إختر الإجابة الصحيحة

(١) فى إحدى الكليات الجامعية إذا كان الطالب يدرس ٨ مواد دراسية و لا يحق له الإنتقال إلى السنة الثانية إلا إذا نجح فى ٦ مواد منها على الأقل فإن عدد الطرق التى يمكن أن ينتقل بها الطالب للسنة الثانية يساوى ....

(أ) ٥٦ — (ب) ٤ — (ج) ٣٧ — (د) ١٤

----

(٢) إذا أردنا تكوين لجنة مكونة من أربعة أشخاص من بين ٩ رجال و ٣ نساء بشرط أن تشتمل اللجنة على إمرأة واحدة على الأقل فإن عدد طرق تكوين هذه اللجنة يساوى........

(أ) ٤٩٥ — (ب) ١١٨٨٠ — (ج) ٣٦٩ — (د) ٢٥٢

----

(٣) عدد أقطار المضلع ذو الأثنى عشر ضلعاً يساوى ....

(أ) ١٢٠ — (ب) ١٣٢ — (ج) ٦٦ — (د) ٥٤

----

(٤) إذا كانت النقاط أ ، ب ، جـ ∈ للمستقيم $ل_١$ ، م ، ن ، هـ ، ع ∈ للمستقيم $ل_٢$ و كان $ل_١ \parallel ل_٢$ فإن عدد المثلثات التى يمكن رسمها بإستخدام مجموعة النقاط { أ ، ب ، جـ ، م ، ن ، هـ ، ع } يساوى ....

(أ) ٢١٠ — (ب) ٦٠ — (ج) ٣٥ — (د) ٣٠

----

(٥) إذا كان عدد المثلثات التى يمكن رسمها بإستخدام رؤوس مضلع يساوى ٥٦ مثلث فإن عدد رؤوس المضلع يساوى ......

(أ) ٦ — (ب) ٧ — (ج) ٨ — (د) ٩

----

(٦) عدد الأعداد المكونة من أربعة أرقام مختلفة بإستخدام عناصر المجموعة { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } يساوى ....

(أ) ١٢٠ — (ب) ٩٦ — (ج) ٥ — (د) ١٦

----

(٧) إذا كانت $ن \in ص^+$ حيث ${}^{ن}ق_{٣} + ٢\,{}^{ن}ق_{٢} + {}^{ن}ق_{١} = ١٢٠$ فإن ن = ...

(أ) ٧ — (ب) ٨ — (ج) ٩ — (د) ١٠

----

(٨) إذا كانت $ن \in ص^+$ فإن ${}^{ن}ل_{٢}$ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٢٤ — (ب) ٢٥ — (ج) ٢٧ — (د) ٣٠

----

(٩) إذا كان ${}^{١٧}ق_{ر^٢+١} = {}^{١٧}ق_{٣ر^٢}$ فإن ر = ...

(أ) ٢ — (ب) −٢ — (ج) ±٢ — (د) ٤

(١٠) إذا كان ${}^{س+ص}\text{ل}_{٢} = ٢١٠$ ، ${}^{ص-٣}\text{ق}_{٣} = ٣٥$ فإن $|٢س - ص| = \ldots\ldots$

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ٢ (د) ١

----

(١١) إذا كانت ${}^{ن}\text{ق}_{٣} : {}^{ن-١}\text{ق}_{٤} = ٨ : ٥$ فإن قيمة $ن = \ldots\ldots$

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ٩

----

(١٢) إذا كان الحدان الأوسطان فى مفكوك $(أ + ٢ب)^{٢ن+١}$ متساويان فإن ......

(أ) $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢}$ (ب) $أ = ٤ب$ (ج) $أ = ٨ب$ (د) $أ = ٢ب$

----

(١٣) فى مفكوك $س^{٣} (١ + س)^{٧}$ يكون معامل الحد المشتمل على $س^{٤}$ هو ......

(أ) ${}^{٧}\text{ق}_{٤}$ (ب) ${}^{٧}\text{ق}_{٣}$ (ج) ${}^{٧}\text{ق}_{١}$ (د) ٢١

----

(١٤) إذا كان الحد الخالى من $س$ فى مفكوك $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{ن}$ هو $ح_{٧}$ فإن $ن = \ldots\ldots$

(أ) ٦ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ٨

----

(١٥) فى مفكوك $(١ - س)^{١٢}$ معامل الحد السادس : معامل الحد الخامس = ...

(أ) $\frac{٨}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٨}$ (ج) $\frac{-٨}{٥}$ (د) $\frac{-٥}{٨}$

----

(١٦) إذا كان $(١ + س)^{ن} = ١ + أ_{١}س + أ_{٢}س^{٢} + أ_{٣}س^{٣} + \ldots\ldots + أ_{١٠}س^{١٠}$ وكان $\frac{أ_{٢} + أ_{٣}}{أ_{٢}} = ٣$ فإن $ن = \ldots\ldots$

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٩

----

(١٧) مجموع معاملات حدود مفكوك $(١ + س - ٣س^{٢})^{٢٠١٨}$ يساوى ......

(أ) -١ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٢٠١٧

----

(١٨) فى مفكوك $(\sqrt[٣]{٣} + \sqrt{٢})^{٥}$ الحد الذى لا يشتمل على عدد غير نسبى يساوى ......

(أ) ٣٠ (ب) ٤٠ (ج) ٥٠ (د) ٦٠

----

(١٩) في مفكوك $\left(٢+\frac{س}{٣}\right)^{ن}$ إذا كان معاملا $س^{٧}$ ، $س^{٨}$ متساويان فإن ن = ...

(أ) ٥٦ (ب) ٥٥ (ج) ٤٥ (د) ١٥

---

(٢٠) في مفكوك $(س+ص)^{ن}$ إذا كان الحد السابع هو الحد الذى له أكبر معامل فإن ن = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٣ (ج) ١٤ (د) ١٥

---

(٢١) في مفكوك $س^{٤}\left(س-\frac{١}{س}\right)^{٩}$ حسب قوى س التنازلية الحد الرابع من النهاية يساوى ....

(أ) ٨٤ س (ب) −٨٤ س (ج) $٨٤\,س^{٧}$ (د) $-٨٤\,س^{٧}$

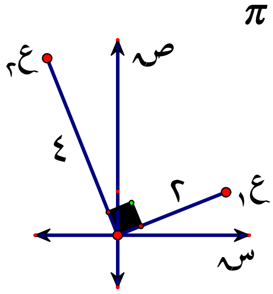
---

(٢٢) إذا كان $ع=\left(١+\sqrt{٣}\,ت\right)^{ن}$ وكان $|ع|=٨$ فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوى ....

(أ) $\frac{\pi}{٢}$ (ب) $\frac{\pi}{٣}$ (ج) $\frac{\pi}{٦}$ (د) π

---

(٢٣) إذا كان $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ عددين مركبين ممثلين على مستوى أرجاند كما بالشكل المجاور



فإن $\left(\frac{ع_{٢}}{ع_{١}}\right)^{٢}=$ ....

(أ) ٤ (ب) −٤ (ج) ٤ت (د) −٤ت

---

(٢٤) إذا كان ع = −١ − ت فإن الصورة الآسية للعدد ع هى ....

(أ) $\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{٣\pi}{٤}ت}$ (ب) $\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{٥\pi}{٤}ت}$ (ج) $\sqrt{٢}\,هـ^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$ (د) $\sqrt{٢}\,هـ^{٢٢٥ت}$

---

(٢٥) $\left(أ+ب\omega+أ\omega^{٢}\right)\left(أ+ب\omega^{٢}+أ\omega^{٤}\right)=$ ......

(أ) ١ (ب) أ − ب (ج) $(أ-ب)^{٢}$ (د) $ب^{٢}-أ^{٢}$

---

(٢٦) $\frac{أ-ب\omega}{أ\omega^{٢}-ب}-\omega^{٢}=$ ....

(أ) ٣ت (ب) $\pm\sqrt{٣}\,ت$ (ج) −٣ (د) ٣

---

(٢٧) إذا كان $(١+\omega)^{٧}=أ+ب\omega$ حيث أ ، ب عددان حقيقيان فإن (أ , ب) = ...

(أ) (٠ , −١) (ب) (١ , ١) (ج) (٠ , ١) (د) (١ , −١)

---

(٢٨) $\sum_{س=١}^{٦} (١ + \omega^{س}) =$ ....

Ⓐ ٧ Ⓑ ٦ Ⓒ ١ Ⓓ $١+\omega$

---

(٢٩) مرافق العدد $١ + \omega$ هو ......

Ⓐ $١ - \omega$ Ⓑ $١ + \omega^٢$ Ⓒ $١ - \omega^٢$ Ⓓ $-١ - \omega$

---

(٣٠) مجموع جذور المعادلة $(ع - ٢)^٣ = ١$ يساوى ....

Ⓐ صفر Ⓑ ٢ Ⓒ ١ Ⓓ ٦

---

(٣١) إذا كان $|ع| = |ع - ٢|$ فإن الجزء الحقيقى للعد ع يساوى ....

Ⓐ ١ Ⓑ -١ Ⓒ ٢ Ⓓ -٢

---

(٣٢) $هـ^{\theta ت} + هـ^{-\theta ت} =$ ......

Ⓐ $هـ^{٢\theta ت}$ Ⓑ $٢جتا\theta$ Ⓒ $٢جا\theta$ Ⓓ $هـ^{-٢\theta ت}$

---

(٣٣) $ت^{١٢} + ت^{١٣} + ت^{١٤} + ...+ ت^{١١٢} =$ ....

