العموديّة هي قوة تلامس تؤثر عند السطح بين جسمين. أي العبارات التالية غير صحيحة بشأن القوّة العموديّة؟

a) تساوي القوّة العموديّة دائمًا مع قوّة الجاذبيّة.
b) مقدار القوّة العموديّة كبير بما يكفي فقط لمنع الجسمين من اختراق بعضهما بعضًا.
c) لا تساوي القوّة العموديّة بالضرورة قوّة الجاذبيّة.
d) القوّة العموديّة متعامدة على مستوى سطح التلامس بين الجسمين.

أسئلة مفاهيمية

4.17 ذهبت إلى متجر أحذية لتشتري حذاء لكرة السلة له قدرة احتكاك عالية على نوع معين من الخشب الصلب. ولتحديد معامل الاحتكاك السكوني، μ، ينبغي أن تضع كل حذاء على لوح خشبي ثم تقوم بإمالة اللوح بزاوية θ. ليبدأ الحذاء في الانزلاق عندها. احصل على التعبير الجبري لمعامل الاحتكاك السكوني μ كدالة للزاوية θ.

4.18 توجد كرة خشبية ثقيلة معلقة بالسقف بخيط مربوط في السقف وفي أعلى الكرة. ويوجد خيط مماثل مربوط في أسفل الكرة. إذا سحبت الطرف المتدلي من الخيط السفلي بقوة إلى الأسفل، فأي الخيطين أكثر عرضة للقطع؟

4.19 تسحب سيارة مقطورة على الطريق السريع. لنفرض أن F_t هو مقدار القوة التي تؤثر في المقطورة بسبب السيارة، وF_c هو مقدار القوة التي تؤثر في السيارة بسبب المقطورة. إذا تحركت كل من السيارة والمقطورة بسرعة متجهة ثابتة على أرض مستوية، فإن $F_t = F_c$. إذا كانت السيارة والمقطورة تتسارعان صاعدتين مرتفعًا، فما العلاقة بين القوتين؟

4.20 تسارع سيارة على طريق سريع مستوٍ. ما القوة المبذولة في اتجاه الحركة التي تؤدي إلى تسارع السيارة؟

4.21 إذا كانت القوتان اللتان يبذلهما جسمان متفاعلان على بعضهما متساويتين دائمًا في المقدار ومتضادتين في الاتجاه، فكيف يتسارع جسم ما؟

4.22 صواب أم خطأ: لن يتحرك كتاب الفيزياء على طاولة نهائيًا إذا كانت محصلة القوة تساوي صفرًا.

4.23 تنزلق كتلة على منحدر بزاوية θ فوق المستوى الأفقي. ومعامل الاحتكاك بين الكتلة والمنحدر هو μ_k.

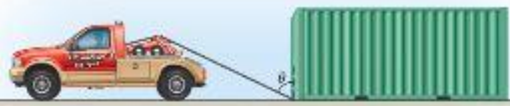
a) أوجد صيغة لمقدار عجلة الكتلة واتجاهها أثناء انزلاقها إلى أعلى المنحدر.

b) كرر الجزء (a) لتتوصل إلى صيغة لمقدار عجلة الكتلة واتجاهها أثناء انزلاقها إلى أسفل المنحدر.

4.24 يوجد صندوق شحن بزن 340 N في وضع السكون ابتدائيًا على رصيف التحميل. ثم تأتي رافعة شوكية وترفع الصندوق بقوة متجهة إلى أعلى تساوي 500 N، فتؤدي إلى تسارع الصندوق إلى أعلى. فما مقدار القوة المبذولة بسبب الجاذبية التي تؤثر في صندوق الشحن أثناء تسارعه إلى أعلى؟

4.25 ينزلق قالب على منحدر عديم الاحتكاك (تقريبًا) بزاوية ميل 30.0°. أي القوتين أكبر في المقدار، محصلة القوة التي تؤثر في القالب أم القوة العمودية المؤثرة فيه؟

4.26 تستخدم شاحنة جر كتلتها M حبلًا لسحب حاوية شحن كتلتها m على سطح أفقي كما هو موضح في الشكل. ويتصل الحبل بالحاوية من الزاوية السفلية الأمامية ويصنع زاوية θ مع المستوى الرأسي كما هو موضح. معامل الاحتكاك الحركي بين السطح والصندوق هو μ.



a) ارسم مخطط الجسم الحر للحاوية.

b) بافتراض أن الشاحنة تسحب الحاوية بسرعة ثابتة، اكتب معادلة المقدار T لقوة الشد في الكبل.

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى وجود حل للمسألة في دليل حلول الطالب. تشير النقطة الواحدة • والنقطتان •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 4.2

4.27 عجلة الجاذبية على القمر تساوي سدس عجلة الجاذبية على الأرض. إذا كان وزن التفاحة يساوي 1.00 N على الأرض.

a) فما وزن التفاحة على القمر؟

b) وما كتلة التفاحة؟

القسم 4.4

4.28 تتسبب قوة مقدارها 423.5 N في تسارع عربة صغيرة مكشوفة وسائقها من سرعة 10.4 m/s إلى 17.9 m/s في 5.00 s. ما كتلة العربة الصغيرة المكشوفة وسائقها؟

4.29 انضممت منذ قليل إلى نادٍ صحي خاص، يقع في الطابق الأعلى في ناطحة سحاب. وتصل إلى المنشأة باستخدام مصعد سريع. ويوجد ميزان مُركّب في المصعد حتى يتمكن الأعضاء من وزن أنفسهم قبل التمارين وبعدها. دخل أحد الأعضاء إلى المصعد ووقف على الميزان قبل أن تغلق أبواب المصعد. يعرض الميزان الوزن 83.3 kg. ثم يتسارع المصعد إلى أعلى بعجلة قيمتها $2.43\ m/s^2$. بينما لا يزال العضو واقفًا على المقياس. ما الوزن الذي يظهر على شاشة الميزان أثناء تسارع المصعد؟

