٣ث ليلة الإمتحان

حل مسائل مكتب المستشار
حل مسائل حاول أن تحل
حل المسائل المتوقعة فى الامتحان

اعداد

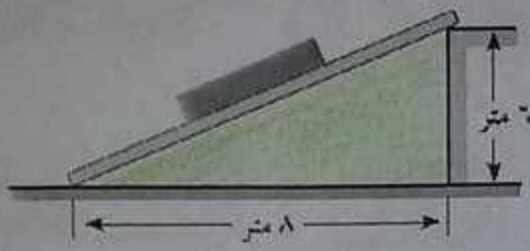
م/ محمد الهمامى

م/ أشرف حسن

الإستاتيكا

إختر الإجابة الصحيحة:

(١) فى الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الإنزلاق إلى أسفل المستوى فيكون قياس زاوية الإحتكاك السكونى يساوى:



(أ) ٣٦,٨٧° (ب) ٤١,٤١° (جـ) ٤٨,٥٩° (د) ٥٣,١٣°

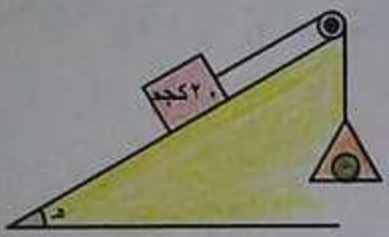
---

(٢) إذا كانت θ هى قياس الزاوية بين قوة الإحتكاك النهائى و رد الفعل المحصل فإن معامل الإحتكاك السكونى يساوى ....

(أ) $\tan\theta$ (ب) $\sin\theta$ (جـ) $\cos\theta$ (د) $\tan\theta$

---

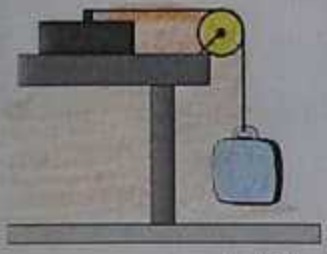
(٣) فى الشكل المجاور إذا كان $\tan\theta = \frac{3}{4}$ و كتلة كفة الميزان تساوى ٧ جم و كتلة الجسم على المستوى تساوى ٢٠جم. و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى يساوى $\frac{1}{4}$ فإن الثقل الذى يوضع فى الكفة حتى تنعدم قوة الإحتكاك = ... ث.جم



(أ) ٩ (ب) ١٠ (جـ) ١١ (د) ١٢

---

(٤) فى الشكل المقابل : صندوق كتلته ٢.٨ كجم موضوع على نضد أفقى خشن و مربوط فى أحد طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و فى الطرف الأخر للخيط حقيبة كتلته ١.٤ كجم. فإذا كان الصندوق على وشك الحركة فإن معامل الإحتكاك السكونى بين الصندوق و النضد يساوى .....



(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٢ (د) ١

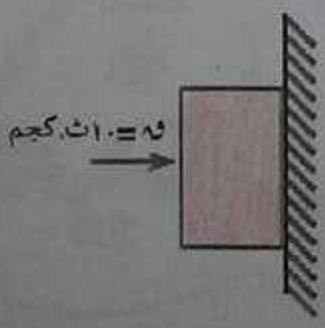
---

(٥) معامل الاحتكاك يتوقف على .....

(أ) شكل الجسمين. (ب) مساحة سطح التلامس. (جـ) طبيعة مادة الجسمين. (د) كل ماسبق

---

(٦) فى الشكل المجاور : إذا كانت أقل قوة أفقية تلزم لحفظ الجسم متزناً على الحائط هى ١٠ ث.كجم و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و الحائط يساوى ٠,٢ فإن وزن الجسم يساوى ..... ث.كجم.



(أ) ٢ (ب) ٢٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

(٧) إذا كان || $\overleftarrow{ق}$ || = ٢√٥ نيوتن و تعمل فى $\overline{أب}$ حيث أ = (٣ ، ٤) ، ب = (٤ ، ٦) فإن متجه عزم $\overleftarrow{ق}$ بالنسبة لنقطة الأصل = ...

(أ) ٤ $\overleftarrow{ع}$ (ب) −٤ $\overleftarrow{ع}$ (جـ) ٦√٢ $\overleftarrow{ع}$ (د) −٦√٢ $\overleftarrow{ع}$

---

(٨) إذا كانت ب منتصف $\overline{أجـ}$ ، $\overleftarrow{ج_{١}}$ = ٠ ، $\overleftarrow{ج_{٢}}$ = ١٢ $\overleftarrow{ع}$ فإن $\overleftarrow{ج_{٣}}$ = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٢ $\overleftarrow{ع}$ (جـ) −١٢ (د) −١٢ $\overleftarrow{ع}$

---

(٩) إذا كانت النقط أ ، ب ، جـ على إستقامة واحدة فى مستوى مجموعة من القوى و كان $\overleftarrow{ج_{١}}$ = ٢٠ $\overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{ج_{٢}}$ = ٠ ، $\overleftarrow{ج_{٣}}$ = −١٠ $\overleftarrow{ع}$ فإن .....

(أ) مجموعة القوى متزنة. (ب) خط عمل محصلة مجموعة القوى تنصف $\overline{أجـ}$

(جـ) خط عمل محصلة مجموعة القوى يوازى $\overline{أجـ}$ (د) خط عمل المحصلة يقسم $\overline{أجـ}$ من الداخل بنسبة ٢:١

---

(١٠) إذا كانت $\overleftarrow{ق}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٤ $\overleftarrow{ص}$ و كان متجه عزمها حول نقطة الأصل يساوى ١٢ $\overleftarrow{ع}$ فإن معادلة خط عمل القوة $\overleftarrow{ق}$ هى .....

(أ) ٤س + ٣ص = ١٢ (ب) ٤س − ٣ص = ١٢ (جـ) ٤س − ٣ص = ٦ (د) ٤س − ٣ص = ٠

---

(١١) إذا كانت القوة $\overleftarrow{ق}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ك $\overleftarrow{ص}$ + ٤ $\overleftarrow{ع}$ تؤثر فى النقطة أ (١ ، ٠ ، −١) و كان عزم القوة $\overleftarrow{ق}$ بالنسبة للنقطة ب (٢ ، −١ ، ٣) يساوى −٤ $\overleftarrow{س}$ − ٨ $\overleftarrow{ص}$ − $\overleftarrow{ع}$ فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) صفر (د) −٨

---

(١٢) إذا أثرت القوة $\overleftarrow{ق}$ = $\overleftarrow{س}$ + ٢ $\overleftarrow{ص}$ − ٣ $\overleftarrow{ع}$ فى النقطة أ(٢ ، −١ ، ٣) فإن طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل $\overleftarrow{ق}$ يساوى ..... وحدة طول

(أ) $\frac{١٤}{١١٥}$ (ب) $\sqrt{\frac{١١٥}{١٤}}$ (جـ) $\sqrt{\frac{١٤}{١١٥}}$ (د) $\frac{١١٥}{١٤}$

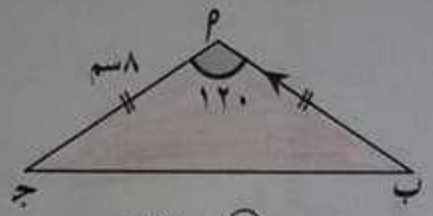
---

(١٣) إذا كانت أكبر قوة يمكن أن تؤثر على جسم موضوع على مستوى و تحفظه متزناً تساوى ٦٠ نيوتن و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى يساوى ٠,٣ فإن رد الفعل العمودى يساوى ..... نيوتن

(أ) ٢٠٠ (ب) ١٨ (جـ) ٦٠,٣ (د) ٥٩,٧

(١٤) فى الشكل المقابل :

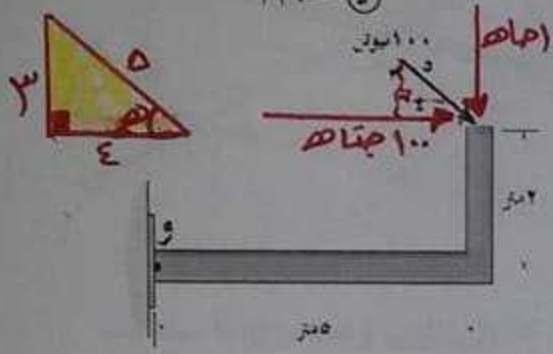
أ ب جـ مثلث فيه أ ب = أ جـ = ٨سم ، ق(أ) = ١٢٠° إذا أثرت القوة ١٠√٣ نيوتن فى $\overleftarrow{ب أ}$ فإن القياس الجبرى لعزم هذه القوة حول النقطة جـ يساوى ..... نيوتن.سم.