Ⓐ ت Ⓑ -١ Ⓒ ١ Ⓓ $-$ ت

---

(٣٤) إذا كان $|ع| = ١٠$ فإن $ع \bar{ع} =$ ....

Ⓐ ١٠ Ⓑ ١ Ⓒ ١٠٠ Ⓓ -١٠٠

---

(٣٥) إذا كان ع = س + ت ص فإن الجزء الحقيقى للعدد $هـ^{ع}$ هو ....

Ⓐ $هـ^{س}$ جتاص Ⓑ $هـ^{س}$ جاص Ⓒ $هـ^{س}$ Ⓓ جتاص

---

(٣٦) سعة العدد المركب $(١ - جتا\theta) + ت جا\theta$ تساوى .... حيث $٠ < \theta < \pi$

Ⓐ $\frac{\pi}{٤} - \frac{\theta}{٢}$ Ⓑ $\frac{\pi}{٢} - \frac{\theta}{٢}$ Ⓒ $\frac{\pi}{٢} - \theta$ Ⓓ $\frac{\pi}{٢} - \frac{\theta}{٤}$

---

(٣٧) $\begin{vmatrix} \omega & ت \\ ت & \omega \end{vmatrix} =$ ....

Ⓐ ١ Ⓑ -١ Ⓒ ω Ⓓ $-\omega$

(٣٨) إذا كانت كل من أ ، ب مصفوفة غير منفردة فإن $(أب)^{-1}$ = ...

(أ) – أب (ب) $أ^{-1} ب^{-1}$ (ج) $ب^{-1} أ^{-1}$ (د) $(ب أ)^{-1}$

---

(٣٩) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٤ \\ ٤ & ٨ & ١٦ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٤٠) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & -٢ & ٣ \\ ك & ٠ & ١ \\ ٣ & ٢ & -١ \end{pmatrix}$ وكان ر(أ) = ٢ فإن ك = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (ب) –٢ (ج) ٦

---

(٤١) عدد حلول النظام ٢س + ٥ص = ٠ ، ٣س – ع = ٠ ، ٢ص – ٣ع = ٠ هو ....

(أ) الحل الصفرى فقط (ب) عدد لا نهائى من الحلول من بينها الحل الصفرى.

(ج) صفر (د) عدد لا نهائى ليس من بينها الحل الصفرى.

---

(٤٢) يوجد للنظام $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ & ٣ \\ ١ & -٢ & -٣ \\ ٤ & -٢ & -٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \boxed{\quad}$ ....

(أ) الحل الصفرى فقط (ب) عدد لا نهائى من الحلول من بينها الحل الصفرى.

(ج) صفر (د) عدد لا نهائى ليس من بينها الحل الصفرى.

---

(٤٣) $\begin{vmatrix} أ+ب & جـ+ب & أ+جـ \\ جـ & أ & ب \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) –١ (ب) صفر (ج) أ + ب + جـ (د) أبجـ

---

(٤٤) إذا كان للمعادلات س + ٢ص + ٣ع = ٥ ، ٢س – ٣ص + كع = ١٣ ، ٣س + كص + ٢ع = ٣ حل وحيد فإن ك $\in$ ....

(أ) ع (ب) ع – {–١} (ج) ع – {١٣} (د) ع – {–١ , ١٣}

---

(٤٥) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ فإن ر(أ ^مد^)= ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٤٦) إذا كانت أ مصفوفة من النظم م × ن فإن ....

(أ) ر(أ) ≥ أصغر العددين م ، ن (ب) ر(أ) ≺ أصغر العددين م ، ن

(ج) ر(أ) ≤ أصغر العددين م ، ن (ج) ر(أ) ≻ أصغر العددين م ، ن

---

(٤٧) مجموع جذور المعادلة $\begin{vmatrix} س & 0 & 0 \\ 1 & س & 0 \\ 2 & 3 & س \end{vmatrix} = 8$ فى ك يساوى ......

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

---

(٤٨) إذا كان للمعادلتين ٢س + ص = ١ ، ٤س + ٢ص = ك عدد لا نهائى من الحلول فإن ك =......

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٤٩) إذا كان س عدد مركب فإن عدد حلول المعادلة $\begin{vmatrix} س^3 + 1 & س - 1 \\ س + 1 & س^3 - 1 \end{vmatrix} = 0$ يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

أسئلة إنتاج الإجابة

السؤال(١) فى مفكوك $\left(٤س^{٢} + \frac{١}{٢س}\right)^{١٥}$ حسب قوى س التنازلية . إوجد قيمة الحد الخالى من س .و إذا كان الحدان الأوسطان متساويان فإوجد قيمة س.

السؤال(٢) فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ إذا كان $ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ ، $ح_{٣}$ فى تتابع حسابى " $ح_{٢}$ وسط حسابى بين $ح_{١}$ ، $ح_{٣}$ " و كانت س = ٢ص فإوجد قيمة ن .

السؤال(٣) فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ إذا كان $٣ح_{٤}$ ، $\sqrt{٥}\,ح_{٦}$ ، $٦\,ح_{٨}$ فى تتابع هندسى فإوجد قيمة ن.

السؤال(٤) إوجد معامل $\frac{١}{س^{٥}}$ فى مفكوك $\frac{١}{س^{٣}}\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ثم أثبت أن هذا المفكوك لا يشتمل على حد خالى من س.

السؤال(٥) إذا كان $ح_{٢}$ ، $ح_{٣}$ ، $ح_{٤}$ فى مفكوك $(س + أ)^{ن}$ هى ١٨ ، ١٤٤ ، ٦٧٢ على الترتيب فأوجد قيمة ن ، س ، أ

السؤال(٦) إذا كانت $(أ - س)^{١٤} = ج_{٠} + ج_{١}س + ج_{٢}س^{٢} + ج_{٣}س^{٣} + ... + ج_{١٤}س^{١٤}$ وكان $٤ج_{٤} + ١١(ج_{٣} + ج_{٢}) = ٠$

السؤال(٧) إذا كانت النسبة بين الحد الخامس من مفكوك $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{١٥}$ و الحد الرابع من مفكوك $\left(س - \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٤}$ تساوى −١٦ : ١٥ أوجد قيمة س.

السؤال(٨) أوجد معامل أكبر حد فى مفكوك $(٢س+٣ص)^{١٠}$

السؤال(٩) فى مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{١}{س}\right)^{٣ن}$ أثبت أن الحد الخالى من س يساوى معامل الحد الذى يشتمل على $س^{٣ن}$ و إذا كانت ن = ٦ أوجد النسبة بين الحد الخالى من س و معامل الحد الأوسط .

السؤال(١٠) فى مفكوك $\left(أ\,س^{٢} + \frac{١}{أس}\right)^{١١}$ إذا كان معامل $س^{٧}$ ، معامل $س^{٤}$ متساويان فإوجد قيمة أ .

السؤال(١١) فى مفكوك $\left(س^{م} + \frac{١}{س}\right)^{٦}$ حيث $م \in ص^{+}$ أوجد قيم م التى تجعل لهذا المفكوك حداً خالياً من س .

السؤال(١٢) فى مفكوك $\left(\sqrt{س} + \frac{١}{س}\right)^{٨}$ إذا كان $ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ ، $٢٥ح_{٧}$ ، $ح_{٦}$ متناسبة أوجد قيمة س.

السؤال(١٣) إذا كان ن عدداً صحيحًا موجبًا أثبت أنه لا يوجد حد خالى من س فى مفكوك $\left(\text{س}^{٥} + \frac{١}{\text{س}^{٢}}\right)^{\text{ن}}$ إلا عندما ن مضاعف للعدد ٧ ثم أوجد هذا الحد عندما ن =٧

السؤال(١٤) إذا كان $\sqrt{٣}(\text{ع} - ١) = \text{ت}(\text{ع} + ١)$ ضع العدد المركب ع على الصورة الآسية ثم إوجد جذوره التكعيبية على الصورة الآسية و مثلها على شكل أرجاند.

السؤال(١٥) إذا كانت $\text{ع} = \frac{١ + \sqrt{٣}\,\text{ت}}{١ + \text{ت}}$ ضع العدد ع على الصورة المثلثية ثم بإستخدام نظرية ديموافر برهن أن $\text{ع}^{٦} = ٨\text{ت}$

السؤال(١٦) إذا كان $(١ - \text{ت})\text{س} + (١ + \text{ت})\text{ص} = ٢\text{ت}$ حيث س ، ص $\in$ ح إوجد قيمة س ، ص ثم إوجد القيم المختلفة للعدد $\text{ع}^{\frac{٨}{٣}}$ حيث ع = س + ت ص على الصورة المثلثية.

السؤال(١٧) إذا كانت $\text{ع}_{١} = ٤(\text{جا}\frac{٥\pi}{٦} + \text{ت}\,\text{جتا}\frac{٥\pi}{٦})$ ، $\text{ع}_{٢} = \text{ت}$ ، $\text{ع}_{٣} = ٢\text{ه}^{\frac{٥\pi}{٦}\text{ت}}$ وكان $\text{ع} = \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢} \times \text{ع}_{٣}}$ فإوجد العدد ع فى الصورة المثلثية ثم إوجد جذوره التربيعية.

السؤال(١٨) ضع العدد $\text{ع} = \sqrt{٢}\left(\frac{١ + \text{ت}\,\text{ظا}\frac{\pi}{١٢}}{١ - \text{ت}\,\text{ظا}\frac{\pi}{١٢}}\right)$ على الصورة المثلثية ثم إوجد القيم المختلفة للعدد $\text{ع}^{\frac{٤}{٣}}$ فى الصورة المثلثية.