4.30 تساوي كتلة مقصورة مصعد 358.1 kg. وتساوي مجموع كتلة الأشخاص داخل المقصورة 169.2 kg. يسحب الحبل المقصورة إلى الأعلى بعجلة ثابتة مقدارها $4.11\ m/s^2$. فما قوة الشد في الحبل؟

4.31 تساوي كتلة مقصورة مصعد 363.7 kg، وتساوي مجموع كتلة الأشخاص داخل المقصورة 177.0 kg. ثم يسحب الحبل المقصورة إلى أعلى حيث تساوي قوة الشد 7638 N. ما عجلة المصعد؟

4.32 يوجد قالبان يتلامسان على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. تؤثر قوة خارجية $\vec{F}$ في القالب 1 ويتحرك القالبان بعجلة ثابتة تساوي $2.45\ m/s^2$. استخدم $M_2 = 5.70$ kg، $M_1 = 3.20$ kg.

a) ما مقدار، F، القوة المبذولة؟

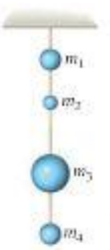
b) ما قوة التلامس بين القالبين؟

c) ما محصّلة القوة المؤثرة في القالب 1؟

•**4.33** تبلغ كثافة (الكتلة لكل وحدة حجم) الثلج $917\ kg/m^3$، وكثافة ماء البحر $1024\ kg/m^3$. وتوجد نسبة 10.45% فقط من حجم الجبل الجليدي فوق سطح الماء. إذا كان حجم جبل جليدي معين فوق الماء يساوي $4205.3\ m^3$، فما مقدار القوة التي يبذلها ماء البحر على هذا الجبل الجليدي؟

•**4.34** في صف الفيزياء في المختبر، رُبطت ثلاثة أحبال عديمة الكتلة عند نقطة ما. ثم بُذلت قوة شد على كل حبل، $F_1 = 150.$ N عند 60.0°، $F_2 = 200.$ N عند 100°، $F_3 = 100.$ N عند 190°. ما مقدار القوة الرابعة والزاوية التي تعمل عندها لتحافظ على ثبات النقطة في مركز النظام؟ (تُقاس كل الزوايا من محور x الموجب).

القسم 4.5



4.35 توجد أربعة أوزان كتلها $m_1 = 6.50$ kg، $m_2 = 3.80$ kg، $m_3 = 10.70$ kg، و$m_4 = 4.20$ kg، معلقة في السقف كما هو موضح في الشكل. وتتصل الأوزان ببعضها بحبال. ما قوة الشد في الحبل الذي يربط الكتلتين m_1 وm_2 ببعضهما؟

4.36 تتصل كتلة معلقة، $M_1 = 0.500$ kg، بخيط خفيف يمر فوق بكرة عديمة الاحتكاك ليتصل بكتلة تساوي $M_2 = 1.50$ kg. وتكون هذه الكتلة ساكنة مبدئيًا على طاولة عديمة الاحتكاك. أوجد مقدار العجلة a، للكتلة M_2.

•**4.37** تتصل كتلة معلقة، $M_1 = 0.500$ kg، بخيط خفيف يمر فوق بكرة عديمة الاحتكاك أمام كتلة مقدارها $M_2 = 1.50$ kg. توجد هذه الكتلة ثابتة في البداية على طاولة عديمة الاحتكاك. وتتصل كتلة ثالثة مقدارها $M_3 = 2.50$ kg، كانت ثابتة مبدئيًا على الطاولة عديمة الاحتكاك نفسها، بمؤخرة الكتلة M_2 بخيط خفيف.

a) أوجد مقدار العجلة، a، للكتلة M_3.

b) أوجد الشد في الحبل بين الكتلتين M_1 وM_2.

•**4.38** كتلة معلقة، $M_1 = 0.400$ kg، تتصل من خلال خيط خفيف يمر على بكرة عديمة الاحتكاك بكتلة $M_2 = 1.20$ kg، كانت في وضع السكون مبدئيًا على منحدر عديم الاحتكاك. يصنع المنحدر زاوية $\theta = 30.0°$ فوق المستوى الأفقي، وتوجد البكرة أعلى المنحدر. أوجد مقدار العجلة a_2، واتجاهها للكتلة M_2.

•**4.39** طاولة القوى عبارة عن طاولة دائرية بها حلقة صغيرة يجب أن تتوازن في مركز الطاولة. وتتصل الحلقة بثلاث كتل معلقة بخيوط كتلتها يمكن إهمالها وتمر فوق بكرات عديمة الاحتكاك مثبتة عند طرف الطاولة. يمكن ضبط مقدار واتجاه كل قوة من القوى الثلاث الأفقية التي تؤثر في الحلقة عن طريق تغيير كمية كل كتلة معلقة وموقع كل بكرة على التوالي. إذا علمنا أن كتلة $m_1 = 0.0400$ kg تسحب في اتجاه x الموجب وكتلة $m_2 = 0.0300$ kg تسحب في اتجاه y الموجب، فأوجد الكتلة (m_3) والزاوية (θ، في عكس اتجاه عقارب الساعة من محور x الموجب) التي ستوازن الحلقة في مركز الطاولة.

