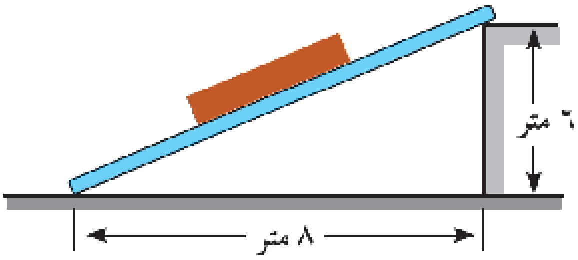
إختر الإجابة الصحيحة:



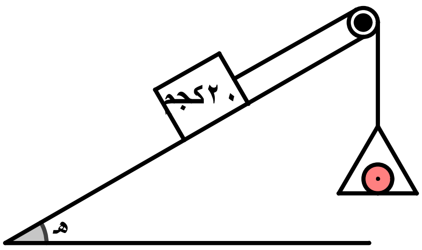
(١) فى الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الإنزلاق إلى أسفل المستوى فيكون قياس زاوية الإحتكاك السكونى يساوى:

(أ) ٣٦,٨٧° (ب) ٤١,٤١°
(جـ) ٤٨,٥٩° (د) ٥٣,١٣°

----

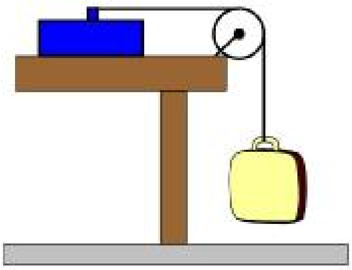
(٢) إذا كانت θ هى قياس الزاوية بين قوة الإحتكاك النهائى و رد الفعل المحصل فإن معامل الإحتكاك السكونى يساوى ....

(أ) ظاθ (ب) جاθ (جـ) جتاθ (د) ظتاθ



(٣) فى الشكل المجاور إذا كان ظاهـ = $\frac{٣}{٤}$ و كتلة كفة الميزان تساوى ٧ جم و كتلة الجسم على المستوى تساوى ٢٠جم. و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى يساوى $\frac{١}{٢}$ فإن الثقل الذى يوضع فى الكفة حتى تنعدم قوة الإحتكاك = ... ث.جم

(أ) ٩ (ب) ١٠
(جـ) ١١ (د) ١٢



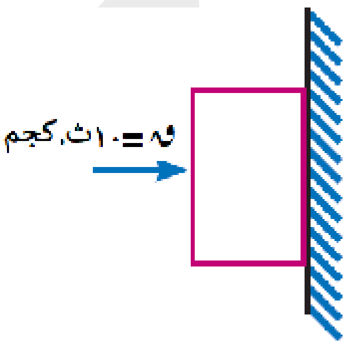
(٤) فى الشكل المقابل : صندوق كتلته ٢.٨ كجم موضوع على نضد أفقى خشن و مربوط فى أحد طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و فى الطرف الأخر للخيط حقيبة كتلته ١.٤ كجم. فإذا كان الصندوق على وشك الحركة فإن معامل الإحتكاك السكونى بين الصندوق و النضد يساوى ....

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,٦ (جـ) ٢ (د) ١

----

(٥) معامل الاحتكاك يتوقف على ....

(أ) شكل الجسمين. (ب) مساحة سطح التلامس. (جـ) طبيعة مادة الجسمين. (د) كل ماسبق



(٦) فى الشكل المجاور : إذا كانت أقل قوة أفقية تلزم لحفظ الجسم متزناً على الحائط هى ١٠ ث.كجم و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و الحائط يساوى ٠,٢ فإن وزن الجسم يساوى .... ث.كجم.

(أ) ٢ (ب) ٢٠
(جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

(٧) إذا كان || $\overrightarrow{ق}$ || = ٢$\sqrt{٥}$ نيوتن و تعمل فى $\overleftrightarrow{أب}$ حيث أ = (٣ ، ٤) ، ب = (٤ ، ٦) فإن متجه عزم $\overrightarrow{ق}$ بالنسبة لنقطة الأصل = ...

(أ) ٤ $\overrightarrow{ع}$ (ب) −٤ $\overrightarrow{ع}$ (ج) ٦$\sqrt{٢}$ $\overrightarrow{ع}$ (د) −٦$\sqrt{٢}$ $\overrightarrow{ع}$

----

(٨) إذا كانت ب منتصف $\overline{أج}$ ، $\overrightarrow{ج_ب}$ = $\overrightarrow{٠}$ ، $\overrightarrow{ج_أ}$ = ١٢ $\overrightarrow{ع}$ فإن $\overrightarrow{ج_ج}$ = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٢ $\overrightarrow{ع}$ (ج) −١٢ (د) −١٢ $\overrightarrow{ع}$

----

(٩) إذا كانت النقط أ ، ب ، ج على إستقامة واحدة فى مستوى مجموعة من القوى و كان $\overrightarrow{ج_أ}$ = ٢٠ $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ج_ب}$ = $\overrightarrow{٠}$ ، $\overrightarrow{ج_ج}$ = −١٠ $\overrightarrow{ع}$ فإن ....

(أ) مجموعة القوى متزنة.
(ب) خط عمل محصلة مجموعة القوى تنصف $\overline{أج}$
(ج) خط عمل محصلة مجموعة القوى يوازى $\overline{أج}$
(د) خط عمل المحصلة يقسم $\overline{أج}$ من الداخل بنسبة ١:٢

----

(١٠) إذا كانت $\overrightarrow{ق}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ٤ $\overrightarrow{ص}$ و كان متجه عزمها حول نقطة الأصل يساوى ١٢ $\overrightarrow{ع}$ فإن معادلة خط عمل القوة $\overrightarrow{ق}$ هى ....

(أ) ٤س + ٣ص = ١٢ (ب) ٤س − ٣ص = ١٢ (ج) ٤س − ٣ص = ٦ (د) ٤س − ٣ص = ٠

----

(١١) إذا كانت القوة $\overrightarrow{ق}$ = ٣ $\overrightarrow{س}$ + ك $\overrightarrow{ص}$ + ٤ $\overrightarrow{ع}$ تؤثر فى النقطة أ (١ ، ٠ ، −١) و كان عزم القوة $\overrightarrow{ق}$ بالنسبة للنقطة ب (٢ ، −١ ، ٣) يساوى −٤ $\overrightarrow{س}$ − ٨ $\overrightarrow{ص}$ − $\overrightarrow{ع}$ فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (ج) صفر (د) −٨

----

(١٢) إذا أثرت القوة $\overrightarrow{ق}$ = $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ −٣ $\overrightarrow{ع}$ فى النقطة أ(٢ ، −١ ، ٣) فإن طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل $\overrightarrow{ق}$ يساوى .... وحدة طول

(أ) $\frac{١٤}{١١٥}$ (ب) $\sqrt{\frac{١١٥}{١٤}}$ (ج) $\sqrt{\frac{١٤}{١١٥}}$ (د) $\frac{١١٥}{١٤}$

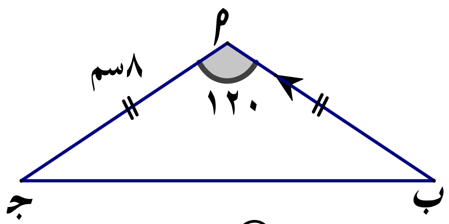
----

(١٣) إذا كانت أكبر قوة يمكن أن تؤثر على جسم موضوع على مستوى و تحفظه متزناً تساوى ٦٠ نيوتن و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى يساوى ٠,٣ فإن رد الفعل العمودى يساوى .... نيوتن

(أ) ٢٠٠ (ب) ١٨ (ج) ٦٠,٣ (د) ٥٩,٧

(١٤) فى الشكل المقابل :

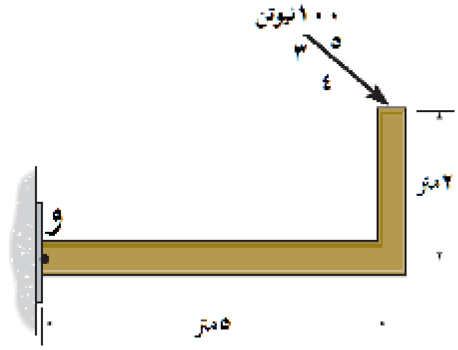
أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج = ٨سم ، ق($\hat{أ}$) = ١٢٠° إذا أثرت القوة ١٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن فى $\overrightarrow{ب أ}$ فإن القياس الجبرى لعزم هذه القوة حول النقطة ج يساوى ...... نيوتن.سم.



(أ) −٨٠ $\sqrt{٣}$ (ب) ٨٠ $\sqrt{٣}$ (ج) ١٢٠ (د) −١٢٠

---

(١٥) فى الشكل المجاور القياس الجبرى لعزم القوة ١٠٠نيوتن حول نقطة "و" يساوى ......

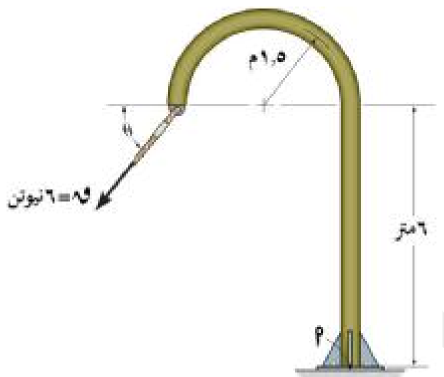


(أ) ٤٦٠ (ب) −٤٦٠
(ج) ١٤٠ (د) −١٤٠

---

(١٦) فى الشكل المجاور:

إذا كانت ٠ ≤ θ ≤ ٩٠° فإن القيمة العظمى لمعيار عزم القوة ق حول نقطة أ يساوى .... نيوتن.م



(أ) ١٨ $\sqrt{٥}$ (ب) ٣٦
(ج) ١٨ (د) ٣٦ $\sqrt{٥}$

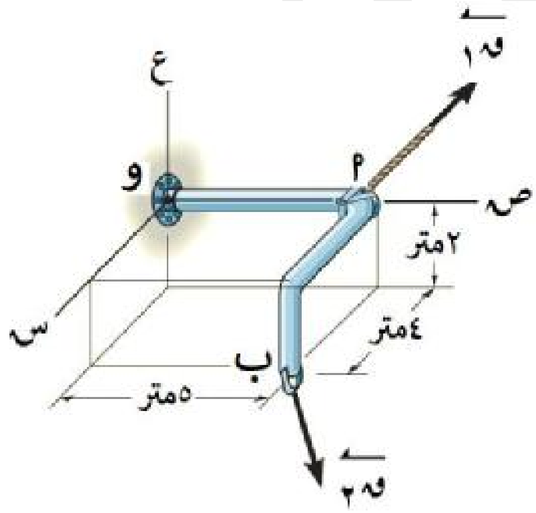
---

(١٧) فى الشكل المجاور:

إذا كانت $\overrightarrow{ق_١}$ = −٣ $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ + $\overrightarrow{ع}$ ،

$\overrightarrow{ق_٢}$ = ٤ $\overrightarrow{س}$ + ٢ $\overrightarrow{ص}$ − $\overrightarrow{ع}$

فإن متجه عزم محصلة $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ حول النقطة " و " يساوى ......

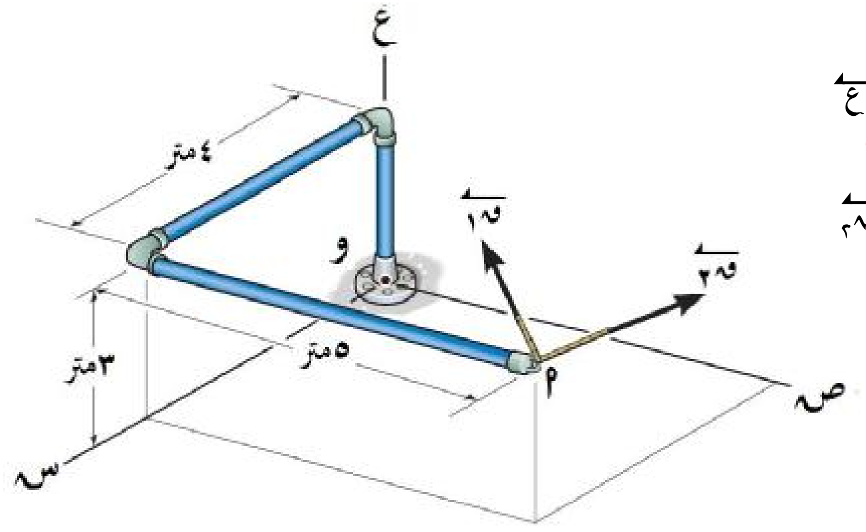


(أ) ٤ $\overrightarrow{س}$ −٢ $\overrightarrow{ص}$ −٣ $\overrightarrow{ع}$

(ب) ٣ $\overrightarrow{س}$ − ٤٠ $\overrightarrow{ص}$ + ٦ $\overrightarrow{ع}$

(ج) − ٤ $\overrightarrow{س}$ −٢ $\overrightarrow{ص}$ +٣ $\overrightarrow{ع}$

(د) ٤ $\overrightarrow{س}$ +٢ $\overrightarrow{ص}$ +٣ $\overrightarrow{ع}$



(١٨) فى الشكل المجاور :

إذا كانت $\overrightarrow{ق}_1 = ٤\,\overrightarrow{س} - ٥\,\overrightarrow{ص} + ٣\,\overrightarrow{ع}$

، $\overrightarrow{ق}_2 = -٤\,\overrightarrow{س} + ٥\,\overrightarrow{ص} + ٢\,\overrightarrow{ع}$

فإن مجموع متجهي عزمى القوتين $\overrightarrow{ق}_1$ ، $\overrightarrow{ق}_2$

حول نقطة الأصل يساوى ....