السؤال(١٩) إذا كان العدد $\text{ع}_{١} = ١ - \sqrt{٣}\,\text{ت}$ ، كان $\frac{\text{ع}_{٢}}{\text{ع}_{١}} = ٤ \times \text{ه}^{\pi\text{ت}}$ فإوجد الجذران التربيعيان للعدد $\text{ع}_{٢}$

السؤال(٢٠) إذا كان $\text{ع}_{١} = \frac{٦ + ٤\text{ت}}{١ + \text{ت}}$ ، $\text{ع}_{٢} = \frac{٢٦}{٥ + \text{ت}}$ فإثبت أن العددان $\text{ع}_{١}$ ، $\text{ع}_{٢}$ مترافقان ثم إوجد الجذور التكعيبية للعدد $\text{ع} = ٤(\text{ع}_{١} - \text{ع}_{٢})$.

السؤال(٢١) إذا كان العدد $\text{ع} = \frac{١ + \omega}{(١ - \text{ت})^{٢}} + \frac{١ - \omega}{(١ + \text{ت})^{٢}}$ فإوجد المقياس و السعة الأساسية للعدد المركب ع حيث $\omega = \frac{-١}{٢} + \quad \text{ت}$.

السؤال(٢٢) أوجد م . ح المعادلة $\text{ع}^{٢} - ٢\bar{\text{ع}} = ٠$ فى ك

السؤال(٢٣) بإستخدام نظرية ديموافر أوجد جذور المعادلة $ع^{٣} + ٢٧ت = ٠$

السؤال(٢٤) إذا كانت سعة $(ع + ت) = \frac{\pi}{٤}$ ، سعة $(ع - ٣) = \frac{٣\pi}{٤}$ فإوجد العدد المركب ع على الصورة الجبرية.

السؤال(٢٥) إذا كان $ع_{١}$ =جتا٧٥+تجا٧٥ ، $ع_{٢}$ =جتا١٥+تجا١٥ أوجد بالصورة المثلثية العدد $ع_{١} + ع_{٢}$

السؤال(٢٦) إذا كان $ع_{١}$ =جتا١١٤° + ت جا٦٦° ، $ع_{٢}$ =جتا٤٢° + ت جا١٣٨° ، $ع_{٣}$ =جا٢٤° + ت جا١١٤° أوجد الصورة الجبرية للعدد $ع = \frac{ع_{١}\,ع_{٢}}{ع_{٣}}$

السؤال(٢٧) إوجد الجذور الرابعة للعدد −١ و مثل هذه الجذور على شكل أرجاند.

السؤال(٢٨) إذا كان $\frac{٧ - ١١ت}{٤ + ت} = أ + ب ت$ أوجد قيم المقدار $\left(\sqrt{أ - ب} + أت\right)^{\frac{٣}{٢}}$

السؤال(٢٩) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح أثبت أن

① $\frac{٥+٢\omega}{٢+٣\omega} + \frac{٥+٢\omega^{٢}}{٢+٣\omega^{٢}} = \frac{١٣}{٧}$

② $\left(٥ - \frac{٥}{١+\omega^{٢}} + \frac{٣}{\omega^{٢}}\right)^{٦} = ٦٤$

السؤال(٣٠) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح أثبت أن

① $\frac{س + ص\omega}{س\omega^{٢} + ص} + \frac{ع\omega^{٢} + ل}{ع + ل\omega} = -١$

② $\left(\frac{\omega}{١+٢\omega}\right)^{٢} + \left(\frac{\omega^{٢}}{١+٢\omega}\right)^{٢} = \frac{١}{٣}$

السؤال(٣١) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & أ & أ \\ ١ & ب & أ \\ ١ & جـ & -ب \end{vmatrix} = (أ - ب)(أ + ب)$

السؤال(٣٢) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} (أ+ب)^{٢} & أب & أ^{٢}+ب^{٢} \\ (جـ+د)^{٢} & جـد & جـ^{٢}+د^{٢} \\ (ن+هـ)^{٢} & نهـ & ن^{٢}+هـ^{٢} \end{vmatrix} = ٠$

السؤال(٣٣) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} \omega & \text{ت} & ١ \\ ٠ & -\omega & \omega\text{ت} \\ \omega & -\omega^{٢} & \omega^{٢}\text{ت} \end{vmatrix} = ٠$

السؤال(٣٤) إذا كانت س هى آحد عوامل المحدد $\begin{vmatrix} ٢\text{ك} & ٣ & ٤ \\ \text{س} & \text{ك} & ١ \\ ٢\text{ك} & \text{س}+٢ & \text{س}+٣ \end{vmatrix}$ فأوجد قيمة ك

السؤال(٣٥) إذا كان $\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{ع} & \text{ص}+٢ & \text{س} \\ \text{ع}+٢ & \text{ص} & \text{س}+٢ \end{vmatrix} = -٤$ فأوجد قيمة س + ص + ع

السؤال(٣٦) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} ٣\text{س} & ٣\text{س} & ٣\text{س} \\ \text{أ} & \text{ب} & ١ \\ \text{ب}+١ & \text{أ}+١ & \text{أ}+\text{ب} \end{vmatrix} = \text{صفر}$

السؤال(٣٧) بإستخدام خواص المحددات إوجد مجموعة حل المعادلة $\begin{vmatrix} ١ & \text{س}^{٢} \\ \text{س} & -\text{س} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٠ & -\text{س} & ١ \\ \text{س} & ١ & \text{س} \\ \text{س}+١ & -١ & ١ \end{vmatrix}$

السؤال(٣٨) بإستخدام خواص المحددات أثبت أن $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أب} & \text{بجـ} \\ \text{ب} & \text{ب}^{٢} & \text{أجـ} \\ ١ & \text{جـ} & \text{ب} \end{vmatrix} = (\text{أ}+\text{ب}) \begin{vmatrix} ١ & \text{ب} & ١ \\ \text{ب} & \text{ب}^{٢} & \text{أ} \\ \text{جـ} & \text{جـ}^{٢} & \text{ب} \end{vmatrix}$

السؤال(٣٩) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{أ}+\text{ب} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٠ & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ب} & \text{أ}+\text{ب} & \text{ب} \\ \text{أ}+\text{ب} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{جـ} \end{vmatrix} = \text{صفر}$

السؤال(٤٠) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & ١+\text{ص} \\ ١ & ١+\text{ص} & ١ \end{vmatrix} = \text{ص}^{٢}$

السؤال(٤١) حل المعادلات الآتية ٢س + ٢ص − ع = ٣ ، ٣س + ص = ٥، س + ص + ٢ع = ٩ بإستخدام المعكوس الضربى للمصفوفات.

السؤال(٤٢) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ ١٠ & ٤ & ك \\ ١٧ & ٧ & ١ \end{pmatrix}$ فأوجد قيمة **ك** التى تجعل رتبة أ أقل ما يمكن.

السؤال(٤٣) بين أن للنظام ٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ ، ٧س + ٤ص−٢ع = ٠ ، ٦س+٩ص + ١٥ع = ٠ عدداً لا نهائياً من الحلول و اكتب صورة الحل.

إجابات إختر الإجابة الصحيحة

(١)	ج	(٢)	ج	(٣)	د	(٤)	د	(٥)	ج
(٦)	ب	(٧)	ب	(٨)	د	(٩)	ج	(١٠)	د
(١١)	ج	(١٢)	د	(١٣)	ج	(١٤)	ج	(١٥)	ج
(١٦)	ج	(١٧)	ب	(١٨)	د	(١٩)	ب	(٢٠)	ٲ
(٢١)	ٲ	(٢٢)	د	(٢٣)	ب	(٢٤)	ج	(٢٥)	ج
(٢٦)	ب	(٢٧)	ب	(٢٨)	ب	(٢٩)	ب	(٣٠)	د
(٣١)	ٲ	(٣٢)	ب	(٣٣)	ج	(٣٤)	ج	(٣٥)	ٲ
(٣٦)	ب	(٣٧)	د	(٣٨)	ج	(٣٩)	ب	(٤٠)	ب
(٤١)	ٲ	(٤٢)	ب	(٤٣)	ب	(٤٤)	د	(٤٥)	د
(٤٦)	ٲ	(٤٧)	ٲ	(٤٨)	ج	(٤٩)	ب		

حلول أسئلة إنتاج الإجابة

السؤال(١) $\because \text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} \left(\tfrac{1}{2}\text{س}^{-1}\right)^{\text{ر}} \left(4\text{س}^{2}\right)^{15-\text{ر}} \Leftarrow \boxed{\text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} \times 2^{30-3\text{ر}} \times \text{س}^{30-2\text{ر}}}$

الحد الخالى من س : $30 - 3\text{ر} = 0 \Leftarrow \text{ر} = 10$ "الحد الخالى من س هو ح_{11}"

$\therefore$ الحد الخالى من س هو $\text{ح}_{11} = {}^{15}\text{ق}_{\text{ر}} \times 2^{30-3\text{ر}} \Leftarrow \text{ح}_{11} = {}^{15}\text{ق}_{10} \times 2^{30-30} = 3003$

$\because$ الحدان الأوسطان هما $\text{ح}_{\frac{15+1}{2}}$ و الذى يلية $\Leftarrow$ الحدان الأوسطان هما ح_8 ، ح_9

$$\because \text{ح}_9 = \text{ح}_8 \Leftarrow \frac{\text{ح}_9}{\text{ح}_8} = 1 \Leftarrow \frac{15-8+1}{8} \times \frac{4\text{س}^2}{\frac{1}{2\text{س}}} = 1 \Leftarrow \boxed{\text{س} = \tfrac{1}{2}}$$