4.40 يجلس قرد على لوح خشبي متصل بحبل يمر طرفه الآخر فوق فرع شجرة، كما هو موضح في الشكل. يمسك القرد الحبل ويحاول سحبه إلى أسفل. يبلغ مجموع كتلة القرد واللوح الخشبي 100 kg. افترض أنه يمكنك إهمال الاحتكاك بين الحبل والفرع.

a) ما الحد الأدنى من القوة التي يحتاج القرد إلى بذله لير فع نفسه واللوح من فوق الأرض؟

b) ما مقدار القوة المبذولة اللازمة لتحريك القرد بعجلة متجهة إلى أعلى تبلغ $2.45\ m/s^2$؟

c) اشرح كيف ستتغير الإجابات إذا قام قرد ثانٍ على الأرض بشد الحبل بدلًا من ذلك.

القسم 4.6

4.41 مقعد رئيس البحارة عبارة عن جهاز يستخدمه رئيس البحارة لرفع نفسه إلى قمة الشراع الرئيس للسفينة. ويتكوّن الجهاز البسيط من مقعد وحبل كتلته يمكن إهمالها، وبكرة عديمة الاحتكاك متصلة بقمة الشراع الرئيس. يمر الحبل على البكرة، ويتصل أحد طرفيه بالمقعد، بينما يسحب رئيس البحارة من الطرف الآخر فيرفع نفسه إلى أعلى. تبلغ الكتلة الكلية للمقعد ورئيس البحارة $M = 90.0$ kg.

a) إذا كان رئيس البحارة يسحب نفسه إلى أعلى بسرعة ثابتة، فما مقدار القوة اللازمة ليسحب الحبل؟

b) إذا تحرك رئيس البحارة بشكل متقطع، متسارعًا إلى أعلى بعجلة قصوى مقدارها $a = 2.00\ m/s^2$ ، فما أقصى قدر من القوة اللازمة لسحب الحبل؟

4.42 يوجد قالب جرانيت كتلته 3311 kg معلق على نظام بكرات كما هو موضح في الشكل. ويلتف الحبل حول البكرات 6 مرات. فما القوة التي ستحتاجها لشد الحبل لحمل قالب الجرانيت باتزان؟

4.43 بعد الوصول إلى كوكب مكتشف حديثًا، أجرى قبطان سفينة الفضاء التجربة التالية لحساب عجلة الجاذبية الخاصة بالكوكب، وضع كتلتين قيمتهما 100.0 g و 200.0 g على جهاز آتوود مصنوع من خيط عديم الكتلة وبكرة عديمة الاحتكاك ثم قاس مدة 1.52 s التي استغرقتها كل كتلة لتتحرك 1.00 m من وضع السكون.

a) ما عجلة الجاذبية للكوكب؟

b) ما الشد في الخيط؟

4.44 توجد لافتة متجر كتلتها 4.25 kg معلقة بسلكين يصنع كل منهما زاوية $\theta = 42.4°$ مع السقف. فما قوة الشد في كل سلك؟

4.45 ينزلق صندوق برتقال على سطح مائل بدون احتكاك. إذا تحرر الصندوق من وضع السكون ووصلت سرعته إلى 5.832 m/s بعد الانزلاق لمسافة 2.29m ، فما زاوية ميل السطح بالنسبة إلى المستوى الأفقي؟

4.46 ترتبط حمولة من الطوب كتلتها $M =$ 200.0 kg برافعة بواسطة حبل كتلته يمكن إهمالها وطوله يصل إلى $L = 3.00$ m. وعندما يتدلى الحبل رأسيًا إلى أسفل في بادئ الأمر، ستبعد القوالب مسافة أفقية $D = 1.50$ m عن الجدار الذي سيوضع عليه الطوب. ما مقدار القوة الأفقية التي يجب بذلها على حمولة الطوب (بدون تحريك الرافعة) حتى يستقر الطوب على الجدار مباشرة؟

4.47 تقف كتلة كبيرة من الثلج $M = 80.0$ kg ثابتة على منحدر عديم الاحتكاك. ويصنع المنحدر زاوية $\theta = 36.9°$ فوق المستوى الأفقي.

a) إذا كانت كتلة الثلج مثبتة في مكانها بفعل قوة عكسية على طول سطح المنحدر (بزاوية θ فوق المستوى الأفقي)، فأوجد مقدار هذه القوة.

b) وإذا كانت كتلة الثلج مثبتة في مكانها بفعل قوة أفقية، تتجه أفقيًا باتجاه مركز كتلة الثلج، فأوجد مقدار هذه القوة.

4.48 توجد كتلة $m_1 = 20.0$ kg مربوطة بخيط خفيف على منحدر عديم الاحتكاك. ويمر الخيط عبر بكرة عديمة الاحتكاك ثم يتصل بكتلة معلقة m_2. ويصنع المنحدر زاوية $\theta =$ 30.0° فوق المستوى الأفقي. تتحرك الكتلة m_1 إلى أعلى المنحدر بصورة منتظمة (بسرعة ثابتة). أوجد قيمة الكتلة m_2.

4.49 تتصل دمية كتلتها $M = 8.00$ kg بحبل يمكن إهمال كتلته مربوط بين قمتي عمودين رأسيين. المسافة الأفقية بين العمودين هي $D = 2.00$ m، وتزيد قمة العمود الأيمن عن قمة العمود الأيسر بمسافة رأسية $h =$ 0.500 m. وقد رُبطت الدمية بالحبل الأفقي في المنتصف بين العمودين وعند مسافة رأسية $s =$ 1.00 m أسفل قمة العمود الأيسر. أوجد قوة الشد الناتجة عن وزن الدمية في كل جزء من الحبل.