(أ) $-٢٥\,\overrightarrow{س} + ٢٠\,\overrightarrow{ص}$

(ب) $٢٥\,\overrightarrow{س} - ٢٠\,\overrightarrow{ص}$

(ج) $٢٥\,\overrightarrow{س} + ٢٠\,\overrightarrow{ص}$

(د) $-٢٥\,\overrightarrow{س} - ٢٠\,\overrightarrow{ص}$

----

(١٩) إذا كانت $\overrightarrow{ق}_1$ ، $\overrightarrow{ق}_2$ قوتان أفقيتان تؤثران فى النقطتين أ(١ ، ٣) ، ب(٠ ، ٥) على الترتيب و تمثلان إزدواجاً متجه عزمه يساوى ٢٠ $\overrightarrow{ع}$ فإن $\overrightarrow{ق}_1$ = ...

(أ) (١٠ , ٠)   (ب) (١١ , ٠)   (ج) (٢٠ , ٠)   (د) (٠ , −١٠)

----

(٢٠) إذا كانت القوتان $\overrightarrow{ق}_1 = ٣\,\overrightarrow{س} + أ\,\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق}_2 = -٦\,\overrightarrow{س} - ٨\,\overrightarrow{ص}$ متوازيتان و تؤثران فى النقطتين ج = (١ ، ٠) ، د = (٥ ، ٠) على الترتيب فإن نقطة تأثير محصلة القوتين هى ....

(أ) (٥ , ١٣)   (ب) (−١ , ٧)   (ج) (−٥ , −١٣)   (د) (١ , −٧)

----

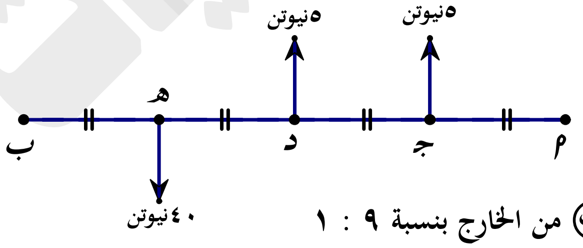
(٢١) إذا كانت محصلة القوتان ٧ $\overrightarrow{ى}$ ، ٥ $\overrightarrow{ى}$ وحدة نيوتن تؤثر فى نقطة تبعد $٢\frac{١}{٢}$ متر عن خط عمل القوة الصغرى حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه فإن المسافة بين خطى عمل القوتين يساوى .... متر.

(أ) $\frac{٤٩}{١٥}$ (ب) $\frac{٢٨}{٥}$ (ج) $\frac{٥}{٣}$ (د) ٤

----

(٢٢) فى الشكل المجاور:

نقطة تأثير محصلة الثلاثة قوى الموضحة بالشكل تقسم $\overline{أب}$ ....



(أ) من الداخل بنسبة ١:٩

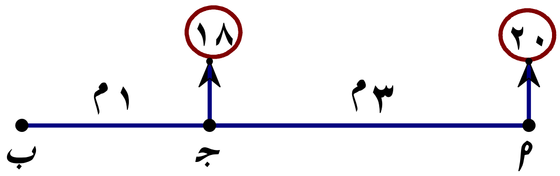
(ب) من الخارج بنسبة ٩ : ١

(ج) من الداخل بنسبة ٩ : ٨

(د) من الخارج بنسبة ٨ : ٩

----

(٢٣) فى الشكل المجاور:

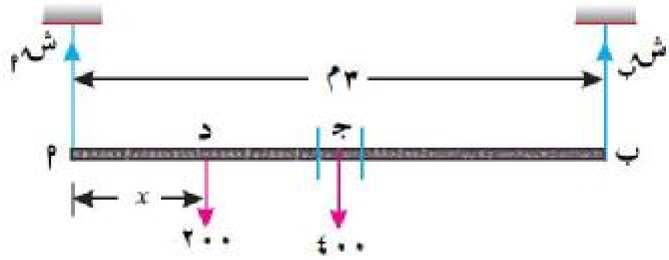


إذا كانت محصلة ثلاثة قوى تؤثر فى قضيب ء ب مهمل الوزن تساوى ١٣ ث.كجم و تؤثر فى نقطة على القضيب تبعد عن الطرف ب ٣م جهة اليمين و لأعلى فإن نقطة تأثير القوة الثالثة تبعد عن ء مسافة .... م

ⓐ ١,٦٤　　ⓑ ٣,٩٢　　ⓒ ٢,٣٦　　ⓓ ٠,٠٨

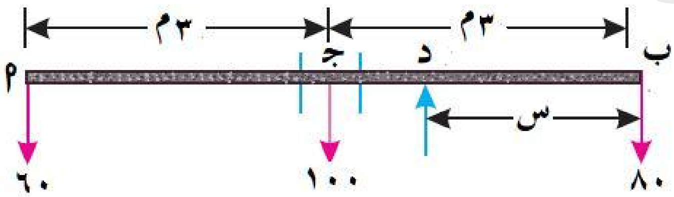
---

(٢٤) فى الشكل المقابل:



ء ب قضيب منتظم طوله ٣م ، وزنه ٤٠٠نيوتن معلق أفقياً من طرفيه بحبلين رأسيين لا يتحمل أى منهما شداً أكثر من ٣٥٠ نيوتن. علق من النقطة د ثقل قدره ٢٠٠ نيوتن حيث ء د = س سم فإذا كان أحد الخيطين على وشك أن يقطع فإن س = ...

ⓐ ٧٥　　ⓑ ٠,٧٥　　ⓒ ٢　　ⓓ ٤

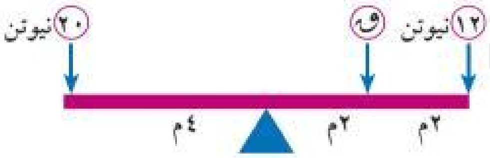


(٢٥) ء ب قضيب منتظم طوله ٦م و وزنه ١٠٠ نيوتن علق من طرفيه ء ، ب ثقلان ٦٠ ، ٨٠ نيوتن على الترتيب كما بالشكل. فإذا أتزن القضيب أفقياً بإرتكازه على حامل عند نقطة د حيث ب د = س فإن س = ...

ⓐ ٢,٧٥　　ⓑ ٣,٢٥　　ⓒ ٢　　ⓓ ٤

---

(٢٦) إذا كان الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم فى حالة إتزان فإن ق = ...



ⓐ ١٦ نيوتن　　ⓑ ١٤ نيوتن
ⓒ ١٨ نيوتن　　ⓓ ٣٢ نيوتن

---

(٢٧) قوتان تكونان ازدواج، مقدار احدهما ٧٠ نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما ٣٥٠ نيوتن.م فإن البعد العمودى بينهما يساوى .... سم.

ⓐ ٥٠　　ⓑ ٥　　ⓒ ٥٠٠　　ⓓ ٢٤٥

---

(٢٨) اذا اتزنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أى نقطة فى المستوى يساوى ....

ⓐ ثابت غير صفرى　　ⓑ صفر　　ⓒ محصلة هذه القوى　　ⓓ الواحد الصحيح

(٢٩) مركز ثقل جسمين ماديين كتلة كل منهما ٣ ، ٦ نيوتن و المسافة بينهما ١٥سم يبعد عن الجسم ٣ نيوتن مسافة ......

(أ) ٥ سم (ب) ٧.٥ سم (ج) ١٠ سم (د) ٧ سم

---

(٣٠) يؤثر على الجسم ازدواجان، الأول مقدار احدى قوتيه ٢٠ ث.كجم وذراع العزم ٢ متر فى اتجاه دوران عقارب الساعة والثانى مقدار احدى قوتيه ٣٠ ث.كجم وذراع العزم ١ متر واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الازدواج المحصل يساوى ....

(أ) ٢٠ث.كجم .م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة.

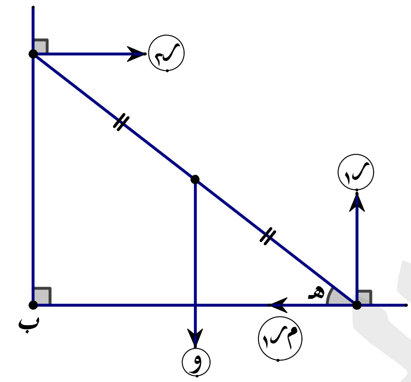
(ب) ٢٠ث.كجم.م واتجاه دورانه فى عكس اتجاه دوران عقارب الساعة

(ج) ١٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه دوران عقارب الساعة.

(د) ١٠ ث.كجم.م واتجاه دورانه فى اتجاه عكس دوران عقارب الساعة.

---

(٣١) فى الشكل المقابل : إذا كانت ل هى زاوية الإحتكاك بين الأرض و القضيب فإن ظاهـ • ظال = ...



(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$

(ج) ١ (د) ٣

---

(٣٢) تؤثر الكتلة ٥ كجم فى النقطة (٢ , −١) و تؤثر الكتلة ٧ كجم فى النقطة (١ , ٢) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر فى ......

(أ) (٩ , ١٧) (ب) $\left(\frac{٣}{٤} , \frac{١٧}{١٢}\right)$ (ج) (١٩ , ١٣) (د) $\left(\frac{١}{٤} , \frac{١٩}{١٢}\right)$

---

(٣٣) الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم يرتكز على حامل عند منتصفه وضع عليه جسم كما بالشكل فإن القوة التى لا تحدث توازن للقضيب هى ....

(أ) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأعلى تؤثرعلى بعد ٢٠ سم يمين منتصف القضيب.

(ب) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثرعلى بعد ٢٠سم يمين منتصف القضيب.

(ج) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثرعلى بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

(د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثرعلى بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

---

(٣٤) إذا كانت القوتان $\overleftarrow{ق_١} = ٥ \overleftarrow{س} + ٩ \overleftarrow{ص} + ٣ \overleftarrow{ع}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = ب \overleftarrow{س} - ٩ \overleftarrow{ص} + ج \overleftarrow{ع}$ تكونان إزدواجاً

فإن ٩ + ب + ج = ...

(٩) −١ (ب) صفر (ج) ١ (د) ١٧

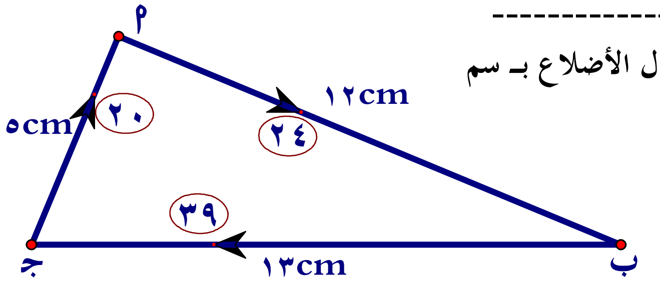
---

(٣٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن و أطوال الأضلاع بـ سم

فإن القياس الجبرى مجموع عزوم القوى حول ٩ = ...

(٩) ١٨٠ (ب) −١٨٠

(ج) −١٢٠ (د) −٢٤٠



---

(٣٦) إذا كونت مجموعة من القوى إزدواجاً و كانت ٩ ، ب ، ج ثلاث نقاط فى مستوى هذه القوى و كان $\overleftarrow{ج_٩} + \overleftarrow{ج_ب} = ٢٢ \overleftarrow{ع}$

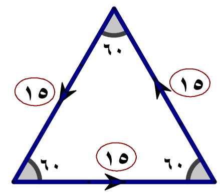
فإن $\overleftarrow{ج_ج} =$ ....

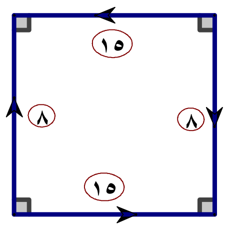
(٩) ٢٢ $\overleftarrow{ع}$ (ب) −٢٢ $\overleftarrow{ع}$ (ج) ١١ $\overleftarrow{ع}$ (د) −١١ $\overleftarrow{ع}$

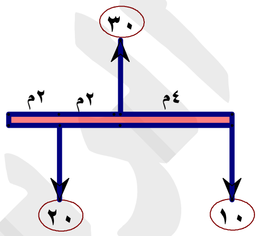
---

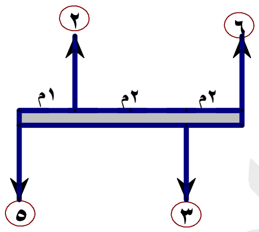
(٣٧) نظام القوى الذى لا تمثل إزدواجا فيما يلى هو ....

(٩) (ب) (ج) (د)









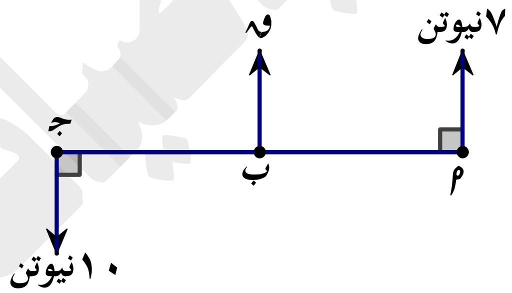
---

(٣٨) إذا كان نظام القوى المقابل يكافئ إزدواج

فإن ق = ... نيوتن

(٩) ٣ (ب) ٧

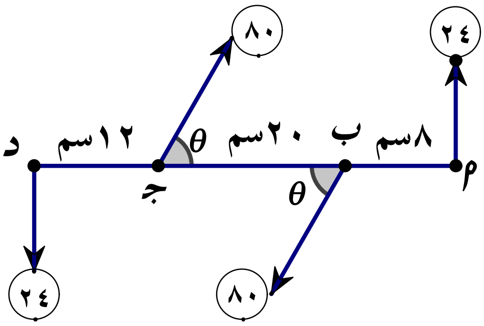
(ج) ١٠ (د) ١٧



---

(٣٩) إذا كان $\overline{\text{أب}}$ قضيب متزن تحت تأثير مجموعة القوى الموضحة بالرسم و كان

أ ب = ٨سم ، ب جـ = ٢٠سم ، جـ د = ١٢سم فإن جاθ = ...