(أ) −٨٠√٣ (ب) ٨٠√٣ (جـ) ١٢٠ (د) −١٢٠

---

(١٥) فى الشكل المجاور القياس الجبرى لعزم القوة ١٠٠نيوتن حول نقطة "و" يساوى .....

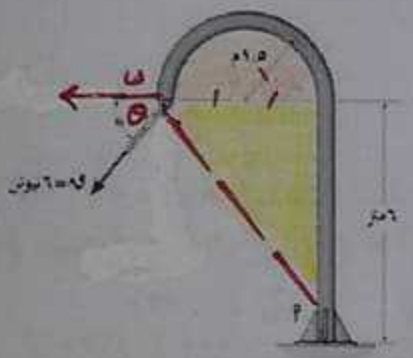


(أ) ٤٦٠ (ب) −٤٦٠
(جـ) ١٤٠ (د) −١٤٠

---

(١٦) فى الشكل المجاور:

إذا كانت $0 \leq \theta \geq 90°$ فإن القيمة العظمى لمقدار عزم القوة ق حول نقطة أ يساوى ..... نيوتن.م



(أ) ١٨√٥ (ب) ٣٦
(جـ) ١٨ (د) ٣٦√٥

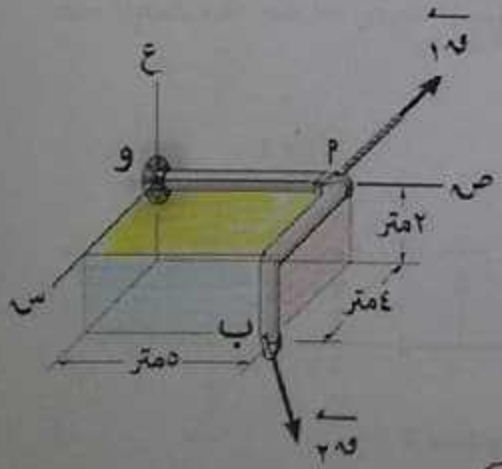
---

(١٧) فى الشكل المجاور:

إذا كانت $\overleftarrow{ق_1} = -٣\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص} + \overleftarrow{ع}$ ،

$\overleftarrow{ق_2} = ٤\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص} - \overleftarrow{ع}$

فإن متجه عزم محصلة $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ حول النقطة " و " يساوى .....



(أ) $٤\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص} - ٣\overleftarrow{ع}$

(ب) $٣\overleftarrow{س} - ٤٠\overleftarrow{ص} + ٦\overleftarrow{ع}$

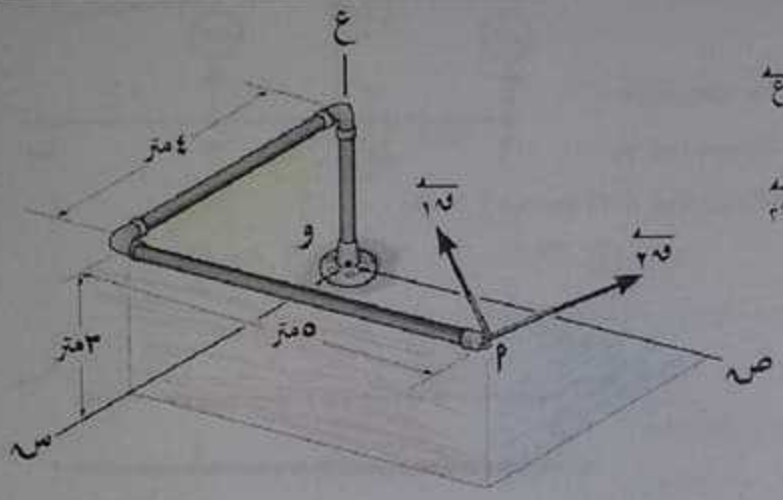
(جـ) $-٤\overleftarrow{س} - ٢\overleftarrow{ص} + ٣\overleftarrow{ع}$

(د) $٤\overleftarrow{س} + ٢\overleftarrow{ص} + ٣\overleftarrow{ع}$

الاجابة الصحيح غير موجود من الاجابات اذا

الصواب $٤\overleftarrow{س} - ٤\overleftarrow{ص} + ٣\overleftarrow{ع}$

(١٨) فى الشكل المجاور :



إذا كانت ق١ = ٤ س − ٥ ص + ٣ ع ، ق٢ = −٤ س + ٥ ص + ٢ ع

فإن مجموع متجهي عزمى القوتين ق١ ، ق٢ حول نقطة الأصل يساوى .....

(أ) −٢٥ س + ٢٠ ص

(ب) ٢٥ س − ٢٠ ص

(جـ) ٢٥ س + ٢٠ ص

(د) −٢٥ س − ٢٠ ص

---

(١٩) إذا كانت ق١ ، ق٢ قوتان أفقيتان تؤثران فى النقطتين م(١ ، ٣) ، ب(٠ ، ٥) على الترتيب و تمثلان إزدواجاً متجه عزمه يساوى ٢٠ ع فإن ق١ = ...

(أ) (١٠ ، ٠) (ب) (١١ ، ٠) (جـ) (٢٠ ، ٠) (د) (٠ ، −١٠)

---

(٢٠) إذا كانت القوتان ق١ = ٣ س + ٢ ص ، ق٢ = − ٦ س − ٨ ص متوازيتان و تؤثران فى النقطتين جـ = (١ ، ٠) ، د = (٥ ، ٠) على الترتيب فإن نقطة تأثير محصلة القوتين هى .....

الحل الصحيح غير موجود فى الاختيارات

(أ) (١٣ ، ٥) (ب) (٧ ، −١) (جـ) (−٥ ، −١٣) (د) (١ ، −٧)

الصواب (٠،٦٩)

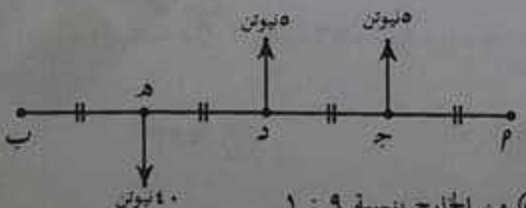
---

(٢١) إذا كانت محصلة القوتان ٧ ى ، ٥ ى وحدة نيوتن تؤثر فى نقطة تبعد ٢ متر عن خط عمل القوة الصغرى حيث ى متجه فإن المسافة بين خطى عمل القوتين يساوى ..... متر.

(أ) ٤٩/١٥ (ب) ٢٨/٥ (جـ) ٥/٣ (د) ٤

---

(٢٢) فى الشكل المجاور:



نقطة تأثير محصلة القوى الثلاثة الموضحة بالشكل تقسم م ب .....

(أ) من الداخل بنسبة ١ : ٩

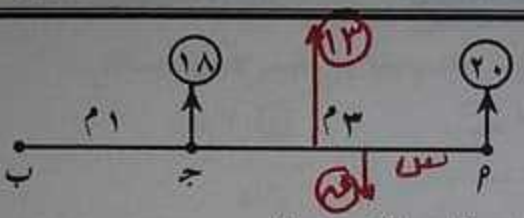
(ب) من الخارج بنسبة ٩ : ١

(جـ) من الداخل بنسبة ٩ : ٨

(د) من الخارج بنسبة ٨ : ٩

الجواب الصحيح غير موجود فى الاختيارات ، الصواب ٢ : ٧

(٢٣) فى الشكل المجاور:

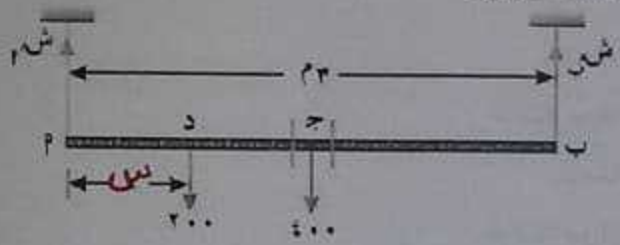


إذا كانت محصلة ثلاثة قوى تؤثر فى قضيب أ ب مهمل الوزن تساوى ١٣ ث.كجم و تؤثر فى نقطة على القضيب تبعد عن الطرف ب ٣ م جهة اليمين و لأعلى فإن نقطة تأثير القوة الثالثة تبعد عن أ مسافة ..... م

(أ) ١,٦٤ (ب) ٣,٩٢ (جـ) ٢,٣٦ (د) ٠,٠٨

---

(٢٤) فى الشكل المقابل:



أ ب قضيب منتظم طوله ٣ م ، وزنه ٤٠٠ نيوتن معلق أفقياً من طرفيه بحبلين رأسيين لا يتحمل أى منهما شداً أكثر من ٣٥٠ نيوتن. علق من النقطة د ثقل قدره ٢٠٠ نيوتن حيث أ د = س سم فإذا كان أحد الحبلين على وشك أن يقطع فإن س = ...

