

الديناميكا الحرارية

Jaan Kalda

ترجمت للعربية بواسطة: فيصل ف. ع. السلوم، الوليد ا. ي. الضرغام

1 مقدمة

هذه المذكرة تتبع تركيب دليل الدراسة "الميكانيكا". بعض المفاهيم الديناميكية الحرارية معقدة بشكل متواصل؛ وحاليا، فهم كل تفاصيل التعقيد ليس ضروريا لحل مسائل الأولمبياد بشكل ناجح. وبسبب هذا، المادة هنا مقسمة إلى تصنيفين: (أ) مواضيع أساسية، التي تعلمها يكفي لحل غالبية مسائل الأولمبياد، و (ب) مادة متقدمة، والهدف منها تعميق الفهم لأصول الديناميكا الحرارية وتم التعرض لها بشكل بسيط أو نقلت للملحقات. الديناميكا الحرارية تختلف عن بقية فروع الفيزياء في أن قوانينها إحصائية وبالتالي، ليست دقيقة بشكل مطلق: تلك القوانين صالحة بدقة معينة واحتمالية معينة. للأنظمة الفوق مجهرية، هذه القوانين تنبني على أخذ المتوسط لكثير من الذرات والجزيئات؛ ونسبة إلى هذا، التقلبات الإحصائية النسبية للكميات المتوسطة صغيرة جدا، إذن دقة القوانين الإحصائية عالية جدا.

هذا الادعاء يمكن طرحه رياضيا كذلك. الإحصاء يعلمنا أنه إذا حصل على قيمة كمية عشوائية ما N مرات، فإن الانحراف المعياري لمتوسطها (المتوسط لكل القياسات الـ N) أصغر \sqrt{N} مرة من الانحراف المعياري لقياس واحد. على سبيل المثال، جذر متوسط المربعات (rms) لسرعات الجزيئات الـ N (\bar{v}) له انحراف معياري $\delta\bar{v}$ الذي هو أقل \sqrt{N} مرة من الانحراف المعياري لجزيء واحد، δv . هذا الأخير له نفس رتبة مقدار سرعة rms نفسها، $\bar{v} \sim \delta v$. بالتالي، مقدار التقلبات النسبية لسرعة rms لـ N جزيئات يمكن تقريبه كـ $1/\sqrt{N} \sim \delta\bar{v}/\bar{v}$. حتى نأخذ فكرة عن قيم رقمية نموذجية، لنعتبر غازا داخل حجم سنتيمتر مكعب واحد. تحت الظروف الطبيعية، مول واحد سيأخذ حجم 22.4 لتر، وسنتيمتر مكعب واحد يحتوي على $3 \times 10^{19} \approx \frac{1}{22400} \times 6 \times 10^{23} \approx N$ جزيء، بالتالي فإن التقلبات الإحصائية النسبية للكميات الديناميكية الحرارية ستكون برتبة مقدار $5 \times 10^{-9} \approx 1/\sqrt{N}$ ، أي مهملة جدا.

داخل إطار فيزياء المدرسة ولمعظم مسائل الأولمبياد، تظل الطبيعة الإحصائية للديناميكا الحرارية غير ملحوظة، لأن معادلات الديناميكا الحرارية والحركة الجزيئية يمكن تطبيقها بشكل مماثل تماما للمعادلات الفيزيائية الأخرى.

2 الحرارة ودرجة الحرارة

تعريف 1: الحرارة هي طاقة الحركة الحرارية للنظام.

لاحظ أن مصطلح "حركة حرارية" يعني الحركة العشوائية للجسيمات المجهرية التي تصنع الأجسام (مثل الذرات والجزيئات). هذه الجسيمات صغيرة جدا وتتحرك بسرعة عالية حيث أنه عادة، الحركة الحرارية لا يمكن رؤيتها مباشرة. بما أن الطاقة الكاملة لأي نظام مغلق محفوظة، فإن الاستنتاج المفيد جدا التالي يمكن الإتيان به مباشرة من هذا التعريف (صيغت هنا كـ "حقيقة").

حقيقة 1: الطاقة الكاملة (الحرارية+الميكانيكية+إلخ) لنظام مغلق محفوظة:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

حيث ΔU هو التغير في الطاقة الداخلية (الحرارية)، ΔQ هو مقدار الحرارة المعطاة للنظام، و

$$\Delta W = p\Delta V$$

هو الشغل الميكانيكي المبذول بواسطة النظام حين تمدده؛ p ترمز لضغط النظام عند الحدود الخارجية، ΔV يرمز لتغير حجم النظام.

هذه المعادلة (قانون حفظ الطاقة الديناميكي الحراري) يشار إليها بـ **القانون الأول في الديناميكا الحرارية (1LTD)**. كل الحدود الثلاثة لها إشارة: إذا تخطى النظام عن بعض الحرارة فإن $\Delta Q < 0$ ؛ إذا تقلص الحجم فإن الشغل المبذول بواسطة النظام سالب، $\Delta W < 0$ (بدلا من W نستطيع أن نستخدم الشغل المبذول بواسطة القوى الخارجية ΔW_e وفي هذه الحالة $\Delta W_e = -\Delta W$).

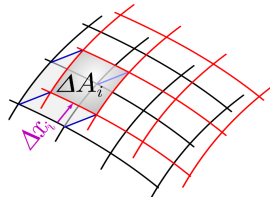
تعبير الشغل هنا يفترض أن التغير النسبي في خواص النظام صغير، فإذن يمكننا اعتبار الضغط p ثابت؛ بالتالي سيكون من الأكثر صحة تعويض الرمز Δ (الذي يرمز عادة لتغير نهائي) بالتفاضل، فنكتب

$$W = \int p dV$$

هذه المعادلة تبين أن الشغل يمكن إيجاده كالمساحة تحت منحنى $p(V)$ ويمكن اشتقاقه كالتالي. لنعتبر مساحة سطح صغيرة ΔA_i عند السطح البيئي بين النظام المدروس وبقية الفضاء، ولنرمز لمركبة إزاحتها العمودية على ΔA_i بـ Δx_i ؛ يمكننا اعتبار فاصل زمني صغير جدا بحيث أن الإزاحة Δx_i تبقى صغيرة بما فيه الكفاية. قوة الضغط المؤثرة على عنصر السطح $\Delta F_i = p\Delta A_i$ ، وشغلها هو $\Delta W_i = p\Delta V_i = \Delta F_i \Delta x_i$ ، حيث $\Delta V_i = \Delta A_i \Delta x_i$ هو الزيادة في حجم النظام تحت مساحة العنصر ΔA_i . من أجل إيجاد كل الشغل، سيتوجب علينا أخذ المجموع لكل السطح البيئي،

$$\Delta W = \sum_i p \Delta V_i = p \sum_i \Delta V_i = p \Delta V$$

لقطعة لانتهائية الصغر dV ، سيكتب الشغل كـ $dW = p dV$ ويمكن أخذ التكامل لكامل العملية للحصول على $W = \int p dV$.



من أجل أن نكون قادرين على حل المسائل، نحتاج كذلك مفهوم درجة الحرارة، والذي هو واضح فطريا للجميع، لكن تعريفها الدقيق

بالغ التعقيد. الترمومترات (اللارقمية) تقيس درجة الحرارة باستخدام التمدد الحراري للسوائل: السوائل الساخنة تأخذ مكانا أكبر من تلك الباردة. على كل حال، هذا لا يمكن استخدامه كتعريف جيد لدرجة الحرارة: السوائل المختلفة تتمدد بمعدلات مختلفة، وما هو أهم، هذه الطريقة ستعمل فقط عند درجات الحرارة المعتدلة (عند درجات حرارة عالية، كل المادة ستكون في الحالة البلازمية، وعند درجات الحرارة القريبة للصفر المطلق، المواد القليلة التي تبقى في الحالة السائلة ستدخل في تحولات للطور).

نحن نعلم أنه إذا كانت درجة الحرارة في الخارج منخفضة، سنشعر بالبرد: أجسامنا تتخلى عن بعض الحرارة، وطبقا للتعريف 1، فإن الطاقة الحركية لجزيئات جسمنا ستقل. بشكل معاكس، إذا كانت درجة الحرارة مرتفعة، سنشعر بالحر، جسمنا لا يستطيع أن يطرد كمية حرارة كالتى تنتج بواسطة العمليات الفيسيولوجية، والطاقة الحركية لجزيئات جسمنا ستبدأ بالارتفاع. بالتالي يمكننا البدء بتعريف نوعي لدرجة الحرارة:

تعريف 2: درجة الحرارة هي كمية تصف اتجاه تبادل الحرارة بين جسمين وصلا لاتزان حراري: عندما يوضعان في تلامس، الحرارة تتدفق من الجسم ذي درجة الحرارة الأعلى إلى الجسم ذي درجة الحرارة الأقل (درجات حرارة متساوية تعني تدفق حراري صفري).

هذا التعريف مستقر (لا يناقض نفسه) فقط إذا كان لدينا الخاصية الآتية. اعتبر مجموعة اعتباطية من ثلاثة أجسام A, B, C ؛ افترض أنه عندما نجلب A و B في تلامس، تتدفق الحرارة من A إلى B ، وعندما نجلب B و C في تلامس، تتدفق الحرارة من B إلى C . حينها يمكننا أن نكون متأكدين أنه عندما نجلب A و C في تلامس فإن الحرارة ستندفق من A إلى C . المشاهدات المخبرية تؤكد هذه الخاصية (إذن يمكننا استخدام تعريف 2)، وتؤكد كذلك خاصية أخرى أكثر عموما تعرف بالقانون الثاني في الديناميكا الحرارية (2LTD).

حقيقة 2: أيا كانت الخدع المستخدمة (محركات حرارية، شياطين ماكسويل، إلخ)، إذا لم يكن هنالك شغل خارجي مبذول، فإن الحرارة تتدفق فقط من جسم ذو درجة حرارة أعلى إلى جسم ذو درجة حرارة أقل (أي أن اتجاه تدفق الحرارة لا يمكن عكسه مقارنة بما تم مشاهدته في حالة التلامس المباشر للجسمين).

ضمن حدود النظرية الكلاسيكية للديناميكا الحرارية، 2LTD تعتبر مسلمة تتبع من البيانات التجريبية؛ ضمن حدود الديناميكا الحرارية الإحصائية، طرق الإحصاء تستخدم لإظهار أنه للعمليات المتضمنة أجساما فوق مجهرية (أي مصنوعة من عدد كبير من الجزيئات)، فإن النتائج التي تنتجها 2LTD سيكون لها احتمالات مهمة (البرهان معقد رياضيا ولن يتم إدراجه هنا).

لاحظ أن الطاقتين الحراريتين لجسمين لهما درجة حرارة متساوية ليستا بالضرورة متساويتين؛ على الرغم من هذا، لجسم مثبت، طاقته الحرارية هي دالة متزايدة رتيبة في درجة حرارته.

الآن لدينا تعريف نوعي لدرجة الحرارة، لكن ما زلنا نفتقد تعريفا كميا. لكثير من المسائل تكفي معرفة وفهم التعريف المبسط

والكلاسيكي:

تعريف 3: درجة الحرارة هي قياس للجسم عند (شبه) الاتزان الحراري: إذا أتينا بجسمين لهما درجات حرارة مختلفة ليتلامسا، فإن الحرارة ستندفق من الجسم الأعلى في درجة الحرارة إلى الأقل في درجة الحرارة. لجسم معطى، درجة الحرارة دالة متزايدة رتيبة في طاقتها الحرارية الداخلية. مقياس كلفن لدرجات الحرارة يعرف بحيث أن الطاقة الحرارية الصفرية ترتبط بـ $T = 0K$ ، الثلج ينصهر عند الضغط الجوي عند $273.15K$ والماء يغلي عند $373.15K$.

هذا التعريف غير كافٍ بوضوح لتصميم ترمومترات مناسبة لدرجات حرارة منخفضة جدا. بعيدا عن هذا التعريف، يوجد كذلك تعريف كلفن الذي سيتم مناقشته في قسم 4. أفضل وأعم تعريف مبني على النظرة الإحصائية للديناميكا الحرارية (في هذه الحالة 2LTD تم اشتقاقها من قوانين الإحصاء)؛ لنقم باعتبار هذا بتفاصيل أكثر. ميكانيكا الكم تخبرنا أن جسما (مجموعة من الجسيمات المربوطة بواسطة قوى داخل منطقة نهائية من الفضاء) يوصف عن طريق المجموعة المحدودة لحالاته المستقرة—الحالات التي تكون فيها الطاقة الكاملة تمتلك قيمة معرفة جيدا. للديناميكا الحرارية الإحصائية يتوجب علينا اعتبار جسمين، واحد صغير (أو بحجم اعتيادي) وواحد ضخم، الذي نفترض ملامسته حراريا للصغير، أي أن الجسمين يستطيعان تبادل الطاقة. على سبيل المثال، الجسم الصغير يمكن أن يكون ذرة وحيدة من غاز أحادي الذرة، وبقية الغاز هو الخزان الحراري. يشار إلى الجسم الكبير بطريق الحرارة ونحتاجه لتأكيد من أنه عندما يحصل الجسم الصغير على طاقة حرارية أو يفقدها بسبب تقلبات عشوائية، فإن درجة الحرارة ستبقى ثابتة. بالتالي، يجب أن يكون كبيرا جدا (له سعة حرارية أعلى بكثير) عن الجسم الذي نحلله. لنرمز لمستويات الطاقة للجسم بـ E_i (على سبيل المثال، لذرة حرة وحيدة، $E_i = p_i^2/2m$ ، حيث p_i هو زخم الذرة في الحالة i).

حقيقة 3: باستخدام الإحصاء الرياضي يمكن إثبات (أنظر إلى ملحق 1) أن احتمالات كون الجسم في الحالة i أو j تحقق قانون بولتزمان:

$$\frac{p_i}{p_j} = e^{-\beta(E_i - E_j)}$$

الثابت β يعتمد على (ويصف) حالة الخزان الحراري، أي على درجة الحرارة؛ من السهل رؤية أنه لقيم أصغر لـ β ترتبط بمتوسط طاقات أعلى للجسم. بالتالي، درجة حرارة الخزان الحراري يمكن تعريفها كـ

$$\tilde{T} = \frac{1}{k\beta} = \frac{E_i - E_j}{k \ln(p_j/p_i)}$$

حيث k هو ثابت يمكن اختياره بحرية، لكن تم أخذه ليكون $k_B = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ لضمان التوافق مع تعريف 3.

كملخص، قانون بولتزمان

$$p \propto e^{-E/k_B T}$$

يخدم كتعريف لدرجة الحرارة مقاسة على مقياس كلفن لدرجات الحرارة؛ هنا \propto ترمز للتناسب و E هي طاقة النظام. الاختلاف الوحيد بينه وبين مقياس كلفن أنه مع تعريف درجة الحرارة الإحصائي، يستطيع المرء أن يمتلك درجات حرارة سالبة—بافتراض أن الجسم وخزان الحرارة لهما عدد نهائي من الحالات الميكانيكية الكمية، وأن الطاقة الكاملة للخزان عالية جدا لدرجة أن حالات الطاقة العليا مفضلة أكثر من تلك المنخفضة.

تعريف 4: كل جسم يوصف بسعته الحرارية C التي تظهر كم مقدار الحرارة اللازمة لرفع درجة الحرارة درجة واحدة:

$$C = dQ/dT$$

لاحظ أن هذا التعريف، عندما يكتب لقطعة نهائية كـ $C = \Delta Q/\Delta T$ ، يفترض عدم وجود انتقالات طور (مثل الانصهار أو الغليان) داخل مدى درجات الحرارة المعبرة، لأن انتقالات الطور تحدث امتصاص أو إطلاقا إضافيين للحرارة.

تعريف 5: من أجل جلب مادة من طور ما إلى آخر (عادة من الطور الصلب إلى الطور السائل أو من الطور السائل إلى الطور الغازي)، فإن كمية محددة من الحرارة يجب إعطاؤها للمادة، بحيث تتناسب مع كتلة المادة $Q = \lambda m$. المعامل λ يشار إليه بالحرارة الكامنة (مثل الحرارة الكامنة للتبخير أو الحرارة الكامنة للانصهار).

عادة، عند مدى درجات حرارة عادية قرب درجة حرارة الغرفة، يمكن افتراض ثبات السعة الحرارية: في هذه الحالة، يمكننا كتابة $\Delta Q = C\Delta T$. في حالة مدى درجات حرارة أكبر، هذا لا يظل صالحا والتكامل مطلوب: $\Delta Q = \int C dT$.

حقيقة 4: عند درجات حرارة منخفضة، السعة الحرارية للمواد البلورية يتناسب مع القوة الثالثة لدرجة الحرارة، $C \propto T^3$.

إذا كان الجسم المسخن يتمدد، فإن الحرارة المعطاة تحول جزئيا إلى شغل ميكانيكي. بالتالي، فإن السعة الحرارية تعتمد على ماهية الظروف التي تم وضع الجسم فيها؛ كثيرا من الأحيان، السعة الحرارية عند حجم ثابت C_V والسعة الحرارية عند ضغط ثابت C_p يستخدمان.