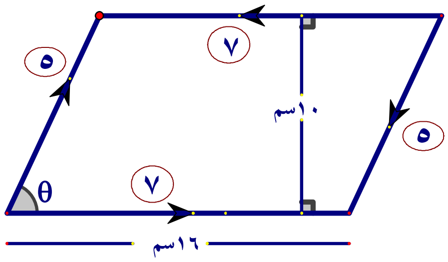


(أ) ٠.٤ (ب) ٠.٥

(ج) ٠.٦ (د) ٠.٨

---

(٤٠) الشكل المجاور : يوضح صفيحة على شكل متوازى أضلاع أثر عليها ازدواجان . فإذا كان القياس الجبرى لعزم الإزدواج المحصل يساوى ٤٠ نيوتن.سم حيث القوى بالموضحة بالشكل مقاسة بوحدة النيوتن. فإن θ = ...



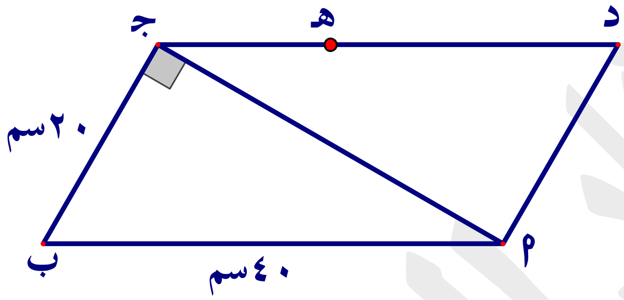
(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (د) ٩٠°

---

(٤١) فى الشكل المجاور:

أ ب جـ د صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازى أضلاع فيه أ ب = ٤٠سم ، ب جـ = ٢٠سم ، ق(ب جـ أ) = ٩٠°.

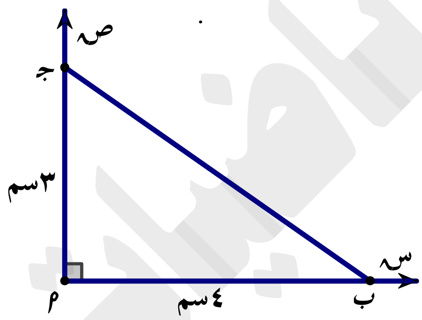
علقت الصفيحة من نقطة هـ ∈ $\overline{\text{جـ د}}$ فإذا إتزنت عندما كان $\overline{\text{جـ د}}$ أفقياً فإن جـ هـ = ... سم



(أ) ١٠√٣ (ب) ٢٠ (ج) ١٥ (د) ٥√٣

---

(٤٢) إذا وضعت ثلاث كتل متساوية قيمة كل منها ٢كجم موضوعة عند رؤوس △ قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم فإن مركز ثقل المجموعة هو .....



(أ) (١ , $\frac{٤}{٣}$) (ب) (٢ , $\frac{٣}{٢}$)

(ج) ($\frac{٤}{٣}$, ١) (د) ($\frac{٣}{٢}$, ٢)

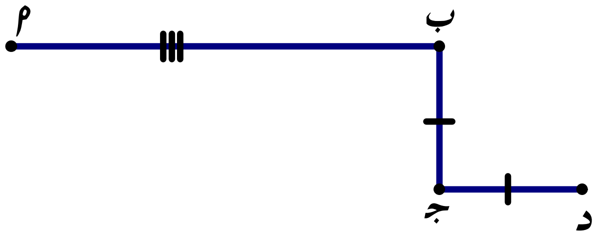
---

(٤٣) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢√٣ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى .... سم

(أ) ١٢ (ب) ٦ (ج) ١٨ (د) ١٥

---

(٤٤) فى الشكل المقابل:

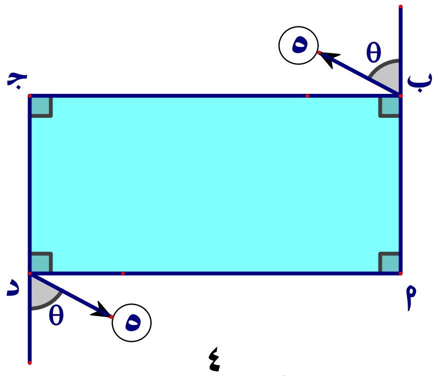


إذا كان م د سلك منتظم السمك و الكثافة طوله ١٠٠سم ثنى كما بالشكل الموضح حيث م ب =٣ ب جـ = ٣ جـ د فإن بعدا مركز ثقل السلك عن $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ على الترتيب هما ....

(أ) (−١٦ ، −٦) (ب) (١٦ ، ٦) (جـ) (٦ ، ١٦) (د) (٢ ، ٣/٢)

----

(٤٥) فى الشكل المجاور :



إذا كان م ب جـ د مستطيل فيه م ب = ٥سم ، ب جـ = ١٢سم و كان القياس الجبرى لعزم الإزدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين بالشكل يساوى ٦٥ نيوتن.سم فإن ظاθ = ...

(أ) غير معرف (ب) صفر (جـ) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

أسئلة إنتاج الإجابة

(١) وضع جسم وزنه ٧٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى $\frac{١}{٤}$ أوجد:

(أ) مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة.

(ب) القوة التى تميل على المستوى بزاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$ و تجعل الجسم على ؤشك الحركة.

---

(٢) وضع جسم مقدار وزنه ٦نيوتن على مستوى أفقى خشن و أثر عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠ فظل ساكناً. أثبت أن زاوية الاحتكاك "ل" بين الجسم و المستوى يجب ألا تقل عن °٣٠. و إذا كانت ل = °٤٥ و بقى اتجاه القوتين ثابتاً كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير. فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

---

(٣) وضع جسم مقدار وزنه $١٠\sqrt{٣}$ نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الإنزلاق إذا كان المستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها °٣٠ فإذا زيد ميل المستوى إلى °٦٠ فإوجد مقدار :

(أ) أقل قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط اكبر ميل فى المستوى و تمنعه من الإنزلاق.

(ب) القوة التى تؤثر فى الجسم موازية لخط اكبر ميل فى المستوى و تجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

---

(٤) وضع جسم وزنه ١٠ث.كجم على مستوى مائل خشن تؤثر عليه قوة $\overrightarrow{ق}$ فى اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى فإذا علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما ق = ٦ ث.كجم و يكون على وشك الحركة إلى أسفل المستوى عندما ق = ٤ث.كجم .أوجد :

(أولاً) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.

(أولاً) معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى. (ثالثاً) مقدار ق التى تجعل قوة الإحتكاك تنعدم.

---

(٥) كتلتان ٣ ، ٥ كجم متصلان بخيط خفيف و موضعان على مستوى مائل خشن و كان معامل الاحتكاك السكونى بين المستوى و الجسمين $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٤}{٥}$على الترتيب. بين أى الجسمين يوضع أسفل الآخر حتى يتحرك الجسمان معاً. ثم أثبت أن ظل زاوية ميل المستوى على الأفقى عندما يكون الجسمان على وشك الحركة يساوى $\frac{٣}{٤}$

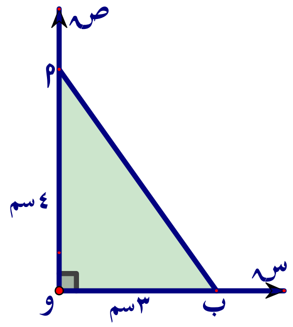
---

(٦) إذا كانت $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ع}$ مجموعة يمينية من متجهات الوحدة و كانت القوة $\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{س} - ٢\,\overrightarrow{ص}$ تؤثر فى النقطة أ (٢ ، ٣) أوجد :

(أ) متجه عزم القوة $\overrightarrow{ق}$ بالنسبة للنقطة ب (٢ ، ١)

(ب) طول العمود الساقط من النقطة ب على خط عمل القوة $\overrightarrow{ق}$.

(٧) أ ب جـ د مربع طول ضلعه ٦سم ، هـ ∋ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث ب هـ = ١سم أثرت قوى مقاديرها ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ق نيوتن فى $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{جـ د}}$ ، $\overleftarrow{\text{د أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ على الترتيب. فإذا كان خط عمل المحصلة يمر بالنقطة هـ أوجد قيمة ق



(٨) فى الشكل المجاور تؤثر القوة ق فى المستوى س و ص على △ أ و ب فإذا كان القيا الجبرى لعزم ق بالنسبة للنقطة "و" يساوى ٨٤ نيوتن.م ، القياس الجبرى لعزمها بالنسبة للنقطة أ يساوى −١٠٠ نيوتن.م ، القياس الجبرى لعزمها بالنسبة للنقطة ب يساوى صفر. إوجد $\overleftarrow{\text{ق}}$.

---

(٩) تؤثر القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ فى النقطة أ(−٣ , ٢) فإذا كان عزم $\overleftarrow{\text{ق}}$ حول كل من النقطتين ب(٣ , ١) ، جـ(−١ , ٤) يساوى ٢٨ $\overleftarrow{\text{ع}}$ إوجد $\overleftarrow{\text{ق}}$.

---

(١٠) إذا كان عزم القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ = ٢ $\overleftarrow{\text{س}}$ +٣ $\overleftarrow{\text{ص}}$ − $\overleftarrow{\text{ع}}$ حول نقطة الأصل " و " يساوى $\overleftarrow{\text{ع}}_{\text{و}}$ حيث $\overleftarrow{\text{ع}}_{\text{و}}$ = −٥ $\overleftarrow{\text{س}}$ + ٣ $\overleftarrow{\text{ص}}$ − $\overleftarrow{\text{ع}}$ و إذا كانت هذه القوة تمر بنقطة الاحداثى الصادى لها يساوى ٢. أوجد الإحداثى س ، ع للنقطة و كذلك أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة.

---

(١١) إذا كانت القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ = ك $\overleftarrow{\text{س}}$ + م $\overleftarrow{\text{ص}}$ − ٢ $\overleftarrow{\text{ع}}$ تؤثر فى نقطة أ متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو $\overleftarrow{\text{ر}}$ = (٣, ١, ١) فإذا كانت مركبتا عزم $\overleftarrow{\text{ق}}$ حول المحورين س، ص هما −١ ، −٨ على الترتيب أوجد قيمة كل من ك ، م .

---

(١٢) إذا كانت جـ ، د ، هـ ∋ $\overline{\text{أ ب}}$ بحيث أ جـ : جـ د : د هـ : هـ ب = ١ : ٣ : ٥ : ٧ أثرت قوى متوازية و فى نفس الاتجاه و متساوية فى المقدار فى النقط أ ، جـ ، د ، هـ ، ب برهن أن المحصلة تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ بنسبة ٥:٣

---

(١٣) قوتان متوازيتان و فى نفس الاتجاه مقدارهما ق ، ٢ق تؤثران فى النقطتين أ ، ب إذا تحركت القوة ٢ $\overleftarrow{\text{ق}}$ موازية لنفسها فى إتجاه $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ مسافة س سم. أثبت أن محصلة القوتين تتحرك فى نفس الاتجاه مسافة قدرها $\frac{٢}{٣}$س

---

(١٤) يرتكز قضيب $\overline{\text{أ ب}}$ طوله ٩٠سم و وزنه ٥٠ نيوتن و يؤثر فى نقطة منتصفه فى وضع أفقى على حاملين آحدهما عند الطرف أ ، الآخر عند نقطة جـ تبعد ٣٠سم عن ب و يحمل ثقلاً مقداره ٢٠نيوتن عند نقطة تبعد ١٥سم عن ب عين قيمة الضغط على كل حامل. و أوجد ايضاً مقدار الثقل الذى يجب تعليقه من الطرف ب بحيث يصبح القضيب على وشك الدوران و ما هى قيمة الضغط على الحامل جـ عندئذ.

(١٥) ترتكز مسطرة خفيفة $\overline{\text{أب}}$ مقيسة بالسنتيمتر أفقياً على حاملين عند النقطتين جـ ، د بحيث جـ ∈ $\overline{\text{أد}}$ ، ٢أجـ = ٢ب د = جـ د و علق ثقل مقداره "و" نيوتن من نقطة م على المسطرة فوجد أنها تكون على وشك الإنقلاب إذا علق من الطرف أ ثقل مقداره ١٠ نيوتن أو إذا علق من الطرف ب ثقل مقداره ٦ نيوتن. أوجد مقدار "و" و أثبت أن أم : م ب = ٩ : ٧

----

(١٦) يحمل رجلان أ ، ب جسماً كتلته ٩٠ كجم معلق من قضيب معدنى متين و خفيف فإذا كانت المسافة بين الرجلين ٦٠سم و كانت نقطة تعليق الجسم تبعد ٢٠سم من أ فما مقدار ما يتحمله كل رجل من هذا الثقل؟ و إذا كان الرجل ب لا يمكنه أن يحمل أكثر من ٥٠ ث.كجم. فعين أكبر مسافة من أ يمكن تعليق الثقل عندها حتى يتمكن الرجل ب من الإستمرار فى حمل القضيب.

