المملكة العربية السعودية
المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني
الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

المعاهد الصناعية الثانوية

الحقيبة التدريبية :

الحساب المساحي

في تخصص المساحة

مقدمة

الحمد لله وحده،والصلاة والسلام على من لا نبي بعده، محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه، وبعد:

تسعى المؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني لتأهيل الكوادر الوطنية المدربة القادرة على شغل الوظائف التقنية والفنية والمهنية المتوفرة في سوق العمل، ويأتي هذا الاهتمام نتيجة للتوجهات السديدة من لدن قادة هذا الوطن التي تصب في مجملها نحو إيجاد وطن متكامل يعتمد ذاتياً على الله ثم على موارده وعلى قوة شبابه المسلح بالعلم والإيمان من أجل الاستمرار قدماً في دفع عجلة التقدم التنموي: لتصل بعون الله تعالى لمصاف الدول المتقدمة صناعياً.

وقد خطت الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج خطوة إيجابية تتفق مع التجارب الدولية المتقدمة في بناء البرامج التدريبية، وفق أساليب علمية حديثة تحاكي متطلبات سوق العمل بكافة تخصصاته لتلبي متطلباته ، وقد تمثلت هذه الخطوة في مشروع إعداد المعايير المهنية الوطنية الذي يمثل الركيزة الأساسية في بناء البرامج التدريبية، إذ تعتمد المعايير في بنائها على تشكيل لجان تخصصية تمثل سوق العمل والمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني بحيث تتوافق الرؤية العلمية مع الواقع العملي الذي تفرضه متطلبات سوق العمل، لتخرج هذه اللجان في النهاية بنظرة متكاملة لبرنامج تدريبي أكثر التصاقاً بسوق العمل، وأكثر واقعية في تحقيق متطلباته الأساسية.

وتتناول هذه الحقيبة التدريبية " **الحساب المساحي** " لمتدربي دبلوم " **المساحة** " **(برنامج العمارة والتشييد)** للمعاهد الصناعية الثانوية موضوعات حيوية تتناول كيفية اكتساب المهارات اللازمة لهذا التخصص.

والإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج وهي تضع بين يديك هذه الحقيبة التدريبية تأمل من الله عز وجلّ أن تسهم بالشكل مباشر في تأصيل المهارات الضرورية اللازمة، بأسلوب مبسط يخلو من التعقيد، مدعم بالتطبيقات والأشكال التي تدعم عملية اكتساب هذه المهارات.

والله نسأل أن يوفق القائمين على إعدادها والمستفيدين منها لما يحبه ويرضاه؛ إنه سميع مجيب الدعاء.

الإدارة العامة لتصميم وتطوير المناهج

الفهــرس

تمهيد

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين معلم الناس الخير. أما بعد.

فإننا نقدم بين صفحات هذه الحقيبة التدريبية مقرر حقيبة الحساب المساحي بقسم المساحة بمعاهد العمارة والتشييد وفق الوحدات التدريبية التي اعتمدت واستنبطت من "معايير المهارات الوطنية لتخصص المساحة". وقد روعي في إعداد هذا العمل التدريبي أن يكون متكامل البناء في عرض متوازن بين جدية الموضوع وسهولة التناول. وقد التزمنا في أسلوب تأليف وتنسيق وإعداد المادة التدريبية لهذه الحقيبة بمقررات ومفردات الحقائب الدراسية المطورة والمعتمدة وبالمعايير والأسس الواردة في دليل تصميم الحقائب التدريبية الصادر عن الإدارة العامة للمناهج بالمؤسسة العامة للتدريب التقني والمهني.

وقد روعي في تأليف هذه الحقيبة أن تكون محتوياتها متوائمة مع المستوى الذهني للمتدرب في هذه المرحلة من الدراسة مع ربطها بتطبيقات من الواقع لتقرب لذهن المتدرب أهمية ما يتدرب عليه وتبلور عنده القدرة على التفكير وإيجاد الحلول المناسبة في مجال عمله المستقبلي. وقد ابتعد أسلوب التأليف والإعداد عن التطويل الزائد أو الاختصار الشديد الذي يضر بالموضوع، وكذلك روعي البعد عن الغموض والتعقيد في عرض الموضوعات والتطبيقات مع الحرص على الاستعانة بالرسوم والأشكال الإيضاحية حتى تسهل للمتدرب فهم الموضوع بيسر.

وتحتوي هذه الحقيبة على عشر وحدات تدريبية كما يلي :

1. **الوحدة الأولى** (أنظمة القياس والتحويلات المستخدمة في الأعمال المساحية) وقد خصصت هذه الوحدة لتعريف المتدرب بوحدات النظام الدولي المستخدم في المملكة العربية السعودية لقياس الأطوال والمساحات والحجوم والزوايا والانحرافات وكذلك تمد هذه الوحدة المتدرب بكيفية التعامل مع هذه الأنظمة وتعرفه بالعلاقة بينها.
2. **الوحدة الثانية** (حساب المسافة الأفقية والرأسية) وفيها يتعرف المتدرب على أنواع المسافات وكيفية حساب المسافات الأفقية التي يتم تمثيلها على الخرائط وكذلك يتعرف على عمليات حساب المسافة الرأسية.
3. **الوحدة الثالثة** (حساب الانحرافات) وفيها يتعرف المتدرب على أنواع الشمال والاتجاهات وأنواع الانحرافات وأهميتها والفرق بين أنواعها واستخداماتها.

4. **الوحدة الرابعة** (حساب الإحداثيات الأفقية والرأسية) وفيها يتعرف المتدرب على حساب الإحداثيات التي هي الهدف الغالب من أية قياسات وأرصاد مساحية، ويتعرف المتدرب على أنواع الإحداثيات وطرق حساب كل نوع.
5. **الوحدة الخامسة** (حساب مساحة الأشكال الهندسية) وفيها يقوم المتدرب بالتدرب على حساب مساحة الأشكال الهندسية المنتظمة بعد التعرف على خصائصها وقد تم الربط بينها وبين ما يقوم المساح بعمله في مجال تحديد حساب مساحة الأراضي في مخططات المساحة العقارية، وأعمال التمتير، والحصر، وحساب مساحات قطع الأراضي الزراعية سواء كانت أشكالها منتظمة أو غير منتظمة.
6. **الوحدة السادسة** (حساب حجوم الأشكال و كميات الحفر والردم) وتتيح هذه الوحدة للمتدرب الفرصة لاكتساب الخبرة في حساب الحجوم للأشكال الهندسية المنتظمة وحساب كميات الحفر والردم، وقد تم ربط موضوعاتها بتطبيقات عملية مما يقوم به المساح خلال ممارسة عمله في إيجاد مكعبات المباني ومكعبات الأتربة. وهذا مما يحفز المتدرب لبذل الجهد ليكتسب المهارات والخبرات، خاصة وأن لها علاقة مباشرة بواقع ملموس يسهل إدراكه.
7. **الوحدة السابعة** (تقسيم الأراضي وتعديل الحدود) وفيها يقوم المتدرب بالتعرف على كيفية حساب المساحات بالإحداثيات وكذلك عمليات اقتطاع مساحة للمنفعة العامة أو تعديل الحدود بين الملاك للاستفادة من شيء معين مثلا وليكن بئر مائي يتوسط أرضاً زراعية .
8. **الوحدة الثامنة** (أنواع الأخطاء ومصادرها) وفيها يتعرف المتدرب على أنواع الأخطاء ومصادرها وكيفية التغلب عليها في القياسات الطولية والزاوية .
9. **الوحدة التاسعة** (ضبط الأرصاد المساحية) وفي هذه الوحدة يتدرب المتدرب على كيفية ضبط الأرصاد الطولية والزاوية وكذلك حساب معايير الدقة للأرصاد .
10. **الوحدة العاشرة** (المساحات والحجوم للأشكال وكميات الحفر والردم) وفيها يتدرب المتدرب على كيفية حساب مساحة و حجوم الأشكال الهندسية المختلفة وكذلك حساب كميات الحفر والردم وذلك باستخدام الجداول الإلكترونية

وقد روعي في تصميم الأمثلة المحلولة والتدريبات والمسائل في الحقيبة التدريبية للحساب المساحي أن تكون منوعة وشاملة ومن واقع بيئة المساح العملية وقد صيغت في لغة مباشرة

وبدون أية تعقيد أو غموض. أما الرسومات والأشكال الإيضاحية فقد روعي فيها أن تكون واضحة وأن تساعد المتدرب على التصور والفهم السليم للموضوع وتساهم في تثبيت المعلومات.

وأيضا فإننا قد حرصنا على أن تكون هذه الحقيبة معيناً جيداً للمدرب في الشرح والتطبيق وأن تكون الأمثلة المحلولة وسيلة فاعلة في الشرح وإيصال المعلومات للمتدربين وأن تكون المسائل والتمارين من الوسائل التي يعتمد عليها المدرب في قياس مدى تحصيل المتدربين.

وفي النهاية نرجو من الله العلي القدير أن نكون قد وفقنا في تقديم ما يفيد المتدرب ، وأن تكون هذه الحقيبة نافعة للمتدرب خلال فترة التدريب بالمعهد، وأيضا بعد تخرجه ومزاولته للأعمال المساحية.

وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين، وصلى الله وسلم على سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

الوحدة الأولى

أنظمة القياس والتحويلات المستخدمة في الأعمال المساحية

أنظمة القياس والتحويلات المستخدمة في الأعمال المساحية

الجدارة:

التمييز بين نظم القياس المختلفة المستخدمة في العمليات المساحية والتحويل بين أنظمة القياسات الطولية والزاوية.

الأهداف:

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

1. يعدد أنظمة القياس وأنواعها
2. يعرف وحدات قياس الأطوال والمساحات والحجوم
3. يحسب عمليات التحويل بين أنظمة قياس الأطوال
4. يميز بين وحدات قياس الزوايا
5. يحسب مسائل التحويل بين أنظمة قياس الزوايا.

الوقت المتوقع للتدريب: 10 ساعات تدريبية.

الوسائل المساعدة :

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .

1-1 مقدمة:

يتطلب العمل المساحي من المساح سواء الحقلي أو المكتبي استخدام العديد والمتنوع من وحدات القياس سواء لأعمال القياس أو الحساب ومنها قياس الأطوال أو قياس الانحرافات والزوايا الأفقية والرأسية أو حساب المساحات أو حساب الحجوم وكذلك قياس وحساب المناسيب وأعمال التوقيع ورسم الخرائط.

ونظراً لارتباط نظم ووحدات القياس بالعديد من العلوم والتطبيقات فقد نشأت عدة نظم، كان أكثرها استخداما وانتشارا النظامان التاليان:

النظام الإنجليزي:

في هذا النظام يعتبر القدم وحدة أساسية لقياس الطول، والباوند وحدة أساسية لقياس الكتلة، والثانية وحدة أساسيةً لقياس الزمن.

النظام الفرنسي:

في هذا النظام يعتبر السنتيمتر وحدة أساسية لقياس الطول، والجرام وحدة أساسية لقياس الكتلة، والثانية وحدة أساسية لقياس الزمن.

ومع تطور العلوم والتقنيات وانفتاح العالم واتصاله في كافة المجالات فقد ظهرت الحاجة إلى نظام قياس متعارف عليه ومقبول في جميع دول العالم وهو ما يعرف حالياً بالنظام الدولي وهو المستخدم حالياً في معظم دول العالم.

النظام الدولي لوحدات القياس (SI-Units):

في هذا النظام يعتبر المتر وحدة أساسية لقياس الطول، والكيلوجرام وحدة أساسية لقياس الكتلة، والثانية وحدة أساسية لقياس الزمن. وهذا النظام هو المستخدم في المملكة العربية السعودية.

وفي هذه الوحدة سوف نتعرض لشرح وحدات وأنظمة القياس وكيفية التحويل بين وحدات القياس المستخدمة في العمليات المساحية المختلفة.

1- 2 **وحدات القياس:**

1- 2- 1 وحدات قياس المسافات والأطوال:

النظام المتري هو النظام المستخدم في عمليات القياس في المملكة العربية السعودية، وفيما يلي سنتعرف على بعض العلاقات بين وحدات المتر وبعض وحدات القياس الأخرى والتي مازالت تستخدم في عدد قليل من الدول على مستوى العالم والتي قد يتعامل معها المساح في بعض التطبيقات المساحية:

1- 2- 1- 1 وحدات قياس الأطوال في النظام الدولي:

مسلسل	القيمة المطلوب تحويلها		القيمة المحولة
1	1مليميتر (ملم)	=	1000 ميكرومتر
2	1 سنتيمتر (سم)	=	10 مليمتر (ملم)
3	1 ديسيمتر	=	10 سنتيمتر
4	1 متر (م)	=	1000 مليمتر
5	1 متر (م)	=	100 سنتيمتر
6	1 متر (م)	=	10 ديسيمتر
7	1 هكتو متر	=	100 متر
8	1 كيلو متر (كم)	=	10 هكتو متر
9	1 كيلو متر (كم)	=	1000 متر

1- 2- 1- 2 وحدات قياس الأطوال في النظام الإنجليزي:

مسلسل	القيمة المطلوب تحويلها		القيمة المحولة
1	1 ميل	=	1760 يارده
2	1 يارده	=	3 قدم
3	1 قدم	=	12 بوصة

1- 2- 1- 3 العلاقة بين وحدات قياس الأطوال في النظامين الدولي والإنجليزي:

مسلسل	القيمة المطلوب تحويلها		القيمة المحولة
1	1 متر	=	3.2808 قدم
2	1 متر	=	39.37 بوصة
3	1 متر	=	3 يارده
4	1 كيلو متر	=	0.62137 ميل
5	1 بوصة	=	2.54 سنتيمتر
6	1 قدم	=	30.48 سنتيمتر
7	1 يارده	=	0.9144 متر
8	1 ميل	=	1609.35 متر
9	1 ميل	=	1.60934 كيلو متر

1- 2- 1- 4 أمثلة محلولة وتطبيقات على وحدات قياس الطول:

مثال 1:

إذا كان طول الطريق بين مدينة مكة المكرمة ومدينة الرياض 880 كيلو متر، احسب طول هذا الطريق بوحدات الميل.

الحل:

حيث إن 1 كيلو متر = 0.62137 ميل

إذاً طول الطريق بالميل = 880 × 0.62137 = 546.806 ميل

==

مثال 2:

إذا كان طول الطريق بين محافظة جدة ومدينة أبها 403.3 أميال ، احسب طول هذا الطريق بوحدات الكيلومتر.

الحل:

حيث إن 1 ميل = 1.60934 كيلو متر

إذاً طول الطريق بالميل = 403.3 × 1.60935 = 649.051 كيلومتر

مثال 3:

مسطرة قياس من الصلب طولها 100سنتيمتر، أوجد طولها بالبوصة.

الحل:

حيث إن 1 بوصة = 2.54 سنتيمتر

إذاً طول المسطرة = 100 ÷ 2.54 = 39.37 بوصة

==

مثال 4:

ملعب كرة قدم طوله 100 ياردة أوجد طوله بالمتر.

الحل:

حيث إن 1 ياردة = 0.9144 متر

إذاً طول الملعب = 100 × 0.9144 = 91.44 متر

==

1- 2- 2 وحدات قياس المساحات:

سنتناول فيما يلي وحدات قياس وحساب المساحة المستخدمة في المملكة العربية السعودية سواء للأراضي الزراعية وهي الدونم والهكتار أو في العقارات وهي المتر المربع. ووحدة المساحة بصفة عامة هي مربع وحدة القياس الطولي.

مسلسل	القيمة المطلوب تحويلها		القيمة المحولة		
1	1 متر مربع	=	100 × 100	=	10000 سنتيمتر مربع
2	1 متر مربع	=	10 × 10	=	100 ديسمتر مربع
3	1 كيلومتر مربع	=	1000000 متر مربع (مليون متر مربع)		
4	1 دونم	=	1000 متر مربع		
5	1 كيلو متر مربع	=	1000 دونم		
6	1 هكتار	=	10 دونم		
7	1 هكتار	=	10000 متر مربع		
8	1 كيلومتر مربع	=	100 هكتار		

1- 2- 2- 1 أمثلة محلولة وتطبيقات على وحدات قياس المساحة:

مثال 1:

قطعة أرض فضاء مستطيلة الشكل معدة لإنشاء حي سكني عليها، تم حساب مساحتها فكانت 621568 متر مربع. احسب المساحة بوحدات الكيلومتر المربع.

الحل:

حيث إن 1 كيلومتر مربع = 1000000 متر مربع

∴ مساحة قطعة الأرض = 621568 ÷ 1000000 = 0.622 كيلو متر مربع

==

مثال 2:

قطعة أرض زراعية ، تم حساب مساحتها فكانت 124368 متر مربع. احسب المساحة بوحدات الدونم.

الحل:

حيث إن 1 دونم = 1000 متر مربع

∴ مساحة قطعة الأرض = 124368 ÷ 1000 = 124.368 دونم

==

مثال 3:

قطعة أرض معدة للزراعة، تم حساب مساحتها فكانت 43.657 دونم. احسب المساحة بوحدات المتر المربع.

الحل:

حيث إن 1 دونم = 1000 متر مربع

∴ مساحة قطعة الأرض = 43.657 × 1000 = 4368 متر مربع

==

مثال 4:

تم استصلاح مساحة من الأراضي الصحراوية وإعدادها للزراعة، وتم حساب مساحتها فكانت 7895213 متر مربع. احسب المساحة بوحدات الهكتار.

الحل:

حيث إن 1 هكتار = 10000 متر مربع

∴ مساحة قطعة الأرض = 7895213 ÷ 10000 = 789.521 هكتار

1- 2- 3 وحدات قياس الحجوم :

سوف يتم التركيز في هذا البند على وحدات قياس وحساب الحجوم المستخدمة في المملكة العربية السعودية وذلك لحساب كميات الحفر والردم (حجم الأتربة) وكذلك لحساب حجوم الأشكال المنتظمة وغير المنتظمة والتي سيتم شرحها بالتفصيل والتدريب عليها في الوحدة السابعة من هذه الحقيبة.

مسلسل	القيمة المطلوب تحويلها		القيمة المحولة		
1	1 متر مكعب	=	100 × 100 × 100	=	1000000 سنتيمتر مكعب
2	1 متر مكعب	=	10 × 10 × 10	=	1000 ديسمتر مكعب
3	1 متر مكعب	=	1000 لتر		
4	1 لتر	=	1000 سنتيمتر مكعب		

1- 2- 3- 1 أمثلة محلولة وتطبيقات على وحدت قياس الحجوم:

مثال 1:

خزان وقود أرضي تم حساب حجمه الداخلي فكان 235 متراً مكعباً، احسب حجم الوقود بداخله بوحدات اللتر.

الحل:

حيث إن 1 متر مكعب = 1000 لتر

∴ سعة الخزان = 235 × 1000 = 235000 لتر من الوقود

===

مثال 2:

خزان وقود أرضي سعته الداخلية 158429 لتر من الوقود، احسب حجم الخزان بوحدات المتر المكعب.

الحل:

حيث إن 1 متر مكعب = 1000 لتر

∴ حجم الخزان = 158429 ÷ 1000 = 158.429 متراً مكعباً

مثال 3:

قارورة تسع 18.4 لتراً من المياه، أوجد حجم هذه القارورة بوحدات المتر المكعب.

الحل:

حيث إن 1 متر مكعب = 1000 لتر

∴ حجم القارورة = 18.4 ÷ 1000 = 0.0184 متر مكعب

مثال 4:

سيارة نقل وقود مزودة بخزان على شكل أسطوانة حجمها 8.26 متر مكعب، احسب سعة هذا الخزان من الوقود بوحدات اللتر.

الحل: حيث إن 1 متر مكعب = 1000 لتر

∴ سعة الخزان من الوقود = 8.26 × 10000 = 8260 لتر

الجدول التالي يلخص بعض عمليات التحويلات الأساسية لوحدات النظام المتري

م	من	إلى	العمل	
1	ميكرو متر	مليمتر	÷	1000
2	مليمتر	سنتيمتر	÷	10
3	سنتيمتر	متر	÷	100
4	مليمتر	متر	÷	1000
5	متر	كيلو متر	÷	1000
6	مليمتر مربع	متر مربع	÷	1000000
7	سنتيمتر مربع	متر مربع	÷	10000
8	متر مربع	كيلو متر مربع	÷	1000000
9	سنتيمتر مكعب	متر مكعب	÷	1000000
10	مليمتر	ميكرون	×	1000
11	سنتيمتر	مليمتر	×	10
12	ديسمتر	سنتيمتر	×	10
13	متر	سنتيمتر	×	100

14	كيلومتر	متر	×	1000

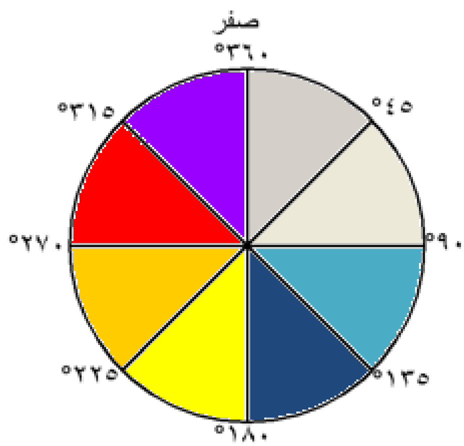
1- 2- 4 وحدات قياس الزوايا:

في الأعمال المساحية والأجهزة المستخدمة في عمل الأرصاد الزاوية لقياس وحساب الانحرافات والزوايا الأفقية والرأسية، توجد ثلاثة أنظمة شائعة وهي: النظام الستيني وهو النظام الشائع الاستخدام في المملكة العربية السعودية ومزودة به معظم الأجهزة المساحية المستخدمة في المملكة والتي تستخدم في قياس الزوايا مثل أجهزة الثيودوليت وأجهزة محطات الرفع الشامل والنظام المئوي وهو الشائع استخدامه في كثير من دول العالم ولكن قليل الاستخدام في الأجهزة المساحية المستخدمة في المملكة العربية السعودية، بالإضافة إلى النظام الدائري وهو المستخدم في الحسابات التي تدخل فيها الزوايا وتعتبر أساسية في حالة استخدام الحاسبات الآلية في حساب المركبات والإحداثيات، حيث لا تتعامل أنظمة الحاسب مع الزوايا الستينية والزوايا المئوية عند إيجاد الدوال المثلثية لها (sin, cos, tan, ...) التي تدخل في حساب المركبات، بل تتطلب تحويل الزوايا من النظام الستيني والمئوي إلى النظام الدائري (الراديان).

1- 2- 4- 1 أنظمة ووحدات القياس الزاوي:

1- 2- 4- 1- 1 النظام الستيني:

وهذا النظام قديم، وفي هذا النظام يتم تقسيم الدائرة إلى 360 قسماً متساوياً يسمى كل قسم درجة، وتقسم الدرجة إلى 60 قسماً متساوياً ويسمى كل قسم دقيقة ستينية، ثم تقسم الدقيقة إلى 60 قسماً متساوياً حيث يسمى كل قسم ثانية ستينية. انظر الشكل (1-1).



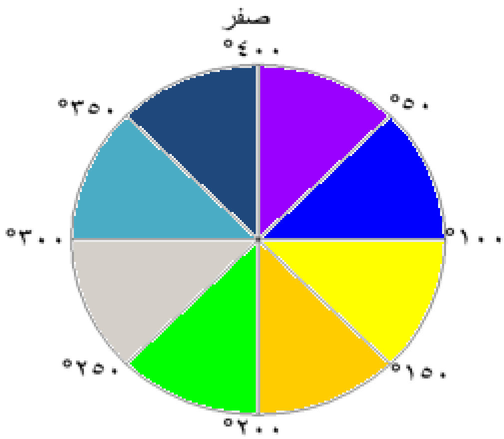
شكل (1- 1)

والزاوية القائمة في هذا التقسيم = 90 درجة. ورغم أن هذا النظام قديم إلا أنه لا يمكن الاستغناء عنه لأنه أساسي في الأرصاد الفلكية لسهولة تحويله إلى الحسابات الزمنية الفلكية، وكذلك لأن قياسات خطوط الطول وخطوط العرض قد ثبتت على أساس التقدير الستيني، وأيضاً فإن حسابات الأزمنة والمواقيت تستخدم هذا النظام.

وتكتب الزوايا في النظام الستيني على هذا الشكل: ´33 ´28

1- 2- 4- 1- 2 النظام المئوي (جراد):

وهذا التقسيم حديث وقد بدأ استخدامه حوالي العام 1361هـ، ويستخدم بكثرة في الدول الأوروبية، وفي هذا النظام يتم تقسيم الدائرة إلى 400 قسم متساوٍ يسمى كل قسم درجة مئوية أو جراد ويرمز لها بالرمز (g)، وتقسم الدرجة المئوية إلى 100 قسم متساو ويسمى كل قسم دقيقة مئوية أو سنتيجراد ويرمز لها بالرمز (c)، ثم تقسم الدقيقة المئوية إلى 100 قسم متساوٍ و يسمى كل قسم ثانية مئوية أو سنتيسنتيجراد ويرمز لها بالرمز (cc). انظر الشكل (1- 2). والزاوية القائمة = 100 درجة مئوية.



الشكل (١ -٢)

وتكتب الزوايا في هذا النظام على هيئة عدد عشري مثل:

112.3826 جراد

أو على الشكل التالي ولكن ليس له ضرورة:

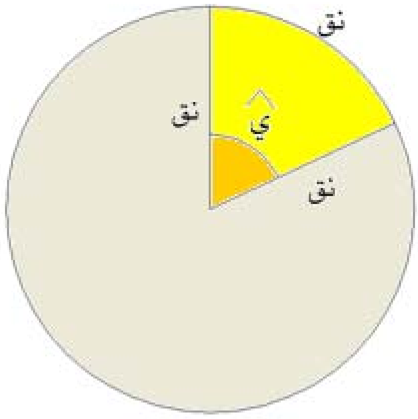
$112^{g}\ 38^{c}\ 26^{cc}$

وعادة يكتفى بكتابة الزاوية في الصورة العشرية للسهولة.

1- 2- 4- 1- 3 النظام الدائري (الراديان):

التقدير الدائري لأية زاوية هو النسبة بين طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية والمقطوع من دائرة مركزها رأس هذه الزاوية ونصف القطر لهذه الدائرة.

أي إن وحدة التقدير الدائري هي الزاوية المركزية التي تقابل قوساً من محيط دائرة طوله يساوي نصف قطر هذه الدائرة. انظر الشكل (1 – 3) ، وبما أن :



الشكل (١- ٣)

محيط الدائرة = 2 ط نق، وحيث: نق = نصف قطر الدائرة .

ط = 3.141592654 (ط مسجلة في الآلات الحاسبة ويرمز لها بالرمز π).

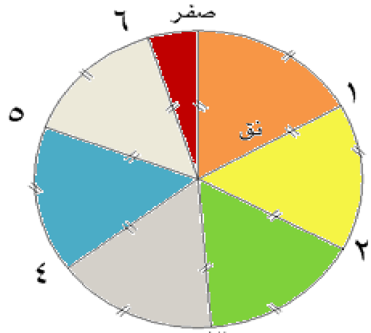
وحيث إن: الراديان الواحد = طول قوس من محيط طوله نق

∴ عدد أقسام محيط الدائرة = 2ط نق ÷ نق = 2 ط

وعلى ذلك فإن الزاوية الكلية للدائرة والتي تقابل محيط الدائرة تقسم إلى أجزاء متساوية عددها 2 ط. وبذلك فإن محيط الدائرة = 2× 3.141592654 = 6.283185307 راديان.

انظر الشكل (1- 4).

وتكتب الزوايا في هذا النظام على هيئة كسر عشري مثل: 0.2658941 راديان



الشكل (١-٤)

1- 2- 4- 2 العلاقة بين وحدات قياس الزوايا:

مما سبق نستطيع أن نستنتج العلاقات التي تربط بين مختلف هذه الأنظمة حيث إن كلاً منها يمثل محيط دائرة كاملة ويمكن تمثيلها في المعادلة التالية:

360 درجة = 400 جراد = 2 ط

ومنها نستنتج العلاقات التالية:

أ) العلاقة بين النظام الستيني والنظام المئوي:

360 درجة ستيني = 400 درجة مئوي

ومنها أن:

1 ^{g} جراد = 360 ÷400 = (9 ÷ 10) = 0.9° (0.9درجة ستينية)

0.01 ^{g} = 1 ^{c} = 0.009° = $32.4'$

0.0001 ^{g} = 1 ^{cc} = 0.00009° = $0.32''$

1° درجة ستينية = 400 ÷ 360 = (10 ÷ 9)= 1.11^{g} جراد

ب) العلاقة بين النظام الستيني ونظام الراديان:

360 $^{\circ}$ = 2ط = 6.283185307 راديان

ومنها أن:

1° = 2ط ÷ 360 = ط ÷ 180 = 0.017453292 راديان

1 راديان = 360 ÷ 2ط = 180 ÷ ط = $44.81''$ $17'$

ج) العلاقة بين النظام المئوي ونظام الراديان:

400 جراد = 2ط

ومنها أن:

جراد = 2ط ÷ 400 = ط ÷ 200 = 0.015707963 راديان1^{g}

1 راديان = 400 ÷ 2ط = 200 ÷ ط = 63.6620 جراد

1- 2- 4- 3 : أمثلة محلولة وتطبيقات على التحويل بين أنظمة قياس الزوايا:

مثال 1:

تم تعيين الزاوية الأفقية بين نقطتين من نقاط مضلع باستخدام جهاز ثيودوليت مزود بنظام قراءة ستيني فكانت $64°\ 18'\ 20''$ والمطلوب إيجاد قيمة هذه الزاوية بالتقدير المئوي ثم بالتقدير الدائري (الراديان).

الحل:

لإجراء عملية التحويل نبدأ أولاً بتحويل الزاوية إلى درجات في صورة كسر عشري باستخدام وظيفة الآلة الحاسبة $\boxed{°\ '''}$ والموجودة في معظم الآلات الحاسبة، حيث يتم استخدام هذه الوظيفة (الفواصل) في الآلة الحاسبة لتحويل الزوايا الستينية من درجات ودقائق وثوانٍ إلى درجات في صورة عشرية وذلك حتى يمكن التعامل مع الزوايا حسابيا وكذلك في عمليات إيجاد الدوال المثلثية لها مثل sin, cos, tan وتتم عملية التحويل كما يلي وذلك للزاوية $64°\ 18'\ 20''$:

1- نكتب جزء الدرجات من قياس الزاوية (64) ثم نضغط زر الفواصل فيكون الناتج $64.0000000°$
2- ثم نكتب جزء الدقائق من قياس الزاوية (18) ثم نضغط زر الفواصل فيكون الناتج $64.3000000°$
3- ثم نكتب جزء الثواني من قياس الزاوية (20) ثم نضغط زر الفواصل فيكون الناتج $64.3055556°$

وبذلك نحصل على مقدار الزاوية مقدرة بوحدة الدرجة وكسر الدرجة ($64.3055556°$)

وحيث إن $1°$ = (10 ÷ 9) جراد

∴ الزاوية الستينية ($64°\ 18'\ 20''$) = $64.3055556 \times (10 \div 9)$

= 71.45061729 جراد أو = $06^{cc}\ 45^{c}\ 71^{g}$

وحيث إن $1°$ = (ط ÷ 180)

∴ الزاوية الستينية ($64°\ 18'\ 20''$) = 64.30555556 × (ط÷180)

= 1.122343672 راديان

مثال 2:

تم تعيين زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت ذي نظام مئوي فكانت 45^{cc} 80^{c} 171^{g} والمطلوب إيجاد مقدار هذه الزاوية بالتقدير الستيني.

الحل:

حيث إن 1^{g} = (9 ÷ 10) درجات ستيني

∴ الزاوية المئوية 45^{cc} 80^{c} 171^{g} = 171.8045 × (9÷10)

= $154.62405°$ = $154°\ 37'\ 27''$

==

مثال 3:

تم تعيين زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت ذي نظام قراءة مئوي فكانت 80^{cc} 76^{c} 121^{g} والمطلوب إيجاد مقدار هذه الزاوية بالتقدير الدائري (الراديان).

الحل:

حيث إن 1 جراد = (ط ÷ 200) راديان

∴ الزاوية المئوية 80^{cc} 76^{c} 121^{g} = 121.7680× (ط÷200)

= 1.9127273 راديان

==

مثال 4:

تم تعيين زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت ذي نظام قراءة ستيني فكانت $54°\ 11'\ 25''$ والمطلوب إيجاد قيمة هذه الزاوية بالتقدير الدائري (الراديان).

الحل:

حيث إن 1راديان = (180 ÷ ط) ستيني

∴ الزاوية الستينية ($54°\ 11'\ 25''$) = 54.1902778 × (ط÷180)

= 0.9457988 راديان

==

مثال 5:

تم تعيين زاوية أفقية حسابياً فكانت 0.1823677 راديان والمطلوب إيجاد قيمة هذه الزاوية بالتقدير الستيني، ثم بالتقدير المئوي (جراد).

الحل:

حيث إن 1 راديان = (180 ÷ ط) ستيني

∴ الزاوية الراديان 0.1823677 = 0.1823677 (180÷ط) = °10.4488983

للحصول على مقدار الزاوية في الصورة التقليدية للزاوية : ثانية ، دقيقة ، درجة نستخدم وظيفة الآلة الحاسبة [° ,,,] لمعالجة الناتج في الآلة ولكن نسبقها بالضغط على زر SHIFT أو INVERSE وذلك طبقاً لنوع الآلة المستخدمة. وبذلك نحصل على قيمة الزاوية في الصيغة المعتادة للزوايا الستينية : أية يتم تحويل (°10.4488983) إلى (°10 ´26 ˝56)

وحيث إن 1 راديان = (200 ÷ ط) مئوي (جراد)

إذاً الزاوية الراديان 0.1823677 = 0.1823677× (200÷ط)

= 11.6099 جراد = $11^{g}\ 60^{c}\ 99^{cc}$

الجدول التالي يلخص بعض عمليات التحويلات الأساسية لوحدات نظام قياس الزوايا:

م	من	إلى	العمل	
1	ستيني	جراد	×	(9÷10)
2	ستيني	راديان	×	(180 ÷ ط)
3	جراد	ستيني	×	(10 ÷ 9)
4	جراد	راديان	×	(200 ÷ ط)
5	راديان	ستيني	×	(ط ÷ 180)
6	راديان	جراد	×	(ط ÷ 200)

ملحوظة: ط يرمز لها في الآلة الحاسبة بالرمز π ومقدارها 3.1415927

تمارين

(1) إذا كان طول الطريق بين المدينة المنورة ومدينة الرياض 869 كيلو متر، احسب طول هذا الطريق بوحدات الميل.

(2) إذا كان طول الطريق بين مدينة الدمام ومدينة بريده 469.76 ميلاً ، احسب طول هذا الطريق بوحدات الكيلومتر.

(3) مسطرة قياس من الصلب طولها 120سنتيمتر، أوجد طولها بالبوصة.

(4) ملعب كرة قدم عرضه 85 ياردة أوجد عرض ملعب كرة القدم بوحدات المتر.

(5) تم حفر قناة لتوصيل المياه من بئر مياه إلى مزرعة، وقيس طول القناة فكان 465متراً، أوجد طول القناة بوحدات الكيلومتر.

(6) قطعة أرض فضاء مستطيلة الشكل معدة لإنشاء حي سكني عليها، تم حساب مساحتها فكانت 524713 متراً مربعاً، احسب المساحة بوحدات الكيلومتر المربع.

(7) قطعة أرض زراعية ، تم حساب مساحتها فكانت 28.256 دونم. احسب المساحة بوحدات المتر المربع.

(8) تم استصلاح مساحة من الأراضي الصحراوية وإعدادها للزراعة، وتم حساب مساحتها فكانت 4881226 متراً مربعاً. احسب المساحة بوحدات الهكتار.

(9) قطعة أرض زراعية تم حساب مساحتها من الخرائط المساحية فكانت 28953 متراً مربعاً، احسب المساحة بوحدات الدونم.

(10) خزان وقود أرضي حسب حجمه الداخلي فكان 136 متراً مكعباً، احسب حجم الوقود داخل الخزان بوحدات اللتر.

(11) خزان وقود أرضي سعته الداخلية 158429 لتراً من الوقود، احسب حجم الخزان بوحدات المتر المكعب.

(12) قارورة تسع 24 لتراً من المياه، أوجد حجم هذه القارورة بوحدات المتر المكعب.

(13) سيارة نقل مزودة بخزان على شكل أسطوانة حجمها 20.8 متراً مكعباً، احسب سعة هذا الخزان بوحدات اللتر.

(14) تم تعيين الزاوية الأفقية المحصورة بين ضلعين متجاورين من أضلاع مضلع باستخدام جهاز ثيودوليت ذي نظام قراءة ستيني فكانت $84^\circ\ 15'\ 27''$ والمطلوب إيجاد قيمة هذه الزاوية بالتقدير المئوي ثم بالتقدير الدائري.

(15) تم تعيين زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت مئوي فكانت $251^{g}\ 70^{c}\ 15^{cc}$ والمطلوب إيجاد مقدار هذه الزاوية بالتقدير الستيني.

(16) تم تعيين زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت مئوي فكانت $135^{g}\ 46^{c}\ 87^{cc}$ والمطلوب إيجاد مقدار هذه الزاوية بالتقدير الدائري.

(17) تم تعيين مقدار زاوية أفقية باستخدام جهاز ثيودوليت ذي نظام قراءة ستيني فكانت $66^{\circ}\ 16'\ 21''$ والمطلوب إيجاد قيمة هذه الزاوية بالتقدير الدائري.

(18) تم تعيين زاوية أفقية حسابياً فكانت 1.1844758 راديان والمطلوب حساب قيمة هذه الزاوية بالتقدير الستيني.

(19) تم تعيين زاوية أفقية حسابياً فكانت 2.2842663 راديان والمطلوب حساب قيمة هذه الزاوية بالتقدير المئوي.

امتحـــان ذاتـــــي

أجب عن الأسئلة التالية ثم تأكد من صحة إجابتك.

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

1. 10 أمتـــار = ... (10 سم، 100سم، 1000سم)
2. 1 كيلومتر = ... (0.5 ميل، 1 ميل، 0.62137ميل)
3. 5 دونــم = ... (5000 م^2، 500 م^2، 50 م^2)
4. 2 لتــــر = ... (200 سم^3، 2000 سم^3، 20 سم^3)
5. $1°$ = ... (1 جراد، 1.11جراد، 1.01 جراد)

السؤال الثاني: أجب بوضع علامة صح (✓) أو (×) أمام العبارات التالية :

1. 1 ميل = 1.609 متر ( )
2. 1 هكتار = 100 دونم ( )
3. 1 كم^2 = 100 هكتار ( )
4. $60°$ = 1.041976 راديان ( )
5. 54 جراد = 0.4241150 راديان ( )

السؤال الثالث:

1. قيست مسافة بين مدينتين فكانت 341.64 ميلاً، احسب المسافة بوحدات الكيلومتر.
2. تم استصلاح قطعة أرض صحراوية للزراعة، وتم حساب مساحتها فكانت 45678 متراً مربعاً
   أوجد مساحتها بوحدات الهكتار.

قيست الزاوية الأفقية بين ضلعين من أضلاع المضلعات فكانت $48° \ 44' \ 25''$ ، والمطلوب حساب قيمة هذه الزاوية بالتقدير المئوي وتقدير الراديان.

الوحدة الثانية

حساب المسافة الأفقية والرأسية

حساب المسافة الأفقية والرأسية

- **الجدارة:** حساب المسافة الأفقية والمسافة الرأسية بمعرفة:
  - المسافة المائلة ونسبة الميل
  - الزاوية الرأسية
- **الأهداف:**
  1. يحسب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة وفرق المنسوب أو نسبة الميل أو الزاوية الرأسية باستخدام الطريقة المناسبة لكل حالة.
  2. يحسب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة ونسبة الميل أو الزاوية الرأسية باستخدام الطريقة المناسبة لكل حالة.
- **الوقت المتوقع للتدريب:** 9 ساعات تدريبية
- **الوسائل المساعدة:**
  - سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
  - آلة حاسبة .

2- 1 مقدمة:

تتطلب الكثير من عمليات المساحة القيام بقياس المسافات في الطبيعة، وبصفة عامة فإن معظم الأجهزة المساحية المجهزة لقياس المسافة تقيس مسافات مائلة إلا إذا تحكمنا في إعداد الجهاز للرصد لقياس مسافة أفقية مباشرة وهذا غير عملي في معظم الأحوال. وحيث إن المسافات الأفقية هي التي يتم تمثيلها على الخرائط وهي التي تستخدم في حساب الأبعاد والمساحات والمركبات تمهيداً لحساب الإحداثيات، فإنه يجب التعامل مع المسافات المائلة وتحويلها إلى مسافة أفقية قبل تداولها في العمليات الحسابية المساحية وتوقيع ورسم الخرائط. ولتعيين وحساب المسافة الأفقية من المسافة المائلة المقاسة مباشرة لابد من قياس الزاوية التي تعبر عن مقدار ميل هذه المسافة. وأيضاً يمكن أن نحسب المسافة الرأسية المقابلة للمسافة المائلة، وذلك لاستخدامها في عمليات حساب المناسيب وفروق الارتفاعات بين المواقع والأهداف على سطح الأرض التي لا يمكن قياس ارتفاعها مباشرة وكذلك التي لا تسمح طبيعتها بتعيين منسوبها بواسطة أعمال الميزانية العادية بالميزان والقامة وذلك مثل الأهداف الواقعة في المناطق الجبلية.

وفي هذه الوحدة سوف نعرض لتعريف المسافة المائلة والمسافة الأفقية والمسافة الرأسية، وكذلك لشرح العمليات الحسابية لإيجاد المسافة الأفقية والمسافة الرأسية، مع إعطاء أمثلة محلولة لتدعيم وتبسيط الشرح لطرق حساب المسافات الأفقية والرأسية.

2- 2 أنواع المسافات:

في العمل المساحي والقياسات المساحية يتعامل المساح مع أنواع مختلفة من المسافات التي يتوقف طرق قياسها على طبيعة سطح الأرض وكذلك على نوع الأجهزة المستخدمة في عملية القياس. ويتم تقسيم المسافات إلى ثلاثة أنواع هي:

1. المسافة المائلة.
2. المسافة الأفقية.
3. المسافة الرأسية.

ويمكن بصفة عامة أن نعتبر أن المسافة المائلة هي التي نحصل عليها بصفة عامة من عمليات القياس مباشرة في الطبيعة في معظم العمليات المساحية، غير أن الأجهزة المساحية الحديثة مزودة ببرامج لتحويل المسافة المائلة المقاسة إلى مسافة أفقية ومسافة رأسية وذلك بمعرفة وقياس الزاوية الرأسية أو السمتية للمسافة المقاسة.

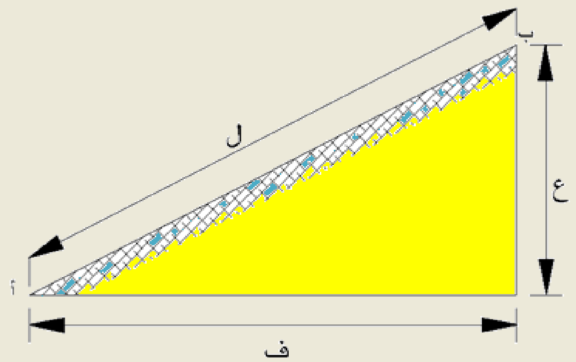
2- 3 حساب المسافة الأفقية :

تتوقف طريقة حساب المسافة الأفقية على طريقة الرصد والمعلومات المرصودة وفيما يلي نوجز بعض الطرق المستخدمة في حساب المسافة الأفقية:

2- 3- 1 حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة وفرق المنسوب:

في قياسات المسافة بواسطة الشريط، وعند القياس على أرض منتظمة الانحدار كما في الطرق المرصوفة، يتم قياس المسافة المائلة وتعيين فــرق المنسوب بين طرفي الخط.

والشكل (2- 1) يبين العلاقة بين المسافة المقاسة للخط أ ب على أرض منتظمة الانحدار والمسافة الأفقية المقابلة لها وفرق المنسوب بين طرفي الخط أ ب.



الشكل ٢- ١
حساب المسافة الأفقية

وغالباً ما يتم تعيين فرق المنسوب بين طرفي الخط بواسطة الميزانية العادية وهو المبين بالرمز (ع) في الرسم، أما المسافة المائلة (ل) فتقاس مباشرة بالشريط، أما المسافة الأفقية المطلوب حسابها فمبينة على الرسم بالرمز (ف).

الشكل (2- 1) يبين المثلث قائم الزاوية والذي يربط العناصر الثلاثة ل ، ع ، ف وبتطبيق نظرية فيثاغورث للمثلث القائم الزاوية:

$$ل^2 = \sqrt{ف^2 + ع^2}$$

$$\text{المسافة الأفقية (ف)} = \sqrt{(\text{المسافة المائلة (ل)})^2 - (\text{فرق المنسوب (ع)})^2}$$

$$\therefore \quad ف = \sqrt{(ل^2 - ع^2)}$$

مثال 1:

قام مساح بقياس المسافة المائلة مباشرة على أرض منتظمة الانحدار بين نقطة أ ، ونقطة ب فكانت 182 متراً ، وقام بتعيين فرق المنسوب بين النقطتين أ ، ب فكان 14 متراً احسب المسافة الأفقية بين أ ، ب.

الحل:

المسافة الأفقية (أ ب) = ف = $\sqrt{(\text{ل}^2 - \text{ع}^2)}$

$= \sqrt{((182)^2 - (14)^2)}$

$= \sqrt{33124 - 196} = \sqrt{32928} = 181.46$ متر

==

مثال 2:

قام مساح بقياس المسافة المائلة بين نقطة أ ، ونقطة ب على أرض منتظمة الانحدار باستخدام الشريط فكانت 104.5 أمتار ، وقام بتعيين فرق المنسوب بين النقطتين أ ، ب فكان 12.56 متراً. احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

الحل:

مسافة الأفقية (أ ب)= ف = $\sqrt{(\text{ل}^2 - \text{ع}^2)}$

$= \sqrt{((104.5)^2 - (12.56)^2)}$

$= \sqrt{0920.25 - 157.75} = \sqrt{10762.50} =$

103.74 متر

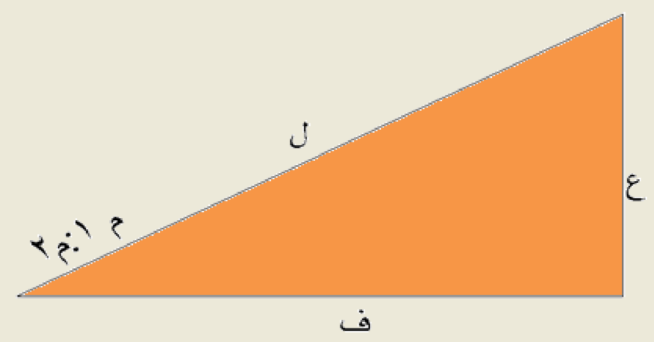
2- 3- 2 حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة ونسبة الانحدار:

في معظم الأعمال والمشاريع الهندسية كالطرق ومشروعات تمديدات خطوط المياه والصرف الصحي تكون نسبة الانحدار أو الميل معلومة من المخطط التصميمي للمشروع فمثلاً في مشاريع الطرق والسكك الحديدية يتم تحديد نسب الميول والانحدارات بناء على اعتبارات هندسية وفنية تتفق مع المواصفات المعتمدة في تصميم وتنفيذ المشاريع. وتتوقف نسبة الميل والانحدار في كثير من الأحيان على نوع التربة وطبيعة المنشأ.