حقيقة 5: إذا كان جسم يسخن عند حجم ثابت، فلا وجود لشغل التمديد، إذن طبقا لـ 1LTD، C_V يمكن استخدامها لإيجاد التغير في الطاقة الداخلية للحركة الحرارية للجزيئات: $dU = C_V(T')dT'$ و

$$U = \int_0^T C_V(T')dT'$$

هذا التكامل يستخدم حقيقة أن عند $T = 0$ ، لا يوجد حركة حرارية للجزيئات، بالتالي الطاقة الداخلية صفر. بشكل خاص، للمواد البلورية عند درجات حرارة منخفضة عندما $C = AT^3$ التكامل سيعطي $U = \frac{1}{4}AT^4$.

في حالة السوائل والبلورات، تغير الحجم صغير لذا فإن شغل التمديد مهمل و $C_p \approx C_V$ ؛ على كل حال، هذا غير صالح للغازات، ففي حالتها $C_p = C_V + R$ (هذا سيتم مناقشته لاحقا بتفاصيل أكثر).

س. 1 [IPhO-1997] قطعة معدنية معزولة حراريا تم تسخينها تحت الضغط الجوي بواسطة تيار كهربائي بحيث أنها تتلقى طاقة كهربائية بقدرة ثابتة P . هذا يقود إلى زيادة في درجة الحرارة المطلقة T للمعدن مع الزمن كما يلي:

$$T(t) = T_0[1 + a(t - t_0)]^{1/4}$$

بحيث T_0, t_0, a ثوابت. حدد السعة الحرارية $C_p(T)$ للمعدن (اعتمادها على درجة الحرارة في مدى درجات حرارة التجربة).

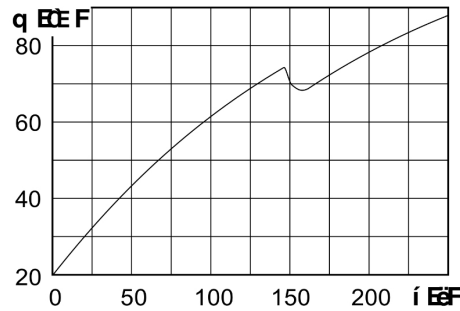
حل هذه المسألة مباشر: يكفي تطبيق تعريف 4 وعمل بعض الحسابات الرياضية لحذف t . ما زال يمكننا محاولة صياغة فكرة مناسبة كما يلي.

فكرة 1: درجة حرارة الجسم T ومحصلة قدرة التسخين P مرتبطان بالمساواة $P \equiv \frac{dQ}{dt} = C \frac{dT}{dt}$. بالتالي، مماس منحى $T(t)$ يتناسب مع محصلة القدرة ويتناسب عكسيا مع السعة الحرارية؛ العديد من المسائل يمكن حلها باستخدام هذه الملاحظة.

في حالة مسألة 1، هذه الفكرة ستستخدم جبريا. في تلك الحالات عندما يكون اعتماد $T(t)$ معطى في رسم بياني، ستخبرنا أنه ما دامت السعة الحرارية لجسم ما تقريبا ثابتة، فإننا نستطيع إيجاد كم مرة تغيرت محصلة قدرة التسخين بواسطة تحديد ميل المماس لنقطتين مختلفتين على رسم $T(t)$. لنوضح هذا في المسألة الآتية.

س. 2 [EstPhO-2004] يتم تسخين ماء في غلاية كهربائية. عند لحظة ما من الزمن، تم وضع قطعة ثلج عند درجة حرارة

$T_0 = 0^\circ C$ في الغلاية. الشكل يبين اعتماد درجة حرارة الماء على الزمن. ماهي كتلة الثلج إذا كانت قدرة التسخين للغلاية $P = 1kW$ الحرارة الكامنة لانصهار الثلج $L = 335kJ/kg$ ، الحرارة النوعية للماء $c = 4.2kJ/kg \cdot K$. درجة حرارة الغرفة هي $T_1 = 20^\circ C$ في حالة هذه المسألة، يمكننا أيضا صياغة حقيقة، وكذلك فكرة بسيطة.



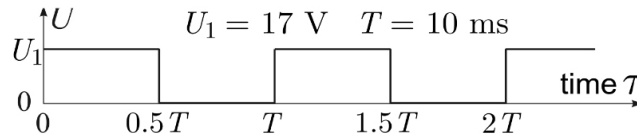
حقيقة 6: معدل التبادل الحراري (أي الفيض الحراري، المقاس بالواط) بين جسم والبيئة هو دالة في درجتى حرارة الجسم والبيئة T_2 و T_1 على التوالي؛ لفرق درجات حرارة صغيرة $\Delta T \equiv T_1 - T_2$ ، الفيض الحراري يتناسب مع ΔT ؛ هذا يشار إليه بقانون فورييه. لفرق درجات حرارة أكبر، الاعتماد يصبح لا خطيا، لأن (أ) الموصلية الحرارية للجسم قد تعتمد على درجة الحرارة، (ب) الفيض الحراري الناتج من الإشعاع الحراري ليس دالة خطية في T_2 و T_1 (على كل حال، يمكن استخدام التقريب الخطي لقيم صغيرة لـ ΔT)؛ (ج) فروق درجات الحرارة الكبيرة قد تسبب حمل حراري للهواء والموائع الذي سيدعم الفيض الحراري بطريقة غير خطية. انتبه أن الفيض الحراري يذهب إلى الصفر لـ $T_1 = T_2$!

فكرة 2: معدل التبادل الحراري لجسم مع البيئة هو دالة في درجات الحرارة؛ بالتالي، لتلك العمليات التي يظل فيها تغير درجة الحرارة صغيرا، يمكن افتراض أن معدل التبادل الحراري ثابت. بشكل خاص، إذا وصل جسم لاتزان حراري أثناء تسخينه بقدرة P_0 ، فإنه قد وصل لدرجة حرارة T_0 يكون فيها قدرة فقدان الحرارة (التبديد) مساويا بالضبط لـ P_0 : $P_{HL}(T_0) = P_0$ ؛ بالتالي، إذا أطفئ السخان فجأة، ستكون قدرة التبريد الابتدائية للجسم (بسبب الحرارة المفقودة إلى البيئة) هي P_0 .

رجوعا إلى مسألة 2، يسمح لنا الرسم البياني بتحديد كم من زمن التأخير τ في عملية التسخين تسببت به قطعة الثلج: هذا هو الزمن

المطلوب لصهر وتسخين الماء المصهور إلى درجة حرارة الماء الحالية. زمن تسخين الثلج τ سيسمح لنا بتحديد كتلة الثلج من LTD إذا كان صافي قدرة التسخين (P ناقصا الطاقة المهذرة للبيئة) معلوما. متوسط الطاقة الممتصة بواسطة الغلاية أثناء فترة انصهار الثلج وتسخين الثلج المصهور يمكن تحديده بواسطة الرسم البياني باستخدام الفكرتين 2 و 1. الحالة الخاصة التي تم ذكرها في نهاية الفكرة 2 ستوضح في المسألة القادمة.

س. 3: خيط مصباح هالوجين طوله $l = 5.0\text{cm}$ مصنوع من التنجستن. عند درجة حرارة عمل المصباح $T_0 = 3200^\circ\text{C}$ ، كثافة التنجستن $\rho = 18200\text{kg/m}^3$ ، الحرارة النوعية ($c = 235\text{J}/(\text{K} \cdot \text{kg})$)، والمقاومية ($\rho_e = 9.95 \times 10^{-7}\Omega \cdot \text{m}$). عندما يطبق فرق جهد ذو شكل موجي مستطيلي (كما هو موضح في الشكل) لنهائتي المصباح، فإن درجة حرارة الخيط ستصل للقيمة الرمزية T_0 (حتى نكون أدق، هذا هو متوسط درجة الحرارة، المناطق الداخلية للخيط أسخن قليلا). على كل حال، بسبب تذبذب فرق الجهد، فسيكون هنالك تذبذب صغير لدرجة حرارة الخيط؛ أوجد سعة هذه الترددات ΔT .



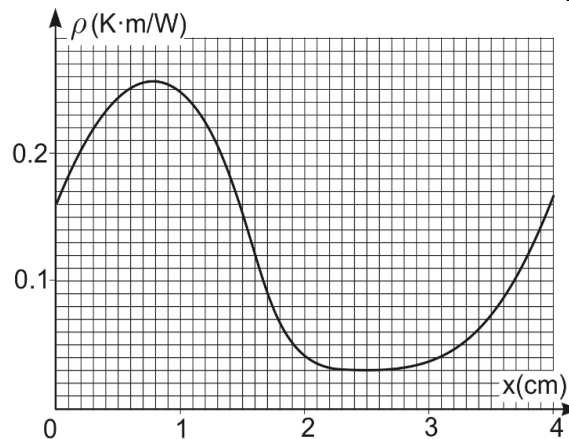
استخدام العلاقة الخطية المذكورة في حقيقة 6 سيتوضح في المسألة القادمة.

س. 4: يتم تسخين منزل صغير بواسطة سخان قدرته $P = 1\text{kW}$ بحيث تبقى درجة حرارة الداخل $t_1 = 19^\circ\text{C}$ ؛ درجة حرارة الخارج $t_0 = 0^\circ\text{C}$. دخل رجل إلى المنزل، فارتفعت درجة حرارة المنزل إلى أن وصلت قيمة جديدة $t_2 = 20^\circ\text{C}$. أوجد "قدرة التسخين" للرجل. مهمة اكتشاف أن قانون فورييه يمكن استخدامه هنا (لأن فرق درجة الحرارة أصغر بكثير من درجات الحرارة بالكلفن) سيترك لهؤلاء الذين سيحلون المسألة. كن متنبها أنه لبعض المسائل الغير مصاعغة جيدا، يفترض أن قانون فورييه صالح للاستخدام حتى وإن كان تطبيقه موضوع شك (مثلا لدرجات الحرارة $T_1 = 273\text{K}$ و $T_2 = 373\text{K}$).

فكرة 3: مسائل معدل التبادل الحراري متماثلة مع مسائل الدوائر الكهربائية. فهنا بعض الأزواج المتشابهة: درجات الحرارة ترتبط بفرق الجهد، الطاقة الحرارية مع الشحنة، التدفق الحراري مع التيارات، المقاومة الحرارية (معامل التناسب بين التدفق الحراري و ΔT)، أنظر إلى فكرة 6) مع مقاومة الكهربائية، السعة الحرارية مع السعة الكهربائية. كل من قانوني كيرشوف يظان صالحين لعمليات التبادل الحراري: مع أن شبيه قانون الجهد عديم الفائدة، فإن شبيه قانون التيار مفيد ويمكن الإشارة إليه باستمرار التدفقات الحرارية: إذا وصل نظام من الأجسام إلى درجات الحرارة الثابتة فإنه لأي جسم، سيكون مجموع التدفقات الحرارية الداخلة إليه صفرا.

س. 5: المقاومة الحرارية هي خاصية للمادة وتُعرف كمعامل التناسب بين تدرج درجة الحرارة $\frac{dT}{dx}$ وكثافة التدفق الحراري (هنا قد افترضنا أن التدفق الحراري موازي لمحور x). لاحظ أن وحدة كثافة التدفق الحراري هي W/m^2 ، بالتالي فإن وحدة المقاومة الحرارية هي $K \cdot m/W$ (أ) معالج له قدرة تبديد $P = 90\text{W}$ يتم تبريده باستخدام ماء متدفق؛ الاتصال الحراري بين المعالج والماء تم تكوينه بواسطة صفيحة نحاس سمكها $d = 5\text{mm}$ ومساحة سطحها $s = 100\text{mm}^2$. أوجد فرق درجة الحرارة بين المعالج والماء المتدفق. المقاومة الحرارية للنحاس $\rho = 2.6\text{mm} \cdot K/W$.

(ب) تمت صناعة سلك من سبائك مختلفة بحيث أن مقاومته الحرارية تعتمد على الإحداثي على طول السلك كما هو موضح في الشكل. مساحة المقطع العرضي للسلك هي $S = 1\text{mm}^2$ وطوله $l = 4\text{cm}$. أوجد التدفق الحراري خلال السلك إذا أُبقيت إحدى النهايات عند درجة حرارة $T_1 = 100^\circ\text{C}$ والأخرى عند $T_2 = 0^\circ\text{C}$.



النصف الثاني لهذه المسألة يستخدم في الحقيقة طريقة عامة

فكرة 4: حساب العديد من الكميات الفيزيائية يمكن اختزاله (وبعض الأحيان بطريقة غير واضحة) إلى حساب المساحات تحت المنحنى (أي إلى تكامل).

بشكل أكثر تحديدا، إذا كان لدينا نظام يوصف بواسطة معامل x (الذي يمكن أن يكون الزمن، الإحداثي، السرعة، إلخ) وكان لدينا كمية A يمكن التعبير عنها كـ $A = \sum_i F_i \Delta x$ ، حيث Δx هي فاصل صغير من المعامل x ، وكان المجموع مأخوذاً لكل الفواصل الصغيرة، و F_i كانت دالة

في x (لكن ليست دالة في A) حينها فإنه عند النهاية $0 \rightarrow \Delta x$ يمكننا كتابة $A = \int F(x) dx$ ، أي أن A هي المساحة تحت المنحنى البياني $F(x)$.

من أجل أن نوضح هذه الطريقة، لنقم باعتبار المسألة الميكانيكية التالية. لقارب ما في نهر، ستكون قوة الاحتكاك دالة في السرعة $F(v)$ ، مرسومة على شكل بياني (هذه الدالة تبدأ خطية عند سرعات صغيرة ثم يصبح شكلها قطعاً مكافئاً عند سرعات عالية). وسنلت عن إلى أي بعد سيذهب قارب له كتلة m وسرعة ابتدائية v بعد زمن طويل جداً. لنقم بتقسيم الإزاحة إلى أجزاء صغيرة Δs ، حيث $\Delta s = v \Delta t$. إذا كانت الدالة $v(t)$ معلومة، فإن المعادلة الأخيرة سنكتمل مهمتها. على كل حال، فإن القوة معطاة لنا كدالة في v ، بالتالي سنضطر أن نعوض Δv بـ Δt . القوة مرتبطة بشكل مباشر بالتسارع، $a(v) = \frac{dv}{dt} = F(v)/m$ ، الذي يعطينا تلميحاً أنه يتوجب علينا أن نجرب نعوض Δt بـ Δv مع تقديم التسارع:

$$\Delta t = \Delta v \frac{\Delta t}{\Delta v} = \frac{\Delta v}{\Delta v / \Delta t} = \frac{\Delta v}{a}$$

هذه النتيجة نخدمنا بشكل ممتاز:

$$s = \sum v \Delta t = \sum \frac{v}{a} \Delta v = \sum \frac{vm}{F(v)} \Delta v \rightarrow \int \frac{vm}{F(v)} dv$$

أي أن الإزاحة تساوي المساحة تحت منحنى $\frac{mv}{F(v)}$ كدالة في v .

المسألة القادمة تستخدم أيضاً استمرارية التدفق الحراري؛ على أي حال، إنها تطلب كذلك معرفة قانون الإشعاع الحراري لستيفن-بولتزمان.

حقيقة 7: للأجسام "الرمادية" (التي تمتص جزءاً ثابتاً من الضوء الساقط عليها، بشكل مستقل عن طولها الموجي)، كثافة التدفق للإشعاع الحراري (أي الطاقة المشعة لوحدة المساحات) $w = \epsilon \sigma T^4$ ، حيث T هي درجة حرارة الجسم، $\epsilon \in [0,1]$ هو معامل الامتصاص، و $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$ هو ثابت ستيفن-بولتزمان.

المعامل ϵ يظهر لنا ما هي نسبة امتصاص الضوء الساقط؛ لسطح أسود بشكل كامل $\epsilon = 1$ ؛ ولسطح أبيض بشكل كامل $\epsilon = 0$. هذه المعادلة تم اشتقاقها بافتراض أن الجسم المشع في اتزان حراري مع الموجات الكهرومغناطيسية في الفراغ القريب؛ يتطلب هذا معرفة بميكانيكا الكم وتطبيق توزع بولتزمان، مع بعض المهارات الرياضية.

س. 6 [IPhO-1992] لدينا قمر صناعي يمكننا تمثيله بكرة متجانسة قطرها $D = 1m$ ؛ يمكنك افتراض أن كل أجزاء القمر الصناعي لها نفس درجة الحرارة. يقوم هذا القمر الصناعي بالدوران حول الأرض (لكن ليس في ظلها). يمكن اعتبار الشمس كجسم أسود تام بدرجة حرارة سطح $T_{\odot} = 6000K$ ، نصف قطر الشمس $R_{\odot} = 6.96 \times 10^8 m$ ، نصف القطر المداري للأرض حول الشمس $L = 1.5 \times 10^{11} m$. أوجد درجة حرارة القمر الصناعي بافتراض أنه مطلي بصبغة رمادية تامة (معامل الامتصاص مستقل عن الطول الموجي للإشعاع الكهرومغناطيسي). يمكنك إهمال الإشعاع الحراري للأرض.

لهذه المسألة، سنستخدم الحقيقة الآتية (أولئك "الخائفون" من أخذ التكامل للسطح يمكنكم الاستمرار للقطعة التي تلي الحقيقة).