----

(١٧) $\overline{\text{أب}}$ قضيب منتظم طوله ٦٠سم و وزنه ٨ نيوتن. يتصل طرفه أ بمفصل مثبت فى حائط رأسى علق ثقل قدره ٦ نيوتن فى نقطة من القضيب تبعد ٤٠سم عن عن الطرف أ. اتزن القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل أحد طرفيه بالطرف ب من القضيب. و ثبت الطرف الآخر للخيط فى نقطة على الحائط تبعد ٨٠سم رأسياً أعلى أ. أوجد الشد فى الخيط و رد فعل المفصل.

----

(١٨) $\overline{\text{أب}}$ سلم منتظم وزنه ٣٠ث.كجم و طوله ٤ أمتار يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقى أملس ، و بطرفه الآخر ب على حائط رأسى أملس. اتزن السلم فى مستوى رأسى و كان قياس زاوية ميله على الأفقى ٤٥° بواسطة حبل أفقى يصل الطرف أ بنقطة من المستوى الأفقى و تقع رأسياً أسفل ب تماماً . فإذا صعد رجل وزنه ٨٠ ث.كجم على هذا السلم فإثبت أن مقدار الشد فى الحبل يزداد كلما صعد الرجل. و إذا كان الحبل لا يتحمل شداً يزيد مقداره على ٦٧ث.كجم فأوجد طول أكبر مسافة يمكن أن يصعدها الرجل دون أن ينقطع الحبل.

----

(١٩) $\overline{\text{أب}}$ قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠نيوتن ، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسى خشن معامل الإحتكاك بينه و بين القضيب يساوى $\frac{1}{2}$ و بطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها و بين القضيب تساوى $\frac{1}{4}$ فإذا كانت أقل قوة أفقية تجعل الطرف ب للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠نيوتن. فإوجد فى وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى علماً بأن القضيب يتزن فى مستوى رأسى.

----

(٢٠) $\overline{\text{أب}}$ قضيب منتظم وزنه ٢٠نيوتن و طوله ٦٠سم يرتكز بطرفه أ على مستوى أفقى خشن و يرتكز عند إحدى نقطة جـ على وتد أملس يعلو ٢٥سم عن المستوى الأفقى و كان القضيب على وشك الإنزلاق عندما كانت زاوية ميله على الأفقى ٣٠° أوجد رد فعل الوتد و كذلك معامل الاحتكاك بين القضيب و المستوى علماً بأن الساق تقع فى مستوى رأسى.

(٢١) $\overline{أب}$ سلم منتظم طوله ١٠متر و وزنه ٢٠ ث.كجم يستند بطرفه أ على أرض أفقية خشنة معامل الإحتكاك بينها و بين السلم $\frac{1}{4}$ و يرتكز بطرفه ب على حائط رأسى أملس. أثبت أن السلم لا يمكن أن يتزن عندما يكون الطرف ب على بعد ٨متر من سطح الأرض.

----

(٢٢) أ ب ج د هـ و سداسى منتظم أثرت القوى ٣ ، ٩ ، $ق_1$ ، ٣ ، ٩ ، $ق_2$ ث.جم فى الاتجاهات $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{د ج}$ ،$\overleftarrow{د هـ}$ ، $\overleftarrow{هـ و}$ ، $\overleftarrow{أ و}$ على الترتب أوجد قيمة كل من $ق_1$ ، $ق_2$ لكى تتزن المجموعة.

----

(٢٣) أ ب ج د شبه منحرف فيه $\overline{أد}$ // $\overline{ب ج}$ ، $\overline{أب}$ ⊥ $\overline{ب ج}$ ، أب = ٦سم ، ب ج = ٩سم ، أ د = ٣سم أثرت القوى $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ ، $\overleftarrow{ق_4}$ ممثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{دأ}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{أب}$ على الترتيب. فإذا كانت المجموعة تكافئ إزدواجاً معيار عزمه ٣٦٠نيوتن.سم فى الإتجاه أ ب ج د فإوجد مقدار كل من $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ ، $\overleftarrow{ق_4}$.

----

(٢٤) أ ب ج د مربع طول ضلعه ١٠سم ، هـ ∈ $\overleftarrow{ج ب}$ ، و ∈ $\overleftarrow{ج د}$ بحيث كان ج هـ = ج و = ٣٠سم. أثرت قوى مقاديرها ٤٠ ، ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٢٠$\sqrt{2}$ ث.كجم فى $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{د أ}$ ، $\overleftarrow{هـ و}$ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

----

(٢٥) أ ب ج د مستطيل فيه أب = ٦٠سم ، ب ج = ١٦٠سم ، س ، ص منتصفات $\overline{ب ج}$ ، $\overline{أ د}$ على الترتيب أثرت القوى التى مقاديرها ٢٠٠ ، ٢٠٠ ، ٤٠٠ ، ٤٠٠ ، ق ، ق نيوتن فى الاتجاهات $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{ج ب}$ ، $\overleftarrow{أ د}$ ، $\overleftarrow{س أ}$ ، $\overleftarrow{ص ج}$ على الترتيب إذا كان معيار عزم الازدواج المحصل يساوى ٦٤٠٠نيوتن.سم. فى إتجاه أد ج ب فإوجد قيمة ق

----

(٢٦) أ ب ج د معين طول ضلعه ١٠سم ، ق(ب$\hat{أ}$ ج) = ١٢٠° أثرت القوى التى مقديرها ٢٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥ ث.كجم فى $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{د أ}$ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجا و أوجد معيار عزمه. ثم أوجد القوتين اللتين تؤثران فى ب ، د عموديتين على $\overline{ب د}$ بحيث تتزن المجموعة.

----

(٢٧) أ ب ج د شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$ ، أ د = ٩سم ، أب = د ج = ١٥سم ، ب ج = ٣٣ سم أثرت القوى التى مقاديرها ٤٥ ، ٩٩ ، ٤٥ ، ٢٧ نيوتن فى الاتجاهات $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{د أ}$ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

----

(٢٨) أ ب ج د هـ خماسى منتظم طول ضلعه ١٥سم. أثرت قوى مقدار كل منها ١٠ث.كجم فى $\overleftarrow{أب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{د هـ}$ ، $\overleftarrow{هـ أ}$ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.

(٢٩) أ ب جـ △ فيه أ ب = ب جـ = ٦سم ، ق(أ ب̂ جـ) = ١٢٠° أثرت قوى مقاديرها ١٨ ، ١٨ ، ١٨ $\sqrt{٣}$ نيوتن فى أ ب ، ب جـ ، جـ أ على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه.ثم أوجد مقدار كل من القوتين المؤثرتين فى أ ، جـ و توازيان أ ب حتى تتزن المجموعة.

----

(٣٠) أ ب جـ د صفيحة رقيقة على هيئة مربع طول ضلعه ٥٠سم ووزنها ٣٠٠ ث.جم ويؤثر فى نقطة تلاقى القطرين . ثقبت الصفيحة ثقباً صغيرا بالقرب من أ وعلقت من هذا الثقب فى مسمار أفقى رفيع بحيث أتزنت فى مستو رأسى . اوجد رد فعل المسمار . وإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٧٥٠٠ ث.جم . سم وإتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة . أثبت أن رد فعل المسمار لا يتغير ثم أوجد ميل القطر أ جـ على الرأسى فى وضع الاتزان .

----

(٣١) سلك رفيع منتظم السمك و الكثافة على شكل شبه منحرف أ ب جـ د فيه أ ب =١٥سم ، ب جـ =١٢سم ، جـ د =١٠سم ، ق(أ ب̂ جـ) = ق(ب جـ̂ د) =٩٠°. فاوجد بعد مركز ثقل هذا السلك عن الضلعين أ ب ، ب جـ .

----

(٣٢) علقت صفيحة مربعة منتظمة وزنها " و " تعليقاً حراً من الرأس أ و ثبت عند الرأس ب ثقل وزنه $\frac{١}{٤}$ و . أثبت أن ظل زاوية ميل القطر أ جـ على الرأسى فى وضع الاتزان يساوى $\frac{١}{٥}$.

----

(٣٣) أ ب جـ صفيحة رقيقة على شكل △ متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢سم كتلتها ٣٠٠جم. ألصقت كتلة ١٠٠جم فى الصفيحة عند نقطة تثليث أ ب من جهة أ فإوجد بعد مركز ثقل المجموعة عن نقطة أ

----

(٣٤) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل أ ب جـ د فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ١٠سم ، هـ ∈ أ د بحيث أ هـ = ٦سم. ثنى المثلث أ ب هـ حول الضلع ب هـ حتى إنطبق أ ب على ب جـ تماماً عين موضع مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة إلى جـ ب ، جـ د .

----

(٣٥) أ ب جـ د صفيحة منتظمة السمك و الكثافة على شكل مستطيل فيه أ ب = ١٢سم ، ب جـ = ١٦سم ، هـ نقطة تقاطع قطريه أ جـ ، ب د فصل △ أ هـ د و ثبت فوق △ ب هـ جـ أوجد مركز ثقل الصفيحة فى هذه الحالة. و إذا علقت الصفيحة تعليقاً حراً من نقطة جـ . فإوجد ظل زاوية ميل جـ ب على الرأسى.

----

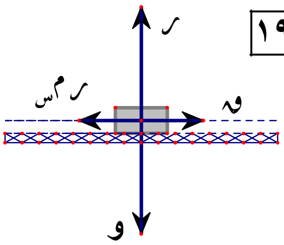
(٣٦) صفيحة رقيقة منتظمة السمك و الكثافة على شكل قرص دائرى مركزه نقطة الأصل و طول نصف قطره ٦ وحدات طول قطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما (–١ ، –٣) و طول نصف قطره وحدة طول واحدة و مركز الآخر (١ ، ٢) و طول نصف قطره ٣ وحدات طول. أوجد مركز ثقل الجزء الباقى من القرص الأصلى.

إجابات أسئلة الإختيار

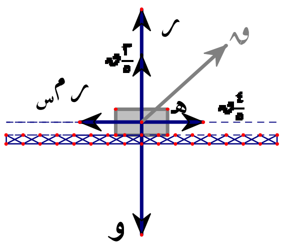
(١) أ	(٢) د	(٣) أ	(٤) أ	(٥) جـ
(٦) أ	(٧) أ	(٨) د	(٩) د	(١٠) ب
(١١) ب	(١٢) ب	(١٣) أ	(١٤) جـ	(١٥) ب
(١٦) أ	(١٧) د	(١٨) ب	(١٩) أ	(٢٠) ب
(٢١) د	(٢٢) ب	(٢٣) أ	(٢٤) أ	(٢٥) ب
(٢٦) أ	(٢٧) جـ	(٢٨) ب	(٢٩) ب	(٣٠) د
(٣١) ب	(٣٢) ب	(٣٣) ب	(٣٤) جـ	(٣٥) ب
(٣٦) جـ	(٣٧) جـ	(٣٨) أ	(٣٩) جـ	(٤٠) أ
(٤١) جـ	(٤٢) جـ	(٤٣) أ	(٤٤) ب	(٤٥) جـ

حلول أسئلة إنتاج الإجابة

(١)(أ) ∵ $\left\{\begin{array}{l}\text{ق} = \text{م}_{\text{س}}\ \text{ر} \\ \text{ر} = \text{و}\end{array}\right.$ ⇐ $\left\{\begin{array}{l}\text{ق} = \frac{١}{٤}\ \text{ر} \\ \text{ر} = ٧٦\end{array}\right.$ ⇐ $\boxed{\text{ق} = ١٩}$



(ب) ∵ $\left\{\begin{array}{l}\text{ق جتا هـ} = \text{م}_{\text{س}}\ \text{ر} \\ \text{ر} + \text{ق جا هـ} = \text{و}\end{array}\right.$ ⇐ $\left\{\begin{array}{l}\frac{٤}{٥}\ \text{ق} = \frac{١}{٤}\ \text{ر} \\ \text{ر} + \frac{٣}{٥}\ \text{ق} = ٧٦\end{array}\right.$



∴ $\boxed{\text{ق} = ٢٠}$ نيوتن.

---

(٢) لتكن محصلة القوتين ٢ ، ٤ هي ق

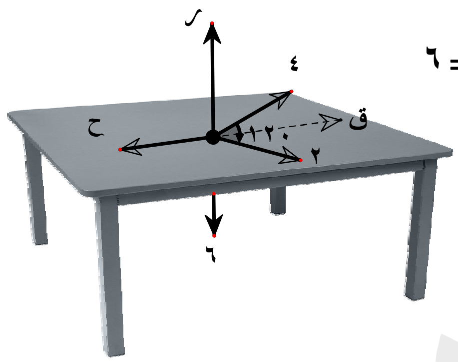
∴ $\text{ق} = \sqrt{٢^٢ + ٤^٢ + ٢ \times ٢ \times ٤\ \text{جتا}\ ١٢٠} = ٢\sqrt{٣}$ نيوتن

لتكن قوة الإحتكاك ح ، ∵ الجسم متزن ⇐ ح = ق = $٢\sqrt{٣}$ ، ر = ٦

∵ $\text{ح} \le \text{م}_{\text{س}}\ \text{ر}$ ⇐ $٢\sqrt{٣} \le \text{م}_{\text{س}} \times ٦$

∴ $\text{م}_{\text{س}} \ge \frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ⇐ ظا ل ≥ ظا ٣٠

∴ ل يجب أن لا تقل عن ٣٠°



عندما ل = ٤٥ ⇐ قوى الإحتكاك النهائى = ٦

∴ $٦^٢ = ٤^٢ + \text{ق}^٢ + ٢ \times ٤ \times \text{ق}\ \text{جتا}\ ١٢٠$ ⇐ $\text{ق}^٢ - ٤\text{ق} - ٢٠ = ٠$

∴ $\text{ق} = \frac{-(-٤) \pm \sqrt{(-٤)^٢ - ٤ \times ١ \times (-٢٠)}}{٢ \times ١}$ ⇐ $\text{ق} = ٢(١ + \sqrt{٦})$ نيوتن.