ويتم التعبير عن نسب الميل والانحدار في صورة نسبة مثل 1 : 1، 1 :2، 2 :3، 3 :4، 3 : 5 حيث يمثل الحد الأول من النسبة المقدار الرأسي وسوف نرمز له بالرمز ($م_1$) أما الحد الثاني من النسبة فيمثل المسافة الأفقية وسوف نرمز له بالرمز ($م_2$).

وكذلك يمكن التعبير عن نسبة الانحدار أو الميل في صورة مئوية مثل 2٪ ، 3٪ وهكذا. وتعني هذه النسبة أيضاً أن لكل 100 متر مسافة أفقية تكون المسافة الرأسية 2 متر أو 3 أمتار على الترتيب.

وبناءً على ذلك إذا علمنا المسافة المائلة من القياس على سطح طريق معلوم نسبة انحداره أو ميل سطحه يمكن حساب المسافة الأفقية المقابلة لها ، وتوجد طريقتان لحساب المسافة الأفقية سنوجز هما فيما يلي (انظر الشكل 2– 2):



الشكل (٢- ٢)

الطريقة الأولى:

في هذه الطريقة يتم حساب المسافة الأفقية باستخدام نسبة الميل أو الانحدار ($م_1$: $م_2$) مباشرة والمسافة المائلة المقاسة (ل) وذلك باستخدام المعادلات التالية:

$$\therefore \text{ف} = م_2 \times \text{ل} \div \sqrt{(م_1^2 + م_2^2)}$$

الطريقة الثانية:

في هذه الطريقة يتم حساب الزاوية الرأسية التي تعبر عن ميل المسافة المائلة المقاسة وذلك من نسبة الميل أو الانحدار ($م_1$: $م_2$) ، ثم باستخدام هذه الزاوية المحسوبة (هـ) والمسافة المائلة المقاسة (ل) نحسب المسافة الأفقية وذلك كالتالي، انظر الشكل (2- 2) :

أولاً: نحسب مقدار الزاوية الرأسية (هـ) التي تعبر عن ميل المسافة المائلة المقاسة:

ظا هـ = (م$_1$ ÷ م$_2$)

هـ = ظا$^{-1}$ (م$_1$ ÷ م$_2$)

ثانياً: نحسب المسافة الأفقية باستخدام المسافة المائلة المقاسة (ل) والزاوية الرأسية (هـ) التي سبق حسابها وذلك باستخدام المعادلة التالية (قوانين حساب المثلثات):

ف = ل × جتا هـ

==

مثال 1:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين أ ، ب فكانت 120 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 7 ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار (م$_1$: م$_2$) = 1 : 7 ، ل = 120 متر

ف = م$_2$ ل ÷ $\sqrt{م_1^2 + م_2^2}$

ف = 7×120 ÷ $\sqrt{1 + 49}$

ف = 840 ÷ $\sqrt{50}$

ف= 118.794 متر

حل آخر:

هـ = ظا$^{-1}$ (م$_1$ ÷ م$_2$) = ظا$^{-1}$ (1 ÷ 7) = 8° 7´ 48.37″

ف = ل × جتا هـ = 120 × جتا 8° 7´ 48″ = 118.794 متر

مثال 2:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين نقطتين أ ، ب فكانت 64 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 9 ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار ($م_1$: $م_2$) = 1 : 9 ، ل = 64 متر

$$ف = م_2\ ل \div \sqrt{م_1^2 + م_2^2}$$

$$ف = 9\times64 \div \sqrt{1+81}$$

$$ف = 576 \div \sqrt{82}$$

ف = 63.609 متر

حل آخر:

$$هـ = ظا^{-1}\ (م_1 \div م_2) = ظا^{-1}\ (1 \div 9) = 25^{\circ}\ 20'\ 06''$$

$$ف = ل \times جتا\ هـ = 64 \times جتا\ 25^{\circ}\ 20'\ 06'' = 63.609\ متر$$

==

مثال 3:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين نقطتين أ ، ب فكانت 164 متراً، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 3٪ ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار ($م_1$: $م_2$) = 3 : 100 ، ل = 164 متر

$$ف = م_2\ ل \div \sqrt{م_1^2 + م_2^2}$$

$$ف = 100\times164 \div \sqrt{9 + 10000}$$

$$ف = 16400 \div \sqrt{10009}$$

ف = 163.926 متر

حل آخر:

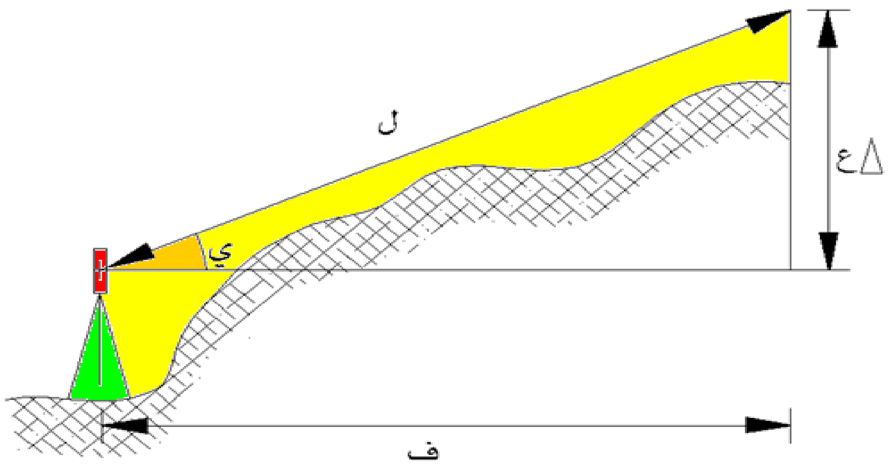
$$هـ = ظا^{-1}\ (م_1 \div م_2) = ظا^{-1}\ (3 \div 100) = 1^{\circ}\ 43'\ 6''$$

$$ف = ل \times جتا\ هـ = 164 \times جتا\ 1^{\circ}\ 43'\ 6'' = 163.926\ متر$$

2 - 3- 3 حساب المسافة الأفقية بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية:

في معظم الأعمال المساحية يتم قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد ونقطة الهدف بالإضافة إلى الزاوية الرأسية أو الزاوية السمتية ومن هذه العناصر المرصودة يتم حساب المسافة الأفقية بين المرصد والهدف، وكذلك المسافة الرأسية بين مستوى المحور الأفقي المار بالجهاز والهدف. انظر الشكل (2- 3).

وذلك سواء باستخدام البرنامج المجهز به جهاز محطة الرفع الشامل أو باستخدام الآلة الحاسبة. وعملية حساب المسافة الأفقية من العمليات الحسابية البسيطة والشائعة في مجال الحسابات المساحية، نظرا لأن المسافة الأفقية هي التي يتم تمثيلها على الخرائط، وكذلك لأنها تستخدم في التطبيقات المساحية المختلفة مثل حساب المساحات ومركبات الإحداثيات الأفقية.



الشكل (٢ - ٣)

المسافة الأفقية (ف)	=	المسافة المائلة (ل)	×	جتا الزاوية الرأسية (ى)	
∴	ف	=	ل	×	جتا ى

حيث:

- ل : المسافة المائلة المقاسة
- ف : المسافة الأفقية
- ى : الزاوية الرأسية

مثال 1:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ، ونقطة الهدف ب فكانت 284.500 متراً، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف ب فوق مستوى المحور الأفقي للجهاز فوق المرصد أ فكانت ″30 ′22 °04 . احسب المسافة الأفقية بين أ ، ب .

الحل:

المسافة الأفقية (ف) = ل × جتا ى

= 284.5 × جتا ($30^{\prime\prime}$ $22^{\prime}$ 04°) = 283.671 متر

==

مثال 2:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 169.280 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لانخفاض مستوى الهدف ب تحت مستوى المحور الأفقي للجهاز فوق المرصد أ فكانت $42^{\prime\prime}$ $52^{\prime}$ 02° . احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

الحل :

المسافة الأفقية (ف) = ل × جتا ى

= 169.28 × جتا ($42^{\prime\prime}$ $52^{\prime}$ 02°) = 169.066 متر

2- 4 حساب المسافة الرأسية:

2- 4- 1 حساب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة و نسبة الانحدار:

كما سبق بيانه في البند (2- 3- 2) من هذه الوحدة في حساب المسافة الأفقية إذا كان معلوماً الطول المقاس على سطح مائل معلوم نسبة انحداره أو ميله فإنه يمكن حساب المسافة الأفقية المقابلة للمسافة المائلة المقاسة وفي هذا البند سوف نتعرف على كيفية حساب المسافة الرأسية (فرق المنسوب بين نقطتي طرفي الخط).

وبناءً على ذلك إذا علمنا المسافة المائلة من القياس على سطح معلوم نسبة انحداره أو ميله فإنه يمكن أن نحسب المسافة الرأسية المقابلة لها، وتوجد طريقتان لحساب المسافة الرأسية سنوجز هما فيما يلي (انظر الشكل 2 – 2):

الطريقة الأولى:

في هذه الطريقة يتم حساب المسافة الرأسية باستخدام نسبة الميل أو الانحدار ($م_1$: $م_2$) مباشرة والمسافة المائلة المقاسة (ل) وذلك باستخدام المعادلات التالية:

$$ع = م_1 \times ل \div \sqrt{(م_1^2 + م_2^2)}$$

الطريقة الثانية:

في هذه الطريقة يتم حساب الزاوية الرأسية التي تعبر عن ميل المسافة المقاسة وذلك من نسبة الميل أو الانحدار ($م_1$: $م_2$)، ثم باستخدام هذه الزاوية والمسافة المائلة المقاسة (ل) نحسب المسافة الرأسية وذلك كالتالي، انظر الشكل (2 -2) :

أولاً: نحسب مقدار الزاوية الرأسية التي تعبر عن ميل المسافة المائلة المقاسة:

ظا هـ = ($م_1$ ÷ $م_2$)

∴ هـ = ظا$^{-1}$ ($م_1$ ÷ $م_2$)

ثانياً: نحسب المسافة الرأسية باستخدام المسافة المائلة المقاسة والزاوية الرأسية التي سبق حسابها وذلك باستخدام المعادلة التالية (قوانين حساب المثلثات):

ع = ل × جا هـ

مثال 1:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين أ ، ب فكانت 120 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1: 8 ، احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي المار بنقطة أ ، والمستوى الأفقي المار بنقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار ($م_1$: $م_2$) = 1 : 8 ، ل = 120 متر

ع = $م_1$ ل ÷ $\sqrt{م_1^2 + م_2^2}$

ع = 1×120 ÷ $\sqrt{1+ 64}$

ع = 120 ÷ $\sqrt{65}$

ع = 14.884 متر

حل آخر:

هـ = ظا$^{-1}$ ($م_1$ ÷ $م_2$) = ظا$^{-1}$ (1 ÷ 8) = 30″ 07′ 07°

ع = ل × جا هـ = 120 × جا 30″ 07′ 07° = 14.884 متر

==

مثال 2:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق ممهد بين نقطتين أ ، ب فكانت 64 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 7 ، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة أفوق المستوى الأفقي المار بنقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار (م1 : م2) = = 1 : 7 ، ل = 64متر

ع = م1 ل ÷ $\sqrt{م_1^2 + م_2^2}$

ع = 1×64 ÷ $\sqrt{1+ 49}$

ع = 64 ÷ $\sqrt{50}$ = 9.051 متر

حل آخر:

هـ = ظا$^{-1}$ (م1 ÷ م2) = ظا$^{-1}$ (1 ÷ 7) =″48 ′07 °08

ع = ل × جا هـ = 64 × جا″48 ′07 °08 = 9.051 متر

==

مثال 3:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين نقطتين أ ، ب فكانت 204 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 5٪ ، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة أفوق المستوى الأفقي المار بنقطة ب.

الحل:

نسبة الانحدار (م1 : م2) = 5 : 100 ، ل = 204متر

ع = م1 ل ÷ $\sqrt{م_1^2 + م_2^2}$

ع = 5×204 ÷ $\sqrt{25+ 10000}$

ع = 1020 ÷ $\sqrt{10025}$ = 10.188 متراً

حل آخر:

هـ = ظا$^{-1}$ (م1 ÷ م2) = ظا$^{-1}$ (5 ÷ 100) =″45 ′51 °2

ع = ل × جا هـ = 204 × جا″45 ′51 °2 = 10.188 متر

2- 4- 2 حساب المسافة الرأسية بمعلومية المسافة المائلة والزاوية الرأسية:

كما سبق بيانه في البند (3- 3- 3) في معظم الأعمال المساحية يتم قياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد ونقطة الهدف بالإضافة إلى الزاوية الرأسية أو الزاوية السمتية ومن هذه العناصر المرصودة يتم حساب المسافة الأفقية بين المرصد والهدف، وفي هذا البند سوف نتعرف على كيفية حساب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز ومستوى الهدف.

المسافة الرأسية (Δع) = المسافة المائلة (ل) × جا الزاوية الرأسية (ى)
∴ Δع = ل × جا ى

حيث: ل : المسافة المائلة المقاسة Δع : المسافة الرأسية ى: الزاوية الرأسية

مثال 1:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 284.500 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف ب فوق المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت $04° \; 22' \; 30''$.

احسب المسافة الرأسية بين النقطتين أ ، ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

الحل:

المسافة الرأسية (Δع) = ل × جا ى

= 284.5 × جا ($04° \; 22' \; 30''$)

= 21.702 متر

مثال 2:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 169.280 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لانخفاض نقطة الهدف ب تحت المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق نقطة المرصد أ ، فكانت $02° \; 52' \; 42''$. احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي المار بنقطة أ ، والمستوى الأفقي المار بنقطة ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

الحل:

المسافة الرأسية (Δع) = ل × جا ى

= 169.280 × جا ($02° \; 52' \; 42''$)

= 1.500 متر

1.501

==

مثال 3:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 209.485 متر، وكذلك قام المساح برصد الزاوية الرأسية لانخفاض نقطة الهدف ب تحت المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق نقطة المرصد أ ، فكانت $22'' \ 12' \ 03°$. احسب المسافة الرأسية بين نقطة أ ، ونقطة ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

الحل:

المسافة الرأسية (Δع) = ل × جا ى

= 209.485 × جا ($22'' \ 12' \ 03°$)

= 11.716 متر

تمارين تدريبية

(1) قام مساح بقياس المسافة المائلة مباشرة على أرض منتظمة الانحدار بين نقطة أ ، ونقطة ب فكانت 82 متر، وقام بتعيين فرق المنسوب بين النقطتين أ ، ب فكان 9 أمتار. احسب المسافة الأفقية بين أ ،ب.

(2) قام مساح بقياس المسافة المائلة بين نقطة أ ، ونقطة ب على أرض منتظمة الانحدار باستخدام الشريط فكانت 116 متر، وقام بتعيين فرق المنسوب بين النقطتين أ ، ب فكان 16.50 متر. احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

(3) قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين أ ، ب فكانت 112 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 10 ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

(4) قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين نقطتين أ ، ب فكانت 94 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 8 ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

(5) قيست المسافة المائلة على سطح طريق بين نقطتين أ ، ب فكانت 124 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 7٪ ، احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

(6) قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 214.275 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف ب فوق المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت ″35 ′27 °03 . احسب المسافة الأفقية بين أ ،ب.

(7) قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 245.628 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لانخفاض مستوى الهدف ب تحت المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت ″22 ′42 °02 . احسب المسافة الأفقية بين نقطة أ ، ونقطة ب.

(8) قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين أ ، ب فكانت 60 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 9 ، احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي لنقطة أ ، والمستوى الأفقي لنقطة ب.

(9) قيست المسافة المائلة على سطح طريق إسفلت بين نقطتين أ ، ب فكانت 160 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 6٪ ، احسب المسافة الرأسية بين المستوى الأفقي لنقطة أ ، والمستوى الأفقي لنقطة ب.

(10) قيست المسافة المائلة على سطح طريق ممهد بين نقطتين أ ، ب فكانت 94 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1 : 7 ، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة أ فوق المستوى الأفقي المار بنقطة ب.

(11) قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 184.918 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع الهدف ب فوق المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت $04° \; 52' \; 40''$. احسب المسافة الرأسية بين النقطتين أ ، ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

(12) قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ ، ونقطة الهدف ب فكانت 125.265 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لانخفاض مستوى الهدف ب تحت المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت $03° \; 51' \; 12''$. احسب المسافة الرأسية بين نقطة أ ، ونقطة ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

امتحان ذاتـــي

أجب على الأسئلة التالية ثم تأكد من إجابتك بالنظر.

السؤال الأول: أجب بوضع علامة (✓) أو علامة (×) أمام العبارات التالية:

1- تقسم المسافة إلى ثلاثة أنواع ؛ مائلة، وأفقية، ورأسية (   ).

2- تتوقف نسبة الميل أو الانحدار على نوع التربة وطبيعة المنشأ (   ).

3- نسبة الميل م1 : م2 تكون م1 ممثلة للمسافة الرأسية، و م2 تمثل المسافة الأفقية ( ).

السؤال الثاني:

قام مساح بقياس المسافة المائلة مباشرة على أرض منتظمة الانحدار بين نقطة أ، ونقطة ب فكانت 102 متر، وقام بتعيين فرق المنسوب بين النقطتين أ ، ب فكان 9 أمتار. احسب المسافة الأفقية بين أ ،ب.

السؤال الثالث:

قيست المسافة المائلة على سطح طريق ممهد بين نقطتين أ ، ب فكانت 64 متر، وكان الانحدار التصميمي لهذا الطريق 1: 8 ، احسب المسافة الرأسية التي تمثل ارتفاع نقطة أ فوق المستوى الأفقي المار بنقطة ب، وكذلك احسب المسافة الأفقية بين أ ، ب.

السؤال الرابع:

قام مساح باستخدام جهاز محطة الرفع الشامل لقياس المسافة المائلة بين نقطة المرصد أ، ونقطة الهدف ب فكانت 243.714 متر، وكذلك قام برصد الزاوية الرأسية لارتفاع مستوى الهدف ب فوق المستوى الأفقي لمحور دوران منظار الجهاز فوق المرصد أ فكانت $13^\circ\ 41'\ 52''$. احسب المسافة الأفقية بين النقطتين أ ، ب. وكذلك احسب المسافة الرأسية بين نقطة أ، ونقطة ب المقابلة للزاوية الرأسية المرصودة.

الوحدة الثالثة

حساب الانحرافات

حســاب الانحرافــات

الجدارة:

حساب الانحرافات المغناطيسية والحقيقية الدائرية والمختصرة.

الأهداف:

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن:

1. يعرف أنواع الانحرافات وأهميتها واستخداماتها.
2. يحسب انحراف الأضلاع عن الشمال بأنواعه.
3. يستنتج العلاقة بين الانحراف الحقيقي والمغناطيسي بمعرفة زاوية الاختلاف.
4. يحسب الانحرافات الدائرية والمختصرة وتحديدها.

الوقت المتوقع للتدريب: 9 ساعات تدريبية.

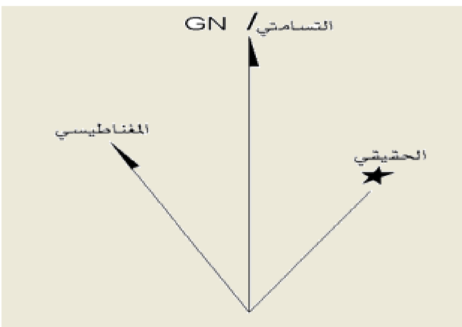
الوسائل المساعدة:

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .

3- 1 مقدمة

الاتجاهات على سطح الكرة الأرضية تعتمد على شبكة خطوط الطول وخطوط العرض التي تتميز بأنها تتعامد مع بعضها عند أية مكان على سطح الكرة الأرضية عدا القطبين، وتمثل خطوط الطول الاتجاه شمال – جنوب، بينما تمثل خطوط العرض الاتجاه شرق – غرب. وهذه الاتجاهات تعرف بالاتجاهات الجغرافية أو الاتجاهات الحقيقية. ويوجد نوعان أخريان من الاتجاهات: يعرف الأول بالاتجاه المغناطيسي، أما النوع الثاني فيعرف باسم الاتجاه السمتي. وإذا حاولنا تطبيق شبكة من المستطيلات على شبكة خطوط الطول ودوائر العرض على الخريطة فإنها لن تتطابق. ولذلك فإن معظم الخرائط الطبوغرافية توضح هذا الاختلاف مقدراً بالدرجات والدقائق الستينية للتفريق بين الشمال الجغرافي (الحقيقي) الممثل بخطوط الطول والشمال التسامتي الممثل بشبكة المستطيلات. أما الشمال المغناطيسي فهو المكان الذي تشير إليه إبرة بوصلة مغناطيسية حرة الحركة. وفي مع معظم المواقع على سطح الأرض فإن الاتجاه المغناطيسي لا ينطبق مع اتجاه الشمال الحقيقي، وهذا الاختلاف بين الشمال الجغرافي والشمال المغناطيسي يسمى زاوية الاختلاف.

وفي المملكة العربية السعودية تنفرد الخرائط الطبوغرافية مقياس 1: 25000 بتوضيح العلاقة بين الشمال الجغرافي (الحقيقي)، والمغناطيسي، والتسامتي، والذي يبين عادة في شكل رسم تخطيطي مكون من ثلاثة خطوط يشير الأول منها إلى الشمال الجغرافي ويرسم في نهايته نجمة، ويشير الثاني إلى الشمال المغناطيسي وقت إنشاء الخريطة ويرسم في نهايته سهم، ويشير الخط الثالث منها إلى اتجاه الشمال التسامتي ويكتب في نهايته الحرفان GN،أو الحرف Y، انظر الشكل (3- 1) والحقل المغناطيسي ليس ثابتاً بل هو في تغير مستمر ولذلك تعتبر قيمة الانحراف المغناطيسي صحيحة فقط لوقت إنشاء الخريطة، ولذلك يجب أن يذكر مقدار التغير السنوي للانحراف المغناطيسي ويراعى عند عمل التصحيحات في حساب الانحراف المغناطيسي.



أنواع الشمال

الشكل (٣ - ١)

3- 2 أنواع الشمال الأساسية:

عند عمل الأرصاد والقياسات المساحية فلابد من توفر مرجعية أو اتجاه أساسي تنسب إليه القياسات، وتعتبر اتجاهات الشمال الحقيقي، والشمال المغناطيسي، والشمال التسامتي هي الأكثر استخداما في المجالات المساحية بمختلف تطبيقاتها.

3- 2- 1 الشمال الحقيقي:

هو اتجاه خط الطول المار بالنقطة على سطح الأرض إلى القطب الشمالي وحيث إن خطوط الطول ثابتة لا تتغير لذا فإن اتجاه الشمال الجغرافي ثابت ولا يتغير ولهذا يسمى اتجاه الشمال الحقيقي. وكل خطوط الطول عبارة عن خطوط للشمال الحقيقي. ويميز الشمال الحقيقي برمز النجمة في نهاية الخط على مخطط الاتجاه في الخريطة الطبوغرافية. ولا يوجد جهاز يمكن بواسطته تحديد اتجاه خطوط الطول عند نقطه ما ولكن يحدد هذا الاتجاه عن طريق إجراء أرصاد وحسابات فلكية.

3- 2- 2 الشمال المغناطيسي:

هو الاتجاه الذي تحدده إبرة مغناطيسية حرة الحركة وغير خاضعة لتأثير الجاذبية المحلية, وهذا الاتجاه غير ثابت لأن الإبرة المغناطيسية تتأثر بما يحيط بها من حقول مغناطيسية بسبب وجود المعادن في باطن الأرض والتي تشكل المغناطيس الكبير. لذا فإن هذا الاتجاه يتغير في نفس المكان من وقت لآخر. والجهاز الذي يحتوي على الإبرة المغناطيسية المستخدمة في تحديد اتجاه الشمال المغناطيسي يسمى البوصلة المغناطيسية. ويميز الشمال المغناطيسي على الخرائط الطبوغرافية بخط مرسوم في نهايته سهم يشير للشمال المغناطيسي.

3- 2- 3 الشمال التسامتي:

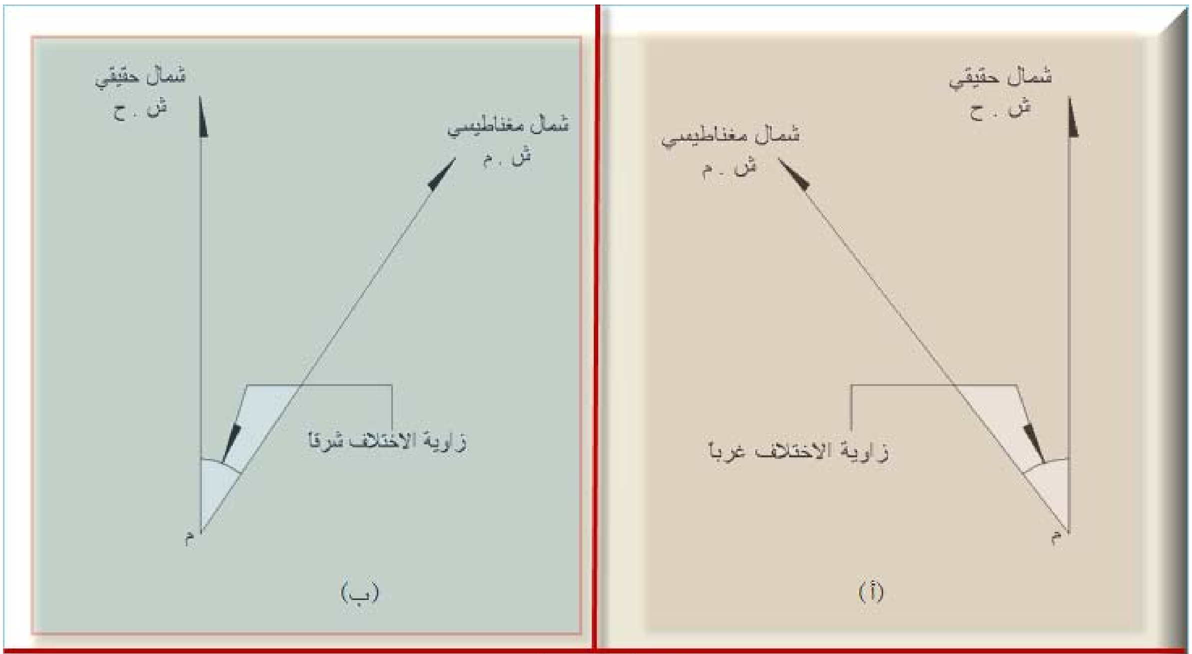
تظهر على الخرائط الطبوغرافية شبكة من الخطوط المستقيمة المتعامدة على بعضها، حيث تعتبر

الخطوط التي تأخذ اتجاه الشمال الجنوب هي الممثلة لاتجاه الشمال التسامتي، ويميز اتجاه الشمال التسامتي على الخرائط الطبوغرافية بخط يحمل في نهايته الحرفين GN أو الحرف Y.

3- 3 زاوية الاختلاف

مما سبق نلاحظ أن اتجاه الشمال المغناطيسي واتجاه الشمال الجغرافي متقاربين إلا أنهما غير متطابقين ويحصران بينهما زاوية صغيرة عند النقطة وهذه الزاوية تسمى زاوية الاختلاف المغناطيسي. أية إن زاوية الاختلاف المغناطيسي هي الزاوية المحصورة بين الشمال الحقيقي

والشمال المغناطيسي عند أية نقطة على سطح الأرض، وهي زاوية صغيرة وقد تكون شرق أو غرب الشمال الحقيقي، انظر الشكل (3- 2). لذا فإنه عند ذكر زاوية الاختلاف فلابد من تحديد اتجاهها شرق أو غرب. وقد اتخذ الشمال الحقيقي كأساس لتحديد وضع زاوية الاختلاف.



الشكل (٣- ٢)

3- 4 العلاقة بين الانحراف الحقيقي والانحراف المغناطيسي:

جميع أعمال المساحة تنسب إلى اتجاه ثابت معلوم مثل الشمال الحقيقي أو الشمال المغناطيسي. ويمكن تعريف انحراف أية خط بأنه هو الزاوية التي يصنعها هذا الخط في اتجاه دوران عقارب الساعة مع اتجاه ثابت وقد يكون هذا الاتجاه إما الشمال المغناطيسي أو الشمال الحقيقي. وتنقسم الانحرافات إلى انحراف حقيقي وانحراف مغناطيسي:

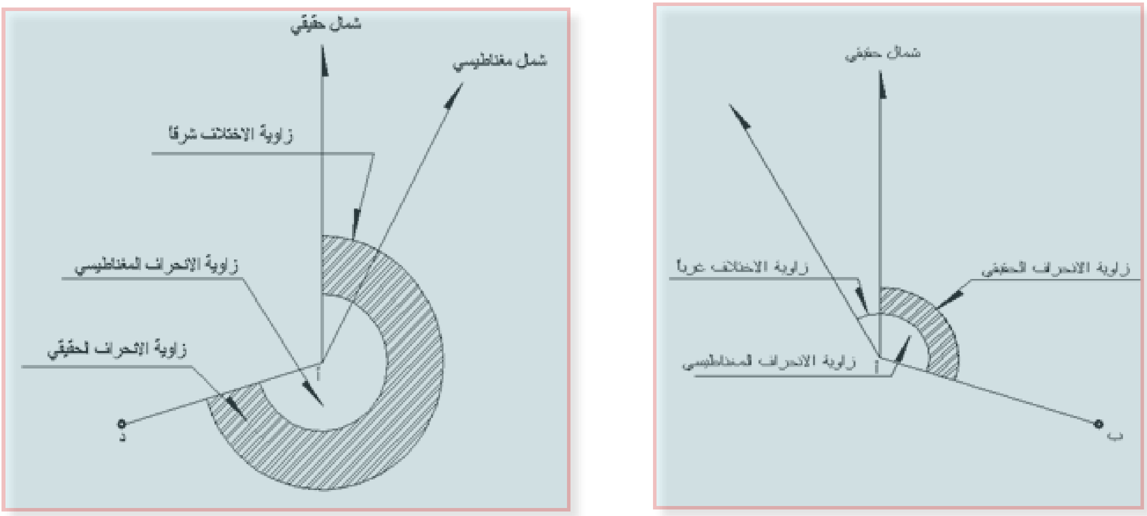
أ) الانحراف الحقيقي:

هو مقدار الزاوية المقاسة في اتجاه دوران عقارب الساعة من الشمال الحقيقي حتى الخط (الضلع) . وفي هذه الحالة يسمى انحرافاً حقيقياً.

ب) الانحراف المغناطيسي:

هو مقدار الزاوية المقاسة في اتجاه دوران عقارب الساعة من الشمال المغناطيسي حتى الخط (الضلع). وفي هذه الحالة يسمى انحرافاً مغناطيسياً.

من الشكل (3- 3) يمكن استنتاج العلاقة التي تربط بين كل من الشمال الحقيقي والشمال المغناطيسي وزاوية الاختلاف مع ملاحظة أن الانحراف المغناطيسي يمكن قياسه بالبوصلة وزاوية الاختلاف يمكن تحديدها بمعرفة المكان والتاريخ من جداول وخرائط خاصة توضح قيم زوايا الاختلاف ومعدل التغير السنوي في قيمها.



(أ) شكل (٣-٣) (ب)

والعلاقة التالية تربط بين العناصر الثلاثة في معادلة رياضية فإذا علم عنصران يمكن استنتاج العنصر الثالث المجهول:

الانحراف الحقيقي للضلع =الانحراف المغناطيسي لنفس الضلع ±زاوية الاختلاف.

حيث:

الإشارة (+) في حالة إذا كانت زاوية الاختلاف شرقاً.

الإشارة (-) في حالة إذا كانت زاوية الاختلاف غرباً.

مثال 1:

إذا كان الانحراف المغناطيسي للخط أ ب = $140°\ 30'$ وزاوية الاختلاف عند النقطة (أ) في هذا الوقت= $2°\ 40'$ شرقاً. فاحسب الانحراف الحقيقي للخط (أب).

الحل:

∵ الانحراف الحقيقي=الانحراف المغناطيسي ± زاوية الاختلاف

∵ زاوية الاختلاف تقع شرق الشمال الحقيقي

∴ الانحراف الحقيقي للخط (أب)= $140°\ 30' + 2°\ 40' = 143°\ 10'$

==

مثال 2:

إذا كانت زاوية الانحراف= $4°\ 10'$ غرباً في وقت تعيين الانحراف الحقيقي للخط (أ ب) ومقداره = $137°\ 20'$.فاحسب الانحراف المغناطيسي للخط (أ ب)

الحل:

∵ زاوية الاختلاف تقع غرب الشمال الحقيقي،

∴ الانحراف الحقيقي= الانحراف المغناطيسي - زاوية الاختلاف

- الانحراف المغناطيسي = - الانحراف الحقيقي - زاوية الاختلاف

∴ - الانحراف المغناطيسي = - $137°\ 20'$ - $4°\ 10'$

∴ - الانحراف المغناطيسي = - $141°\ 30'$

∴ الانحراف المغناطيسي للخط (أ ب) = $141°\ 30'$

==

مثال 3:

إذا كان الانحراف المغناطيسي للخط أ ب = $124°\ 20'$ وزاوية الاختلاف عند النقطة (أ) في هذا الوقت = $15°\ 15'$ غرباً. فاحسب الانحراف الحقيقي للخط (أب).

الحل:

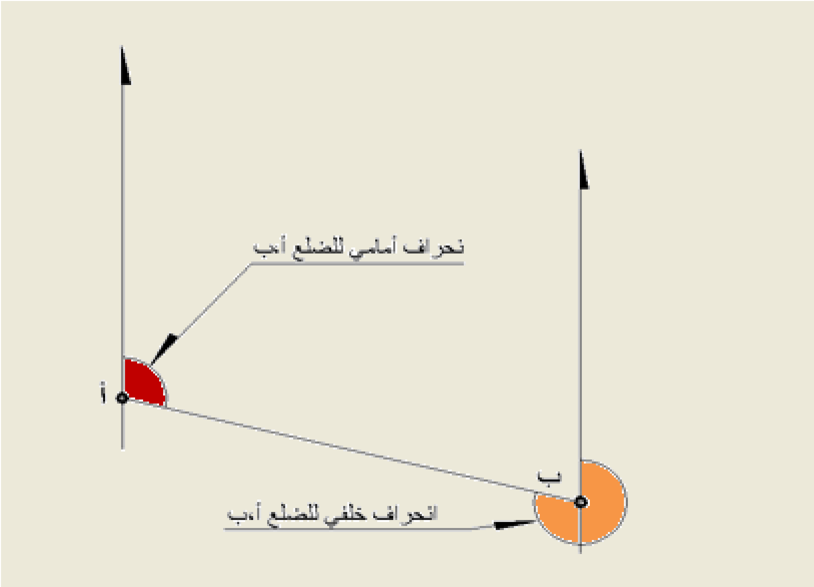
∵ الانحراف الحقيقي=الانحراف المغناطيسي ± زاوية الاختلاف

∵ زاوية الاختلاف تقع غرب الشمال الحقيقي

∴ الانحراف الحقيقي للخط (أب)= $124°\ 20' - 15°\ 15' = 109°\ 05'$

3- 5 الانحراف الدائري:

هو الزاوية المقاسة من الشمال إلى الضلع في اتجاه دوران عقارب الساعة وتنحصر قيمته بين صفر و360° ويلاحظ أن الخط الواحد له انحرافان دائريان وللتمييز بينهما نسمي الانحراف الدائري المقاس عند بداية الخط انحرافاً أمامياً والانحراف المقاس عند نهاية الخط انحرافاً خلفياً الشكل (3- 4) .



الشكل (٣- ٤)

أ) الانحراف الأمامي:

هو الزاوية المقاسة من الشمال إلى الضلع في اتجاه عقارب الساعة وتنحصر قيمته بين الصفر، و360°ويقاس عند نقطة بداية الخط.

ب) الانحراف الخلفي:

هو الزاوية المقاسة من الشمال إلى الضلع في اتجاه عقارب الساعة وتنحصر قيمته بين الصفر و360°ويقاس عند نقطة نهاية الخط.

يجب أن نلاحظ هنا أن الانحراف الخلفي للضلع (أ ب) يعتبر انحرافاً أمامياً للضلع(ب أ).

وكذلك يجب ملاحظة أنه لا يوجد انحراف دائري قيمته سالبة لأنه إذا كان الانحراف سالباً فإن ذلك يعني أن الاتجاه هو عكس دوران عقارب الساعة والانحراف يقاس في اتجاه دوران عقارب الساعة ولكن القيمة السالبة للانحراف قد تنتج في الحسابات فقط. وفي هذه الحالة فإننا نضيف على القيمة السالبة 360°فيكون الناتج هو الانحراف مقاساً في اتجاه دوران عقارب الساعة.

مثال:

إذا كان انحراف الخط (أ ب)=- 70°

فإن معنى ذلك أن:

انحراف الخط (أ ب) =- 70°+360°=+290°

==

وقيمة الانحراف الدائري لا تزيد عن 360°وإذا كان الناتج أكثر من 360°فإن معنى ذلك أن الزاوية المقاسه من الشمال إلى الضلع قد تجاهلت الضلع في المرة الأولى وعادت إلية في المرة الثانية أية أن الناتج يمثل دورة كاملة + الانحراف الدائري.

لذلك يجب أن نطرح من هذه القيمة دورة انحراف كاملة والتي تساوي 360°.

مثال:

إذا كان انحراف الضلع(أ ب)=420° فإنه في هذه الحالة يجب طرح 360°من هذه القيمة لأن الانحراف الدائري لا يزيد عن 360°.

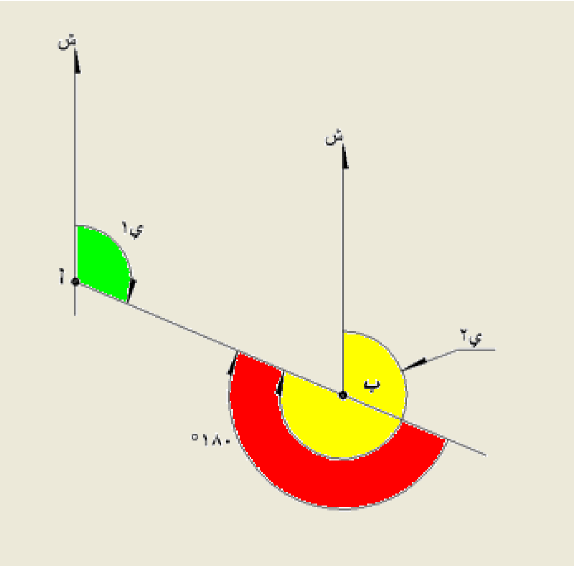
وعلى ذلك فإن انحراف الخط (أ ب) =420°- 360°=60°

==

ج) العلاقة بين الانحراف الأمامي والانحراف الخلفي:

إذا كان الانحراف الأمامي للخط (أ ب) =30َ 72° فإن ذلك يعني أن الانحراف تم قياسه عند النقطة (أ) وإذا كان الانحراف الأمامي للخط (ب أ) = 30´ 252°فإن ذلك يعني أن الانحراف الأمامي لهذا الخط تم قياسه عن نقطة (ب). ويجب عند كتابة اسم الخط أن يكون الحرف الأول من اسم الخط هو النقطة المقاس أو المحسوب عندها انحراف الخط. ولكي نتعرف على العلاقة بين الانحراف الأمامي والانحراف الخلفي لنفس الخط، انظر الشكل (3- 5) وبفرض أن اتجاهات الشمال متوازية عند أية نقطة على سطح الأرض، وكان المعلوم انحراف الضلع (أ ب) عند النقطة (أ) وسوف نرمز له بالرمز ($ي_1$)، فالمطلوب حساب انحراف الضلع (ب أ) أية انحرافه عند النقطة(ب) والذي سوف نرمز له بالرمز ($ي_2$). من الرسم نلاحظ أن :

$$ي_2 = ي_1 + 180°$$



الشكل (٣- ٥)

ومن ذلك يمكن أن نستنتج العلاقة العامة التي تربط الانحراف الأمامي بالانحراف الخلفي لأي خط على النحو التالي:

$$ي_1 = ي_2 - 180°$$

فإذا كان الانحراف المعلوم- سواء كان أمامياً أو خلفياً- أقل من 180°، فإننا نضيف إليه 180° لنحصل على الانحراف الآخر. أما إذا كان الانحراف المعلوم أكبر من 180° فإننا نطرح منه 180° لنحصل على الانحراف المطلوب.

الانحراف الأمامي للخط = الانحراف الخلفي للخط ± 180°
الانحراف الخلفي للخط = الانحراف الأمامي للخط ±180°

مثال1:

إذا كان انحراف الخط (أ ب)=70° فما هو انحراف الخط (ب أ)

الحل:

انحراف (أ ب) =70 ° أية أقل من 180°

انحراف الخط (ب أ) = انحراف (أ ب) ± 180°

انحراف الخط (ب أ) = 70° + 180° =250°

مثال2:

إذا كان انحراف الخط (ب أ)=250° فما هو انحراف الخط (أ ب)؟

الحل:

انحراف (أ ب) =250 ° أية أكبر من 180°

انحراف الخط (أ ب) = انحراف الخط (ب أ) ± 180°

انحراف الخط (أ ب) = 250° - 180° =70°

==

مثال3:

إذا كان الانحراف الأمامي للخط (أ ب)= 124° فما هو انحرافه الخلفي؟

الحل:

انحراف (أ ب) =124 ° أية أصغر من 180°

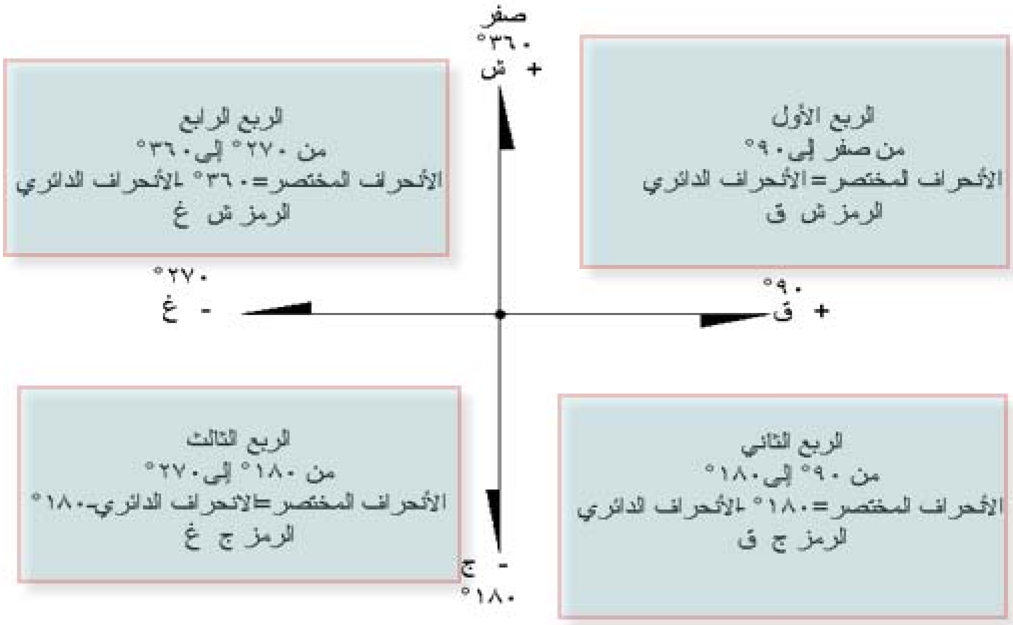
الانحراف الخلفي (أ ب) = الانحراف الأمامي للخط (أ ب) ± 180°

الانحراف الخلفي (أ ب) = 124° + 180° = 304°

3- 6 الانحراف المختصر:

الانحراف المختصر هو الزاوية المحصورة بين اتجاه الشمال والضلع أو بين اتجاه الجنوب والضلع وقيمة الانحراف المختصر تنحصر بين صفر، 90° ولا يشترط هنا الاتجاه، ولكن يجب أن نحدد الربع الذي يقع فيه الضلع: الربع الأول أو الثاني أو الثالث أو الرابع. أو نستعيض عن ذكر الربع بأن نذكر الاتجاهين الواقع الضلع بينهما مثل شمال شرق (ش ق) أو شمال غرب (ش غ) أو جنوب شرق (ج ق) أو جنوب غرب. (ج غ).

ولحساب الانحراف المختصر لأي ضلع والذي سوف نرمز له بالرمز (خ) فلابد أن يكون معلوما الانحراف الدائري للضلع. ولتسهيل وتصور عملية إيجاد الانحراف المختصر نستعين بالرسم، فنرسم محورين أحدهما يمثل اتجاه الشمال- الجنوب والآخر يمثل اتجاه الشرق – الغرب وتكون نقطة تقاطع المحورين هي نقطة طرف الضلع المقاس عنده الانحراف الدائري ثم نوقع الضلع بالمنقلة طبقاً لانحرافه الدائري المعلوم. ولا نحتاج للدقة في توقيع الضلع ولكن يكفي أن نحدد الربع الواقع فيه الضلع ويرسم الضلع بحيث يقع داخل هذا الربع. وعلى الرسم نحدد موقع زاوية الانحراف ونستنتج مقدار الانحراف المختصر(خ) بمعلومية الانحراف الدائري. وفيما يلي بعض الإرشادات لتيسير عملية إيجاد الانحراف المختصر الشكل (3-6):



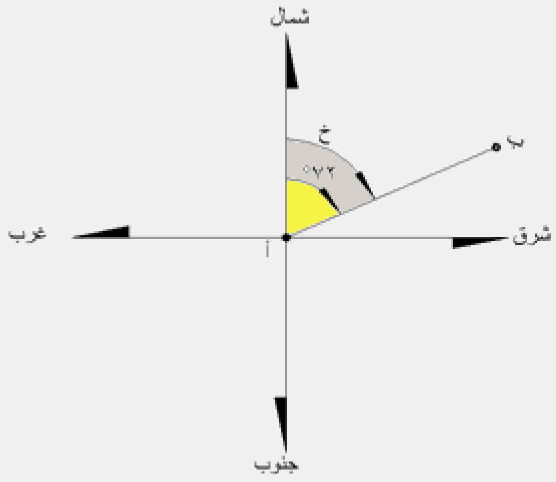
الشكل (٣ - ٦)

1. إذا كان الانحراف الدائري أقل من 90°فإن الانحراف المختصر= مقدار الانحراف الدائري ويكون اتجاه الضلع ش ق (في الربع الأول).
2. إذا كان الانحراف الدائري للضلع أكثر من 90°وأقل من 180°فإن الانحراف المختصر=180°-الانحراف الدائري ويكون اتجاه الضلع ج ق (في الربع الثاني).
3. إذا كان الانحراف الدائري أكبر من 180° وأقل من 270° فإن الانحراف المختصر = الانحراف الدائري - 180° ويكون اتجاه الضلع ج غ (في الربع الثالث).
4. إذا كان الانحراف الدائري للضلع أكبر من 270° وأقل من 360° فإن الانحراف المختصر =360°- الانحراف الدائري ويكون اتجاه الضلع ش غ (في الربع الرابع).