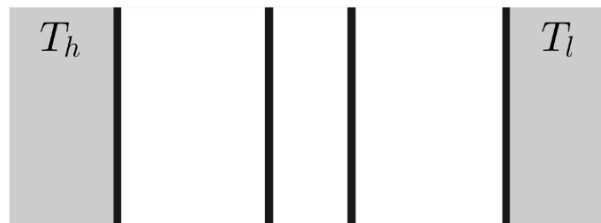
حقيقة 8: في الحالة المستقرة، نظرية جاوس صالحة للتدفقات الحرارية (هذا مماثل بشكل تام لنظرية جاوس للمجالين الكهربائي والمغناطيسي): $\oint \vec{w} \cdot d\vec{S} = P$ ، حيث أن التكامل مأخوذ لسطح مغلق، P هي القدرة الحرارية المطلقة داخل السطح، متجه كثافة التدفق الحراري \vec{w} مواز لاتجاه انتشار الطاقة الحرارية، المتجه $d\vec{S}$ مواز للعمودي على السطح، ويساوي مقداراً مساحة سطح عنصر مساحة لامتناهي الصغر. هذا بشكل جوهري مجرد صيغة رياضية لقانون استمرارية التدفق الحراري. في حالة الهندسة المتمثلة كروياً (مع مصدر حراري متمثل كروياً)، سنجد أن تكامل السطح يتبسط إلى ناتج ضرب كثافة التدفق الحراري مع مساحة سطح الكرة:

$$4\pi R^2 w = P$$

حيث $w = w(R)$ هي كثافة التدفق الحراري عند مسافة R من مركز المصدر الحراري.

المسألة القادمة تكمل موضوع استمرارية التدفق الحراري.

س. 7 [IPhO-1996] سطح ساخن أسود بالكامل تم إبقائه عند درجة حرارة ثابتة T_h . يوجد هناك سطح بارد أسود بالكامل موازٍ للأول، وتم إبقائه عند درجة حرارة ثابتة T_l ؛ ويوجد فراغ في الفضاء بين السطحين. من أجل إنقاص التدفق الحراري بين السطحين، سنستخدم حجاباً مصنوعاً من N صفيحة عازلة حرارياً، موازية وسوداء بشكل تام (في الشكل، $N = 2$). حجاب كهذا تم وضعه بين السطحين الساخن والبارد موازياً لهما. بأي معامل x سيقال التدفق الحراري عند الوصول إلى اتزان حراري؟ تأثيرات الجوانب المسببة بواسطة المقاس النهائي للصفائح يمكن إهمالها.



هذه المسألة ستقود إلى نظام من N معادلة خطية. بشكل عام، حل نظام كهذا ليس سهلاً؛ لكن لهذه المسألة بالتحديد، سيمكن حله بسهولة. وهذا ليس مفاجئاً، لأن الحسابات الرياضية الطويلة ليست متوافقة مع تصميم أولمبيادات الفيزياء؛ بهذا يمكننا صياغة اقتراح ملأتم—كفكرة "لا فيزيائية".

فكرة 5: كقاعدة، مسائل أولمبيادات الفيزياء لا تتطلب حسابات رياضية طويلة. إذا حصلت على نظام طويل أو صعب من المعادلات فغالبا سيكون أحد التالي صحيحا: (أ) لقد قمت باتباع طريقة حل غير مثلى (أي معقدة أكثر من اللازم)؛ (ب) الطريقة جيدة، لكن نظام المعادلات يبدو معقدا فقط، فمثلا يمكن اختزال معظم المجاهيل أنيا باستخدام تماثل المعادلات.

8. [EstOpen-2014] اعتبر مكعبا أسودا مصنوعا من مادة موصلة حرارية ممتازة. شعاع مواز من الضوء له شدة $I(W/m^2)$ يسقط على المكعب. درجة حرارة الاتزان ستعتمد على اتجاه المكعب؛ أوجد أدنى وأعظم قيم لـ T (أقصى T_{min} وأعلى T_{max} ، على التوالي). هذه المسألة مباشرة فيزيائيا، لكن حلا (دقيقا) كاملا سيتطلب مهارات رياضية في مجال حساب التفاضل والتكامل للمتجهات.

فكرة 6: في حالة مجال متجهي متجانس $\vec{F}_0 \equiv \vec{F}(x, y, z)$ ، فيضيه $\Phi = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ خلال سطح S (ربما منحنى) يمكن إيجاد حاصل ضرب قياسي لسطح فعال مسطح $\vec{S}_{eff} = \int_S d\vec{S}$ ، $\Phi = \vec{S}_{eff} \cdot \vec{F}_0$.

3 الغازات

في الفيزياء الإحصائية (الديناميكا الحرارية)، من السهل نسبيا (أي صعب، لكن ممكن في كثير من الحالات) أن نقوم بالحسابات إذا كان كل شيء منتظما جدا، على سبيل المثال في حالة الجوامد البلورية. ومن الأسهل القيام بالحسابات إذا كان كل شيء فوضويا، على سبيل المثال في حالة الغازات والبلازما، لأنه حينها يمكن أخذ متوسط الكميات الفيزيائية. الأصعب هو تحليل البيانات التي يكون فيها الانتظام وعدم الانتظام موجودين مع بعضهما البعض—مثل السوائل، البيانات الخبيبية، الجوامد بالقرب من انتقال الطور، إلخ. بسبب هذا، فيزياء المرحلة الثانوية تتعامل فقط مع الحالة العشوائية—مع الغازات.

نموذج جيد يقوم بوصف الواقع بشكل جيد جدا هو نموذج الغازات المثالية.

تعريف 6: الغاز مثالي مصنوع من جسيمات لها حجم مهمل (مقارنة بمتوسط المسافات بين جزيئية) تتصرف ككرات مرنة (غاز أحادي الذرة) أو نظام نوابض—كرات (غاز عديد الذرات)، وتتحرك بشكل عشوائي متصادمة مع بعضها البعض ومع جدران الخزان. يفترض أنه لا وجود لأي قوى بين الجزيئات ما عدا قوة التلامس (فمثلا، التفاعلات الكهروستاتيكية يجب إهمالها كما أن القوى الكهروستاتيكية تؤثر من بعد).

لكن n الكثافة العددية للجزيئات (العدد لوحدة الحجم)، و $f(v_x)$ —دالة توزعها لـ v_x (مركبة— x للسرعة)، معرفة بحيث $\Delta n = nf(v_x)\Delta v_x$ يعطينا الكثافة العددية للجزيئات تقع سرعتها في الفترة $[v_x; v_x + \Delta v_x]$ (ترمز لإضافة سرعة صغيرة). طبقا لتوزيع بولتزمان، $f(v_x) = Ae^{-mv_x^2/2kT}$ (الذي يشار إليه في هذه الصيغة بتوزيع ماكسويل)، حيث المعامل A يكون بحيث أن المساحة تحت منحنى— $f(v_x)$ قيمتها واحد، أي $A = 1/\int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x$.

التكامل في التعبير الأخير يمكن حسابه باستخدام طريقتين. الطريقة الأولى (والأسهل) هي تغيير متغير التكامل عبر تعويض

التكامل، $dv_x = v_T dx$ ، حيث $v_T = \sqrt{2kT/m}$ ، هذا سيسمح لنا بالتخلص من المعامل v_T من التكاملية. بالفعل، بما أن v_T ثابت (مستقل عن متغير

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-mv_x^2/2kT} dv_x = v_T \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

خدعة ثانية (التي لن نناقشها هنا) يجب أن تطبق من أجل أن نظهر أن $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ ، مما ينتج

$$f(v_x) = e^{-mv_x^2/2kT} / v_T \sqrt{\pi}$$

حقيقة 9: توزيع سرعة الجزيئات في غاز يعطى بواسطة توزيع ماكسويل،

$$dN = \frac{N}{v_T \sqrt{\pi}} e^{-v_x^2/v_T^2} dv_x \quad v_T = \sqrt{2kT/m}$$

حيث N هي العدد الكلي للجزيئات، و v_x هي مركبة— x للسرعة المتجهة الجزيئات. في الفضاء الثلاثي الأبعاد المتماثل، يمكننا كتابتها للسرعة،

$$dN = \frac{4N}{v_T \sqrt{\pi}} v^2 e^{-v^2/v_T^2} dv$$

من أجل أن نشق المعادلة الأخيرة، قد افترضنا حركة مستقلة في الاتجاهات— x, y, z بحيث أن التوزيعات المنفردة يمكن ضربها:

$$\int dv_x dv_y dv_z = \left(\frac{N}{v_T \sqrt{\pi}}\right)^3 e^{-(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/v_T^2} dv_x dv_y dv_z \int 4\pi v^2 dv$$

لنقم بإيجاد تعبير للضغط. سنقوم بهذا في جزئين: أولا سنقوم بحسابتنا على افتراض أن جميع الجزيئات تقترب من الجدار بنفس

السرعة u (ليكن محور— x معامدا على الجدار؛ حينها u سيكون مركبة— x لسرعة الجزيء)، حينها سنعمم النتيجة للحالة الواقعية ذات السرعات المختلفة. الضغط يُعرف كالقوة لوحدة المساحة، $p = F/A$ ؛ توجد القوة عن طريق الزخم المعطى للجدار لوحدة الزمن،

$F = 2Nmu/t$ ، حيث N هي عدد الجزيئات المتصادمة مع الجدار أثناء فاصل زمني t . المعامل 2 يعكس حقيقة أن متوسط السرعة للجزيئات

مبتعدة عن الجدار يساوي متوسط سرعة الجزيئات قادمة للجدار، بالتالي كل جزيء سيتلقى زخما $2mu$ من الجدار. أثناء الفاصل الزمني t ،

هذه الجزيئات التي ستصل للجدار ستكون فقط تلك الموجودة قرب الجدار في طبقة سمكها ut وتتحرك نحو الجدار. بالتالي، العدد الكلي

للتصادمات سيكون عدد الجزيئات الموجودة في هذه الطبقة التي حجمها $V = Av_T t$ ، مختزلة بمعامل 2 (فقط نصف الجزيئات ستتحرك في اتجاه الجدار): $N = \frac{1}{2}nvV \approx Aut$. بالتالي، القوة المبذولة على الجدار هي $F = 2muN/t = nmu^2A$. الآن، لننتذكر أنه في الواقع،

الجزيئات قد يكون لها سرعات مختلفة، لذا سنحتاج أن نأخذ متوسط النتيجة، $F = nm\langle u^2 \rangle A$ ، حيث أن الأقواس المنحرفة ترمز لأخذ المتوسط.

نهاية، الضغط $p = F/A$ سيكون

$$p = nm\langle u^2 \rangle$$

إذن، الضغط يعبر عنه بدلالة متوسط مربع مركبة— x للسرعة المتجهة. هذا التعبير يمكن إعادته كتابته بدلالة متوسط السرعة

الكلية $\langle u^2 \rangle \leq \frac{1}{3} nm \langle v^2 \rangle$. بالفعل، $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ (حيث $v_x = u$) وبالتالي، $\langle v^2 \rangle = 3 \langle u^2 \rangle$ (لقد أخذنا بعين الاعتبار أن بسبب التماثل الإحصائي، ففي المتوسط كل اتجاهات الانتشار للجزيئات متكافئة، مما يعني $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle$). باستخدام توزيع ماكسويل يمكن للمرء التعبير عن قيم المتوسطات بواسطة التكاملات: $\langle v_x^2 \rangle = \int v_x^2 f(v_x) dv_x$. هذا التكامل يمكن أخذه (انظر إلى ملحق 2)، مما يعطي $\langle v_x^2 \rangle = kT/m$ ، أي أن متوسط الطاقة الحركية يرتبط بالحركة على طول محور x —

$$\left\langle \frac{m}{2} v_x^2 \right\rangle = \frac{1}{2} kT$$

باستخدام هذا التعبير سنحصل على

$$p = nm \langle u^2 \rangle = nkT$$

لحظة ما نعوض $n = N/V = \frac{m}{\mu} N_A/V$ هو عدد أفوجادرو، μ هو الكتلة المولية للغاز، m هي الكتلة الكلية للغاز، V حجم الغاز)، سنحصل على $pV = \frac{m}{\mu} N_A kT = \frac{m}{\mu} RT$ حيث $R = N_A k$ يسمى ثابت الغازات. هذه القانون يعرف باسم قانون الغاز المثالي؛ من الأفضل أحيانا التعبير عنه بدلالة كثافة الغاز ρ $p\mu = \rho RT$ لنلخص نتائجا.

حقيقة 10: حالة الغاز المثالي توصف بالقانون

$$pV = \nu RT$$

الذي يمكن التعبير عنه أيضا بـ

$$p\mu = \rho RT \text{ أو } p = nkT$$

طريقة 1: العديد من مسائل التقدير المتعلقة بالغازات يمكن حلها بنفس الطريقة التي اشتقنا بها قانون الغاز المثالي، أي باستخدام حركية الجزيئات. الحسابات الدقيقة ستتطلب التكامل غالبا (أخذ المتوسط باستخدام توزيع ماكسويل). على كل حال، في حالة مسائل الأولمبياد، من الكافي القيام بتقديرات فقط، ولا يوجد هناك حاجة لاستخدام توزيع ماكسويل. هذا يرجع لسببين: (أ) أخذ التكاملات المعقدة لا يعكس المعرفة الفيزيائية، (ب) في عديد من الحالات حتى الحسابات التي تبدو دقيقة هي دقيقة فقط لما يسمى بالتقريب الفراغي حينما يكون متوسط المسار الحر (المسافة المقطوعة بواسطة الجزيء بين تصادمين متتاليين) أكبر بكثير من الأبعاد المميزة للنظام، وستكون تقريبا لغير هذه الحالة.

س. 9 في الفضاء الخارجي، لدينا وعاء أسطواني على شكل كوب، ولدينا طبقة من مادة صلبة كتلتها المولية μ . هذه المادة تتسامى ببطء (تتبخر من الحالة الصلبة إلى الحالة الغازية) وبالتالي تدفع الوعاء للاتجاه المعاكس. قدر السرعة النهائية للوعاء. كتلة الوعاء M ، والكتلة الابتدائية للمادة $m \ll M$ ؛ درجة حرارة الوعاء T ؛ ويمكن اعتبار العملية ذات درجة حرارة ثابتة -أيزوثرمالية- (التبريد الناتج من التبخر والإشعاع الحراري يظل مهملا). مساحة المقطع العرضي للوعاء هي A .

س. 10 اليورانيوم الطبيعي يتكون بشكل أساسي من نظيرين، U^{235} و U^{238} ، في حين أن التركيز النسبي للأخير 0.7%. اليورانيوم يخصب (أي أن تركيز U^{235} يزداد) عبر تنفيذ عملية متعددة الخطوات، بحيث أنه في كل خطوة، المركب الكيميائي المتبخر UF_6 يمرر خلال جدار مسامي. الجدار المسامي يمكن اعتباره غشاء رقيقا يحتوي ثقوبا تحت مجهرية (مقاس الثقوب أصغر من متوسط المسار الحر للجزيئات، لكن أكبر من مقاس الجزيئات)، كم عدد المراحل المستلزمة حتى نزيد كمية U^{235} إلى 1.4%؟ الكتلة المولية للفلور (F) هي $19g/mol$.

س. 11 حدد أو قدر محصلة كثافة التدفق الحراري P بين صفيحتين متوازيين على بعد L من بعضهما البعض، درجتا حرارتيهما T_1 و T_2 . الفضاء بين الصفيحتين ملاء بغاز أحادي الذرة له كثافة مولية n وكتلة مولية M . يمكنك استخدام التقريبات الآتية:
(i) كثافة الغاز قليلة جدا بحيث أن متوسط المسار الحر $L \gg \lambda$ ؛
(ii) $T_1 \gg T_2$ ؛
(iii) عندما تترد الجزيئات من أحد الصفيحتين، ستحصل على درجة حرارة الصفيحة تلك (فمثلا، هذا سيحصل إذا ارتبطوا أو امتصوا لفترة صغيرة بواسطة جزيئات الصفيحة، وبعدها تحرر مرة أخرى في الفضاء بين الصفيحتين)؛
(iv) يمكنك إهمال إشعاع الجسم الأسود.
لاحظ أن "قدر" تعني أن المعامل الرقمي لتعبيرك لا يجب أن يكون دقيقا.