(أ) ٧٥ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٢ (د) ٤

---

(٢٥) أ ب قضيب منتظم طوله ٦ م و وزنه ١٠٠ نيوتن علق من طرفيه أ ، ب ثقلان ٦٠ ، ٨٠ نيوتن على الترتيب كما بالشكل. فإذا أتزن القضيب أفقياً بارتكازه على حامل عند نقطة د حيث ب د = س فإن س = ...

(أ) ٢,٧٥ (ب) ٣,٢٥ (جـ) ٢ (د) ٤

---

(٢٦) إذا كان الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم فى حالة إتزان فإن ق = ...

(أ) ١٦ نيوتن (ب) ١٤ نيوتن
(جـ) ١٨ نيوتن (د) ٣٢ نيوتن

---

(٢٧) قوتان تكونان ازدواج، مقدار احدهما ٧٠ نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما ٣٥٠ نيوتن.م فإن البعد العمودى بينهما يساوى ..... سم.

(أ) ٥٠ (ب) ٥ (جـ) ٥٠٠ (د) ٢٤٥

---

(٢٨) اذا اتزنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أى نقطة فى المستوى يساوى .....

(أ) ثابت غير صفرى (ب) صفر (جـ) محصلة هذه القوى (د) الواحد الصحيح

(٢٩) مركز ثقل جسمين ماديين كتلة كل منهما ٣ ، ٦ نيوتن و المسافة بينهما ١٥سم يبعد عن الجسم ٣ نيوتن مسافة .....

(أ) ٥ سم (ب) ٧.٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٧ سم

---

(٣٠) يؤثر على الجسم ازدواجان، الأول مقدار احدى قوتيه ٢٠ ث.كجم وذراع العزم ٢ متر فى اتجاه دوران عقارب الساعة والثانى مقدار احدى قوتيه ٣٠ ث.كجم وذراع العزم ١ متر واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الازدواج المحصل يساوى .....

(أ) ٢٠ث.كجم .م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة.

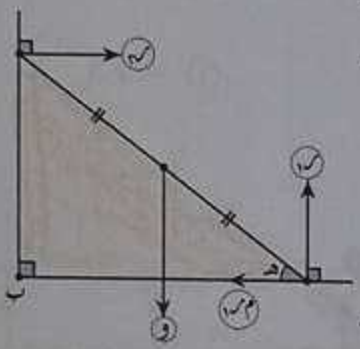
(ب) ٢٠ث.كجم.م واتجاه دورانه فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة

(جـ) ١٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة.

(د) ١٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

---

(٣١) فى الشكل المقابل : إذا كانت ل هى زاوية الإحتكاك بين الأرض و القضيب فإن ظاه • ظال = ...



(أ) ٢ (ب) $\frac{1}{2}$

(جـ) ١ (د) ٣

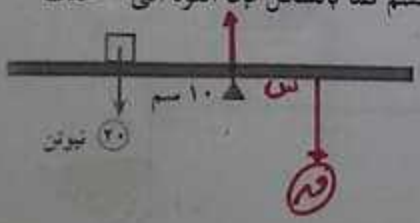
---

(٣٢) تؤثر الكتلة ٥ كجم فى النقطة (٢ ، −١) و تؤثر الكتلة ٧ كجم فى النقطة (١ ، ٢) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر فى .....

(أ) (٩ ، ١٧) (ب) $(\frac{17}{12} , \frac{3}{4})$ (جـ) (١٣ ، ١٩) (د) $(\frac{1}{4} , \frac{19}{12})$

---

(٣٣) الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم يرتكز على حامل عند منتصفه وضع عليه جسم كما بالشكل فإن القوة التى تحدث توازن للقضيب هى .....



(أ) قوة مقدارها ١٠نيوتن لأعلى تؤثرعلى بعد ٢٠ سم يمين منتصف القضيب.

(ب) قوة مقدارها ١٠نيوتن لأسفل تؤثرعلى بعد ٢٠سم يمين منتصف القضيب.

(جـ) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثرعلى بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

(د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثرعلى بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

---

(٣٤) إذا كانت القوتان $\overrightarrow{ق_1} = ٥\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص} + ٣\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = ب\overrightarrow{س} - ٩\overrightarrow{ص} + جـ\overrightarrow{ع}$ تكونان إزدواجاً

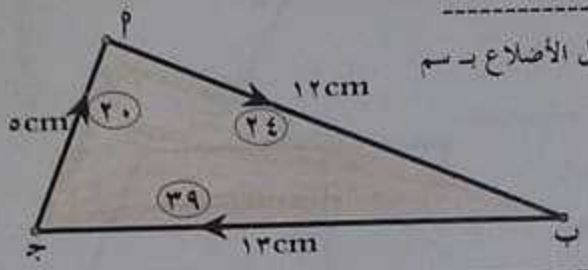
فإن ٢ + ب + جـ = ...

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ١٧

---

(٣٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن و أطوال الأضلاع بـ سم

فإن القياس الجبرى لمجموع عزوم القوى حول ٢ = ...



(أ) ١٨٠ (ب) -١٨٠ (جـ) -١٢٠ (د) -٢٤٠

---

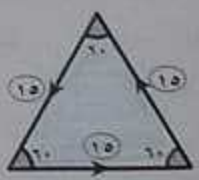
(٣٦) إذا كونت مجموعة من القوى إزدواجاً و كانت ٢ ، ب ، جـ ثلاث نقاط فى مستوى هذه القوى و كان $\overrightarrow{ج_1} + \overrightarrow{ج_2} = ٢٢\overrightarrow{ع}$

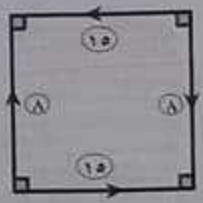
فإن $\overrightarrow{ج_3}$ = ...

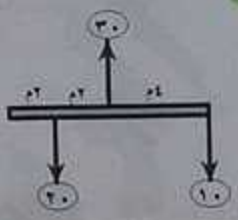
(أ) $٢٢\overrightarrow{ع}$ (ب) $-٢٢\overrightarrow{ع}$ (جـ) $١١\overrightarrow{ع}$ (د) $-١١\overrightarrow{ع}$

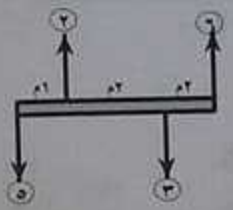
---

(٣٧) نظام القوى الذى لا تمثل إزدواجا فيما يلى هو .....

(أ)


(ب)


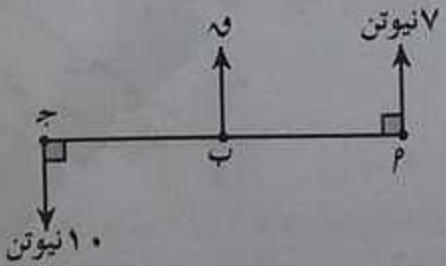
(جـ)


(د)


---

(٣٨) إذا كان نظام القوى المقابل يكافئ إزدواج

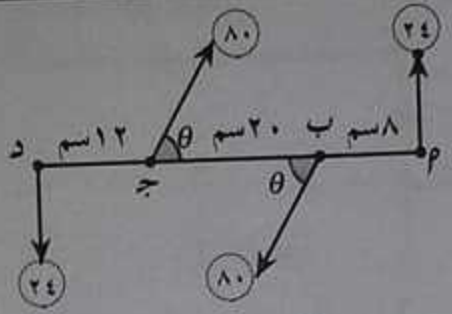
فإن ق = ... نيوتن



(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٧

---

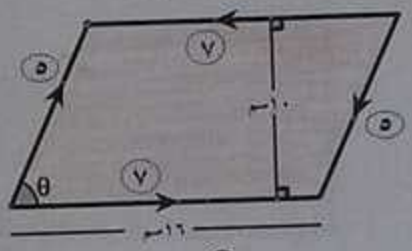
(٣٩) إذا كان $\overline{أ ق}$ قضيب متزن تحت تأثير مجموعة القوى الموضحة بالرسم و كان
أ ب = ٨سم ، ب جـ = ٢٠سم ، جـ د = ١٢سم فإن جاθ = ...



(أ) ٠.٤ (ب) ٠.٥
(جـ) ٠.٦ (د) ٠.٨

---

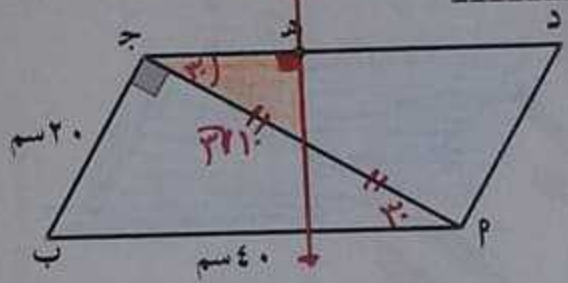
(٤٠) الشكل المجاور : يوضح صفيحة على شكل متوازى أضلاع أثر عليها ازدواجان . فإذا كان القياس الجبرى لعزم الإزدواج المحصل يساوى ٣٠ نيوتن.سم حيث القوى بالموضحة بالشكل مقاسة بوحدة النيوتن. فإن θ = ...