مثال 1:

احسب الانحراف المختصر للضلع (أ ب) إذا كان انحرافه الدائري=72°

الحل: انظر الشكل (3- 7)



الشكل(٣ - ٧)

المعلوم الانحراف الدائري للضلع (أ ب) = 72°

وحيث إن الانحراف مقاس عند نقطة (أ) ، فتكون نقطة (أ) هي نقطة الأصل.

نرسم محورين متعامدين متقاطعين في (أ), والمحوران يمثلان الاتجاهات الأصلية.

نوقع الضلع (أ ب) بحيث يصنع زاوية من الشمال وفي اتجاه عقارب الساعة مقدارها 72°

نحدد زاوية الانحراف المختصر حسب التعريف من الشمال إلى الضلع ونحسب مقدار زاوية خ.

من الرسم نجد أن الانحراف المختصر خ = ي لأن الضلع واقع في الربع الأول.

الانحراف المختصر للضلع (أ ب) = 72° ش ق.

==

مثال 2:

احسب الانحرافات المختصرة للأضلاع التالية موضحاً إجابتك بالرسم:

إذا كان انحراف الخط	أ ب	=	160°
إذا كان انحراف الخط	ب ج	=	086°
إذا كان انحراف الخط	ج د	=	347°
إذا كان انحراف الخط	د أ	=	247°
إذا كان انحراف الخط	ن هـ	=	140°
إذا كان انحراف الخط	هـ د	=	230°

الحل: انظر الرسومات في الصفحة التالية:

الانحراف المختصر للخط أ ب = 180° - 160° = 20° ج ق (في الربع الثاني)

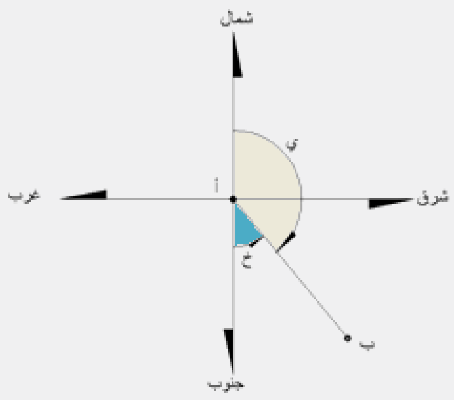
الانحراف المختصر للخط ب ج = 86° ش ق

الانحراف المختصر للخط ج د = 360° - 347° = 13° ش غ (في الربع الرابع)

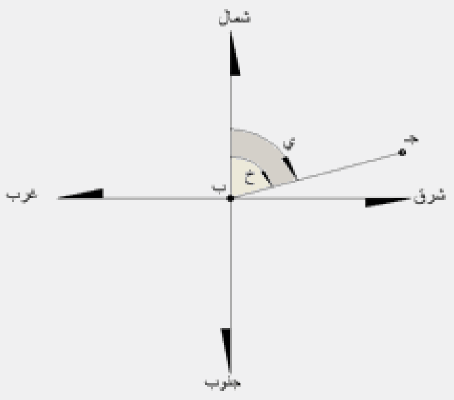
الانحراف المختصر للخط د أ = 247° - 180° = 67° ج غ (في الربع الثالث)

الانحراف المختصر للخط ن هـ = 180° - 140° = 40° ج ق (في الربع الثاني)

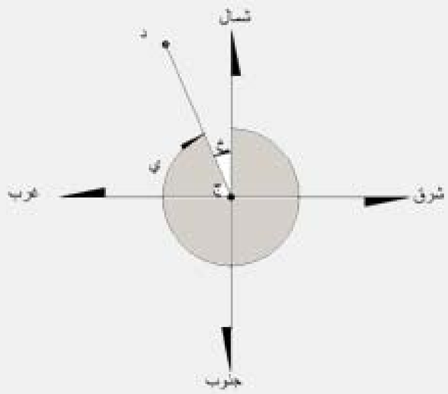
الانحراف المختصر للخط هـ د = 230° - 180° = 50° ج غ (في الربع الثالث)



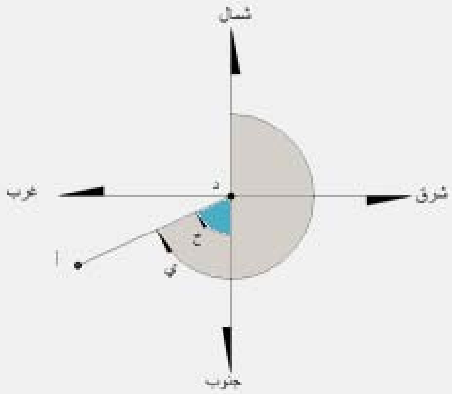
الخط أب



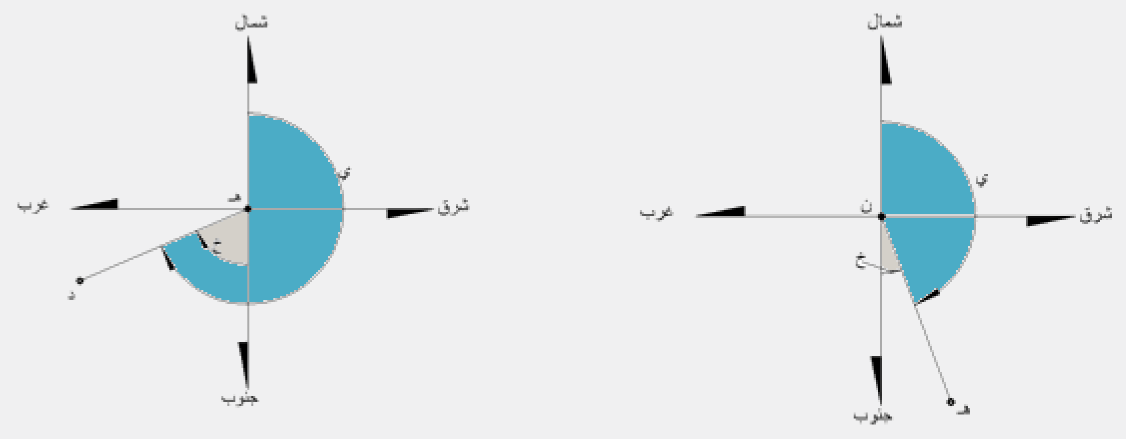
الخط ب ج



الخط ج د



الخط د أ



الخط هـ د		الخط ن هـ

مثال 3:

احسب الانحرافات الدائرية للأضلاع التالية:

إذا كان الانحراف المختصر للضلع	أ ب	=	60° ش ق
إذا كان الانحراف المختصر للضلع	ج د	=	45° ج ق
إذا كان الانحراف المختصر للضلع	هـ و	=	32° ج غ
إذا كان الانحراف المختصر للضلع	ل م	=	26° ش غ

الحل:

1. الضلع أ ب يقع في الربع الأول

وحيث إن الانحراف المختصر = الانحراف الدائري في الربع الأول

الانحراف الدائري للضلع أ ب = 60°

2. الضلع ج د يقع في الربع الثاني

الانحراف الدائري للضلع ج د = 180 – 45° = 135°

3. الضلع هـ و يقع في الربع الثالث

الانحراف الدائري للضلع هـ و = 180 + 32° = 212°

4. الضلع ل م يقع في الربع الرابع

الانحراف الدائري للضلع ل م = 360 - 26° = 334°

تمارين تطبيقية

1. إذا كان الانحراف المغناطيسي للضلع (أ ب)=20َ 245° وزاوية الاختلاف المغناطيسي عند نقطة (أ) في هذا الوقت =30َ 2° غرباً. فاحسب الانحراف الحقيقي للضلع (أ ب).
2. إذا كان الانحراف الحقيقي للضلع (ج د) =40َ 140° وكانت زاوية الاختلاف المغناطيسي =50َ 4° شرقاً. فاحسب الانحراف المغناطيسي لهذا الضلع.
3. إذا كان الانحراف الحقيقي للضلع (أ ب) =20َ 170° وكانت زاوية الاختلاف المغناطيسي=20َ 5° شرقاً . فاحسب الانحراف المغناطيسي للضلع (أ ب).
4. إذا كان الانحراف المغناطيسي للضلع (أ ب) =40َ 125° وكانت زاوية الاختلاف المغناطيسي=20َ 3° غرباً . فاحسب الانحراف الحقيقي للضلع (أ ب).
5. إذا كان الانحراف المغناطيسي للضلع (أ ب)=20َ 345° وزاوية الاختلاف المغناطيسي عند نقطة (أ) في هذا الوقت =30َ 2° غرباً. فاحسب الانحراف الحقيقي للضلع (أ ب).
6. احسب الانحرافات الخلفية للأضلاع التالية إذا كانت الانحرافات الأمامية لها كما يلي:

ل م	=	15˝	25´	300°
هـ و	=	30˝	59´	280°
ر س	=	10˝	10´	150°
أ ب	=	40˝	40´	60°
ج د	=	25˝	30´	175°

7. احسب الانحرافات الأمامية للأضلاع التالية إذا كانت الانحرافات الخلفية لها كما يلي:

أ ب	=	10	30´	101°
ل م	=	35˝	40´	70°
م ن	=	30˝	15´	277°
ج د	=	20˝	30´	189°
هـ و	=	20˝	35	159°

8. حول الانحرافات الدائرية للأضلاع التالية إلى انحرافات مختصرة مع ذكر الربع الواقع فيه كل ضلع.

أ ب	=	10˝	42´	75°
ج د	=	20˝	04´	112°

هـ و	=	″40	′32	°259
ل م	=	″50	′42	°339

9. حول الانحرافات المختصرة للأضلاع التالية إلى انحرافات دائرية.

أ ب	=	50	20	10	ش ق
ج د	=	20	24	46	ج ق
ل م	=	20	47	25	ج غ
هـ و	=	10	17	40	ش غ

امتحــان ذاتــي

أجب على الأسئلة التالية ثم تأكد من صحة إجابتك بالنظر إلى الحل في نهاية الوحدة.

السؤال الأول: أجب على العبارات التالية بوضع علامة (✓) للعبارات الصحيحة وعلامة (×) للعبارات غير الصحيحة:

1- تتفرد الخرائط 1 : 25000 في المملكة بتوضيح العلاقة بين أنواع الشمال ( ).

2- الحقل المغناطيسي غير ثابت بل في تغير مستمر ( ).

3- كل خطوط الطول عبارة عن خطوط للشمال الحقيقي ( ).

4- زاوية الاختلاف هي المحصورة بين الشمال الحقيقي والشمال المغناطيسي ( ).

السؤال الثاني: أكمل العبارات التالية:

1- الانحراف الحقيقي هو مقدار الزاوية المقاسة في اتجاه دوران عقارب الساعة من .... حتى الضلع.

2- الانحراف الحقيقي للضلع = ... ± زاوية الاختلاف

3- تنحصر قيمة الانحراف الدائري بين .... ، .... درجة ستينية.

4- الانحراف الخلفي للخط (الضلع) = ... ± $180°$

السؤال الثالث:

1- إذا كان الانحراف المغناطيسي للضلع (أ ب)= $117° \; 40'$ وزاوية الاختلاف المغناطيسي عند نقطة (أ) في هذا الوقت = $4° \; 30'$ غرباً. فاحسب الانحراف الحقيقي للضلع (أ ب).

2- احسب الانحراف الخلفي للضلع أ ب إذا كان انحرافه الأمامي $241° \; 33' \; 45''$

3- احسب الانحراف المختصر للضلع أ ب إذا كان انحرافه الدائري $126° \; 43' \; 55''$

الوحدة الرابعة

حساب الإحداثيات الأفقية والرأسية

حساب الإحداثيات الأفقية والرأسية

- **الجدارة:**

أن يحسب المتدرب المركبات الأفقية والرأسية وكذلك الإحداثيات الأفقية والرأسية.

- **الأهداف:**

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

1. يحسب المركبات الأفقية Δ س، Δ ص. والإحداثيات الأفقية س، ص لأية نقطة على سطح الأرض.
2. يحسب المركبة الرأسية Δ ع و الإحداثي الرأسي ع لأية نقطة على سطح الأرض.

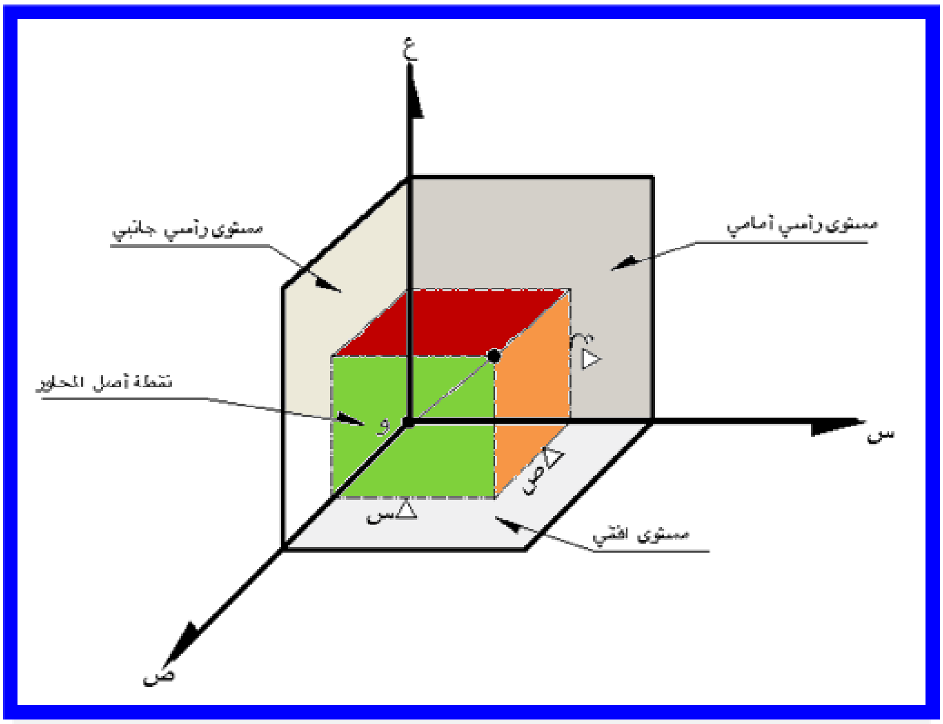
- **الوقت المتوقع للتدريب:** 12 ساعة تدريبية.
- **الوسائل المساعدة:**

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .

4- 1 مقدمة :

سبق أن تعرفنا في الوحدات السابقة على المسافة الأفقية بين نقطتين وكذلك انحراف الخط الواصل بين النقطتين، وفي هذه الوحدة سنتعرف كيف يمكننا الاستفادة من هاتين المعلومتين لحساب وتحديد موقع النقطة بالنسبة لمحاور الإحداثيات. حيث إنه لتعيين موقع أية نقطة فلابد من معرفة بعدين على الأقل منسوبين إلى مستويات ومحاور محددة ومعرفة تعريف كامل، ومن أكثر النظم المستخدمة في المساحة لتحديد وتعريف مواقع النقاط تحديداً دقيقاً وكاملاً: نظام الإحداثيات القطبية (مسافة ،وانحراف) ونظام الإحداثيات المستوية المتعامدة (س، ص) وقد سبق أن تعرفنا على نظم الإحداثيات في الوحدة الثانية من هذه الحقيبة، ويمكن التحويل من نظام إلى آخر عن طريق علاقات رياضية بسيطة.

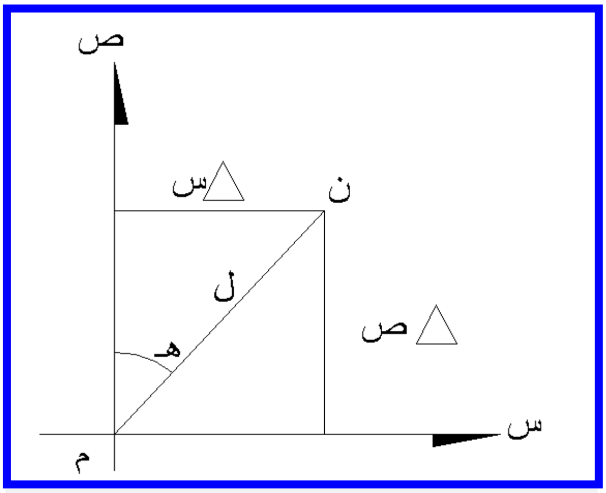
ولتحديد محاور الإحداثيات، نتصور وجود ثلاثة مستويات أساسية في الفراغ من عدد لانهائي من المستويات في جميع الاتجاهات، ولكن هنا سنحدد ثلاثة مستويات أساسية والتي تتعامد مع بعضها انظر الشكل (4- 1) وهي:



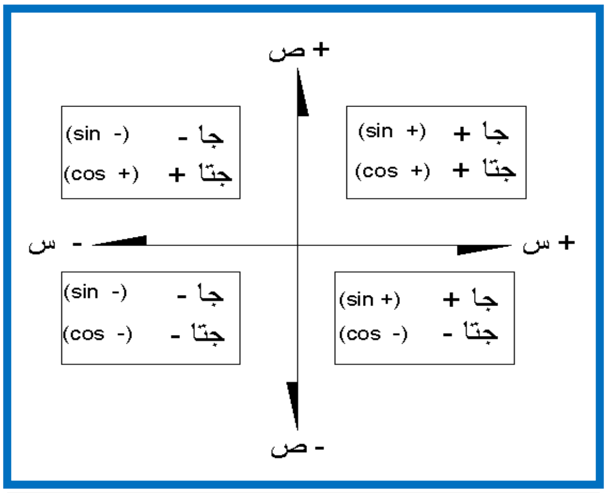
الشكل (٤ - ١)

(1) المستوى الأفقي ، (2) المستوى الرأسي الأمامي ، (3) المستوى الرأسي الجانبي . حيث ينشأ عن تقاطع المستوى الأول مع المستوى الثاني المحور (س) ويكون امتداده موجباً في اتجاه الشرق وسالباً في اتجاه الغرب ، وينشأ عن تقاطع المستوى الأول مع المستوى الثالث المحور

(ص) ويكون امتداده موجباً في اتجاه الشمال وسالباً في اتجاه الجنوب، وينشأ عن تقاطع المستوى الثاني مع المستوى الثالث المحور (ع) ويكون امتداده موجباً في الاتجاه الرأسي لأعلى وسالباً في اتجاه الرأسي لأسفل. والمحاور الثلاثة متعامدة على بعضها وتتلاقى في نقطة واحدة تسمى نقطة أصل المحاور أو الإحداثيات أو نقطة الأصل.



الشكل (4- 2)



الشكل (4- 3)

وتسمى المسافة أو البعد العمودي من أية نقطة إلى أحد هذه المحاور بالبعد أو المركبة، فمثلا نقطة أ في الشكل (4- 2) تبعد عن المحور س بالمركبة أو البعد Δ ص، وتبعد عن المحور ص بالمركبة أو البعد Δ س، ويتم تحديد المركبة بقيمة حسابية وإشارة وتتبع المركبات قاعدة الإشارات التي سبق وأن درسناها في مادة الرياضيات والموضحة بالشكل (4- 3).

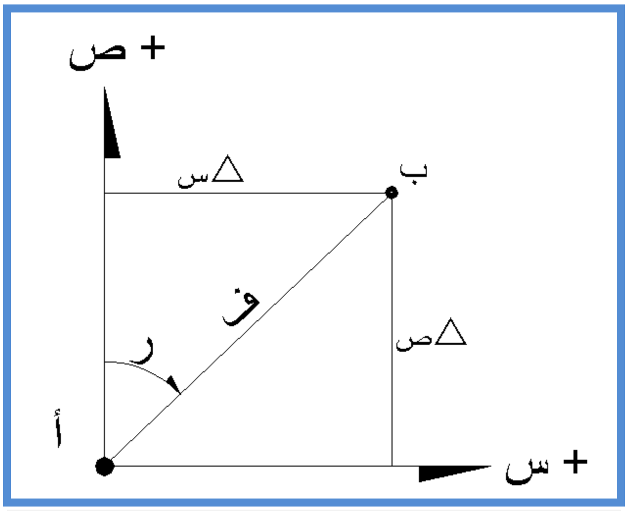
وعلى هذا الأساس يمكن تعريف المركبة بأنها المسافة التي تحركتها النقطة في اتجاه المحاور المتعامدة. وتعتبر الإحداثيات المستوية المتعامدة (الكارتيزية) من أسهل وأكثر الطرق شيوعا في تحديد مواقع النقاط.

وحيث إنه غير عملي وأيضا غير ممكن قياس هذه المركبات في الطبيعة، فإننا نقيس المسافة بين النقاط في الطبيعة ونقيس ونعين انحرافات الخطوط بين النقاط سواء بالنسبة للشمال المغناطيسي أو الحقيقي أو بالنسبة لانحراف محدد أو افتراضي، ثم من خلال بعض العلاقات الرياضية نقوم بتحويل الإحداثيات القطبية (المسافة والانحراف) إلى المركبات المتعامدة الأفقية Δ س، Δ ص، وتسمى المركبات الأفقية وهي تمثل المسافة أو البعد العمودي بين نقطتين في اتجاه المحور س واتجاه المحور ص، وبإضافة هاتين المركبتين إلى الإحداثي المعلوم لإحدى نقطتي الخط نحصل على الإحداثي المطلوب للنقطة الثانية.

4- 2 حساب المركبات الأفقية Δ س، Δ ص:

كما هو واضح بالشكل (4- 4) ، معلوم انحراف الضلع أ ب ، وكذلك معلومة المسافة الأفقية من أ إلى ب، أية معلومة الإحداثيات القطبية لنقطة ب بالنسبة لنقطة أ والمطلوب حساب الإحداثيات المتعامدة (س ، ص) لنقطة ب.

ولحساب الإحداثيات لنقطة ب لابد أولاً من حساب المركبتين الأفقيتين Δ س، Δ ص المقابلتين للمسافة الأفقية أ ب:



الشكل(4- 4)

من قوانين حساب المثلثات والتي سبق دراستها في مادة الرياضيات يمكن حساب كل من المركبة Δ س،والمركبة Δ ص كما يلي:

Δ س = ف × جا ر

Δ ص = ف × جتا ر

حيث:

ف : المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب

ر : انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال

مثال 1:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 253.76 متر وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان ″45 ′32 °68. احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب.

الحل:

حيث إن

Δ س = ف × جا ر

∴ Δ س = 253.76 × جا ″45 ′32 °68

∴ Δ س = 253.76 × 0.9307105

∴ Δ س = 236.177 متر

وحيث إن

Δ ص = ف × جتا ر

∴ Δ ص = 253.76 × جتا ″45 ′32 °68

∴ Δ ص = 253.76 × 0.3657568

∴ Δ ص = 92.814 متر

نلاحظ أن كلاً من إشارة Δ س ، Δ ص موجبة لأن انحراف الخط (أ ب) أقل من °90 أية يقع في الربع الأول (إشارة جا موجبة ، إشارة جتا موجبة). (انظر الشكل 4- 3).

==

مثال (2):

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 286.15 متر وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان ″33 ′29 °185. احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب.

الحـل:

حيث إن

Δ س = ف × جا ر

∴ Δ س = 286.15 × جا ″33 ′29 185°

∴ Δ س = 286.15 × - 0.0957155

∴ Δ س = - 27.389 متر

وحيث إن

Δ ص = ف × جتا ر

∴ Δ ص = 286.15 × جتا ″33 ′29 185°

Δ ص = 286.15 - 0.9954087

Δ ص = - 284.836 متر

نلاحظ أن كلاً من إشارة Δ س ، Δ ص سالبة لأن انحراف أب أكبر من 180° وأقل من 270° أية يقع في الربع الثالث (إشارة جا سالبة، وإشارة جتا سالبة)، انظر الشكل 4 - 3

4- 3 حساب الإحداثيات الأفقية س، ص:

بعد حساب المركبات الأفقية Δ س ، Δ ص يتم حساب الإحداثيات الأفقية للنقطة المطلوبة (ب) بالنسبة للإحداثيات الأفقية للنقطة المعلومة (أ) والموضحة في الشكل (5- 4) كما يلي:

س $_{ب}$ = س $_{أ}$ + Δ س $_{أب}$		(حيث Δ س تضاف بإشارتها)

ص $_{ب}$ = ص $_{أ}$ + Δ ص $_{أب}$		(حيث Δ ص تضاف بإشارتها)

مثال 1:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 158.72 متراً وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان ″40 ′36 °48.

احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ: (س= 2561.45 متر، ص = 4568.23متر)

الحـل:

أولاً : حساب المركبات الأفقية Δ س ، Δ ص

حيث إن :

Δ س = ف × جا ر

Δ س = 158.72 × جا ″40 ′36 °48

Δ س = 158.72 × 0.7502393

Δ س = 119.08 متر

وحيث إن

Δ ص = ف × جتا ر

Δ ص = 158.72 × جتا ″40 ′36 °48

Δ ص = 158.72 × 0.6611664

Δ ص = 104.94 متر

نلاحظ أن كل من إشارة Δ س ، Δ ص موجبة لأن انحراف أب أقل من °90 أي تقع في الربع الأول (أشارة جا موجبة، إشارة جتا موجبة).

ثانياً: حساب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب:

حيث إن $س_{ب}$ = $س_{أ}$ + Δ $س_{أب}$

$س_{ب}$ = 2561.45 + 119.08 = 2680.53 متر

وحيث إن $ص_{ب}$ = $ص_{أ}$ + Δ $ص_{أب}$

$ص_{ب}$ = 4568.23 + 104.94 = 4673.17 متر

(أي أن النقطة ب تقع شمال شرق النقطة أ)

مثال 2:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 324.56 متراً وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان ″30 ′56 °148.

احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 4842.59 متر، ص = 3246.42متر)

الحـل:

أولاً : حساب المركبات الأفقية Δ س ، Δ ص

حيث إن

Δ س = ف × جا ر

Δ س = 324.56 × جا ″30 ′56 °148

Δ س = 324.56 × 0.5159105

Δ س = 167.44 متر

وحيث إن

Δ ص = ف × جتا ر

Δ ص = 324.56 × جتا ″30 ′56 °148

Δ ص = 324.56 × - 0.8566425

Δ ص = - 278.03 متر

نلاحظ أن إشارة Δ س موجبة ، وأن إشارة Δ ص سالبة لأن انحراف أب أكبر من °90 وأقل من °180 أية يقع في الربع الثاني (إشارة جا موجبة ، وإشارة جتا سالبة).

ثانياً: حساب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب:

حيث إن س$_{ب}$ = س$_{أ}$ + Δ س$_{أب}$

س$_{ب}$ = 4842.59 + 167.44 = 5010.03 متر

وحيث إن ص$_{ب}$ = ص$_{أ}$ + Δ ص$_{أب}$

ص$_{ب}$ = 3246.42 + (- 278.03) = 2968.39 متر

(أي أن النقطة ب تقع جنوب شرق النقطة أ)

مثال 3:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 124.56 متراً وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $288° \ 56' \ 30''$.

احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 3842.59 متر، ص = 1246.42متر)

الحـل:

أولاً : حساب المركبات الأفقية Δ س ، Δ ص

حيث إن

Δ س = ف × جا ر

Δ س = 124.56 × جا $288° \ 56' \ 30''$

Δ س = 124.56 × - 0.9458495

Δ س = - 117.82متر

وحيث إن

Δ ص = ف × جتا ر

Δ ص = 124.56 × جتا $288° \ 56' \ 30''$

Δ ص = 124.56 × 0.3246053

Δ ص = 40.43 متر

نلاحظ أن إشارة Δ س سالبة ، وأن إشارة Δ ص موجبة لأن انحراف أب أكبر من 270° وأقل من 360° أية يقع في الربع الرابع (إشارة جا سالبة ،وإشارة جتا موجبة).

ثانياً: حساب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب:

حيث إن $س_{ب} = س_{أ} + Δ س_{أب}$

$س_{ب}$ = 3842.59 + (- 117.82) = 3724.77 متر

وحيث إن $ص_{ب} = ص_{أ} + Δ ص_{أب}$

$ص_{ب}$ = 1246.42 + (40.43) = 1286.85 متر

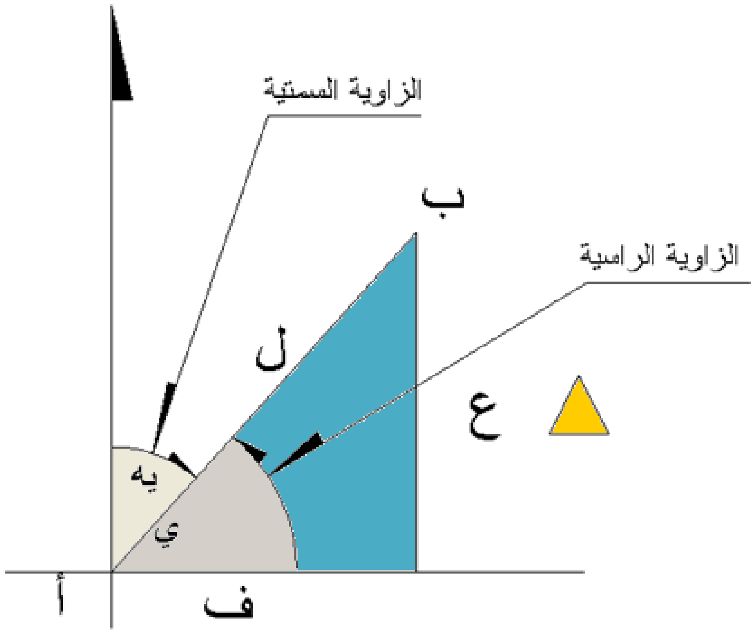
(أي إن النقطة ب تقع شمال غرب النقطة أ)

□

4-4 حساب المركبة الرأسية Δ ع:

المركبة الرأسية أو المسافة الرأسية تم التعرف على طريقة حسابها من المسافة المائلة أو المسافة الأفقية المقاسة وذلك بمعرفة الزاوية الرأسية لارتفاع أو انخفاض الهدف بالنسبة لمستوى نقطة المرصد، (انظر الوحدة الثالثة).

وتستخدم المسافة الرأسية أو المركبة الرأسية في حساب الإحداثي الرأسي أو منسوب النقطة المطلوبة بالنسبة لنقطة المرصد وهذه هي الطريقة المستخدمة في أعمال الميزانية المثلثية لتعيين مناسيب نقاط شبكات الميزانية وكذلك مناسيب النقاط الواقعة في مناطق ذات تضاريس صعبة لا تمكن من استخدام طرق الميزانية العادية لتعيين المناسيب.



الشكل (٤ - ٥)

انظر الشكل (4 - 5) الذي يبين العلاقة الهندسية بين المركبة الرأسية (Δ ع) والمسافة الأفقية (ف) والمسافة المائلة (ل) والزاوية الرأسية (ى) والزاوية السمتية (يه) حيث:

(ى = 90° - يه) وكذلك:

المركبة الرأسية	Δ ع = ف × ظا ى
أو	= ف × ظتا يه
المركبة الرأسية	Δ ع = ل × جا ى
أو	= ل × جتا يه

4- 5 حساب الإحداثي الرأسي :

بعد حساب المركبة الرأسية بين نقطة المرصد (أ) ونقطة الهدف (ب) انظر الشكل (5- 5) يمكن حساب الإحداثي الرأسي لنقطة الهدف من المعادلة التالية:

$$ع_{ب} = ع_{أ} \pm \Delta ع$$

حيث: + في حالة زاوية الارتفاع ، - في حالة زاوية الانخفاض

==

مثال 1:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 158.72 متر وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $4° \ 36' \ 40''$.

احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع = 561.45 متر)

الحل:

أولاً : حساب المركبة الرأسية Δ ع

حيث إن

Δ ع = ف × ظا ى

Δ ع = 158.72 × ظا $4° \ 36' \ 40''$

Δ ع = 158.72 × 0.0806533

Δ ع = 12.80 متر

ثانياً: حساب الإحداثي الرأسي لنقطة ب:

وحيث إن

$ع_{ب} = ع_{أ} + \Delta ع_{أب}$

$ع_{ب}$ = 561.45 + 12.80

$ع_{ب}$ = 574.25 متراً

مثال 2:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 241.26 متراً وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $2° \ 30' \ 10''$.

احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 825.65 متر).

الحـل:

أولاً : حساب المركبة الرأسية Δ ع

حيث إن

Δ ع = ف × ظا ى

Δ ع = 241.26 × ظا 4° 36´ 40˝

Δ ع = 241.26 × 0.0437095

Δ ع = 10.55 متراً

ثانياً: حساب الإحداثي الرأسي لنقطة ب:

وحيث إن

ع ب = ع أ + Δ ع أب

ع ب = 825.65 + 10.55

ع ب = 836.20 متراً

==

مثال 3:

قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 161.56 متر وكذلك قام بقياس زاوية انخفاض الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت 3° 32´ 18˝.

احسب المركبة الرأسية Δ ع وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 425.85 متر).

الحـل:

أولاً : حساب المركبة الرأسية Δ ع

حيث إن

Δ ع = ل × جا ى

Δ ع = 161.56 × جا 3° 32´ 18˝

Δ ع = 161.56 × 0.0617163

Δ ع = 9.97 متراً

ثانياً: حساب الإحداثي الرأسي لنقطة ب:

وحيث إن

ع ب = ع أ - Δ ع أب

ع ب = 425.85 - 9.97

ع ب = 415.88 متراً

==

مثال 4:

قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 112.862 متراً وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $2° \ 46' \ 12''$. احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 632.815 متر).

الحـل:

أولاً : حساب المركبة الرأسية Δ ع

حيث إن

Δ ع = ل × جا ى

Δ ع = 112.862 × جا $2° \ 46' \ 12''$

Δ ع = 112.862 × 0.0483268 = 5.454 متر

ثانياً: حساب الإحداثي الرأسي لنقطة ب:

وحيث إن

ع ب = ع أ + Δ ع أب

ع ب = 632.815 + 5.454 = 638.269 متر

تمارين

(1) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 178.72 متر وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $42^\circ\ 31'\ 40''$. احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب.، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 1561.45 متر، ص = 3568.23متراً).

(2) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 334.560 متراً وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $158^\circ\ 51'\ 33''$. احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 4862.59 متراً، ص = 3946.42متراً).

(3) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 324.56 متراً وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $291^\circ\ 56'\ 30''$. احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 3942.59 متراً، ص = 1646.42متراً).

(4) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 151.72 متراً وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $3^\circ\ 26'\ 40''$. احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 461.45 متراً).

(5) قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 244.76 متراً وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $2^\circ\ 39'\ 14''$. احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ
(ع= 725.65 متراً).

(6) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 261.56 متراً وكذلك قام بقياس زاوية انخفاض الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $5^\circ\ 32'\ 18''$.

احسب المركبة الرأسية Δ ع ، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 425.85 متراً).

(7) قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 124.56 متراً وقام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $251° \ 56' \ 30''$، وكذلك قام بقياس زاوية انخفاض الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $3° \ 34' \ 48''$ احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص والمركبة الرأسية للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة أ (س= 1942.59 متراً، ص = 2646.42متراً ، ع = 525.85 متراً).

(8) قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 643.38 متراً وقام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $271° \ 16' \ 20''$، وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $4° \ 51' \ 28''$ احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص والمركبة الرأسية Δ ع للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة أ (س= 1042.59 متراً، ص = 2606.42متراً ، ع = 225.15 متراً).

امتحان ذاتي

السؤال الأول: ضع علامة (✓) أمام العبارات الصحيحة فيما يلي وعلامة (×) أمام العبارات غير الصحيحة فيما يلي:

1. ينشأ المحور الأفقي س من تقاطع المستوى الرأسي الأمامي مع المستوى الأفقي. ( ).
2. ينشأ المحور الأفقي ص من تقاطع المستوى الرأسي الجانبي مع المستوى الأفقي. ( ).
3. ينشأ المحور الرأسي ع من تقاطع المستوى الرأسي الجانبي مع المستوى الأمامي. ( ).
4. تسمى المسافة العمودية من أحد محاور الإحداثيات إلى النقطة بالبعد أو المركبة. ( ).

السؤال الثاني:

قام مساح بقياس المسافة الأفقية من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 154.760 متر وكذلك قام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $188° \ 21' \ 35''$.

احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية لنقطة أ (س= 852.190 متراً، ص = 917.620 متراً).

السؤال الثالث:

قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 224.16 متراً وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $5° \ 32' \ 44''$.

احسب المركبة الرأسية Δ ع، وكذلك احسب الإحداثي الرأسي لنقطة ب إذا كانت الإحداثي الرأسي لنقطة أ (ع= 628.45 متراً).

السؤال الرابع:

قام مساح بقياس المسافة المائلة من نقطة أ إلى نقطة ب فكانت 373.98 متراً وقام بتعيين انحراف الخط أ ب عن اتجاه الشمال فكان $284° \ 15' \ 25''$، وكذلك قام بقياس زاوية ارتفاع الهدف ب بالنسبة لنقطة المرصد أ فكانت $6° \ 11' \ 22''$

احسب كلاً من المركبة الأفقية Δ س، والمركبة الأفقية Δ ص والمركبة الرأسية Δ ع للخط أب، وكذلك احسب الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة ب إذا كانت الإحداثيات الأفقية والرأسية لنقطة أ (س= 772.992 متراً، ص = 666.125متراً ، ع = 465.305 أمتار).

الوحدة الخامسة

حساب مساحات الأشكال الهندسية

حساب مساحات الأشكال الهندسية

- **الجدارة:**

أن يحسب المتدرب بدقة مساحات الأشكال الهندسية المنتظمة وغير المنتظمة بدقة.

- **الأهـداف:**

1. يتعرف على الأشكال الهندسية وخواصها.
2. يعرف طرق حساب مساحات الأشكال الهندسية المنتظمة.
3. يعرف طرق حساب مساحات الأشكال غير المنتظمة.

- **الوقت المتوقع للتدريب:** 12 ساعة تدريبية
- **الوسائل المساعدة:**

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .

6- 1 مقدمة:

تعتبر العمليات الخاصة بحساب المساحات سواء من الخرائط أو من الطبيعة من العمليات الأساسية في عمل المساح. وتتوقف دقة حساب المساحة على دقة القياس.وعلى الرغم من أن أدق الطرق لحساب المساحات هو القياس المباشر من الطبيعة لأطوال وزوايا الشكل المطلوب إيجاد مساحته، إلا أن القياس من الخريطة هو الأكثر شيوعاً عند حساب المساحات وذلك لسهولة القياس من الخريطة رغم ما قد يكون بها من أخطاء بالرسم.

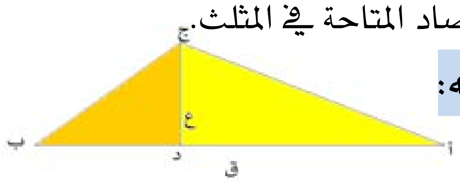
وقد تكون قطع الأراضي أو الأشكال المطلوب تعيين مساحتها على هيئة أشكال هندسية منتظمة أو غير منتظمة الشكل. فالأشكال المنتظمة هي الأشكال البسيطة مثل المثلث، والأشكال الرباعية بأنواعها مثل المربع والمستطيل ومتوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف وكذلك الدائرة والحلقة والقطاع الدائري والقطع الناقص. أما الأشكال غير المنتظمة فهي الأشكال ذات الحدود المتعددة والمتعرجة والتي لا يمكن وصفها بشكل هندسي بسيط أو منتظم، وفي هذه الوحدة سنعرض لطرق حساب مساحة كل منها.

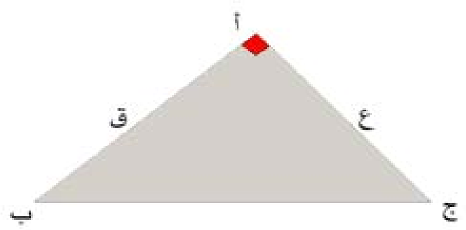
5- 2 مساحة الأشكال المنتظمة:

5- 2- 1 مساحة المثلث:

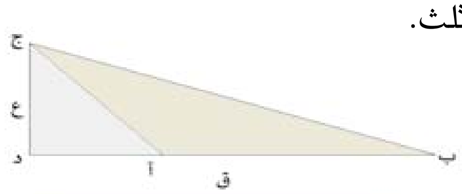
تتوقف طريقة حساب مساحة المثلث على المعلومات والأرصاد المتاحة في المثلث.

أ- مساحة المثلث إذا كان معلوماً طول قاعدته وارتفاعه:





الشكل رقم (5 - 1 أ،ب،ج) يبين أوضاع مختلفة للمثلث.



شكل (٥-١)

وسوف نرمز لقاعدة المثلث بالرمز (ق) وارتفاع المثلث بالرمز (ع).

مساحة المثلث	$= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع
	$= \frac{1}{2} \times$ ق $\times$ ع

مثال:

قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس طول قاعدته فكان = 92.50 وتم قياس طول ارتفاع المثلث فكان 32.60 متراً، احسب مساحة قطعة الأرض.

الحل:

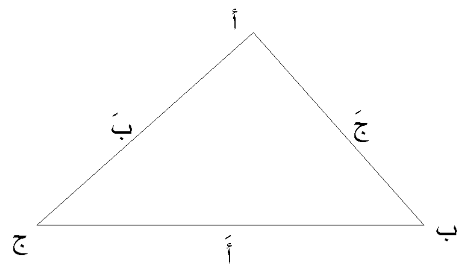
حيث إن قطعة الأرض على شكل مثلث.

$$\because \text{مساحة المثلث (م)} = \frac{\text{ق} \times \text{ع}}{2}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{32.60 \times 92.50}{2} = 1507.75 \text{ متراً مربعاً}$$

ب- **مساحة المثلث إذا كان معلوماً أطوال أضلاعه الثلاثة:**

تعتبر هذه الطريقة من أكثر الطرق استخداما لإيجاد مساحة المثلث في أعمال المساحة العقارية، وبصفة خاصة في حال تعذر قياس الزوايا في المباني حيث تقسم أية قطعة أرض إلى مثلثات غير متداخلة وتقاس أطوال أضلاع كل مثلث. ثم تحسب مساحة المثلث. وبذلك يمكن حساب مساحة أية عقار.



الشكل (5- 2)

نفرض أن أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث هي أَ، بَ ، جَ كما في الشكل (5- 2)، ويتم حساب مساحة المثلث طبقا للخطوات التالية:

أولاً: نحسب نصف محيط المثلث (ح) حيث :

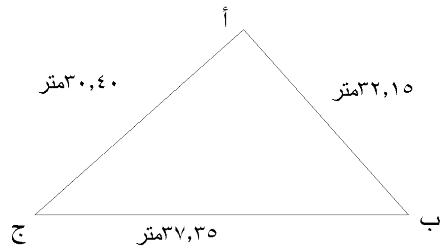
$$\text{ح} = \frac{1}{2} \times (\text{أ} + \text{ب} + \text{ج})$$

ثانياً: نحسب مساحة المثلث (م) باستخدام القانون التالي:

$$\text{م} = \sqrt{\text{ح} \times (\text{ح} - \text{أ}) \times (\text{ح} - \text{ب}) \times (\text{ح} - \text{ج})}$$

مثال :

تم قياس أطوال أضلاع قطعة أرض على شكل مثلث فكانت أطوال الأضلاع على النحو التالي ،أنظر الشكل (5 – 3) التالي:



الشكل (5- 3)

أ ب = 32.15 متراً ، ب ج = 37.35 متر، أ ج = 30.40 متراً . احسب مساحة قطعة الأرض.

الحل :

$$\therefore \text{ح} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{ج}}{2}$$

$$\therefore \text{ح} = \frac{32.15 + 30.40 + 37.35}{2} = 49.95 \text{ متر}$$

$$\therefore \text{م} = \sqrt{\text{ح} (\text{ح} - \text{أ}) (\text{ح} - \text{ب}) (\text{ح} - \text{ج})}$$

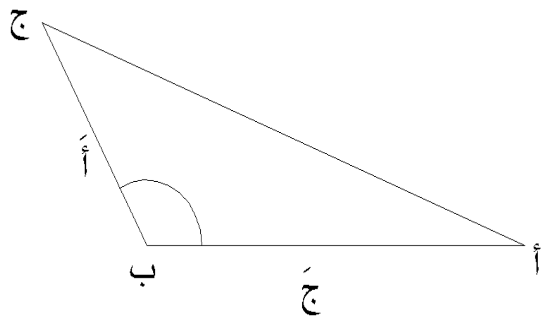
$$\therefore \text{م} = \sqrt{49.95 \times (49.95 - 37.35) \times (49.95 - 30.40) \times (49.95 - 32.15)}$$

$$\therefore \text{م} = \sqrt{49.95 \times 12.60 \times 19.55}$$

$$\therefore \text{م} = 467.990 \text{ م}^2$$

ج- **مساحة المثلث إذا كان معلوماً طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما:**

الشكل (5- 4) يبين مثلثاً معلوماً فيه طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما، وتحسب مساحة المثلث بالتطبيق في القانون التالي:



الشكل (5- 4)

فإذا علم طولا الضلعين أب، ب ج، والزاوية أ ب ج تكون مساحة المثلث:

مساحة المثلث = نصف حاصل ضرب الضلعين المعلومين × جا الزاوية المحصورة بينهما

∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × ب ج × أب × جا ب

∴ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × أَ × جَ × جا ب

مثال :

قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس طول ضلعين من أضلاعها وكذلك تم رصد الزاوية المحصورة بينهما. احسب مساحة قطعة الأرض إذا كانت نتائج القياس كما يلي:

طول الضلع أب = جَ = 30.15 متر

طول الضلع ب ج = أَ = 17.20 متر

زاوية ب = 65°

الحل:

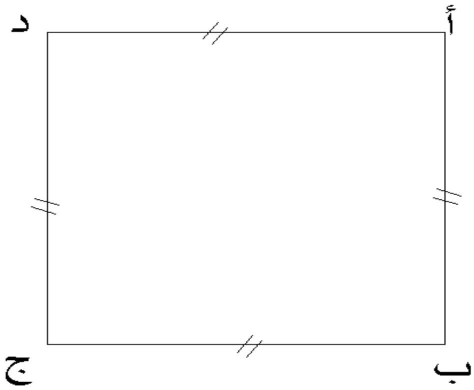
∵ م = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب الضلعين المعلومين × جا الزاوية المحصورة بينهما

∴ م = $\frac{1}{2}$ × 30.15 × 17.20 × جا 65° = 234.997 م^2

5- 2- 2 مساحة الأشكال الرباعية:

1. مساحة المربع :

المربع هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متساوية وزواياه الأربعة قوائم وفيه كل ضلعين متقابلين متوازيان، كما في الشكل (5- 5) :



الشكل (5- 5)

وتحسب مساحة المربع باستخدام القانون التالي:

مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع أو مساحة المربع = طول الضلع ^{2}

==

مثال :

قطعة أرض على شكل مربع مخصصة لإنشاء مبنى سكني، تم قياس طول ضلعها فكان 25.650 متراً، احسب مساحة قطعة الأرض.