الطاقة الداخلية U للغاز أحادي الذرة (أي محصلة الطاقة الحركية للجزيئات) يمكن التعبير عنها بدلالة درجة الحرارة باستخدام النتيجة التي حصل عليها أعلاه $m\bar{v}_x^2 = kT$. بالفعل، الذرة المفردة لا يمكنها ميدنيا أن تدور بسبب أبعادها الصغيرة. بالتالي، U يمكن إيجادها كنتاج الضرب بين طاقة الجزيء الواحد وعدد الجزيئات N ،

$$U = N \frac{m}{2} (\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2)$$

وبسبب التماثل الإحصائي $\bar{v}_x^2 = \bar{v}_y^2 = \bar{v}_z^2 = kT$ ؛ وبتعويض $N = \nu N_A$ (حيث ν ترمز لعدد المولات) و $R = N_A k$ سنحصل على

$$U = \frac{3}{2} \nu RT$$

في حالة الجزيئات الثنائية الذرة وعديدة الذرات، ستخضع الجزيئات كذلك لطاقة دورانية $(I_x \bar{\omega}_x^2 + I_y \bar{\omega}_y^2 + I_z \bar{\omega}_z^2)$ ، حيث $I_x + I_y + I_z$ ترمز لعزم القصور الذاتي لمحاور مختلفة، و $\omega_x + \omega_y + \omega_z$ ترمز للسرعات الزاوية لمحاور مختلفة. باستخدام توزيع بولتزمان للحركة الدورانية حول محور x —، $p \propto e^{-I_x \omega_x^2 / 2kT}$ ، سنحصل على تعبير شبيه جدا لما وجدناه للحركة الانتقالية (فقط سنعوض v_x بـ ω_x و m بـ I_x). بسبب هذا، سيكون الناتج نفسه، $U_r = \frac{3}{2} \nu RT$. على كل حال، يجب على المرء أن يتنبه أنه إذا كان لدينا جزيء

ثنائي الذرة (أو جزيء عديد الذرات لكن خطي، مثل CO_2)، فإنه لا يمكنها الدوران حول المحور المار بذراتها (ليكن المحور z). بالتالي، الدوران سيحصل فقط حول المحورين x و y ؛ وبهذا ستقل الطاقة الدورانية: $U_r = \nu RT$. لنلاحظ أن كلاً مما يسمى بدرجات الحرية (الحركة الانتقالية خلال محور x ، الحركة الدورانية حول محور x ، الحركة الانتقالية خلال محور y ، الخ) تساهم في الطاقة الداخلية بنفس المقدار دائماً $\frac{1}{2} \nu RT$ ($\frac{1}{2} kT$) إذا تكلمنا عن متوسط الطاقة لجزيء واحد). وبسبب هذا، فإن الطاقة الداخلية للغاز يعبر عنها بدلالة عدد درجات الحرية i كـ

$$U = \frac{i}{2} \nu RT$$

للغاز أحادي الذرة $i = 3$ ، ولغاز ثنائي الذرة (ولغاز خطي عديد الذرات) $i = 5$ ؛ ولجميع الحالات الأخرى $i = 6$. في حالة مخلوط الغازات، قد يكون العدد الفعال لدرجات الحرية كسراً.

باستخدام التعبير الأخير سيمكننا ببساطة اشتقاق تعبير للطاقة الداخلية لغاز عند حجم ثابت. إذا بقي الحجم ثابتاً، فلن يكون هنالك

شغل ميكانيكي مبذول ($A = \int PdV = 0$)، بالتالي كل الحرارة المعطاة للغاز ستذهب لزيادة الطاقة الداخلية، $C_V = \frac{dU}{dT} = \frac{i}{2} \nu R$. وبشكل خاص سنجد تعبيراً بسيطاً للسعة الحرارية المولارية، $c_V = C_V/\nu$:

$$c_V = \frac{i}{2} R$$

إذا كنا نتعامل مع عملية أيزوبارية (عند ضغط ثابت) فحينها بالطبع يمكن حساب التغير في الطاقة الداخلية عبر التعبير السابق، لكنه طبقاً لـ LTD 1، جزء من الحرارة ستذهب للشغل المبذول بواسطة الغاز، $\Delta A = p\Delta V = \nu R\Delta T$. بالتالي، الحرارة المعطاة للغاز ستكون

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A = \frac{i+2}{2} \nu R\Delta T$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} R$$

قاعدة " $\frac{1}{2} kT$ لكل درجة حرية" صالحة، على الرغم من هذا، فقط لدرجات الحرارة المتوسطة. عندما تكون درجة الحرارة عالية

كفاية ستبدأ الجزيئات بالتذبذب بشكل مشابه للكرات الموصلة بالنوابض، وطاقة التذبذب يجب أن تضاف كذلك. في هذه الحالة يمكن القول بأن درجات حرية التذبذب مثارة. لغازات خفيفة نسبياً، مثل مكونات الهواء، درجة الحرارة الحرجة التي تصبح عندها درجات حرية التذبذب مثارة أعلى بكثير من درجة حرارة الغرفة. في نفس الوقت، جزيئات الغازات الثقيلة (مثل Br_2) تتذبذب عند درجة حرارة الغرفة. يتوجب توضيح أن قاعدة $\frac{1}{2} kT$ ليست صالحة لدرجات حرية التذبذب. يظهر لنا أن كل درجة حرية تذبذبية مثارة تساهم kT كاملة للطاقة الحرارية لجزيء. بهذا،

كل درجة حرية تذبذبية ترفع العدد الفعال لدرجات الحرية بـ 2، فمثلاً $i = 5 + 2 = 7$ لـ Br_2 عند درجة حرارة الغرفة.

السبب الذي يجعل درجات الحرية التذبذبية تساهم ضعف ما تساهم به درجات الحرية الانتقالية والدورانية يقع في تكوين مستويات

الطاقة الكمومية. للطاقتين الانتقالية والدورانية، مستوى الطاقة دالة تربيعية في رقم ترتيب المستوى n ، $E_n = h^2 n^2 / 8L^2 m$ ؛ هنا L ترمز لطول الصندوق الذي وضع فيه الجسم. وفي نفس الوقت، للحركة التذبذبية، الطاقة دالة خطية في رقم الترتيب، $E_n = \hbar \omega (n + \frac{1}{2})$ ، حيث ω

هي التردد الطبيعي. بالتالي، متوسط الطاقة التذبذبية يمكن حسابه بواسطة توزيع بولتزمان كالتالي

$$\bar{E} = \sum_0^{\infty} h\omega n e^{-h\omega n/kT} / \sum_0^{\infty} e^{-h\omega n/kT}$$

وبعد حساب هذا المجموع سنجد أن $\bar{E} = kT$.

على الجانب الآخر، عند درجات الحرارة المنخفضة جداً، حتى درجات الحرية الدورانية للجزيئات عديدة الذرة قد لا تكون مثارة؛ هذا يعني أن العدد الفعال لدرجات الحرية سيكون 3. من أجل أن نحدد ما إذا كانت درجة حرية مثارة أم لا، من الضروري مقارنة فرق مستوى الطاقة ΔE بين الحالة الأرضية والمستوى المثارة الأول مع متوسط طاقة درجة الحرية kT : فدرجة الحرية هذه ستبدأ إثارتها عند $T \sim \Delta E/k$. بالفعل، لنعتبر مستويي طاقة E_0 و E_1 . طبقاً لتوزيع بولتزمان، $\frac{p_1}{p_0} = e^{-(E_1-E_0)/kT}$ ، فإذا كان $E_1 - E_0 \gg kT$ فحينها سيكون

احتمال الوجود في الحالة المثارة صغير جداً وبالتالي، متوسط الارتفاع في الطاقة سيكون قليلاً جداً كذلك.

الآن أصبح واضحاً كذلك لماذا جزيئات الغازات الثقيلة تبدأ بالتذبذب عند درجات حرارة صغيرة مقارنة بالغازات الخفيفة. الترددات

الطبيعية $\omega \approx \sqrt{k/m}$ للجزيئات الثقيلة أقل من تلك للغازات الخفيفة (جسوء الرابطة الكيميائية كـ "نابض" له دائماً نفس رتبة المقدار، الفرق الأساسي يأتي من الكتلة الفعالة m). هذا يعني أن فرق مستوى الطاقة $\Delta E = \hbar \omega$ أصغر، مما يقود إلى درجات حرارة إثارة أقل.

بالتالي، عدد درجات الحرية الفعال يعتمد على درجة الحرارة؛ أيضاً، عند مدى درجات حرارة يكون فيه العدد الفعال لدرجات الحرارة

يتغير من قيمة إلى أخرى، سلوك النظام لا يوصف جيداً بواسطة عدد طبيعي لـ i . بسبب هذا، بدلاً من i ، تستخدم السعات الحرارية المولية c_V و c_p تستخدم غالباً. إذا كان سلوك الغاز يوصف جيداً بواسطة نموذج الغاز المثالي، من الكافي فحسب إيجاد قيمة c_V بما أن c_p يمكن إيجاده

من المساواة $c_p = c_V + R$. وبشكل معاكس، إذا كان لغاز معين $c_p - c_V \neq R$ فإن هذا الغاز لا يسلك سلوك الغاز المثالي، والعلاقة

$pV = \nu RT$ لا تصمد جيداً. وفي نفس الوقت، من الممكن أن نجد لغاز مثالي، $2c_V/R$ ليس عدداً طبيعياً: القيم الكسرية تظهر فحسب أن درجة الحرارة الحالية قريبة لدرجة حرارة الإثارة لدرجة حرية ما. لنقم بعمل ملخص لما قمنا به.

حقيقة 11: لغاز مثالي،

$$c_V = \frac{i}{2} R; \quad c_p = c_V + R; \quad \Delta U = \nu c_V \Delta T$$

حيث i هو عدد درجات الحرية المثارة (درجات حرية التذبذب تضاف بضعف القيمة). درجة الحرية ستكون مثارة عندما يكون kT أكبر من فرق مستويات الطاقة للحالات الميكانيكية الكمية المتعلقة بدرجة الحرية هذه. وكقاعدة، قرب درجات حرارة الغرفة لغاز أحادي الذرة $i = 3$ ، وللغاز ثنائي الذرة $i = 5$ ، وللغازات عديدة الذرات $i = 6$.

لقد قمنا حتى الآن باستخدام مبدأ درجات الحرية بدون تعريف مناسب لها؛ لنقم بمناقشة هذا المصطلح بتفاصيل أكثر.

تعريف 7: عدد درجات الحرية يظهر كم عدد المعاملات (الإحداثيات المعممة) اللازمة لوصف حالة نظام بشكل تام.

فعل سبيل المثال، من أجل وصف كتلة نقطية في فضاء ثلاثي الأبعاد، سنحتاج $z = 3$ من الإحداثيات؛ ومن أجل N كتلة نقطية سنحتاج $z = 3N$. من أجل وصف الموقع المكاني لجسم صلب، سنحتاج 6 إحداثيات: بعيدا عن إحداثيات نقطة معينة في الجسم (مثل مركز الكتلة)، التوجيه يجب أن يوصف بثلاثة إحداثيات إضافية (زاويتان تصفان اتجاه محور الجسم، وزاوية واحدة تصف الدوران حول هذا المحور). في حالة الجزيء الخطي، الإحداثي الأخير الذي يصف زاوية الدوران لنا بحاجة إليه، وبالتالي $z = 5$. إذا تكون نظام من N كتلة نقطية، وكان لدينا حركة محدودة ببعض القيود (مثل أن تكون المسافة بين كتلتين نقطيتين مثبتة بقضيب، أو أن تكون الزاوية بين خطين متصلين بالنقطة A مع نقطتين قريبتين لها قيمة ثابتة)، عدد درجات الحرية حينها يمكن إيجاده بواسطة الصيغة $r = 3N - z$ ، حيث r هو عدد القيود. في حالة الجزيئات، الروابط -الروابط الكيميائية- تعمل عمل النواض التي يمكن أن تكون تذبذبات؛ في هذه الحالة، r سيكون عدد درجات الحرية التذبذبية. بمعرفة أنه لجزيء خطي، عدد درجات الحرية الكامل هو $z = 5$ ، ولجزيء سطحي أو ثلاثي الأبعاد $z = 6$ ، يمكننا استخدام هذه الصيغة لإيجاد عدد درجات الحرية التذبذبية بما أن $r = 3N - z$. فمثلا، جزيء CO_2 خطي: $N = 3$ و $z = 5$ وبالتالي $r = 4$. لاحظ أنه في نظرية التذبذبات المقترنة، من المثبت أن عدد درجات الحرية التذبذبية يساوي عدد الترددات الطبيعية. لنأخذ مسألة واحدة في موضوع درجات الحرية.

س. 12 يوجد لعبة اسمها "Supermag" تسمح بصنع عديدات سطوح—مثل الهرم رباعي السطوح، المكعب، والعديد من عديدات السطوح الغير منتظمة، بحيث أن حواف عديد السطوح مصنوعة من قضبان مغناطيسية متصلة عند العقد بمساعدة كرات حديدية. الكرات الحديدية تثبت نهاية قضيب حديدي لنفسها بقوة، لكن الزاوية بين القضبان المغناطيسية المتلاقية عند كرة حديدية يمكن تغييرها بجهد بسيط. يظهر أن الهرم رباعي السطوح شكل صلب، لكن المكعب يمكن تشويبه بسهولة. أثبت النظرية الآتية: عديد السطوح المحدب صلب فقط فقط إذا كانت كل وجوه عديد السطوح مثلثات.

من أجل حل هذه المسألة، سنستخدم الصيغة $z = 3N - s$ ، لكننا سنحتاج صيغة أخرى—صيغة أولير للوجوه المتعددة التي تربط بين عدد العقد N ، الوجوه f والحواف e بواسطة المساواة $e + 2 = N + f$. نظرية أولير أعطيت هنا بدون إثبات (الذي هو في الحقيقة ليس صعبا وهو مبني على الاستقراء الرياضي)*. من أجل أن نحل مسألة 12، من الضروري إثبات أنه إذا كانت كل الوجوه مثلثية، فإن عدد درجات الحرية المتبقية $z = 3N - s$ سيساوي تلك للجسم الصلب. إذا كان عدد درجات الحرية أكبر، سنحتاج عددا أكبر من المعاملات عن الجسم الصلب لوصف حالتها، وبالتالي لا يمكن أن يكون صلبا.

كما تعلمنا، الذرات والأيونات المرتبطة في الجزيئات بروابط كيميائية يمكن أن تتذبذب كأنظمة جسم-زنبرك. هذا لا ينطبق على الجزيئات فحسب، بل وعلى المواد البلورية أيضا. بشكل مشابه للغازات الثقيلة، في حالة العديد من المواد البلورية، كل درجات الحرية التذبذبية مثارة. في حالة المواد البلورية ذات N أيون (ذرة)، يوجد هنالك $3N$ درجة حرية؛ معظم درجات الحرية هذه (باستثناء 6 درجات حرية للجسم الصلب) تذبذبية. بما أن N كبيرة جدا، يمكننا نسيان هذه الـ 6، وبهذا يمكن التعبير عن الطاقة الداخلية كـ $U = 3vRT$. بالتالي، السعة الحرارية المولارية $c_v = 3R$. في حالة الأيونات الخفيفة، قد يحصل أن تكون أعلى الترددات الطبيعية $\omega > \frac{kT}{\hbar}$ وبالتالي لن تكون مثارة بعد. في هذه الحالة، الطاقة الداخلية ستكون أقل من $3vRT$ ، وسيكون العدد الفعال لدرجات الحرية لكل أيون (ذرة) دالة متزايدة في درجة الحرارة، تقترب في النهاية من القيمة الحدية $i = 6$ (بما أن كل درجات الحرية تذبذبية، فإن عدد الإحداثيات المكانية مضروبة باثنين). لننتذكر أيضا أنه عند درجات حرارة منخفضة ستبدأ كدالة تعكيبية في T . لنقم باشتقاق قانون $c_v \propto T^3$ لدرجات حرارة منخفضة باستخدام تقديرات لا بأس بها (للألماس، هذا صالح حتى عند درجة حرارة الغرفة). كل درجة حرية تذبذبية تحمل طاقة kT ؛ وبالتالي يتوجب علينا أن نقرر عدد التذبذبات المثارة، أي عدد الحالات الطبيعية ذات $\omega < \frac{kT}{\hbar}$. حالات التذبذب الطبيعية للبلورة يمكن اعتبارها موجات صوت موقوفة. تردد موجة الصوت يعبر عنه بواسطة $\omega = c_s \kappa$ ، حيث c_s هي سرعة الصوت، و $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$ —متجه الموجة. بالتالي، كل الموجات الموقوفة مع متجه موجة $\lambda kT / \hbar c_s$ وطول موجي $\lambda > \hbar c_s / kT$ ستكون مثارة. لتكن البلورة ذات شكل مكعب بطول جانب L . عند الحاجز الحر للبلورة، لا يمكن أن يكون هنالك أية إجهاد، بالتالي لمتجهات الإزاحة للجزيئات، يجب أن يكون هنالك عقد عند الحاجز. بالتالي، L يجب أن تكون مضاعفا لنصف الطول الموجي: $L\kappa_x = m_x \pi$ ، حيث κ_x هو إسقاط متجه الموجة على محور— x ، و m_x هو عدد العقد على طول x . لأصغر طول موجي مثار، $m_x = 2L/\lambda_s$ و $\lambda_s = \hbar c_s / kT$. لاحظ أن كل الموجات الموقوفة التي لديها عدد أقل من العقد مثارة أيضا. شيء مشابه يحدث للمحورين— y و— z ، للتذبذبات المثارة عدد العقد يتراوح بين 1 و $2L/\lambda_s$. عدد الموجات الموقوفة المختلفة يحصل عليه كعدد الثلاثيات المختلفة (m_x, m_y, m_z) ، الذي يساوي $(2L/\lambda_s)^3$. بعدها سنجد الطاقة الداخلية كـ

$$U \approx Mkt \approx kT(2LkT/\hbar c_s)^3 \propto T^4$$

بالتالي، الطاقة الداخلية تتناسب مع T^4 ، السعة الحرارية ستكون $C_v = \frac{dU}{dT} \propto T^3$.