(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

---

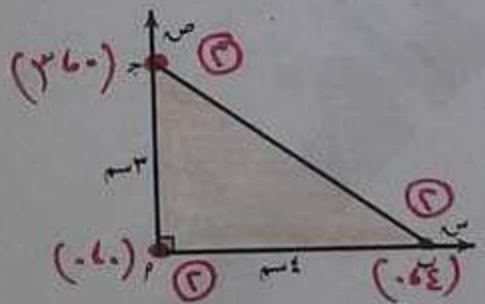
(٤١) فى الشكل المجاور:
أ ب جـ د صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازى أضلاع فيه
أ ب = ٤٠سم ، ب جـ = ٢٠سم ، ق(∠ ب جـ أ) = ٩٠°.
علقت الصفيحة من نقطة هـ ∈ $\overline{جـ د}$ فإذا إتزنت عندما كان $\overline{جـ د}$ أفقياً فإن جـ هـ = ... سم



(أ) ١٠√٣ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ٥√٣

---

(٤٢) إذا وضعت ثلاث كتل متساوية قيمة كل منها ٢ كجم موضوعة عند رؤوس Δ قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم فإن مركز ثقل المجموعة هو .....



(أ) $(١ ، \frac{١}{٣})$ (ب) $(٢ ، \frac{٣}{٢})$
(جـ) $(١ ، \frac{٤}{٣})$ (د) $(٢ ، \frac{٣}{٢})$

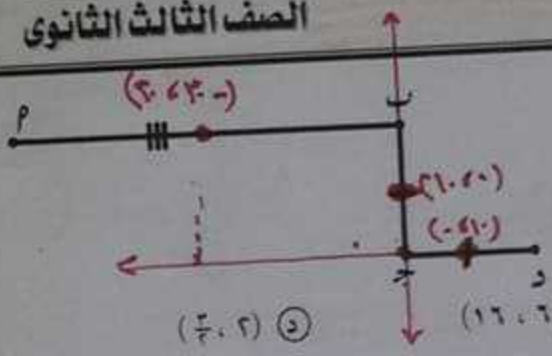
---

(٤٣) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢√٣ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى ..... سم

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ١٨ (د) ١٥

---

(٤٤) فى الشكل المقابل:

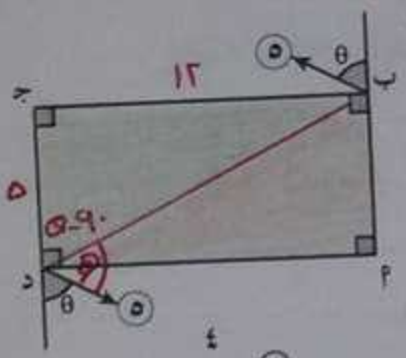


إذا كان أ د سلك منتظم السمك و الكثافة طوله ١٠٠سم ثنى كما بالشكل الموضح حيث أ ب = ٣ ب جـ = ٣ جـ د فإن بعدا مركز ثقل السلك عن $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{أ ب}$ على الترتيب هما .....

(أ) (-١٦ ، -٦) (ب) (٦ ، ١٦) (جـ) (٦ ، ١٦) (د) $(\frac{٣}{٢}، ٢)$

---

(٤٥) فى الشكل المجاور :



إذا كان أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٥سم ، ب جـ = ١٢سم وكان القياس الجبرى لعزم الإزدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين بالشكل يساوى ٦٥ نيوتن.سم فإن ظا θ = ...

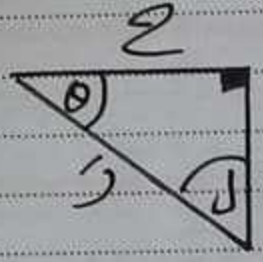
(أ) غير معرف (ب) صفر (جـ) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

---

١ ظاهـ = $\frac{٦}{٨}$ ، هـ = ٣٦,٨٧°

٢ م = ظال

م = ظال = ظتاهـ



٣ ٧ + ث + آر = وجاهـ

عند إقدام قوة الاحتكاك

٧ + ث = وجاهـ

ث = ٤٠ × $\frac{٤}{٥}$ − ٧ = ٩

٤ ش = م ر ∴ م = $\frac{ش}{ر}$ = $\frac{١}{٢}$

٥ معامل الاحتكاك يتوقف على ((طبيعة مادة الجسمين))

٦ م ر = و

٠,٢ × ١٠ = ٢ ث. كجم

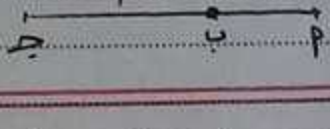
٧ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B} - \overrightarrow{A} = (1، 2)$ ، $\overrightarrow{ق} =$ معيار $\overrightarrow{ق} \times \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$

$\overrightarrow{ق} = \frac{(1، 2)}{\sqrt{5}} \times \sqrt{72} = (4، 2) \therefore \overrightarrow{ع} = (4، 3) \times (4، 2) = 24$ ع

٨ $\overrightarrow{ج} = -12$ ع

٩ خط عمل المحصلة يقسم $\overline{AB}$ بنسبة

١ : ٢ من الداخل



١٠ $\therefore \overrightarrow{ج} = ك \times \overrightarrow{ق} = (س، ص) \times (4، 3)$

$4س - 3ص = 12$

١١ $ع = \begin{vmatrix} س & ص & ع \\ -1 & 1 & -4 \\ 3 & ل & 4 \end{vmatrix} = -4س - 8ص - ع$

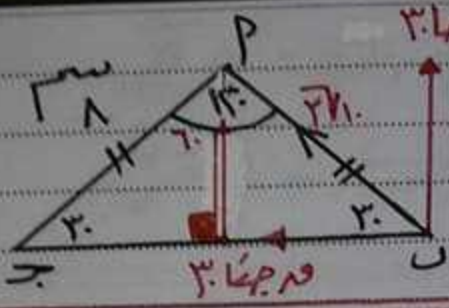
بالمقارنة $\therefore ل = -2$

١٢ طول العمود $= \frac{\text{معيار العزم}}{\text{معيار القوة}} = \frac{115}{14}$

١٣ $م ر = 60$

$3 ر = 60 \therefore ر = 20$ نيوتن

١٤ طول $\overline{ب جـ} = ٣\sqrt{٨}$



$ع_{جـ} = ق(م جـ ب) \times ق(م جـ ل) \times ٣\sqrt{٨}$

$= ١٢٠$

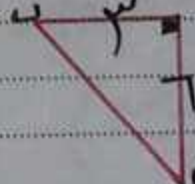
١٥

$ع_{و} = -١٠٠٠ جا هـ \times ٥ - ١٠٠٠ جتا هـ \times ٢$

$= -١٠٠٠ \times \frac{٣}{٥} \times ٥ - ١٠٠٠ \times \frac{٤}{٥} \times ٢$

$= -٤٦٠٠$

١٦ القيمة العظمى لمعيار العزم عندما يكون



$\overline{م ب} \perp$ خط عمل $ق$ $\therefore ل(م ب) = ٥\sqrt{٣}$

$\therefore ع_{م} = ق \times ل(م ب) = ٦ \times ٥\sqrt{٣} = ٥\sqrt{١٨}$

١٧ من الشكل م $(٠,٥٦٠)$ ، ب $(٤,٥٦-٢)$

∴ معيار عزم المحصلة حول نقطة = مجموع عزوم القوى حول النقطة

$ع_{و} = ع_{١} + ع_{٢}$

$= و_{١} \times ف_{١} + و_{٢} \times ف_{٢}$

$= ٤ س^{٢} - ٤ ص^{٢} + ٣ ع$

١٨ $\overrightarrow{ق_1} = (٤، ٥، ٣)$، $\overrightarrow{ق_2} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_3} = \overrightarrow{ع_5}$

$$\overrightarrow{ع_5} \times \overrightarrow{ق_3} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٤ & ٥ & ٣ \\ ٠ & ٠ & ٥ \end{vmatrix} = ٢٥\overrightarrow{س} - ٢٠\overrightarrow{ص}$$