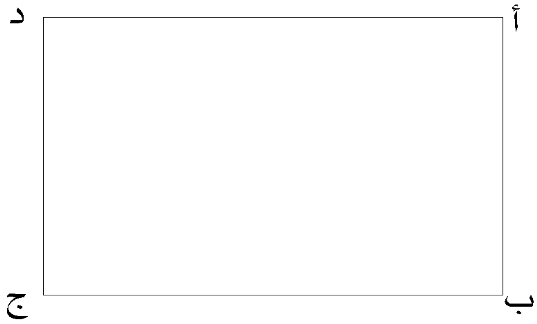
الحل :

∵ مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع

∴ م = 25.60 × 25.60 = 655.36 م^2

2. مساحة المستطيل:

المستطيل له نفس خواص المربع إلا أن فيه كل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين، كما في الشكل (5- 6) :



الشكل (5- 6)

وتحسب مساحة المستطيل بالتطبيق في المعادلة التالية:

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مثال:

قطعت أرض على شكل مستطيل تم تحديدها وقياس أطوال أضلاعها، فكان طول ضلعها ب ج = 30.20 متراً وعرضها ج د = 17.50 متراً. احسب مساحة قطعة الأرض المستطيلة أ ب ج د.

الحل:

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ م = 30.20 × 17.50 = 529.50 م^2

3. مساحة المعين :

المعين هو متوازي أضلاع ولكن أضلاعه الأربعة متساوية إلا أنه لا يحتوي على أية زاوية قائمة وقطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر وهما غير متساويين.

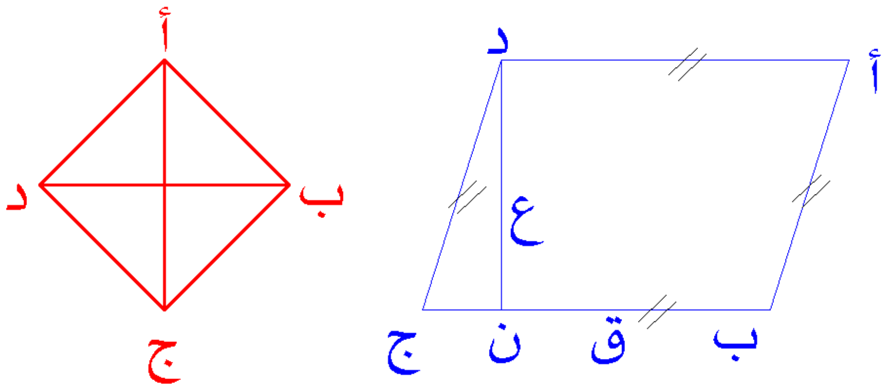
وتحسب مساحة المعين إما بمعلومية طول ضلعه (القاعدة) وارتفاعه، أو بمعلومية طول القطرين.

أ. **مساحة المعين بمعلومية طول القاعدة والارتفاع شكل (5- 7- أ):**

ب. **مساحة المعين بمعلومية طول القطرين شكل (5- 7- ب):**

مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين



(ب) (أ)

مساحة الشكل(5 - 7)

مثال 1:

قطعة أرض على شكل معين تم قياس طول قطريها فكانا على الترتيب : 30.20 متراً ، 25.13متراً. احسب مساحة قطعة الأرض.

الحل:

∵ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب القطرين

∴ م = $\frac{1}{2}$ × 30.20 × 25.13 = 379.463 م^2

==

مثال 2:

قطعة أرض على شكل معين تم قياس طول ضلعه ، وطول ارتفاعه فكانا على الترتيب: 26.18 متراً ، 18.25 متراً. احسب مساحة قطعة الأرض.

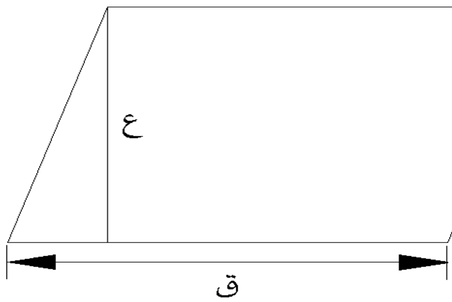
الحل:

∵ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع

∴ م = 26.18 × 18.25 = 477.785 م^2

4. مساحة متوازي الأضلاع:

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين كما في الشكل (5 - 8).



الشكل (5- 8)

وتحسب مساحة متوازي الأضلاع بالقانون التالي:

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

مساحة متوازي الأضلاع = ق × ع

مثال:

قطعة أرض على شكل متوازي أضلاع، إذا كان طول قاعدته هو 19.20 متر وطول ارتفاعه = 15.60 متراً. احسب مساحة قطعة الأرض.

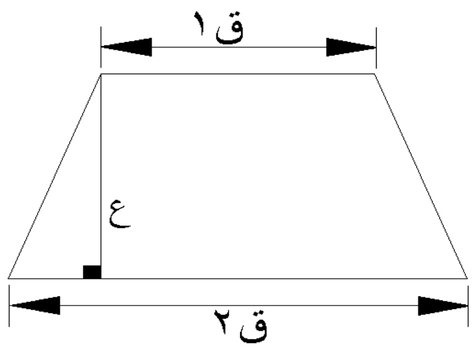
الحل:

∵ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

∴ مساحة متوازي الأضلاع = 19.20 × 15.60 = 299.52 م^2

5. مساحة شبه المنحرف:

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان ولكنهما غير متطابقين ويسمى هذان الضلعان المتوازيان بقاعدتي شبه المنحرف المتوازيتين كما في الشكل (5- 9):



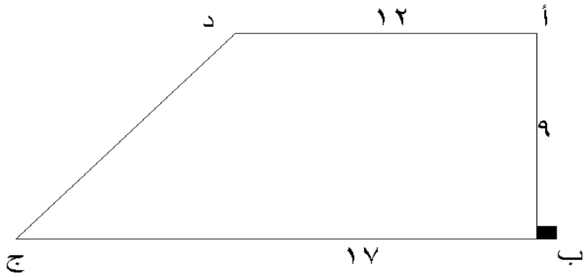
شكل (5- 9)

ويتم حساب مساحة شبه المنحرف بالتطبيق في القانون التالي:

مساحة شبة المنحرف = $\frac{1}{2}$ × مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع	
= $\frac{1}{2}$ × (ق1 + ق2) × ع	

مثال:

قطعة أرض على شكل شبه منحرف (شكل 5- 10) تم قياس قاعدتيه المتوازيتين فكانتا على الترتيب 12 متراً، 17 متراً، وتم قياس المسافة العمودية بين القاعدتين المتوازيتين فكانت 9 متر. فاحسب مساحة شبه المنحرف أ ب ج د.



شكل (5- 10)

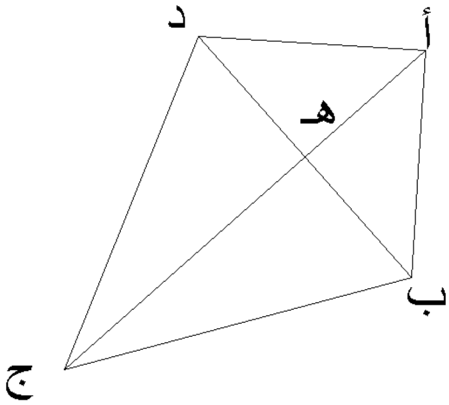
الحل:

∵ مساحة شبة المنحرف= $\frac{\text{ق1} + \text{ق2}}{2}$ × ع

∴ مساحة شبة المنحرف= $\frac{(17+12)}{2}$ × 9 = 130.50م^2

6. مساحة الشكل الرباعي

الشكل الرباعي هو عبارة عن شكل مضلع مقفل يتكون من أربعة أضلاع وأربعة زوايا كما في الشكل (6- 11):



شكل (6- 11)

وقد يكون متوازي أضلاع أو معين أو مستطيل أو مربع أو شبه منحرف أو قد لا يكون شكلاً من هذه الأشكال، وفي هذه الحالة تحسب مساحته بدلالة طولي القطرين والزاوية المحصورة بين القطرين كما يلي:

مساحة الشكل الرباعي= $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة بين القطرين

مثال:

قطعة أرض على شكل مضلع رباعي فإذا كان طولا القطرين 32.60 متراً ، 22.70 متراً وكان مقدار الزاوية المحصورة بينهما 110° احسب مساحة قطعة الأرض.

الحل:

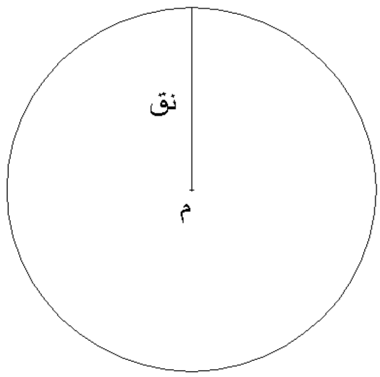
∵ مساحة الشكل الرباعي = $\frac{1}{2}$حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة بين القطرين

∴ مساحة الشكل أ ب ج د = $\frac{1}{2}$ × 32.60 × 22.70 × جا 110° = 347.696 م^2

5- 2- 3 مساحة الأشكال الدائرية

1. مساحة الدائرة:

قد تكون قطعة الأرض على شكل دائرة منتظمة مثل حديقة أو ميدان، كما في الشكل (5- 12):



شكل (5- 12)

ولحساب مساحة قطعة الأرض التي تكون على شكل دائرة فإنه يتعين قياس أو حساب نصف قطر هذه الدائرة، ومن ثم يمكن حساب مساحة الدائرة باستخدام القانون التالي:

مساحة الدائرة = ط × نق^2

حيث ط : النسبة التقريبية وهي تساوي 3.1415927 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π
نق : نصف قطر الدائرة.

مثال:

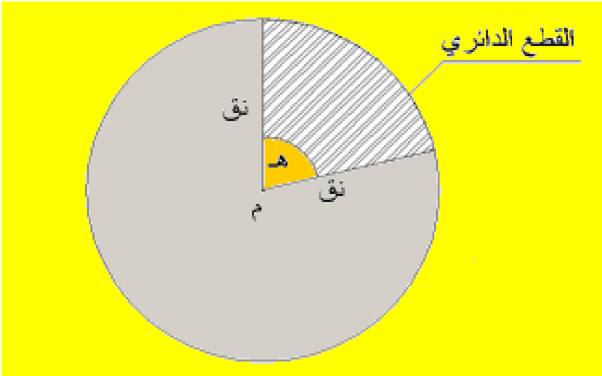
حديقة على شكل دائرة نصف قطرها = 15متر ، احسب مساحة هذه الحديقة.

الحل:

مساحة الحديقة = مساحة الدائرة = ط × نق^2
= ط× 15 × 15 = 706.858 م^2

2. مساحة القطاع الدائري:

القطاع الدائري هو جزء من سطح الدائرة رأسه هو مركز الدائرة وضلعاه هما نصفا القطرين المتلاقيين عند المركز وضلعه الثالث هو جزء من محيط الدائرة، كما في الشكل (5- 13):



الشكل (٥- ١٣)

النسبة بين زاوية القطاع إلى مجموع الزوايا حول المركز كالنسبة بين مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة أية أن:

$$\frac{هـ^\circ}{360} = \frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}}$$

$\therefore$ مساحة القطاع الدائري= $\frac{هـ^\circ}{360}$ × مساحة الدائرة

$\therefore$ مساحة القطاع الدائري= $\frac{هـ^\circ \times ط \times نق^2}{360}$

حيث هـ: الزاوية المركزية للقطاع مقاسة بالدرجات الستينية.

ط: النسبة التقريبية وهي تساوي 3.1415927 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π

نق : نصف قطر الدائرة.

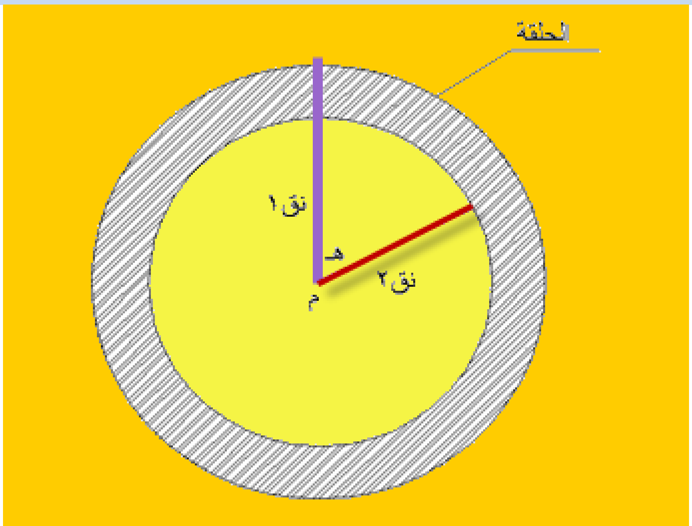
مثال:

احسب مساحة القطاع الدائري الذي طول ضلعه (نصف قطر الدائرة) = 14 متر وزاويته المركزية = 70°

الحل:

$\therefore$ مساحة القطاع الدائري = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × مساحة الدائرة = $\frac{70 \times ط \times 14 \times 14}{360}$ = 119.730 م^2

3. مساحة الحلقة:



الشكل (٥- ١٤)

الحلقة هي المساحة المحصورة بين دائرتين مختلفتين في نصف القطر ومتحدتين في المركز، انظر الشكل رقم (5- 14) وعلى ذلك فإن:

مساحة الحلقة = مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

= ط × نق$_2^2$ - ط × نق$_1^2$

= ط (نق$_2^2$ - نق$_1^2$)

= ط (نق$_2$ – نق$_1$) (نق$_1$ + نق$_2$)

= ط× ع × (نق$_1$ + نق$_2$)

∴ مساحة الحلقة = ط × ع × (نق$_1$ + نق$_2$)

حيث :

- ط: النسبة التقريبية وهي تساوي 3.1415927 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π
- (نق$_1$ ، نق$_2$) : نصفا قطري الدائرتين .
- ع: مقدار الفرق بين نصفي قطري الدائرتين (ع = نق$_2$ – نق$_1$).

مثال:

دائرتان متحدتان في المركز أنصاف أقطار هما هي 20 ، 15 متر احسب مساحة الحلقة.

الحل:

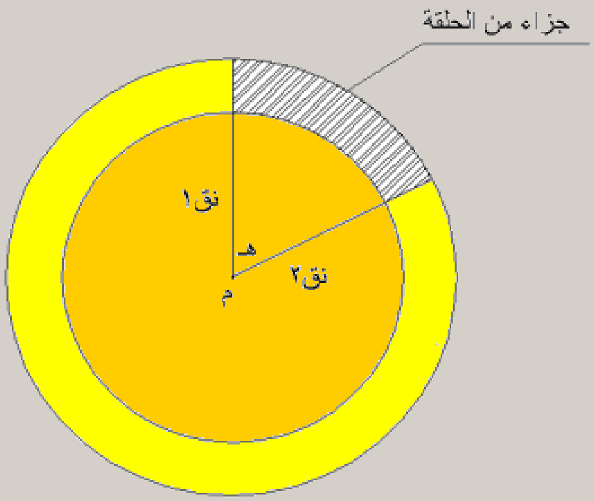
الفرق بين نصفي القطرين = ع = نق الكبرى – نق الصغرى = 20 -15 = 5 متر،

$نق_1 + نق_2 = 20 + 15 = 35$ متر

∵ مساحة الحلقة = ط × ع × ($نق_1 + نق_2$)

∴ مساحة الحلقة = ط × 5 × 35 = 549.779 $م^2$

4. مساحة الجزء من الحلقة:



الشكل(٥- ١٥)

يتحدد الجزء من الحلقة بمقدار الزاوية المركزية المقابلة له عند مركز الدائرة، كما بالشكل رقم (5- 15) أعلاه، وتكون نسبة مساحة جزء الحلقة إلى الحلقة كنسبة زاوية جزء الحلقة إلى مجموع الزوايا حول المركز، وعلى ذلك فإن:

$$\frac{هـ^\circ}{360} = \frac{\text{مساحة الجزء من الحلقة}}{\text{مساحة الحلقة}}$$

∴ مساحة الجزء من الحلقة = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × مساحة الحلقة

∴ مساحة الجزء من الحلقة = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × ط × ع × ($نق_1 + نق_2$)

حيث :

- ط : النسبة التقريبية وهي تساوي 3.1415927 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π
- ($نق_1$ ، $نق_2$) : نصفا قطرا الدائرتين.

- ع : مقدار الفرق بين نصفي قطري الدائرتين (ع = نق$_2$ – نق$_1$).

مثال:

احسب مساحة الجزء المظلل من الحلقة إذا كان هذا الجزء يقابل زاوية المركز هـ = 60° ونصفا قطرا الدائرتين متحدتي المركز هما 9 ، 12 متر

الحل:

ع = نق$_2$ – نق$_1$ = 12 – 9 = 3 متر

، نق$_1$ + نق$_2$ = 12+9 =21 متر

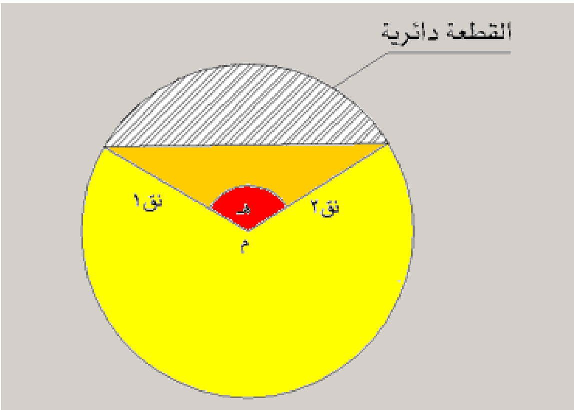
مساحة الجزء من الحلقة المقابل للزاوية المركزية 60° = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × مساحة الحلقة

مساحة الجزء من الحلقة المقابل للزاوية المركزية 60° = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × ط × ع (نق$_1$ + نق$_2$)

مساحة الجزء من الحلقة المقابل للزاوية المركزية 60° = $\frac{هـ^\circ}{360}$ × ط × 3 × 21 = 32.987م^2

5. مساحة القطعة الدائرية:

القطعة الدائرية هي جزء من دائرة محصورة بين قوس ووتر ماراً بنهايتي ذلك القوس، كما بالشكل رقم (5- 16) :



الشكل (٥ - ١٦)

مساحة القطعة الدائرية = مساحة القطاع الدائري – مساحة المثلث

∴ مساحة القطعة الدائرية = $\frac{نق^2}{360}$ [(هـ° × ط) – (180 × جا هـ)]

حيث :

- ط: النسبة التقريبية وهي تساوي 3.1415927 ومسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π
- (نق) : نصف قطر الدائرة.

مثال:

احسب مساحة القطعة الدائرية التي زاويتها المركزية 50° ونصف قطر الدائرة 14 متر.

الحل:

$$\because \text{ مساحة القطعة الدائرية } = \left[\frac{\text{نق}^2}{360}\,(\text{هـ}^\circ \times \text{ط}) - (180 \times \text{جا هـ})\right]$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية } = \frac{14 \times 14}{360}\,(50 \times \text{ط} - 180 \times \text{جا } 50)$$

$$\text{مساحة القطعة الدائرية } = 10.449\ \text{م}^2$$

5- 3 مساحة الأشكال الهندسية غير المنتظمة

الأشكال الهندسية غير المنتظمة إما أن تكون على شكل مضلع كثير الأضلاع، ولا توجد علاقات تطابق بين الزوايا أو الأضلاع. ولحساب مساحة أية شكل من هذه الأشكال فإننا نلجأ إلى تقسيم المضلع إلى مثلثات غير متداخلة، أما إذا كانت قطعة الأرض ممتدة على شكل شرائح، فإنه يتم تقسيمها إلى أشباه منحرفات.

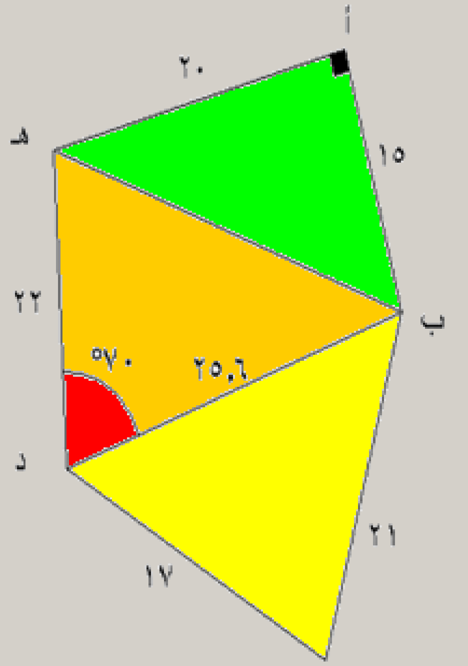
1. مساحة الأشكال غير المنتظمة بتقسيمها إلى مثلثات:

وذلك باختيار أحد رؤوس المضلع وتوصيل هذا الرأس بكل رؤوس المضلع ثم بقياس جميع الأضلاع يتم حساب مساحة كل مثلث على حدة كما سبق شرحه في البند (5- 2- 1)، ثم يتم تجميع مساحات المثلثات المكونة لهذا الشكل فتنتج لدينا المساحة الكلية للشكل.

مثال1:

الشكل (5- 17) يوضح قطعة أرض محددة بمضلع خماسي أ ب ج د هـ غير منتظم وكانت أطوال أضلاعه 15، 21، 17، 22، 20 متر على الترتيب، وزاوية " أ " قائمة، وزاوية ب د هـ = 70°، وتم رسم الخط ب د وقيس طوله فكان =25.6 متر.

احسب مساحة قطعة الأرض المحددة بهذا المضلع.



الشكل (٥- ١٧)

الحل:

حيث إن قطعة الأرض محددة بمضلع غير منتظم الشكل، لذلك يتم تقسيمها إلى مثلثات، نحسب مساحة كل منها على حدة، ثم نجمع هذه المساحات لنحصل على المساحة الكلية لقطعة الأرض:

1- مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$

مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{15 \times 20}{2}$ =150 م^2

2- مساحة المثلث ب د هـ = $\frac{1}{2}$ × ب د × د هـ × جا ب دَ هـ

مساحة المثلث ب د هـ = $\frac{1}{2}$ × 25.60 × 22 × جا 70 = 264.617 م^2

3- مساحة المثلث ب ج د : أولاً نحسب قيمة ح= $\frac{25.6+17+21}{2}$ = 31.80 متر

∵ مساحة المثلث ب ج د = $\sqrt{\text{ح (ح - ب ج)(ح - ج د)(ح - د ب)}}$

∴ مساحة المثلث ب ج د = $\sqrt{31.8\ (21 - 31.8)(17 - 31.8)(25.6 - 31.8)}$

مساحة المثلث ب ج د = $\sqrt{31.8 \times 10.8 \times 14.8 \times 6.2}$

مساحة المثلث ب ج د = 177.522 م^2

∴ مساحة الشكل أ ب ج د هـ=

مساحة المثلث أ ب هـ + مساحة المثلث ب د هـ + مساحة المثلث ب ج د

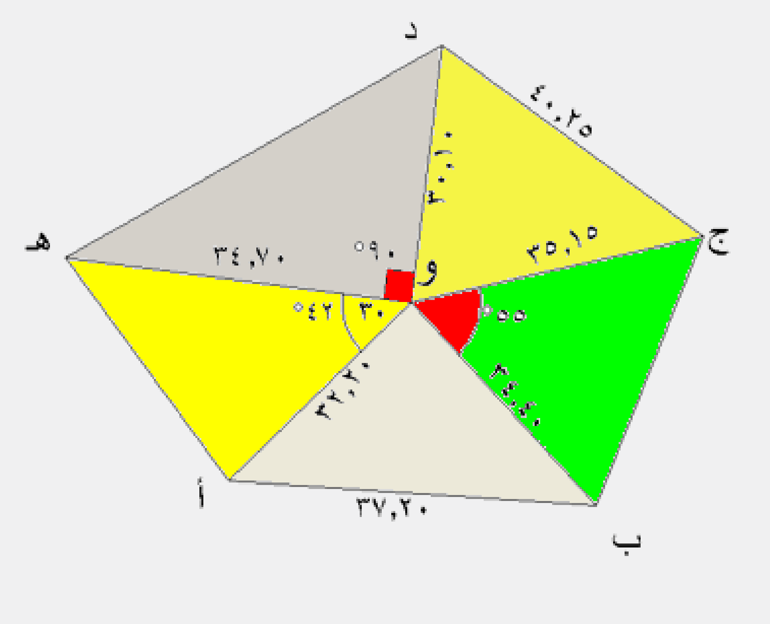
∴ مساحة الشكل أ ب ج د هـ = 150 + 264.617 + 177.522

= 592.139 م^2

مثال2:

احسب مساحة قطعة الأرض أ ب ج د هـ التي قسمت إلى مثلثات:

أ ب و ، ب ج و ، د هـ و ، هـ أ و . وكانت القياسات المأخوذة في هذا الشكل من أطوال وزوايا كما هو مبين بالشكل رقم (5- 18):



الشكل(٥- ١٨)

الحل:

مساحة المثلث أ ب و : أولاً نحسب قيمة ح = $\frac{32.30+34.40+37.2}{2} = 51.9$ متر

مساحة المثلث أ ب و = √(ح (ح - ب ج)(ح - ج د)(ح - د ب))

مساحة المثلث أ ب و = $\sqrt{51.9\,(37.2 - 51.9)(34.4 - 51.9)(32.30 - 51.9)}$

مساحة المثلث أ ب و = $\sqrt{51.9 \times 14.7 \times 17.50 \times 19.70}$

مساحة المثلث أ ب و = 512.855 م^2

مساحة المثلث ب ج و = $\frac{1}{2}$ × ب د × د هـ × جا ب دَ هـ

مساحة المثلث ب ج و = $\frac{1}{2}\, 34.40 \times 35.15 \times$ جا $55° = 495.243$ م^2

مساحة المثلث ج د و أولاً نحسب قيمة ح= $\frac{30.10+40.25+35.15}{2} = 52.75$ متر

مساحة المثلث ج د و = √(ح (ح - ب ج)(ح - ج د)(ح - د ب))

مساحة المثلث ج د و = $\sqrt{52.75\,(35.15 - 52.75)(40.25 - 52.75)(30.10 - 52.75)}$

مساحة المثلث ج د و = $\sqrt{52.75 \times 17.60 \times 12.50 \times 22.65}$

مساحة المثلث ج د و = 512.692 م^2

مساحة المثلث هـ د و= $\frac{\text{القاعدة × الارتفاع}}{2}$

مساحة المثلث هـ د و = 34.70×30.10

2 =522.235 م^2

مساحة المثلث هـ أ و = $\frac{1}{2}$ × ب د × د هـ × جا ب دَ هـ

مساحة المثلث هـ أ و = $\frac{1}{2}$ 34.70×32.20×جا 30َ 42° = 377.432 م^2

∴ المساحة الكلية للأرض= مساحة المثلث أ ب و +مساحة المثلث ب ج و + مساحة المثلث ج د و + مساحة المثلث هـ د و + مساحة المثلث هـ أ و

المساحة الكلية للأرض= 512.855 +495.243 + 512.692 +522.235 + 377.432

المساحة الكلية للأرض= 2420.457م^2

2. مساحة الأشكال غير المنتظمة بتقسيمها إلى أشباه منحرفات :

إذا كانت قطعة الأرض المطلوب إيجاد مساحتها أحد حدودها متعرج والحد الآخر مستقيم أو كل من حديها متعرج الشكل فإن قطعة الأرض تقسم إلى مجموعة من أشباه المنحرفات ونحسب مساحة كل شبه منحرف على حدة، ثم نجمع مساحات أشباه المنحرفات فنحصل على المساحة الكلية لقطعة الأرض.

مثال1:

قطعة أرض أحد حدودها متعرج الشكل والحد الآخر مستقيم أسقطت أعمدة من النقاط أ ، ب ، ج ، د ، هـ على الحد المستقيم وكانت أطوالها كما يلي:

أ أَ = 15.00م ، ب بَ = 12.00م ، ج جَ = 19.00م ، د دَ = 14.00م ، هـ هـَ = 10.00م

وكانت المسافات بين الأعمدة على خط القاعدة كما يلي :

أَ بَ = 23.00م ، بَ جَ = 27.00م ، جَ دَ = 23.00م ، دَ هـَ = 28.00م.

احسب مساحة هذه القطعة.

الحل

مساحة شبه المنحرف رقم 1 = $\frac{12.00+15.00}{2} \times 23.00 = 310.50$م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 2= $\frac{19.00+12.00}{2} \times 27.00 = 418.50$م^2

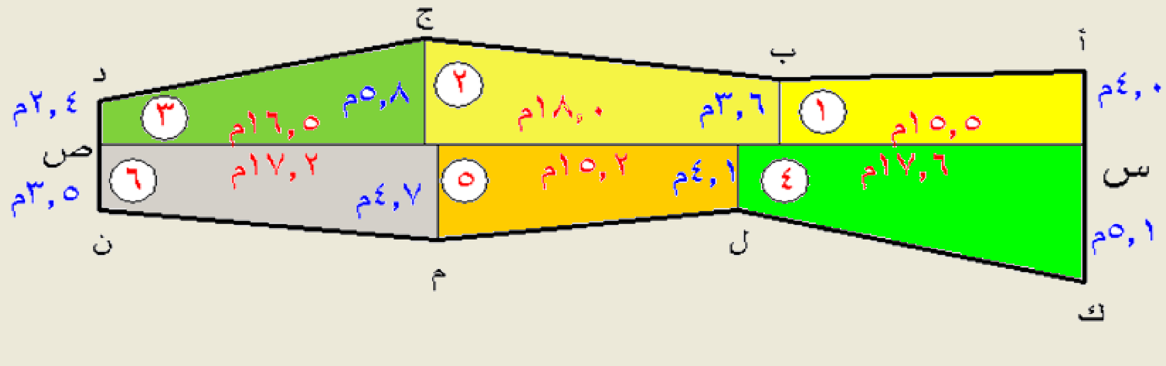
مساحة شبه المنحرف رقم 3 = $\frac{14.00+19.00}{2} \times 23.00 = 379.50$م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 4 = $\frac{10.00+14.00}{2} \times 28.00 = 336.00$م^2

المســـــاحة الكليـــــة لقطعـــــة الأرض = 310.50 + 418.50 + 379.50 + 336.00 = 1444.50م^2

مثال2:

المطلوب إيجاد مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحدين المتعرجين أ ب ج د ، ك ل م ن علماً بأن خط القاعدة س ص أخذ داخل قطعة الأرض وأسقطت الأعمدة عليه وكانت أطوالها كما هو موضح بالشكل رقم (5- 19)



الشكل(٥- ١٩)

الحل

مساحة شبه المنحرف رقم 1 = $\frac{4.0+3.6}{2} \times 15.5 = 58.90$ م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 2= $\frac{3.6+5.8}{2} \times 18.0 = 84.60$ م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 3 = $\frac{5.8+2.4}{2} \times 16.5 = 67.65$ م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 4 = $\frac{5.1+4.1}{2} \times 17.6 = 80.96$ م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 5 = $\frac{4.1+4.7}{2} \times 15.2 = 66.88$ م^2

مساحة شبه المنحرف رقم 6 = $\frac{4.7+3.5}{2} \times 17.2 = 70.52$ م^2

المســـــاحة الكليـــــة لقطعـــــة الأرض = 58.90 + 84.60 + 67.65 + 80.96 + 66.88 + 70.52

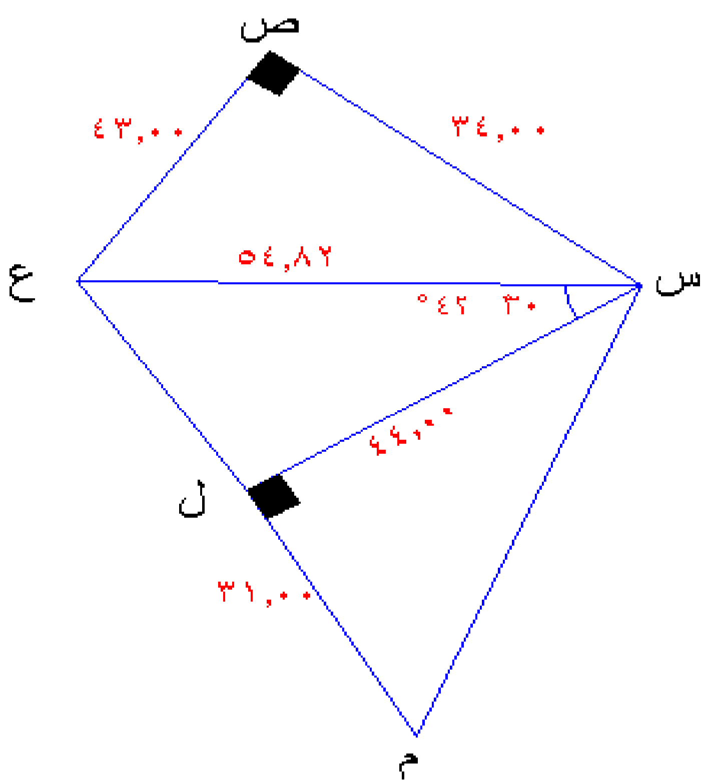
= 429.51 م^2

تمارين

1. قطعة أرض على شكل مثلث أ ب ج تم قياس طول القاعدة أ ب والارتفاع أ ج فكانا على الترتيب 15.20 متراً ، 4.15 متراً. فاحسب مساحة قطعة الأرض.

2. مساحة موقف سيارات على شكل مثلث ، تم قياس أطوال أضلاعه الثلاثة فكانت قيمها 12.10 متر ، 15.10 متر، 14.80 متر. احسب مساحة هذه الساحة.
3. تم تسوية قطعة أرض على شكل مثلث، وتم قياس طول ضلعين متجاورين فكانا 25.30 متر ، 23.80 متر وكذلك تم قياس مقدار الزاوية المحصورة بينهما فكانت $40''$ $20'$ $35°$. احسب مساحة قطعة الأرض.
4. قطعة أرض على شكل مربع طول ضلعه = 15.65م مخصصة لإقامة مبنى سكني عليها. احسب مساحة قطعة الأرض.
5. قطعة أرض على شكل مستطيل طوله 15.60 متر وعرضه 8.40 متر،احسب مساحة قطعة الأرض.
6. احسب مساحة المعين الذي طول قاعدته = 14.80 وارتفاعه 9.40م.
7. احسب مساحة المعين الذي طول قطرية 20.15م ، 15.40م.
8. احسب مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه طول القاعدة =8.90 متر ،وكان قياس ارتفاعه 5.40 متر.
9. احسب مساحة شبه المنحرف الذي فيه القاعدة الكبرى = 12.40م وطول القاعدة الصغرى = 8.80م وارتفاعه = 5.10م.
10. احسب مساحة الشكل الرباعي الذي طولا قطريه = 25.90م ، 22.10م والزاوية المحصورة بين القطرين $20'$ $84°$.
11. قطعة أرض مستصلحة للزراعة على شكل دائرة نصف قطرها 22 متر. احسب مساحتها.
12. احسب مساحة القطاع الدائري الذي طوله (نصف قطر دائرته) = 34 متر،وزاويته المركزية = $62°$.
13. احسب مساحة الحلقة المحصورة داخل دائرتين متحدي المركز وأنصاف أقطارهما 48 متر ،32 متر.
14. احسب مساحة جزء الحلقة الذي يقابل زاوية مركزية مقدارها $84°$ ،إذا كان أنصاف أقطار الدائرتين 67 متر ، 58 متر.
15. احسب مساحة القطعة الدائرية التي زاويتها المركزية $42°$ ، ونصف قطر دائرتها 38 أمتار.
16. احسب مساحة القطع المكافئ الذي طول قاعدته 22 متر ، وارتفاعه 6 متر.

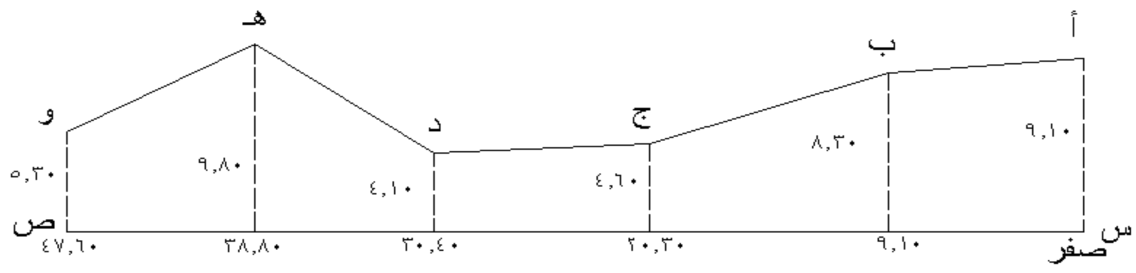
17. احسب مساحة القطع الناقص إذا كان طول محوره الأكبر 28 متر، وطول محوره الأصغر 25 متر.
18. قطعة أرض زراعية على شكل خماسي منتظم، تم قياس طول ضلعها فكان 14متر. احسب مساحة قطعة الأرض.
19. قطعة أرض زراعية على شكل مسدس منتظم طول ضلعها 16.50متر . احسب مساحتها.
20. قطعة أرض زراعية على شكل مثمن منتظم، تم قياس طول ضلعها فكان 15متر. احسب مساحة قطعة الأرض.
21. س ص ع ل م قطعة أرض قسمت إلى مثلثات شكل رقم (5- 20) وكانت أطوالها كما هي بالشكل احسب مساحة كل مثلث على حدة ، ثم احسب المساحة الكلية لقطعة الأرض :



الشكل(5- 20)

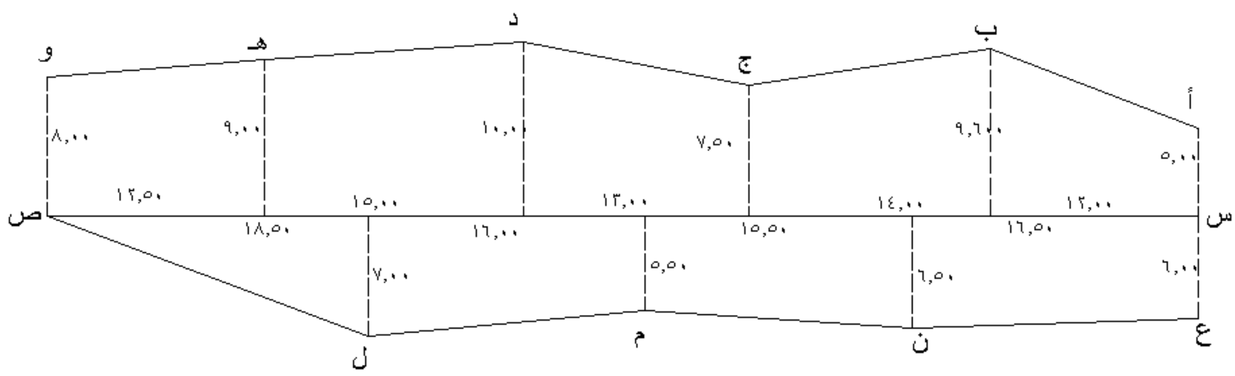
22. أ ب ج د هـ و حد متعرج ، س ص حد مستقيم أسقطت أعمده من النقاط أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و ، على الحد المستقيم فكانت أطوالها كما بالشكل (5- 21) وأخذت

القياسات بين مواقع الأعمدة على خط القاعدة فكانت كما بالشكل المطلوب إيجاد مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحد المتعرج أ ب ج د هـ و، والحد المستقيم س ص.



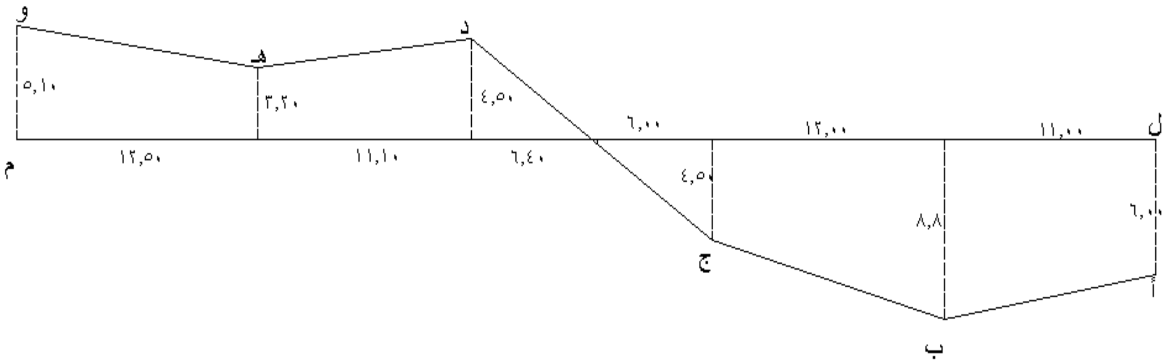
الشكل(5- 21)

23. المطلوب إيجاد مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحدين المتعرجين أ ب ج د هـ ، ع ن م ل ص علماً بأن خط القاعدة س ص أخذ داخل قطعة الأرض وأسقطت الأعمدة عليه وكانت أطوالها كما هو موضح بالشكل رقم (5- 22)



الشكل(5- 22)

24. احسب مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحد المتعرج أ ب ج د هـ و والحد المستقيم ل م إذا كانت القياسات على خط القاعدة وأطوال الأعمدة كما هو بالشكل (5- 23) :



الشكل(5- 23)

امتحان ذاتـي

أجب على الأسئلة التالية ثم تأكد من صحة إجابتك بالنظر إلى الحل في نهاية الوحدة.

السؤال الأول: ضع علامة (✓) أمام العبارات الصحيحة فيما يلي وعلامة (×) أمام العبارات غير الصحيحة فيما يلي:

1- المثلث من الأشكال الهندسية المنتظمة ( ).

2- تتوقف طريقة حساب مساحة المثلث على الأرصاد والمعلومات المتاحة في المثلث ( ).

3- يمكن حساب مساحة المعين بمعرفة طول القطرين أو طولي القاعدة والارتفاع ( ).

4- مساحة الشكل السداسي المنتظم = 1.5 × ل ^{2} × جا 30° ( ).

السؤال الثاني:

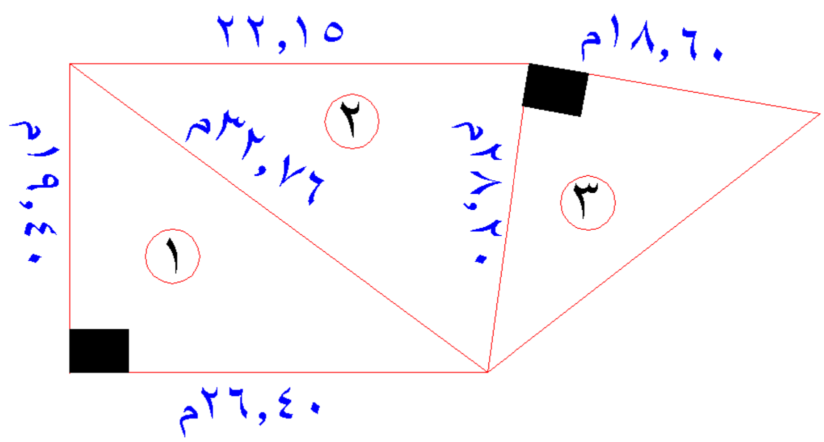
احسب مساحة شبه المنحرف الذي فيه القاعدة الكبرى = 16.60م وطول القاعدة الصغرى = 10.80م وارتفاعه = 8.10م.

السؤال الثالث:

احسب مساحة القطعة الدائرية التي زاويتها المركزية 42° ، ونصف قطر دائرتها 38 متراً.

السؤال الرابع:

س ص ع ل م قطعة أرض قسمت إلى مثلثات كما في الشكل التالي وكانت أطوالها كما هي بالشكل احسب مساحة كل مثلث على حدة ، ثم احسب المساحة الكلية لقطعة الأرض.



الوحدة السادسة

حسابات حجوم الأشكال وكميات الحفر والردم

حساب أحجام الأشكال وحساب كميات الحفر والردم

الجدارة:

أن يحسب المتدرب أحجام الأشكال الهندسية المنتظمة وكميات الحفر والردم لها.

الأهداف:

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

1. يعرف الأشكال الهندسية وخواصها.
2. يعدد طرق حساب أحجام الأشكال الهندسية المنتظمة.
3. يعرف استخدامات هذه الأشكال في الأعمال المساحية.
4. يعرف حساب كميات الحفر والردم من خلال حساب أحجام هذه الأشكال.

الوقت المتوقع للتدريب: 39 ساعة تدريبية.

الوسائل المساعدة:

1. سبورة وأقلام سبورة أو جهاز العرض.
2. آلة حاسبة .

6- 1 مقدمة:

يطلب من المساح في كثير من الأعمال والمشاريع المساحية والهندسية حساب حجم الحفر أو حجم الردم لمناطق مطلوب حفرها أو تم حفرها لمتطلبات أعمال مشروعات تمديدات كيابل الهاتف والكهرباء وخطوط المياه والصرف الصحي وإنشاء الجسور والطرق ووضع قواعد المنشآت أو غيرها مثل إنشاء خزان أرضي أو بركة سباحة أو خلافة، وفي كثير من الأحيان تكون هذه الأعمال الحفرية على شكل متطابق مع أحد أشكال المجسمات الهندسية المنتظمة مثل المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور، والاسطوانة، والهرم، والمخروط، والكرة.

ويوجد العديد من أشكال المجسمات، فمنها ما ليس لها شكل هندسي منتظم مثل قطعة من الصخر وأحواض تخزين المياه أمام السدود ومنها ما يتميز بأن له شكلاً هندسياً منتظماً مثل المكعب ومتوازي المستطيلات والمنشور والهرم والمخروط والكرة، مثلما نشاهد في أعمال قواعد المنشآت والمباني وفي قطاعات الحفر لمشاريع الطرق وتمديدات شبكات المرافق. وتحد المجسمات سطوح مستوية تسمى أوجه، وتتقاطع هذه السطوح أو الأوجه في مستقيمات تسمى أحرف المجسم، وتتقاطع هذه الأحرف في نقاط تسمى رؤوس المجسم.

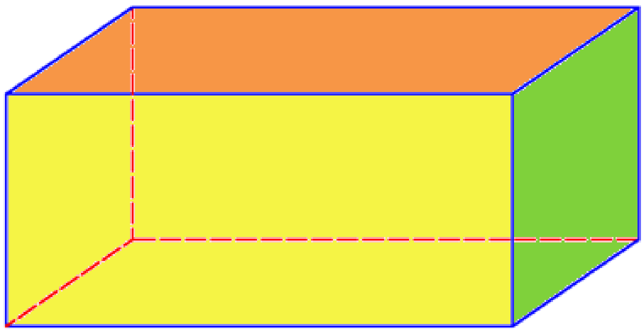
وتعتبر عمليات حساب كميات الأتربة والمياه ومكعبات المباني والمنشآت من الأعمال الهامة الضرورية التي تطلب من المساح. وتوجد العديد من الطرق المستخدمة لإيجاد الكميات والحجوم ويمكن إجمالها فيما يلي:

1. مكعبات الأشكال المنتظمة كما في المنشآت والمباني وهي موضوع هذه الوحدة.
2. المكعبات من القطاعات الطولية والعرضية كما في مشروعات الطرق وتمديدات خطوط الخدمات ومشروعات الري والصرف.
3. المكعبات من مناسيب النقاط كما في مشروعات تسوية الأراضي.
4. المكعبات من خطوط الكنتور كما في عمليات تسوية الأراضي وحساب مكعبات البحيرات أمام السدود.