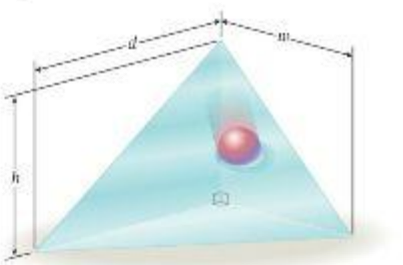
4.50 تتدلى دمية البنياتا التي كتلتها $M = 12.0$ kg من حبل يمكن إهمال كتلته مربوط بين قمتي عمودين رأسيين. والمسافة الأفقية بين العمودين $D = 2.00$ m، ويزيد ارتفاع قمة العمود الأيمن عن قمة العمود الأيسر بمسافة رأسية $h = 0.500$ m، ويبلغ إجمالي طول الحبل بين العمودين $L = 3.00$ m. كما تتصل دمية البنياتا بحلقة، يمر الحبل من مركزها. وكانت الحلقة عديمة الاحتكاك، لتنزلق بحرية على الحبل حتى تصل دمية البنياتا إلى نقطة اتزان سكوني.

a) حدد المسافة من قمة العمود الأيسر (الأقل ارتفاعًا) إلى الحلقة عندما تصل دمية البنياتا إلى الاتزان السكوني.

b) ما قوة الشد في الحبل عندما تصل دمية البنياتا إلى هذه النقطة من الاتزان السكوني؟

4.51 تتدلى ثلاثة أجسام كتلتها $m_1 = 36.5$ kg، وm_2 = 19.2 kg، و$m_3 = 12.5$ kg من حبال على بكرات. ما عجلة الكتلة m_1؟

4.52 قُطع قالب مستطيل عرضه $w = 116.5$ cm وعمقه $d = 164.8$ cm وارتفاعه $h = 105.1$ cm قطريًا من زاوية علوية واحدة إلى الزاويتين السفليتين المتقابلتين ليتكون سطح مثلث الشكل، كما هو موضح في الشكل. تنزلق منقلة ورق كتلتها $m = 16.93$ kg على المنحدر من دون احتكاك. ما مقدار العجلة التي تتعرض لها منقلة الورق؟



4.53 توجد كتلة مكعبة كبيرة من الثلج $M = 64.0\ \text{kg}$ طول أضلاعها $L = 0.400\ \text{m}$ مثبتة على منحدر عديم الاحتكاك. ويصنع المنحدر زاوية $\theta = 26.0°$ فوق المستوى الأفقي. يثبت مكعب الثلج في مكانه حبل كتلته يمكن إهمالها وطوله $l = 1.60\ \text{m}$. ويتصل الحبل بسطح المنحدر وبالطرف العلوي لمكعب الثلج، على مسافة L فوق سطح المنحدر. أوجد الشد في الحبل.

4.54 توجد كرة بولينج كتلتها $M_1 = 6.00\ \text{kg}$ في وضع السكون مبدئيًا على الجانب المنحدر من إسفين كتلته $M_2 = 9.00\ \text{kg}$ موضوع على أرض أفقية عديمة الاحتكاك. يميل جانب الإسفين بزاوية $\theta = 36.9°$ فوق المستوى الأفقي.

a) ما مقدار القوة الأفقية التي يجب بذلها على كرة البولينج للإبقاء عليها على ارتفاع ثابت على المنحدر؟

b) ما مقدار عجلة الإسفين، في حالة عدم وجود قوة خارجية؟

القسم 4.7

4.55 يهبط لاعب قفز حر كتلته $82.3\ \text{kg}$ (شاملة الملابس والمعدات) إلى أسفل معلقًا بمظلته، حتى وصل إلى السرعة الحدية. يبلغ معامل السحب 0.533 ومساحة المظلة $20.11\ \text{m}^2$. علمًا بأنّ كثافة الهواء $1.14\ \text{kg/m}^3$. فما قوة سحب الهواء له؟

4.56 الزمن الذي استغرقته سيارة سباق السرعة القصوى للبدء من وضع السكون والسير في خط مستقيم لمسافة $402\ \text{m}$ هي $4.441\ \text{s}$. أوجد معامل الاحتكاك الأدنى بين الإطارات والمضمار اللازم لتحقيق هذه النتيجة. (لاحظ أنه يمكن التوصل إلى معامل الاحتكاك الأدنى من افتراض بسيط بأن سيارة السباق تتسارع بعجلة ثابتة. في هذه المسألة، ستتجاهل القوى المتجهة إلى أسفل بسبب الأجنحة وأنابيب العادم).

4.57 توجد مجموعة محرك كتلتها M على سطح شاحنة بيك أب تسير في خط مستقيم على طريق مستو بسرعة ابتدائية $30.0\ \text{m/s}$. يساوي معامل الاحتكاك السكوني بين المجموعة والسطح $\mu_s = 0.540$. أوجد أقل مسافة يمكن أن تصل الشاحنة خلالها إلى حالة التوقف من دون انزلاق مجموعة المحرك باتجاه المقصورة.

4.58 يوجد صندوق كتب في وضع السكون مبدئيًا على مسافة $D = 0.540\ \text{m}$ من نهاية لوح خشبي. معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق واللوح $\mu_s = 0.320$، ومعامل الاحتكاك الحركي $\mu_k = 0.250$. تزداد زاوية اللوح ببطء، حتى يبدأ الصندوق في الانزلاق؛ ثم يتوقف اللوح عند هذه الزاوية. أوجد سرعة الصندوق عندما يصل إلى نهاية اللوح الخشبي.

4.59 يوجد قالب كتلته $M_1 = 0.640\ \text{kg}$ في وضع السكون مبدئيًا على عربة كتلتها $M_2 = 0.320\ \text{kg}$ وتقف العربة ساكنة مبدئيًا على مسار هوائي مستو. يبلغ الاحتكاك السكوني بين القالب والعربة $\mu_s = 0.620$، ولكن لا يوجد بالأساس احتكاك بين المسار الهوائي والعربة. تتسارع العربة بفعل قوة مقدارها F موازية للمسار الهوائي. أوجد القيمة القصوى للقوة F التي تسمح للقطعة بالتسارع مع العربة دون الانزلاق على سطح العربة.

