القوانين

* أ، ب حدثين معرفين فإن ① ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)
② ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)
③ ل(أ′) = ١ − ل(أ)
④ ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب)
⑤ ل(أ′ ∪ ب′) = ل(أ ∩ ب)′ = ١ − ل(أ ∩ ب)
⑥ ل(أ′ ∪ ب) = ل(أ′) + ل(أ ∩ ب)

* اذا كان أ، ب حدثين متنافيين فإن ل(أ ∩ ب) = صفر
* اذا كان أ ⊂ ب فإن ل(أ ∩ ب) = ل(أ) ، ل(أ ∪ ب) = ل(ب)

معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س، ص

$$ر = \frac{(\text{ن مجس ص}) - (\text{مجس} \times \text{مجص})}{\sqrt{\text{ن مجس}^2 - (\text{مجس})^2} \sqrt{\text{ن مجص}^2 - (\text{مجص})^2}}$$

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجف}^2}{\text{ن}(\text{ن}^2 - ١)}$$

معادلة انحدار س على ص	معادلة انحدار ص على س
$س = حـ ص + ك$	$ص = أ س + ب$
$حـ = \frac{(\text{ن مجس ص}) - (\text{مجس})(\text{مجص})}{\text{ن مجص}^2 - (\text{مجص})^2}$	$أ = \frac{(\text{ن مجس ص}) - (\text{مجس})(\text{مجص})}{\text{ن مجس}^2 - (\text{مجس})^2}$
$ك = \frac{\text{مجس} - حـ \text{مجص}}{\text{ن}}$	$ب = \frac{\text{مجص} - أ \text{مجس}}{\text{ن}}$

* $ر = \pm\sqrt{حـ أ}$

خبير الرياضيات والميكانيكا / أشرف حسن
م/ ٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤

① اذا كان أ، ب حدثين متنافيين وكان ل(أ) = ٣٨و
ل(ب) = ٤٣و أوجد :

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٣٨و + ٤٣و − صفر = ٨١و

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

= ٣٨و − صفر = ٣٨و

ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

= ٤٣و − صفر = ٤٣و

ل(أ)′ = ١ − ل(أ)

= ١ − ٣٨و = ٦٢و

ل(أ′ ∩ ب′) = ل(أ ∪ ب)′ = ١ − ل(أ ∪ ب)

= ١ − ٨١و = ١٩و

ل(أ′ ∪ ب′) = ل(أ ∩ ب)′ = ١ − ل(أ ∩ ب)

= ١ − صفر = ١

★ ل(أ′ ∪ ب) = ل(أ)′ + ل(أ ∩ ب) ★

= ٦٢و + صفر = ٦٢و

ل(أ ∩ ب′) = ل(أ − ب)

[1]

تمرين [٢] اذا كان ل(أ) = ٥و ، ل(ب) = ٣و ، ل(أ ∩ ب) = ٢و

اوجد ل(أ ∪ ب) =

ل(أ ـ ب) =

ل(ب ـ أ) =

ل(أ′) =

ل(أ′ ∩ ب′) =

ل(أ′ ∪ ب′) =

ل(أ′ ∩ ب) =

ل(أ′ ∪ ب) =

ل(أ′ ∪ ب) =

تمرين [٣] اذا كان ل(أ) = $\frac{1}{3}$ ، ل(ب) = $\frac{5}{9}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{2}{9}$ اوجد

احتمال وقوع أ فقط = ل(أ ـ ب) =

احتمال عدم وقوع أ = ل(أ)′ =

احتمال وقوع أى من الحدثين = ل(أ ∪ ب) =

احتمال وقوع ب وعدم وقوع أ = ل(ب ـ أ)

احتمال عدم وقوع أ ، ب معاً = ل(أ ∩ ب)′ =

احتمال عدم وقوع أى من الحدثين = ل(أ ∪ ب)′ =

يجب حفظ القوانين

م / ٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤
خبير الرياضيات والميكانيكا أ / أشرف حسن