وفي هذه الوحدة سوف نتعرض لشرح طرق إيجاد حجم المجسمات ذات الأشكال الهندسية المنتظمة بعد التعرف على شكل وخواص كل مجسم من هذه المجسمات أو الأجسام وهي في مجملها أجسام منتظمة السطوح أية تكون أشكالاً هندسية.

6- 2 حجم متوازي المستطيلات:

متوازي المستطيلات هو شكل هندسي منتظم يتكون من ستة أوجه كل منها على شكل مستطيل، وكل وجهين متقابلين متساويين في المساحة ومتوازيين. ولمتوازي المستطيلات أثنا عشر حرفاً وثمانية رؤوس.



الشكل(٦- ١)

الشكل (6- 1) يبين متوازي مستطيلات ذا الأبعاد: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع)، وحجم متوازي المستطيلات يمكن حسابه كما يلي:

حجم متوازي المستطيلات = (مساحة القاعدة) × الارتفاع
= (ل × ض) × ع

مثال 1:

لعملية إنشاء أساسات مبنى، كان شكل قاعدة أحد الأعمدة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها 7× 4 × 2 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

الحل:

حيث إن القاعدة على شكل متوازي مستطيلات:

حجم القاعدة = مساحة القاعدة × الارتفاع
= (ل × ض) × ع
= 7 × 4 × 2 = 56 متر مكعب

مثال 2:

خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 10 × 7 × 5 أمتار احسب حجم الخزان، وكذلك احسب حجم الماء الموجود داخل الخزان إذا كان ارتفاع الماء داخل الخزان 3 أمتار .

الحل:

حيث إن الخزان على شكل متوازي مستطيلات:

أولاً : حجم الخزان = مساحة القاعدة × الارتفاع

= (ل × ض) × ع

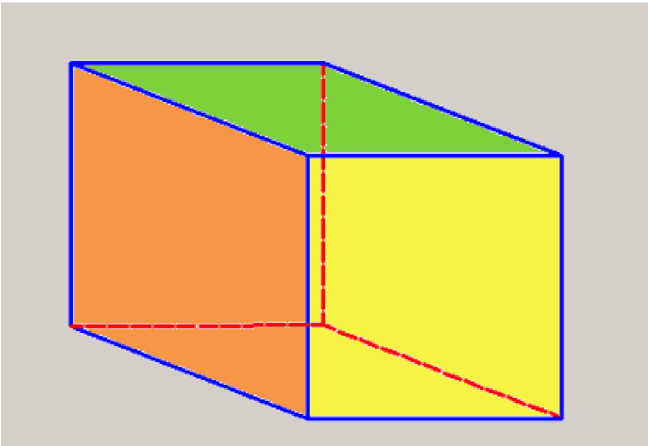
= (10 × 7) × 5 = 350 متر مكعب

ثانياً: حجم الماء الموجود داخل الخزان = مساحة قاعدة الخزان × ارتفاع الماء داخل الخزان

= (10 × 7) × 3 =210 متر مكعب

6- 3 حجم المكعب:

المكعب هو عبارة عن متوازي مستطيلات أبعاده الثلاثة (ل، ض، ع) متساوية، وهو شكل هندسي منتظم يتكون من ستة أوجه متساوية في المساحة، كل منها على شكل مربع، وكل وجهين متقابلين متوازيين وللمكعب اثنا عشر حرفاً وثمانية رؤوس.



الشكل (٦ - ٢)

والشكل (6 - 2) يبين مكعباً طول ضلعه (ل) وحجم المكعب يمكن حسابه كما يلي:

حجم المكعب = الطول× العرض × الارتفاع

= ل × ل × ل

= ل^3

مثال 1:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل مكعب طول ضلعها 2 متر. المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

الحل:

حيث إن القاعدة على شكل مكعب:

حجم المكعب = الطول× العرض × الارتفاع

= 2 × 2 × 2 = 8 متر مكعب

==

مثال 2:

خزان مياه أرضي على شكل مكعب طول ضلعه 4 أمتار احسب أقصى حجم للماء الذي يمكن استيعابه في هذا لخزان.

الحل:

حيث إن الخزان على شكل مكعب:

أولاً : حجم الماء الممكن استيعابه في الخزان:

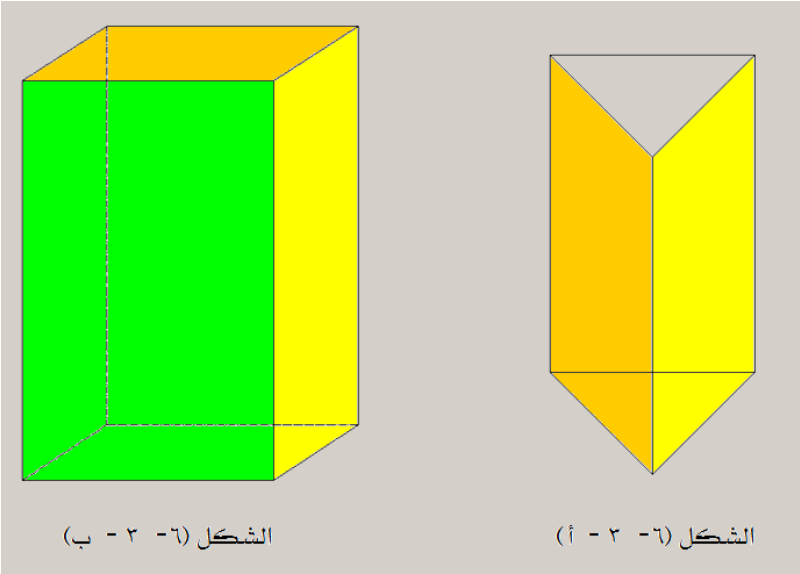
حجم الخزان = الطول× العرض × الارتفاع = 4 × 4 ×4 = 64 متر مكعب

6- 4 حجم المنشور (الموشور) :

المنشور هو عبارة عن مجسم كثير الأوجه فيه وجهان متطابقان ومتشابهان ومتساويان ويقعان في مستويين متوازيين ويسمى هذان الوجهان المتطابقان بقاعدتي المنشور، أما الأوجه الباقية فتسمى الأوجه الجانبية للمنشور، وتسمى المستقيمات التي تتقاطع عندها الأوجه الجانبية بأحرف المنشور الجانبية، أما البعد العمودي بين مستويي القاعدتين فيسمى بارتفاع المنشور.

وقد يكون المنشور قائماً أو مائلاً، ويسمى المنشور قائما إذا كانت قاعدتيه متعامدتين على أوجه المنشور الجانبية، أية إن أحرف المنشور تتعامد على القاعدتين المتوازيتين، وفي المنشور القائم تكون الأوجه الجانبية للمنشور على شكل مستطيلات، ويقاس ارتفاع المنشور بطول البعد الرأسي بين القاعدتين.

وكذلك يسمى المنشور منتظماً إذا كان قائماً وكانت قاعدته مضلعاً منتظماً، وتصنف المناشير طبقاً لشكل قاعدتها، فيكون المنشور ثلاثياً أو رباعياً أو خماسياً ... وهكذا إذا كانت قاعدته على شكل مثلث أو شكل رباعي أو شكل خماسي .... إلخ. والأشكال (6- 3 أ ، ب) تبين منشوراً ثلاثياً قائماً ومنشوراً رباعياً قائماً.



ويمكن حساب حجم المنشور المنتظم القائم كما يلي:

حجم المنشور = مساحة قاعدة المنشور × ارتفاع المنشور

مثال 1:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور رباعي قائم قاعدته عبارة عن مستطيل أبعاده 8 × 6 أمتار وارتفاع المنشور 2.5 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.

الحل:

حيث إن القاعدة على شكل منشور رباعي قائم:

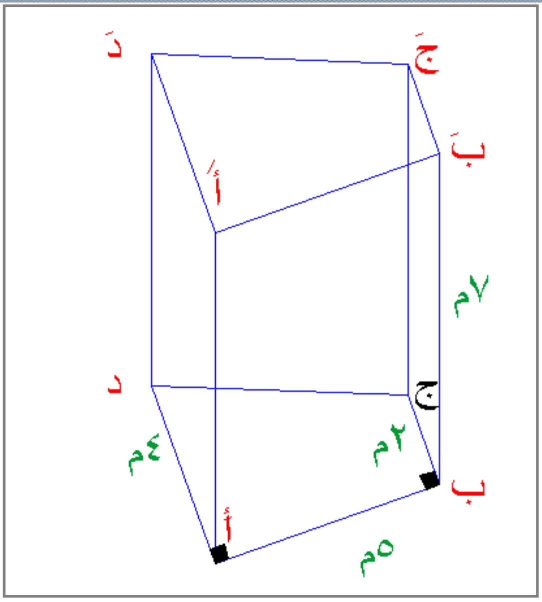
حجم القاعدة = مساحة قاعدة المنشور × ارتفاع المنشور

= (8 × 6) × 2.5 = 120 متر مكعب

==

مثال 2:

مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل منشور رباعي قائم، الشكل(6- 4) قاعدته أ ب ج د على شكل شبه منحرف فيه أد عمودي على أب، وأد يوازي ب ج، وكان طول أد = 4 أمتار وطول ب ج = 2 متر، وطول أ ب = 5 أمتار، وارتفاع المنشور أ أَ = 7 أمتار ، فاحسب حجم الأتربة المطلوب رفعها من موقع هذا الخزان.



الشكل(6- 4)

الحل:

مساحة القاعدة (شبه المنحرف) = $\frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 5$

= 15 متر مربع

حجم الأتربة = حجم المنشور = مساحة القاعدة × ارتفاع المنشور

= 15 × 7 = 105 متر مكعب

==

مثال 3:

سلم خرساني يتكون من 10 درجات، الدرجة على شكل منشور ثلاثي قائم أبعاده: 0.20م × 0.15م × 1.20م . احسب حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء هذا السلم.

الحل:

حيث إن درجة السلم على شكل منشور ثلاثي قائم.

∴ حجم درجة السلم = مساحة قاعدة المنشور المثلثة الشكل × ارتفاع المنشور

= (0.5 × 0.20 ×0.15) × 1.20 = 0.018 متر مكعب

حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء السلم = 0.018 × 10 = 0.18 متر مكعب

مثال 4:

قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور خماسي منتظم قائم قاعدته عبارة عن شكل خماسي منتظم طول ضلعه 3 أمتار وارتفاع المنشور 5 أمتار . المطلوب حساب حجم قاعدة العمود الخرساني.

الحل:

حيث إن القاعدة على شكل منشور خماسي منتظم قائم.

أولاً : حساب مساحة قاعدة العمود الخرساني والتي على شكل خماسي منتظم، حيث:

عدد أضلاع القاعدة الخماسية الشكل (ن) = 5 ، طول الضلع (ل) = 3 أمتار

∴ مساحة القاعدة (خماسي منتظم) = $1.25 \times$ ل$^2 \times$ ظتا $36°$

= $1.25 \times 3^2 \times$ ظتا $36 = 15.5$ متر مربع

ثانياً: حساب حجم قاعدة العمود = مساحة قاعدة المنشور الخماسية الشكل × ارتفاع المنشور

= $(15.5) \times 5.0 = 77.5$ متر مكعب

==

مثال 5:

مطلوب أعمال حفر لمشروع مد خطوط الصرف الصحي وذلك بطول 75 متراً، وكان شكل القطاع العرضي للحفر على شكل مستطيل طوله 1.20 متر وعرضه 0.80 متر. احسب حجم الأتربة الناتجة عن أعمال الحفر لهذا المشروع.

الحل:

يمكن اعتبار أن أعمال الحفر ينتج عنها شكل منشور رباعي قائم قاعدته مستطيلة الشكل، وطول الحفر يمثل ارتفاع المنشور. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة الناتجة من الحفر كما يلي:

حجم الأتربة = حجم المنشور = مساحة القاعدة × ارتفاع المنشور

= مساحة القطاع العرضي للحفر × طول الحفر

= $1.2 \times 0.8 \times 75$

= 72 متراً مكعباً

مثال 6:

مطلوب حفر قناة لنقل المياه من بئر إلى مزرعة وذلك بطول 120 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذه القناة على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيتين 1.10 متر ، 0.70 متر وارتفاعه 1.80 متر احسب حجم الأتربة الناتجة عن حفر هذه القناة.

الحل:

يمكن اعتبار هذه القناة ممتدة أفقيا بدون ميول ، وبذلك تكون القناة عبارة عن شكل منشور رباعي قائم قاعدته على شكل شبه منحرف، وارتفاع المنشور يمثل طول القناة. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة الناتجة من حفر القناة كما يلي:

حجم الأتربة = حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

= مساحة القطاع العرضي للقناة × طول القناة

$= \frac{1}{2} \times (0.70 + 1.1) \times 1.8 \times 120 = 194.4$ متر مكعب

==

مثال 7:

مطلوب إنشاء جسر ترابي ليستخدم كطريق في منطقة ريفية وذلك بطول 240 متراً ، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيين 2.20 متر ، 4.60 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.

الحل:

يمكن اعتبار هذا الجسر ممتداً أفقيا بدون ميول ، وبذلك يكون الجسر عبارة عن شكل منشور رباعي قائم قاعدته على شكل شبه منحرف، وارتفاع المنشور يمثل طول الجسر. وعلى هذا يمكن حساب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر كما يلي:

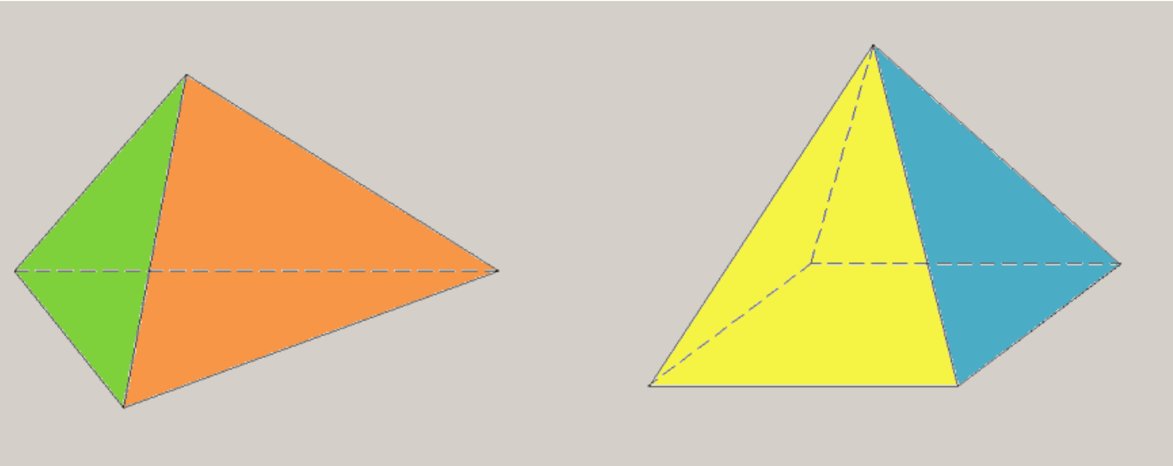
حجم الأتربة = حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

= مساحة القطاع العرضي للجسر × طول الجسر

$= \frac{1}{2} \times (4.60 + 2.20) \times 1.2 \times 240 = 979.2$ متر مكعب

6- 5 حجم الهرم:

الهرم هو عبارة عن مجسم كثير الأوجه فيه وجه واحد على شكل مضلع أما بقية الوجوه فعبارة عن مثلثات تلتقي في نقطة واحدة انظر الشكلين (6 - 5 - أ ، ب):



الشكل(٦- ٥- أ)   الشكل(٦- ٥- ب)

وتصنف الأشكال الهرمية حسب شكل قاعدتها فيسمى الهرم ثلاثياً إن كانت قاعدته على شكل مثلث أو رباعياً إن كانت قاعدته رباعية الشكل أو خماسياً أن كانت قاعدته خماسية الشكل وهكذا. وارتفاع الهرم هو المستقيم العمودي النازل من رأس الهرم على قاعدته، وإذا تقابل مسقط هذا العمود مع مركز القاعدة كان الهرم قائماً، وإلا فإن الهرم يكون مائلاً، وبصفة عامة يسمى الهرم قائماً إذا كانت قاعدته مضلعاً منتظماً وأحرفه الجانبية متطابقة. ويمكن حساب حجم الهرم القائم كما يلي:

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × مساحة قاعدة الهرم × ارتفاع الهرم

مثال 1:

م - أ ب ج هرم ثلاثي قائم، قاعدته مثلث قائم الزاوية في ب وكان طول أب = 10 أمتار وطول الضلع ب ج = 6 أمتار ، وكان ارتفاع الهرم = 8.5 متر، احسب حجم هذا الهرم .

الحل:

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × مساحة قاعدة الهرم × ارتفاع الهرم

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × $\frac{6x10}{2}$ × 8.5 = 85 متراً مكعباً

مثال 2:

م ـ أ ب ج د هرم رباعي قائم ، طول ضلع قاعدته ا ب ج د 6 أمتار وارتفاعه 4 أمتار.

احسب حجم هذا الهرم.

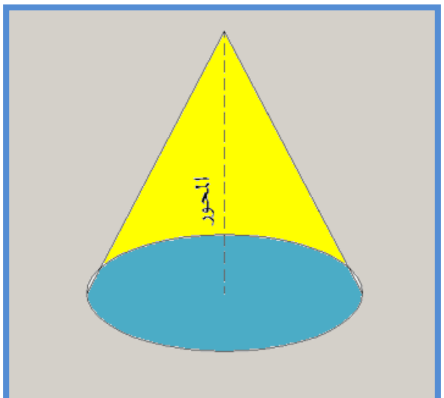
الحل:

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ ×مساحة قاعدة الهرم × ارتفاع الهرم

حجم الهرم = $\frac{1}{3}$ × $6 \times 6 \times 4$ = 48 متر مكعب

6-6 حجم المخروط:

المخروط هو حالة خاصة من حالات الهرم، أي إنه يمكن اعتبار المخروط هرم قاعدته على شكل دائرة، وقد يكون المخروط أيضاً قائماً أو مائلاً. الشكل (6- 6) يبين مخروطاً قائماً.



الشكل(٦- ٦)

ويمكن تعريف المخروط الدائري القائم على أنه الجسم الذي ينشأ من دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعي الزاوية القائمة.

ويمكن حساب حجم المخروط القائم كما يلي:

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × مساحة قاعدة المخروط × ارتفاع المخروط

= $\frac{1}{3}$ × ط × نق^2 × ع

حيث:

- ط : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π.
- نق = نصف قطر الدائرة (قاعدة المخروط).

- ع = ارتفاع المخروط.

مثال 1:

مخروط دائري قائم، نصف قطر قاعدته الدائرية 5 أمتار ، وكان ارتفاع المخروط = 8 أمتار، احسب حجم هذا المخروط .

الحل:

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × مساحة قاعدة المخروط × ارتفاع المخروط

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × ط × نق^2 × ع

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × ط × 5^2 × 8 = 209.44 متر مكعب

==

مثال 2:

منشأ في حديقة ألعاب ترفيهية على شكل مخروط قائم قاعدته الدائرية نصف قطرها 6 أمتار، وارتفاع المخروط 12 متراً، احسب حجم هذا المخروط الدائري القائم.

الحل:

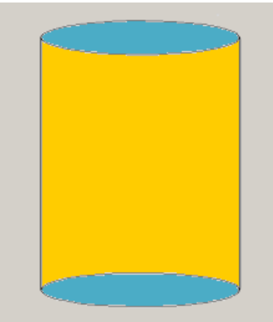
حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × مساحة قاعدة المخروط × ارتفاع المخروط

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × ط × نق^2 × ع

حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × ط × 6^2 × 12 = 452.39 متر مكعب.

6- 7 حجم الأسطوانة:

الأسطوانة هي حالة خاصة من حالات المنشور، وفيها تكون القاعدة دائرة، وقد تكون الأسطوانة قائمة أو مائلة، ويمكن تعريف الأسطوانة الدائرية القائمة على أنها الجسم الناتج من دوران سطح مستطيل دورة كاملة حول أحد أضلاعه. والشكل (6 – 7) يبين شكلاً لأسطوانة قائمة :



شكل (٦-٧)

وتحسب حجم الأسطوانة كما يلي:

حجم الأسطوانة الدائرية = مساحة القاعدة × الارتفاع

= (ط × نق ^{2}) × ع

حيث:

- ط : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π
- نق : نصف قطر الدائرة (قاعدة الأسطوانة).
- ع : ارتفاع الأسطوانة.

مثال 1:

مطلوب حفر بئر على شكل أسطوانة قائمة نصف قطر قاعدتها 4 أمتار وعمق البئر 12 متراً . فاحسب حجم الأتربة الناتجة عن عملية الحفر.

الحل:

حيث إن البئر على شكل أسطوانة قائمة:

حجم البئر (حجم الأتربة الناتجة من الحفر) = مساحة القاعدة الدائرية × ارتفاع الأسطوانة

= ط× نق ^{2} × ع

= ط × 4 ^{2} × 12 = 603.19 متر مكعب

==

مثال 2:

خزان وقود أرضي على شكل أسطوانة قائمة ، قاعدته الدائرية نصف قطرها 1.20 متر وارتفاع الخزان 6 أمتار، فما هي سعة الأسطوانة من الوقود.

الحل:

حيث إن الخزان على شكل أسطوانة قائمة:

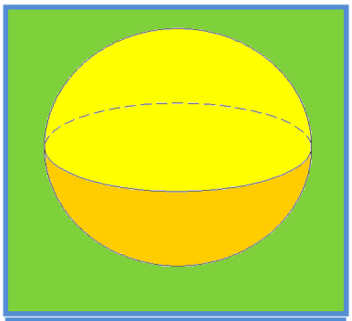
حجم الخزان = مساحة القاعدة الدائرية × ارتفاع الأسطوانة

الحجم (سعة الخزان من الوقود) = ط × نق ^{2} × ع

= ط × 1.2 ^{2} × 6 = 27.14 متر مكعب

6- 8 حجم الكرة:

الكرة هي السطح المكون من جميع نقاط الفراغ التي يبعد كل منها عن نقطة معلومة م (مركز الكرة) ببعد ثابت مقداره نق (نصف قطر الكرة) كما في الشكل (6- 8):



الشكل(٦- ٨)

ويحسب حجم الكرة، أية حجم المجسم الذي يحده سطح الكرة باستخدام القانون التالي:

حجم الكرة = $\frac{4}{3}$ × ط × نق^3

حيث: ط : مسجلة في الآلة الحاسبة بالرمز π

نق = نصف قطر الكرة.

مثال 1:

خزان مياه على شكل كرة نصف قطرها 0.90متر، احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.

الحل:

بما أن الخزان على شكل كرة، إذاً حجم الخزان (حجم الماء داخل الخزان) = $\frac{4}{3}$ × ط × نق^3

سعة الخزان (حجم الماء داخل الخزان) = $\frac{4}{3}$ × ط × 0.90^3 = 3.1 متر مكعب

==

مثال 2:

خزان وقود أرضي على شكل كرة نصف قطرها 1.05 متر، احسب حجم الوقود الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.

الحل:

حيث إن الخزان على شكل كرة:

حجم الخزان (حجم الماء داخل الخزان) = $\frac{4}{3}$ × ط × نق^3

سعة الخزان (حجم الماء داخل الخزان) = $\frac{4}{3}$ × ط × (1.05)^3 = 4.85 متر مكعب

6- 9 مساحات الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :

ويمكن تحديد مساحتها بإحدى الطرق التالية:

1- التقسيم إلى مثلثات ثم حساب مساحة كل مثلث على حدة عن طريق أطوال الأضلاع الثلاثة أو طول ضلعين والزاوية المحصورة بينهما أو طول القاعدة والارتفاع ثم بجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل .

2- التقسيم إلى مثلثات وأشباه منحرفات أو أية أشكال هندسية منتظمة ثم حساب مساحة كل شكل منتظم على حدة ثم بتجمع هذه المساحات نحصل على المساحة الكلية للشكل.

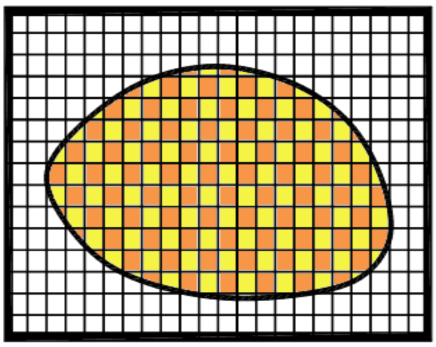
6- 10 مساحات الأشكال المحددة بمنحنيات :

ويمكن حساب مساحة الأشكال التي لها حدود منحنية بإحدى الطرق التالية :

1. طريقة الحذف والإضافة :

هي طريقة تقريبية وتتلخص في تحويل الشكل إلى مضلع يكافئه في المساحة (بشكل تقريبي) ثم حساب مساحة هذا المضلع وذلك بتقسيمه إلى أشكال هندسية منتظمة (مثلثات ،وأشباه منحرفات ، ....) ثم حساب مساحة هذه الأشكال كلا على حدة وبتجميعها نحصل على مساحة المضلع وبالتالي مساحه الشكل المطلوب وتتوقف دقة هذه الطريقة على مدى صحة تقدير الأجزاء المضافة و المحذوفة .

2. طريقة شبكة المربعات :



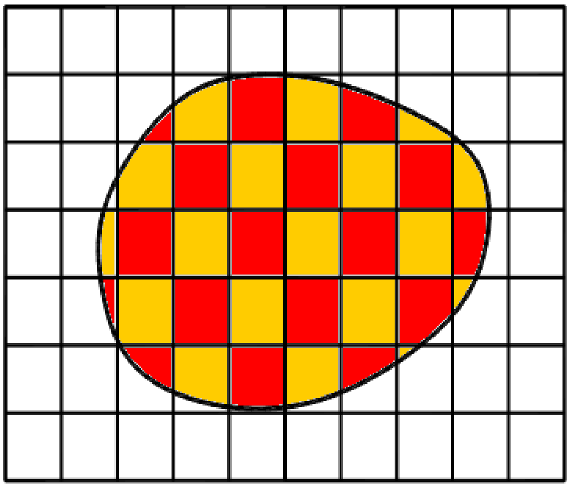
وهي طريقة تقريبية ولكنها أفضل من الطريقة السابقة وتتلخص في عمل شبكة مربعات على ورقة شفافة أو على الخريطة نفسها (½ سم × ½ سم) كما هو موضح بالشكل ومن ثم نقوم بإحصاء عدد المربعات الكاملة وكذلك أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود الشكل (خط الكنتور) ومن ثم يمكن حساب المساحة من القانون التالي :

المساحة = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × (مقياس الرسم)^2

ملحوظة : كلما كانت مساحة المربع صغيرة كلما كانت النتائج أفضل.

مثال :

المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الموضح بالشكل إذا كان مقياس الرسم 1 : 500 وكانت شبكة المربعات 1 سم × 1 سم .



الحل :

بإحصاء عدد المربعات الكاملة الواقعة داخل حدود خط الكنتور = 17 مربع

وبإحصاء عدد أجزاء المربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور تقريبا ≈ 10.5 مربع

العدد الكلي للمربعات الواقعة داخل حدود خط الكنتور = 17 + 10.5 = 27.5 مربع

المساحة = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × (مقياس الرسم)^2

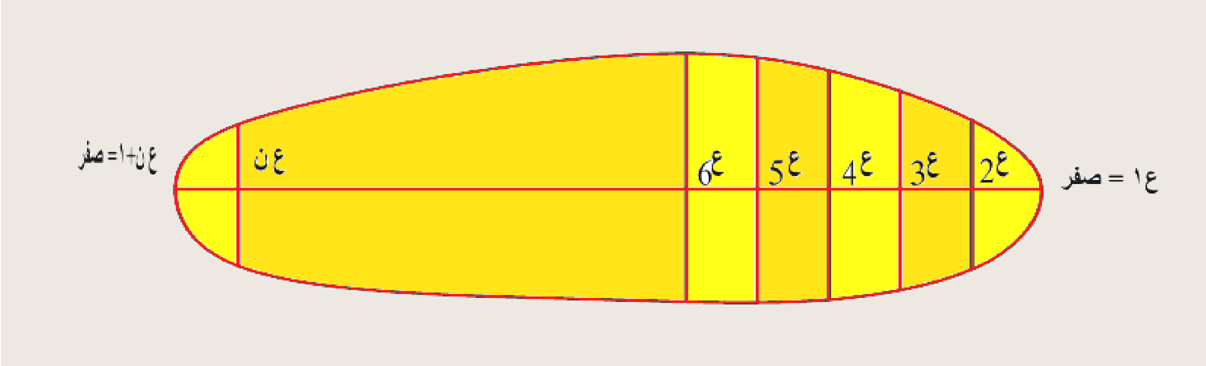
المساحة = 27.5 × 1 × 1 × (500)^2

= 6875000 سم^2

= 687.5 م^2

6- 11 مساحات الأشكال الممتدة كالشرائح :

إذا كانت الأرض المراد معرفة مساحتها عبارة عن شريحة ممتدة وحدودها منحنية يمكن حساب مساحتها بعدة طرق تعتمد كلها على فكرة واحدة وهي توقيع خط يوازي حدود المنطقة سواء كان هذا الخط داخل حدود قطعة الأرض أو خارجها كما هو موضح بالرسم:



ثم نقسم هذا الخط إلى أقسام متساوية (س) ونقيم أعمدة على الخط من نقاط التقسيم وحتى حدود قطعة الأرض وكلما كان عدد الأقسام كبيراً كلما كانت النتائج أفضل ويمكن حساب المساحة في هذه الحالة بإحدى الطرق التالية :

1. طريقة متوسط الارتفاعات.
2. طريقة أشباه المنحرفات.
3. طريقة سمبسون.

1- طريقة متوسط الارتفاعات:

وهي طريقة تقريبية وتستخدم في حالة كون الفرق بين أطوال الأعمدة المقامة على الخط الموازي لقطعة الأرض ليس كبيرا حيث تحول المساحة كلها إلى مستطيل طوله عبارة عن طول قطعة الأرض و ارتفاعه متوسط ارتفاع الأعمدة وتستعمل للحصول على فكرة سريعة عن المساحة من القانون التالي :

$$\text{المساحة} = \text{طول قطعة الأرض} \times \frac{\text{مجموع أطوال الأعمدة}}{\text{عدد الأعمدة}}$$

2- طريقة أشباه المنحرفات :

وهي أدق من الطريقة السابقة و تستخدم في حالة كون حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة أو قريبة من ذلك أما في حالة كون حدود الأرض منحنية نقوم بتصغير المسافة بين الأعمدة (س) حتى نحصل على نتائج أفضل و تتلخص هذه الطريقة في أننا نحسب المساحة على أساس أن كل قسم هو شبه منحرف قاعدتاه العمودين و ارتفاعه هي المسافة بين الأعمدة (س) ويتم حساب المساحة من القانون التالي :

المساحة = $\frac{1}{2}$ × س(طول العمود الأول + طول العمود الأخير + 2 × مجموع باقي الأعمدة)

حيث : س = عرض القسم = المسافة بين كل عمودين متتاليين .

3- طريقة سمبسون :

هي أدق الطرق وأفضلها وتطبق في حالة كون حدود الأرض منحنية وعدد الأقسام المحصورة بين الأعمدة عدد زوجي وتحسب المساحة من القانون التالي :

المساحة = $\frac{س}{3}$ × {طول العمود الأول + طول العمود الأخير + 2 × مجموع أطوال الأعمدة الفردية + 4 × مجموع أطوال الأعمدة الزوجية}

حيث: س = عرض القسم = المسافة بين كل عمودين متتاليين .

ويراعى في تطبيق القانون السابق ما يلي :

- يجب أن يكون عدد الأقسام(ن) عدد زوجي .
- عند أخذ الأعمدة الفردية لا يؤخذ العمود الأول و الأخير مرة أخرى .
- إذا كان عدد الأقسام فردياً يحذف قسم عند أحد الأطراف (غالبا الأخير) وتحسب مساحته على أنه شبه منحرف أو مثلث وتضاف مساحته إلى المساحة المحسوبة بالقانون.

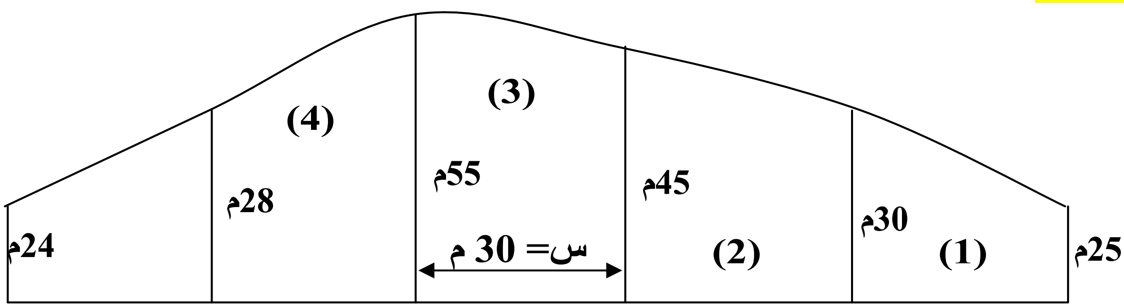
حالة خاصة : في طريقة سمبسون إذا كان عدد الأقسام ثلاثة أقسام فقط يطبق القانون التالي:

المساحة = $\frac{3س}{8}$ × ($ع_1$ + 3 × $ع_2$ + 3 × $ع_3$ + $ع_4$)

ملحوظة هامة :

في حالة استخدام طريقة سمبسون أو أشباه المنحرفات و لا يوجد عمود في البداية أو النهاية يمكن اعتبار العمود الأول أو الأخير أو كلاهما معا = صفر .

مثال (1) : احسب مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة.



الحل:

حدود قطعة الأرض منحنية، والطريقة المناسبة لحساب المساحة هي طريقة سمبسون عدد الأقسام ليس عدد زوجي، نأخذ الأقسام (1، 2 ، 3 ، 4) ونحسب مساحتها من القانون كما يلي:

مساحة الأقسام الأربعة = $\frac{س}{3}$ × (طول العمود الأول + طول العمود الأخير + 2 × مجموع أطوال الأعمدة الفردية + 4 × مجموع أطوال الأعمدة الزوجية)

$$= \frac{30}{3} \times (25 + 28 + 2 \times (45) + 4 \times (30 + 55))$$

$$= 10 \times (53 + 90 + 340) = 4830 \text{ م}^2$$

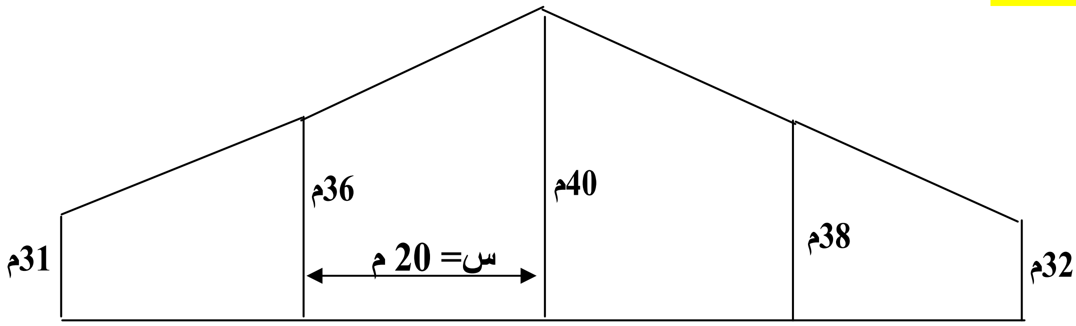
مساحة الجزء الأخير (شبه منحرف) = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

$$= 30 \times (28 + 24) \div 2 = 30 \times 26 = 780 \text{ م}^2$$

مساحة قطعة الأرض الكلية = مساحة الأقسام الأربعة + مساحة الجزء الأخير

$$= 4830 + 780 = 5610 \text{ م}^2$$

مثال (2): احسب مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة .



الحل

حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة والفرق بين أطوال الأعمدة ليس صغيراً .

الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي أشباه المنحرفات .

المساحة = $\frac{س}{2}$ × (طول العمود الأول + طول العمود الأخير + 2 × مجموع باقي الأعمدة)

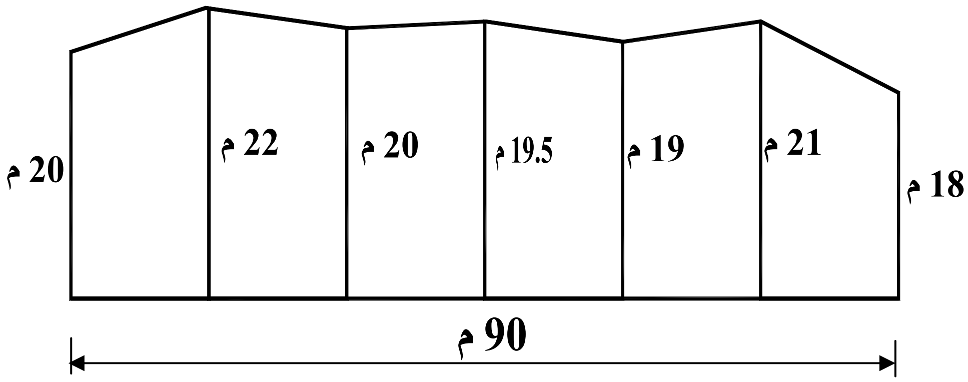
المساحة = $\frac{20}{2} \times (32 + 31 + 2 \times (38 + 40 + 36))$

المساحة = $10 \times (63 + 2 \times 114) = 10 \times (63 + 228) = 10 \times 291 = 2910$ م^2 .

==

مثال (3) :

أوجد مساحة قطعة الأرض الموضحة بالشكل بالطريقة المناسبة.



الحل

بما أن حدود الأرض عبارة عن خطوط مستقيمة و الفرق بين أطوال الأعمدة صغيراً .
إذن الطريقة المناسبة لحساب المساحة هي متوسط الارتفاعات وهي طريقة تقريبية.

المساحة = طول قطعة الأرض × (مجموع أطوال الأعمدة ÷ عدد الأعمدة)

$= 90 \times (20 + 22 + 20 + 19.5 + 19 + 21 + 18) \div 7$

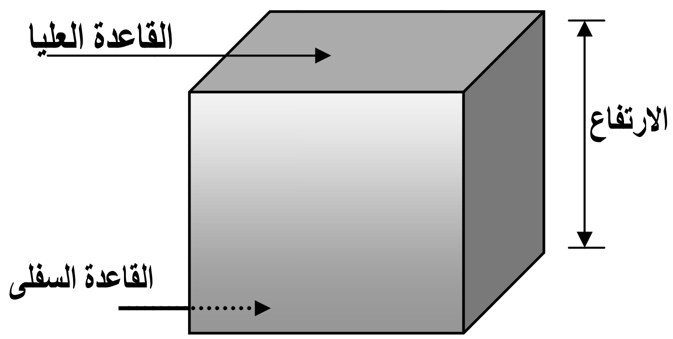
$= 90 \times (139.5) \div 7 = 90 \times 19.93 = 1793.7$ م^2

المساحة بطريقة أشباه المنحرفات = 1807.5 م^2

6- 12 حساب حجم الأشكال غير المنتظمة:

أ- حساب حجم الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة :

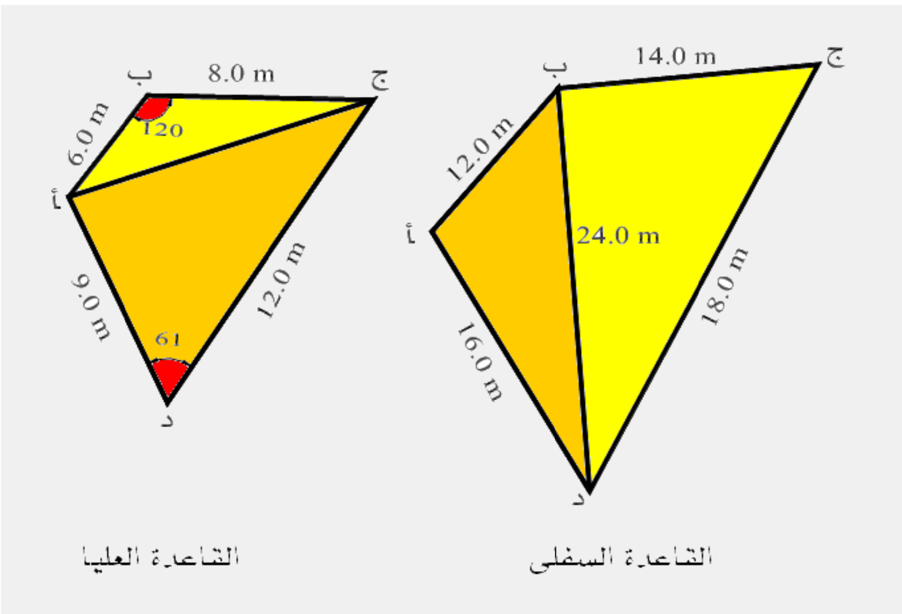
لحساب حجم أية شكل غير منتظم محدد بخطوط مستقيمة ما علينا سوى أن نحسب مساحة القاعدة العليا وكذلك السفلى بإحدى الطرق السابق شرحها ثم نحسب متوسط المساحتين وبضرب متوسط المساحة في ارتفاع قطعة الأرض نحصل على الحجم.