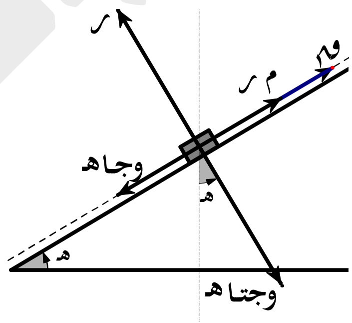
---

(٣) ∵ الجسم على وشك الإنزلاق تحت تأثير وزنه فقط عندما تكون زاوية ميل المستوى ٣٠°

∴ $\text{م}_{\text{س}} = \text{ظا}\ ٣٠$ ⇐ $\text{م}_{\text{س}} = \frac{\sqrt{٣}}{٣}$

عند زيادة زاوية ميل المستوى عن ٣٠ فإن أى قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل تكون إلى أعلى.

(أولاً) نفرض أن $\text{ق}_١$ تمنع الجسم من الإنزلاق لأسفل

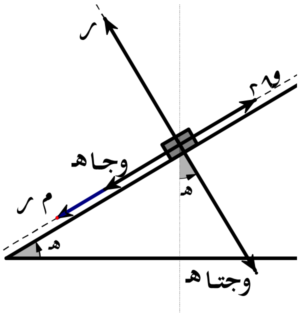


∴ $\text{ق}_١ + \frac{\sqrt{٣}}{٣}\ \text{ر} = ١٠\sqrt{٣} \times \text{جا}\ ٦٠$

∴ $\text{ق}_١ + \frac{\sqrt{٣}}{٣}\ \text{ر} = ١٥$ ... (١)

، $\text{ر} = ١٠\sqrt{٣} \times \text{جتا}\ ٦٠$

∴ $\text{ر} = ٥\sqrt{٣}$ و من (١) $\boxed{\text{ق}_١ = ١٠}$



(**ثانياً**) نفرض أن ق٢ تجعل الجسسم على وشك الحركة أعلى المستوى

∴ ق٢ = ١٠ $\sqrt{3}$ × جا٦٠ + $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ر

∴ ق٢ = ١٥ + $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ر ... (١)

، ر = ١٠ $\sqrt{3}$ × جتا٦٠ ⟸ ر = ٥ $\sqrt{3}$ ومن (١) $\boxed{ق_٢ = ٢٠}$

---

(٤) على وشك الحركة لأعلى: { ٦ = ١٠جاهـ + م ر ، ر = ١٠جتاهـ } ⟸ ٦ = ١٠جاهـ + ١٠م جتاهـ ... (١)

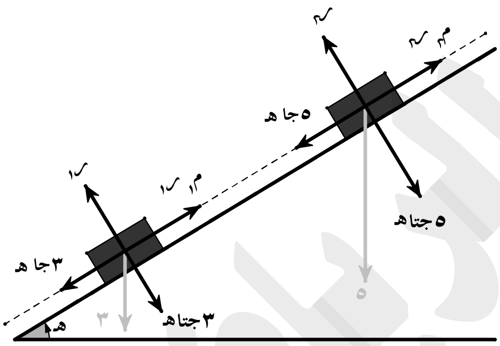
على وشك الحركة لأسفل: { ٤ + م ر = ١٠جاهـ ، ر = ١٠جتاهـ } ⟸ ٤ + ١٠م جتاهـ = ١٠جاهـ ... (٢)

من (١) ١٠م جتاهـ = ٦ − ١٠جاهـ بالتعويض فى (٢) ⟸ ٤ + ٦ − ١٠جاهـ = ١٠جاهـ ⟸ جاهـ = $\frac{١}{٢}$ ⟸ هـ = ٣٠°

بالتعويض فى (١) م = $\frac{١}{١٥}\sqrt{3}$ ، حتى تنعدم قوة الإحتكاك يجب أن تكون ق = ١٠جاهـ = ٥ ث.كجم

---

(٥) الجسم ذو معامل الإحتكاك الأصغر يوضع أسفل الجسم ذو معامل الإحتكاك الأكبر حتى يتحرك الجسمان معاً و الخيط مشدود



بدراسة إتزان الجسمين معاً:

∴ ر١ = ٣جتاهـ ، ر٢ = ٥جتاهـ

، م١ ر١ + م٢ ر٢ = ٥جاهـ + ٣جاهـ

بالتعويض عن ر١ ، ر٢ فى المعادلة الثالثة و التعويض عن م١ ، م٢

∴ $\frac{٢}{٣}$ × ٣جتاهـ + $\frac{٤}{٥}$ × ٥جتاهـ = ٥جاهـ + ٣جاهـ

∴ ٢جتاهـ + ٤جتاهـ = ٥جاهـ + ٣جاهـ ⟸ ٦جتاهـ = ٨جاهـ ⟸ $\frac{٣}{٤}$

---

(٦) ∵ $\overleftarrow{ج_ب} = \overleftarrow{ب أ} \times \overleftarrow{ق}$ ⟸ $\overleftarrow{ج_ب} = \left(\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب}\right) \times \overleftarrow{ق}$

∴ $\overleftarrow{ج_ب} = (\overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب}) \times \overleftarrow{ق}$ ⟸ $\overleftarrow{ج_ب} = (٠ , ٢) \times (١ , −٢)$

∴ $\overleftarrow{ج_ب} = \begin{vmatrix} ٠ & ٢ \\ ١ & −٢ \end{vmatrix} \overleftarrow{ع}$ ⟸ $\overleftarrow{ج_ب} = −٢\,\overleftarrow{ع}$

∵ ل = $\frac{\text{معيار العزم}}{\text{معيار القوة}}$ ⟸ ل = $\frac{\|−٢\,\overleftarrow{ع}\|}{\sqrt{١^٢ + (−٢)^٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٥}}$ وحدة طول

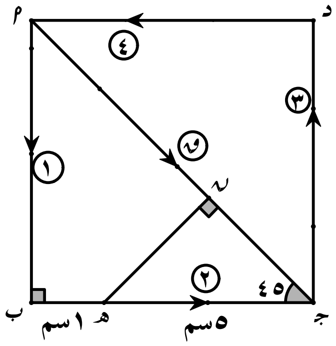
(٧) ∵ خط عمل المحصلة يمر بالنقطة هـ

∴ مجموع عزوم هذه القوى حول هـ يساوى صفر.

∴ ٣×٥ + ٤×٦ + ١×١ − ق × ٥ × جا٤٥° = ٠

∴ ١٥ + ٢٤ + ١ − ٥ ق جا٤٥° = ٠

∴ ق = ٨ √٢ نيوتن.



---

(٨) من الشكل : و (٠ ، ٠) ، ب (٣ ، ٠) ، أ (٠ ، ٤)

∵ $\overleftarrow{ع}_ب$ = ٠ ⟸ النقطة ب يمكن أن تعتبر نقطة تأثير للقوة.

نفرض أن $\overleftarrow{ق}$ = (م ، ن)

∵ $\overleftarrow{ع}_و$ = ٨٤ $\overleftarrow{ع}$ ⟸ $\overleftarrow{وب}$ × $\overleftarrow{ق}$ = ٨٤ $\overleftarrow{ع}$

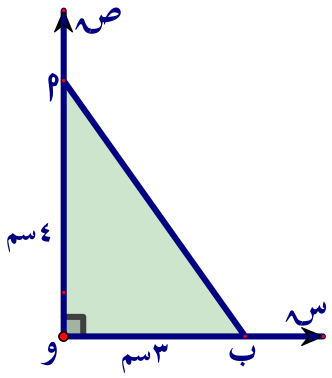
∴ (٣ , ٠) × (م , ن) = ٨٤ $\overleftarrow{ع}$ ⟸ ٣ن $\overleftarrow{ع}$ = ٨٤ $\overleftarrow{ع}$

∴ ٣ن = ٨٤ ⟸ $\boxed{\text{ن = ٢٨}}$

∵ $\overleftarrow{ع}_أ$ = −١٠٠ $\overleftarrow{ع}$ ⟸ $\overleftarrow{أب}$ × $\overleftarrow{ق}$ = −١٠٠ $\overleftarrow{ع}$

∴ (٣ , −٤) × (م , ن) = −١٠٠ $\overleftarrow{ع}$ ⟸ ٣ن + ٤م = −١٠٠

∴ ٣ × ٢٨ + ٤م = −١٠٠ ⟸ $\boxed{\text{م = −٤٦}}$ ⟸ $\overleftarrow{ق}$ = (−٤٦ ، ٢٤)



---

(٩) نفرض أن $\overleftarrow{ق}$ = (م , ن)

∵ $\overleftarrow{ع}_ب$ = $\overleftarrow{ع}_جـ$ = ٢٨ $\overleftarrow{ع}$ ⟸
$\overleftarrow{بأ}$ × $\overleftarrow{ق}$ = ٢٨ $\overleftarrow{ع}$
$\overleftarrow{جـأ}$ × $\overleftarrow{ق}$ = ٢٨ $\overleftarrow{ع}$

∴ (−٦ , ١) × (م , ن) = ٢٨ $\overleftarrow{ع}$
(−٢ , −٢) × (م , ن) = ٢٨ $\overleftarrow{ع}$
⟸
−٦ن − م = ٢٨
−٢ن + ٢م = ٢٨

∴ −٦ن − م = ٢٨
−ن + م = ١٤
بالجمع ⟸ −٧ن = ٤٢

∴ $\boxed{\text{ن = −٦}}$ و بالتعويض فى أى من المعادلتين $\boxed{\text{م = ٨}}$ ⟸ $\boxed{\overleftarrow{ق} = (٨ , −٦)}$

---

(١٠) نفرض أن نقطة تأثير القوة أ (س ، ٢ ، ع)

∵ $\overrightarrow{ج}_و = -٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{ع}$ ⇐ $\overrightarrow{وأ} \times \overrightarrow{ق} = -٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{ع}$

∴ $\begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ س & ٢ & ع \\ ٢ & ٣ & -١ \end{vmatrix} = -٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{ع}$ ⇐ $\left.\begin{matrix} -٢-٣ع = -٥ \\ ٣س - ٤ = -١ \end{matrix}\right\}$ ⇐ $\left.\begin{matrix} ع = ١ \\ س = ١ \end{matrix}\right\}$

∵ طول العمود = $\frac{\|\overrightarrow{ج}_و\|}{\|\overrightarrow{ق}\|} = \frac{\sqrt{٢٥+٩+١}}{\sqrt{٤+٩+١}} = \frac{١}{٢}\sqrt{١٠}$ وحدة طول

----

(١١) ∵ $\overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} + ب\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$ ، أ$(-١ , ٣ , -٢)$ ∴ $\overrightarrow{ج}_و = \begin{vmatrix} \overrightarrow{س} & \overrightarrow{ص} & \overrightarrow{ع} \\ ٣ & ١ & ١ \\ ك & م & -٢ \end{vmatrix}$

∴ مركبة عزم $\overrightarrow{ق}$ حول $\overrightarrow{س}$ = $\begin{vmatrix} ١ & ١ \\ م & -٢ \end{vmatrix}$ ⇐ $\begin{vmatrix} ١ & ١ \\ م & -٢ \end{vmatrix} = -١$

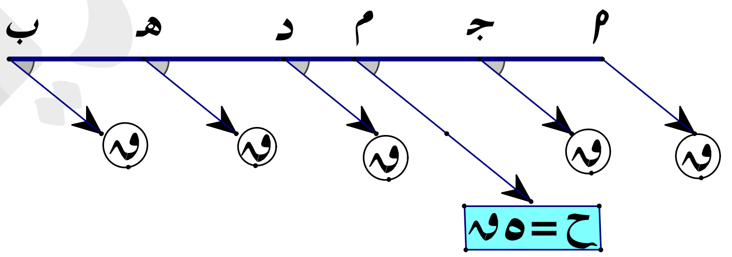
∴ $-٢-م = -١$ ⇐ $\boxed{م = -١}$

، مركبة عزم $\overrightarrow{ق}$ حول $\overrightarrow{ص}$ = $-\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ك & -٢ \end{vmatrix}$ ⇐ $-\begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ك & -٢ \end{vmatrix} = -٨$

∴ $-٦-ك = -٨$ ⇐ $\boxed{ك = ٢}$

----

(١٢)



نفرض أن مقدار كل قوة يساوى ق وتميل على $\overline{أب}$ بزاوية هـ ، أن المحصلة تؤثر فى نقطة م حيث أم = س

، أ جـ = ك ، جـ د = ٣ك ، د هـ = ٥ك ، هـ ب = ٧ك أى أن أ ب = ١٦ك

∴ المحصلة ح = ق + ق + ق + ق + ق = ٥ ق و تؤثر فى نقطة م لها نفس إتجاه القوى.