٤ اذا كان س متغير عشوائى متقطع مداه = {٠، ١، ٣، ٥}

وكان ل(س = ٠) = ١/٢ ، ل(س = ١) = ١/٦ ، ل(س = ٣) = ١/٤

أوجد : التوزيع الاحتمالى للمتغير س ، المتوسط ومعامل الاختلاف

الحل

ل(س = ٥) = ١ - [١/٤ + ١/٦ + ١/٢]

= ١/١٢

س	٠	١	٣	٥	
د(س)	١/٢	١/٦	١/٤	١/١٢	
س . د(س)	٠	١/٦	٣/٤	٥/١٢	٤/٣
س٢ . د(س)	٠	١/٦	٩/٤	٢٥/١٢	٩/٢

* المتوسط (التوقع) (الوسط الحسابى) م = ٤/٣ = ١٫٣٣

* التباين ع٢ = ٩/٢ - (٤/٣)٢ = ٤٩/١٨

* الانحراف المعيارى ع = √(٤٩/١٨) = ١٫٦٥

* معامل الاختلاف = ع/م × ١٠٠ = ١٫٦٥/١٫٣٣ × ١٠٠ = ١٢٤ ٪

٥ اذا كان س متغير عشوائى متقطع توزيعه الاحتمالى يحدد بالعلاقة

د(س) = (ا س + ٢)/٢ حيث س = ٠، ١، ٢، ٣ أوجد قيمة ا ومعامل الاختلاف

الحل

س	٠	١	٢	٣
د(س)	٠	ا/٢	٤ ا/٢	٩ ا/٢

١ = ١ ا/٢ + ٤ ا/٢ + ٩ ا/٢

ا = ١/٧

نعوض فى الجدول عن ا = ١/٧

ثم نكمل الجدول كما فى المثال السابق

خبير الرياضيات والميكانيكا أ / أشرف حسن

م / ٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤

٦ اذا كان س متغير عشوائي متقطع وتوزيعه الاحتمالي يحدد بالعلاقة د(س) = $\frac{س+٤}{١٦}$ حيث س = -٢، م، ١، ٢

اوجد قيمة م ، المتوسط والتوقع للمتغير س

٧ اذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الاحتمالي يحدد بالعلاقة د(س) = $\frac{س^{٢}+١}{م}$ حيث س = ٠، ١، ٢، ٣

اوجد قيمة م ، معامل الاختلاف للمتغير س

٨ اذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه = {-٢، ٠، ٢، ٤}

باحتمال ل(س = -٢) = $\frac{م-١}{١٦}$ ، ل(س = ٠) = $\frac{م}{١٦}$

ل(س = ٣) = $\frac{م+٢}{١٦}$ ، ل(س = ٤) = $\frac{م+٤}{١٦}$

اوجد قيمة م ، الوسط الحسابي ومعامل الاختلاف

٩ اذا كان س متغير عشوائي متقطع محدد بالدالة

د(س) = $\frac{س^{٢}+م}{١٨}$ حيث س = -١، ٠، ٢، ٣

اوجد قيمة م ، المتوسط والانحراف المعياري

١٠ اذا كان س متغير عشوائي متقطع توزيعه الاحتمالي محدد بالعلاقة د(س) = $\frac{م+س}{١٤}$ حيث س ∈ {١، ٢، ٣، ٤}

اوجد قيمة م ، التباين للمتغير س

خبير الرياضيات والميكانيكا أ / أشرف حسن
م / ٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤

١١ اذا كان س متغير عشوائي متصل ودالة كثافته الاحتمال

د(س) = { س/٢ ، ٠ ≤ س ≤ ٢ ، صفر ، فيما عدا ذلك

اوجد قيمة ٢ ، ل(١ ≤ س ≤ ٢)

الحل

د(٠) = ٠

د(٢) = ٢/٢ ⇐ ١/٢ [مجموع الفئات] × [طول الفئة] = ١

١/٢ (٠ + ٢/٢)(٢ − ٠) = ١

∴ ٢ = ±٢ ⇐ ∴ ٢ = ٢ لأن ٠ ≤ س ≤ ٢

ل(١ ≤ س ≤ ٢)