حجم الشكل غير المنظم = متوسط مساحة القاعدتين (العليا والسفلى) × الارتفاع بين القاعدتين

مثال (1) :

قطعة أرض شكلها غير منتظم وحدودها مستقيمة ويراد حفرها بعمق 5 م احسب كمية الحفر إذا كان شكل قطعة الأرض من الأعلى و الأسفل كما هو موضح بالشكل التالي:



القاعدة العليا نقسمها إلى المثلثين: Δ ا ب ج ، Δ أ ج د :

Δ أ ب ج = ½ × 6 × 8 × حا 120 = 20.78 م^2

Δ أ ج د = ½ × 9 × 12 × حا 61 = 47.23 م^2

مساحة القاعدة العليا = Δ أ ب ج + Δ أ ج د = 20.78 + 47.23 = 68.01 م^2

القاعدة السفلى نقسمها إلى المثلثين Δ أ ب د ، Δ أ ج د :

مساحة المثلث Δ أ ب د :

ح = (24+12+16) / 2 = 26 م

مساحة Δ أ ب د = $\sqrt{26 \times 10 \times 14 \times 2}$ = 85.32 م^2

مساحة المثلث Δ ب ج د:

ح = $\sqrt{(18 + 14 + 24)/2}$ = 28 م

مساحة Δ ب ج د = 28× 4 × 14 × 10 = 125.22 م^2

مساحة القاعدة السفلى = Δ أ ب د + Δ ب ج د = 85.32 + 125.22 = 210.54 م^2

متوسط مساحة القاعدتين = (68.01 + 210.54) /2 = 139.28 م^2

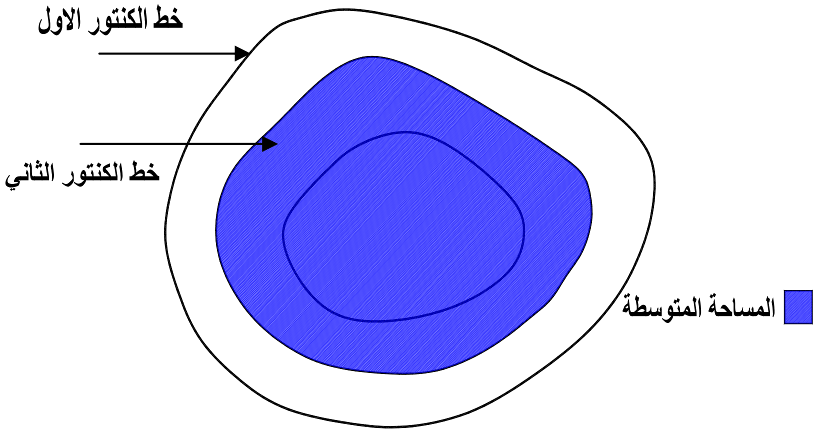
حجم قطعة الأرض = متوسط المساحة × الارتفاع

= 139.28 × 5

= 696.4 متر مكعب

ب- حساب حجم الأشكال المحددة بمنحنيات :

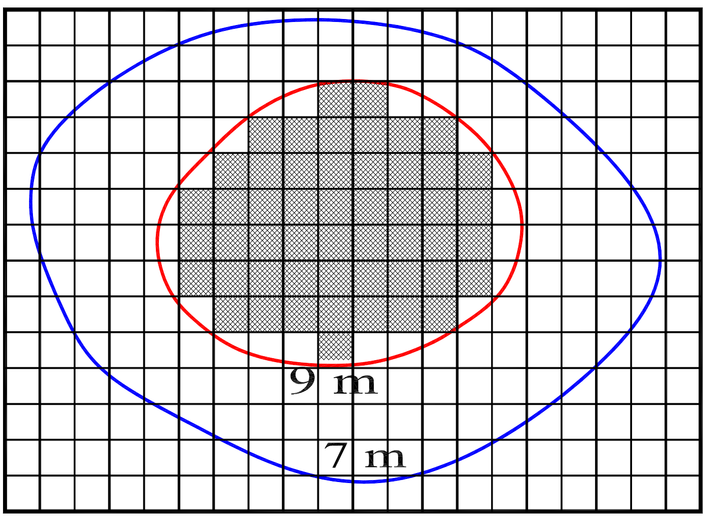
لحساب حجم أية شكل محدد بمنحنيات مثل حجم الحفر للتسوية على خط الكنتور الأول أو حجم الردم للتسوية على خط الكنتور الثاني كما في الشكل الموضح :



ولحساب الحجم نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول ثم المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الثاني وذلك بإحدى الطرق السابقة (شبكة المربعات) ثم حساب متوسط المساحتين وكذلك فرق المساحتين ويكون الحجم كالتالي :

حجم الحفر = متوسط مساحتي خطي الكنتور × الارتفاع "الفترة الكنتورية"
حجم الردم = فرق مساحتي خطي الكنتور × متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية

مثال :



الشكل الموضح عبارة عن خطي كنتور منسوب الخط الأول 9 م ومنسوب الخط الثاني 7 م والمطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب 7 م علما بأن خطوط الكنتور رسمت بمقياس رسم 1 : 500 ؟

الحل:

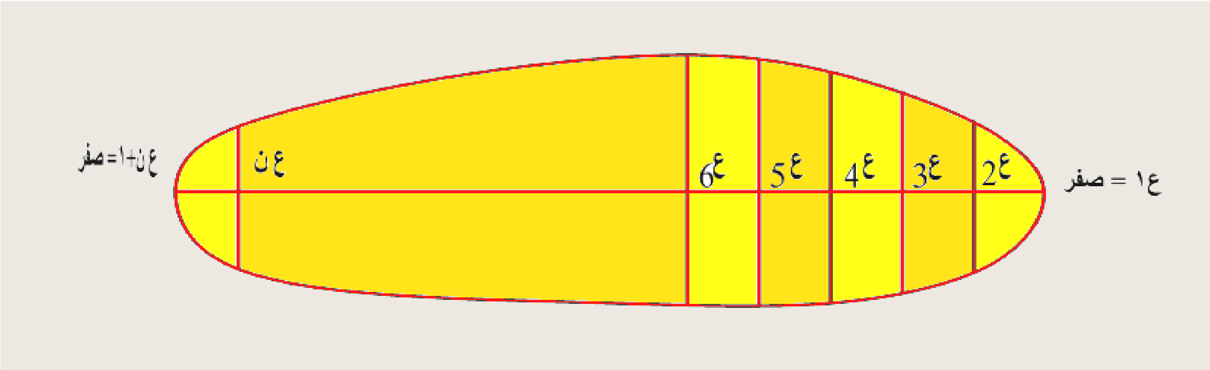
- بعمل شبكة مربعات $\frac{١}{٢}$ سم × $\frac{١}{٢}$ سم على الخريطة كما هو موضح بالشكل ثم نقوم بإحصاء عدد المربعات المحصورة داخل خطي الكنتور :
- عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م = 51 مربع
- عدد أجزاء المربعات المحصورة داخل خط الكنتور 9 م ≈ 10.5 مربعات
- عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور 9 م = 51 + 10.5 = 61.5 مربع
- المساحة المحصورة داخل خط كنتور 9 م :

  المساحة = عدد المربعات × مساحة المربع الواحد × مربع مقياس الرسم

  $= 61.5 \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times (500)^2 = 384.4$ م^2
- عدد المربعات الكاملة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 152 مربع
- عدد أجزاء المربعات داخل خط الكنتور 7 م ≈ 21 مربع
- عدد المربعات الكلية داخل خط الكنتور 7 م = 152 + 21 = 173 مربع
- المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م $= 173 \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times (500)^2 \approx 1081$ م^2
- متوسط المساحة = (384.4 + 1081) ÷ 2 = 732.7 م^2
- حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب 7 م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

  = 732.7 × 2 = 1465.4 م^3

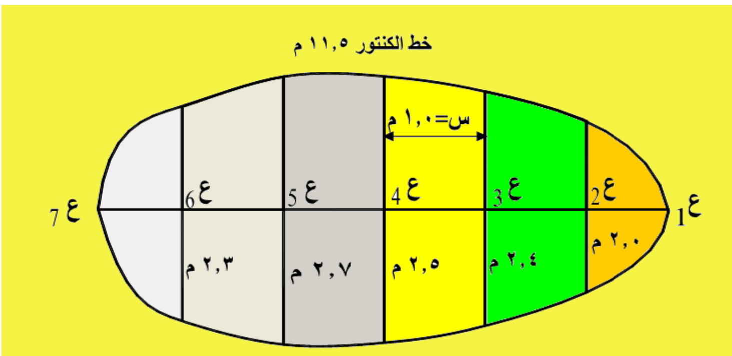
ج- حساب حجم الأشكال المحددة بخطوط منحنية

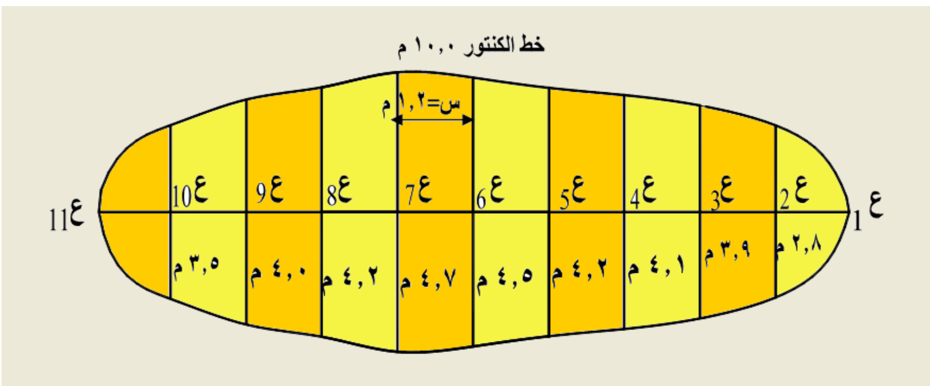


لحساب حجم أية شكل محدد بمنحنيات و ممتد كالشريحة مثل خطي كنتور متتاليين نحسب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور الأول والثاني بإحدى الطرق السابقة ولتكن طريقة سمبسون كما هو موضح بالشكل وذلك بتوقيع خط يوازي المنطقة سواء كان داخلها أو خارجها ثم نقسم هذا الخط داخل حدود خطوط الكنتور إلى أقسام متساوية بحيث يكون عدد الأقسام زوجي ثم نقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى خطوط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة ثم نحسب المساحة داخل كل خط كنتور و يصبح الحجم كالتالي:

الحجم = متوسط المساحة × الارتفاع " الفترة الكنتورية "

مثال:





الشكل الموضح عبارة عن خطي كنتور متتالين منسوب الخط الأول 10 م ومنسوب الثاني 11.5 م والمطلوب حساب حجم الحفر للتسوية على منسوب 10 م مع العلم أن المسافة بين الأعمدة لخط الكنتور 11.5 م = 1.0م و المسافة بين الأعمدة لخط الكنتور 10م = 1.2م

الحل:

نوقع خطاً على الخريطة يوازي خط الكنتور ويقع داخله ثم نقيس طوله ونقسمه إلى مسافات متساوية (س) بحيث يكون عدد الأقسام عدداً زوجياً ونقيم أعمدة عند نقاط التقسيم وحتى حدود خط الكنتور ونقيس أطوال هذه الأعمدة وباستخدام طريقة سمبسون نحسب المساحة :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 11.5

م = $\frac{1}{3}$× (صفر + صفر + 2 × (2.4 + 2.7) + 4 × (2 + 2.5 + 2.3))

= $\frac{1}{3}$ × (صفر + 10.2 + 27.2) = 12.47 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 10

م = $\frac{1.2}{3}$ × {صفر+ صفر+ 2×(3.9 + 4.2 + 4.7 + 4) + 4×(2.8 + 4.1 + 4.5 + 4.2 + 3.5)}

م = $\frac{1.2}{3}$ × (صفر + 33.6 + 76.4) = 44 م^2

متوسط المساحة = (12.47 + 44) / 2 = 28.24 م^2

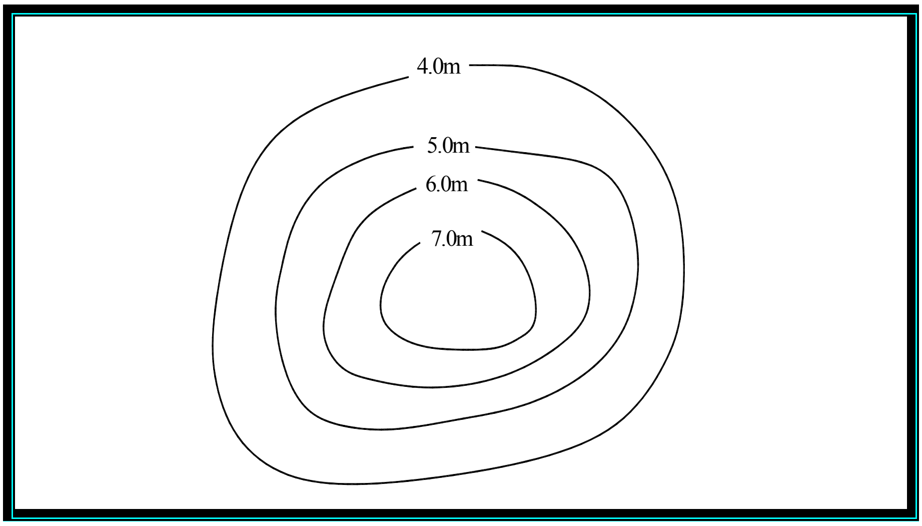
حجم الحفر المطلوب للتسوية على منسوب 10 م = متوسط المساحة × الارتفاع " الفترة الكنتورية "

= 28.23 × 1.5 = 42.3 م^3

6- 13 حساب الحجم من خطوط الكنتور:

تستخدم هذه الطريقة لإيجاد كميات الأتربة اللازمة لردم المنخفضات أو تسوية المرتفعات على منسوب معين كما سوف يتبين من الأمثلة التالية :

مثال (1) :



الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لمنطقة مطلوب تسويتها على منسوب 5 م احسب كميات الحفر والردم علما بأن المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة شبكة المربعات فكانت كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 20 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 35 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 5 م = 47 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 4 م = 62 $م^2$

الحل:

- **حساب كميات الحفر:**

حجم الحفر من منسوب 7 م إلى منسوب 6 م = ½ × الفترة الكنتورية × مجموع مساحتي خطي الكنتور.

= ½ × 1 × (20 + 35) = 27.5 $م^3$

حجم الحفر من منسوب 6 م إلى منسوب 5 م = ½ × 1 × (35 + 47) = 41 $م^3$

حجم الحفر الكلي للتسوية على منسوب 5 م = 27.5 + 41 = 68.5 $م^3$

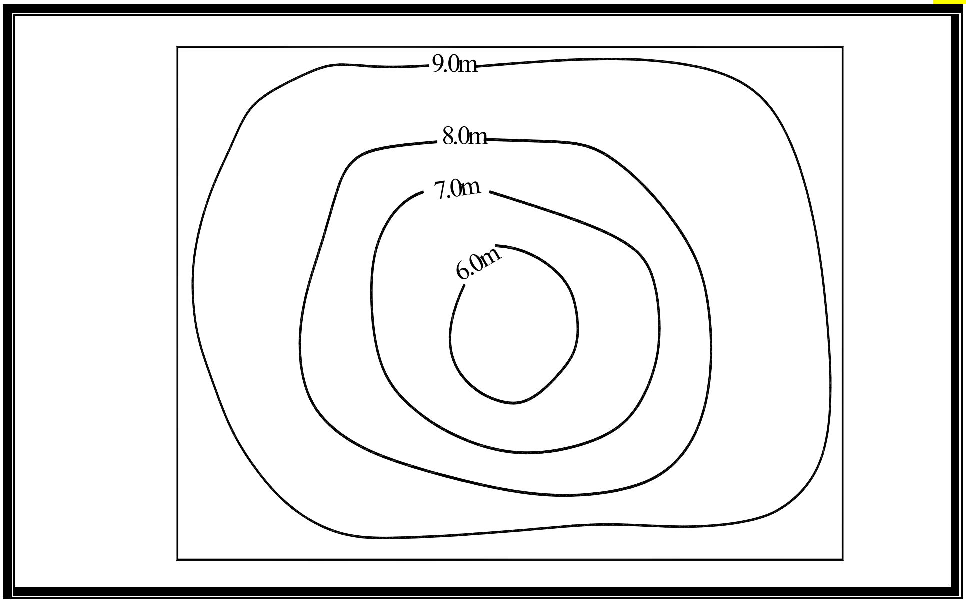
- **حساب كميات الردم:**

حجم الردم للتسوية من منسوب 4 م إلى منسوب 5 م = متوسط الارتفاع × فرق مساحتي خطي الكنتور.

= ½ × (صفر + 1) × (62 - 47)

= 7.5 $م^3$

مثال (2) :



الخريطة الكنتورية الموضحة بالشكل لقطعة أرض عبارة عن مستنقع والمطلوب ردم هذا المستنقع حتى منسوب سطح الأرض (9 م) احسب كمية الردم إذا كانت المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 165.5 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 260 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م = 385 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م = 640.5 م^2

الحل :

كمية الردم للوصول من منسوب 6م إلى منسوب 7م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

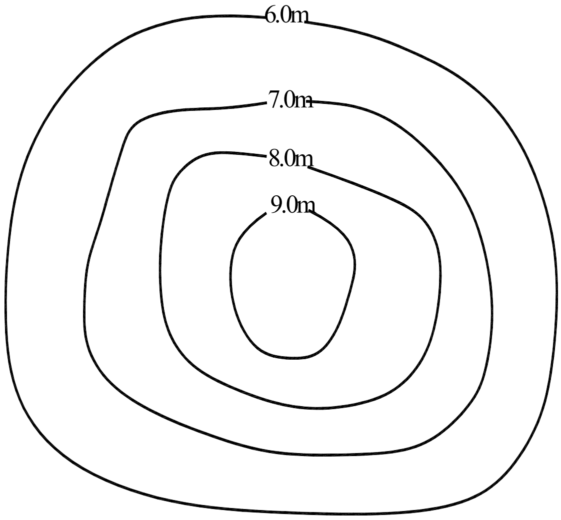
= ½ × (165.5 + 260) × 1 = 212.75 م^3

كمية الردم للوصول من منسوب 7م إلى منسوب 8م = ½ × (260 + 385) × 1 = 322.50 م^3

كمية الردم للوصول من منسوب 8م إلى منسوب 9م = ½ × (385 + 640.5) × 1 = 512.75 م^3

كمية الردم الكلية = 212.75 + 322.5 + 512.75 = 1048 م^3

مثال (3) :



الخريطة الكنتورية الموضحة لقطعة أرض جبلية و المطلوب تسوية هذه القطعة على منسوب 6 م احسب كميات الحفر اللازمة للتسوية على منسوب 6 م إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 9 م = 17 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م = 25.4 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 32.5 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 57.4 $م^2$

الحل :

كمية الحفر للوصول من منسوب 9م إلى منسوب 8 م = متوسط المساحة × الفترة الكنتورية

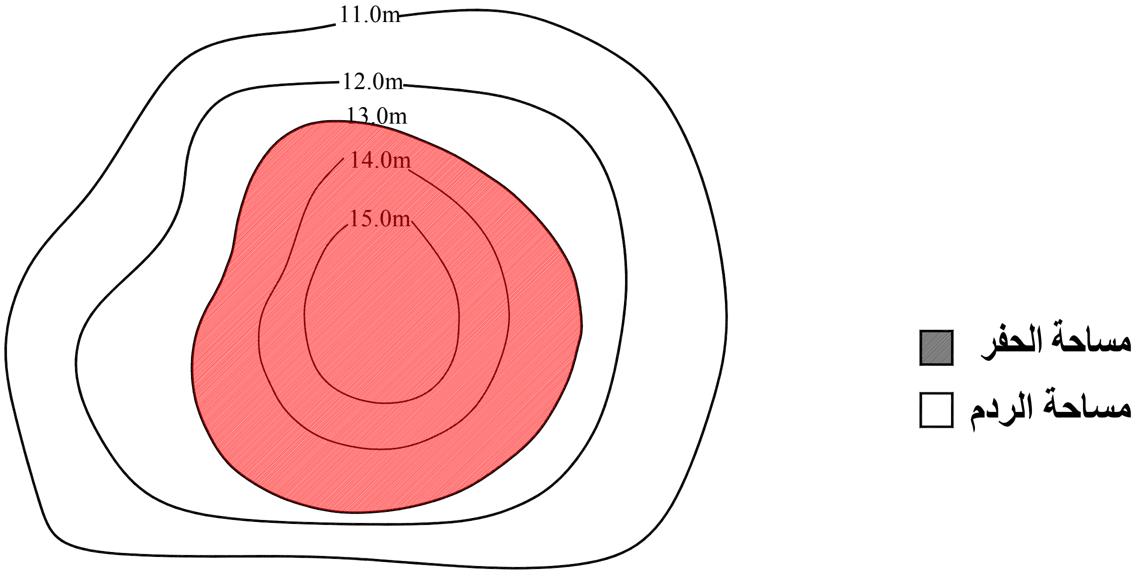
= $\frac{١}{٢}$ × (17 + 25.4) × 1 = 21.2 $م^3$

كمية الحفر للوصول من منسوب 8 م إلى منسوب 7 م = $\frac{١}{٢}$ × (25.4 + 32.5) × 1= 28.95 $م^3$

كمية الحفر للوصول من منسوب 7 م إلى منسوب 6 م = $\frac{١}{٢}$ × (32.5 + 57.4) × 1 = 44.95 $م^3$

كمية الحفر الكلية = 21.2 + 28.95 + 44.95 = 95.1 $م^3$.

مثال 4 :



الشكل الموضح هو عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 13م.

احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل كل خط كنتور تم حسابها بطريقة الخطوط المتوازية فكانت كالآتي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 15 م = 25.5 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 14 م = 46.4 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 13 م = 55 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 12 م = 73 $م^2$

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 11 م = 86 $م^2$

الحل :

❖ كميات الحفر :

كمية الحفر للتسوية من منسوب 15 م إلى منسوب 14م = $\frac{1}{2} \times 1 \times (46.4 + 25.5) = 35.95$ $م^3$

كمية الحفر للتسوية من منسوب 14 م إلى منسوب 13م = $\frac{1}{2} \times 1 \times (55 + 46.4)$

$= 50.70$ $م^3$

كمية الحفر الكلية = $35.95 + 50.70 = 86.65$ $م^3$

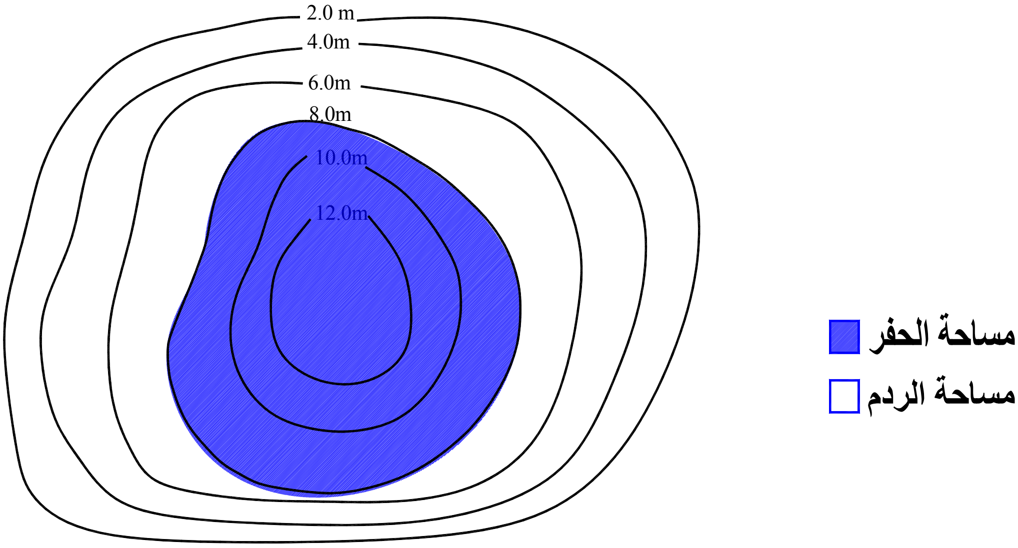
❖ كميات الردم:

كمية الردم للوصول من منسوب 12م إلى منسوب 13م = (صفر+1)/2 × (73 - 55) = 9 م3

كمية الردم للوصول من منسوب 11م إلى منسوب 13م = (2 + 1)/2 × (86 - 73) = 19.5م3

كمية الردم الكلية = 19.5 + 9 = 28.5 م3

مثال 5 :



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 8 م احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي:

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 12 م = 18.5 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 10 م = 30.4 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م = 48.6 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 66.8 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 4 م = 72.9 م^2

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 2 م = 89.4 م^2

الحل :

كمية الحفر = ½ × الفترة الكنتورية × مجموع مساحتي كل خطي كنتور متتالين

كمية الحفر = ½ × 2 × [(18.5 + 30.4) + (30.4 + 48.6)]

كمية الحفر = 1 × (48.9 + 79) = 127.9 م3

كمية الردم = متوسط الارتفاع عن منسوب التسوية × فرق مساحتي كل خطي كنتور متتالين = [(صفر + 2)/2 × (66.8 – 48.6)] + [(2 + 4)/2 × (72.9 – 66.8)]

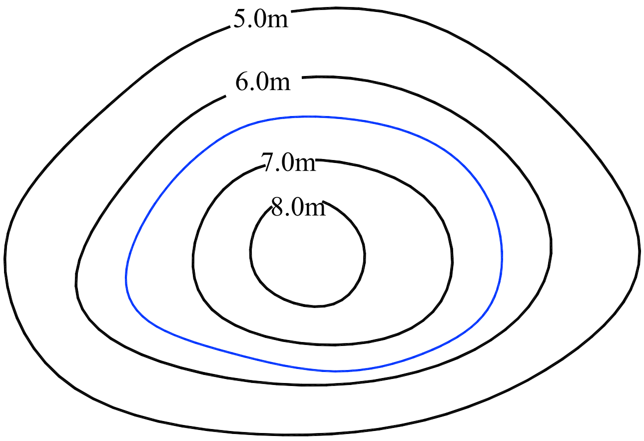
+ [(4 + 6)/ 2 × (89.4 – 72.9)]

= 1 × 18.2 + 3 × 6.1 + 5 × 16.5

= 18.2 + 18.3 + 82.5

= 119 م 3

مثال 6 :



الشكل الموضح عبارة عن خريطة كنتورية لقطعة أرض يراد تسويتها على منسوب 6.5م احسب كميات الحفر و الردم إذا كانت المساحة المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي:

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 8 م = 56.4 م²

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 7 م = 89.5 م²

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6 م = 107.6 م²

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 5 م = 138.2 م²

الحل :

نبدأ بحساب المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م بالنسبة والتناسب كالتالي :

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م =المساحة المحصورة داخل خط كنتور 7 م + الفترة الكنتورية بين خطي كنتور 7م و 6.5 م× الفرق بين مساحتي خطي الكنتور 7م و 6م.

المساحة المحصورة داخل خط الكنتور 6.5 م = 89.5 + ½ × (107.6 - 89.5) = 98.55 م²

❖ **كميات الحفر:**

حجم الحفر للوصول من منسوب 8م إلى منسوب 7م = ½ × 1 × (89.5 + 56.4) = 72.95 م3

حجم الحفر للوصول من منسوب 7م إلى منسوب 6.5م = ½ × ½ × (89.5 + 98.55)
= 47.01م3

كمية الحفر الكلية = 72.95 + 47.01 = 119.96 ≈ 120 م3

❖ **كميات الردم:**

حجم الردم اللازم للوصول من منسوب 5م إلى منسوب 6.5م= (0.5+ 1.5)/2×(138.5-107.6)
= 30.9 م3

حجم الردم اللازم للوصول من منسوب 6م إلى منسوب 6.5م=(صفر + 0.5)/2× (107.6-98.55)
= 2.26 م3

كمية الردم الكلية = 30.9 + 2.26 = 33.16 ≈ 33 م3

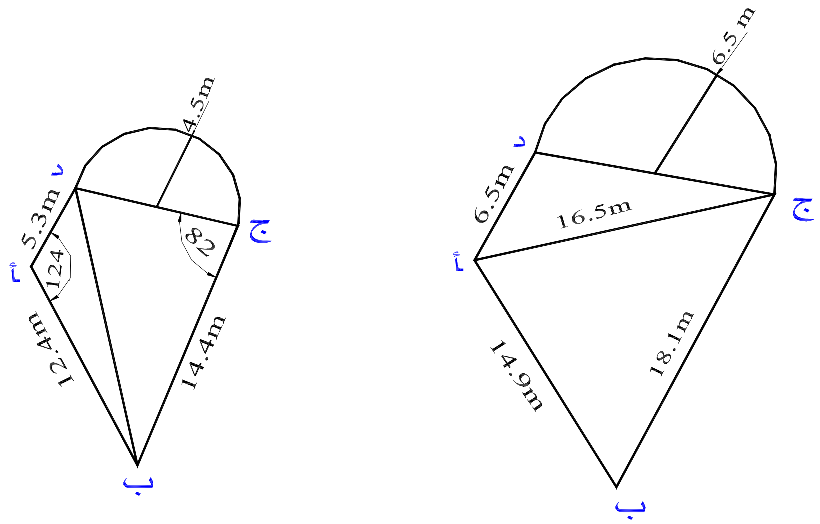
تمارين

1. لعملية إنشاء أساسات مبنى، كان شكل قاعدة أحد الأعمدة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها 6 × 4 × 2 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
2. خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 8 × 6 × 5 أمتار احسب حجم الخزان، وكذلك احسب حجم الماء الموجود داخل الخزان إذا كان ارتفاع الماء داخل الخزان 3 أمتار .
3. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل مكعب طول ضلعها 2.5 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
4. خزان مياه أرضي على شكل مكعب طول ضلعه 1.6 متر احسب أقصى حجم للماء الذي يمكن استيعابه في هذا لخزان.
5. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور رباعي قائم قاعدته عبارة عن مستطيل أبعاده 3.5 × 2.5 متر وارتفاع المنشور 2 متر . المطلوب حساب حجم الحفر اللازم
لتهيئة الموقع لإنشاء هذه القاعدة.
6. مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل منشور رباعي قائم، قاعدته أ ب ج د على شكل شبه منحرف فيه أد عمودي على أب، و أد يوازي ب ج، وكان طول أد = 4 أمتار وطول ب ج = 3 أمتار، أ ب = 5 أمتار، وارتفاع المنشور أ أ ً = 8 أمتار، احسب حجم الأتربة المطلوب رفعها من موقع هذا الخزان.
7. سلم خرساني يتكون من 15 درجة، الدرجة على شكل منشور ثلاثي قائم أبعاده 0.25م × 0.20م × 1.10م . احسب حجم الخرسانة المستخدمة في إنشاء هذا السلم.
8. قاعدة عمود خرساني في مبنى على شكل منشور خماسي منتظم قائم قاعدته عبارة عن شكل خماسي منتظم طول ضلعه 2 متر وارتفاع المنشور 4 أمتار . المطلوب حساب حجم قاعدة العمود الخرساني.
9. م ـ أ ب ج هرم ثلاثي قائم، قاعدته مثلث قائم الزاوية في ب وكان طول أب = 12 متراً وطول الضلع ب ج = 8 أمتار ، وكان ارتفاع الهرم = 5.5 متراً، احسب حجم هذا الهرم
.

10. م . أ ب ج د هرم رباعي قائم ، طول ضلع قاعدته ا ب ج د 8 أمتار وارتفاعه 6 أمتار ،احسب حجم هذا الهرم .
11. مخروط دائري قائم، نصف قطر قاعدته الدائرية 6 متر ، وكان ارتفاع المخروط = 7 متر، احسب حجم هذا المخروط .
12. منشأ في حديقة ألعاب ترفيهية على شكل مخروط قائم قاعدته الدائرية نصف قطرها 7 متر ، وارتفاع المخروط 9 متر ،احسب حجم الفراغ داخل هذا المنشأ.
13. مطلوب حفر بئر على شكل أسطوانة قائمة نصف قطر قاعدتها 4.8 متر وعمق البئر 8.5 متر . فاحسب حجم الأتربة الناتجة عن عملية الحفر.
14. خزان وقود أرضي على شكل أسطوانة دائرية قائمة، قاعدته الدائرية نصف قطرها 2.10 متر وارتفاع الخزان 5 متر ، فما هو حجم الوقود الموجود في الخزان.
15. خزان نفط على شكل أسطوانة دائرية قائمة نصف قطر قاعدتها الدائرية 3.5 متر وارتفاعها 6 متر، فما هو حجم النفط داخل هذا الخزان.
16. صومعة غلال تتكون من قسمين، العلوي عبارة عن أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها 8 متر ونصف قطر قاعدتها الدائرية 2.5 متر، والسفلي عبارة عن مخروط قائم مقلوب قاعدته هي قاعدة الأسطوانة وارتفاعه 1.8 متر. احسب سعة الصومعة.
17. خزان مياه على شكل كرة نصف قطرها 1.20متر، احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.
18. خزان وقود أرضي على شكل كرة نصف قطرها 1.75 متر، احسب حجم الوقود الذي يمكن استيعابه في هذا الخزان.
19. مطلوب أعمال حفر لمشروع مد خطوط الصرف الصحي وذلك بطول 92 متر ، وكان شكل القطاع العرضي للحفر على شكل مستطيل طوله 1.60 متر وعرضه 0.85 متر. احسب حجم الأتربة الناتجة عن أعمال الحفر لهذا المشروع.
20. مطلوب حفر قناة لنقل المياه من بئر إلى مزرعة وذلك بطول 96 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذه القناة على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه المتوازيتين 1.20 متر ،0.90 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة الناتجة عن حفر هذه القناة.
21. مطلوب إنشاء جسر ترابي ليستخدم كطريق في منطقة ريفية وذلك بطول 130 متر ، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف وطول قاعدتيه

المتوازيتين 1.50 متر 3.90 متر وارتفاعه 1.20 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.

22. احسب حجم الشكل غير المنتظم الموضح بالشكل إذا كان الارتفاع بين

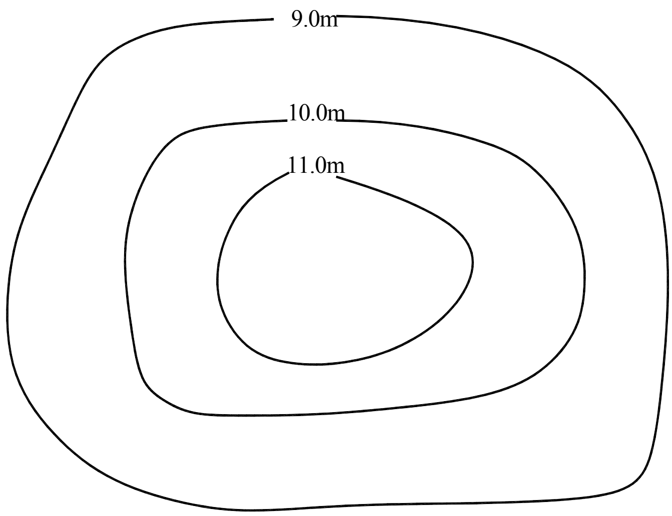


القاعدتين= 3.5 متر

القاعدة السفلى القاعدة العليا

23. احسب كمية الحفر و الردم لقطعة الأرض الموضحة بالشكل والمطلوب تسويتها على منسوب 10 م علماً بأن المساحات المحصورة داخل خطوط الكنتور كما يلي :

المساحة المحصورة داخل خط 11 م - 10 م - 9 م = 320، 480 ، 650.5 م2 ؟



24. قطعة أرض على شكل مستنقع المطلوب ردمها وتسويتها على منسوب 9 م احسب كمية و تكلفة الردم إذا كان سعر المتر المكعب = 50 ريالاً علما بأن المساحات داخل خطوط الكنتور كما يلي :

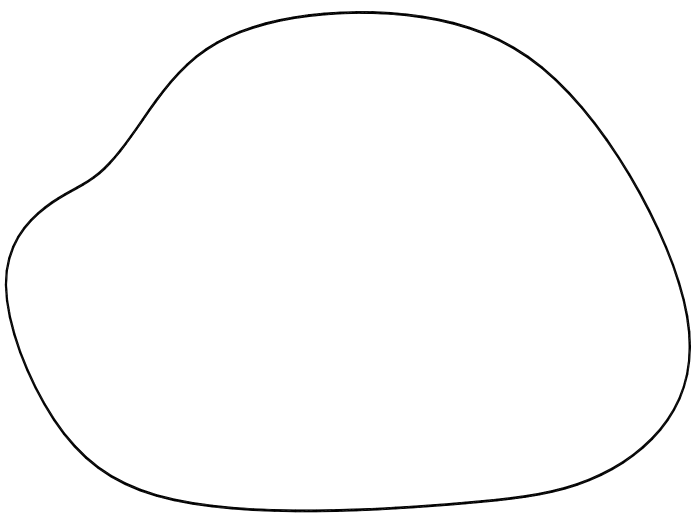
داخل كنتور 3 م = 18.9 م2

داخل كنتور 5 م = 36.5 م2

داخل كنتور 7 م = 50.6 م2

داخل كنتور 9 م = 75.4 م2 ؟

25. احسب بالمتر المربع المساحة المحصورة داخل خط الكنتور التالي بطريقة شبكة المربعات علما بأن مقياس رسم الخريطة 1: 400



امتحان ذاتـي

أجب على الأسئلة التالية ثم تأكد من صحة إجابتك بالنظر إلى الحل في نهاية الوحدة.

السؤال الأول: ضع علامة (✓) أمام العبارات الصحيحة فيما يلي وعلامة (×) أمام العبارات غير الصحيحة فيما يلي:

1- متوازي المستطيلات يتكون من ستة أوجه مستطيلة الشكل، كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة ومتوازيين ( ).

2- المكعب يتكون من ستة أوجه مربعة ومتساوية في المساحة ، وكل وجهين متقابلين متوازيان ( ).

3- في الهرم وجه واحد على شكل مضلع، أما بقية الأوجه فهي مثلثات تلتقي في نقطة واحدة ( ).

4- المخروط الدائري القائم ينشأ عن دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعي الزاوية القائمة ( ).

5- الأسطوانة الدائرية القائمة تنشأ عن دوران مستطيل دورة كاملة حول أحد أضلاعه ( ).

السؤال الثاني:

مطلوب حفر خزان مياه أرضي على شكل متوازي مستطيلات أبعاده 6 × 4.5 × 2.5 متر احسب حجم الحفر اللازم، وكذلك احسب حجم الماء الذي يمكن استيعابه داخل هذا الخزان إذا كانت أبعاد الخزان الداخلية طبقاً للمخطط التصميمي 5.8× 4.3× 2.3 متر.

السؤال الثالث:

خزان نفط على شكل أسطوانة دائرية قائمة نصف قطر قاعدتها الدائرية 2.1 متر وارتفاعها 5.5 متر، فما هو حجم النفط داخل هذا الخزان.

السؤال الرابع:

مطلوب إنشاء جسر ترابي ضمن مراحل إنشاء طريق في منطقة ريفية وذلك بطول 120 متر، وكان شكل القطاع العرضي لهذا الجسر على شكل شبه منحرف طول قاعدتيه المتوازيتين 2.50 متر ، 5.50 متر وارتفاعه 1.25 متر احسب حجم الأتربة اللازمة لإنشاء هذا الجسر.

الوحدة السابعة

تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

تقسيم الأراضي وتعديل الحدود

الجدارة :

التعرف على كيفية تقسيم الأراضي بأنواعها المختلفة مع كيفية تعديل الحدود في حالة تقسيم الأراضي بين عدة أشخاص في وجود منفعة كبئر للمياه وذلك بالتساوي.

الأهداف :

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

1. أن يستطيع حساب المساحة بواسطة الإحداثيات.
2. أن يستطيع اقتطاع مساحة.
3. أن يستطيع تعديل الحدود.

الوقت المتوقع للتدريب : 27 ساعة تدريب.

الوسائل المساعدة :

1. القوانين الرياضية .
2. الأمثلة المحلولة .
3. الجداول الحسابية .
4. الآلة الحاسبة .

7- 1 حساب المساحات بواسطة الإحداثيات:

حساب مساحة الأشكال المحددة بخطوط مستقيمة تعتبر من الأعمال المساحية الهامة سواءً تم حساب هذه المساحات من أرصاد مباشرة في الطبيعة أو من على الخريطة وهي الطريقة الأكثر شيوعاً.

وحساب مساحات الأشكال بطريقة الإحداثيات هي إحدى الطرق المستخدمة لحساب مساحة أية شكل محدد بخطوط مستقيمة مثل مضلع مغلق معلومة إحداثيات نقاطه (س، ص) ولحساب مساحة هذا المضلع يجب اتباع الآتي :

أولاً :

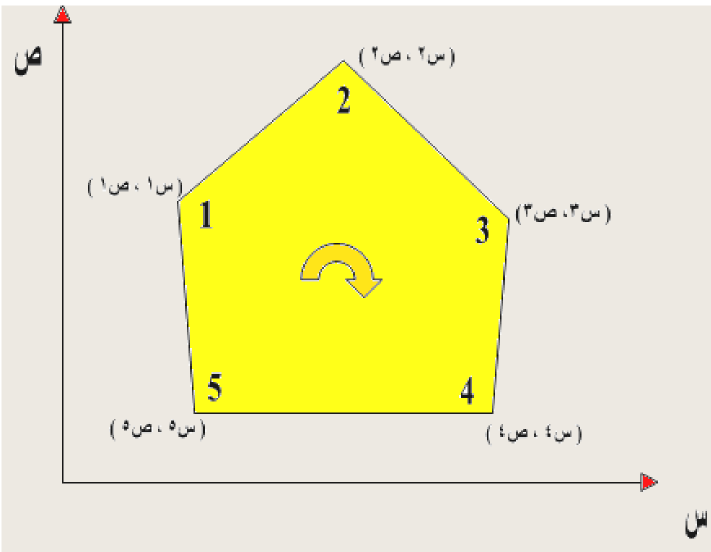
ترقيم نقاط المضلع في اتجاه دائري واحد سواءً مع عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة ، وتكون المساحة الواقعة داخل حدود هذا المضلع تساوي نصف مجموع حاصل ضرب الإحداثي الأفقي للنقطة في الفرق بين الإحداثيات الرأسية للنقطتين الأمامية والخلفية:

$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \times [\,س_1 \times (ص_2 - ص_ن) + س_2 \times (ص_3 - ص_1) + \dots\dots\dots + س_ن \times (ص_1 - ص_{ن-1})\,]$$

حيث :

- ن : عدد نقاط الشكل.
- س : الإحداثي السيني للنقطة.
- ص : الإحداثي الصادي للنقطة.

ولتوضيح كيفية حساب المساحة بطريقة الإحداثيات نفرض أن لدينا مضلع مغلق مكون من خمس نقاط تم ترقيمها في اتجاه عقارب الساعة كما هو موضح على الرسم:



وبتطبيق المعادلة السابقة والتعويض عن (ن) ابتداء من واحد إلى قيمة (ن) :

المساحة = ½ × [س1 × (ص2 − ص5) +
س2 × (ص3 _ ص1) +
س3 × (ص4 − ص2) +
س4 × (ص5 − ص3) +
س5 × (ص1 − ص4)]

ثانياً :

يمكن إيجاد المساحة بواسطة الإحداثيات بطريقة أسهل وهي مستنبطة من المعادلة السابق ذكرها في الطريقة الأولى وهي كالتالي :

1. نضع إحداثيات كل نقطة من نقاط الشكل على هيئة بسط ومقام، نضع في البسط الإحداثي السيني للنقطة (س) وفي المقام الإحداثي الصادي للنقطة (ص) وتوضع بترتيب دائري واحد بحيث ننتهي بالنقطة التي بدأنا بها.

لو فرضنا أن لدينا المضلع الموضح بالشكل وبدأنا بالنقطة رقم (1) وانتهينا عندها أيضاً كالتالي :

س1	س2	س3	س4	س5	س1
ص1	ص2	ص3	ص4	ص5	ص1

ملحوظة : يجب وضع الإحداثيات بإشارتها الجبرية.

نضرب كل بسط في مقام الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الأولى .

نضرب كل مقام في بسط الكسر التالي وتسمى هذه المجموعة الثانية.

نجمع حاصل ضرب المجموعة الأولى وكذلك نجمع حاصل ضرب المجموعة الثانية .

فتكون المساحة كالتالي :

المساحة = ½ [مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى − مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية]

= ½ [(س1 × ص2 + س2 × ص3 + س3 × ص4 + س4 × ص5 + س5 × ص1) −
(ص1 × س2 + ص2 × س3 + ص3 × س4 + ص4 × س5 + ص5 × س1)]

ويمكن التعبير عن هذه المعادلة بالجدول التالي :

رقم النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
1	س$_1$	ص$_1$		
2	س$_2$	ص$_2$	س$_1$ × ص$_2$	ص$_1$ × س$_2$
3	س$_3$	ص$_3$	س$_2$ × ص$_3$	ص$_2$ × س$_3$
4	س$_4$	ص$_4$	س$_3$ × ص$_4$	ص$_3$ × س$_4$
5	س$_5$	ص$_5$	س$_4$ × ص$_5$	ص$_4$ × س$_5$
1	س$_1$	ص$_1$	س$_5$ × ص$_1$	ص$_5$ × س$_1$
المجموع			مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى	مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية

المساحة = ½ (مجموع حاصل ضرب المجموعة الأولى - مجموع حاصل ضرب المجموعة الثانية)

مثال1 :

(أ ب جـ د) مضلع مغلق والمطلوب حساب مساحة هذا المضلع إذا كانت إحداثيات النقاط بالمتر كالتالي:

النقطة	س	ص
1	2	3
2	5	4
3	5	9
4	3	10

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق الصيغة العامة والتعويض عن قيمة ن من 1 إلى 4

المساحة = ½ [س$_1$ × (ص$_2$ - ص$_4$) + س$_2$ × (ص$_3$ - ص$_1$) + س$_3$ × (ص$_4$ - ص$_2$) + س$_4$ × (ص$_1$ - ص$_3$)]

$= \frac{1}{2}\,[\,2 \times (4 - 10) + 5 \times (9 - 3) + 5 \times (10 - 4) + 3 \times (3 - 9)\,]$

$= \frac{1}{2}\,[\,(2 \times -6) + (5 \times 6) + (5 \times 6) + (3 \times -6)\,]$

$= \frac{1}{2}\,[\,(-12) + (30) + (30) + (-18)\,]$

$= \frac{1}{2}\,[\,30\,]$

= 15 م^2

- الطريقة الثانية للحل :

توضع إحداثيات النقاط على شكل كسر بسطه الإحداثي السيني ومقامه الإحداثي الصادي كالتالي:

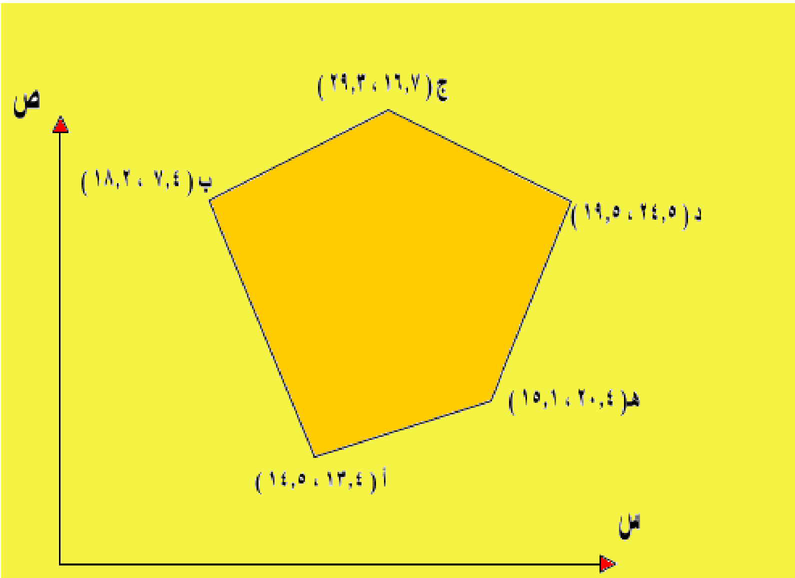
$$\frac{س_1}{ص_1} \quad \frac{س_2}{ص_2} \quad \frac{س_3}{ص_3} \quad \frac{س_4}{ص_4} \quad \frac{س_5}{ص_5} \quad \frac{س_1}{ص_1}$$

النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
1	2	3		
2	5	4	8	15
3	5	9	45	20
4	3	10	50	27
1	2	3	9	20
المجموع			112	82

المساحة = $\frac{1}{2} \times [112 - 82] = \frac{1}{2} \times 30 = 15$ م^2

مثال 2:

(أ ب جـ د هـ) مضلع مغلق معلومة إحداثيات رؤوسه بالمتر كما هو موضح بالشكل والمطلوب حساب المساحة المحصورة داخل هذا المضلع عن طريق الصيغة العامة والبسط والمقام.



- الطريقة الأولى للحل :

وذلك بتطبيق الصيغة العامة وبالتعويض عن (ن) بالأرقام من 1 إلى 5

المساحة = $\frac{1}{2}$ [$س_1 \times (ص_2 - ص_5) + س_2 \times (ص_3 - ص_1) + س_3 \times (ص_4 - ص_2) + س_4 \times (ص_5 - ص_3) + س_5 \times (ص_1 - ص_4)$]

= $\frac{1}{2}$ [$13.4 \times (18.2 - 15.1) + 7.4 \times (29.3 - 14.5) + 16.7 \times (19.5 - 18.2) + 24.5 \times (15.1 - 29.3) + 20.4 \times (14.5 - 19.5)$]

= $\frac{1}{2}$ [$(13.4 \times 3.1) + (7.4 \times 14.8) + (16.7 \times 1.3) + (24.5 \times -14.2) + (20.4 \times -5)$]

= $\frac{1}{2}$ [$(41.54) + (109.52) + (21.71) + (-347.9) + (-102)$]

= $\frac{1}{2}$ [277.13]

المساحة = 138.57 م^2

- الطريقة الثانية للحل :

$$\frac{س_1}{ص_1} \quad \frac{س_2}{ص_2} \quad \frac{س_3}{ص_3} \quad \frac{س_4}{ص_4} \quad \frac{س_5}{ص_5} \quad \frac{س_1}{ص_1}$$

$$\frac{13.4}{14.5} \quad \frac{7.4}{18.2} \quad \frac{16.7}{29.3} \quad \frac{24.5}{19.5} \quad \frac{20.4}{15.1} \quad \frac{13.4}{14.5}$$

المساحة = $\frac{1}{2}$ [$(13.4 \times 18.2 + 7.4 \times 29.3 + 16.7 \times 19.5 + 24.5 \times 15.1 + 20.4 \times 14.5) - (14.5 \times 7.4 + 18.2 \times 16.7 + 29.3 \times 24.5 + 19.5 \times 20.4 + 15.1 \times 13.4)$]

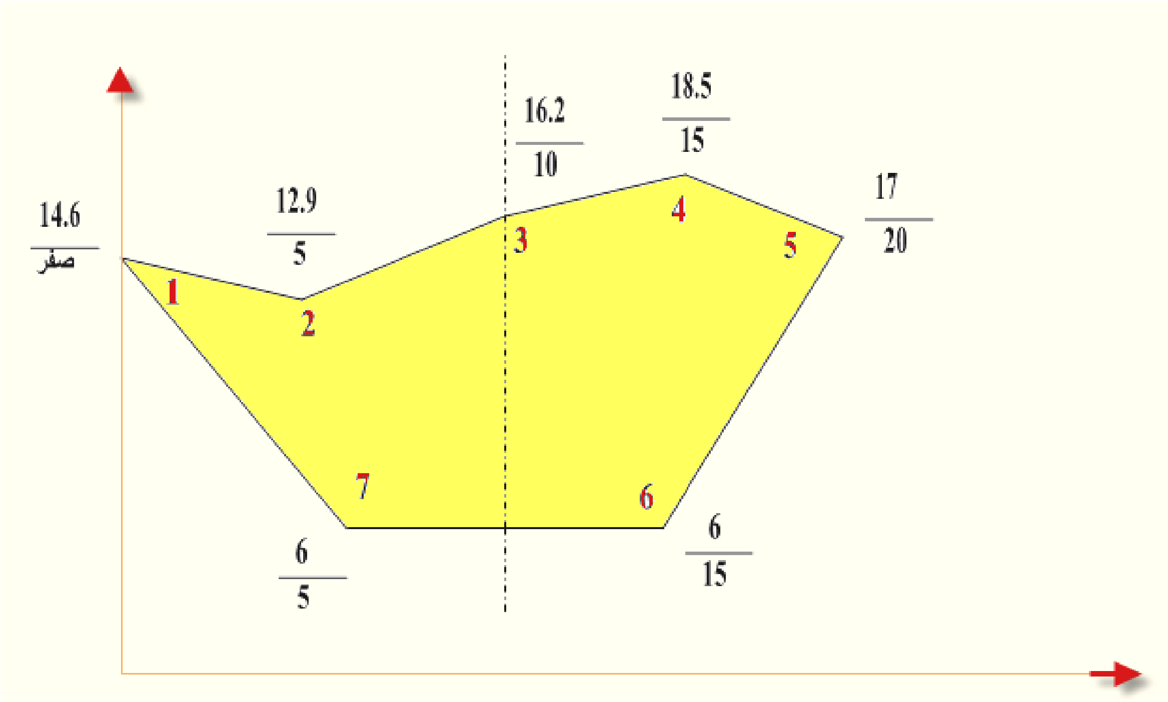
= $\frac{1}{2}$ × [$(1729.23) - (1452.1)$]

= $\frac{1}{2}$ × [277.13]

= 138.57 م^2

مثال 3:

الشكل الموضح هو عبارة عن قطاع عرضي في طريق تم تعيين مناسيب جميع نقاطه بالمتر وكذلك بعد جميع النقاط عن المحور الرأسي المار بالنقطة التي في أقصى يسار القطاع بالمتر أيضا والمطلوب حساب مساحة هذا القطاع.