الآن، لنعد للمسائل التي ليست مرتبطة بالطريقة الحركية الجزيئية، وعضا عنها، تتطلب معرفة قانون الغاز المثالي وطاقته الداخلية. العديد من مسائل الأولمبياد مبنية فقط على هاتين المعادلتين؛ في حالة المسألة القادمة، الـ "خدعة" الوحيدة هي أنه على عكس العمليات الأيزوبارية، الأيزوكورية، إلخ، فالكمية المحفوظة ليست كمية الغاز، بل الضغط، وبالتالي عدد المولات سيتغير طبقا لـ $\nu T =$.

س. 13 منطاد (بالون هواء مصنوع من غلاف غير قابل للتمدد) له حجم V_0 ملئ بالهيدروجين، ويسبح بشكل مستقر عند ارتفاع معين يكون فيه الضغط الخارجي p ، ودرجة حرارة الهواء هي T_{air} . بسبب أشعة الشمس، المنطاد يسخن لدرجة حرارة T_1 . كنتيجة لهذا، جزء من الهواء يخرج من البالون عبر صمام. الصمام مصنوع بحيث أنه لو كان الضغط الداخلي أكبر من الخارجي، فإن الغاز الزائد سيخرج؛ الصمام لا يسمح أبدا للغاز بأن يدخل البالون من الخارج. الآن، أشعة الشمس حجبت بواسطة السحب: درجة حرارة البالون انخفضت، والحجم أصبح أصغر. كم التقل (أي كتلة m) الذي يجب أن يرمى خارجا لإبقاء المنطاد عند نفس الارتفاع (حيثما يزال الضغط مساويا لـ p)؟ كل من الهواء والهيدروجين يمكن اعتبارهما غازات مثالية، الكتل المولية هي μ_{H_2} و μ_{air} على التوالي.

المسألة القادمة تتعامل مع عملية انتقال طاقة معقدة أكثر؛ الفكرة الآتية ستكون مفيدة.

فكرة 7: إذا كان خزانان موصلان بواسطة أنبوب ضيق، صمام ضيق، إلخ، فإن شبه-الاتزان ممكن: بينما أن درجتي الحرارة للخزانين المرتبطتين بالأنبوب مختلفة، فإن الضغوط متساوية. بالتالي، يوجد هنالك اتزان ميكانيكي، لكن ليس اتزان حراري (الأخير سيأخذ وقتها أطول بكثير حتى يتم).

س 14: اعتبر بالونا لديه جدران سميكة سحب كل الهواء الذي بداخله خارجا. الآن، فتح صمام البالون قليلا، وبدأ البالون بالامتلاء ببطء من الهواء الخارجي. أوجد درجة حرارة الهواء داخل البالون عند توقف تدفق الهواء (عند الوصول لاتزان ميكانيكي). درجة حرارة الغرفة هي T ، جدران البالون لها موصلية حرارية وسعة حرارية صغيرتين بحيث أن التدفق الحراري خلال الجدران يمكن إهماله.

الخطوة الأولى نحو حل هذه المسألة هو فهم كيف يتم صرف الشغل المبذول بواسطة الهواء الخارجي $p\Delta V$: كيف يتحول لحرارة وكيف يرتبط تغير الحجم الخارجي ΔV بحجم البالون V . نلاحظ أيضا أنه من المفترض مسبقا أن حجم مدخل الصمام أكبر من طول المسار الحر المتوسط، وبهذا الطريقة الحركية الجزيئية ليست مطلوبة، و عوضا عنها، الطريقة المجهرية ستطبق: تيار ضيق (لكن يظل مجهريا) من الهواء يدخل البالون خلال الصمام.

العمليات الأديباتية

جواب نموذجي للسؤال ما هي العمليات الأديباتية يكون أنها هي تلك العمليات السريعة جدا التي تحدث للغاز بحيث لا يكون هنالك أية انتقال حراري مع الغاز (أثناء المدة الزمنية هذه، الحرارة المنتقلة عبر التوصيل والإشعاع تظل أقل بكثير من الطاقة الداخلية للغاز).

على كل حال، هذه هي نصف الحقيقة فقط، وفعليا النصف الأقل أهمية. من أجل أن نفهم هذا، لنعتبر المسألة البسيطة التالية. جزأنا إناء معزولا حراريا إلى نصفين بواسطة جدار. ليكن أحد النصفين يحتوي على غاز عند ضغط p ، وليكن النصف الآخر فارغا (أي يحتوي فراغا عند ضغط متناهي الصغر). الجدار الفاصل بين الجزئين أزيل لحظيا؛ ماذا سيكون ضغط الغاز داخل الإناء بعد الوصول إلى اتزان ميكانيكي وحراري؟

بما أن الجدار أزيل لحظيا، فلا يمكن للغاز أن يقوم بشغل ميكانيكي (الجدار لا يتحرك في اتجاه القوة). ولا يوجد هنالك تبادل حراري مع البيئة المحيطة وبذلك طبقا لـ $1LTD$ ستبقى الطاقة الداخلية ثابتة، وبالتالي درجة الحرارة لن تتغير. في نفس الوقت، الحجم تضاعف مرتين ورجوعا لقانون الغازات المثالي، هذا يعني أن الضغط سيصبح النصف. إذن، فنحن نتعامل مع عملية آيزوثرمالية، وليست أديباتية!

في الحقيقة، المتطلب الأساسي لنحصل على عملية أديباتية هو أن تكون العملية بطيئة بشكل كاف—الزمن المميز للعملية يجب أن يكون أطول بكثير من الزمن الطبيعي لتذبذبات النظام. في حالة الغازات، حالات التذبذب الطبيعية عبارة عن موجات موقوفة؛ الزمن الدوري لأبطأ حالة هو $c_s/2L$ ، حيث L هو طول الإناء ومعامل اثنين يرجع لحقيقة أن الطول الموجي لأطول موجة موقوفة يساوي $2L$ ؛ c_s ترمز لسرعة الصوت. بالتالي، $c_s/2L \ll v/L$ ، أي $v \ll c_s$ ، حيث v هي سرعة جدران الخزان (أو سرعة المكبس).

تعريف 8: العملية الأديباتية هي عملية تتغير فيها معاملات النظام ببطء شديد بحيث أن الزمن المميز للتغير أطول بكثير من الزمن الدوري لأبطأ حالة للتذبذبات الطبيعية؛ أيضا، لا يجب أن يكون هنالك أية عمليات تبدد (حيث تتحول الطاقة الميكانيكية إلى حرارة)، مثل الاحتكاك. في حالة الغازات، هذا يعني أن سرعة جدران الخزان يجب أن تكون أصغر بكثير من سرعة الصوت، وأيضا لا يجب أن يكون هنالك أي مصدر حرارة خارجي.

العمليات الأديباتية بشكل أوسع عن مفهوم الديناميكا الحرارية تلعب دورا مهما في ميكانيكا الكم، الكهروديناميكا، إلخ. في دورة الميكانيكا التحليلية من المثبت أنه للعمليات الأديباتية في الأنظمة المتذبذبة دوريا، توجد كمية محفوظة تسمى بالثابت الأديباتي؛ وهي مساحة سطح المسار المرسوم بواسطة المتذبذب في مستوى الطور (المنحنى في مستوى $x-p_x$ ، حيث x هو الإحداثي p_x هو الزخم المرتبط)، أنظر إلى كتيب الميكانيكا. بينما أن البرهان العام معقد، مسألة من كتيب الميكانيكا تعاملت مع جسيم يتردد بين صفيحتين تتحركان ببطء؛ ولقد برهن أن ثابت Lv ، هي سرعة الجسيم L هي المسافة بين الجدارين.

لنقم الآن باعتبار غاز أحادي البعد: هنالك العديد من الجسيمات التي تقفز على طول محور x بين الصفيحتين. من النظرية الحركية للغازات، ضغط غاز كهذا سيكون $p = nm\bar{v}^2$. الكثافة العددية للجسيمات تتناسب عكسيا مع "الحجم"، الذي هو في الحالة أحادية البعد مجرد المسافة بين الصفيحتين L ، أي $n \propto 1/L$. بسبب الثابت الأديباتي، سرعة كل جزيء تتناسب عكسيا مع L وبالتالي، السرعة المتوسطة تتبع نفس القانون، $\bar{v} \propto 1/L$ ، وبالتالي، $p \propto 1/L^3$ ، أو بشكل بديل، ثابت pL^3 . هذا هو قانوننا الأديباتي لغاز أحادي البعد: ثابت $pV^\gamma = \text{ثابت}$ ، $\gamma = 3$ و $V = L$.

وما هو حتى أكثر أهمية، أنه في ميكانيكا الكم، مساحة السطح في فضاء الطور يرتبط بقاعدة التكميم الشبه كلاسيكية، $\oint p_x dx = nh$. الآن، إذا كان الجهد يتغير ببطء في الزمن، سيبقى الثابت الأديباتي محفوظا، وبالتالي سيبقى النظام عند نفس مستوى الطاقة الميكانيكي الكمي (مع نفس رقم الترتيب) كما كان في البداية (هنالك استثناءات ممكنة فقط في حالة "معبر الانفصال *separatrix-crossing*"، مثل إذا أصبح "بئر الجهد" ضيقا جدا لدرجة أنه حالة الارتباط تختفي، ويصبح الجسم الذي كان مرتبطا بالبئر حرا).

فكرة 8: أثناء العمليات الأديباتية، الجسيمات تظل عند مستويات الطاقة الميكانيكية الكمية الابتدائية. عندما نجمع هذه المشاهدات مع قانون بولتزمان، يكون من الممكن أحيانا إيجاد درجة الحرارة الجديدة.

س 15: تمدد كوننا يمكن اعتباره عملية أديباتية لفوتونات إشعاع الخلفية الميكروية: الطول الموجي للفوتونات يزداد متناسبا مع المقاس الخطي للكون. كم مرة ستتغير درجة حرارة الإشعاع، إذا تضخم المقاس الخطي للكون مرتين؟ ما هو الأس الأديباتي لغاز الفوتونات؟

للعمليات الأديباتية للغازات، من المتطلب أيضا أن يكون معدل التبادل الحراري لغاز معطاً مهملًا (مقارنة بتغير الطاقة الداخلية): $\Delta Q = 0$. لو تذكرنا الحركة الأديباتية لجسيم بين جدارين، سنرى أن متطلب عدم وجود تبادل حراري مرتبطة بشدة مع العملية الأديباتية: الجسم لم يتلق أية طاقة خارجية غير الطاقة المتلقاة من الجدار المتحرك (التدفق الحراري يرتبط بمصدر حراري خارجي للطاقة الحركية للجزيئات)، ولم يكن هنالك أية خسارة للطاقة بسبب الاحتكاك أو أية عملية أخرى. إذن العملية الأديباتية لغاز يمكن أن يكون بطيئة اعتباطيا، كمبدأ، لكن في الواقع، للعمليات البطيئة جدا لن يكون من الممكن إهمال التبادل الحراري.

قبل أن نقوم باشتقاق القانون الأديباتي للغازات، لاحظ أنه في الأولمبيادات، هذا الاشتقاق ليس مطلوباً عادة، يكفي فحسب أن تعرف القانون.

في البداية، سنطبق $1LTD$ فعملية أديباتية لمول واحد من الغاز، $dU = pdV$ ، حيث $dU = c_V dT$ ، أي

$$c_V dT = -pdV$$

لاحظ أنه على الرغم من أن الحجم ليس ثابتا، فإن التغير في الطاقة الداخلية يعتبر عنه بدلالة c_V . هذه هي طريقة قياسية: عند حجم ثابت، لا يوجد هنالك أية شغل مبذول وبالتالي، كل الحرارة المعطاة $c_V dT$ ستذهب للتغير في الطاقة الداخلية dU .

فكرة 9: تغير الطاقة الداخلية يمكن حسابه كـ

$$dU = c_V dT$$

نريد أن نشق علاقة بين الضغط والحجم، ولذلك سنتحتاج أن نتخلص من درجة الحرارة؛ ولهذا سنقوم باستخدام قانون الغاز المثالي،
 $RT = pV$ ، بالتالي

$$RdT = pdV + Vdp$$

هنا قمنا باستخدام قاعدة التفاضل $d(pV) = pdV + Vdp$. الآن يمكننا التخلص بسهولة من dT من هاتين المعادلتين لنحصل على

$$pdV(c_V + R) + c_V Vdp = 0$$

لنلاحظ أن $c_V + R = c_p$ ، ولنعرف المعامل الأدياباتي كـ

$$\gamma = c_p/c_V$$

هذا سيسمح لنا بإعادة كتابة المعادلة الأخيرة كـ

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0$$

إذا كاملنا هذه المساواة، الحد الأول سيعطي $\int \gamma \frac{dV}{V} = \gamma \ln V = \ln V^\gamma$ ، الثاني $\int \frac{dp}{p} = \ln p$ ، بحيث أن

ثابت $\ln V^\gamma + \ln p = \ln pV^\gamma$ ، بالتالي

$$pV^\gamma = \text{ثابت}$$

لنعد الآن للغاز أحادي البعد الذي ناقشناه سابقاً؛ لديه درجة حرية واحدة، وبالتالي $c_V = \frac{1}{2}R$ و $c_p = \frac{3}{2}R$ وبهذا $\gamma = 3$ ، الذي هو

في توافق تام مع نتيجتنا للثابت الأدياباتي. لنقم بوضع ملخص لما وصلنا إليه.

حقيقة 12: القانون الأدياباتي، الصالح بنفس الوقت مع قانون الغاز المثالي ثابت pV/T ، ينص على

ثابت $pV^\gamma =$ ؛ بحيث $\gamma = c_p/c_V$

بدمج هذا مع قانون الغاز المثالي سنحصل على المعادلات

ثابت $T^\gamma \propto p^{\gamma-1}$ و $TV^{\gamma-1} =$

فكرة 10: للعمليات الأدياباتيّة، الشغل المبذول يمكن حسابه عن طريق التغير في الطاقة الداخلية (بما أنه لا يوجد تبادل حراري):

$$\Delta A = \int p dV = \frac{1}{2} R \Delta T$$

لمسائل الحياة الواقعية عندما تكون الافتراضات القابلة للتطبيق ليست واضحة بشكل صريح، من المهم أن نفهم متى يمكن إهمال معدل التبادل الحراري (وحيثما تكون العملية أدياباتيّة)، وعندما يكون التبادل سريعاً جداً بحيث تكون العملية أيزوثيرمالية. من المفيد مقارنة مقاييس الزمن المميزة لزمن الاسترخاء الحراري τ_{th} (الوقت الذي يقل به فرق درجة الحرارة بمعامل e)، والزمن المميز للعملية نفسها (مثل الوقت الذي يأخذه النظام للانتقال من الحالة الابتدائية إلى النهائية). من المفيد معرفة أن زمن الاسترخاء الحراري يعتمد على مقياس النظام الخطي L ، بحيث يتناسب مع L^2 ؛ في حالة الهواء عند الظروف الطبيعية، $L \approx 1 \text{ cm}$ ، $\tau_{th} \approx 1 \text{ s}$. سننتقل الآن لمناقشة العمليات الجوية.

فكرة 11: عندما تكون الكتل الهوائية في حركة رأسية، فعادة أثناء الصباح، وحتى أثناء وجود رياح قوية، ستخضع الحركة الرأسية للهواء للاتساع الأدياباتي. هذه سينتج ما يسمى بالغلاف الجوي الأدياباتي، حيث تنخفض درجة الحرارة مع الارتفاع h ،

$$p = p_0 - \rho gh, T^\gamma \propto p^{\gamma-1}$$

هنا تعبير p صالح للارتفاعات المعيارية عندما يكون التغير في كثافة الهواء ρ يمكن إهماله.

بالفعل، الكتل الهوائية كبيرة جداً وبالتالي، بغض النظر أن الهواء يرتفع ببطء، فإن زمن الاسترخاء الحراري ابطأ، وبهذا تكون العملية أدياباتيّة. أثناء الصباح، تحدث الحركة الرأسية للهواء بسبب تسخين أشعة الشمس للأرض، التي تقوم بدورها بتسخين الهواء عبر التوصيل الحراري (لاحظ أنه بما أن الهواء شفاف، فإنه لا يمتص الضوء، وبالتالي، التسخين المباشر بواسطة أشعة الشمس مهملة). الهواء المسخن له كثافة أقل من الهواء البارد عند ارتفاعات أعلى، فيبدأ بالارتفاع. عند مستوى الأرض، لا يمكن أن يكون هنالك فراغ، لذا لا بد أن يكون هنالك كتل هوائية نازلة. لذا فإن الهواء يتحرك لأعلى ولأسفل، مما ينتج مزجاً رأسياً جيداً، وغلافاً جويّاً أدياباتيّاً. ماذا يعني أن تنخفض درجة الحرارة عند ارتفاعات عالية؟ سنتعلم هذا خلال المسألة القادمة.

س. 16: ما هي درجة الحرارة عند قمة تلة ارتفاعها $H = 200 \text{ m}$ إذا كانت درجة الحرارة عند قاعدة التلة 20° C ؟ يمكنك افتراض أنه عندما تتحرك الكتل الهوائية على طول التلة، تمدد الهواء وأو انكماشه يمكن اعتبارها أدياباتيّاً. ضغط الهواء عند مستوى الوادي

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho = 1.29 \text{ kg/m}^3 \text{ والمعامل الأدياباتي } \gamma = 1.4.$$

هذه المسألة يمكن حلها بسرعة كبيرة إذا قمنا باستخدام حقيقة أنه هنا، التغير النسبي في الضغط صغير جداً.