د(١) = ١/٢

د(٢) = ٢/٢ = ١

١/٢ [١ + ١/٢] [٢ − ١] = ٣/٤ ⇐

١٢ د(س) = { (س − ١)/ك ، ١ ≤ س ≤ ٥ ، صفر فيما عدا ذلك

اوجد قيمة ك

الحل

د(١) = (١ − ١)/ك = ٠

د(٥) = (٥ − ١)/ك = ٤/ك

١/٢ [٤/ك + ٠] [٥ − ٤] = ١ ⇐

ك = ٢

اوجد ل(٢ < س < ٣)

د(٢) = (٢ − ١)/٢ = ١/٢

د(٣) = (٣ − ١)/٢ = ١

١/٢ [١ + ١/٢] [٣ − ٢] = ٣/٤ ⇐

٦

[١٢] اذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال

$$د(س) = \begin{cases} \frac{٣س - ١}{٦} & \text{حيث } ١ \leq س \leq ٣ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اوجد قيمة م ، ل(س > ٢)

[١٤]

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٨}س & \text{حيث } ٣ \leq س \leq ٥ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اثبت أن د(س) دالة كثافة احتمال للمتغير س

واوجد ل(س < ٤)

[١٥]

$$د(س) = \begin{cases} \frac{٣+س}{٤٨} & \text{حيث } ٢ \leq س \leq ٨ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اثبت أن د(س) دالة كثافة للمتغير العشوائي س

ل(س > ٦)

[١٧] اذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال

$$د(س) = \begin{cases} س & ، \ ٠ \leq س \leq ١ \\ ٢ - س & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & ، \ \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

اوجد ل(س < $\frac{١}{٢}$)

ل($\frac{١}{٢}$ < س < $١\frac{١}{٢}$)

[٦]

١٨ اوجد ل(٠ ≤ س ≤ ٢٫٣٥) =

ل(-١٫٣ ≤ س ≤ ٣٫٤١) =

ل(-٤٫٥ ≤ س ≤ -١٫٧٣) =

ل(س ≥ ٢٫١٣) =

ل(س ≤ -٠٫٤) =

ل(س ≥ -١٫٣) =

ل(س ≤ ٢) =

١٩ الدخل الشهري للأسرة يمثل متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط ٧٠٠ جنيه وانحراف معياري ٥٦ جنيه

اوجد احتمال ان تحصل هذه الأسرة على دخل شهري أكبر من ٨١٥ جنيه ، معامل الالتواء

، احتمال ان تحصل على دخل شهري محصور بين ٧٥٠ ، ٨٥٠ جنيه

٢٠ من دراسة العلاقة بين الكمية (س) المرسلة بالطن والسعر (ص) كانت البيانات : مجـ س = ٤٠ ، مجـ ص = ٢٠ ،

مجـ س ص = ٩٥ ، مجـ س٢ = ٢٢٠ ، مجـ ص٢ = ٤٥ ، ن = ١٠

اوجد معامل الارتباط الخطي لبيرسون

خبير الرياضيات والميكانيكا أ/ أشرف حسن
م/ ٠١٢٢٧٢٧٨٠٨٤

حصة جزء

* من بيانات الجدول الآتي :

س	٧	٩	١١	٩	٦	٨
ص	٨	٩	١٣	٩	٦	١٠

(٥) (٤٫٥) (١) (٤٫٥) (٦) (٤)

(٥) (٤) (١) (٤) (٦) (٣)

أوجد

① معامل الارتباط لسبيرمان وتوعه

② قدر قيمة ص عندما س = ١٥ باستخدام معادلة خط الانحدار المناسبة

الحل

رتب س	٥	٢٫٥	١	٢٫٥	٦	٤
رتب ص	٥	٤	١	٢	٦	٣
ف	٠	١٫٥	٠	٠٫٥	٠	١
ف٢	٠	٢٫٢٥	٠	٠٫٢٥	٠	١

مجموع = ٣٫٥

ر = ١ − ٦ مجموع ف٢ / ن(ن٢ − ١) = ١ − ٦ × ٣٫٥ / ٦(٣٥) = ٠٫٩ (طردي)