القسم 4.8

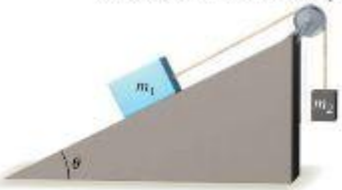
4.60 تستخدم مرشحات القهوة بشكل يحاكي مظلات هبوط صغيرة بقوة سحب تتناسب مع مربع السرعة المتجهة، $F_{\text{drag}} = Kv^2$. يصل مرشح قهوة بعد إسقاطه من ارتفاع $2.00\ \text{m}$ إلى الأرض في زمن $3.00\ \text{s}$. وعند ضم مرشح قهوة ثان إلى الأول، ظل معامل السحب كما هو ولكن الوزن تضاعف. أوجد الزمن الذي يستغرقه مرشحا القهوة المجمعان للوصول إلى الأرض. (تجاهل المدة القصيرة التي استغرقها المرشحان في التسارع للوصول إلى سرعتهما الحدية).

4.61 لديك ثلاجة كتلتها $112.2\ \text{kg}$، بها فيها من طعام. وتقف في وسط مطبخك، ولكنك تحتاج إلى نقلها. يبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين الثلاجة وبلاط الأرضية 0.460 و0.370 على التوالي. ما مقدار قوة الاحتكاك المؤثرة في الثلاجة، إذا دفعتها أفقيًا بقوة لكل مقدار؟

a) 300.0 N   b) 500.0 N   c) 700.0 N

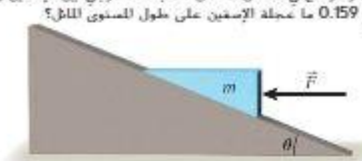
4.62 على مرتفع التزلج في منتجع تزلج، يستخدم حبل سحب لسحب المتزلجين إلى أعلى التل بسرعة ثابتة قدرها $1.74\ \text{m/s}$. يشكل منحدر التل زاوية $12.4°$ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. ويُسحب طفل ليصعد التل. يبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين مزلجة الطفل والجليد 0.152 و0.104 على التوالي، وتبلغ كتلة الطفل $62.4\ \text{kg}$ شاملة الملابس والمعدات. فما القوة التي يجب أن تؤثر عبر حبل السحب لسحب الطفل؟

4.63 يبدأ متزلج التزحلق بسرعة $2.00\ \text{m/s}$ وتهبط المزلجة على المنحدر في خط مستقيم بزاوية $15.0°$ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. معامل الاحتكاك الحركي بين الزلاجة والجليد يساوي 0.100 ما سرعته بعد مرور $10.0\ \text{s}$؟



4.64 وُضع قالب كتلته $m_1 = 21.9\ \text{kg}$ في وضع السكون على سطح مائل بزاوية $\theta = 30.0°$ فوق المستوى الأفقي. ويتصل القالب بقالب آخر كتلته $m_2 = 25.1\ \text{kg}$ بواسطة حبل ونظام بكرات عديم الكتلة، كما هو موضح في الشكل. يبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين القطعة 1 والسطح المائل $\mu_s = 0.109$ و$\mu_k = 0.086$ على التوالي. إذا تحررت القطعتان من وضع السكون، فكم ستبلغ إزاحة القطعة 2 في الاتجاه الرأسي بعد مرور $1.51\ \text{s}$؟ استخدم أرقامًا موجبة للاتجاه إلى أعلى وأرقامًا سالبة للاتجاه إلى أسفل.

4.65 يوجد إسفين كتلته $m = 36.1\ \text{kg}$ على مستوى مائل بزاوية $\theta = 21.3°$ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. وتدفع قوة قدرها $F = 302.3\ \text{N}$ الإسفين في الاتجاه الأفقي، كما هو موضح في الشكل. معامل الاحتكاك الحركي بين الإسفين والمستوى المائل يساوي 0.159 ما عجلة الإسفين على طول المستوى المائل؟



4.66 يوجد مقعد كتلته M في وضع السكون على أرض مستوية بمعامل احتكاك سكوني $\mu_s = 0.560$ بين المقعد والأرض. ويرغب شخص في دفع المقعد على الأرض. فيدفع المقعد إلى أسفل بقوة F وبزاوية θ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. ما أقل قيمة للزاوية θ التي لن يبدأ المقعد في الحركة على الأرض عندها، مهما زادت القوة F؟

4.67 كما هو موضح في الشكل، قالبان كتلة كل منهما $m_1 = 250.0\ \text{g}$ و$m_2 = 500.0\ \text{g}$ مربوطان ببعضهما بخيط عديم الكتلة يمر على بكرة عديمة الاحتكاك والكتلة. يبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين القالب والمستوى المائل 0.250 و0.123 على التوالي. وزاوية الميل $\theta = 30.0°$، وكان القالبان ساكنين مبدئيًا.

a) في أي اتجاه يتحرك القالبان؟

b) ما عجلة القالبين؟

4.68 يوجد قالب كتلته $M = 500.0\ \text{g}$ ثابت على سطح طاولة أفقي. ويبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي 0.530 و0.410 على التوالي على سطح التلامس بين الطاولة والقالب. دفعت قوة خارجية تبلغ $10.0\ \text{N}$ القالب بزاوية θ مع المستوى الأفقي.

a) ما الزاوية التي ستؤدي إلى وصول القطعة إلى العجلة القصوى بالنسبة إلى قوة الدفع المحددة؟

b) ما العجلة القصوى؟

تمارين إضافية

4.69 كانت سيارة بدون نظام الكبح المانع للانغلاق تسير بسرعة $15.0\ \text{m/s}$ عندما ضغط السائق بقوة على المكابح ليتوقف بشكل مفاجئ. يبلغ معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين الإطارات والطريق 0.550 و0.430 على التوالي.

a) ما عجلة السيارة أثناء الفترة الزمنية بين الكبح والتوقف؟

b) كم المسافة التي قطعتها السيارة قبل التوقف؟

4.70 يتصل قالب كتلته (M_1) 2.00 kg بقالب كتلته (M_2) 6.00 kg بواسطة خيط عديم الكتلة. وتؤثر القوتان المبذولتان $F_1 = 10.0$ N و $F_2 = 5.00$ N في القالبين، كما هو موضح في الشكل.

a) ما عجلة القالبين؟

b) ما الشد في الخيط؟

c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1؟ (يمكنك تجاهل الاحتكاك بين القالبين والطاولة).