فكرة 12: في حالة المساواة التي تتضمن مضاربيّاً، مثل ثابت $a^\alpha b^\beta$ ، إذا كان التغير النسبي للمتغيرات صغيراً ($\Delta a \ll a, \Delta b \ll b$) فإنه من المناسب استخدام حسابات تقريبية بناء على التفاضل اللوغاريتمي،

$$0 = d \ln(a^\alpha b^\beta) = \alpha \frac{da}{a} + \beta \frac{db}{b} \Rightarrow \alpha \frac{da}{a} = -\beta \frac{db}{b}$$

لو كان ارتفاع التلة كبيراً جداً، بحيث أن فرق كثافة الهواء بين قمة الجبل وقاعدته سيكون ضخماً، سيتوجب هنا استخدام توزيع بولتزمان $\propto p e^{-\mu gh/RT}$ ، بينما لـ $\mu gh \ll RT$ ، هذا التعبير يمكن تبسيطه باستخدام الحد الخطي لمتسلسلة تايلور $e^x \approx 1 + x$ ، نفس التقريب يمكن الحصول عليه بشكل أسهل باستخدام الفكرة الآتية.

فكرة 13: إذا كان فرق الارتفاع صغيراً ولم يكن هنالك حاجة لاستخدام توزيع بولتزمان، فإن تغير الضغط الجوي يمكن إيجاده كضغط عمود الهواء $\Delta p = \rho gh$ ، حيث ρ يمكن اعتبارها كتقريب أول لتكون مستقلة عن الارتفاع.

باستخدام نتيجة هذه المسألة، سيصبح واضحا أكثر، لماذا تكون قمم الجبال مثلجة—فعلى سبيل المثال $3km$ سترتبط بفرق درجة حرارة 30 درجة. في الواقع، فرق درجة الحرارة سيبقى نوعا ما أقل بما أن الهواء الذي ينخفض على طول منحدرات الجبل سيسخن نتيجة التوصيل الحراري من سطح الجبل (انظر أعلاه).

أثناء الجو الليلي الهادئ، الغلاف الجوي الأديباتي قد لا يمكن ملاحظته. هذا لأن سطح الأرض يخسر حرارته بواسطة الإشعاع فيبرد؛ فتبرد الكتل الهوائية السفلية نتيجة التوصيل الحراري. لنلاحظ أن الإشعاع الحراري للهواء نفسه مهم: فيكونه شفافا، لا يقوم بامتصاص الإشعاع؛ وطبقا لـ $2LTD$ ، الامتصاص والإشعاع ظاهرتان متماثلتان وبالتالي الهواء النقي لا يشع. طبقات الهواء الباردة السفلية لها كثافة أعلى وبالتالي ستكون طبقات هوائية مستقرة: بالكاد يوجد أية حركة رأسية للهواء. ظاهرة كهذه تسمى "الانقلاب" $inversion$. في حالة الانقلاب، كل النفايات الغازية ستبقى قرب السطح، مما يعطي تلوثا هوائيا عاليا.

معادلة برنولي، ثابت $p + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v^2$ (حيث ρ هي الكثافة، v —السرعة، p —الضغط، g —تسارع السقوط الحر، و h —الارتفاع) هي مساواة معروفة تعبر عن حقيقة أنه في حالة التدفق المستقر، تدفق الطاقة الداخل إلى أي حجم يجب أن يكون مساويا لتدفق الطاقة الخارج من هذا الحجم: خلاف هذا، المقدار الكامل للطاقة في هذا الحجم سيبدأ بالتضخم، مما سيناقش افتراض الاستقرار. على كل حال، قانون برنولي صالح فقط في حالة التدفقات اللانضغطة. كما رأينا أعلاه، تدفقات الهواء الجوي غالبا ما تكون أديباتية، في هذه الحالة معادلة اتزان الطاقة يجب أن تأخذ بعين الاعتبار تغير الطاقة الداخلية للغاز، والشغل المبذول بواسطة التمدد.

فكرة 14: للمسائل على تدفقات الغاز المستقرة، لدينا قانونا حفظ يمكن استخدامهما. أولا، طوال خطوط التيار

$$\text{ثابت} = \frac{v^2}{2} + gh + c_p T$$

حيث $c_p = C_p/M$ هي الحرارة النوعية للغاز لوحدة الكتل عند ضغط ثابت (C_p ترمز للحرارة النوعية المولارية، و M —الكثافة المولية). هذه المساواة تعكس قانون حفظ الطاقة. بشكل آخر، إذا كانت سرعة التدفق أصغر كثيرا من سرعة الصوت وبقي تغير الكثافة طوال خطوط التيار صغيرا، $1 \ll \frac{\Delta\rho}{\rho}$ ، قانون برنولي الأصلي

$$\text{ثابت} = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p$$

يمكن استخدامه أيضا.
ثانيا،

$$\text{ثابت} = \rho v A$$

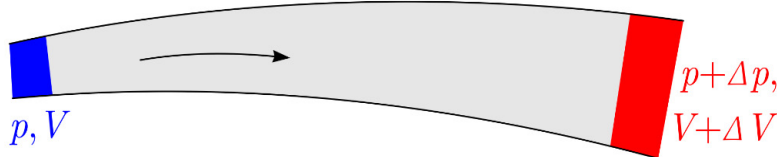
حيث A هي مساحة المقطع العرضي لأنبوب وهمي مصنوع بواسطة خطوط التيار؛ هذا يعكس حفظ الكتلة بما أن ρv تساوي كثافة تدفق الكتلة (الكتلة التي تعبر وحدة مساحة مقطع عرضي خلال وحدة زمن).

يجب أن نؤكد على أنه في حالة تدفق الغاز عندما تكون ρ ليست ثابتة، ثابت $p + \rho gh + \frac{v^2}{2}$ ستظل صحيحة؛ وفي نفس

الوقت، قانون برنولي صالح فقط عند الحد $1 \ll \frac{\Delta\rho}{\rho}$.

حقيقة أن قانون برنولي يمكن استخدامه عند الحد $1 \ll \frac{\Delta\rho}{\rho}$ ليست في الحقيقة واضحة. نعم، قانون برنولي مشتق من اتزان الطاقة:

الشغل المبذول بواسطة الضغط يتحول إلى طاقة حركية و/أو وضع. على كل حال، عندما يكون الغاز قابلا للضغط، فإنه يوجد هنالك تحول للطاقة الداخلية بسبب الانضغاط.



اعتبر إزاحة تخيلية لكمية معينة من الغاز داخل أنبوب تخيلي مصنوع من خطوط التيار كما هو موضح في الشكل: لنفترض أنه قبل الإزاحة، حجم الغاز هذا استحل المنطقة المظلمة بالأزرق والرمادي. نتيجة للإزاحة، الآن يستحل المنطقة المظلمة بالرمادي والأحمر. لا يوجد أي تغير في حالة المنطقة الرمادية، لكن الغاز من المنطقة الزرقاء انتقل إلى المنطقة الحمراء. التغير في الطاقة الحركية هو $\frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2)$ ، حيث v_r و v_b

ترمزان على التوالي للسرعات عند الموقع الأزرق والأحمر. حفظ الطاقة سيكتب كـ

$$W = \frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2) + \Delta U$$

حيث ΔU هو التغير في الطاقة الداخلية، والشغل المبذول بواسطة الضغط الخارجي

$$W = pV - (p + \Delta p)(V + \Delta V)$$

الآن، اعتبر إزاحة أكبر للغاز—بحيث أن غاز المنطقة الزرقاء غطي كل المسافة من الأزرق للأحمر، واستحوذ على الحجم المظلل بالأحمر. أثناء هذه الإزاحة، العملية على هذا الجزء كانت أديباتية، بحيث $\Delta U = -p\Delta V$. رجوعا لمعادلة اتزان الطاقة، سيمكننا كتابة

$$\frac{m}{2}(v_r^2 - v_b^2) = V\Delta p + \Delta V\Delta p$$

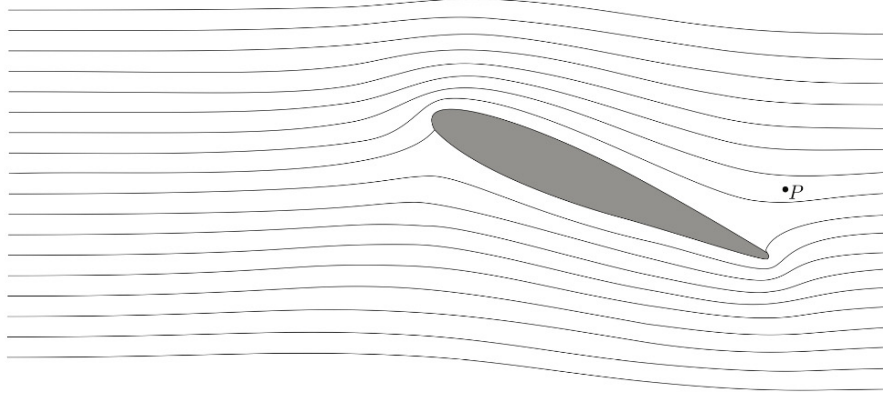
الذي سيعطي قانون برنولي إذا أهملنا الحد= الصغير تريبيعا $\Delta V\Delta p$ وافترضنا أن الكثافة عند المنطقتين الزرقاء والحمراء تقريبا متساوية، $\frac{m}{V} \approx \frac{m}{V+\Delta V}$. هذا صالح إذا كان التغير النسبي في سرعة التدفق أكبر كثيرا من التغير النسبي في الكثافة، والذي هو صحيح إذا كانت سرعة التدفق أقل كثيرا من سرعة الصوت.

عندما اشتقنا قانون برنولي، استخدمنا خدعة يمكن صياغتها كفكرة.

فكرة 15: لو كان عمود من سائل أو غاز، حبل أو قضيب، إلخ يتحرك بشكل مواز لنفسه بحيث أن الحالتين الجديدة والقديمة تتداخلان، ولم يكن هنالك سوى مناطق صغيرة حيث تتغير فيها الحالة (مثل المنطقتين الحمراء والزرقاء في الشكل أعلاه)، تغير الطاقة الكاملة (الزخم، الزخم الزاوي، إلخ) يمكن حسابه باعتبار تلك المناطق التي تغيرت فيها الحالة فقط.

س. 17 أثبت أنه لتدفق غاز مستقر، وعلى طول خطوط التيار ثابت $\frac{v^2}{2} + gh + c_p T =$

س. 18 في الشكل أدناه، يظهر مقطع عرضي لجناح طائرة مع خطوط التيار لتدفق الهواء حول الجناح، كما يرى في الإطار المرجعي للجناح. افترض أن (أ) تدفق الهواء ثنائي البعد تماما (أي أن متجهات السرعة للهواء تقع في مستوى الشكل)؛ (ب) نمط خطوط التيار مستقلة عن سرعة الطائرة؛ (ج) لا يوجد هناك رياح؛ (د) الضغط الديناميكي أقل كثيرا من الضغط الجوي $p_0 = 1.0 \times 10^5 Pa$. يمكنك استخدام مسطرة لأخذ القياسات من الشكل على صفحة الحل.



(أ) إذا كانت سرعة الطائرة الأرضية $v_0 = 100 m/s$ ، ماهي سرعة الهواء v_p عند النقطة P (موضح؛ في الشكل) بالنسبة للأرض؟
 (ب) في حالة الرطوبة النسبية العالية، مع ازدياد سرعة الطائرة الأرضية فوق قيمة حرجة v_{crit} ، سينتكون تيار من قطرات الماء خلف الجناح. القطرات ستشهر عند نقطة معينة Q . عِلِّم النقطة Q في الشكل على صفحة الحل. فسر كليا (باستخدام المعادلات وأقل نص ممكن) كيف حددت موقعها.

(ج) قدر السرعة الحرجة v_{crit} باستخدام البيانات الآتية: الرطوبة النسبية للهواء $r = 90\%$ ، الحرارة النوعية للهواء عند ضغط ثابت $c_p = 1.00 \times 10^3 J/kg \cdot K$ ، ضغط بخار الماء المشبع: $p_{sa} = 2.31 kPa$ عند درجة حرارة الهواء السكن $T_a = 293 K$ و $p_{sb} = 2.46 kPa$ عند $T_b = 294 K$.

فكرة 14 ستكون مفيدة عند اشتقاق سرعة الصوت c_s في الغاز. بعدها، على كل حال، سنحتاج فكرة واحدة أخرى.

فكرة 16: من أجل إيجاد سرعة الانتشار لنبضة في وسط متجانس، على سبيل المثال غاز أو حبل مشدود، من المناسب استخدام إطار مرجعي متحرك تكون فيه النبضة في سكون.

لنعتبر موجة صوت تنتشر في اتجاه محور x ؛ حينها، كثافة الهواء $\rho = \rho(x - c_s t)$. باتباع فكرة 16، سنأخذ إطارا يتحرك بسرعة c_s ، بمحور إحداثي $x' = x - c_s t$. في هذا الإطار، كثافة الاضطراب تبقى ثابتة في الزمن، $\rho = \rho(x')$. هذا يعني أنه يمكننا استخدام فكرة 14، وبهذا سنحصل على معادلتين:

$$(\rho_0 + \Delta\rho)(v + c_s) = \rho_0 c_s$$

$$\frac{1}{2}(v + c_s)^2 + c_p T = \frac{1}{2}c_s^2 + c_p T_0$$

حيث $v \ll c_s$ هي سرعة الغاز في إطار المختبر. في موجة الصوت، كثافة الاضطرابات عادة ما تكون صغيرة بحيث يمكننا افتراض أن $\Delta\rho \ll \rho$. بعد فتح الأقواس وإهمال الحدود الصغيرة تربيعيا (مثل v^2 و $v\Delta\rho$)، سنحصل على

$$c_s v + c_p \Delta T = 0, \rho_0 v + c_s \Delta\rho = 0$$

إذا كان الطول الموجي طويلا كفاية (أطول بكثير من طول متوسط المسار الحر لجزيئات الغاز)، فإن تدفق الغاز أدياباتي، بحيث أنه يمكننا ربط

$$\Delta T \text{ مع } \Delta\rho \text{ بواسطة القانون الأدياباتي ثابت } T\rho^{1-\gamma} = \text{ثابت. باستخدام فكرة 12، سنحصل على } 0 = \frac{\Delta T}{T_0} + (1 - \gamma) \frac{\Delta\rho}{\rho_0} \text{، بالتالي}$$

$$\Delta T = (\gamma - 1) \frac{T_0}{\rho_0} \Delta\rho \text{ مع هذا، معادلاتنا يمكن إعادة كتابتها كالتالي}$$

$$c_s v + c_p (\gamma - 1) \frac{T_0}{\rho_0} \Delta\rho = 0, \rho_0 v + c_s \Delta\rho = 0$$

حيث $c_p (\gamma - 1) = M^{-1} c_p \frac{c_p - c_v}{c_v} = M^{-1} c_p \frac{R}{c_v} = \gamma \frac{R}{M}$. هذه هي مجموعة من معادلتين خطيتين ذات مجهولين، v و $\Delta\rho$ اللذان يمكن أن يكون لهما حلول غير صفرية فقط إذا كانت المحددة صفرا (المعادلتان مستقلتان خطيا)، أي

$$c_s^2 = \gamma \frac{RT_0}{M}$$

لقد قمنا بتجاهل حقيقة مهمة عند حساب c_s : في حالة خطوط التيار المستقيمة (ما لديني في حالة الانتشار أحادي البعد/ مقدمات الموجات السطحية)، بعيدا عن حفظ الطاقة والكتلة، فلدينا أيضا حفظ الزخم الخطي للغاز.

س. 19 برهن أنه في حالة تدفق الغاز على طول خطوط تيار مستقيمة، فنتيجة لقانون نيوتن الثاني للأجزاء الغاز،

$$\rho v^2 + p = \text{ثابت}$$

يجب أن يوضح أن هذا القانون الأخير صالح فقط في حالة خطوط التيار المستقيمة: خلاف هذا، قوة الضغط الناتجة من جدران الأنبوب الوهمي (المصنوع بواسطة خطوط التيار) ستؤثر على أجزاء الغاز مما يساهم في التسارع على طول خطوط التيار.

عندما قمنا بحساب c_s ، لقد قمنا باستخدام ثلاث معادلات: قانون حفظ الطاقة، ثابت $c_p T + \frac{1}{2} v^2 = \text{ثابت}$ حفظ الكتلة ثابت $\rho v =$

والقانون الأديباتي ثابت $\rho^{1-\gamma} T =$. كان بإمكاننا استبدال القانون الأديباتي بقانون حفظ الزخم ثابت $\rho v^2 + p =$ ، ولكننا سنحصل على نفس النتيجة. هذا يعني أنه إذا كانت سعة اضطرابات الكثافة صغيرة، فإن المعادلات الأربعة غير مستقلة، والقانون الأديباتي يمكن اشتقاقه من الثلاثة البقية: بالتالي ما دامت سعة الموجة صغيرة، انتشار الموجة أديباتي. من الجهة الأخرى، للسعات الكبيرة الحالة لن تبقى كما هي: قوانين الحفظ الثلاثة (تعرف بشروط Rankine-Hugoniot) قد (وسوف) تكون متناقضة مع القانون الأديباتي. بالتالي، في حالة موجات الصدمة ذات السعة الكبيرة، العملية على الغاز ليست أديباتية، وجزء من الطاقة الميكانيكية ستتحول إلى حرارة.