باعتبار أن المنسوب هو الإحداثي الصادي للنقطة والمسافة إلى النقطة رقم (1) هو الإحداثي السيني ووضعها في صورة كسر يمثل بسطه المنسوب (ص) ومقامه المسافة (س) كما هو موضح على الشكل.

- الطريقة الأولى للحل :

بتطبيق المعادلة رقم (1) والتعويض عن (ن) بالأرقام من 1 إلى 7 :

المساحة = ½ × [ص1 × (س2 – س7) + ص2 × (س3 – س1) + ص3 × (س4 – س 2)
+ ص4 × (س5 – س3) + ص5 × (س6 – س4) + ص6 × (س7 – س5) + ص7 × (س1 –
س6)]

المساحة = ½ [14.6 × (5 – 5) + 12.9 × (10 – صفر) + 16.2 × (15 – 5) + 18.5 × (
20 – 10) + 17 × (15 – 15) + 6 × (5 – 20) + 6 × (صفر – 15)]

= ½ [(14.6 × صفر) + (12.9 × 10) + (16.2 ×10) + (18.5 × 10) + (17 ×
صفر) + (6 × - 15) + (6 × - 15)]

= ½ [(صفر) + (129) + (162) + (185) + (صفر) + (- 90) + (- 90)]

= ½ [296] = 148 م^2

- الطريقة الثانية للحل :

14.6	12.9	16.2	18.5	17.0	6.0	6.0	14.6
صفر	5.0	10.0	15.0	20	15.0	5.0	صفر

المساحة = ½ [(14.6×5 + 12.9×10 + 16.2× 15 + 18.5 × 20 + 17 × 15 + 6 × 5 + 6 ×صفر) – (صفر × 12.9 + 5 × 16.2+ 10 × 18.5 + 15 × 17 + 20 × 6 + 15 × 6 + 5 × 14.6)]

= ½ [(1100) – (804)] = ½ [296] = 148 م^2

==

مثال 4:

احسب المساحة المحددة بأضلاع المضلع (أ ب جـ د هـ و) إذا كانت إحداثيات رؤوسه كما يلي:

النقطة	أ	ب	ج	د	هـ	و
س	42	79	67	85	5	16
ص	15	50	92	143	109	41

الحل :

المساحة = ½ [(42 × 50 + 79 × 92 + 67 × 143 + 85 × 109 + 5 × 41 + 16 × 15) – (15 × 79 + 50 × 67+ 92 × 85 + 143 × 5 + 109 × 16 + 41 × 42)]

المساحة = ½ × [28659 – 16536]

= ½ [12123] = 6061.5 م^2

7- 2 تقسيم الأراضي :

لتقسيم الأراضي بين فردين أو أكثر ينبغي علينا مراعاة عدة شروط منها:

1. أن تتساوى كل القطع في المزايا المتوفرة حول هذه القطع مثل (بئر ماء، طريق، ....إلخ).
2. حصول كل مالك على نصيبه كاملاً مجمعاً كقطعة واحدة وليس عدة قطع منفصلة.

وتوجد طريقتان لتقسيم الأراضي وهي:

1. الطريقة التخطيطية (التقسيم بالرسم).

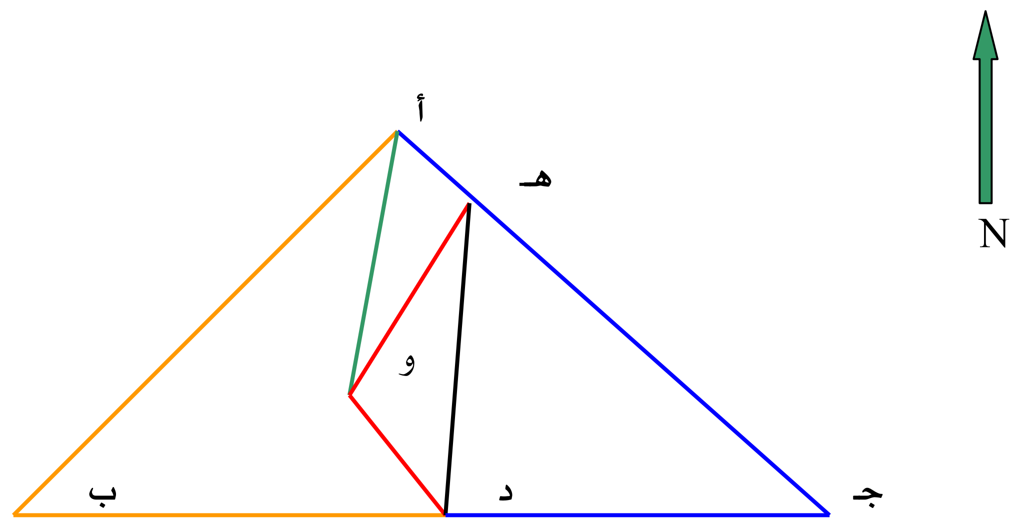
2. الطريقة الحسابية.

1. الطريقة التخطيطية (التقسيم بالرسم) :

في هذه الحالة يجب أن تكون قطعة الأرض المراد تقسيمها مرفوعة رفعاً مساحياً دقيقاً على خريطة مساحية بدقة عالية، ثم تقسم الخريطة بالنسب المطلوبة ومن ثم توقع خطوط التقسيم على الطبيعة.

مثال1 :

قطعة أرض (أ ب جـ) مثلثة الشكل يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين علماً بأن نقطة (و) الواقعة داخل قطعة الأرض هي عبارة عن بئر ماء يراد أن ينتفع به كل من القسمين .



شكل رقم (1) يمثل الخطوات العملية لتقسيم قطعة الأرض إلى قسمين متساويين

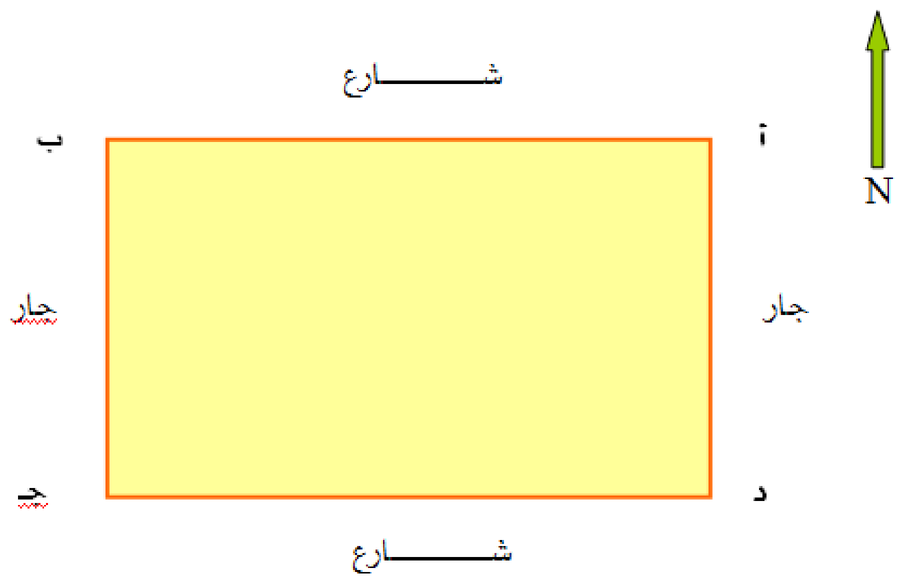
الحل :

1. نصل النقطة (و) بأحد رؤوس المثلث ولتكن نقطة (أ) .
2. ننصف الضلع (ب جـ) المقابل للرأس عند النقطة (أ) في نقطة (د) .
3. نرسم من نقطة (د) موازياً للخط (و أ) فيقطع الخط (أ جـ) في نقطة (هـ) .
4. نصل (هـ و ، و د) فتكون النتيجة النهائية هي :

مساحة الشكل (جـ د و هـ) = مساحة الشكل (أ ب د و هـ)

مثال 2 :

قطعة أرض مستطيلة الشكل (أ ب جـ د) ، المطلوب تقسيمها إلى ثلاث قطع كإرث لرجلين و امرأة وذلك بنسبة (2 : 2 : 1) مع مراعاة أن تظل كل قطعة من القطع الثلاثة على الشارعين أ ب ، جـ د كما هو موضح بالرسم المرفق شكل رقم (2) .

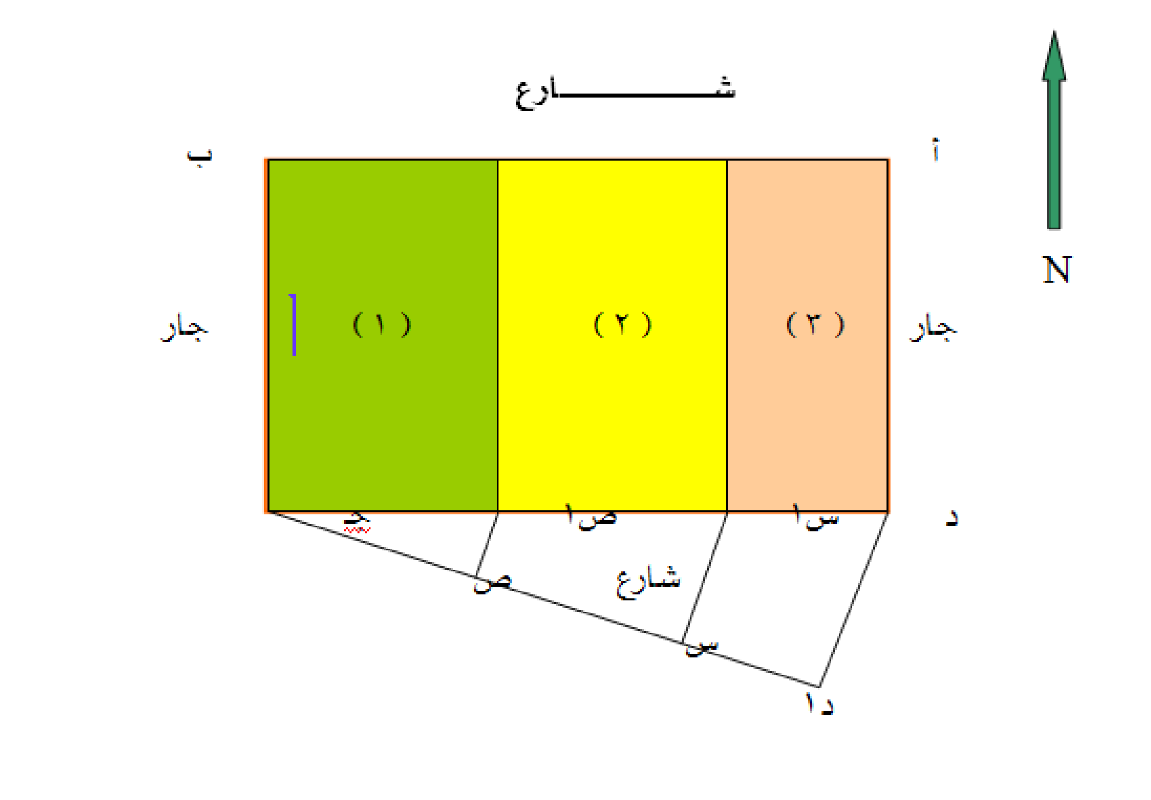


شكل رقم (٢) يوضح قطعة الأرض قبل التقسيم

الحل :

1. نقوم برسم الخط (جـ د1) من نقطة (جـ) بحيث يصنع مع الخط (جـ د) زاوية حادة كما هو موضح بالشكل رقم (3) .
2. نوقع على الخط (جـ د) من عند نقطة (جـ) مسافة مقدارها (2 سم) ونسمي النقطة الموقعة (ص) .
3. من عند النقطة (ص) على الخط (جـ د) نوقع مسافة مقدارها (2 سم) ونسمي النقطة الموقعة (س) .
4. من عند النقطة (س) على الخط (جـ د) نوقع مسافة مقدارها (1 سم) ونسمي النقطة الموقعة (د1) . وبذلك نكون قد قسمنا الخط (جـ د1) بنسبة 2 : 2 : 1 .
5. نقوم بتوصيل الخط (د د1) ونرسم من النقطتين (س ، ص) موازياً للخط (د د1) فنحصل على النقطتين (س1 ، ص1) وهي نقاط التقسيم .

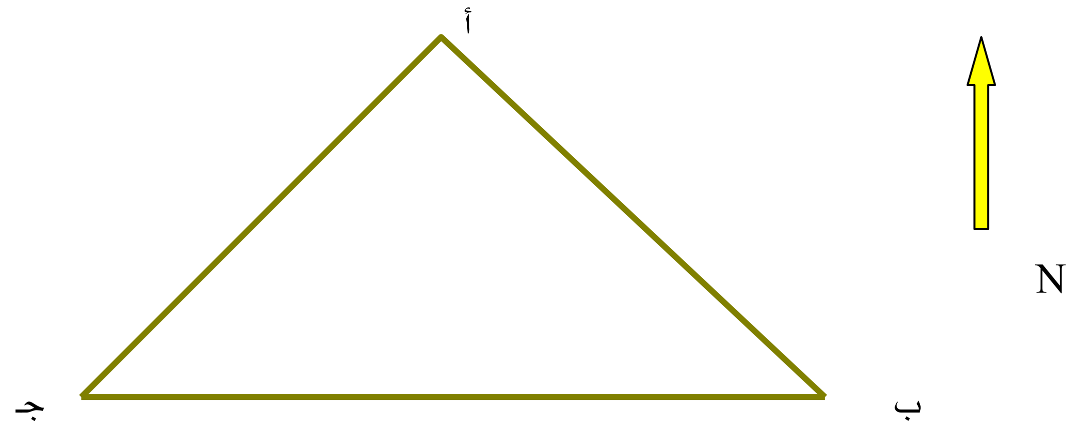
6. نقيم أعمدة من نقاط التقسيم على الخط (جـ د) وحتى الخط (أ ب) فتكون القطعة رقم (1) لأحد الرجلين والقطعة رقم (2) للرجل الثاني والقطعة رقم (3) للمرأة .



شكل رقم (٣) يوضح شكل الأرض بعد التقسيم

مثال3 :

(أ ب جـ) قطعة أرض مثلثة الشكل (شكل رقم 4) ، المطلوب تقسيمها بين ثلاثة أشخاص بالتساوي بحيث تكون كل قطعة لها ضلع كامل من أضلاع المثلث ؟



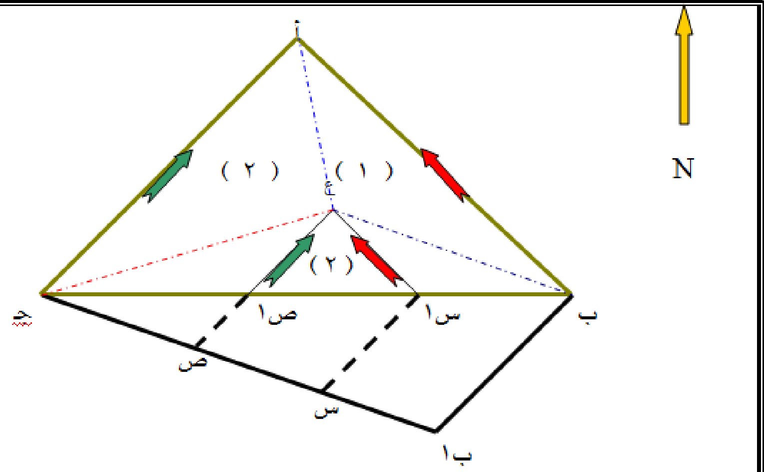
شكل رقم (4) قطعة الأرض المثلثة قبل التقسيم

الحل :

- نقسم الضلع (ب جـ) إلى ثلاثة أقسام متساوية في (س1 ، ص1) كما سبق شرحه في المثال2 .
- نرسم من النقطة (س1) خطاً موازياً للضلع (أ ب) .
- نرسم من نقطة (ص1) موازياً للخط (أ جـ) فيتقاطعان في نقطة (ع) .
- نصل (ع أ ، ع ب ، ع جـ) فيكون الناتج :

مساحة المثلث (ع أ ب) = مساحة المثلث (ع ب جـ) = مساحة المثلث (ع أ جـ) .

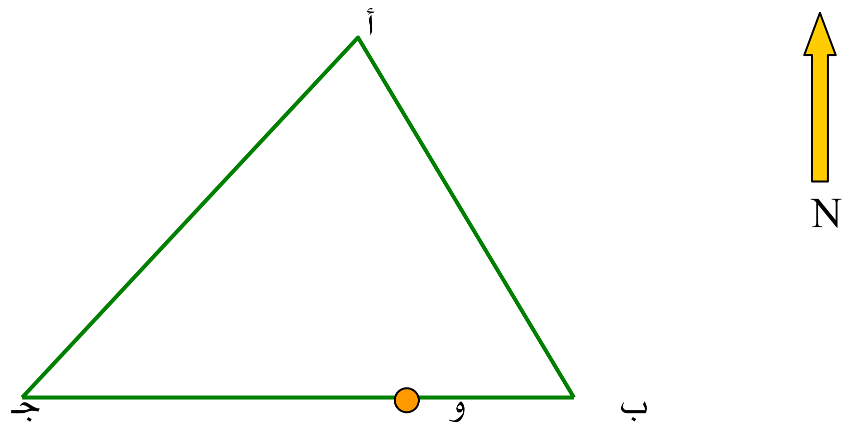
كما هو موضح بالشكل رقم (5) .



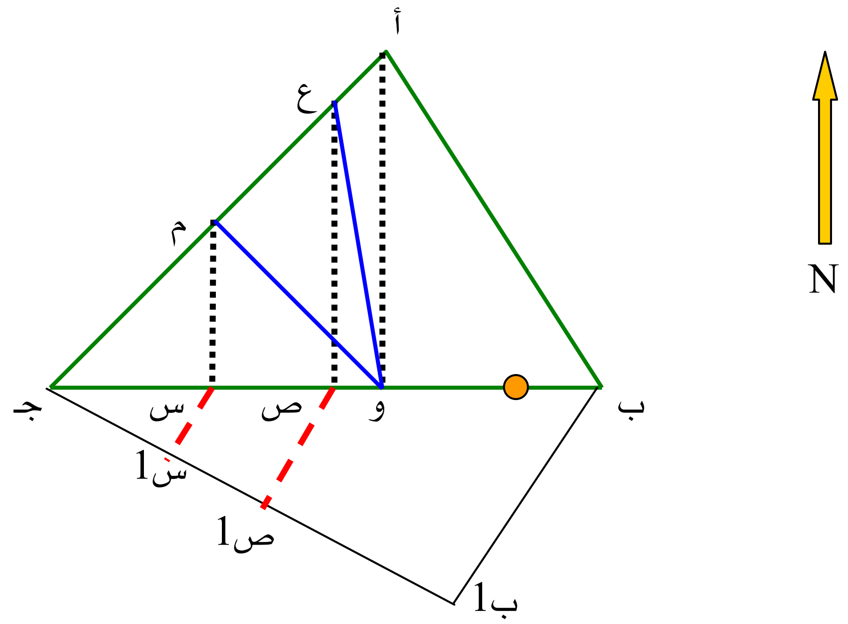
شكل رقم (٥) قطعة الأرض بعد التقسيم

مثال4 :

(أ ب جـ) قطعة أرض زراعية مثلثة الشكل، المطلوب تقسيمها كميراث بين امرأتين ورجل أي بنسبة 1 : 1 : 2 مع العلم أن نقطة (و) الواقعة على الخط (ب جـ) تمثل بئر ماء.



شكل رقم (6) قطعة الأرض المثلثة قبل التقسيم



شكل رقم (7) قطعة الأرض بعد تقسيمها

الحل : كما هو موضح بالشكل رقم (7) :

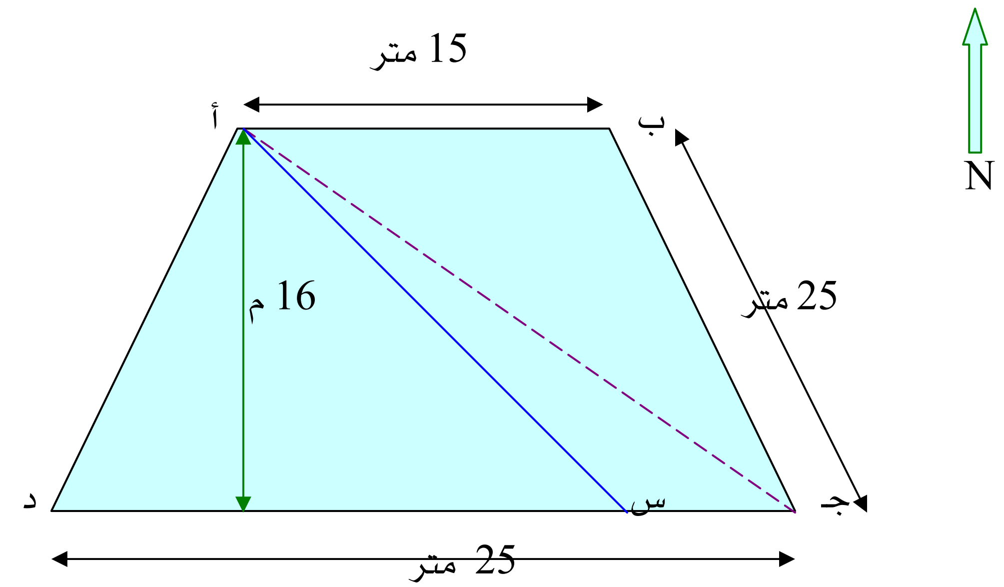
- نقسم الخط (جـ ب) بنسبة 1 : 1 : 2 بالطريقة السابق شرحها في المثال رقم (2) في النقطتين س ، ص .
- نصل نقطة (و) بالرأس (أ) وهي المقابلة للضلع المقسم (ب جـ) .
- نرسم الضلع (س م // أ و) (ص ع // أ و) .
- نصل الضلع (و ع ، و م) .
- فتكون مساحة الشكل (أ ب و ع) هي نصيب الرجل .
- وتكون مساحة الشكل (و ع م) لإحدى المرأتين) .
- وتكون مساحة الشكل (و م جـ) للمرأة الأخرى .

2. الطريقة الحسابية:

في هذه الطريقة نحصل على الأبعاد اللازمة لحساب المساحة من الطبيعة مباشرة أو من خريطة لقطعة الأرض المراد تقسيمها بحيث نستطيع أن نحصل على أية قياسات نحتاجها من على هذه الخريطة.

مثال1 :

(أ ب جـ د) قطعة أرض على شكل شبه منحرف أبعادها كما هو موضح على الرسم (شكل رقم 8) والمطلوب تقسيم هذه القطعة إلى قسمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بالنقطة (أ)



شكل رقم (8) يمثل أبعاد قطعة الأرض

الحل :

- المساحة الكلية لقطعة الأرض (أ ب جـ د) = نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع

  = ½} (15 + 25) } × 16 = 320 م^2

- نصف مساحة الأرض = 320 ÷ 2 = 160 م^2 .
- إذا أعطينا القسم الأول وهو الجزء المكون من المثلث (أ جـ د) فتصبح مساحته على النحو الآتي:

مساحة القسم الأول = ½ × القاعدة × الارتفاع

= ½ × 25 × 16 = 200 م^2 .

وهذا يعني أن القسم الأول يزيد عن نصف المساحة بمقدار = 200 – 160 = 40 م^2 .

وهذا يعني أن مساحة المثلث (أ جـ س) = 40 م^2 حيث نقطة (س) مفروضة على الخط (جـ د) والمطلوب الآن تحديد مكان النقطة (س) على الخط (جـ د) بدقة .

وعلى هذا يتم تقسيم الخط(جـ د)بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث (أ جـ د) أية بنسبة40: 200

جـ س ÷ جـ د = مساحة المثلث (أ جـ س) ÷ مساحة المثلث (أ جـ د) .

∴ جـ س = [جـ د × (مساحة المثلث (أ جـ س)] ÷ [مساحة المثلث (أ جـ د)] .

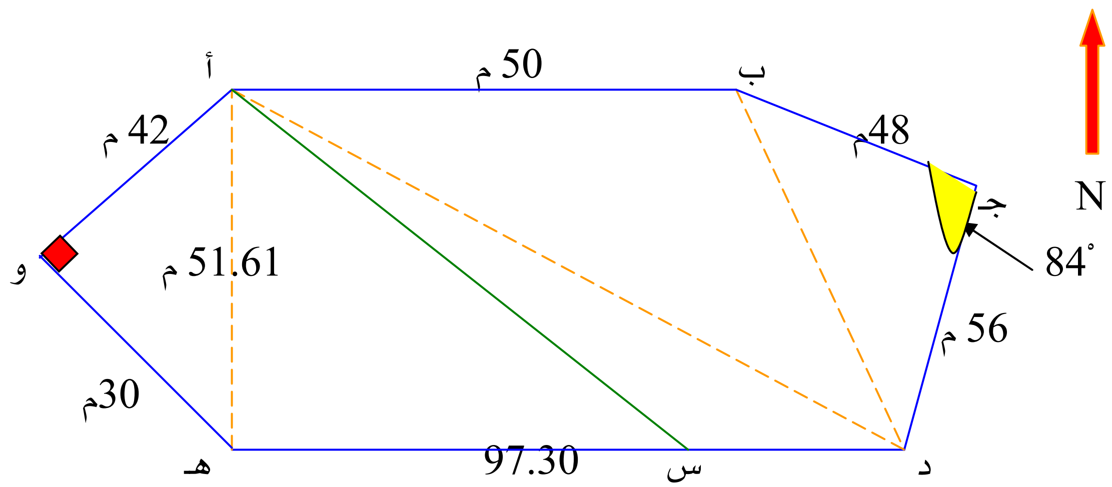
= 25 × (40 ÷ 200) = 5 متر .

∴ نقطة (س) تبعد عن نقطة (جـ) مسافة مقدارها = 5 متر .

∴ في هذه الحالة مساحة الشكل (أ س د) = مساحة الشكل (أ ب جـ س) .

مثال 2 :

قطعة أرض (أ ب جـ د هـ و) أبعادها كما هي موضحة على الرسم شكل رقم (9) والمطلوب تقسيم هذه القطعة بين رجلين بالتساوي على أن يمر خط التقسيم بالنقطة (أ) حيث إنها تمثل بئر ماء ؟



شكل رقم (9) يمثل قطعة الأرض والخطوات العملية المنفذة عليها

الحل :

نقوم بتوصيل النقطتين (ب ، د) فينتج الضلع (ب د) ، النقطتين (أ هـ) فينتج الضلع (أ هـ) فينتج لنا المثلثان (ب جـ د ، أ هـ و) وشبه المنحرف (أ ب د هـ) والمطلوب الآن إيجاد مساحة هذه الأشكال لكي نتمكن من حساب مساحة قطعة الأرض الإجمالية.

- مساحة المثلث (ب جـ د) = ½ × 48 × 56 × جا 84 = 1336.64 م^2 .
- مساحة المثلث (أ هـ و) = ½ × 30 × 42 = 630 م^2 .
- مساحة شبه المنحرف (أ ب د هـ) = نصف مجموع القاعدتين × الارتفاع

حيث يمكننا الحصول على الارتفاع (أ هـ) من المثلث القائم الزاوية (أ و هـ) على النحو الآتي :

- الارتفاع (أ هـ) = $\sqrt{(42)^2 + (30)^2}$ = 51.61 م .
- ∴مساحة شبه المنحرف = ½ × (50 + 97.30) × 51.61 = 3801.08 م2 .
- ∴ مساحة قطعة الأرض الكلية = 1336.64 + 630 + 3801.08 = 5767.72 م2 .

∴نصيب كل رجل = نصف المساحة الكلية =5767.72 ÷ 2 = 2883.86 م^2 .

- فإذا أخذ الرجل الأول المثلث (أ هـ و) ومساحته = 630 م2.

وأخذ أيضا المثلث (أ هـ د) ومساحته = ½ × 97.30 × 51.61 = 2510.83 م^2

∴ إجمالي ما يحصل عليه الرجل الأول = 630 + 2510.83 = 3140.83 م^2 .

∴ مقدار الزيادة للرجل الأول عن نصف المساحة = ما حصل عليه – نصف مساحة الأرض الكلية

= 3140.83 – 2883.86 =

256.97 م^2 .

- ∴يجب تقسيم طول الضلع (د هـ) بنسبة الزيادة إلى مساحة المثلث (أ د هـ) أية بنسبة 256.97 : 2510.83

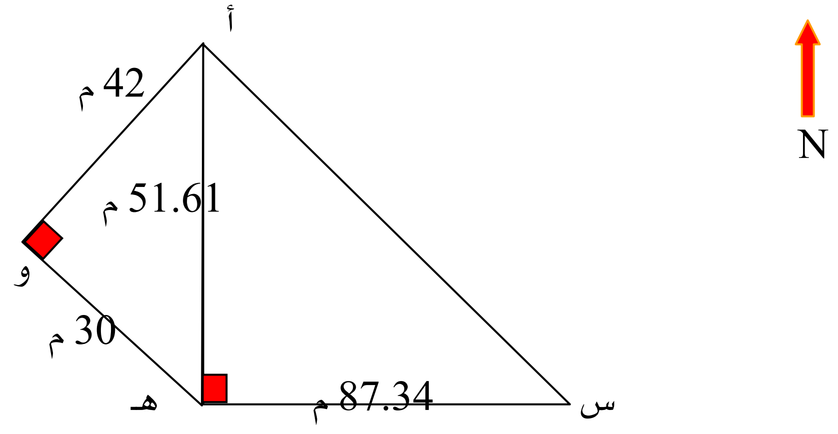
∴ طول (د س) = (256.97 ÷ 251.83) × 97.30 = 9.96 م .

∴ نقوم بتوقيع نقطة (س) بمسافة تبعد عن نقطة (د) = 9.96 م .

- وبتوصيل النقطة (أ) بالنقطة (س) يكون الضلع (أ س) هو الحد الفاصل الذي يقسم الأرض إلى قسمين متساويين
- وتصبح مساحة الشكل (أس هـ و) = مساحة الشكل (أ ب جـ د س) = 2883.86 م2 .

وللتأكد من صحة الحل نقوم بحساب مساحة الشكل (أس هـ و) ، ومساحة الشكل (أ ب جـ د س) كلا على حدة كما يلي :

- أولا : مساحة الشكل (أ س هـ و) = مساحة المثلث (أ س هـ) + مساحة المثلث (أ هـ و) كما هو موضح بالشكل رقم (10) .

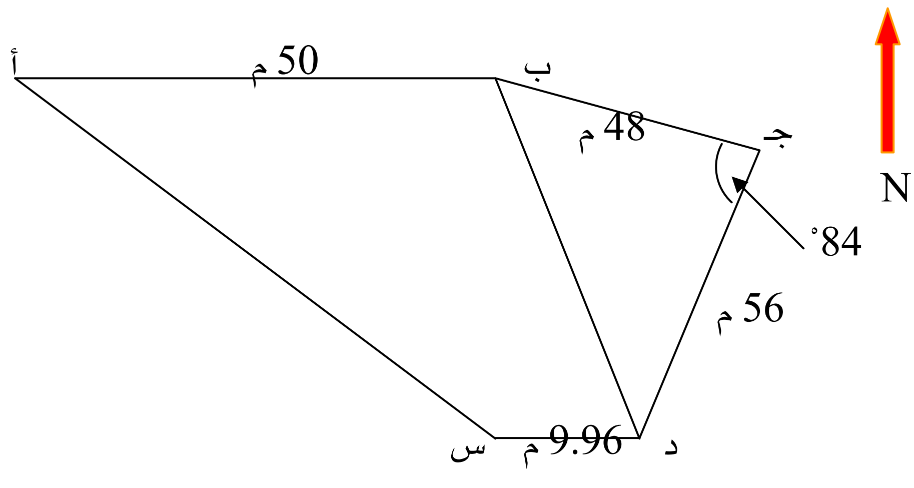


شكل رقم (10)

- مساحة المثلث (أ س هـ) = ½ × 87.34 × 51.61 = 2253.81 م2 .
- مساحة المثلث (أ هـ و) = 630 م2 تم حسابه من قبل .

∴ مساحة الشكل (أ س هـ و) = 2253.81 + 630 = 2883.81 م^2 .

- ثانيا : مساحة الشكل (أ س د جـ ب) = مساحة المثلث (ب جـ د) + مساحة شبه المنحرف (أ ب د س) كما هو موضح بالشكل رقم (11) .



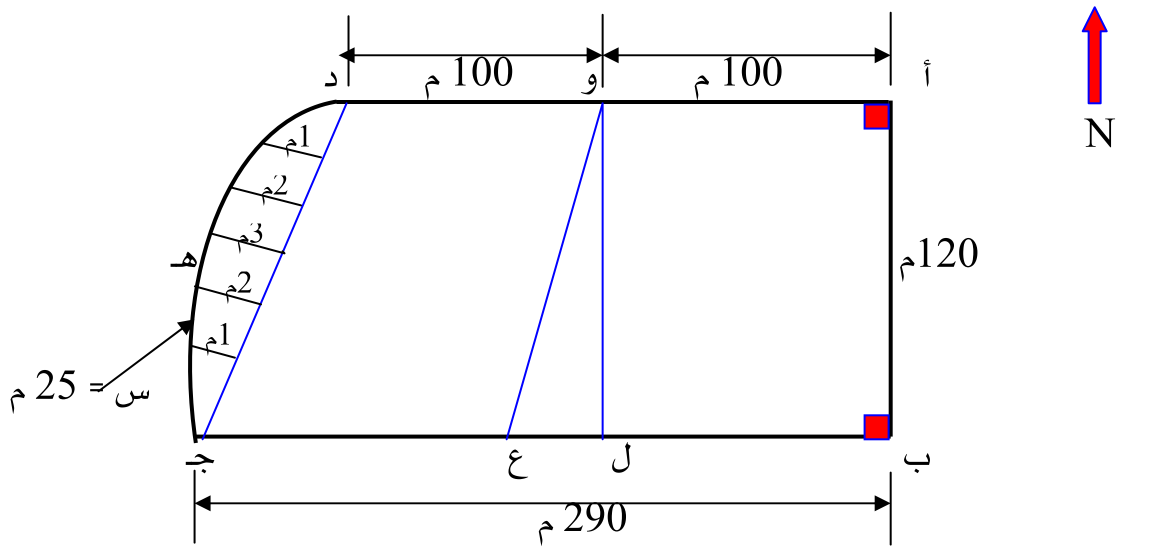
شكل رقم (11)

- مساحة المثلث (ب جـ د) = 1336.64 م^2
- مساحة شبه المنحرف (أ ب د س) = ½ × (50 + 9.96) × 51.61 = 1547.27 م^2

∴ مساحة الشكل (أ س د جـ ب) = 1336.64 + 1547.27 = 2883.91 م^2 .

مثال 3 :

قطعة أرض رباعية الشكل (أ ب جـ د) المبينة بالشكل رقم (12) ، والمطلوب تقسيمها إلى قسمين متساويين في المساحة بحيث يمر خط التقسيم ببئر المياه الواقع في نقطة (و) مع إيجاد بعد خط التقسيم عن نقطة (ب) .



شكل رقم (12)

الحل :

- مساحة الشكل (أ ب جـ د) شبه المنحرف = ½ (200 + 290) × 120 = 29400 م^2 .
- مساحة الجزء المنحنى (د هـ جـ) ويمكن إيجاد مساحته باستخدام طريقة سمبسون :

المساحة= س÷ 3×{العمود الأول+ العمود الأخير+(2×الأعمدة الفردية) +(4×الأعمدة الزوجية)}

مجموع الأعمدة الفردية = 2+2 = 4 ، مجموع الأعمدة الزوجية = 1+3+1 = 5

المساحة = 25 ÷ 3 × { صفر + صفر + (2× 4) + (4 × 5)}

= 25 ÷ 3 × { صفر + صفر + 8 + 20 } = 233.33 م^2 .

∴ المساحة الكلية لقطعة الأرض = 29400 + 233.33 = 29633.33 م^2 .

- نصيب كل فرد = المساحة الكلية ÷ 2 = 29633.33 ÷ 2 = 14816.665 م^2
- ننصف الخط (ب جـ) في نقطة (ل) ثم نصل النقطتين معا (و ، ل) .
- مساحة الشكل (أ ب ل و) = مساحة الشكل (و ل جـ د) .
- نفرض أن نقطة (ع) هي نقطة التقسيم و أن الخط (و ع) هو خط التقسيم .

∴ مساحة المثلث (و ع ل) = ½ مساحة الجزء المنحنى .

$233.33 \times ½ =$ 2 ÷ (120 × ل ع)

∴ ل ع = 1.944 متر .

∴ بعد نقطة التقسيم عن نقطة (ب) = 145 + 1.944 = 146.944 متراً .

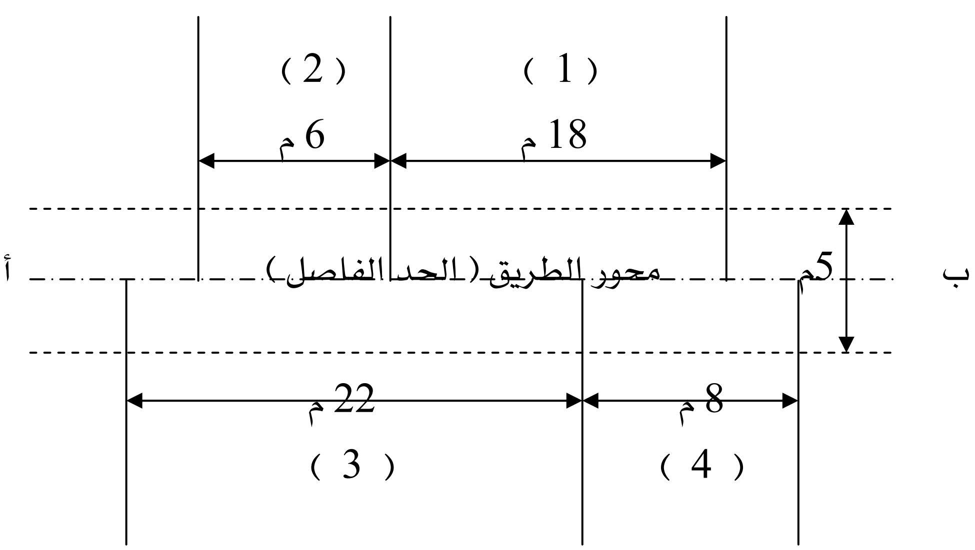
وتصبح مساحة القسم (أ ب ع و) = مساحة القسم (و ع جـ هـ د) .

7- 3 اقتطاع مساحة :

اقتطاع مساحة معينة من قطعة أرض من الأعمال المساحية التي يتعرض لها المساح كثيراً وخصوصاً في حالات شق الطرق التي قد تعترض بعض الأراضي للأهالي والمطلوب من المساح توقيع محور الطريق ثم حساب المساحة المستقطعة من كل أرض حتى يتم تعويض أصحاب هذه الأراضي.

مثال :

الشكل التالي رقم (13) عبارة عن أربع قطع من الأراضي يملكها أربعة أشخاص وتقرر شق طريق يمر بهذه الأراضي على أن يكون محور الطريق هو نفسه الحد الفاصل (أ ب) كما هو موضح بالرسم وعرض الطريق 5 أمتار . المطلوب هو حساب المساحات المستقطعة من الأراضي 1 ، 2 ، 3 ، 4 وقيمة التعويض لكل قطعة إذا كان سعر تعويض المتر = 1000ريال.



شكل رقم (13)

الحل :

- أولا حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم (1) مع حساب قيمة التعويض.

المساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 18 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

∴ المساحة المستقطعة = 18 × 2.5 = 45 م^2 .

قيمة التعويض = 45 × 1000 = 45000 ريالاً .

- ثانيا حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم (2) مع حساب قيمة التعويض للمساحة المستقطعة و هي عبارة عن مستطيل طوله 6 م وعرضه نصف الطريق 2.5 م .

  ∴ المساحة المستقطعة = 6 × 2.5 = 15 م^2 .

  قيمة التعويض = 15 × 1000 = 15000 ريالاً .

- ثالثا حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم (3) مع حساب قيمة التعويض المساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 22م وعرضه نصف الطريق 2.5م.

  ∴ المساحة المستقطعة = 22 × 2.5 = 55 م^2 .

  قيمة التعويض = 55 × 1000 = 55000 ريالاً .

- رابعا حساب مساحة قطعة الأرض المستقطعة من قطعة الأرض رقم (4) مع حساب قيمة التعويض المساحة المستقطعة هي عبارة عن مستطيل طوله 8 م وعرضه نصف الطريق 2.5م

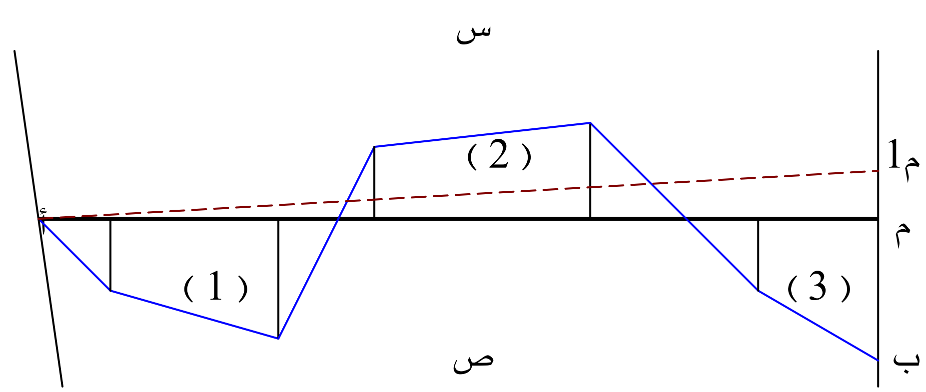
  ∴ المساحة المستقطعة = 8 × 2.5 = 20 م^2 .

  قيمة التعويض = 20 × 1000 = 20000 ريالاً .

7- 4 تعديل الحدود

في حالة وجود حد فاصل متعرج أو منحنٍ أية غير مستقيم بين قطعتين من الأرض ويرغب أصحاب الأرض في تعديل هذا الحد الفاصل بينهما إلى خط مستقيم بحيث تحتفظ كل من القطعتين على جانبي خط التعديل بمساحتيهما ، بمعنى أن المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين نتيجة هذا التعديل يجب أن تساوي المساحة المستقطعة منها.

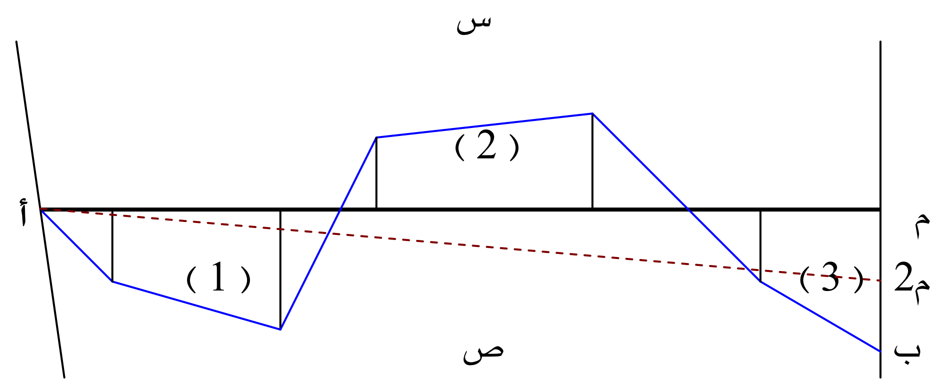
لو فرضنا أن لدينا قطعتين من الأرض (س ، ص) كما هو موضح بالشكل رقم (14) بينهما حد متعرج (أ ب) والمطلوب تعديل هذا الحد بخط مستقيم يمر بالنقطة (أ).



شكل رقم (14) الخطوات العملية لتعديل الحدود

الخطوات العملية لتعديل الحدود :

- نضع الخط (أ م) كحد فاصل مستقيم بحيث تكون المساحة المضافة إلى إحدى القطعتين مساوية للمساحة المأخوذة بشكل تقريبي ويكون (أ م) عمودياً على (م ب) إن أمكن.
- نقوم بحساب المساحة المضافة للقطعة س (2) وكذلك المساحة المأخوذة من القطعة س (1 ، 3). وتكون المساحات في هذه الحالة إما مثلثات أو أشباه منحرفات وقد تم شرحها سابقا.
- إذا كانت المساحة المضافة (2) = المساحة المأخوذة (1، 3) فإن الخط (أ م) يكون هو الحد الفاصل المستقيم.
- إذا كانت المساحة المضافة أكبر من المساحة المأخوذة ، وهذا يعني أن النقطة (م) يجب تحريكها إلى الأعلى عند النقطة ($م_1$) بالشكل رقم (14)، أما إذا كانت المساحة المأخوذة أكبر من المساحة المضافة فهذا يعني أن نقطة (م) يجب تحريكها إلى أسفل عند النقطة ($م_2$) كما هو موضح بالشكل رقم (15) ، بمعنى آخر حذف المثلث (أ م $م_1$) بالشكل رقم (14) بالنسبة للقطعة (س) وإضافته للقطعة (ص) و إضافة المثلث (أ م $م_2$) بالشكل رقم (15) إلى القطعة (س) وحذفه من القطعة (ص).