∵ مجموع عزوم القوى حول نقطة = عزم المحصلة حول نفس النقطة " بأخذ العزوم حول نقطة أ

∴ ق×ك جاهـ + ق×٤ك جاهـ + ق×٩ك جاهـ + ق×١٦ك جاهـ = ٥ق × س جاهـ بالقسمة ÷ ق جاهـ

∴ ك + ٤ك + ٩ك + ١٦ك = ٥س ⇐ ٣٠ك = ٥س ⇐ س = ٦ك

أى أن أ م = ٦س ، م ب = ١٠ك ⇐ أ م : م ب = ٦س : ١٠س ⇐ أ م : م ب = ٣ : ٥

(١٣) في الحالة الأولى : ق × أ ج = ٢ ق × ج ب ⟸ أ ج = ٢ ج ب .... (١)

في الحالة الثانية : ق × أ جَ = ٢ق × جَ بَ ⟸ أ جَ = ٢ جَ بَ

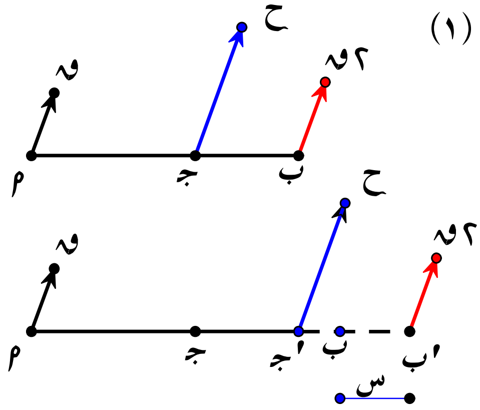
∴ أ ج + ج جَ = ٢(جَ ب + ب بَ) بالتعويض من (١)

∴ ٢ ج ب + ج جَ = ٢ جَ ب + ٢ ب بَ

∴ ٢ ج ب − ٢ جَ ب + ج جَ = ٢ ب بَ

∴ ٢(ج ب − جَ ب) + ج جَ = ٢س ⟸ ٢ ج جَ + ج جَ = ٢س

∴ ٣ ج جَ = ٢ س ⟸ ج جَ = $\frac{٢}{٣}$ س



---

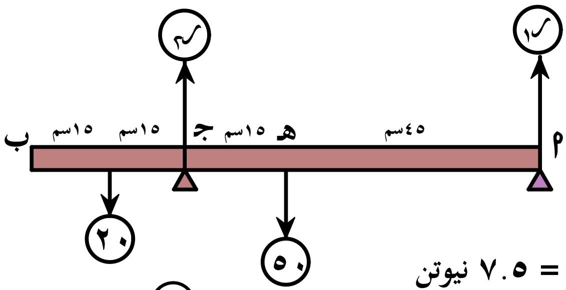
(١٤) الحالة الأولى:

ر١ + ر٢ = ٧٠ ... (١)

مجموع العزوم حول أ = صفر

٥٠ × ٤٥ − ر٢×٦٠ + ٢٠ × ٧٥ = صفر

∴ ر٢ = ٦٢.٥ نيوتن بالتعويض في (١) ⟸ ر١ = ٧.٥ نيوتن



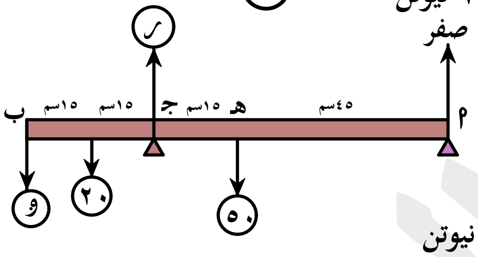
الحالة الثانية: نفرض أن الوزن الذى يجب تعليقه عند ب يساوى " و "

عندما يكون الساق على وشك الدوران يكون الضغط عند أ يساوى صفر

مجموع العزوم حول ج = صفر

∴ −٥٠×١٥ + ٢٠×١٥ + و×٣٠ = صفر ⟸ و = ١٥ نيوتن

، ر = ٥٠ + ٢٠ + ١٥ = ٨٥ نيوتن



---

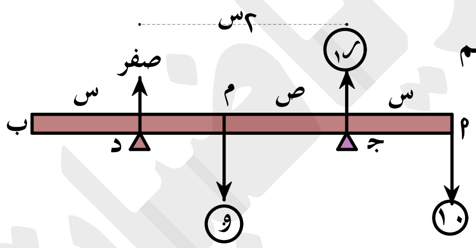
(١٥) نفرض أن أ ج = ب د = س سم فيكون ج د = ٢س سم ، ج م = ص سم

حيث م هي نقطة تعليق الوزن

الحالة الأولى :

مجموع العزوم حول ج = صفر

−١٠×س + و ص = ٠ ⟸ و ص = ١٠س ... (١)

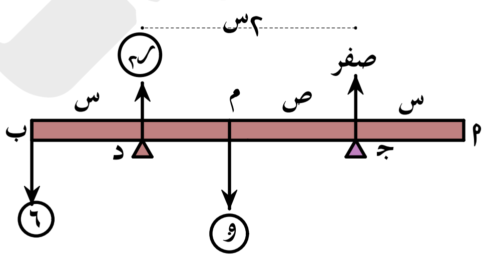


الحالة الثانية:

مجموع العزوم حول د = صفر

− و (٢س − ص) + ٦ × س = صفر

−٢وس + و ص + ٦س = صفر بالتعويض من (١)

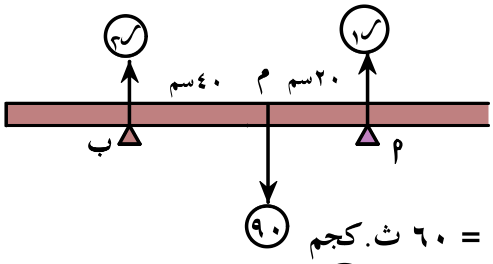


∴ −٢و س + ١٠س + ٦س = صفر   بالقسمة ÷ س

∴ و = ٨ نيوتن   بالتعويض فى (١)

∴ ص = $\frac{٥}{٤}$ س ⟸ ا م = س + $\frac{٥}{٤}$ س = $\frac{٩}{٤}$ س ، م ب = س + ٢س − $\frac{٥}{٤}$ س = $\frac{٧}{٤}$ س

∴ ا م : م ب = $\frac{٩}{٤}$: $\frac{٧}{٤}$ ⟸ ا م : م ب = ٩ : ٧

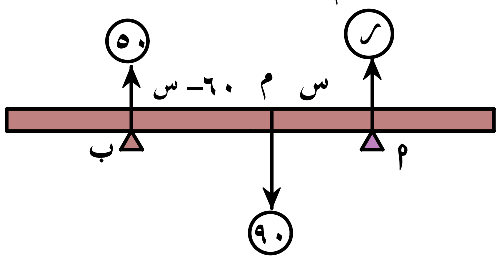


(١٦) ∵ الساق متزنه

∴ $ر_١ + ر_٢$ = ٩٠ ... (١)

، مجموع العزوم حول ا = صفر

∴ ٩٠ × ٢٠ − $ر_٢$ × ٦٠ = ٠ ⟸ $ر_٢$ = ٣٠ ث.كجم ، $ر_١$ = ٦٠ ث.كجم



نفرض أن الرجل ب يحمل ٥٠ ث.كجم أى أن $ر_٢$ = ٥٠ ، ا م = س سم

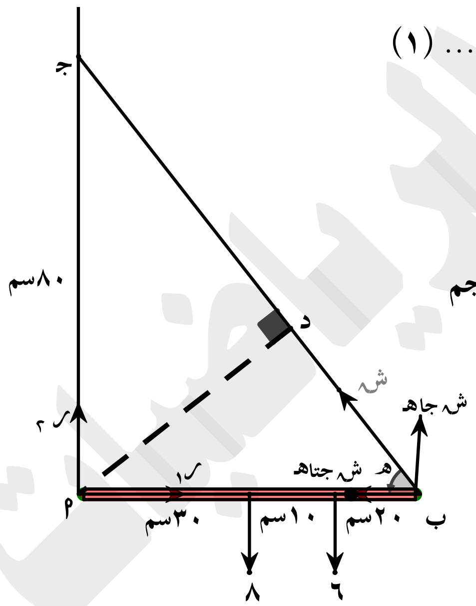
∵ الساق متزنة ⟸ مجموع العزوم حول ا = صفر

∴ ٩٠ ×س + ٥٠×٦٠ = ٠ ⟸ س = $\frac{١}{٣}$ ٣٣ سم

∴ أكبر مسافة من ا يوضع فيها الثقل حتى يتحمل الرجل ب هى $\frac{١}{٣}$ ٣٣ سم .

----

(١٧) ∵ الساق متزن



∴ س = ٠ ⟸ $ر_١$ = ش جتاهـ ⟸ $ر_١$ = $\frac{٣}{٥}$ ش ... (١)

، ص = ٠ ⟸ $ر_٢$ + ش جاهـ = ١٤

∴ $ر_٢$ + $\frac{٤}{٥}$ ش = ١٤ ... (٢)

، $ج_ب$ = ٠ ⟸ ٦×٢٠ + ٨×٣٠ − $ر_٢$ × ٦٠ = ٠

∴ $ر_٢$ = ٦ ث.كجم   بالتعويض فى (٢) ⟸ ش = ١٠ ث.كجم

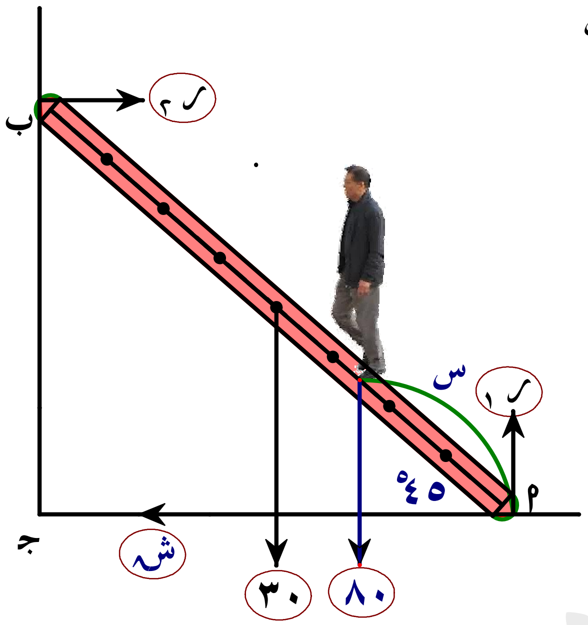
بالتعويض فى (١) ⟸ $ر_١$ = ٦ ث.كجم

رد فعل المفصل هو محصلة $ر_١$ ، $ر_٢$

∴ ر = $\sqrt{ر_١^٢ + ر_٢^٢}$ ⟸ ر = $٦\sqrt{٢}$ ث.كجم

، ظاهـ = $\frac{ر_٢}{ر_١}$ ⟸ ظاθ = ١

∴ رد فعل المفصل يميل على الساق بزاوية ٤٥° لأعلى



(١٨) نفرض أن المسافة التى يصعدها الرجل على السلم = س

∵ السلم متزن

∴ س = ٠ ⟸ ش = ر٢ ... (١)

، ج م = ٠

∴ ٨٠×س جتا٤٥ + ٣٠×٢ جتا٤٥ − ر٢ ×٤ جا٤٥ = ٠

بالتعويض من (١) ∴ ش = ٢٠ س + ١٥

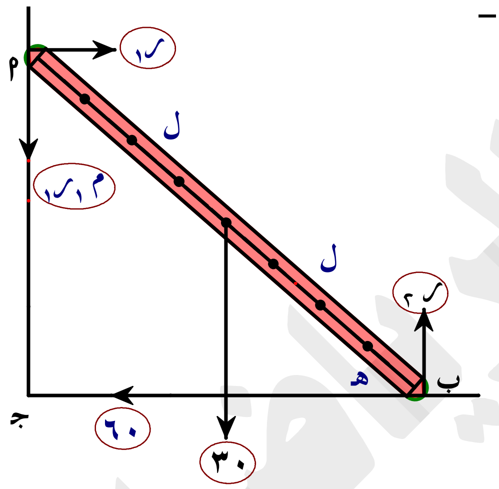
∵ ش دالة تزايدية فى س

∴ الشد فى الحبل يزداد كلما صعد الرجل

عندما ش = ٦٧

∴ ٦٧ = ٢٠ س + ١٥

∴ أكبر مسافة يمكن أن يصعجها الرجل هى ٢.٦ متراً.