س. 20 في حالة موجة الصدمة، منطقة ذات ضغط عالي تنتشر في غاز بسرعة أكبر نوعاً ما من سرعة الصوت. اعتبر موجة صدمة ترتفع فيها كثافة الهواء مرتين بالضبط؛ بكم مرة ستكون موجة صدمة كهذه أسرع من سرعة الصوت؟

4 الإنتروبي ودورة كارنو

النظرية الكلاسيكية في الديناميكا الحرارية بنيت حول مفهوم العمليات العكوسة.

تعريف 11: العمليات العكوسة هي العمليات التي يكون النظام فيها دائماً في شبه اتزان ديناميكي حراري (أجزاء النظام التي تكون في اتصال حراري يجب أن يكون لها نفس درجة الحرارة)، ويجب ألا تفقد الطاقة (أي تحول الطاقة الميكانيكية إلى الحرارة) داخل النظام. وبالتالي، النظام يستطيع أن يكون من جزئين أو أكثر معزولان حرارياً عن البيئة المحيطة بدرجات حرارة مختلفة لكل جسم، لكن كل منهما معزول حرارياً عن الآخر (لا يوجد تدفق للحرارة بينهما). متى ما كانت الحرارة تتدفق من جزء إلى آخر، فإن درجة حرارتهم يجب أن تتساوى: في تلك الحالة، اتجاه تدفق الحرارة يمكن عكسه بتغيير درجات الحرارة بكمية صغيرة جداً. للعمليات العكوسة المثالية، فرق درجة الحرارة يجب أن يكون متناهي الصغر، وبالتالي تغيير درجة الحرارة المطلوب لعملية عكوسة يكون متناهي الصغر أيضاً. على أي حال، العملية سوف تكون متناهية البطء، بسبب أن تدفق الحرارة سوف يكون متناهي البطء أيضاً. وهكذا، العمليات الحقيقية يمكن أن تكون قريبة من العملية العكوسة، ولكن من المستحيل أن تكون عكوسة مثالية. لاحظ ذلك في العمليات العكوسة، كل الكميات (الحرارة المتبادلة، الشغل) تأخذ إشارة معكوسة. كما ذكر سابقاً، التعريف الأفضل لدرجة الحرارة يعتمد على الديناميكا الحرارية الإحصائية؛ هذا، على أي حال، يعتمد على ميكانيكا الكم، وفي فترة قبل ميكانيكا الكم، تعريف آخر بواسطة كلفن استخدم. منذ استخدام التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة، لا حاجة للحديث عن تعريف كلفن: في حالة درجات الحرارة الموجبة، التعريفان متماثلان. على أي حال، مناقشة مقياس كلفن لدرجة الحرارة هي تمرين مفيد، وتعطينا لمحة إضافية عن الديناميكا الحرارية.

تعريف كلفن لدرجة الحرارة يعتمد على دورة كارنو التي سوف نتناقش لاحقاً بتفاصيل أكثر؛ هنا يكفي معرفة التعريف فقط.

تعريف 12: دورة كارنو هي عملية عكسية لغاز في أربعة مراحل:

- (i) الغاز يتمدد أيزوثيرمالي (أي بدرجة حرارة ثابتة) مع امتصاص بطيء لحرارة Q_1 من خزان حراري عند درجة حرارة T_1 ،
- (ii) الغاز يتمدد أديباتي (أي ببطء وبدون امتصاص أو طرد حرارة) وبالتالي انخفضت درجة الحرارة (انظر حقيقة 12) إلى درجة حرارة T_2 ؛
- (iii) الغاز يتم توصيله حرارياً مع خزان حراري آخر بدرجة حرارة T_2 ؛ الغاز يطرد حرارة Q_2 للخزان الحراري ويتقلص وبالتالي النقل أيزوثيرمالي؛
- (iv) الغاز ينضغط أديباتي إلى أن يصل درجة حرارة T_1 .

لاحظ ذلك أننا ليس لدينا تعريف كمي لدرجة الحرارة، ولكن نحن نعرف أن T_1 و T_2 مختلفتان، $T_1 > T_2$: اعتماداً على الحقيقة 2

نحن نعرف أنه إذا كانت الخزانات الحرارية تم توصيلها حرارياً، ستتدفق حرارة من الأسخن إلى الأبرد. بما أن ضغط الغاز يهبط عند التبريد (انظر القسم 3)، الشغل الميكانيكي المبذول من الغاز خلال كامل الدورة هو موجب (إسهام مرحلة

التمدد $A_1 = \int_{exp} pdv > 0$ يغلب مرحلة الانكماش $A_2 = \int_{contr} pdv < 0$). بالتالي، اعتماداً على القانون الأول للديناميكا الحرارية، $A_1 = Q_2 + A_1 + A_2 > Q_2$. وبالتالي، النظام يعمل كمحرك حراري: فرق الحرارة يذهب كشغل ميكانيكي $W = Q_1 - Q_2$ ؛ النسبة $\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$ تسمى الكفاءة للمحرك الحراري.

تعريف 13: المحرك الحراري هو الجهاز الذي يحول الطاقة الحرارية إلى شغل ميكانيكي باستخدام فرق درجة الحرارة بين الاجسام الساخنة والباردة؛ مضخة الحرارة تستخدم الشغل الميكانيكي لنقل الحرارة من جسم درجة حرارته أقل إلى جسم درجة حرارته أعلى. المحرك الحراري المثالي يعتمد على دورة كارنو؛ المضخة الحرارية تعتمد على معكوس دورة كارنو (كل الخطوات معكوسة: الانكماش يصبح تمدد، التسخين يصبح تبريد).

س. 32 أثبت ذلك أن لدورة كارنو، الكفاءة يمكن أن تعتمد على درجات الحرارة للجسمين الساخن والبارد ولا تعتمد على درجة حرارة الغاز المستخدم.

الحل هنا يعتمد على القانون الثاني للديناميكا الحرارية، الذي نصيغه كفكرة.

فكرة 21: القانون الثاني للديناميكا الحرارية يمكن أن يستخدم لإثبات التناقض المستحيل أو عدم وجود أشياء متعددة. إلى هنا، من المهم توضيح ذلك عندما نفترض بأن العكس صحيح، شخص يمكن أن يرسم مخططاً تنتقل الطاقة فيه من الجسم الأعلى درجة حرارة إلى الأقل عندما لا يبذل شغل. هذه المخططات غالباً تستخدم فكرة الآلات الحرارية والمضخات الحرارية المثالية.

حل المسألة 32 يمكن أن يستخدم مباشرة لإثبات جملة أعم (ومهمة جدا)، التي تصاغ كحقيقة.
حقيقة 18: أي محرك حراري عكوس (ليس من الضروري أن يعتمد على دورة كارنو) التي يأخذ الحرارة من حمام حراري مثبت على درجة حرارة T_1 ، ويعطي الحرارة إلى حمام حراري آخر مثبت على درجة الحرارة T_2 يجب أن تأخذ نفس كفاءة دورة كارنو (وهذا ما حصل)، $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$. لأي محرك حراري غير مثالي (غير عكوس)، الكفاءة ممكن أن تكون أقل من η_c ومن المستحيل أن تكون أكبر منه.

تعبير الكفاءة يتبع مباشرة من تعريف درجة الحرارة. بالنسبة إلى المسألة 32، النسبة Q_1/Q_2 هي كمية تعتمد فقط على درجات حرارة الخزانات الحرارية. هذه الحقيقة يمكن أن تستخدم لتحديد درجات الحرارة بتعريف نسبة درجات الحرارة للجسمين مثل

$$T_1/T_2 = Q_1/Q_2$$

حيث Q_1 و Q_2 هما كميات الحرارة الممتصة والمطرودة، على التوالي، من دورة كارنو الخيالية باستخدام جسمين كخزائين ساخن وبارد. هذا تعريف كلفن لدرجات الحرارة؛ وحدة درجة الحرارة 1K معرفة بأن درجة الحرارة للنقطة الثلاثية للماء تساوي $T_0 = 273.16 K$. هذه القيمة T_0 مختارة عند الضغط الجوي، الفرق بين درجة غليان الماء ودرجة انصهاره تساوي 100 K. لاحظ في استخدام هذا التعريف، كفاءة دورة كارنو يمكن إعادة كتابتها على الصيغة $\eta_c = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.

س. 33 أثبت أن الحقيقة 18 ناتجة عن الحقيقة 2.

كما ذكر، في الديناميكا الحرارية الإحصائية هو موضح مع التعريف الإحصائي لدرجة الحرارة (من قانون بولتزمان) \hat{T} ، في حالة دورة كارنو $Q_1/Q_2 = \hat{T}_1/\hat{T}_2$. هذا يعني أن تعريف كلفن وتعريف الميكانيكا الإحصائية متماثلان؛ تساوي الوحدات متحقق إذا كان الثابت κ في قانون بولتزمان أخذ عند قيمة $k_B \approx 1.38 \times 10^{-23} J/K$.

س. 34. [IPHO-1992] مصنع يعلن عن صبغة خاصة: "هذه الصبغة سوف تعكس أكثر من 90% من كل الأشعة القادمة (كل من الأشعة المرئية و تحت الحمراء) ولكنها سوف تشع عند كل الترددات (المرئية و تحت الحمراء) مثل الجسم الأسود، وبالتالي إزالة الكثير من الحرارة من القمر الصناعي. الصبغة سوف تساعد على أن يكون القمر الصناعي بارد قدر الإمكان. هل = توجد صبغة كذلك؟ لماذا أو لم لا؟ كعاقبة لهذه المسألة من خصائص الإشعاع والامتصاص لمادة أن تكون متماثلة لكامل الطيف الكهرومغناطيسي. من الممكن أن يثبت بشكل مماثل ذلك أن المادة العاكسة جزئياً يجب أن تمتص من الجانبين بنفس القيمة. من المحتمل أن يبدو زجاج النوافذ الداكنة أكثر شفافية عند النظر من داخل غرفة مظلمة، ولكن هذا مجرد وهم فقط: عند النظر من الخارج، نسبة صغيرة من الأشعة المنعكسة الوفيرة القادمة من الخارج يمكن أن تغلب الجزء الممتص من الأشعة القادمة من الداخل، ولكن العكس غير صحيح. هذا التأثير يطور بوضع طبقات للامتصاص وطبقات للانعكاس وقلب الطبقة العاكسة للخارج. ثم، بما أن الامتصاصية الكلية متساوية من الجهتين، الانعكاسية من الخارج أكبر بسبب أنه من الخارج، الأشعة المنعكسة لا تمر عبر طبقة الامتصاص.

فكرة 22: الحقيقة (رقم 18) أن جميع المحركات الحرارية لديها نفس الكفاءة $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ يمكن أن تستخدم لحل سلسلة من المسائل.

أولاً، هذه الفكرة تطبق لكل المسائل التي تتعامل من المحركات الحرارية إذا كانت هذه المحركات تتضمن حمامين مع درجتين حرارة مختلفتين تماماً. خاصة، يجب أن نتذكر دائماً أن الأجهزة التي تعتمد على التأثير الكهروحراري (أنظر حقيقة 20) تكون نظرياً عكوسة (بالتأكيد، تبيد أوم في بعض الأجهزة غير عكوس ويحتاج أن يخرج من حفظ الطاقة). في بعض الحالات، من الممكن حل مسألة (اشتقاق معادلة) بوضع تجربة عقلية مع محرك حراري افتراضي مناسب، أنظر المسألة القادمة.

س. 35. اشتق مساواة كلاوزيوس-كلايرون التي تربط بين مشتقة درجة الحرارة لضغط التشبع لمادة، $\frac{dp_s}{dT}$ ، بالحرارة الكامنة للتبخير λ ، درجة الحرارة T ، ضغط التشبع P_s ، والكتلة المولية μ .

بأي كمية سوف يتغير ضغط البخار المشبع للماء إذا كانت درجة الحرارة انخفضت من $T_0 = 100.0^\circ C$ إلى $T_1 = 99.9^\circ C$ ؟ الضغط الجوي $P_0 = 1.0 \times 10^5 Pa$ ، الحرارة الكامنة للتبخير للماء $L = 2260 KJ/Kg$. تلميح: اعتبرها دورة كارنو حيث يكون الشغل مبذولاً بواسطة بخار الماء، وخزان التبريد والتسخين مكونان من الماء، عند درجات الحرارة T_0 و T_1 ، على التوالي.

س. 36. لاحظ أن مساواة كلاوزيوس-كلايرون يمكن أن تكتب على نفس صيغة قانون بولتزمان، $P_s = P_0 e^{-U/k_B T}$ ؛ عوض قيمة U بدلالة المعطيات في المسألة 35، وفسرها فيزيائياً.

تعريف 14: الإنتروبي الكلاسيكي (الغير متعلق بميكانيكا الكم) S محدد فقط عبر الزيادات (يشبه طاقة الوضع):

$$\Delta S = \Delta Q/T$$

حيث ΔQ هي درجة الحرارة المعطاة للنظام، و T هي درجة حرارة النظام.

الختام: العملية الأديباتية هي عملية أيزنتروبيكية (أي أن الإنتروبي متساوي دائماً).

في حين أن الديناميكا الحرارية الكلاسيكية، زيادات الإنتروبي فقط هي المعرفة، في الديناميكا الحرارية الإحصائية التي تعتمد على ميكانيكا الكم، قيمة الإنتروبي المطلقة معرفة بشكل جيد؛ بشكل أوضح، $S = k_B \ln N$ ، حيث N عدد الحالات الكمومية الميكانيكية المثارة حرارياً؛ بشكل أدق $S = -k_B \langle \ln P_i \rangle_i$ ، حيث P_i هي احتمالية i -حالة كمومية ميكانيكية، والقوسان المحدبان يدلان على أخذ المتوسط لكل الحالات الممكنة. باستخدام هذا التعريف يمكن الوصول $\Delta S = \Delta Q/T$ ، مع اتفاق للتعريف الكلاسيكي.

من السهل إدراك أن النظام المغلق الذي يمر عملية عكوسة، يكون الإنتروبي محفوظاً. بالتأكيد، بما أن الحرارة تنتقل بين الأجزاء المختلفة على نفس درجة الحرارة بانتقال كمية محددة من الحرارة، الجزئان يحصلان على نفس الحرارة بالمحصلة وزيادة الإنتروبي متعكسة. على أي حال، في حالة العمليات غير العكوسة، اعتماداً على القانون الثاني للديناميكا الحرارية (الفكرة 2) الجزء هذا من النظام الذي يبرد الحرارة

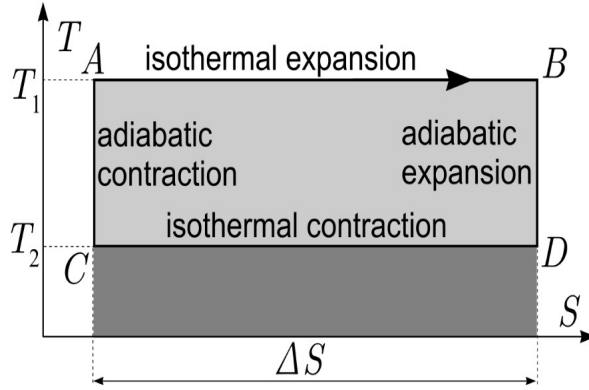
($-\Delta Q < 0$) لديه درجة حرارة أعلى من الجزء الآخر الذي يمتص الحرارة، $T_1 > T_2$. وبالتالي، التغير الكلي في الإنتروبي في النظام $\Delta S = -\frac{\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} > 0$ هو موجب.

الحقيقة 19: الإنتروبي لنظام مغلق يبقى ثابت في العملية العكوسة ويزداد في غير العكوسة.

مع التعريف الإحصائي لتعريف الإنتروبي، يمكننا قول ذلك أن نظاماً يتطور من تلقاء نفسه، عدد الحالات الكمومية المثارة يزداد فقط. هذا يمكن إثباته باستخدام الرياضيات الإحصائية. عدد الحالات المثارة يمكن أن يفترض كمتغير يوضح درجة الرتبة: المزيد من الحالات المشغولة تؤدي إلى رتبة أقل. ولذلك، درجة الرتبة لنظام مغلق تزداد فقط. يمكنك استخدام هذا كذريعة إذا كانت غرفتك فوضوية. أخيراً، لاحظ أن الحقيقتان 19 و 18 تصاغان بالقانون الثاني للديناميكا الحرارية، هذا مقبول حيث أنهما منماتلتين للحقيقة 2: انخفاض الإنتروبي يعني مباشرة أن الحرارة انتقلت من جسم أبرد إلى جسم أسخن.