4.71 يحتوي مصعد على كتلتين، رُبطت الكتلة $M_1 = 2.00$ kg بسقف المصعد بخيط (الخيط 1)، ورُبطت الكتلة $M_2 = 4.00$ kg بالكتلة 1 من أسفل بخيط مماثل (الخيط 2).

a) أوجد الشد في الخيط 1 (T_1) إذا كان المصعد يتحرك إلى أعلى بسرعة متجهة ثابتة $v = 3.00$ m/s.

b) أوجد T_1 إذا كان المصعد يتسارع إلى أعلى بعجلة قيمتها $a = 3.00$ m/s^2.

4.72 احسب معامل الاحتكاك اللازم لإيقاف قرص هوكي يتزلق بسرعة ابتدائية 12.5 m/s لمسافة قدرها 60.5 m؟

4.73 زنبرك ذو كتلة يمكن إهمالها متصل بسقف مصعد. عندما يتوقف المصعد في الدور الأول، يتم توصيل كتلة M بالزنبرك، ويتمدد الزنبرك لمسافة D حتى تصبح الكتلة في حالة اتزان. عندما يبدأ المصعد في الارتفاع إلى الدور الثاني، يتمدد الزنبرك مسافة أخرى قدرها $D/4$. احسب قيمة عجلة المصعد؟ افترض أن القوة التي يوفرها الزنبرك تتناسب خطيًا مع المسافة التي يتمددها الزنبرك.

4.74 رافعة كتلتها $M = 1.00 \times 10^4$ kg ترفع كرة هدم كتلتها $m = 1200$ kg إلى أعلى مباشرة.

a) أوجد مقدار القوّة العموديّة التي تبذلها الأرض على الرافعة أثناء تحرك كرة الهدم إلى أعلى بسرعة ثابتة قدرها $v = 1.00$ m/s.

b) أوجد مقدار القوّة العموديّة إذا تباطأت الحركة العلوية لكرة الهدم بمعدل ثابت من سرعتها الابتدائية $v = 1.00$ m/s لتقف خلال مسافة $D = 0.250$ m.

4.75 قالب كتلته 20.0 kg مدعوم بكبل رأسي عديم الكتلة في وضع السكون مبدئيًا. تم سحب القالب إلى أعلى بعجلة ثابتة قدرها 2.32 m/s^2.

a) احسب الشد في الكبل؟

b) ما محصلة القوة التي تؤثر في الكتلة؟

c) ما سرعة القالب بعد انتقاله مسافة قدرها 2.00 m؟

4.76 ثلاثة قوالب متماثلة A وB وC على طاولة أفقية عديمة الاحتكاك. تتصل القوالب بخيوط ذات كتلة يمكن إهمالها، مع وجود القالب B بين القالبين الآخرين. إذا تم سحب القالب C أفقيًا بقوة مقدارها $F = 12.0$ N، فأوجد الشد في الخيط بين القالبين B وC.

•4.77 قالبان أحدهما كتلته $m_1 = 3.00$ kg والآخر كتلته $m_2 = 4.00$kg معلقان بخيط عديم الكتلة على بكرة عديمة الاحتكاك ذات كتلة يمكن إهمالها، كما في آلة أتوود. يتوقف القالبان بلا حركة ثم يتم تحريرهما. ما عجلة القالبين؟

•4.78 قالبان كتلتاهما m_1 وm_2 معلقان بخيط عديم الكتلة على بكرة عديمة الاحتكاك ذات كتلة يمكن إهمالها، كما في آلة أتوود. يتوقف القالبان بلا حركة ثم يتم تحريرهما. إذا كان $m_1 = 3.50$ kg، فاحسب قيمة m_2 لتحدث عجلة في النظام قدرها $a = 0.400\,g$؟ (ملاحظة، يوجد حلان لهذه المسألة).

•4.79 جرار يسحب مزلجة كتلتها $M = 1000$ kg على أرض مستوية، معامل الاحتكاك الحركي بين المزلجة والأرض هو $\mu_k = 0.600$. يسحب الجرار المزلجة بحبل متصل بها بزاوية $\theta = 30.0°$ أعلى من المستوى الأفقي. ما مقدار الشد في الحبل اللازم لتتحرك المزلجة أفقيًا بعجلة قدرها $a = 2.00$ m/s^2؟

•4.80 قالب كتلته 2.00 kg على مستوى يميل بزاوية 20.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي، معامل الاحتكاك السكوني بين القالب والمستوى هو 0.600.

a) كم عدد القوى المؤثرة في القالب؟

b) ما القوة العمودية؟

c) هل يتحرك هذا القالب؟ اشرح.

•4.81 قالب كتلته 5.00 kg يتزلق بسرعة متجهة ثابتة إلى أسفل مستوى مائل يصنع زاوية قدرها 37.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي.