(١٩) الساق على وشك الحركة نحو الحائط : الإحتكاك نهائى ، متزن

∴ س = ٠ ⟸ ر١ + م٢ ر٢ = و

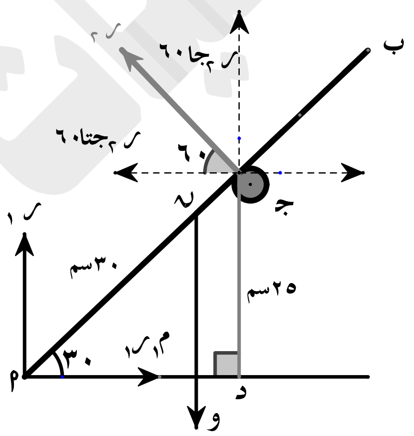
∴ ر١ + ⅓ ر٢ = ٦٠ ...(١)

، ص = ٠ ⟸ ر٢ = ٤٠ + ½ ر١ ... (٢)

من (١) ، (٢) ⟸ ر١ = ٤٠ نيوتن ، ر٢ = ٦٠ نيوتن

، ج ب = ٠ ⟸ ٤٠×ل جتاهـ + ٢٠×٢ل جتاهـ − ٤٠×٢ل جاهـ = ٠

∴ ٤٠ل جتاهـ + ٤٠ل جتاهـ − ٨٠ ل جاهـ = ٠ ⟸ هـ = ٤٥°



(٢٠) فى △ م ج د : ∵ ق(ج مˆ د) = ٣٠° ، ق(دˆ) = ٩٠° ، ج د = ٢٥سم

∴ م ج = ٥٠ سم ، م د = ٢٥√٣ سم

∵ الساق متزنه

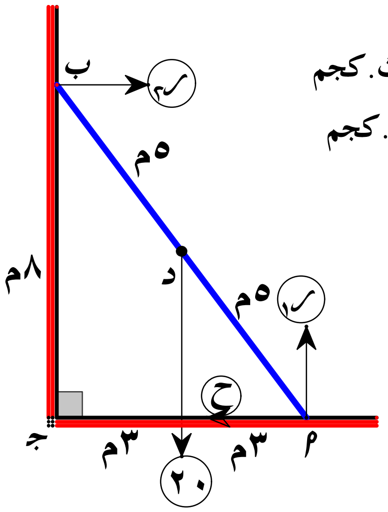
∴ مجموع العزوم حول م = صفر

∴ −٢٠×٣٠ جتا٣٠ + ر٢×٥٠ = صفر ⟸ ر٢ = ٦√٣ نيوتن

، ص = ٠ ⟸ ر٢ جتا٦٠ + ر١ = ٢٠

∴ ٦√٢ × جتا٦٠ + ر١ = ٢٠ ⟸ ر١ = ١١ نيوتن

، س = ٠ ⟸ م$_1$ ر$_1$ = م$_2$ ر$_2$ جتا ٦٠ ⟸ م$_1$×١١ = ٦$\sqrt{٣}$ × جتا ٦٠ ⟸ م$_1$ = $\frac{٣\sqrt{٣}}{١١}$



(٢١) نفرض أن السلم متزن و قوة الإحتكاك = ح

∴ ع$_1$ = ٠ ⟸ ٢٠×٣ − ر$_2$×٨ = ٠ ⟸ ر$_2$ = ٧.٥ ث.كجم

، س = ٠ ⟸ ح = ر$_2$ ⟸ ح = ٧.٥ ث.كجم

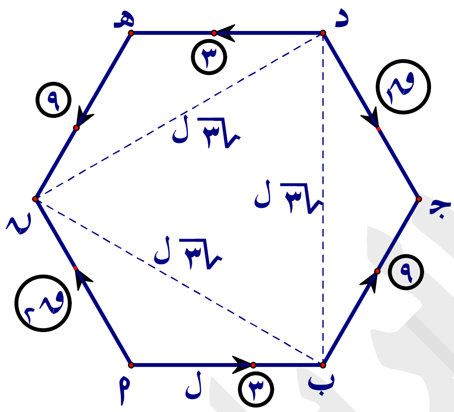
، ص = ٠ ⟸ ر$_1$ = ٢٠ ث.كجم

أى أنه إذا إتزن السلم فإن قوة الإحتكاك ستكون ٧.٥ ث.كجم

∵ قوة الإحتكاك النهائى = م × ر$_1$ = $\frac{١}{٤}$ × ٢٠ = ٥ ث.كجم

∵ قوة الأحتكاك اللازمة لكى يتزن السلم أكبر من قوة الإحتكاك النهائى

∴ السلم لا يمكن أن يتزن فى هذا الوضع.



(٢٢) ∵ القوتان ٩ ، ٩ تمثلان إزدواجاً ذراعه ب ق = $\sqrt{٣}$ ل

، القوتان ٣ ، ٣ تمثلان إزدواجاً ذراعه د ب = $\sqrt{٣}$ ل

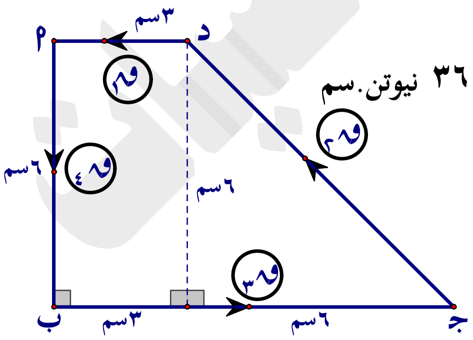
، المجموعة متزنة

∴ ق$_1$ ، ق$_2$ تمثلان إزدواجاً ذراعه د ق = $\sqrt{٣}$ ل أى أن ق$_1$ = ق$_2$ = ق

، مجموع عزوم الإزدواجات = صفر

∴ ٣×$\sqrt{٣}$ ل + ٩×$\sqrt{٣}$ ل − ق × $\sqrt{٣}$ ل = صفر

∴ ٣ + ٩ − ق = صفر ⟸ ق = ١٢ ث.جم



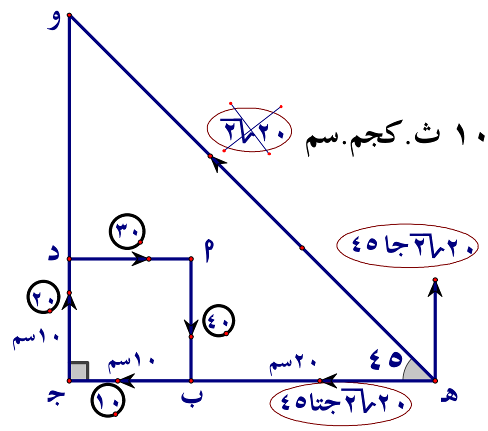
(٢٣) ∵ القوى $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ ، $\overleftarrow{ق_4}$ ممثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{دا}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{ا ب}$ على الترتيب و فى إتجاه دورى واحد.

∴ هذه المجموعة من القوى تمثل إزدواجاً القياس الجبرى لعزمه ع$_1$ = ٣٦٠ نيوتن.سم

∴ ٢× مساحة شبه المنحرف ا ب جـ د × $\frac{ق_1}{ا ب}$ = ٣٦٠

∴ ٢× $\frac{١}{٢}$ (٣+٩) ×٦ × $\frac{ق_1}{٣}$ = ٣٦٠ ⟸ ق$_1$ = ١٥ نيوتن

∴ $\frac{١٥}{٣} = \frac{ق_2}{٦\sqrt{٢}} = \frac{ق_3}{٩} = \frac{ق_4}{٦}$ ⟸ ق$_2$ = ٣٠$\sqrt{٢}$ ، ق$_3$ = ٤٥ ، ق$_4$ = ٣٠ نيوتن



(٢٤) بتحليل القوة ٢٠√٢ إلى مركبتين فى إتجاهى $\overleftarrow{\text{هـ جـ}}$ و العمودى عليه

نوجد مجموع عزوم القوى حول ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة

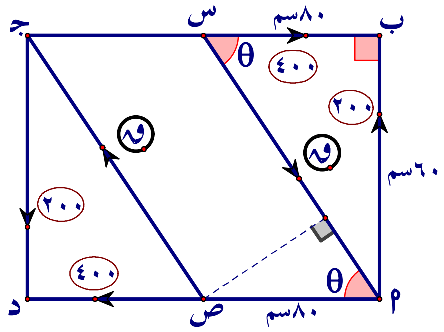
ع$_{و}$ = ٢٠√٢ × جا٤٥ × ٣٠ − ٤٠ × ١٠ − ١٠ × ١٠ − ٢٠√٢ × جتا٤٥ × ١٠ = −١٠٠ ث.كجم.سم

ع$_{ب}$ = ٢٠√٢ × جا٤٥ × ٢٠ − ٣٠ × ١٠ − ٢٠ × ١٠ = −١٠٠ ث.كجم.سم

ع$_{جـ}$ = ٢٠√٢ × جتا٤٥ × ٣٠ − ٤٠ × ١٠ − ٣٠ × ١٠ = −١٠٠ ث.كجم.سم

∵ ب ، جـ ، د ليست على إستقامة واحدة ، ع$_{ب}$ = ع$_{جـ}$ = ع$_{و}$ ≠ ٠

∴ مجموعة القوى تمثل إزدواجاً معيار عزمه = ١٠٠ ث.كجم.سم



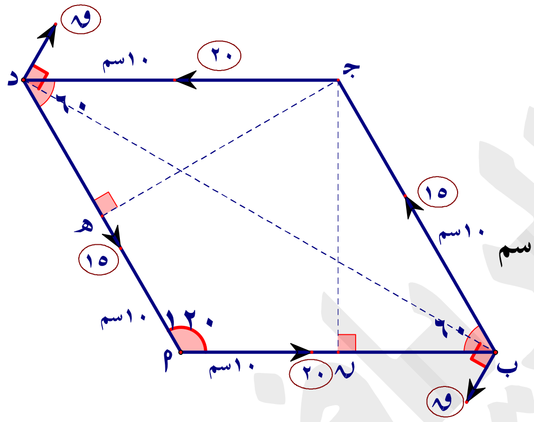
(٢٥) ∵ معيار عزم الازدواج = ٦٤٠٠ نيوتن.سم فى إتجاه أ د جـ ب

∴ القياس الجبرى لعزم الإزدواج = − ٦٤٠٠ نيوتن.سم

∴ ٢٠٠ × ١٦٠ − ٤٠٠ × ٦٠ − ق × ٨٠ جاθ = − ٦٤٠٠

∴ ٢٠٠ × ١٦٠ − ٤٠٠ × ٦٠ − ق × ٨٠ × $\frac{٣}{٥}$ = − ٦٤٠٠

∴ ق = ٣٠٠ نيوتن.



(٢٦) ∵ القوتان ٢٠ ، ٢٠ تمثلان إزدواجاً ذراعه جـ ن = ١٠ جا٦٠ = ٥√٣

، القوتان ١٥ ، ١٥ تمثلان إزدواجاً ذراعه جـ هـ = ١٠ جا٦٠ = ٥√٣

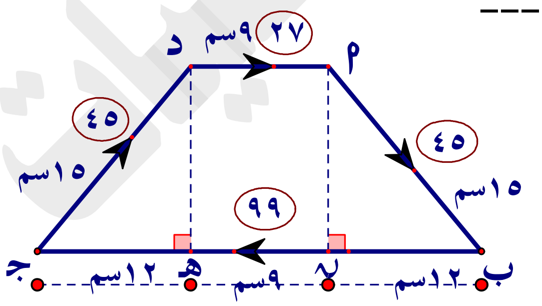
∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

القياس الجبرى لعزمه ع$_{١}$ = ٢٠ × ٥√٣ + ١٥ × ٥√٣ = ١٧٥√٣ ث.كجم.سم

لتكن القوتان المؤثرتان فى ب ، د عموديتان على $\overline{\text{ب د}}$ هما ق$_{١}$ ، ق$_{٢}$

حتى تتزن المجموعة يجب أن تكون ق$_{١}$ = ق$_{٢}$ = ق ، ع$_{١}$ + ع$_{٢}$ = ٠

∴ ١٧٥√٣ − ق × ١٠√٣ = ٠ ⟸ ق = ١٧.٥ ث.كجم



(٢٧) ∵ القوى تؤثر فى أضلاع شبه المنحرف فى إتجاه دورى واحد

، $\frac{٤٥}{١٥} = \frac{٩٩}{٣٣} = \frac{٤٥}{١٥} = \frac{٢٧}{٩} = ٣$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

عزمه = ٢ × مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د × ٣

∴ عزم الإزدواج = ٢ × $\frac{(\text{أد} + \text{بجـ})}{٢}$ × أ ن × ٣

∴ عزم الإزدواج = ٢ × $\frac{(٩ + ٣٣)}{٢}$ × ٩ × ٣ = ١١٣٤ ث.كجم. سم

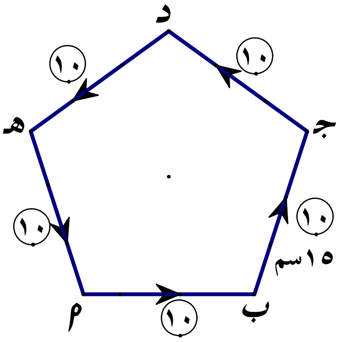
" من Δ أ ب ن : أ ن = $\sqrt{١٥^{٢} - ١٢^{٢}}$ = ٩ سم "

(٢٨) ∵ القوى تؤثر فى أضلاع المضلع فى إتجاه دورى واحد

، $\frac{\text{١٠}}{\text{أب}} = \frac{\text{١٠}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{١٠}}{\text{جـد}} = \frac{\text{١٠}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{١٠}}{\text{هـ أ}} = \frac{\text{١٠}}{\text{١٥}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

عزمه = ٢ × مساحة المضلع × $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$



∵ مساحة المضلع المنتظم الذى طول ضلعه " س " و عدد أضلاعه " ن " = $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ ن × س$^{\text{٢}}$ × ظتا $\frac{\text{١٨٠}}{\text{ن}}$

∴ عزم الإزدواج = ٢ × $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ × ٥ × (١٥)$^{\text{٢}}$ × ظتا $\frac{\text{١٨٠}}{\text{٥}}$ × $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ = ٥١٦,١٤ ث.كجم. سم

---

(٢٩) ∵ أب = ب جـ = ٦سم ، ق(أ$\widehat{\text{ب}}$ جـ) = ١٢٠°

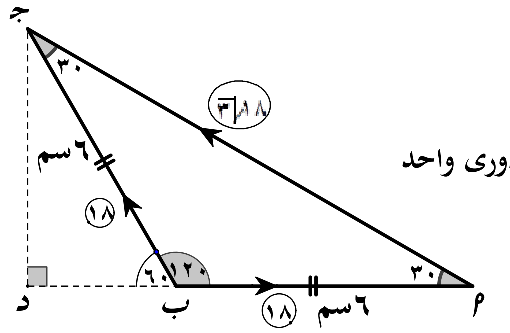
∴ أ جـ = ٦√٣ سم

∵ القوى ١٨ ، ١٨ ، ١٨√٣ نيوتن تؤثر فى أضلاع △ أب جـ فى إتجاه دورى واحد

، $\frac{\text{١٨}}{\text{٦}} = \frac{\text{١٨}}{\text{٦}} = \frac{\text{١٨}}{\text{١٨}\sqrt{\text{٣}}} = \text{٣}$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

عزمه = ٢ × مساحة △ × ٣



∴ عزم الإزدواج ع$_{\text{١}}$ = ٢ × $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ٦ × ٦ × جا ٦٠ × ٣ = ٥٤√٣ ث.كجم.سم