نحن أثبتنا بالفعل التماثل بين الحقيقة 2 و 19. محرك حراري افتراضي مع $\eta > \eta_c$ ينعت بالحركة الأبدية من النوع الثاني، وهذا هو مستحيل مثل الحركة الأبدية النوع الأول (التي لا تتفق من قانون حفظ الطاقة). على أي حال، الناس يميلون إلى ثقة قوانين الإحصاء أقل من قوانين الطبيعة الأخرى (أيضاً، حتى من يرغب في شراء تذاكر اليانصيب). نتج عن ذلك عدد كبير من المحاولات الفاشلة لإنشاء حركة أبدية من النوع الثاني، ولكن بعض الألعاز الممتعة. على الأغلب أشهرها عفريت ماكسويل: عفريت بحجم النانو يقف بجانب بوابة بين جزئين من الوعاء يفتح البوابة إذا مر جزيء سريع، ويغلقها في غير ذلك. على ما يبدو، درجة حرارة الجزء الآخر من الوعاء سوف تزداد، بالتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية. حل اللغز أن العفريت يحتاج إلى أن يحصل على المعلومات عن وصول الجزيئات ولتحقيق ذلك تحتاج إلى إرسال، على سبيل المثال، الفوتونات. على أي حال، الفوتونات المبعثرة من الذرة سوف تؤدي إلى زيادة الإنتروبي. الآن، لنفترض دورة كارنو الأمامية والعكوسة بتفاصيل أكثر.

فكرة 23: العمليات التي تتضمن دورة كارنو تدرس بشكل نموذجي باستخدام منحنى $S - T$ ، وذلك بسبب أن العملية لها مسار مستطيلي.



بما أننا بالفعل قمنا بإيجاد كفاءة دورة كارنو بداية من تعريف كلفن لدرجة الحرارة، هيا لنفعلها، مرة أخرى، بداية من تعريف الإنتروبي باستخدام منحنى $S - T$. ليكن محور $S - T$ المحور الأفقي، وطول المستطيل ΔS ، اعتماداً على تعريف الإنتروبي، الحرارة الممتصة من الخزان الحار هي $\Delta Q_1 = \int_A^B T ds = T_1 \Delta S$ هي مساحة سطح المستطيل الكبير؛ بالمثل، الحرارة المعطاة للخزان البارد $\Delta Q_2 = \int_C^D T ds = T_2 \Delta S$ هي مساحة سطح المستطيل الرمادي-الغامق. اعتماداً على قانون حفظ الطاقة، الشغل المبذول $\Delta W = \oint_{ABCD} T ds = \Delta Q_1 - \Delta Q_2 = \Delta S(T_1 - T_2)$ اعتماداً على تعريف الكفاءة

$$\eta_c = \frac{\Delta W}{\Delta Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

دورة كارنو العكوسة لديها حركة عكس عقارب الساعة في منحنى $S - T$: كل الانكماشات تصبح تمددات (والعكس صحيح)، تدفق الحرارة ينعكس، والشغل الميكانيكي يصبح بالسالب، أي الشغل المحتاج لكي يستمر النظام. كمحرك حراري عكوس يمكن أن يستخدم لسببين: كمضخة حرارية أو ثلاجة، الغاز يأخذ الحرارة من داخل الثلاجة عند درجة حرارة T_2 ، تتدفق من الأضلع التي خلف الثلاجة وتطرد المزيد من الحرارة عند درجة حرارة الأضلع $T_1 > T_2$ ؛ المحرك الكهربائي للثلاجة يجعل العملية تستمر. كفاءة الثلاجة (تسمى غالباً كفاءة الأداء، أو COP) تعرف بالنسبة بين الحرارة Q_2 التي تؤخذ من الداخل، والشغل المبذول W من المحرك (القدرة الكهربائية المستهلكة)،

$$\eta_{fridge} = \frac{Q_2}{W} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

من هذا التعبير يمكننا أن نستنتج أن كفاءة الثلاجة يمكن أن تكون أكبر من أو أصغر من الواحد، ولكن من الصعب جداً تحقيق درجات حرارة منخفضة جداً، بسبب أن الكفاءة تنخفض مع درجة الحرارة داخل الثلاجة.

المضخات الحرارية يمكن أن نفترض كثلاجة، التي أضلعها الساخنة داخل غرف معيشتنا، والتي تأخذ الحرارة من خزان الحرارة الأبرد خارج المنزل (هواء أو أرض). الآن، ما نحتاجه هو أن الحرارة الممتصة Q_1 بغرفة معيشتنا، وبالتالي كفاءة المضخة الحرارية هي

$$\eta_{HP} = \frac{Q_1}{W} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

التي هي دائماً أكبر من واحد: هي تعمل دائماً أكثر كفاءة من المشعاع الكهربائي.

أخيراً، لنناقش التأثير الكهروحراري. لنبدأ مع، فلنرجع للمسألة 36: لجزيء قادر على مغادرة الطور السائل، كمية من الحرارة U يجب أن تزود. هذا يعني بشكل فعال، أن جزيئات الطور السائل تمتلك لطاقة وضع- U بالنسبة لجزيئات الطور الغازي؛ طاقة الوضع هذه تسمى طاقة الوضع الكيميائية، وتساوي التغير في الطاقة الكلية عندما يضاف جزيء كامل للنظام (الطاقة النهائية ناقص الابتدائية). بالمثل للجزيئات في الطور السائل، الكترولونات في معدن (أشبه الموصلات، والعوازل) التي أيضاً تصف طاقة الوضع الكيميائية، غالباً تسمى مستوى فيرمي E_F . مستوى فيرمي لمادة يعتمد على درجة الحرارة؛ إذا كانت درجة الحرارة لسلك تتغير مع الطول، مستوى فيرمي سيتغير عبر الطول. نتيجة لذلك،

الالكترونات تتحرك باتجاه مستويات فيرمي الأقل (طاقة وضع أقل)، منشئين فانض من الشحنات والمجال الكهربائي. أخيراً، الاتزان يتم الوصول له: جهد كهربائي سكوني يعوض عن فرق مستويات فيرمي. وبالتالي، عند الاتزان، يوجد جهد متغير حول السلك. لنلخص ذلك.

حقيقة 20: إذا سخن سلك من طرف واحد، وبرد عند الطرف الآخر حيث أن درجات حرارة طرفيه هي T_h و T_c ، على التوالي، ثم سوف يكون جهد

$$V = S(T_h - T_c)$$

بين طرفين السلك، حيث معامل سيبك S يختلف للمواد المختلفة. هذا يعرف بتأثير سيبك.

المزدوج الحراري هو جهاز مصنوع من سلكين من مادتين مختلفتين مختارين بحيث أن معامل سيبك أكبر ما يمكن. سلك من مادة A وصلت عند طرفيها، نقطتا الاتصال، إلى أسلاك المادة B ؛ إذا كانت نقطتا الاتصال وضعتا عند درجة حرارة مختلفة، قوة دافعة كهربائية تنشأ عند المحطات الخارجية للمزدوج الحراري. المزدوجات الحرارية التي تستخدم لإنتاج الطاقة الكهربائية تسمى المولدات الكهروحرارية. المزدوجات الحرارية تمتص وتطرد الحرارة عند نقطتا الاتصال، وتنفذ عمل كهربائي، وبالتالي تعمل مثل المولدات الحرارية. إذا كنا نريد عكس مثلاً مولد حراري، سوف نحتاج إلى دعم تيار من مصدر خارجي. ثم سوف نتوقع أن واحد من نقطتا الاتصال سوف تطرد الحرارة، والأخرى سوف تمتص الحرارة؛ هذا هو، بالإضافة، ماذا سوف يحدث، ويسمى ذلك تأثير بلتييه. اتجاه التيار يعرف، من أي نقطتا الاتصال سوف يمتص الحرارة. لأغلب المواد، S تأخذ قيم تظل أقل من $10\mu V/K$ ، وللبعض المعادن مع الشوائب $30\mu V/K$ ($70\mu V/K$ للبيزموت). ماذا يفرق في حالة المزدوج الحراري، هو الفرق في معامل سيبك للسلكين، وفي حالة زوج كروموم وكوستانتان (نوع من المزدوجات الحرارية مصنوعة من مواد خاصة)، الفرق في درجة حرارة الغرفة هو $62\mu V/K$. لأشياء الموصلات، S يمكن أن تصل لقيم أعلى.

الآن نستطيع أن نسأل عن، مدى تقارب العمليات العكوسة من التأثير الكهروحراري. لنظام يمر بعملية عكوسة، جميع أجزائه يجب أن تصل لحالة قريبة جداً من الاتزان الحراري. في حالة المزدوج الحراري، على أي حال، لدينا سلك يوصل نقطتا الاتصال الساخنة مع الباردة، وهذا غير عكوس تماماً. للعملية لكي تكون عكوسة، تدفق الحرارة الغير عكوسي

$$\Phi_{ir} = \frac{\kappa A}{l} (T_h - T_c)$$

(حيث κ الموصلية الحرارية، A مساحة المقطع، و l الطول) يجب أن يكون صغير مقارنة مع تدفق الحرارة العكوسي الذي يستهلك في إنتاج الطاقة الكهربائية،

$$\Phi_r = \frac{P}{\eta_c} = \frac{V^2}{R} \frac{T_h}{T_h - T_c} = \frac{S^2 (T_h - T_c) T_h}{\rho l / A}$$

وبالتالي، العملية يمكن أن تعتبر عكوسة إذا كان

$$\frac{\Phi_r}{\Phi_{ir}} = \frac{S^2 T_h}{\kappa \rho} \gg 1.$$

المعامل الذي ليس له وحدة يسمى معامل الفعالية ويعبر عنه بالتالي

$$ZT \equiv \frac{S^2 T}{\kappa \rho}$$

حالياً المواد مع أعلى معامل فعالية تصل لقيم $ZT \approx 2.5$ ، ولكن نظرياً لا يوجد حد أقصى لقيمة ZT . في حالة $ZT \approx 2.5$ ، الكفاءة العظمى لمزدوج حراري هي 30% من كفاءة دورة كارنو. هذا هو تحدي لعلماء المواد لإنشاء مواد مع معامل فعالية أعلى التي سوف تستخدم لإنشاء مولدات كهروحرارية أصغر.

س. 37 مزدوج حراري يستخدم كبطارية: واحد من مفصليه عند درجة حرارة الغرفة $T_1 = 20^\circ C$ ، الآخر ترك داخل زجاجة ماء مع ثلج، عند درجة حرارة $T_2 = 0^\circ C$. طرفاه وصلا مع مقاومة $R = 10\Omega$ ، موصله بالتسلسل مع أميتر الذي يظهر تيار $I = 10mA$. كم كمية الثلج المذابة خلال $t = 10h$ إذا كان الزجاج عازل حراري ممتاز جدا ودرجة حرارة الغرفة تبقى ثابتة؟ الحرارة الكامنة للانصهار للثلج $\lambda = 330kJ/kg$. افترض أن عمليات انتقال الحرارة في المزدوج الحراري عكوسة.

ملحق 1: تحفيز لقانون بولتزمان

السبب الذي يجعل احتمالية الاستحواذ على مستوى طاقة يضمحل أسياً مع الطاقة يقع في حقيقة أنه في حالة الخزان الحراري الذي يفترض أن يتضمن عدداً كبيراً من الأنظمة الفرعية، سينمو عدد الحالات الميكانيكية الكمية أسياً مع الطاقة الكاملة E_{tot} . لنعتبر بشكل مبسط جسماً لديه عدد من مستويات الطاقة متساوية البعد، $E_0 + \epsilon, E_0 + 2\epsilon, \dots, E_0 + n\epsilon$. $E_n = E_0 + n\epsilon$. لكن كذلك الخزان الحراري مصنوعاً من عدد كبير $n \gg N$ من الجسيمات المتطابقة، وكل منها لديه مستويين طاقة، 0 (المستوى الأرضي) و ϵ (الحالة المثارة)، وليكن العدد الكامل للجسيمات عند الحالة المثارة M (مع $M, N - M \gg n$). الآن قمنا بجعل الجسم متصلاً بالخزان؛ ولنفترض أنه طاقته سنصبح $n\epsilon$. بسبب قانون حفظ الطاقة، هذا سيقلل عدد الجسيمات المثارة داخل الخزان الحراري بـ n . بالتالي، عدد الأجسام المثارة هو $M - n$ ؛ عدد الحالات المختلفة للخزان الحراري الذي يحقق هذا الشرط سيساوي عدد الطرق المختلفة لاختيار $M - n$ جسيم من مجموعة N جسيم، وهو

$$\binom{N}{M-n} = \frac{N!}{(M-n)!(N-M+n)!}$$

كما أنه للمستوى الأرضي للجسم، عدد حالات الخزان الحراري سيعطى بشكل مشابه بـ

$$\binom{N}{M} = \frac{N!}{M!(N-M)!}$$

بما أن كل هذه الحالات مفضلة بنفس المقدار، ستكون النسبة بين احتمال كون الجسم في الحالة المثارة η وكونه في الحالة الأرضية ستعطى بالنسبة بين عدد الحالات،

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{N!}{(M-n)!(N-M+n)!} \frac{M!(N-M)!}{N!} = \frac{M}{(M-n+1)(M-n+2)\dots M} \approx \left(\frac{M}{N-M}\right)^n$$

هنا، رقم يعبر عن حالة الخزان الحراري؛ يمكننا تعريف المعامل $\beta = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{N}{M} - 1\right)$ الذي سيقودنا إلى قانون بولتزمان

$$\frac{p_n}{p_0} = e^{-\beta E_n}$$

هذا "البرهان" لن يكون غالبا مرضيا للقارئ الرياضي، لأننا قمنا بوضع افتراضات محدودة جدا لجسيمات الخزان الحراري. لبرهان أكثر عمومية، يمكن للمرء تعريف كثافة مستويات الطاقة $g(E)$ للـ "جسيمات" التي تكون الخزان الحراري، التعبير عن كثافة مستويات الطاقة لكامل الخزان كالالتفاف $convolution$ الـ N مع نفسها، حسابها في فضاء فورييه (لأن تحويل فورييه للالتفاف هو فحسب ضرب تحويلات فورييه)، أخذ تحويل فورييه العكسي وتقديره (لـ $N \rightarrow \infty$) باستخدام طريقة نقطة السرج $saddle point$ —هذه التقنيات بعيدة كل البعد عن مستوى هذا الكتيب.

ملحق 2: إيجاد متوسط الطاقة الحركية من قانون ماكسويل

باستخدام قاعدة التعويض،

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = v_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

التكامل هو جوهريا عبارة عن أخذ مجموع، ونحن نعرف أن مشتقة مجموع هي مجموع المشتقات. بالتالي، يمكننا أخذ مشتقة كلا طرفي هذه المساواة بالنسبة لـ v_0 ؛ الطرف الأيسر سيعطي

$$\frac{d}{dv_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dv_0} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = 2v_0^{-3} \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x$$

والطرف الأيمن سيعطي

$$\frac{d}{dv_0} v_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

هذا يعني أن

$$\int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = \frac{1}{2} v_0^3 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

لنتذكر أن $f(v_x) = e^{-v_x^2/v_0^2} / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x$. إذن يمكننا إعادة كتابة تعبير جذر المتوسط التربيعي كالتالي

$$\bar{v}_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} v_x^2 e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x / \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x = \frac{1}{2} v_0^2$$

الآن، إذا عوضنا من جديد $v_0 = \sqrt{2k_B T/m}$ (المرتبطة بتوزع ماكسويل)، سنحصل في النهاية على

$$m\bar{v}_x^2 = k_B T$$

الأجوبة

1. $4PT^3/aT_0^4$
2. $(Q = 500W \cdot 37s) m = Q/(L + c\Delta T) \approx 28g$
3. $\Delta T = \frac{U_1^2 T}{8\rho_e \rho c l^2} \approx 34K$
4. $P' = P \frac{t_2 - t_1}{t_1 - t_0} \approx 53^\circ C$
5. $Q = (T_1 - T_2)S / \int \rho dx \approx 18mW$ ؛ $\Delta T = P\rho d/s \approx 11.7K$
6. $T = T_\odot \sqrt{R_\odot/2L} \approx 290K$
7. $N + 1$
8. $T_{max} = (\sqrt{3}I/\sigma)^{1/4}$ ، $T_{min} = (I/\sigma)^{1/4}$
9. $v \approx \frac{m}{M} \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$
10. $N \approx 162$
11. $\Phi \approx \frac{3}{2} nRT_1 \sqrt{\frac{RT_2}{M}}$
12. $\Delta m = \left(\frac{1}{T_{air}} - \frac{1}{T_1}\right) \frac{p_0 V_0}{R} (\mu_{air} - \mu_H)$

$$T = 1.4T_0.14$$

$$\gamma = \frac{4}{3} \text{ .15 ستقل مرتين؛}$$

$$\Delta T = \frac{\rho_0 T_0 g \Delta h \gamma^{-1}}{p_0 \gamma} = 2.1^\circ\text{C}.16$$

$$v_{crit} \approx 23\text{m/s} \text{ (ج) حيثما تكون المسافة بين الخطوط الأقل؛}$$

$$\sqrt{2.5}.20$$

$$\Delta P = \frac{T_0 - T_1}{T_0^2} \frac{p_0 \mu L}{R} \approx 350\text{Pa} ; \frac{dp_s}{dT} = p_s \frac{\lambda \mu}{RT^2} .35$$

$$U = L/\mu N_A \text{ الشغل الخارج، سالب طاقة الوضع لجزيء في الحالة السائلة} .36$$

$$m = \frac{l^2 R_t T_2}{(T_1 - T_2) \lambda} \approx 1.5\text{g} .37$$