السؤال(٢) $\because \text{ح}_1$ ، ح_2 ، ح_3 فى تتابع حسابى $\Leftarrow 2\text{ح}_2 = \text{ح}_1 + \text{ح}_3$ بالقسمة $\div \text{ح}_2$

$$\therefore 2 = \frac{\text{ح}_1}{\text{ح}_2} + \frac{\text{ح}_3}{\text{ح}_2} \Leftarrow 2 = \frac{1}{\text{ن}-1+1} \times \frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-2+1}{2} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{\text{ن}} \times \frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-1}{2} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} \text{ ،} \quad \because \text{س} = 2\text{ص}$$

$$\therefore 2 = \frac{1}{\text{ن}} \times \frac{2\text{ص}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-1}{2} \times \frac{\text{ص}}{2\text{ص}} \Leftarrow 2 = \frac{2}{\text{ن}} + \frac{\text{ن}-1}{4} \text{ بالضرب } \times 4\text{ن}$$

$$\therefore 8\text{ن} = 8 + \text{ن}^2 - \text{ن} \Leftarrow \text{ن}^2 - 9\text{ن} + 8 = 0$$

$$\therefore (\text{ن}-1)(\text{ن}-8) = 0 \Leftarrow \boxed{\text{ن} = 8} \text{ ،} \ \boxed{\cancel{\text{ن} = 1}} \text{ مرفوض}$$

السؤال(٣) $\because 3\text{ح}_4$ ، $\sqrt{5}\,\text{ح}_6$ ، $6\,\text{ح}_8 \Leftarrow \dfrac{6\,\text{ح}_8}{\sqrt{5}\,\text{ح}_6} = \dfrac{\sqrt{5}\,\text{ح}_6}{3\text{ح}_4}$

∴ $\frac{٦}{\sqrt{٥}} \times \frac{ع_{٨}}{ع_{٧}} \times \frac{ع_{٧}}{ع_{٦}} = \frac{\sqrt{٥}}{٣} \times \frac{ع_{٦}}{ع_{٥}} \times \frac{ع_{٥}}{ع_{٤}}$

∴ $\frac{ن - ٧ + ١}{٧} \times \frac{س}{١} \times \frac{ن - ٦ + ١}{٦} \times \frac{س}{١} = \frac{٥}{١٨} \times \frac{ن - ٥ + ١}{٥} \times \frac{س}{١} \times \frac{ن - ٤ + ١}{٤} \times \frac{س}{١}$

∴ $١٢(ن - ٦)(ن - ٥) = ٧(ن - ٤)(ن - ٣)$ ⟸ $٥ن^{٢} - ٨٣ن + ٢٨٦ = ٠$ ⟸ $\boxed{ن = ١٢}$

السؤال(٤) فى مفكوك $\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ⟸ $\boxed{ع_{ر+١} = {}^{١٠}ق_{ر} \times (س)^{١٠-٣ر}}$

فى مفكوك $\frac{١}{س^{٣}}\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ⟸ $ع'_{ر+١} = س^{-٣} \times ع_{ر+١}$

∴ $ع'_{ر+١} = س^{-٣} \times {}^{١٠}ق_{ر} \times (س)^{١٠-٣ر}$

∴ $\boxed{ع'_{ر+١} = {}^{١٠}ق_{ر} \times (س)^{٧-٣ر}}$ ⟸ معامل $\frac{١}{س^{٥}}$: $٧ - ٣ر = -٥$ ⟸ $ر = ٤$

∴ معامل $\frac{١}{س^{٥}}$ = معامل $ع'_{٥} = {}^{١٠}ق_{٤} = ٢١٠$

الحد الخالى من س : $٧ - ٣ر = ٠$ ⟸ $ر = \frac{٧}{٣} \notin ص^{+}$

∴ لا يوجد حد خالى من س فى هذا المفكوك

السؤال(٥) ∵ $ح_{٤} : ح_{٣} = ٦٧٢ : ١٤٤$ ⟸ $\frac{ن - ٢}{٣} \times \frac{أ}{س} = \frac{١٤}{٣}$ بضرب الطرفين×٣س

∴ $(ن - ٢)أ = ١٤س$ ...... (١)

∵ $ح_{٣} : ح_{٢} = ١٤٤ : ١٨$ ⟸ $\frac{ن - ١}{٢} \times \frac{أ}{س} = ٨$ بضرب الطرفين×٢س

∴ $(ن - ١)أ = ١٦س$ ...... (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ⟸ $\frac{ن - ٢}{ن - ١} = \frac{٧}{٨}$

∴ $٨ن - ١٦ = ٧ن - ٧$ ⟸ $ن = ٩$

∵ $ح_{٢} = ١٨$ ⟸ ${}^{٩}ق_{١} \times أ \times س^{٨} = ١٨$

∴ $أ\,س^{٨} = ٢$ ...... (٣) من (٢) $أ = ٢س$ بالتعويض فى (٣)

∴ $٢\,س^{٩} = ٢$ ⟸ $س = ١$ ⟸ $أ = ٢$

السؤال(٦) نلاحظ أن $جـ_{١}$ معامل $ح_{٢}$ ، $جـ_{٢}$ معامل $ح_{٣}$ ، $جـ_{٣}$ معامل $ح_{٤}$ .... و هكذا

∵ $٤\,جـ_{٤} + ١١(جـ_{٣} + جـ_{٢}) = ٠$ بالقسمة ÷ $جـ_{٣}$

$٤ \times \frac{\text{معامل } ح_{٥}}{\text{معامل } ح_{٤}} + ١١ \times \left(١ + \frac{\text{معامل } ح_{٣}}{\text{معامل } ح_{٤}}\right) = ٠$

$٤ \times \frac{١٤ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{-١}{أ} + ١١ \times \left(١ + \frac{٣}{١٤ - ٣ + ١} \times \frac{أ}{-١}\right) = ٠$

$-\frac{١١}{أ} + ١١ \times \left(١ - \frac{أ}{٤}\right) = ٠$ بالضرب × $-\frac{٤أ}{١١}$

$\therefore$ $٤ - ٤\text{أ} + \text{أ}^{٢} = ٠ \Leftarrow (\text{أ} - ٢)^{٢} = ٠ \Leftarrow \boxed{\text{أ} = ٢}$

السؤال(٧) $\because$ $\dfrac{\text{ع}_{٥}}{\text{ع}_{٤}} = \dfrac{-١٦}{١٥} \Leftarrow \dfrac{{}^{١٥}\text{ق}_{٤}\left(\text{س}^{-١}\right)^{٤}(\text{س})^{١١}}{{}^{١٤}\text{ق}_{٣}\left(-\text{س}^{-٢}\right)^{٣}(\text{س})^{١١}} = \dfrac{-١٦}{١٥}$

$\therefore$ $\dfrac{-١٥}{٤}\text{س}^{٢} = \dfrac{-١٦}{١٥} \Leftarrow \text{س}^{٢} = \dfrac{٦٤}{٢٢٥} \Leftarrow \boxed{\text{س} = \pm\dfrac{٨}{١٥}}$

السؤال(٨) بوضع $\dfrac{\text{ع}_{\text{ر}+١}}{\text{ع}_{\text{ر}}} \geq ١ \Leftarrow \dfrac{١٠ - \text{ر} + ١}{\text{ر}} \times \dfrac{٣}{٢} \geq ١$

$\therefore$ $\dfrac{١١ - \text{ر}}{\text{ر}} \geq \dfrac{٢}{٣} \Leftarrow ٣٣ - ٣\text{ر} \geq ٢\text{ر}$

$\therefore$ $٥\text{ر} \leq ٣٣ \Leftarrow \text{ر} \leq ٦,٦$

$\therefore$ $\text{ر} = ٦ \Leftarrow$ معامل أكبر حد هو معامل $\text{ع}_{٧} = {}^{١٠}\text{ق}_{٦} \times ٣^{٦} \times ٢^{٤} = ٢٤٤٩٤٤٠$

السؤال(٩) $\because$ $\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}}\,(\text{س}^{-١})^{\text{ر}}(\text{س}^{٢})^{٣\text{ن} - \text{ر}} \Leftarrow \boxed{\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} \times \text{س}^{٦\text{ن} - ٣\text{ر}}}$

الحد الخالى من س

$٦\text{ن} - ٣\text{ر} = ٠ \Leftarrow \boxed{\text{ر} = ٢\text{ن}}$

$\therefore$ الحد الخالى من س $= \text{ح}_{٢\text{ن}+١}$

الحد الخالى من س $= {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{٢\text{ن}} = {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}}$

معامل $\text{س}^{٣\text{ن}}$

$٦\text{ن} - ٣\text{ر} = ٣\text{ن} \Leftarrow \boxed{\text{ر} = \text{ن}}$

معامل $\text{س}^{٣\text{ن}}$ = معامل $\text{ح}_{\text{ن}+١}$

معامل $\text{س}^{٣\text{ن}} = {}^{٣\text{ن}}\text{ق}_{\text{ن}}$

$\therefore$ الحد الخالى من س = معامل $\text{س}^{٣\text{ن}}$

عندما $\text{ن} = ٦ \Leftarrow$ رتبة الحد الأوسط $= \frac{٣\text{ن}}{٢} + ١ = \frac{١٨}{٢} + ١ = ١٠$ ، رتبة الحد الخالى من س = ١٣

الحد الخالى من س : معامل الحد الأوسط $= \text{ح}_{١٣} : \text{ح}_{١٠} = {}^{١٨}\text{ق}_{١٢} : {}^{١٨}\text{ق}_{٩} = {}^{١٨}\text{ق}_{٦} : {}^{١٨}\text{ق}_{٩} = ٢١ : ٥٥$