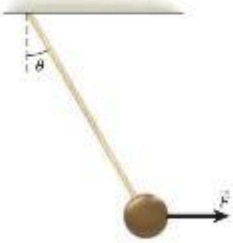
a) احسب قوة الاحتكاك؟

b) احسب معامل الاحتكاك الحركي؟

•4.82 لاعب قفز حر كتلته 83.7 kg (شاملةً الملابس والمعدات) يسقط في وضع ممدود الساقين والذراعين، ووصل إلى سرعته الحدية. يبلغ معامل السحب له 0.587، ومساحة سطحه المعرضة لتيار الهواء هي 1.035 m^2. احسب المدة الزمنية التي يستغرقها ليسقط مسافة رأسية قدرها 296.7 m؟ (علمًا بأن كثافة الهواء 1.14 kg/m^3).

•4.83 كتاب فيزياء كتلته 0.500 kg معلق من سلكين عديمي الكتلة لهما الطول نفسه متصلين بالسقف. تم قياس الشد في كل سلك فكان 15.4 N. احسب زاوية السلكين مع المستوى الأفقي؟

•4.84 في الشكل، تحمل قوة خارجية $\vec{F}$ ثقلًا كتلته 500 g في وضع ثابت. الزاوية التي يصنعها الحبل عديم الكتلة مع المحور الرأسي هي $\theta = 30.0°$.



a) احسب قيمة F، القوة اللازمة للحفاظ على الاتزان؟

b) ما الشد في الحبل؟

•4.85 في صف الفيزياء الدراسي، تم تعليق كرة تنس طاولة كتلتها 2.70 g بخيط عديم الكتلة. يشكل الخيط زاوية قدرها $\theta = 15.0°$ مع المحور الرأسي عند نفخ الهواء أفقيًا على الكرة بسرعة 20.5 m/s. افترض أن قوة الاحتكاك تتناسب مع السرعة المربعة لتيار الهواء.

a) احسب ثابت التناسب في هذه التجربة؟

b) ما الشد في الخيط؟

•4.86 سلك متناهي الصغر ذو هيكل أحادي البعد (تقريبًا) بقطر حوالي بضعة نانومترات. افترض أن سلكًا متناهي الصغر طوله 100.0 nm مصنوع من السليكون النقي (كثافة السيليكون $Si = 2.33$ g/cm^3) بقطر 5.00 nm هذا السلك متناهي الصغر متصل بقمة ومعلق لأسفل رأسيًا بفعل قوة الجاذبية.

a) ما الشد في القمة؟

b) ما الشد في المنتصف؟

(ملاحظة، تعامل مع السلك متناهي الصغر على أنه أسطوانة قطرها 5,00 nm وطولها 100.0 nm، مصنوعة من السليكون).

•4.87 قالبان متراصان على طاولة عديمة الاحتكاك، تم بذل قوة أفقية F على القالب العلوي (القالب 1). كتلتاهما $m_1 = 2.50$ kg و $m_2 = 3.75$ kg، معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين القالبين هما 0.456 و0.380، على التوالي.

a) احسب أقصى قوة يمكن بذلها F بحيث لا يتزلق m_1 خارج m_2؟

b) ما العجلة لكل من m_1 وm_2 عند بذل قوة مقدارها $F = 24.5$ N على m_1؟

•4.88 قالبان ($m_1 = 1.23$ kg و $m_2 = 2.46$ kg) ملتصقان ببعضهما ويتحركان إلى أسفل على مستوى مائل بزاوية قدرها 40.0° بالنسبة إلى المحور الأفقي. كلا القالبين مستقر بشكل مستو على المستوى المائل، معاملا الاحتكاك الحركي هما 0.23 في m_1 و0.35 في m_2. ما عجلة القالبين؟

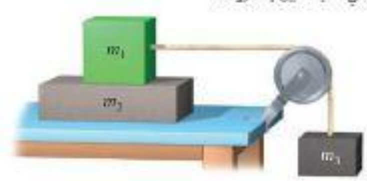
•4.89 قالب رخام كتلته $m_1 = 567.1$ kg وقالب جرانيت كتلته $m_2 = 266.4$ kg متصلان ببعضهما بحبل يمر على بكرة، كما هو موضح في الشكل. يقع كل من القالبين على مستويين مائلين، بزاويتين $\alpha = 39.3°$ و $\beta = 53.2°$. يتحرك كلا القالبين دون احتكاك، وينزلق الحبل على البكرة دون احتكاك. ما عجلة قالب الرخام؟ لاحظ أن اتجاه x الموجب مشار إليه في الشكل.

4.90 قالب رخام كتلته $m_1 = 559.1 \text{ kg}$ وقالب جرانيت كتلته $m_2 = 128.4 \text{ kg}$ متصلان ببعضهما بحبل يمر على بكرة كما هو موضح في الشكل في المسألة 4.89. يقع كل من القالبين على مستويين مائلين بزاويتين $\alpha = 38.3°$ و $\beta = 57.2°$. ينزلق الحبل على البكرة دون احتكاك، ولكن معامل الاحتكاك بين القالب 1 والمستوى المائل هو $\mu_1 = 0.130$، وبين القالب 2 والمستوى المائل هو $\mu_2 = 0.310$ (للتبسيط، افترض أن معاملي الاحتكاك السكوني والحركي متماثلان في كل حالة). ما عجلة قالب الرخام؟ لاحظ أن اتجاه x الموجب مشار إليه في الشكل.