١٩ نفرض $ق_1 (س، ص)$ ∴ $\overrightarrow{ع} = \overrightarrow{ب ا} \times \overrightarrow{ق_1}$

$$(١، -٢) \times (س، ص) = ٢٠\overrightarrow{ع}$$

$$ص + ٢س = ٢٠ \quad \therefore ق_1 = (١٠، ٠)$$

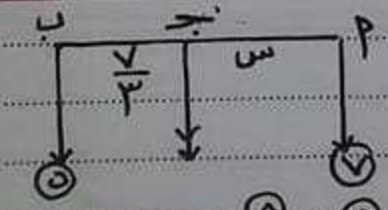
٢٠ $\because \overrightarrow{ق_1} // \overrightarrow{ق_2} \quad \because \frac{م}{-٨} = \frac{٣}{-٦} \quad \therefore م = ٤$

، $\overrightarrow{ق_2} = -٢\overrightarrow{ق_1}$ ← $\frac{ل_2}{ل_1} = \frac{٢}{١}$ من الخارج من جهة ج

∴ نقطة تأثير المحصلة $\left(\frac{ل_1 س_2 - ل_2 س_1}{ل_1 - ل_2}، \frac{ل_1 ص_2 - ل_2 ص_1}{ل_1 - ل_2} \right)$

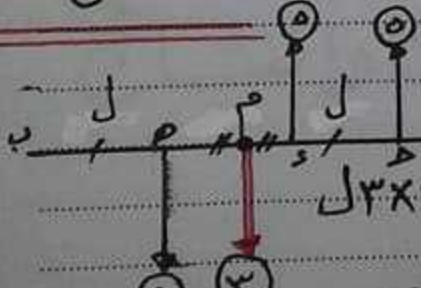
$= (٠، ٩)$ حيث ج $(١، ٠)$، د $(٥، ١٠)$

٢١ $٧س = \frac{٣٥}{٣}$ ∴ $س = \frac{٥}{٣}$



∴ $ب م = \frac{٥}{٣} + \frac{٧}{٣} = ٤$

٢٢ ح المحصلة = ٣٠ لأسفل



$ح_م = ٣٠ \times ٣ = ٥ل - ٥ل٢ \times ٤ + ٣ل$

$٣ل = ٣٫٥ل$

$م م : م ب$ حيث $م ب = ا ب - ا م$

$٣٫٥ ل : \frac{١}{٢} ل = ٧ : ١$ ← $٤ل - ٣٫٥ل$

(٢٣) ∵ المحصلة = ١٣ ∴ ٢٠ + ١٨ − ق = ١٣ ← ق = ٢٥ أصغر
مجموع عزوم القوى حول ب = عزم المحصلة حول ب
١ × ١٨ + ٤ × ٢٠ + س × ٢٥ = ٣ × ١٣
∴ س = ٢٫٣٦ ← بُعد ق عن ب
بُعد ق عن المحصلة = ٤ − ٢٫٣٦ = ١٫٦٤

(٢٤) ش م + ش ب = ٦٠٠ ← ش ن + ٣٥٠ = ٦٠٠ ← ش ب = ٢٥٠
ع م = ٠ ← ٢٥٠ × ٣ − ٤٠٠ × ١٫٥ − ٢٠٠ × س = ٠
∴ س = ٧٥ سم = ٠٫٧٥ متر

(٢٥) ع ب = ٠ ← ٨٠ س = ١٠٠ (٣ − س) + ٦٠ (٦ − س)
∴ س = ٢٫٧٥

(٢٦) ع م = ٠ ← − ق × ٢ + ١٢ × ٤ + ٢٠ × ٤ = ٠ ← ق = ١٦

(٢٧) البعد العمودي = معيار العزم / معيار القوة = ٣٥٠ / ٧٠ = ٥ سم = ٥٠٠ مم

(٢٨) صفر

يجب حفظ النظريات والنتائج

٢٩ ★ مركز الثقل = (الكتلة الأخرى × المسافة بينهم) / مجموع الكتلتين = (١٥ × ٦) / ٩ = ١٠

٣٠ ع محصلة = ع١ + ع٢

= ٢٠ × ٢ − ٣٠ × ١ = ١٠ (موجبة) (عكس)

٣١ ١/٢ اتزان عام

٣٢ مركز الثقل = (١٧/١٢ ، ٣/٤) جدول الكتل

٣٣ لحدوث اتزان

٨ × س = ٢٠٠

كما بالشكل

قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بُعد ٢٠ سم

يمين منتصف القضيب

(٣٤) $أ + ب + جـ = ١$

(٣٥) من الشكل Δ أ ب جـ قائم في أ

$ع_م = -٣٩ \times \frac{١٢ \times ٥}{١٣} = -١٨٠$ اطبيس

(٣٦) $\because ع_م = ع_ب = ع_جـ \therefore ع_جـ = ١١ ع_ج$

(٣٧) الاختيار (جـ) لأن العزم حول آي النقطة = صفر

(٣٨) $٧ + ٩ن = ١٠$

$٩ن = ٣$

(٣٩) $ع_ج = ٤٠ \times ٢٤$ ، $ع_م = -٨٠ \times ٢٠ \times$ جا ٥

لأنهما جاذ متوازنان $ع_ج = -ع_م$

جا $٥ = ٠,٦$

(٤٠) $ع_1 = ١٠ \times ٧ = ٧٠$ ، $ع_2 = -٥ \times ١٦ جا\theta$

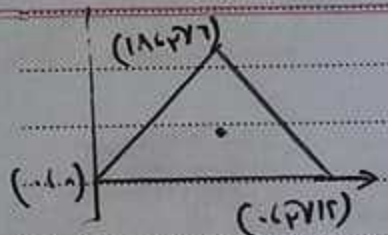
$ع = ع_1 + ع_2 \leftarrow ٣٠ = ٧٠ + (-٨٠ جا\theta)$

$جا\theta = \frac{١}{٢}$ $\therefore \theta = ٣٠°$

(٤١) الخط الرأسي المار بنقطة التعليق مارًا بمركز الثقل ومركز ثقل سواري الأضلاع نقطة تقاطع القطرين من هندسة الشكل $\therefore جـ هـ = ١٥$ سم

(٤٢) من جدول الكتل $س = \frac{٤}{٣}$ ، $ص = ١ \leftarrow (\frac{٤}{٣}، ١٫٦)$

(٤٣) مركز الثقل $= (\frac{مجـ ك س}{مجـ ك}، \frac{مجـ ك ص}{مجـ ك})$



$= (٦٫٣٦، ٦)$

المطلوب $= \sqrt{(٦)^2 + (٦٫٣٦)^2} = ١٢$

(٤٤) لاحظ المحورين بالنسبة لـ ب جـ = ١٦ ، بالنسبة لـ د هـ = ١٤

$\therefore$ بالنسبة لـ ب د = ٢٠ − ١٤ = ٦ $\quad (٦، ١٦)$

يعلق سلك المحور بحيث تكون ب د في وضع الاتصال

(٤٥) $٦٥ = ٥ \times ١٣ جا\theta \leftarrow جا\theta = ١$

$\theta = ٩٠ - \theta$ $\quad ظا(٩٠ - \theta) = \frac{١٢}{٥}$

$ظتا\theta = \frac{١٢}{٥}$

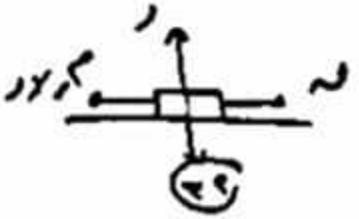
$\therefore ظا\theta = \frac{٥}{١٢}$

① مسائل حل کرنا اور تحل کتاب کے مدد سے اسٹاسیکا

(الاستقامہ)

س ۸

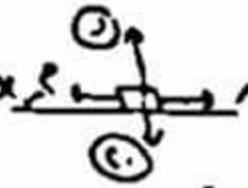
(۱) ⓐ $\angle 1 = 90°$ ، $\angle 2 = 90°$

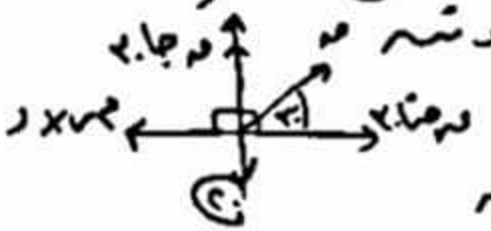


$\angle 3 = \frac{1}{4}$ ∴ $\angle 3 = \frac{1}{4} \times 90° = 22.5°$

(۲) $\angle 4 = 45°$ ∴ $\angle 1 = \angle 4 \times \angle 3 = 45° \times 22.5° = 1012.5$ سینٹی میٹر

(۳) ⓐ $\angle 4 = \frac{1}{4}$





$\angle 1 = \frac{1}{4} \times 90° = 22.5°$ سینٹی میٹر ∴ $\angle 2 = 90° - 22.5° = 67.5°$