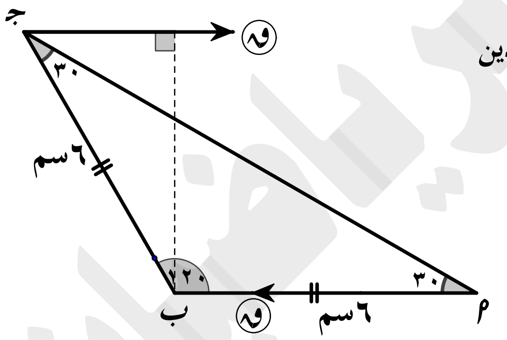
نفرض أن القوتان هما ق$_{\text{١}}$ ، ق$_{\text{٢}}$ حيث ق$_{\text{١}}$ = ق$_{\text{٢}}$ = ق ، فى إتجاهين متضادين

و يعملان عكس إتجاه الإزدواج ع$_{\text{١}}$ " إتزان إزدواجين"

∵ ع$_{\text{١}}$ + ع$_{\text{٢}}$ = ٠

∴ ٥٤√٣ − ق × ٦جا ٦٠ = ٠ ⟸ ق = ١٨

∴ القوتان ١٨ ، ١٨ و تعملان فى إتجاه $\overleftarrow{\text{أب}}$



---

(٣٠) فى الحالة الأولى

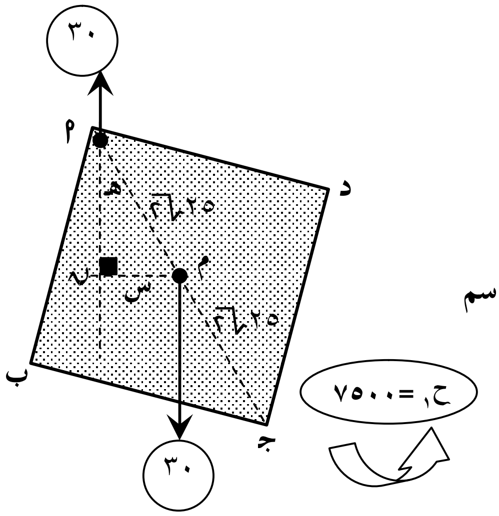
∵الصفيحة متزنة تحت تأثير قوتين فقط هما الوزن و رد فعل المسمار

∴ رد الفعل = الوزن و عكسه فى الإتجاه

∴ رد الفعل = ٣٠٠ ث.جم رآسياً لأعلى.

فى الحالة الثانية " بعد تأثير الإزدواج على الصفيحة "

∵ الصفيحة متزنة تحت تأثير إزدواج ح$_{\text{١}}$ = ٧٥٠٠ ، قوتان هما الوزن و رد الفعل



، الإزدواج لا يتزن إلا مع إزدواج آخر

∴ رد الفعل ر = ٣٠٠ و يؤثر رآسيا لأعلى.

∴ رد فعل المسمار لا يتغير.

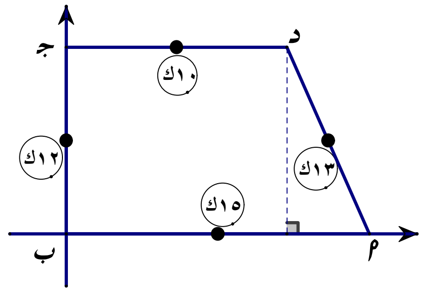
، ح١ + ح٢ = ٠ ⟸ ٧٥٠٠ − ٣٠٠ س = ٠ ⟸ س = ٢٥ سم

فى △ ٩ م ن القائم فى ن̂ جا هـ = $\frac{٢٥}{٢٥\sqrt{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

∴ هـ = ٤٥° أو هـ = ١٨٠° − ٤٥° = ١٣٥°

----

(٣١) ∵ السلك منتظم الكثافة



∴ النسبة بين الكتل كالنسبة بين الأطوال.

∴ كتلة $\overline{٩ب}$: كتلة $\overline{ب ج}$: كتلة $\overline{ج د}$: كتلة $\overline{د ٩}$ = ١٥ : ١٢ : ١٠ : ١٣

لتكن كتلة $\overline{٩ب}$ = ١٥ك ، كتلة $\overline{ج د}$ = ١٢ك ، كتلة $\overline{ج د}$ = ١٠ك

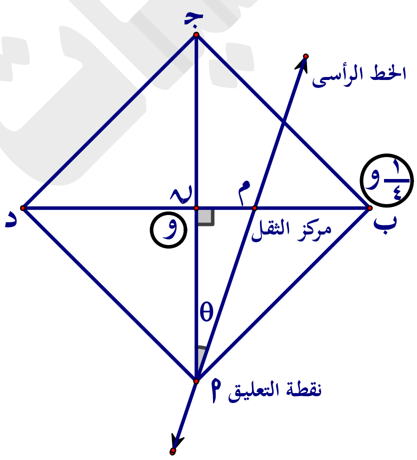
، كتلة $\overline{د ٩}$ = ١٣ك ، مركز ثقل كل منها هو منتصفها.

النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
منتصف $\overline{٩ب}$	١٥ك	٧.٥	٠	١١٢.٥ك	٠
منتصف $\overline{ب ج}$	١٢ك	٠	٦	٠	٧٢ك
منتصف $\overline{ج د}$	١٠ك	٥	١٢	٥٠ك	٥٠ك
منتصف $\overline{٩ د}$	١٣ك	١٢.٥	٦	١٦٢.٥ك	٧٨ك
المجموع	مجـ ك = ٥٠ك			مجـ ك س = ٣٢٥ ك	مجـ ك ص = ٢٧٠ ك

∵ س م = $\frac{\text{مجـ ك س}}{\text{مجـ ك}}$ ، ص م = $\frac{\text{مجـ ك ص}}{\text{مجـ ك}}$ ⟸ س م = $\frac{\text{٣٢٥ ك}}{\text{٥٠ ك}}$ = $\frac{١٣}{٢}$ ، ص م = $\frac{\text{٢٧٠ ك}}{\text{٥٠ ك}}$ = $\frac{٢٧}{٥}$

----

(٣٢) ∵ الصفيحة منتظمة



∴ مركز ثقلها يؤثر فى ن نقطة تلاقى القطرين

∵ مركز ثقل الكتلتين "و" ، "$\frac{١}{٤}$ و" تقسم $\overline{ن ب}$ بنسبة $\frac{١}{٤}$ و : و

∴ مركز ثقل المجموعة هو نقطة "م" حيث ن م : م ب = $\frac{١}{٤}$: ١ = ١ : ٤

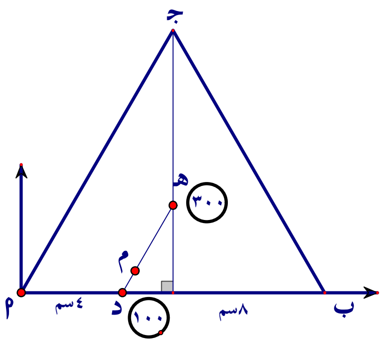
∴ ن م : ن ب = ١ : ٥ ، ∵ ن ب = م ٩

∴ ظل زاوية ميل القطر $\overline{٩ ج}$ على الرأسى فى وضع الاتزان يساوى $\frac{١}{٥}$

----

(٣٣) بإعتبار نقطة أ نقطة الأصل ، $\overrightarrow{أب}$ محور السينات فى نظام إحداثى متعامد

النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
د	١٠٠	٤	٠	٤٠٠	٠
هـ	٣٠٠	٦	$٢\sqrt{٣}$	١٨٠٠	$٦٠٠\sqrt{٣}$
المجموع	مجـك = ٤٠٠			مجـك س = ٢٢٠٠	مجـك ص = $٦٠٠\sqrt{٣}$



∴ $س_م = \frac{٢٢٠٠}{٤٠٠} = \frac{١١}{٢}$ ، $ص_م = \frac{٦٠٠\sqrt{٣}}{٤٠٠} = \frac{٣}{٢}\sqrt{٣}$

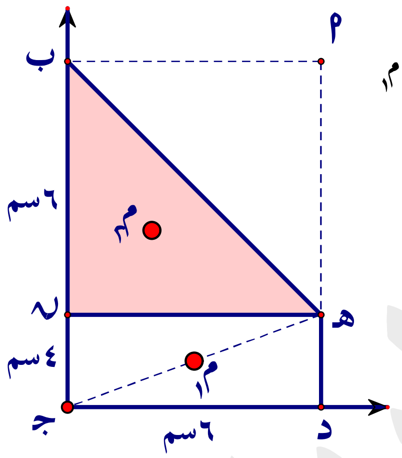
∴ بعد مركز الثقل عن أ = $\sqrt{س_م^٢ + ص_م^٢}$ = $\sqrt{٣٧}$ سم

---

(٣٤) إعتبار نقطة أ نقطة الأصل ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ محورى الإحداثيات فى نظام إحداثى متعامد

∵ مساحة □ أ هـ ن ب : مساحة □ جـ د هـ ن = ٣٦ : ٢٤ = ٣ : ٢

∴ نفرض أن كتلة △ ب هـ ن = ٣ك عند $م_٢$ ، مساحة □ جـ د هـ ن = ٢ك عند $م_١$



الشكل	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
△	٣ك	٢	٦	٦ك	١٨ك
□	٢ك	٣	٢	٦ك	٤ك
المجموع	مجـك = ٥ك			مجـك س = ١٢ك	مجـك ص = ٢٢ك

∴ $س_م = \frac{١٢ك}{٥ك} = ٢,٤$ ، $ص_م = \frac{٢٢ك}{٥ك} = ٤,٤$

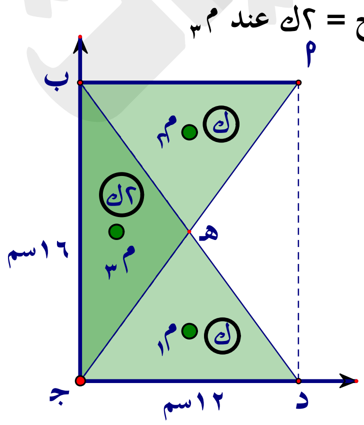
∴ بعدا مركز الثقل عن $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ على الترتيب هما ٢.٤ سم ، ٤.٤ سم

---

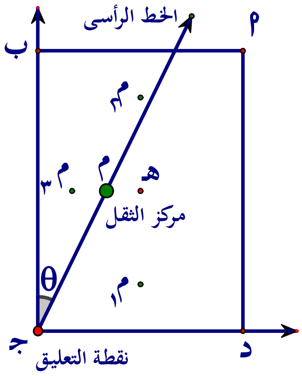
(٣٥) بإعتبار نقطة جـ نقطة الأصل ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ محورى الإحداثيات فى نظام إحداثى متعامد

∵ مساحة △ أ هـ ب = مساحة △ جـ د هـ = مساحة △ ب هـ جـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة المستطيل = ٤٨ سم^٢

نفرض أن كتلة △ أ هـ ب = ك عند $م_٢$ ، كتلة △ جـ د هـ = ك عند $م_١$ ، كتلة △ ب جـ هـ المزدوج = ٢ك عند $م_٣$



النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
$م_١$	ك	٦	$\frac{٨}{٣}$	٦ك	$\frac{٨}{٣}$ك
$م_٢$	ك	٦	$\frac{٤٠}{٣}$	٦ك	$\frac{٤٠}{٣}$ك
$م_٣$	٢ك	٢	٨	٤ك	١٦ك
المجموع	مجـك = ٤ك			مجـك س = ١٦ك	مجـك ص = ٣٢ك

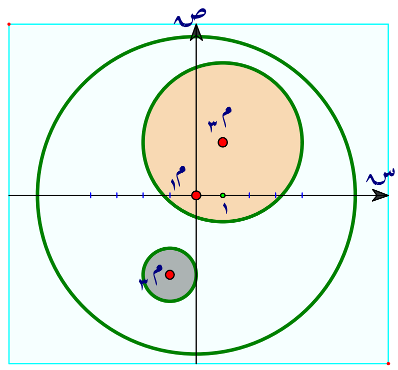


$\therefore$ س$_م$ = $\frac{١٦ ك}{٤ ك}$ = ٤ ، ص$_م$ = $\frac{٣٢ ك}{٤ ك}$ = ٨

$\therefore$ بعدا مركز الثقل عن $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ على الترتيب هما ٤ سم ، ٨ سم

عند التعليق من نقطة جـ الخط الرأسى هو $\overleftrightarrow{جـ م}$ و لتكن θ قياس زاوية ميل $\overline{جـ ب}$ على الرأسى

$\therefore$ ظا θ = $\frac{س_م}{ص_م}$ = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$



(٣٦) لتكن م$_١$ (٠ ، ٠) ، م$_٢$(–١ ، –٣) ، م$_٣$(١ ، ٢)

كتلة م$_١$: كتلة م$_٢$: كتلة م$_٣$ = π×٦^٢ : π×١^٢ : π×٣^٢ = ٣٦ : ١ : ٩

النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
م$_١$	٣٦ك	٠	٠	٠	٠
م$_٢$	– ك	–١	–٣	ك	٣ك
م$_٣$	–٩ك	١	٢	–٩ك	–١٨ك
المجموع	مجـ ك= ٢٦ ك			مجـ ك س = –٨ ك	مجـ ك ص = –١٥ ك

$\therefore$ س$_م$ = $\frac{-٨ ك}{٢٦ ك}$ = $\frac{-٤}{١٣}$ ، ص$_م$ = $\frac{-١٥ ك}{٢٦ ك}$ = $\frac{-١٥}{٢٦}$ $\Leftarrow$ م$\left(\frac{-٤}{١٣} ، \frac{-١٥}{٢٦}\right)$