السؤال(١٠) $\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}}\left(\frac{١}{\text{أ}}\text{س}^{-١}\right)^{\text{ر}} \times (\text{أ}\text{س}^{٢})^{١١ - \text{ر}}$

$\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}}\,(\text{أ}^{-١})^{\text{ر}} \times (\text{س}^{-\text{ر}}) \times (\text{أ}^{١١ - \text{ر}}) \times (\text{س}^{٢})^{١١ - \text{ر}}$

$\boxed{\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١١}\text{ق}_{\text{ر}} \times \text{أ}^{١١ - ٢\text{ر}} \times \text{س}^{٢٢ - ٣\text{ر}}}$

معامل $\text{س}^{٧}$

$٢٢ - ٣\text{ر} = ٧ \Leftarrow \text{ر} = ٥$

$\therefore$ معامل $\text{س}^{٧}$ = معامل $\text{ح}_{٦}$

$\therefore$ معامل $\text{س}^{٧} = {}^{١١}\text{ق}_{٥} \times \text{أ}$

معامل $\text{س}^{٤}$

$٢٢ - ٣\text{ر} = ٤ \Leftarrow \text{ر} = ٦$

معامل $\text{س}^{٤}$ = معامل $\text{ح}_{٧}$

معامل $\text{س}^{٤} = {}^{١١}\text{ق}_{٦} \times \text{أ}^{-١}$

$\because$ معامل $\text{س}^{٧}$ = معامل $\text{س}^{٤}$ $\Leftarrow {}^{١١}\text{ق}_{٥} \times \text{أ} = {}^{١١}\text{ق}_{٦} \times \text{أ}^{-١} \Leftarrow \text{أ} = \frac{١}{\text{أ}} \Leftarrow \boxed{\text{أ} = \pm ١}$

السؤال(١١) $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\ (\text{الثانى})^{ر} (\text{الأول})^{ن-ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{٦}ق_{ر}\ (س^{-١})^{ر} (س^{م})^{٦-ر}$ ⇐ $\boxed{ح_{ر+١} = {}^{٦}ق_{ر} \times س^{٦م-م ر-ر}}$

$٦م - م ر - ر = ٠$ ⇐ $-ر(م+١) = -٦م$ ⇐ $ر = \frac{٦م}{م+١}$

حتى يكون لهذا المفكوك حداً خالياً من س يجب أن تكون $ر \in ص^{+}$ و بالتالى يجب أن يكون (م + ١) من قواسم العدد ٦

∴ $م+١=١$ أو $م+١=٢$ أو $م+١=٣$ أو $م+١=٦$

$م = ٠$ ✗ $\boxed{م=١}$ ✓ $\boxed{م=٢}$ ✓ $\boxed{م=٥}$ ✓

السؤال(١٢) ∵ $ع_{٤}$ ، $ع_{٥}$ ، $٢٥ع_{٧}$ ، $ع_{٦}$ متناسبة ⇐ $\frac{ع_{٦}}{٢٥ع_{٧}} = \frac{ع_{٥}}{ع_{٤}}$ ⇐ $\frac{١}{٢٥} \times \frac{ع_{٦}}{ع_{٧}} = \frac{ع_{٥}}{ع_{٤}}$

∴ $\frac{١}{٢٥} \times \frac{٦}{٨-٦+١} \times \frac{\sqrt{س}}{\frac{١}{س}} = \frac{٨-٤+١}{٤} \times \frac{\frac{١}{س}}{\sqrt{س}}$ ⇐ $\frac{٢}{٢٥} \times س\sqrt{س} = \frac{٥}{٤} \times \frac{١}{س\sqrt{س}}$

∴ $(س\sqrt{س})^{٢} = \frac{١٢٥}{٨}$ ⇐ $س^{٣} = \frac{١٢٥}{٨}$ ⇐ $\boxed{س = \frac{٥}{٢}}$

السؤال(١٣) ∵ $ع_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\ (س^{-٢})^{ر} (س^{٥})^{ن-ر}$ ⇐ $ع_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\ س^{٥ن-٧ر}$

∴ $٥ن - ٧ر = ٠$ ⇐ $ر = \frac{٥ن}{٧}$ حتى تكون $ر \in ص^{+}$ يجب أن تكون ن مضاعف للعدد ٧

عندما $ن = ٧$ ⇐ $ر = ٥$ ⇐ الحد الخالى من س هو $ع_{٦} = {}^{٧}ق_{٥} = ٢١$

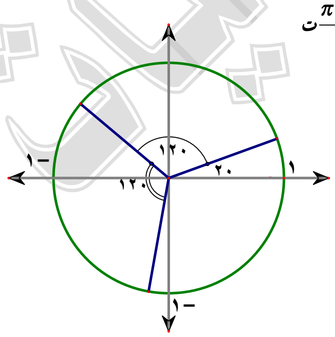
السؤال(١٤) ∵ $\sqrt{٣}(ع-١) = ت(ع+١)$ ⇐ $\sqrt{٣}ع - \sqrt{٣} = عت + ت$

∴ $\sqrt{٣}ع - عت = \sqrt{٣} + ت$ ⇐ $ع(\sqrt{٣} - ت) = \sqrt{٣} + ت$

∴ $ع = \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}-ت}$ ⇐ $ع = \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}-ت} \times \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}+ت}$

∴ $ع = \sqrt{\ } + ت$ ⇐ $|ع| = ١$ ، $\theta = ٦٠^{\circ} = \frac{\pi}{٣}$

∴ $ع = هـ^{\frac{\pi}{٣}ت}$ ⇐ $\sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{\frac{\pi}{٣}+٢ك\pi}{٣}ت}$



∴
$ك = ٠$ ⇐ $\sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{\pi}{٩}ت}$

$ك = ١$ ⇐ $\sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{٧\pi}{٩}ت}$

$ك = ٢$ ⇐ $\sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{١٣\pi}{٩}ت} = هـ^{\frac{-٥\pi}{٩}ت}$

السؤال(١٥) ∵ $ع = \frac{١+\sqrt{٣}ت}{١+ت}$ ⇐ $ع = \frac{٢(\text{جتا}٦٠ + ت\,\text{جا}٦٠)}{\sqrt{٢}(\text{جتا}٤٥ + ت\,\text{جا}٤٥)}$

∴ ع = $\sqrt{٢}$ (جتا١٥ + ت جا١٥) ⇐ ع^{٦} = $(\sqrt{٢})^{٦}$ (جتا(٦×١٥) + ت جا(٦×١٥))

∴ ع^{٦} = ٨(جتا٩٠ + ت جا٩٠) ⇐ ع^{٦} = ٨(٠ + ت×١) = ٨ت

السؤال(١٦) ∵ (١ − ت)س + (١ + ت)ص = ٢ت ⇐ س − ت س + ص + ت ص = ٢ت

∴ س + ص + (ص − س)ت = ٢ت ⇐ { س + ص = ٠ ، ص − س = ٢ } ⇐ { س = −١ ، ص = ١ }

∴ ع = −١ + ت ⇐ |ع| = $\sqrt{٢}$ ، θ = ١٣٥°

∴ ع = $\sqrt{٢}$ (جتا١٣٥° + ت جا١٣٥°) ⇐ ع^{٨} = ٢^{٤}(جتا ٠ + ت جا ٠)

∴ ع$^{\frac{٨}{٣}}$ = $\sqrt[٣]{١٦}$ (جتا $\frac{٠ + ٣٦٠ك}{٣}$ + ت جا $\frac{٠ + ٣٦٠ك}{٣}$) ثم نضع ك = ٠ ، ك = ١ ، ك = ٢

السؤال(١٧) ∵ ع$_{١}$ = ٤(جا $\frac{٥\pi}{٦}$ + ت جتا $\frac{٥\pi}{٦}$) ⇐ ع$_{١}$ = ٤(جا١٥٠ + ت جتا١٥٠)

∴ ع$_{١}$ = ٤(جتا(٩٠−١٥٠) + ت جا(٩٠−١٥٠)) ⇐ $\boxed{\text{ع}_{١} = ٤(\text{جتا}(-٦٠) + \text{ت جا}(-٦٠))}$

∵ ع$_{٢}$ = ت ⇐ $\boxed{\text{ع}_{٢} = \text{جتا}٩٠ + \text{ت جا}٩٠}$

∵ ع$_{٣}$ = ٢هـ$^{\frac{٥\pi}{٦}\text{ت}}$ ⇐ $\boxed{\text{ع}_{٣} = ٢(\text{جتا}١٥٠ + \text{ت جا}١٥٠)}$

∵ ع = $\frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢} \times \text{ع}_{٣}}$ ⇐ ع = $\frac{٤}{٢}$(جتا(٠٠−٣٠٠−٩٠−١٥٠) + ت جا(٠٠−٣٠٠−٩٠−١٥٠))

∴ ع = ٢(جتا٦٠ + ت جا٦٠) ⇐ $\sqrt{\text{ع}}$ = $\sqrt{٢}$(جتا $\frac{٦٠+٣٦٠ك}{٢}$ + ت جا $\frac{٦٠+٣٦٠ك}{٢}$)

∴ { ك = ٠ ⇐ $\sqrt{\text{ع}}$ = $\sqrt{٢}$(جتا٣٠ + ت جا٣٠)
ك = ١ ⇐ $\sqrt{\text{ع}}$ = $\sqrt{٢}$(جتا٢١٠ + ت جا٢١٠) = $\sqrt{٢}$(جتا(−١٥٠) + ت جا(−١٥٠)) }