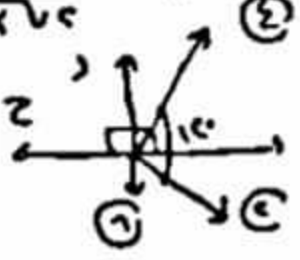
ⓑ

$\angle 1 + \angle 2 = 90°$ ∴ $\angle 2 = 90° - \angle 1$

$\angle 1 = \frac{1}{2}[90° - \angle 2]$ ∴ $\angle 1 = 45° - \frac{1}{2}\angle 2$

$\frac{3}{2}\angle 1 = 45°$ ∴ $\angle 1 = 30°$

$\angle 1 = \frac{90}{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}$ سینٹی میٹر



(۴) $\angle 1 = \sqrt{100 + 64 + 36}$ سینٹی میٹر

الجبرا سکیہ ∴ $\angle 1 = 6$

$\angle 2 = 8$ سینٹی میٹر

∴ $\angle 2 < \angle 3$ ∴ $\angle 3 > 8$ سینٹی میٹر

∴ $\angle 3 > \frac{1}{2}$ سینٹی میٹر ∴ $\angle 1 > 3$ سینٹی میٹر

$\angle 1 = 4$ سینٹی میٹر ، $\angle 2 = 3$ سینٹی میٹر ، $\angle 3 = 1$ سینٹی میٹر

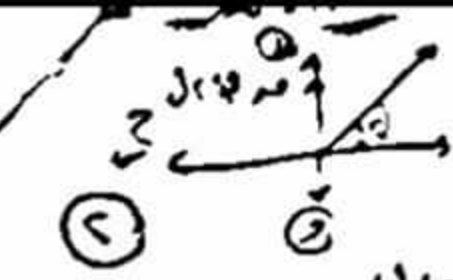
$\angle 1$ (الحاصلہ) $= \sqrt{16 + 9 + 1} = \sqrt{26}$ سینٹی میٹر

∴ $\angle 1 = 5$ سینٹی میٹر

$\angle 1^2 + \angle 2^2 = \angle 3^2$

$\angle 1^2 - 6\angle 1 + 5 = 0$

∴ $\angle 1 = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$ سینٹی میٹر، (فیثاغورث کا قاعدہ)



① $R = W - F\sin\theta$ $F\cos\theta$

$F\cos\theta = \frac{\text{حال}}{\text{جتال}}(W - F\sin\theta)$

$F\cos\theta\,\text{جتال} = W\,\text{حال} - F\sin\theta\,\text{حال}$

$\therefore F(\cos\theta\,\text{جتال} + \sin\theta\,\text{حال}) = W\,\text{حال}$

$\therefore F\cos\theta = W\,\text{حال}$ $\therefore F = W\,\text{حتال}$

الاتزان تحت مستوى خشن مائل

ص١٥

① نقدل وحدة القوة لات. كجم

$R = F\cos\theta$ $\therefore R = 1$

$F = \mu R = 0.9 \times 1 = 0.9$ $\therefore F \pm F$

∴ الجسم ليس على وشك الحركة

② لأسفل

$F + 5\sin\theta = 15\cos\theta$

$\therefore R = 15\cos\theta - 5\sin\theta = 15\cos\theta - 5 \times \frac{3}{4}\cos\theta$

الحركة لأعلى

$F = 5\sin\theta + 15\cos\theta$

$= 15\cos\theta + \frac{3}{4} \times 15\cos\theta$

$= 20\cos\theta$

③ $\sin\theta = \tan\theta = \frac{3}{4}\cos\theta$

لأسفل

$F = 10\cos\theta - 5\sin\theta$

$= 10\cos\theta - 5 \times \frac{3}{4}\cos\theta \simeq 6$

لأعلى

$F = 10\cos\theta + \frac{3}{4} \times 10\cos\theta$

$\simeq 22$

التمرين ص٢٦

① $\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore$ ...

$\sin\theta = \frac{1}{2}(20 - 12\sqrt{2})$ $\sin\theta = -\sin\theta$

$\mu = \frac{\text{ال}}{\text{قال}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ وحدة قوال

تم النسخ إلى الحافظة

مزدوج لتوى ع الزاوية

مسـ٢٤

① ج = $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ = ١(٣-٤) - ١(١+٦) + ١(-٢-٣) = -١٠

ل = $\frac{\sqrt{٤+٤٩+٢٥}}{\sqrt{٢٥+٩+٤}} = \frac{\sqrt{١٢٨}}{\sqrt{٣٨}}$

③ جتا = ص ص ع - ع ص ص ∴ -١ = -٢ - م ∴ م = ١

ص ص = ع ص - س ص ع ∴ -٨ = ل + ٦ ∴ ل = -١٤

القوى المتوازية

مسـ١٦

① ج = ١٠

ع(س-٢٥) = ٦ س ∴ ٤ × ٢٥ = ١٠ س ∴ س = ١٥

② ج = ١٢ - ٧ = ٥

١٢ س = ٧ (٢٥ + س)

∴ ٥ س = ٧ × ٢٥ ∴ س = ٣٥

③ ④

ص ص = ١٥٠ نيوتن

∴ ١٥٠ × ٥٠٠ = ١٥ (ص + ٥٠٠) ∴ ص = ١١٩

⑤

ص ص = ٥٠٠ - ٢٥٠ = ٢٥٠ ص ص

∴ ص = ٨٥٠

٨٥٠ ث.ج = ٥٠٠ × ١٥

∴ ث.ج = ٣٠

∴ ث = ٣٠ - ١٥ = ١٥

ج منتصف $\overline{أب}$ = $\frac{١}{٢} \times ٤ + \frac{١}{٢} \times ٥ + ١ \times ١٫٥ - ٦ \times ١٫٥ = -١٫٥$

ج = ٥ ص تؤثر في م تجعل

ص = أ ق (س)

مزدوج المحصلة صفر ∴ ج للقوى حول أ

٥ × ٦ - ٤ × ١٢ + ٢٥ × ٢ - ٤ × ٣ = ٢ ج

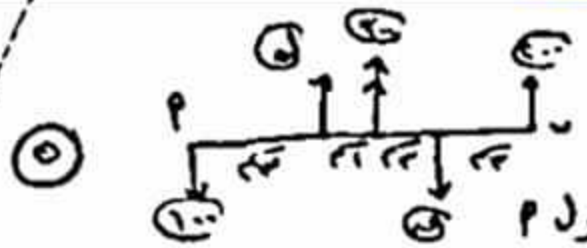
= -١٩ نيوتن.سم

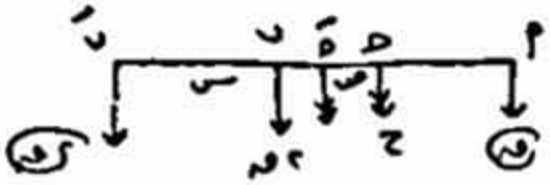
① ② ③ ④ ⑤

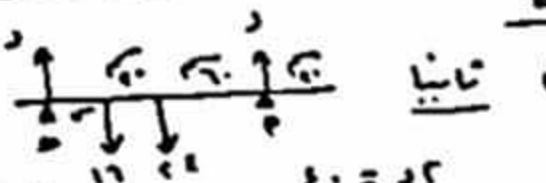
٢ ل ٥ ل ٣٥ ك ل ٥ ل ٧ ل

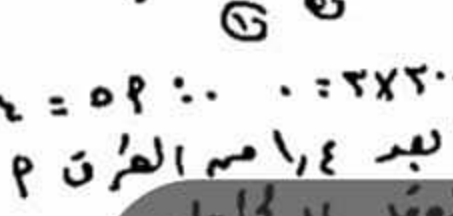
∴ س = ٦ ل ∴ $\frac{٣٣}{٢٢} = \frac{٦ ل}{١٦ ل} = \frac{٣}{٨}$

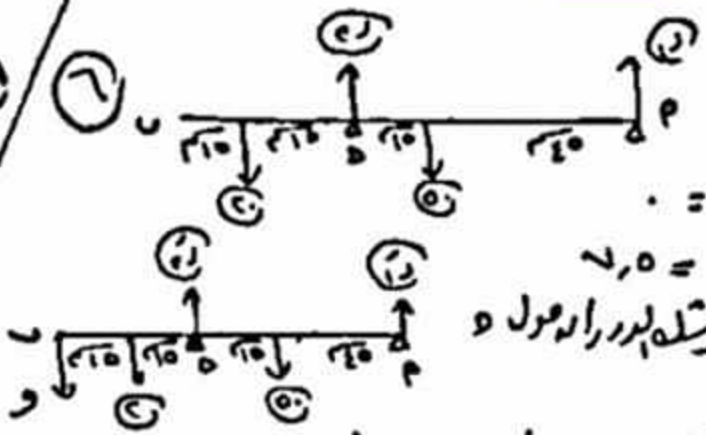
∴ $\frac{٣٣}{ب} = \frac{٢}{٥}$











③ $ر_1 + ر_2 = 70$ ، $ق = 0$ $\therefore$ $ق = 0$

$50 \times 40 - ر_2 \times 60 + 20 \times 70 = 0$

$\therefore ر_2 = 65,5$ ، $ر_1 = 4,5$

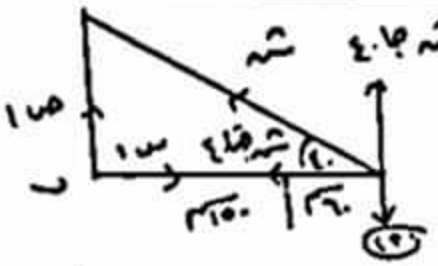
عند تقليبه تقل وعندئذ تأثير رد الأول $و$