4.91 كما هو موضح في الشكل، توجد كتلتان $m_1 = 3.50 \text{ kg}$ و $m_2 = 5.00 \text{ kg}$، على سطح طاولة عديم الاحتكاك وتوجد كتلة $m_3 = 7.60 \text{ kg}$ معلقة في m_1. معاملا الاحتكاك السكوني والحركي بين m_1 و m_2 هما 0.600 و 0.500، على التوالي.

a) ما عجلة m_1 و m_2؟

b) ما الشد في الخيط بين m_1 و m_3؟



4.92 قالب كتلته $m_1 = 2.30 \text{ kg}$ وُضع أمام قالب كتلته $m_2 = 5.20 \text{ kg}$، كما هو موضح في الشكل. معامل الاحتكاك السكوني بين m_1 و m_2 هو 0.65، ويوجد احتكاك يمكن إهماله بين القالب الأكبر وسطح الطاولة.

a) ما القوى المؤثرة في m_1؟

b) ما الحد الأدنى للقوة الخارجية F التي يمكن بذلها على m_2 بحيث لا يسقط m_1؟

c) ما قوة التلامس بين m_1 و m_2؟

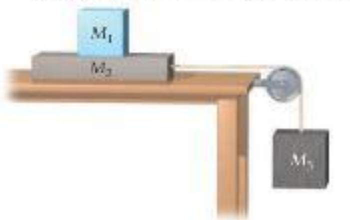
d) احسب محصلة القوة المؤثرة في m_2 عند بذل القوة المذكورة في الجزء (b)؟

4.93 حقيبة وزنها $Mg = 450 \text{ N}$. تم سحب N باستخدام رباط صغير على أرض مستوية. معامل الاحتكاك الحركي بين الحقيبة والأرض هو $\mu_k = 0.640$.

a) أوجد الزاوية المثلى للرباط فوق المستوى الأفقي. (تقلل الزاوية المثلى من القوة اللازمة لسحب الحقيبة بسرعة ثابتة).

b) احسب الحد الأدنى للشد في الرباط اللازم لسحب الحقيبة بسرعة ثابتة.

4.94 كما هو موضح في الشكل، قالب كتلته $M_1 = 0.450 \text{ kg}$ في وضع السكون مبدئيًا على لوح كتلته $M_2 = 0.820 \text{ kg}$، واللوح في وضع السكون مبدئيًا على طاولة مستوية. يوجد خيط كتلته يمكن إهمالها متصل باللوح، يمر على بكرة عديمة الاحتكاك على حافة الطاولة، ومتصل بكتلة معلقة M_3. يستقر القالب على اللوح ولكنه غير مربوط بالخيط، ومن ثمّ فإن الاحتكاك يمثل قوة أفقية فقط على القالب. معامل الاحتكاك الحركي للوح قدره $\mu_k = 0.340$ ومعامل الاحتكاك السكوني قدره $\mu_s = 0.560$ مع كل من الطاولة والقالب. عند تحرير M_3 تسحب الخيط وتتسبب في تسارع اللوح، الذي يتسبب بدوره في تسارع القالب. احسب أقصى كتلة تبلغها M_3 وتسمح للقالب بأن يتسارع مع اللوح، دون أن ينزلق خارج اللوح.

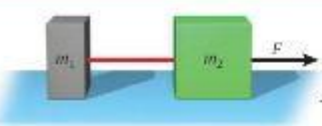


4.95 كما هو موضح في شكل المسألة 4.94، قالب كتلته $M_1 = 0.250 \text{ kg}$ في وضع السكون مبدئيًا على لوح كتلته $M_2 = 0.420 \text{ kg}$، واللوح في وضع السكون مبدئيًا على طاولة مستوية. يوجد خيط كتلته يمكن إهمالها متصل باللوح، يمر على بكرة عديمة الاحتكاك على حافة الطاولة، ومتصل بكتلة معلقة $M_3 = 1.80 \text{ kg}$. يستقر القالب على اللوح ولكنه غير مربوط بالخيط، ومن ثمّ فإن الاحتكاك يمثل قوة أفقية فقط على القالب. معامل الاحتكاك الحركي للوح قدره $\mu_k = 0.340$ مع كل من الطاولة والقالب. عند تحريرها، تسحب M_3 الخيط الذي يُسرّع اللوح بسرعة شديدة بحيث يبدأ القالب بالانزلاق على اللوح. قبل انزلاق القالب على اللوح،

a) أوجد مقدار عجلة القالب.

b) أوجد مقدار عجلة اللوح.

تمارين بمعطيات متعددة



4.96 قالبان متصلان بحبل عديم الكتلة، كما هو موضح في الشكل. كتلة القالب 1 $m_1 = 1.267 \text{ kg}$، وكتلة القالب 2 $m_2 = 3.557 \text{ kg}$. يتحرك القالبان على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 12.61 \text{ N}$ في القالب 2. احسب الشد في الحبل الذي يصل بين القالبين؟

4.97 قالبان متصلان بحبل عديم الكتلة، كما هو موضح في الشكل. كتلة القالب 2 $m_2 = 3.577 \text{ kg}$. يتحرك القالبان على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 13.89 \text{ N}$ في القالب 2. وكان الشد في الحبل الذي يصل بين القالبين هو 4.094 N، أوجد كتلة القالب 1؟

4.98 قالبان متصلان بحبل عديم الكتلة، كما هو موضح في الشكل. كتلة القالب 1 $m_1 = 1.725 \text{ kg}$. يتحرك القالبان على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 15.17 \text{ N}$ في القالب 2. وكان الشد في الحبل الذي يصل بين القالبين هو 4.915 N، احسب كتلة القالب 2؟

4.99 قالبان متصلان بحبل عديم الكتلة، كما هو موضح في الشكل. كتلة القالب 1 $m_1 = 1.955 \text{ kg}$، وكتلة القالب 2 $m_2 = 3.619 \text{ kg}$. يتحرك القالبان على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. الشد في الحبل الذي يصل بين القالبين هو 5.777 N. ما مقدار القوة الخارجية الأفقية F التي تؤثر في القالب 2؟