السؤال(١٨) ∵ ع = $\sqrt{٢}$ $\left(\frac{١ + \text{ت ظا}\frac{\pi}{١٢}}{١ - \text{ت ظا}\frac{\pi}{١٢}}\right)$ بضرب كل من البسط و المقام × جتا$\frac{\pi}{١٢}$

∴ ع = $\sqrt{٢}$ $\left(\frac{\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} + \text{ت جا}\frac{\pi}{١٢}}{\text{جتا}\frac{\pi}{١٢} - \text{ت جا}\frac{\pi}{١٢}}\right)$ ⇐ ع = $\sqrt{٢}$ $\left(\frac{\text{جتا}١٥ + \text{ت جا}١٥}{\text{جتا}١٥ - \text{ت جا}١٥}\right)$

∴ ع = $\sqrt{٢}$ $\left(\frac{\text{جتا}١٥ + \text{ت جا}١٥}{\text{جتا}(-١٥) + \text{ت جا}(-١٥)}\right)$ ⇐ ع = $\sqrt{٢}$(جتا٣٠ + ت جا٣٠)

∴ ع^{٤} = ٤(جتا١٢٠ + ت جا١٢٠)

∴ ع$^{\frac{٤}{٣}}$ = $\sqrt[٣]{٤}$(جتا $\frac{١٢٠+٣٦٠ك}{٣}$ + ت جا $\frac{١٢٠+٣٦٠ك}{٣}$) ثم نضع ك = ٠ ، ك = ١ ، ك = ٢

السؤال(١٩) ∵ |ع$_{١}$| = ٢ ، θ = −ظا$^{-١}$ $\sqrt{٣}$ = $\frac{-\pi}{٣}$ ⇐ ع$_{١}$ = ٢هـ$^{\frac{-\pi}{٣}\text{ت}}$

$\because \frac{ع_2}{ع_1} = 4 \times هـ^{\pi ت}$ ⇐ $ع_2 = 4 \times هـ^{\pi ت} \times ع_1$

$\therefore ع_2 = 4 \times هـ^{\pi ت} \times 2 هـ^{\frac{-\pi}{3} ت}$ ⇐ $ع_2 = 8 \times هـ^{\frac{2\pi}{3} ت}$

$\therefore \sqrt{ع_2} = 2\sqrt{2} \times هـ^{\frac{\frac{2}{3}\pi + 2ك\pi}{2} ت}$ ⇐ $\sqrt{ع_2} = \begin{cases} 2\sqrt{2} \times هـ^{\frac{\pi}{3} ت} \\ 2\sqrt{2} \times هـ^{\frac{4\pi}{3} ت} = 2\sqrt{2} \times هـ^{\frac{-2\pi}{3} ت} \end{cases}$

السؤال(٢٠) $\because ع_1 = \frac{6 + 4ت}{1 + ت} \times \frac{1 - ت}{1 - ت}$ ⇐ $ع_1 = 5 - ت$

$\because ع_2 = \frac{26}{5 + ت} \times \frac{5 - ت}{5 - ت}$ ⇐ $ع_2 = 5 + ت$ $\therefore$ العددان $ع_1$ ، $ع_2$ مترافقان.

$\because ع = 4(ع_1 - ع_2)$ ⇐ $ع = 4(5 - ت - 5 - ت)$

$\therefore ع = -8ت$ ⇐ $ع = 8(جتا(-90) + ت جا(-90))$

$\therefore \sqrt[3]{ع} = 2\left(جتا\frac{-90 - 360ك}{3} + ت جا\frac{-90 - 360ك}{3}\right)$ ثم نضع $ك = 0$ ، $ك = 1$ ، $ك = 2$

السؤال(٢١) $\because ع = \frac{1 + \omega}{(1 - ت)^2} + \frac{1 - \omega}{(1 + ت)^2}$ ⇐ $ع = \frac{1 + \omega}{-2ت} + \frac{1 - \omega}{2ت}$

$\therefore ع = \frac{-1 - \omega + 1 - \omega}{2ت}$ ⇐ $ع = \frac{-2\omega}{2ت}$

$\therefore ع = \frac{-\omega}{ت} \times \frac{-ت}{-ت}$ ⇐ $ع = \omega ت$

$\therefore ع = ت\left(\frac{-1}{2} + \quad ت\right)$ ⇐ $ع = - \quad + \frac{1}{2}ت$

$\therefore |ع| = 1$ ، سعة $ع = -150°$ ⇐ $ع = جتا(-150°) + ت جا(-150°)$

السؤال(٢٢) نفرض أن $ع = س + تص$ فيكون $\bar{ع} = س - تص$

$\because ع^2 - 2\bar{ع} = 0$ ⇐ $(س + تص)^2 - 2(س - تص) = 0$

$\therefore س^2 - ص^2 + 2سصت - 2س + 2تص = 0$ ⇐ $\underline{س^2 - ص^2 - 2س} + \underline{2ص(س + 1)ت} = 0$

$\therefore \boxed{س^2 - ص^2 - 2س = 0}$ .... (١) ، $\boxed{2ص(س + 1) = 0}$ .... (٢)

من المعادلة (٢) $\boxed{ص = 0}$ أو $\boxed{س = 1}$

بالتعويض فى المعادلة (١)

$س^2 - 2س = 0$ ⇐ $س(س - 2) = 0$	$1 - ص^2 + 2 = 0$
$\boxed{س = 0}$ ، $\boxed{س = 2}$	$ص^2 = 3$ ⇐ $\boxed{ص = \pm\sqrt{3}}$
$\therefore \boxed{ع = 0}$ ، $\boxed{ع = 2}$	$\boxed{ع = -1 + \sqrt{3}ت}$ ، $\boxed{ع = -1 - \sqrt{3}ت}$

$\therefore م.ح = \{0 , 2 , -1 + \sqrt{3}ت , -1 - \sqrt{3}ت\}$

السؤال(٢٣) ∵ $ع^{٣} + ٢٧ت = ٠$ ⟸ $ع^{٣} = -٢٧ت$ ⟸ $ع^{٣} = ٢٧\left(جتا(-٩٠) + ت جا(-٩٠)\right)$

∴ $ع = \sqrt[٣]{٢٧}\left(جتا\left(\frac{-٩٠+٣٦٠ك}{٣}\right) + ت جا\left(\frac{-٩٠+٣٦٠ك}{٣}\right)\right)$

∴ $ع = ٣\left(جتا(-٣٠+١٢٠ك) + ت جا(-٣٠+١٢٠ك)\right)$ ثم نضع ك = ٠ ، ١ ، ٢

السؤال(٢٤) نفرض أن $ع = س + ت ص$

∴ $ع + ت = س + ت ص + ت$ ⟸ $ع + ت = س + (ص+١) ت$

∵ $سعة\ (ع + ت) = \frac{\pi}{٤}$ ⟸ $\frac{ص+١}{س} = ظا\frac{\pi}{٤}$ ⟸ $\boxed{س = ص+١}$ ...(١)

، $ع - ٣ = س + ت ص - ٣$ ⟸ $ع - ٣ = (س - ٣) + ت ص$

∵ $سعة\ (ع - ٣) = \frac{٣\pi}{٤}$ ⟸ $\frac{ص}{س-٣} = ظا\frac{٣\pi}{٤}$ ⟸ $\boxed{ص = ٣-س}$ ...(٢)

بحل المعادلتين $\boxed{س = ٢}$ ، $\boxed{ص = ١}$ ⟸ $ع = ٢ + ت$

السؤال(٢٥) ∵ $ع_{١} + ع_{٢} = جتا٧٥+ت جا٧٥+جتا١٥+ت جا١٥$ ⟸ $ع_{١} + ع_{٢} = (جتا٧٥+جتا١٥)+ت(جا٧٥+جا١٥)$

∴ $ع_{١} + ع_{٢} = (جتا٧٥+جا٧٥)+ت(جا٧٥+جتا٧٥)$ ⟸ $|ع_{١} + ع_{٢}| = \sqrt{(جتا٧٥+جا٧٥)^{٢}+(جا٧٥+جتا٧٥)^{٢}}$

∴ $|ع_{١} + ع_{٢}| = \sqrt{٢(جتا٧٥+جا٧٥)^{٢}}$ ⟸ $|ع_{١} + ع_{٢}| = \sqrt{٢(جتا^{٢}٧٥+جا^{٢}٧٥+٢جا٧٥جتا٧٥)}$

∴ $|ع_{١} + ع_{٢}| = \sqrt{٢(١+جا١٥٠)}$ ⟸ $|ع_{١} + ع_{٢}| = \sqrt{٢(١+جا١٥٠)} = \sqrt{٣}$

، $ظا\theta = \frac{جا٧٥+جتا٧٥}{جتا٧٥+جا٧٥} = ١$ ⟸ $\theta = ٤٥°$ ⟸ $ع_{١} + ع_{٢} = \sqrt{٣}\,(جتا٤٥+ت جا٤٥)$

السؤال(٢٦) ∵ $ع_{١} = جتا١١٤° + ت جا٦٦°$ ⟸ $ع_{١} = جتا١١٤° + ت جا(١٨٠°-١١٤°) = جتا١١٤° + ت جا١١٤°$

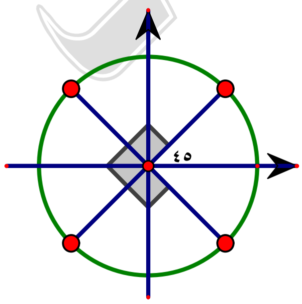
، $ع_{٢} = جتا٤٢° + ت جا١٣٨°$ ⟸ $ع_{٢} = جتا٤٢° + ت جا(١٨٠°-٤٢°) = جتا٤٢° + ت جا٤٢°$