$ر_1 = 0$ ، $ق = 0$

$و \times 30 + 20 \times 10 - 50 \times 10 = 0$ $\therefore و = 10$

$\therefore ر_2 = 50 + 20 + 10 = 80$

الاتزان العام ص ٦٧



① $ص_1 + ش جا ٤٠ = 140$ ، $س_1 = ش جتا ٤٠$

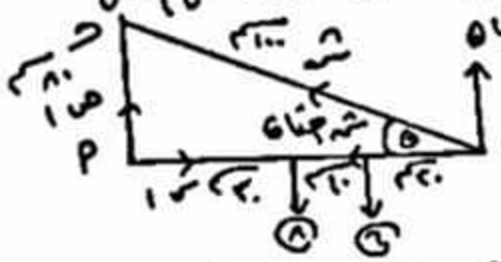
$ق = 0$

$ش جا ٤٠ \times 180 = 120 \times 210$

$\therefore ش = \frac{140}{جا ٤٠} \approx 187,7$ $\therefore س_1 = 143$ $\therefore ص_1 = صفر$

$\therefore ر = \sqrt{س_1^2 + ص_1^2} = 143$ ، $ظا = \frac{ص}{س} = 0$ أي أثر رد الفعل أفقي

أي انطباق محور البنات $ش جا ه$



③ $جا ه = \frac{4}{5}$ ، $جتا ه = \frac{3}{5}$

$س_1 = \frac{3}{5} ش + س_1 = ش + 14$

$ق = 0$

$\therefore ش = 48$ $\therefore 480 = 48 ش$ $\therefore ش = 10$

$ر = 26$ ، $ظا = \frac{ص}{س} = 1$ $\therefore$ رد الفعل يصنع مع الأفقي زاوية $45°$ $\therefore س = 6$ $\therefore ص = 6$

$ر_1 = 80 + 30 = 110$ ، $ر_2 = ش$

$ق = 0$

$30 \times 2 جتا ٤٥ + 80 جتا ٤٥ = ش جا ٤٥$

$\therefore ش = 60 + 80$

$\therefore$ مقدار الشد يزداد كلما زادت $س$ ويكون مقدار الشد أكبر ما يمكن عندما $س$ أكبر ما يمكن $\therefore ش = 67$ $\therefore س = 2,6$ م

$\therefore$ أطول مسافة يمكن أن يصعدها الرجل دون أن ينقطع الحبل هي 2,6 م

⑤ (٨٠،٨٠) ازدواج

$ج_1 = ٨٠ \times ٢ = ١٦٠$

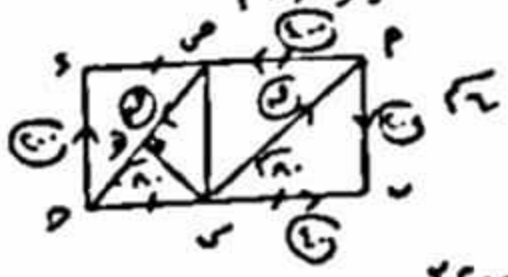
(١٥٠،١٥٠) ازدواج

$ج_2 = ١٥٠ \times ٢ = ٣٠٠$

(٢٠٠،٢٠٠) ازدواج

$ج_3 = ١٠٠ \times ٢ = ٢٠٠$

$\therefore ج = ١٦٠ + ٣٠٠ + ٢٠٠ = ٦٦٠$ نيوتن.م



④ $ص = \frac{٨٠ \times ٦٠}{١٢٠} = ٤٨$ سم

(٤٠٠،٤٠٠) ازدواج

$ج_1 = ٤٠٠ \times ١٢٠ = ٤٨٠٠٠$

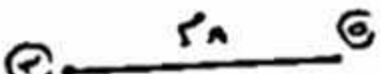
(٤٠٠،٤٠٠) ازدواج $ج_2 = ٤٠٠ \times ٦٠ = ٢٤٠٠٠$

(ص ك، ص م) ازدواج $ج_3 = ك م \times ٤٨$

$\therefore$ عزم الازدواج المحصل $= ٦٤٠٠$

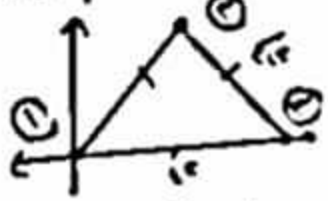
$٦٤٠٠ = ٤٨ ك م + ٢٤٠٠٠ + ٤٨٠٠٠ \quad \therefore م = ٣٠٠$ نيوتن

مركز الثقل ص ١٢

① 

٥	٣	٢
٨	٥	٣
ص	٠	٠

$س = \frac{٢٠}{٨} = ٢٫٥$ ، $ص = ٠$ ، مركز الثقل يقع على المحور $س$ على بعد $٢٫٥$ سم من $ك$

② 

٢	٣	١	١
٦	١٢	٥	٣
٣٦	٥	٥	ص

$س = \frac{١٢٥٫٢٦}{٦} = ٨$ ، $ص = \frac{٢١٦}{٦} = ٣٦$

③

$(٢٦٫٢٨)$ ، $(٢٨٫٢٦)$

$ب ء : ء د : د ب = ١٣ : ١٠ : ١٥$

٦	١٢	١	٠	٠	٠
٦	١٢	٦	٥	٣	٠
ص	٠	٠	٠	٠	٠

$س = ٦٫٥$

$ص = ٤٫٥$

$(٦٫٥ ، ٤٫٥)$ يبعد عن $ك$ بمسافة $٦٫٥$ سم

الازدواج ص ٨٠

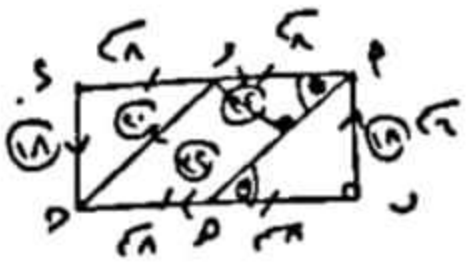
(٧)

① القوتان تكونان ازدواج ∴ ق٢ = − ق١

∴ ق٢ = ٣ س − ٤ ص

∴ عزم الازدواج = ق١ × ل = (٢ − ١)(٣ − ٤) = ٢ ع

$\frac{\text{ل}_1}{\text{ل}_2} = \frac{\text{ق}_2}{\text{ق}_1}$ ∴ $\text{ل} = \frac{\text{ق}_2}{\text{ق}_1} = \frac{\sqrt{١٣}}{\sqrt{١٠}}$



② جا θ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا θ = $\frac{٣}{٥}$

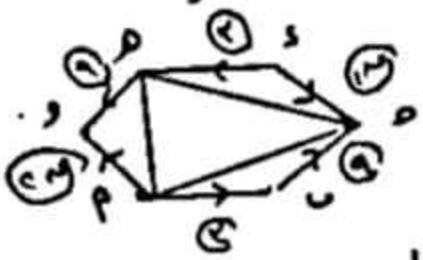
(١٨، ١٨) تكون ازدواج

ج١ = ١٨ × ١٦ = ٢٨٨

(٥٠، ٥٠) ازدواج ج٣ = ٥٠ × ٨ جا θ = ٩٦

(٣٣، ٣٣) ازدواج ج٢ = − ٣٣ × ٦ = − ١٩٨

∴ المجموعة متزنة ∴ ج١ + ج٢ + ج٣ = ٢٨٨ − ٩٦ − ١٩٨ = صفر



③ ه و = ل ف = و د = د ه

(٩، ٩) ازدواج ج١ = ٩ ل ف

(٢، ٢) ازدواج ج٢ = ٢ ل ف

(م، م) ازدواج ج٣ = − م ل ف

∴ المجموعة متزنة ∴ ٩ ل ف + ٢ ل ف − م ل ف = ٠ ∴ م = ١١

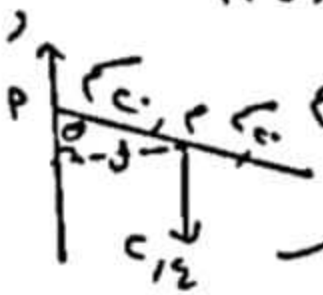
④ القضيب متزن تحت تأثير الازدواج ، ∴ مجموع عزوم الازدواج = صفر