* لإيجاد قيمة ص عندما س = ١٥ (نوجد معادلة خط انحدار ص على س)

س	٧	٩	١١	٩	٦	٨
ص	٨	٩	١٣	٩	٦	١٠
س٢	٤٩	٨١	١٢١	٨١	٣٦	٦٤
ص٢	٦٤	٨١	١٦٩	٨١	٣٦	١٠٠
س ص	٥٦	٨١	١٤٣	٩٩	٣٦	٨٠

مجموع س = ٥٠

مجموع ص = ٥٧

مجموع س٢ = ٤٣٢

مجموع ص٢ = ٥٧١

مجموع س ص = ٤٩٥

معادلة انحدار ص على س : ص = أ س + ب

أ = (ن مجموع س ص) − (مجموع س)(مجموع ص) / (ن مجموع س٢) − (مجموع س)٢ = (٦ × ٤٩٥) − (٥٠ × ٥٧) / (٦ × ٤٣٢) − (٥٠)٢ = ١٫٣

ب = مجموع ص − أ مجموع س / ن = ٥٧ − (١٫٣ × ٥٠) / ٦ = ١٫٣٣

ص = ١٫٣ س − ١٫٣٣ عندما س = ١٥

∴ ص = ١٫٣ × ١٥ − ١٫٣٣ = ١٨٫١٧

(٨)

اذا كان مجس = ٦٠ ، مجص = ٧٠ ، مجس ص = ٣٧١٠

مجس^{٢} = ٤٢٠٠ ، مجص^{٢} = ٥٩٨٠ ، ن = ١٠ اوجد

معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س ، ص وبوضح

الحل

القانون

$$\text{ر} = \frac{\text{ن مجس ص} - (\text{مجس})(\text{مجص})}{\sqrt{\text{ن مجس}^{٢} - (\text{مجس})^{٢}} \sqrt{\text{ن مجص}^{٢} - (\text{مجص})^{٢}}}$$

التعويض

$$\text{ر} = \frac{(١٠ \times ٣٧١٠) - (٦٠ \times ٧٠)}{\sqrt{(١٠ \times ٤٢٠٠) - (٦٠)^{٢}} \sqrt{(١٠ \times ٥٩٨٠) - (٧٠)^{٢}}}$$

الدلالة الكاسية

ر = ٠,٨٧٦٠ وعكسي

أوامني صالة الجبوك

س	مجس =	
ص	مجص =	
س^{٢}	مجس^{٢} =	
ص^{٢}	مجص^{٢} =	
س ص	مجس ص =	

٩

(٢١)

س	٢	٤	٥	٣	١١
ص	٦	٥	٣	٤	٢

اوجد معامل الارتباط الخطى ليبرسون بين س ، ص

اوجد معادلة خط انحدار ص على س وقدر قيمة ص عندما س = ٦

(٢٢) اذا كان مجـ س = ٦٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٣٧١

مجـ س^{٢} = ٤٢٠ ، مجـ ص^{٢} = ٥٩٨ ، ن = ١٠ أوجد

* معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س ، ص
* معادلة خط انحدار ص على س
* معادلة خط انحدار س على ص

(٢٣)

س	١٩	١٨	٧	١٠	٤	١٣	١٥	٥
ص	١٢	٤	٧	٧	٦	١٢	١٠	١٢

اوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان مبيناً نوع الارتباط

(٢٤)

س	جيد	ضعيف	ممتاز	جيد جداً	مقبول	جيد جداً
ص	جيد جدا	جيد	جيد جدا	جيد	ضعيف	مقبول

اوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان وحدد نوعه

(٢٥) اذا كان معامل انحدار ص على س = - ١٦و ،
معامل انحدار س على ص = - ٣٦و

اوجد معامل الارتباط الخطى بين س ، ص وحدد نوعه

الحل $ر = -\sqrt{-١٦و \times -٣٦و} = -\sqrt{٠٫٥٧٦} = -٠٫٧٦ = -\frac{٦}{٢٥}$ (١٠)

مع أرق تحياتى