، $ع_{٣} = جا٢٤° + ت جا١١٤°$ ⟸ $ع_{٣} = جا(٩٠°-٦٦°) + ت جا(١٨٠°-٦٦°) = جتا٦٦° + ت جا٦٦°$

∴ $ع = جتا(١١٤+٤٢-٦٦) + ت جا(١١٤+٤٢-٦٦) = جتا٩٠ + ت جا٩٠ = ت$

السؤال(٢٧) ∵ $ع = -١$ ⟸ $ع = جتا١٨٠ + ت جا١٨٠$ ⟸ $\sqrt[٤]{ع} = جتا\frac{١٨٠+٣٦٠ك}{٤} + ت جا\frac{١٨٠+٣٦٠ك}{٤}$

∴ $\sqrt[٤]{ع} = جتا(٤٥+٩٠ك) + ت جا(٤٥+٩٠ك) = \left\{\begin{array}{l} جتا٤٥+ت جا٤٥ \\ جتا١٣٥+ت جا١٣٥ \\ جتا(-١٣٥)+ت جا(-١٣٥) \\ جتا(-٤٥)+ت جا(-٤٥) \end{array}\right.$



السؤال(٢٨) ∵ $\frac{٧-١١ت}{٤+ت} = أ + ب ت$ ⟸ $\frac{٧-١١ت}{٤+ت} \times \frac{٤-ت}{٤-ت} = أ + ب ت$ ⟸ $١-٣ت = أ + ب ت$

$\therefore\ \sqrt{-\text{ب}} + \text{أت} = \sqrt{3} + \text{ت} \Leftarrow \sqrt{-\text{ب}} + \text{أت} = 2(\text{جتا}30 + \text{ت جا}30) \Leftarrow (\sqrt{-\text{ب}} + \text{أت})^3 = 8(\text{جتا}90 + \text{ت جا}90)$

$$\therefore\ (\sqrt{-\text{ب}} + \text{أت})^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{90+360\text{ك}}{2} + \text{ت جا}\frac{90+360\text{ك}}{2}\right) = \begin{cases} 2\sqrt{2}\,(\text{جتا}45 + \text{ت جا}45) \\ 2\sqrt{2}\,(\text{جتا}(-135) + \text{ت جا}(-135)) \end{cases}$$

السؤال(٢٩) ① الطرف الأيمن

$$= \frac{5+2\omega}{2+3\omega} + \frac{5+2\omega^2}{2+3\omega^2} = \frac{(5+2\omega)(2+3\omega^2) + (5+2\omega^2)(2+3\omega)}{(2+3\omega)(2+3\omega^2)}$$

$$= \frac{10+15\omega^2+4\omega+6\omega^3 + 10+15\omega+4\omega^2+6\omega^3}{4+6\omega^2+6\omega+9\omega^3}$$

$$= \frac{20+19\omega^2+19\omega+12\omega^3}{4+6\omega^2+6\omega+9} = \frac{20-19+12}{4-6+9} = \frac{13}{7}$$

② الطرف الأيمن

$$= \left(5 - \frac{5}{1+\omega^2} + \frac{3}{\omega^2}\right)^6 = \left(5 - \frac{5}{-\omega} + \frac{3}{\omega^2}\right)^6 = \left(5 + 5\omega^2 + 3\omega\right)^6$$

$$= (-5\omega + 3\omega)^6 = (-2\omega)^6 = (-2)^6 \times \omega^6 = 64 \times 1 = 64$$

السؤال(٣٠) ① الطرف الأيمن

$$= \frac{\text{س} + \text{ص}\omega}{\text{س}\omega^2 + \text{ص}} + \frac{\text{ع}\omega^2 + \text{ل}}{\text{ع} + \text{ل}\omega} = \frac{\text{س}\omega^3 + \text{ص}\omega}{\text{س}\omega^2 + \text{ص}} + \frac{\text{ع}\omega^2 + \text{ل}\omega^3}{\text{ع} + \text{ل}\omega}$$

$$= \frac{\omega\cancel{(\text{س}\omega^2 + \text{ص})}}{\cancel{\text{س}\omega^2 + \text{ص}}} + \frac{\omega^2\cancel{(\text{ع} + \text{ل}\omega)}}{\cancel{\text{ع} + \text{ل}\omega}} = \omega + \omega^2 = -1$$

② الطرف الأيمن

$$= \left(\frac{\omega}{1+2\omega}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2}{1+2\omega}\right)^2 = \frac{\omega^2}{(1+2\omega)^2} + \frac{\omega^4}{(1+2\omega)^2}$$

$$= \frac{\omega^2 + \omega^4}{(1+\omega+\omega)^2} = \frac{\omega^2 + \omega}{(-\omega^2+\omega)^2} = \frac{-1}{(\pm\sqrt{3}\,\text{ت})^2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

السؤال(٣١) المحدد $= \begin{vmatrix} 1 & \text{أ} & \text{أ} \\ 1 & \text{ب} & \text{أ} \\ 1 & \text{جـ} & -\text{ب} \end{vmatrix}$ $\quad \text{ع}_2' = \text{ع}_2 - \text{أ}\,\text{ع}_1$ ، $\text{ع}_3' = \text{ع}_3 - \text{أ}\,\text{ع}_1$

المحدد $= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \text{ب}-\text{أ} & 0 \\ 1 & \text{جـ}-\text{أ} & -\text{ب}-\text{أ} \end{vmatrix} = (\text{ب}-\text{أ})(-\text{أ}-\text{ب}) = (\text{أ}-\text{ب})(\text{أ}+\text{ب})$

السؤال(٣٢) المحدد $= \begin{vmatrix} (\text{أ}+\text{ب})^2 & \text{أب} & \text{أ}^2+\text{ب}^2 \\ (\text{جـ}+\text{د})^2 & \text{جـد} & \text{جـ}^2+\text{د}^2 \\ (\text{و}+\text{هـ})^2 & \text{وهـ} & \text{و}^2+\text{هـ}^2 \end{vmatrix}$ $\quad \text{ع}_1' = \text{ع}_1 - \text{ع}_3 \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} 2\text{أب} & \text{أب} & \text{أ}^2+\text{ب}^2 \\ 2\text{جـد} & \text{جـد} & \text{جـ}^2+\text{د}^2 \\ 2\text{وهـ} & \text{وهـ} & \text{و}^2+\text{هـ}^2 \end{vmatrix}$ بأخذ ٢ من ع_1

المحدد $= ٢\begin{vmatrix} \text{أب} & \text{أب} & \text{أ}^٢+\text{ب}^٢ \\ \text{جـء} & \text{جـء} & \text{جـ}^٢+\text{ء}^٢ \\ \text{ءهـ} & \text{ءهـ} & \text{ء}^٢+\text{هـ}^٢ \end{vmatrix}$ = صفر لأن $ع_١ = ع_٢$

السؤال(٣٣) المحدد $= \begin{vmatrix} \omega & ت & ١ \\ ٠ & -\omega & \omega ت \\ \omega & -\omega^٢ & \omega^٢ ت \end{vmatrix}$ ، $ت^٢ = -١ \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} \omega & ت & ١ \\ ٠ & ت^٢\omega & \omega ت \\ \omega & ت^٢\omega^٢ & \omega^٢ ت \end{vmatrix}$ بأخذ ت عامل مشترك من $ع_٢$

المحدد $= ت \begin{vmatrix} \omega & ١ & ١ \\ ٠ & \omega ت & \omega ت \\ \omega & \omega^٢ ت & \omega^٢ ت \end{vmatrix} = ت \times ٠$ = صفر لأن $ع_١ = ع_٢$

السؤال(٣٤) $\because$ س أحد عوامل المحدد $\therefore$ المحدد = ٠ عندما س = ٠

$\therefore \begin{vmatrix} ٢ك & ٣ & ٤ \\ ٠ & ك & ١ \\ ٢ك & ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٠$ بتبديل $ص_١$ ، $ص_٢$ $\Leftarrow - \begin{vmatrix} ٠ & ك & ١ \\ ٢ك & ٣ & ٤ \\ ٢ك & ٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٠$ $ص_٢' = ص_٢ - ٤ص_١$ ، $ص_٣' = ص_٣ - ٣ص_١$

$\therefore - \begin{vmatrix} ٠ & ك & ١ \\ ٢ك & ٣-٤ك & ٠ \\ ٢ك & ٢-٣ك & ٠ \end{vmatrix} = ٠$ $ص_٣' = ص_٣ - ص_٢$ $\Leftarrow - \begin{vmatrix} ٠ & ك & ١ \\ ٢ك & ٣-٤ك & ٠ \\ ٠ & ك-١ & ٠ \end{vmatrix} = ٠$ بتبديل $ع_٢$ ، $ع_٣$

$\therefore \begin{vmatrix} ٠ & ك & ١ \\ ٣-٤ك & ٢ك & ٠ \\ ك-١ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow ٢ك(ك-١) = ٠ \Leftarrow ك = ٠$ أو $ك = ١$

السؤال(٣٥) $\because \begin{vmatrix} ع & ص & س \\ ع & ص+٢ & س \\ ع+٢ & ص & س+٢ \end{vmatrix} = -٤ \Leftarrow \begin{vmatrix} ع & ص & س+ص+ع+٢ \\ ع & ص+٢ & س+ص+ع+٢ \\ ع+٢ & ص & س+ص+ع+٢ \end{vmatrix} = -٤$

$\therefore \begin{vmatrix} ع & ص & س+ص+ع+٢ \\ ٠ & ٢ & ٠ \\ ٢ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = -٤ \Leftarrow ٤(س+ص+ع+٢) = -٤$