٤ × ٠,٤ = ق × ٠,٢ جا θ

∴ ق = ٤ جا θ

∴ جا θ = $\frac{١}{٢}$

∴ θ = ٣٠° أو ١٥٠°



الكتل لسالبة

① أولاً

$س_م = \frac{1}{2}ل$ ، $ص_م = \frac{1}{2}ل$

$م = (\frac{1}{2}ل ، \frac{1}{2}ل)$

ثانياً مركز ثقل الكتلة المرفوعة ١٠٠ المنذ (ل ، ل)

$س_م = \frac{1}{2}ل$ ، $ص_م = \frac{1}{2}ل$

$\therefore م = (\frac{1}{2}ل ، \frac{1}{2}ل)$

②

عند رفع الكتلة الموجودة عند ب

$س_م = ٤,٥$

$ص_م = ٧,٥$

مركز ثقل المجموعة المتبقية $(٤,٥ ، ٧,٥)$

③

$س : ص : ع$

$\frac{1}{11} : \frac{1}{9} : \frac{1}{36}$

$1 : 9 : 36$

كتلة الجرم م $36ل \leftarrow (٠ ، ٢٠)$

" " $9ل \leftarrow (١ ، ٢٠)$

" " $ل \leftarrow (-١ ، -٣)$

$س_م = \frac{-4}{13}$ ، $ص_م = \frac{-15}{26}$

مركز ثقل الباقي $(\frac{-4}{13} ، \frac{-15}{26})$

④ الكتل تتناسب مع المساحات

$\frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{6 \times 8}{4 \times 4} = \frac{3}{1}$

كتلة المستطيل $3ل \leftarrow (٣ ، ٤)$ ، كتلة المربع $ل \leftarrow (١ ، ٦)$

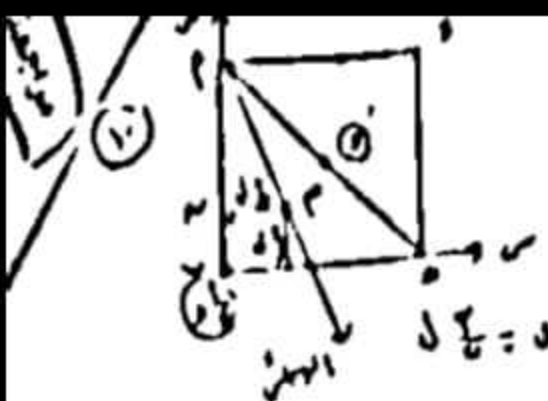
$س_م = ٣$

$ص_م = ٣,٥$

مركز الثقل $(٣ ، ٣,٥)$

$ظا\theta = \frac{٣,٥}{٣} = \frac{7}{6}$

④ نفرض طول ضلع المربع = ل



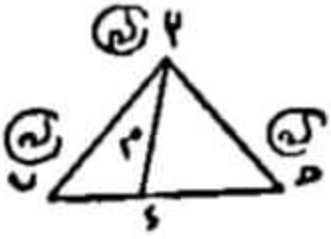
س م = ½ ل

ص م = ½ ل

أحداثي مركز الدائرة ر (½ ل ، ½ ل)

ظا ∠ م ر م = ½ ل / ½ ل = ١

ظا ∠ م ر ه = (ظا ∠ م ر م − ظا ∠ ه م ر) / (١ + ظا ∠ م ر م × ظا ∠ ه م ر) = (١ − ½) / (١ + ½ × ١) = ١/٥



ر تفكير ناقد ص ١٠٦

اثبت أن مركز ثقل صفيحة رقيقة على شكل مثلث ينطبق مع مركز ثقل ثلاث كتل متساوية موضوعة عند رؤوس المثلث

∵ الصفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مثلث

∴ مركز ثقلها يقع في نقطة تلاقي المتوسطات

∴ مركز ثقل الكتلة ك١ عند أ له عند د صورة مركز ثقل المثلث ب ج د لأن د منتصف ب ج

∴ مركز ثقل الكتلة ك٢ عند ب ك٣ عند ج صورة مركز ثقل كتلة مقدارها ك٢ + ك٣ تؤثر عند م حيث م ∈ د ه

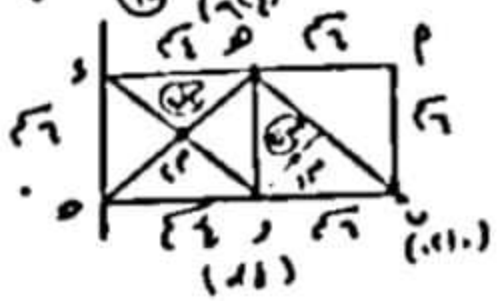
ل × م ه = ٢ ل × ١ م ∴ م ه = ٢ م د ∴ م هي مركز تقاطع المتوسطات

⑤ د ه = ٢٤ = ٢٤ ب ج = ٢٤ ، ج د = ٢٤ ، ب د = ٢٤

س م = ٥,٥

ص م = ١٠,٥

م (٥,٥ ، ١٠,٥)



⑥ ه م / م د = ٦ × ٦ / ٤ × ٦ = ٣/٢

كتلة ٥ عند ٢ ل ← (٦ ، ٦)

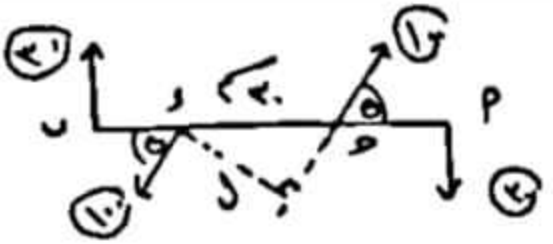
كتلة المجسم ٢ ل ← (٣ ، ٤)

س م = ٤,٤

ص م = ٤,٨

مركز الثقل : (٤,٤ ، ٤,٨)

⑦



⑤ $\overline{ب م} = 50$ سم $\quad \overline{م ء} = 30$ سم

$ج_1 = -30 \times 50$

$ج_2 = -100 \times \text{جا}\theta 30$

$\therefore -30 \times 50 = -100 \times 2 \text{جا}\theta 5 \quad \therefore \text{جا}\theta = \frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 30°$

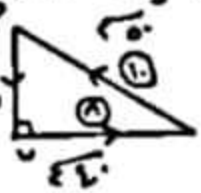
الازدواج المحلل ص ٨٧

① $ج_2 = 10ي^2 + 7ي - 11ي - 6ي$

$= صفر$

$ج م = 7 - 4 \times 11 - 9 \times 6 = 121 + 144 = 265$

$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج القياس الجبري لعزمه 160 نيوتن.سم

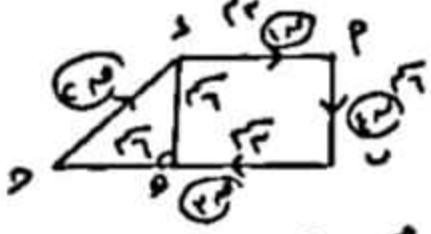


② $\frac{6}{40} = \frac{8}{40} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

القوى تؤثر في أضلاع $\triangle$ ترتيب دوري واحد

$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج $ج = 2 \times \frac{1}{2} \times 40 \times 30 \times \frac{1}{5} = 240$ نيوتن.سم

③



$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه $= 260$

$\therefore 2 \times$ مسقط المتجه $\times م = 360$

$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{24}{5} \times 6 \times 3 = 260 \quad \therefore م = 5$

$\frac{12}{3} = \frac{4م}{5م} = \frac{2م}{م} = \frac{4م}{5} = 5$

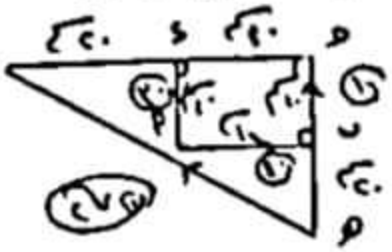
$\therefore 12 = 15$ أ $م = 30$ جـ $(م = 45 - 24)$ $م = 25$

④ $\overline{ه و} = 30$ جـ $\quad \overline{ل} = \frac{3 \times 30}{5} = 15$ جـ

$ج_ه = 30 \times 10 + 40 \times 10 - 25 \times 15 = 100$

$ج_ص = 40 \times 10 + 20 \times 30 = 100$

$ج_ع = 10 \times 20 + 40 \times 10 - 30 \times 20 = 100$



$\therefore$ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه $= 1000$ ث.جم.سم