$\therefore س+ص+ع+٢ = -١ \Leftarrow \boxed{س+ص+ع = -٣}$

السؤال(٣٦) $\because$ المحدد $= \begin{vmatrix} ٣س & ٣س & ٣س \\ \text{أ} & \text{ب} & ١ \\ \text{ب}+١ & ١+\text{أ} & \text{أ}+\text{ب} \end{vmatrix}$ $ص_٣' = ص_٣ + ص_٢ \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} ٣س & ٣س & ٣س \\ \text{أ} & \text{ب} & ١ \\ \text{أ}+\text{ب}+١ & \text{أ}+\text{ب}+١ & \text{أ}+\text{ب}+١ \end{vmatrix}$

∴ المحدد = ٣س(أ + ب + ١)$\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & ب & أ \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ ⇐ المحدد = صفر لأن $ص_{١} = ص_{٣}$

السؤال(٣٧) ∵ $\begin{vmatrix} ١ & -س & ٠ \\ س & ١ & س \\ ١ & -١ & س+١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س^{٢} & ١ \\ -س & س \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $ع_{٢}' = ع_{٢} + سع_{١}$ ، فى الطرف الأيسر $ع_{١}' = ع_{١} + ع_{٢}$

∴ $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ س & س^{٢}+١ & س \\ ١ & س-١ & س+١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س^{٢}+١ & ١ \\ ٠ & س \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $ع_{٢}' = ع_{٢} - سع_{٣}$

∴ $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ س & ١ & س \\ ١ & -س^{٢}-١ & س+١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س^{٢}+١ & ١ \\ ٠ & س \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $ع_{٣}' = ع_{٣} - سع_{٢}$

∴ $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ س & ١ & ٠ \\ ١ & -س^{٢}-١ & س^{٣}+٢س+١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س^{٢}+١ & ١ \\ ٠ & س \end{vmatrix}$ ⇐ $س^{٣} + ٢س + ١ = س^{٣} + س$ ⇐ $\boxed{س = -١}$

السؤال(٣٨) ∵ الطرف الأيسر = (أ + ب)$\begin{vmatrix} ب & ب & ١ \\ أ & ب^{٢} & ب \\ ١ & ج^{٢} & ج \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} أ+ب & أب+ب^{٢} & أ+ب \\ أ & ب^{٢} & ب \\ ١ & ج^{٢} & ج \end{vmatrix}$ $ص_{١}' = ص_{١} - ص_{٢}$

∴ الطرف الأيسر = $\begin{vmatrix} ب & أب & أ \\ أ & ب^{٢} & ب \\ ١ & ج^{٢} & ج \end{vmatrix}$ بأخذ ج عامل مشترك من $ص_{٣}$

∴ الطرف الأيسر = ج$\begin{vmatrix} ب & أب & أ \\ أ & ب^{٢} & ب \\ \frac{١}{ج} & ج & ١ \end{vmatrix}$ بضرب ج × $ع_{١}$ ⇐ الطرف الأيسر = $\begin{vmatrix} ب\,ج & أب & أ \\ أج & ب^{٢} & ب \\ ١ & ج & ١ \end{vmatrix}$

السؤال(٣٩) ∵ الطرف الأيمن = $\begin{vmatrix} أ & ب & ج \\ ب & أ+ب & أ+ب+ج \\ ب & أ & ج \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} أ & ب & ٠ \\ ب & أ+ب & ب \\ ج & أ+ب+ج & أ+ب \end{vmatrix}$ بتبديل صفوف و أعمدة المحدد الأول

∴ الطرف الأيمن = $\begin{vmatrix} أ & ب & ب \\ ب & أ+ب & أ \\ ج & أ+ب+ج & ج \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} أ & ب & ٠ \\ ب & أ+ب & ب \\ ج & أ+ب+ج & أ+ب \end{vmatrix}$ بجمع المحددين و ذلك بجمع عناصر $ع_{٣}$

∴ الطرف الأيمن = $\begin{vmatrix} ا & ب & ب \\ ب & ا+ب & ا+ب \\ ج & ا+ب+ج & ا+ب+ج \end{vmatrix}$ = صفر لأن $ع_2 = ع_3$

السؤال(٤٠) ∵ المحدد = $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١+ص & ١ & ١ \\ ١ & ١+ص & ١ \end{vmatrix}$ $ص_1' = ص_1 - ص_2$

∴ المحدد = $\begin{vmatrix} -ص & ٠ & ٠ \\ ١+ص & ١ & ١ \\ ١ & ١+ص & ١ \end{vmatrix}$ $ص_2' = ص_2 - ص_3$ ⇐ المحدد = $\begin{vmatrix} -ص & ٠ & ٠ \\ ١ & -ص & ٠ \\ ١ & ١+ص & ١ \end{vmatrix}$ = ص^2

السؤال(٤١) نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات : ا = $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ & -١ \\ ٣ & ١ & ٠ \\ ١ & ١ & ٢ \end{pmatrix}$

|ا| = $\begin{vmatrix} ٢ & ٢ & -١ \\ ٣ & ١ & ٠ \\ ١ & ١ & ٢ \end{vmatrix}$ = −١٠ ، مصفوفة العوامل المرافقة للمصفوفة ا = $\begin{pmatrix} ٢ & -٦ & ٢ \\ -٥ & ٥ & ٠ \\ ١ & -٣ & -٤ \end{pmatrix}$

ا^{مل} = $\begin{pmatrix} ٢ & -٥ & ١ \\ -٦ & ٥ & -٣ \\ ٢ & ٠ & -٤ \end{pmatrix}$ ⇐ ا$^{-1}$ = $\frac{١}{-١٠}\begin{pmatrix} ٢ & -٥ & ١ \\ -٦ & ٥ & -٣ \\ ٢ & ٠ & -٤ \end{pmatrix}$

ا$^{-1}$ = $\begin{pmatrix} \frac{-١}{٥} & \frac{١}{٢} & \frac{-١}{١٠} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{-١}{٢} & \frac{٣}{١٠} \\ \frac{-١}{٥} & ٠ & \frac{٢}{٥} \end{pmatrix}$ ⇐ س = $\begin{pmatrix} \frac{-١}{٥} & \frac{١}{٢} & \frac{-١}{١٠} \\ \frac{٣}{٥} & \frac{-١}{٢} & \frac{٣}{١٠} \\ \frac{-١}{٥} & ٠ & \frac{٢}{٥} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \\ ٩ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$

س = ١٠ ، ص = ٤ ، ع = −١

السؤال(٤٢) ∵ |ا| = $\begin{vmatrix} ٣ & ١ & ١ \\ ك & ٤ & ١٠ \\ ١ & ٧ & ١٧ \end{vmatrix}$ ⇐ |ا| = $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ك-٣٠ & -٦ & ١٠ \\ -٥٠ & -١٠ & ١٧ \end{vmatrix}$

∴ |ا| = $\begin{vmatrix} ك-٣٠ & -٦ \\ -٥٠ & -١٠ \end{vmatrix}$ ⇐ |ا| = −١٠(ك−٣٠) −٣٠٠

∴ |ا| = −١٠ك

∴ إذا كانت ك≠٠ ⇐ |ا|≠٠ ⇐ ر(ا) = ٣

، إذا كانت ك=٠ $\Leftarrow$ $|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١٠ & -٦ & -٣٠ \\ ١٧ & -١٠ & -٥٠ \end{vmatrix} = ٠$

، $\begin{vmatrix} ١٠ & -٦ \\ ١٧ & -١٠ \end{vmatrix} \neq ٠$ $\Leftarrow$ ر(أ) = ٢ $\therefore$ أقل رتبة ممكنة لـ أ عندما ك=٠

السؤال(٤٣) مصفوفة المعاملات أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ١٥ & ٩ & ٦ \end{pmatrix}$ مصفوفة مربعة من النظم ٣ × ٣

$\because$ أ = $\begin{vmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ١٥ & ٩ & ٦ \end{vmatrix} = ٣ \times \begin{vmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ٥ & ٣ & ٢ \end{vmatrix}$ = صفر "بأخذ ٣ عامل مشترك من $ص_٣$" ، " $ص_١ = ص_٣$"

$\therefore$ ر(أ) < ٣ أى أن ر(أ) < عدد المجاهيل $\Leftarrow$ النظام له مجموعة غير منتهيه من الحلول.

$\because$
٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ ...(١)
٧س + ٤ص − ٢ع = ٠ ...(٢)
٦س + ٩ص + ١٥ع = ٠ ...(٣)

من المعادلة (١) ٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ $\Leftarrow$ س = $-\frac{٣}{٢}$ ص $-\frac{٥}{٢}$ ع ... (٤)

بالتعويض فى المعادلة (٢)

$\therefore$ ٧ $\left(-\frac{٣}{٢}\right.$ ص $-\frac{٥}{٢}$ ع$\left.\right)$ + ٤ص − ٢ع = ٠ $\Leftarrow$ $-\frac{١٣}{٢}$ ص $-\frac{٣٩}{٢}$ ع = ٠

$\therefore$ $\frac{١٣}{٢}$ ص = $-\frac{٣٩}{٢}$ ع $\Leftarrow$ $\boxed{ص = -٣ع}$ بالتعويض فى (٤)

$\therefore$ س = $-\frac{٣}{٢} \times$ (− ٣ع) $-\frac{٥}{٢}$ ع $\Leftarrow$ $\boxed{س = -٧ع}$

$\therefore$ مجموعة الحل = { (−٧ع ، − ٣ع، ع) : ع $\in$ ح} و هذه المجموعة تمثل خط مستقيم فى الفراغ.