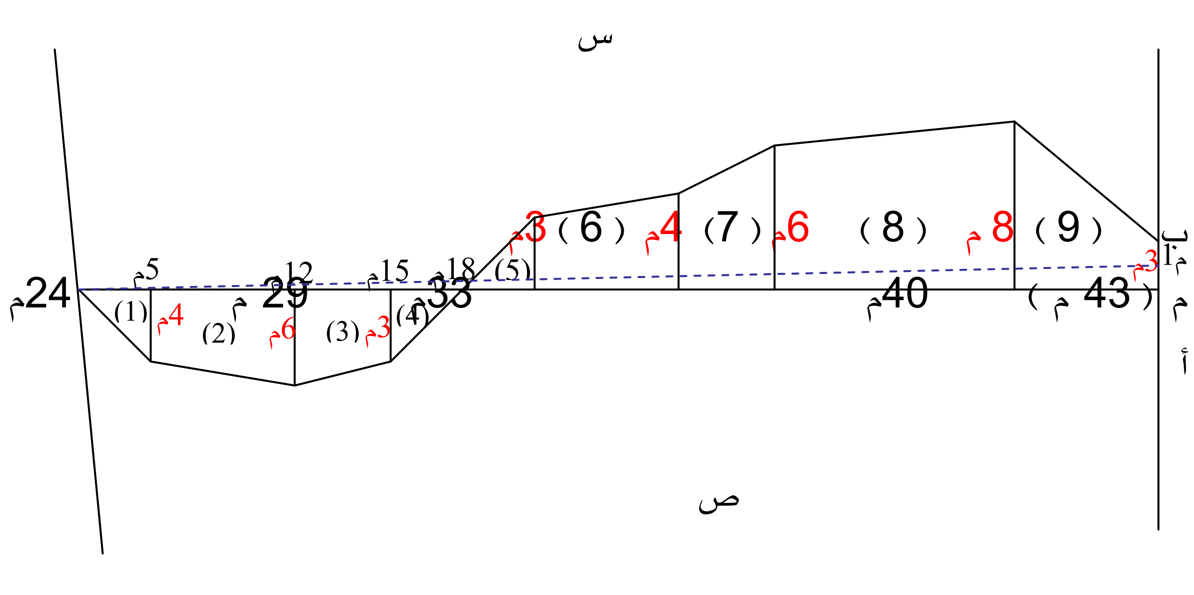


شكل رقم (15) الخطوات العملية لتعديل الحدود

- مساحة المثلث (أ م م2) = ½ × القاعدة × الارتفاع = ½ × (أ م) × الارتفاع .
  حيث الارتفاع = (2 × مساحة المثلث (أ م م1) ÷ (أ م) .
- مساحة المثلث (أ م م1) = الفرق بين المساحة المضافة والمساحة المستقطعة من نفس القطعة.
  ويصبح الحد الفاصل في الشكل (14) هو الخط (أ م1)
  ويصبح الحد الفاصل في الشكل (15) هو الخط (أ م2) .
- في حالة أن يكون الخط (أ ب) ليس عموديا على الخط (م ب) نرسم خطاً موازياً للخط (أ م) وعلى بعد منه يساوي الارتفاع المحسوب من المعادلة السابقة فيقطع الضلع (م ب) في نقطة (م2) ويكون الحد الفاصل هو (أ م2) كما بالشكل رقم (15).

مثال1 :

(س ، ص) قطعتا أرض بينهما الحد المتعرج (أ ب) كما هو موضح بالشكل رقم (16).
المطلوب هو تعديل هذا الحد إلى حد آخر مستقيم يمر بنقطة (أ) .



شكل رقم (16)

الحل :

1. **الخطوة العملية :**

نقوم بوضع الخط (أ م) بشكل تقريبي بحيث يمثل الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين ، ثم نضع شريطاً على الخط المستقيم (أ م) وبشريط آخر نقوم بقياس البعد العمودي على هذا الخط وحتى الحد المتعرج عند كل تغيير فتكون الأبعاد كما هي موضحة بالشكل رقم (16).

م	المسافة المقاسة على الخط (أ م)	طول العمود
1	5 متر	4 متر
2	12 متر	6 متر
3	15 متر	3 متر
4	18 متر	صفر
5	24 متر	3 متر

م	المسافة المقاسة على الخط (أ م)	طول العمود
6	29 متر	4 متر
7	33 متر	6 متر
8	40 متر	8 متر
9	43 متر	3 متر

جدول يوضح الأبعاد على شكل (16)

2. الخطوة الحسابية :

عند اختيار الخط (أ م) نلاحظ أننا أضفنا إلى قطعة الأرض (س) المساحات (5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9) بينما اقتطعنا من نفس القطعة المساحات (1 ، 2 ، 3 ، 4) .

- مساحة الجزء (1) = ½ × 5 × 4 = 10 م^2 .
- مساحة الجزء (2) = ½ ×(6+4) × 7 = 35 م^2 .
- مساحة الجزء (3) = ½ × (6+3) × 3 = 13.5 م^2 .
- مساحة الجزء (4) = ½ × 3 × 3 = 4.5 م^2 .

∴ إجمالي المساحة المأخوذة من القطعة (س) =(10 + 35 + 13.5 + 4.5) = 63 م^2

- مساحة الجزء (5) = ½ × 6 × 3 = 9 م2 .
- مساحة الجزء (6) = ½ ×(4+3) × 5 = 17.5 م2 .
- مساحة الجزء (7) = ½ × (6+4) × 4 = 20 م2 .
- مساحة الجزء (8) = ½ ×(6+8) × 7 = 49 م2 .
- مساحة الجزء (9) = ½ × (8+3) × 3 = 16.5 م2 .

∴ إجمالي المساحة المضافة للقطعة (س) =(9 + 17.5 + 20 + 49 + 16.5) = 112 م^2

مما سبق نجد أن المساحة المضافة أكبر من المساحة المستقطعة ، لذا يجب تحريك نقطة (م) إلى الأعلى عند نقطة (م1) .

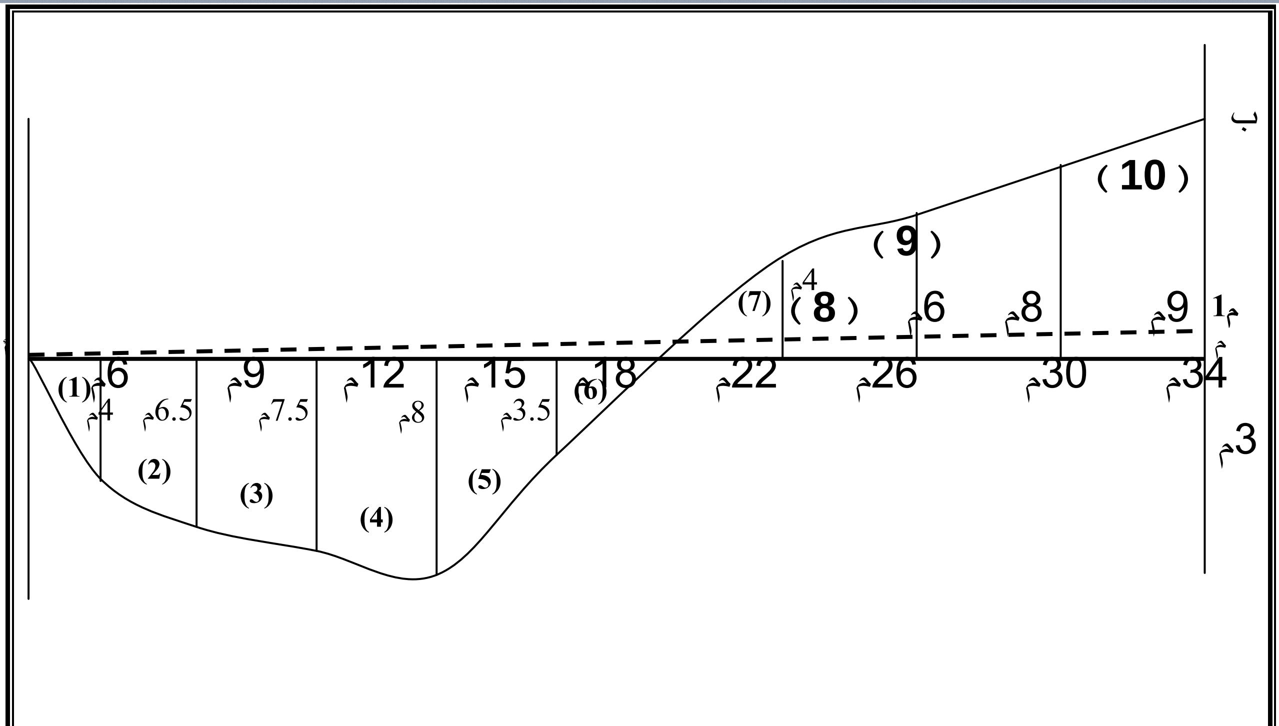
∴ م م1 = (2 × فرق المساحة) ÷ طول الحد (أ م)

= 2 × (112 – 63) ÷ 43 = 2.28 متر .

ويكون الحد الفاصل بين القطعتين هو الخط (أ م1) كما هو موضح بالشكل رقم (16) السابق .

مثال2 :

قطعتا أرض (س ، ص) بينهما الحد المنحنى (أ ب) والمطلوب تعديل هذا الحد المنحنى بين القطعتين إلى حد مستقيم على أن يمر خط التقسيم بالنقطة (أ) ، كما هو موضح بالشكل رقم (17) ؟



شكل رقم (17) يمثل الخطوات العملية لعملية تعديل الحدود

م	المسافة المقاسة على الخط (أ م)	طول العمود
1	3 متر	4 متر
2	6 متر	6.5 متر
3	9 متر	7.5 متر
4	12 متر	8 متر
5	15 متر	3.5 متر

م	المسافة المقاسة على الخط (أ م)	طول العمود
6	18 متر	صفر
7	22 متر	4 متر
8	26 متر	6 متر
9	30 متر	8 متر
10	34 متر	9 متر

1. الخطوة العملية :

- نبدأ بوضع الخط المستقيم (أ م) بشكل تقريبي ويعتبر الحد الفاصل بين القطعتين وعموديا على (م ب) .
- نقسم الجزء المستقطع من (س) على الخط (أ م) إلى عدد زوجي متساوٍ بطول (3 م) ونقيس الأبعاد العمودية من الخط (أ م) وحتى حـــــدود المنحنى ونسجلها على

الخريطة فتنتج المساحات (1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6) كما هو موضح بالشكل (17).

- نقسم الجزء المضاف إلى القطعة (س) على الخط (أ م) إلى عدد زوجي متساوٍ بطول (4 م) مثلاً ونقيس الأبعاد العمودية من الخط (أ م) إلى حدود المنحنى ونسجلها على الخريطة فتنتج المساحات (7 ، 8 ، 9 ، 10) كما هو موضح بالشكل (17) .

2. الخطوة الحسابية :

الحد بين القطعتين منحنى وعدد الأقسام زوجي .

∴ يمكن تطبيق طريقة سمبسون لحساب المساحات المضافة والمستقطعة للقطعة (س) .

المساحات المستقطعة من القطعة(س) (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)

= س ÷ 3 × { العمود الأول+العمود الأخير+(2 × الأعمدة الفردية) + (4 × الأعمدة الزوجية) }

= 3 ÷ 3 × { صفر + صفر + [2 × (6,5 + 8)] + 4 × [(4 + 7,5 + 3,5)] }

= 1 × (29 + 60) = 89 م 2

المساحة المضافة للقطعة س (7 + 8 + 9 + 10)

= 4 ÷ 3 × { صفر + 9 +[(2 × 6)]+[(4 × (4 + 8)]}

= 4 ÷ 3 × (69) = 92 م 2

المساحة المضافة أكبر من (<) المساحة المستقطعة بمقدار (92 – 89) = 3 م 2

∴ يجب نقل نقطة (م) إلى الموضع (م 1) بمقدار = (2 × 3) ÷ 34 = 0,18 م = 18 سم

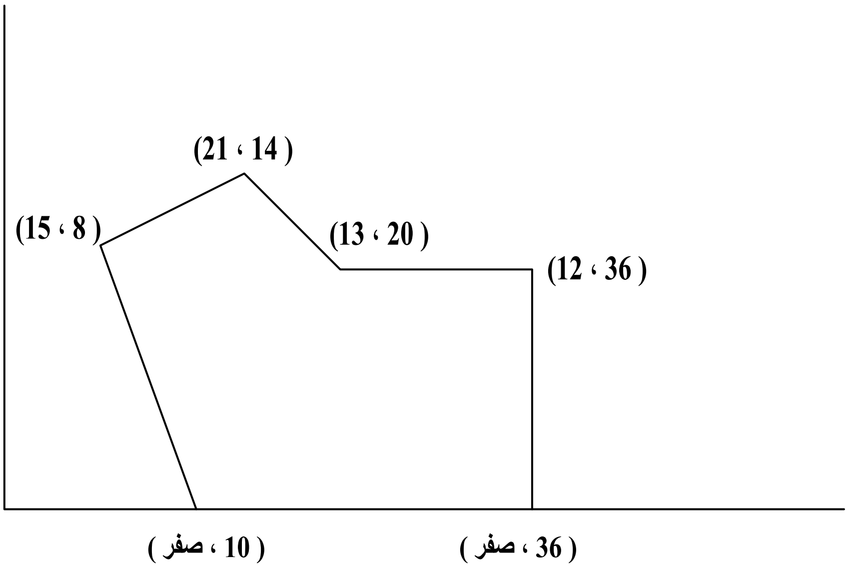
وبهذا يكون الحد الفاصل المستقيم بين القطعتين هو الخط (أ م 1) .

تمــاريــن

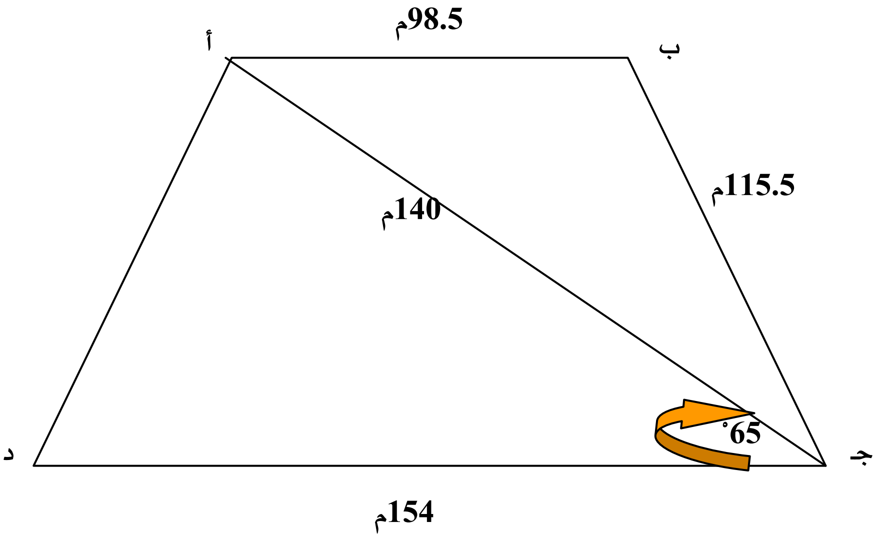
1. احسب المساحة الواقعة داخل المضلع المغلق (أ ب جـ د هـ) إذا كانت إحداثيات رؤوسه بالمتر كما يلي :

النقطة	س	ص
أ	150.4	85.4
ب	170.6	100.3
جـ	176.5	90.2
د	189.4	80.6
هـ	181.5	65.3

2. المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل المضلع الموضح بالشكل علماً بأن الإحداثيات (س ، ص) الموضحة بالمتر.

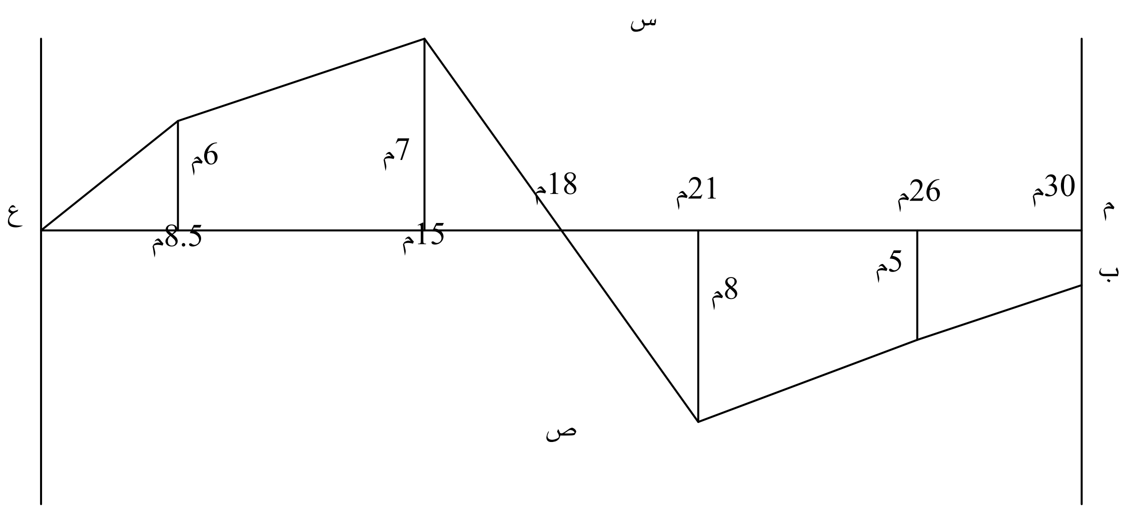


3. قطعة الأرض الموضحة بالشكل رقم (18) يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين على أن يمر خط التقسيم بنقطة (أ) علما بأن الأبعاد موضحة بالمتر.



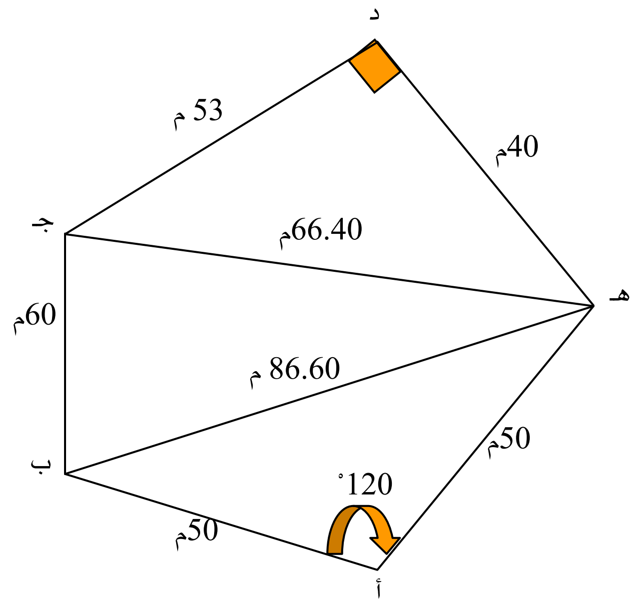
شكل رقم (18)

4. قطعتا أرض (س ، ص) بينهما الخط المتعرج (ع ب) ، والمطلوب تعديل هذا الحد إلى خط مستقيم بحيث يمر هذا الخط المستقيم بالنقطة (ع) . (الشكل رقم (19) .



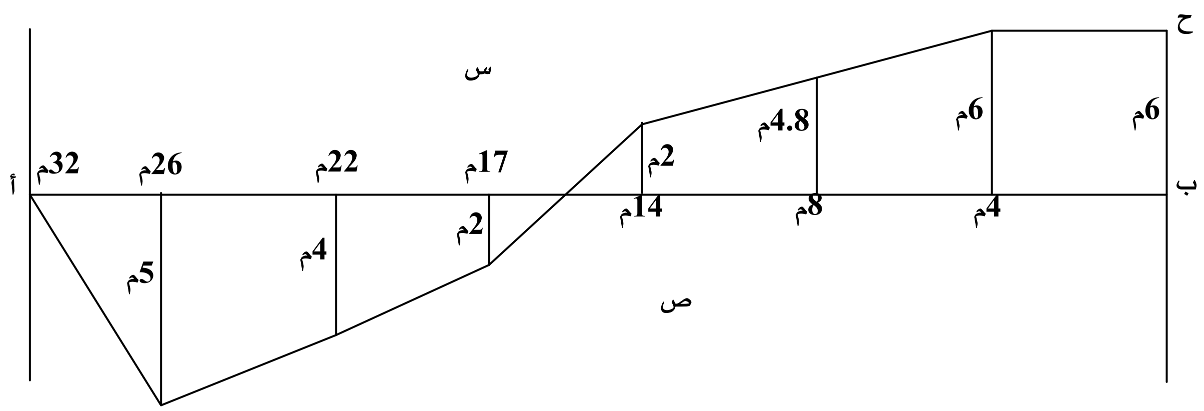
شكل رقم (19)

5. قطعة أرض كما هي موضحة بالشكل رقم (20) يراد تقسيمها إلى قسمين متساويين بحيث يمر خط التقسيم بالنقطة (هـ)، ولذلك تم عمل الكروكي المرفق بالشكل وأخذت عليه المسافات والزوايا المطلوبة، والمطلوب تعيين طرفي خط التقسيم ومساحة كل قطعة.



شكل رقم (20)

6. اتفق مالكا قطعتي أرض (س ، ص) على تعديل الحدود بينهما (أ ح) المتعرج بحد مستقيم ، فقامت فرقة المساحة باختيار الحد الجديد ورسم كروكي عام له (شكل رقم 21) وقامت برفع الحد المتعرج وذلك بإسقاط أعمدة على الخط المستقيم عند نقاط التغير وكانت كما هي موضحة بالشكل ، المطلوب إيجاد مكان الحد الصحيح بين القطعتين على أن يمر الخط بالنقطة (أ) .



شكل رقم (21)

الوحدة الثامنة

أنواع الأخطاء ومصادرها

أنواع الأخطاء ومصادرها

- **اسم الوحدة :** مصادر الأخطاء.
- **الجدارة:**

التعرف على مصادر الأخطاء التي تحدث في الأرصاد المساحية بأنواعها المختلفة كالأخطاء الشخصية والتي تحدث نتيجة الراصد نفسه والأخطاء الآلية التي تحدث نتيجة سوء استخدام الأجهزة والأخطاء الطبيعية نتيجة تغير الأحوال الجوية ، كما يتم التعرف على الأنواع المختلفة لتلك الأخطاء.

- **الأهداف:**

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

- يتعرف على الأنواع المختلفة لمصادر الأخطاء وكيفية معالجتها.
- يعدد أنواع الأرصاد المختلفة وكيفية التغلب عليها.

- **مستوى الأداء المطلوب :** أن يصل المتدرب إلى إتقان الجدارة بنسبة 100 ٪
- **الوقت المتوقع للتدريب على الجدارة :** 12 ساعة.
- **الوسائل المساعدة :**
  - الآلة الحاسبة.
  - القوانين الرياضية.
  - التطبيقات العملية (أمثلة محلولة).
- **متطلبات الجدارة :**

أن يكون المتدرب قادراً على تطبيق العمليات الحسابية باستخدام الآلة الحاسبة، وأن تكون لديه الخلفية الكافية عن العلاقات الرياضية المختلفة.

مقدمة :

للحصول على قيمة عددية لأية زاوية أو مسافة فإن ذلك لا يأتي مباشرة ، بل إنه لا بد أن يقوم الراصد بعدة عمليات للحصول على هذه القيمة ، فعلى سبيل المثال لو استخدمنا جهاز المحطة الشاملة (Total Station) للحصول على قيمة زاوية فإن على الراصد أن يقوم بالخطوات التالية :

- احتلال النقطة وتحقيق شروط الضبط المؤقت للجهاز (ضبط الأفقية و التسامت).
- التوجيه على الهدف.
- تصفير قيمة الزاوية الأفقية على الهدف المرجع.
- التوجيه على الهدف.
- قراءة قيمة الزاوية.
- تسجيل القراءة الخاصة بالزاوية الأفقية في الجداول المعدة لذلك.
- حسابات إيجاد قيم الزوايا المرصودة.

فعند تطبيق هذه الخطوات نحصل على قيمة الزاوية المقاسة ولا تخلو جميع هذه الخطوات من الخطأ نتيجة اختلاف قدرات الراصد واختلاف العوامل الجوية وإمكانات الجهاز المستخدم.

القياس :

هو إيجاد قيمة عددية للشيء المقاس (زاوية أو طول) وعملية القياس تشمل الآتي:

1. راصد .
2. الجهاز المستخدم في القياس.
3. الطريقة المتبعة في القياس.
4. العوامل الطبيعية المحيطة بعملية الرصد.

ويرجع سبب اختلاف قيمة الكمية المقاسة عند تكرار القياس إلى عدة عوامل هي:

1. عدم الكمال في حواس الإنسان مثل السمع والبصر واللمس.
2. عدم إمكانية صنع أجهزة و أدوات قياس تصل إلى درجة الكمال.
3. اختلاف العوامل الجوية من حرارة ورياح وضغط أثناء القياس عنها أثناء المعايرة.

الخطأ الحقيقي True Error :

هو الفرق بين القيمة المقاسة والقيمة الحقيقية ، وقد يكون سالباً أو موجباً ويمثل مدى ابتعاد القيمة المقاسة عن القيمة الحقيقية . ويمكن حسابه كالتالي :

الخطأ الحقيقي = القيمة المقاسة – القيمة الحقيقية

نظراً لتعذر معرفة القيمة الحقيقية لأي شيء مقاس فلا يمكن معرفة قيمة الخطأ الحقيقي ولذلك سوف يتم استبدال القيمة الحقيقية بقيمة أقرب ما يمكن إليها وهي المتوسط الحسابي ويسمى الخطأ في هذه الحالة بالفرق.

مصادر الأخطاء :

للأخطاء المحتمل حدوثها في القياسات مصادر ثلاثة هي:

1. الأخطاء الشخصية.
2. الأخطاء الآلية.
3. الأخطاء الطبيعية.

1. الأخطاء الشخصية Personal Errors :

وهي أخطاء تنتج من إمكانات الراصد نفسه فلكل راصد إمكانات سمعية وبصرية وحسية، وعدم الكمال في هذه الحواس يسبب هذا النوع من الأخطاء.

م	أمثلة على الأخطاء الشخصية	معالجة هذه الأخطاء
1	عدم العناية والإهمال أثناء الرصد .	التدريب الجيد واكتساب الخبرات
2	التوجيه الخطأ .	
3	التسجيل الخطأ للأرصاد .	
4	الخطأ في الحسابات .	

2. الأخطاء الآلية Instrumental Errors

وهي الأخطاء الناتجة من الأجهزة المستخدمة في الرصد نتيجة عدم صنع أجهزة و أدوات القياس بدرجة تصل إلى درجة الكمال.

م	أمثلة على الأخطاء الآلية	معالجة هذه الأخطاء
1	اختلاف الطول الحقيقي للشريط عن الطول الاسمي.	معايرة الجهاز للتأكد من صلاحيته للرصد.
2	عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية للجهاز.	الرصد على عدة أقواس ببدايات مختلفة.
3	عدم تعامد المحاور الرئيسة للجهاز.	الرصد في الموضعين المتياسر و المتيامن .
4	عدم مرور المستوى الذي ترتد منه الأشعة في العاكس بالمستوى الرأسي الذي يمر بالنقطة.	إدخال قيمة ثابت العاكس للجهاز (mm)

3. الأخطاء الطبيعية Natural Errors

وهي الأخطاء التي تنشأ نتيجة التغيرات المستمرة في العوامل الجوية من رياح وحرارة وضغط جوي.

م	أمثلة على الأخطاء الطبيعية	معالجة هذه الأخطاء
1	شدة الرياح .	مراعاة الإرشادات بدليل كل جهاز حيث يمكن عن طريق معرفة درجة الحرارة والضغط الجوي أثناء العمل للحصول على الثابت النسبي (p.p.m) . وإدخاله في الجهاز حتى يقوم بتصحيح المسافة المقاسة ونحصل على المسافة المصححة للعوامل الجوية .
2	درجة الحرارة .	
3	الضغط الجوي	

أنواع الأخطاء:

تنقسم أنواع الأخطاء إلى ثلاثة أنواع هي :

1. الغلط .
2. الأخطاء المنتظمة .
3. الأخطاء العشوائية .

1. **الغلط** Gross Error or Mistake :

وهو خطأ كبير المقدار وملحوظ بالنسبة لباقي الأرصاد ويوصى بحذف هذا النوع لكبر قيمته غير الطبيعية وسط الأرصاد.

م	أمثلة على أنواع الغلط	طريقة معالجة الخطأ
1	عدم اهتمام الراصد وإهماله.	الحرص والاهتمام أثناء العمل .
2	السهو أو النسيان .	تطبيق الاشتراطات الهندسية مثل مجموع الزوايا حول نقطة يجب أن يساوي 360درجة .
3	التوجيه أو التسجيل الخطأ.	تكرار عملية القياس .

مثال :

زاوية أفقية (أ ب جـ) تم قياسها أربع مرات فكانت نتائج القياس كالآتي :

م	//	/	o
1	50	14	93
2	30	14	93
3	10	14	83
4	00	15	93

بمراجعة الأرصاد نلاحظ أن الرصده رقم (3) هي غلط لأنها تعتبر رصدة لا تتماشى مع قيمة الزاوية المرصودة لذا يجب علينا حذف هذه الأرصدة .

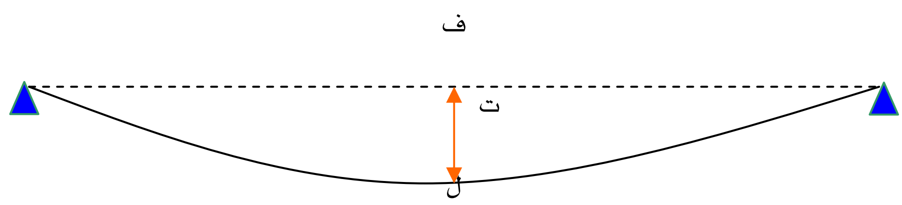
2. الأخطاء المنتظمة Systematic Errors :

وهي أخطاء منتظمة الحدوث حيث إنها تتبع قانون فيزيائي معين ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ومن ثم يمكن إيجاد قيمة الخطأ ثم إيجاد القيمة المصححة، ويحدث هذا النوع من الأخطاء في القياسات نتيجة أسباب مختلفة ومصدر هذه الأخطاء: شخصي أو طبيعي أو آلي.

أ – أخطاء منتظمة مصدرها شخصي (الراصد).

وهي أخطاء تنتج من الراصد نفسه، ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ومن هذه الأخطاء ما يلي:

1. انحناء الشريط أثناء عملية القياس :



شكل رقم (8- 1) يوضح انحناء الشريط أثناء القياس

عند معايرة الشريط يكون مفرودا فوق سطح مستو ولكن عند استخدام الشريط في القياس عادة يكون محملا من طرفيه وعلى هذا لا يكون مستقيما كما في حالة المعايرة بل يأخذ شكل منحنٍ طوله هو (ل) والمسافة الأفقية هي (ف) والمطلوب حسابها بين النقطتين كما هو موضح بالشكل رقم (8- 1) . هذه المسافة يمكن حسابها من المعادلة الآتية :

$$\text{الخطأ الناتج من انحناء الشريط للطرحة الواحدة} = \frac{8 \times \text{ت}^2}{3 \times \text{ل}}$$

حيث :

- ف= طول الخط الحقيقي (الأفقي).
- ل = الطول المقاس (المنحنى).
- ت = مقدار الانحناء في منتصف الشريط.

مثال 1 :

قيست مسافة أفقية (أ ب) بشريط طوله = 20 متراً وكانت قيمة الانحناء ت = 40 سم في منتصف الشريط . احسب طول الخط الحقيقي إذا كانت المسافة المقاسة = 40 مترا .

الحل : الخطأ الناتج من انحناء الشريط للطرحة الواحدة = $\frac{8 \times \text{ت}^2}{3 \times \text{ل}}$

الخطأ الناتج من انحناء الشريط للطرحة الواحدة = $\frac{8 \times 40^2}{3 \times 20}$ = 2.13 سم.

عدد الطرحات = المسافة المقاسة ÷ طول الشريط = 40 ÷ 20 = 2 طرحة .

الخطأ في الطرحتين = 2 × 2.13 = 4.26 سم = 0.04 متراً .

المسافة الأفقية (ف) = المسافة المقاسة – الخطأ الناتج من انحناء الشريط في الطرحتين

= 40 - 0.04 = 39.96 متراً .

==

مثال 2 :

قيست المسافة الأفقية (أ ب) فكانت = 300 متر ، وقد تم قياسها بشريط طوله =20 متراً ، وكانت قيمة الانحناء عند منتصف الشريط = 25 سم.

المطلوب حساب طول الخط (أ ب) الحقيقي.

الحل :

الخطأ الناتج من انحناء الشريط للطرحة الواحدة = $\frac{8 \times \text{ت}^2}{3 \times \text{ل}}$ = $\frac{8 \times 25^2}{3 \times 2000}$ = 0.83 سم

عدد الطرحات = 300 ÷ 20 = 15 طرحة .

خطأ الانحناء في كل الطرحات = عدد الطرحات × الخطأ في الطرحة الواحدة

= 15 × 0.83 = 12.45 سم = 0.12 متراً .

المسافة الأفقية = ل - الخطأ الناتج من انحناء الشريط

= 300 - 0.12 = 229.88 متراً .

2. خطأ التوجه :

ينتج عند القياس في خط متعرج بدلاً من الخط المستقيم ، أية عند القياس على أكثر من طرحة نحصل على طول أكبر من الطول الحقيقي نتيجة الخطأ في التوجيه بالعين المجردة وتصبح قيمة التصحيح في هذه الحالة :

مقدار التصحيح = $\frac{\text{ع}^2}{2 \times \text{م}}$

من حيث :

- ع : مقدار الخطأ في التوجيه.
- م : الطول المقاس.

ويكون حساب الطول الحقيقي من خلال المعادلة الآتية :

الطول الحقيقي = الطول المقاس – مقدار التصحيح

مثال1 :

قيس طول الخط (أ ب) على عدة طرحات و كان خطأ التوجيه (ع = 50 سم).

احسب الطول الحقيقي للخط (أ ب) إذا كان الطول المقاس للخط نفسه = 45 متراً .

الحل :

مقدار التصحيح = $\frac{0.5^2}{2 \times 45}$ = 0.003 متراً .

الطول الحقيقي للخط (أ ب) = الطول المقاس – مقدار التصحيح

= 45 - 0.003

= 44.997 متراً .

==

مثال2 :

قيس طول الخط (س ص) فكان طوله = 38 متراً ، وتم ذلك بخطأ توجيه عند نهاية الخط مقداره 80 سم. احسب الطول الحقيقي للخط (س ص) ؟

الحل :

مقدار التصحيح = $\frac{0.8^2}{2 \times 38}$ = 0.008 متراً .

الطول الحقيقي للخط (أ ب) = الطول المقاس – مقدار التصحيح

= 38 - 0.008

= 37.992 متراً .

ب – أخطاء منتظمة مصدرها آلي :

وهي أخطاء تنتج من الجهاز المستخدم ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية ، ومن هذه الأخطاء : استخدام شريط يختلف طوله الحقيقي عن طوله الاسمي ويمكن التعبير عن الطول الحقيقي بالمعادلة التالية :

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي للشريط ± مقدار الخطأ في طول الشريط (1)

$$\text{الطول الحقيقي للخط} = \text{الطول المقاس للخط} \times \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط}}{\text{الطول الاسمي للشريط}} \qquad (2)$$

وإذا استخدمنا قياسات الشريط في تعيين مساحة قطعة أرض ، فيمكن إيجاد المساحة الحقيقية كالتالي:

$$\text{المساحة الحقيقية} = \text{المساحة المعينة بالشريط} \times \left[\frac{\text{الطول الحقيقي للشريط}^2}{\text{الطول الاسمي للشريط}^2}\right] \qquad (3)$$

كما يمكن حساب المساحة الحقيقية من القانون الآتي في حالة استخدام شريطين مختلفين :

$$\frac{\text{المساحة الحقيقية}}{\text{المساحة المقاسة}} = \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط الأول} \times \text{الطول الحقيقي للشريط}}{\text{الطول الاسمي للشريط الأول} \times \text{الطول الاسمي للشريط}} \qquad (4)$$

مثال1 :

تم قياس المسافة (أ ب) فكانت = 198 متراً وذلك عند استخدام شريط ينقص طوله 10 سم عن الطول الاسمي (20 مترا) . احسب الطول الحقيقي للخط (أ ب) .

الحل :

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي للشريط ± مقدار الخطأ في طول الشريط

$$= 20 - 0.10 = 19.90 \text{ متراً}$$

$$\text{الطول الحقيقي للخط} = 198 \times \frac{19.90}{20} = 197.01 \text{ م}$$

مثال2 :

قيس طول الخط (أ ب) بشريط طوله 30 متراً ، ويزيد طوله الحقيقي عن طوله الاسمي بـ 15 سم ، فكانت المسافة = 122.5 متراً . احسب المسافة الحقيقية لطول الخط (أ ب) .

الحل :

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي للشريط ± مقدار الخطأ في طول الشريط

= 30 + 0.15 = 30.15 متراً .

الطول الحقيقي للخط = 122.50 × $\frac{30.15}{30}$ = 123.11م

==

مثال3 :

تم تعيين مساحة قطعة أرض بعد قياس أبعادها وذلك بشريط ينقص طوله الحقيقي عن طوله الاسمي بـ 20 سم ، فكانت المساحة = 4500 م^2 . احسب المساحة الحقيقية إذا كان طول الشريط الاسمي =30م.

الحل :

الطول الحقيقي للشريط = الطول الاسمي للشريط ± مقدار الخطأ في طول الشريط

= 30 - 0.20 = 29.80 متراً .

المساحة الحقيقية = المساحة المعينة بالشريط × $\left(\frac{\text{الطول الحقيقي للشريط}^2}{\text{الطول الاسمي للشريط}^2}\right)$

المساحة الحقيقية = 4500 × $\left(\frac{29.80^2}{30^2}\right)$ = 4440.20 م^2

==

مثال4 :

احسب المساحة الحقيقية لقطعة أرض على شكل مستطيل ، قيس طولها بشريط تيل طوله الاسمي 20 متراً فكان 225 متراً ، وعند معايرة الشريط وجد أن طوله الحقيقي 19.20 مترا ، ثم قيس عرضها بشريط تيل آخر طوله الاسمي 30 متراً فكان 180 متراً وعند معايرة الشريط وجد أن طوله الحقيقي 29.40 متراً.

الحل :

المساحة المقاسة = طول قطعة الأرض × عرضها = 225 × 180 = 40500 متراً .

$$\frac{\text{المساحة الحقيقية}}{\text{المساحة المقاسة}} = \frac{\text{الطول الحقيقي للشريط الأول} \times \text{الطول الحقيقي للشريط الثاني}}{\text{الطول الاسمي للشريط الأول} \times \text{الطول الاسمي للشريط الثاني}}$$

$$\frac{\text{المساحة الحقيقية}}{40500} = \frac{29.40 \times 19.20}{30 \times 20}$$

$$\text{المساحة الحقيقية} = \frac{29.40 \times 19.20}{30 \times 20} \times 40500 = 38102.40 \text{ م}^2$$

جـ – أخطاء منتظمة مصدرها طبيعي :

وهي أخطاء تنتج من العوامل الطبيعية (درجة الحرارة،و الضغط الجوي) ويمكن التعبير عنها بمعادلة رياضية مثل القياس في درجة حرارة تختلف عن درجة حرارة المعايرة .

مقدار التصحيح = معامل تمدد الشريط × (درجة الحرارة أثناء القياس – درجة الحرارة أثناء المعايرة) × الطول المقاس

مثال1 :

قيس طول الخط (أ ب) فكان 127.15 متراً ، وتم ذلك بشريط صلب معامل تمدده (0.00012) وكانت درجة الحرارة 38˚ درجة مئوية ، احسب الطول المصحح للخط (أ ب) إذا علمت أن درجة حرارة المعايرة 25˚ درجة مئوية.

الحل :

مقدار التصحيح = معامل تمدد الشريط × (درجة الحرارة أثناء القياس – درجة الحرارة أثناء المعايرة) × الطول المقاس

= $0.00012 \times (38 - 25) \times 127.15$

= 0.198 متراً .

الطول المصحح = الطول المقاس + مقدار التصحيح

= $127.15 + 0.198 = 127.348$ متراً .

مثال2:

قيست مسافة أفقية فكانت 115.40 متر بشريط صلب معامل تمدده 0.000125 وذلك في درجة حرارة 20 درجة مئوية . احسب المسافة الأفقية المصححة إذا علمت أن درجة حرارة المعايرة 35 درجة مئوية .

الحل :

مقدار التصحيح = معامل تمدد الشريط × (درجة الحرارة أثناء القياس – درجة الحرارة أثناء المعايرة) × الطول المقاس .

= 0.000125 × (20 - 35) × 115.40

= - 0.216 متراً .

الطول المصحح = الطول المقاس + مقدار التصحيح

= 115.40 – 0.216 = 115.18 متراً .

3. الأخطاء العشوائية Random Errors :

هي أخطاء صغيرة المقدار في القياسات المتكررة تسلك سلوكا عشوائياً بعضها سالب والبعض الآخر موجبا ولا تحكمها معادلة رياضية ، منها ما مصدره شخصي ومنها ما هو مصدره آلي ومنها ما هو طبيعي كما هو موضح بالجدول الآتي :

مصدر الأخطاء العشوائية	أمثلة على الأخطاء العشوائية	كيفية معالجة هذه الأخطاء
شخصي	▪ عدم إجراء التسامت بدقة. ▪ عدم ضبط الأفقية ضبطاً دقيقاً.	لا يمكن حذف هذه الأخطاء العشوائية ولكن يمكن التقليل من تأثيرها على النحو الآتي : ▪ بتكرار القياس وببدايات مختلفة وفي الوضعين المتيامن والمتياسر . ▪ أخذ المتوسط الحسابي . ▪ الرصد في أوقات مختلفة لتلاشي الخطأ الناتج من العوامل الجوية .
آلي	عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية .	
طبيعي	وجود رياح شديدة أثناء العمل	

مثال 1 :

زاوية أفقية تم رصدها خمس مرات فكانت نتائج القياس كالتالي :

م	قيمة الزاوية المرصودة		
	//	/	o
1	20	15	102
2	00	16	102

3	10	26	102
4	10	15	102
5	15	15	102

والمطلوب تنقية هذه الأرصاد من الغلط وتقليل تأثير الأخطاء العشوائية .

الحل :

1. من جدول الأرصاد السابق نجد أن الرصدة رقم (3) تعتبر رصدة بها غلط حيث الفرق في قيم الدقائق كبير جداً مما يجعلنا نستبعدها من الحسابات .
2. لتقليل تأثير الأخطاء العشوائية نجمع الأرصاد الأربعة المتبقية ونقسمها على أربع قيم للزاوية المرصودة وذلك للحصول على المتوسط الحسابي للزاوية :

م	قيمة الزاوية المرصودة			المتوسط الحسابي
	//	/	o	المجموع الجبري للأرصاد ÷ عدد مرات القياس
1	20	15	102	$102^\circ\ 15'\ 26.25''$
2	00	16	102	
3	10	15	102	
4	15	15	102	

تمارين

س1 : اذكر مصادر الأخطاء المختلفة ، مع ذكر مثال لكل مصدر من مصادر الأخطاء .

س2 : عدد أنواع الأخطاء مع إعطاء مثال لكل نوع ، واذكر كيفية معالجة هذه الأخطاء .

س3 : اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس فيما يلي :

أ. عدم شد الشريط بشكل جيد هو خطأ (شخصي ، آلي ،طبيعي) .

ب. عدم تساوي أقسام الدائرة الأفقية للجهاز هو خطأ (شخصي ،آلي ،طبيعي) .

ج. القياس في درجة حرارة مختلفة عن درجة المعايرة هو خطأ منتظم مصدره (شخصي ، آلي ،طبيعي) .

د. عدم ضبط أفقية الجهاز بشكل جيد هو خطأ (غلط ،منتظم، عشوائي) .

ه. خطأ توجيه الشريط أثناء القياس على عدة طرحات هو خطأ (غلط ، منتظم ، عشوائي) ومصدره يكون (شخصي ،آلي ،طبيعي) .

س4 : قطعة أرض على شكل مستطيل قيس طوله بشريط يزيد طوله عن الطول الاسمي (30متراً) بمقدار (15 سم) فكان طول الخط يساوي (24.60 متراً) ثم قيس عرض المستطيل بشريط آخر ينقص عن الطول الاسمي (20 متراً) بمقدار (10 سم) فكان الطول المقاس (16.50) . احسب المساحة الحقيقية لقطعة الأرض .

س5 : قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس القاعدة والارتفاع على أكثر من طرحة بانحناء في وسط الشريط مقداره (60 سم) فكانت القاعدة (36.5 متراً) والارتفاع (54.60 متراً) احسب المساحة الحقيقية لقطعة الأرض إذا علمت أن طول الشريط المستخدم في عملية القياس (30 متراً) .

س6 : تم قياس طول الخط (أ ب) على عدة طرحات وكان خطأ التوجيه = 90سم والمسافة (أ ب) تساوي (142.90 متر) . احسب الطول الحقيقي للخط (أ ب)

نموذج تقويم المتدرب لمستوى أدائه

يعبأ من قبل المتدرب وذلك بعد التدريب العملي أو أي نشاط يقوم به المتدرب

بعد الانتهاء من التدريب على أنواع الأخطاء ومصادرها، قوِّم نفسك وقدراتك بواسطة إكمال هذا التقويم الذاتي بعد كل عنصر من العناصر المذكورة، وذلك بوضع علامة (✓) أمام مستوى الأداء الذي أتقنته، وفي حالة عدم قابلية المهمة للتطبيق ضع العلامة في الخانة الخاصة بذلك.

اسم النشاط التدريبي الذي تم التدرب عليه : أنواع الأخطاء ومصادرها

م	العناصر	مستوى الأداء (هل أتقنت الأداء)			
		غير قابل للتطبيق	لا	جزئيا	كليا
.2					
.3					
.4					
.5					
.6					
.7					
.8					
.9					

يجب أن تصل النتيجة لجميع المفردات (البنود) المذكورة إلى درجة الإتقان الكلي أو أنها غير قابلة للتطبيق، وفي حالة وجود مفردة في القائمة "لا" أو "جزئيا" فيجب إعادة التدرب على هذا النشاط مرة أخرى بمساعدة المدرب.

الوحدة التاسعة

ضبط الأرصاد المساحية

ضبط الأرصاد المساحية

الجدارة:

التعرف على ضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد متساوية ومختلفة الأوزان ، وحساب القيمة الأكثر احتمالاً ، وحساب معايير دقة الأرصاد.

الأهداف:

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

- يضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد متساوية الأوزان.
- يضبط القياسات الطولية والزاوية للأرصاد مختلفة الأوزان.
- يحكم على مجموعة من الأرصاد عن طريق معايير دقة الأرصاد.
- يقوم بتصحيح الزوايا الداخلية للأشكال المغلقة.

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل المتدرب إلى إتقان الجدارة بنسبة 100 ٪

الوقت المتوقع للتدريب على الجدارة : 39 ساعة.

الوسائل المساعدة :

- الآلة الحاسبة.
- القوانين الرياضية.
- التطبيقات العملية (أمثلة محلولة).
- الجداول الحسابية.

متطلبات الجدارة :

أن يكون المتدرب قادراً على تطبيق العمليات الحسابية باستخدام الآلة الحاسبة وأن تكون لديه الخلفية الكافية عن العلاقات الرياضية المختلفة.

أولاً : ضبط الأرصاد الطولية والزاوية (للأرصاد متساوية الأوزان)

الأرصاد متساوية الأوزان :

هي الأرصاد التي لها نفس درجة الثقة والتي تؤخذ في ظروف متشابهة وكمثال لهذه الظروف :

- نفس الراصد .
- نفس الجهاز المستخدم في عملية الرصد .
- نفس العوامل الجوية .

أولاً : ضبط الأرصاد الطولية :

بعد تجميع الأرصاد الطولية من الطبيعة نقوم أولا بالتخلص من الغلطات ثم من الأخطاء المنتظمة حيث يتبقى بعد ذلك الأخطاء العشوائية ، وتعالج هذه الأخطاء طبقاً لنظرية الأخطاء أو الاحتمالات وذلك للتقليل من تأثيرها على الأرصاد ، ويتم ذلك بحساب القيمة الأكثر احتمالا للطول المقاس بمعرفة المتوسط الحسابي و الفروقات والانحراف المعياري والانحراف المعياري للمتوسط الحسابي .

1. المتوسط الحسابي (م) : Arithmetic Mean

يعتبر المتوسط الحسابي هو القيمة الأفضل و الأكثر قرباً من القيمة الحقيقية ويحسب المتوسط الحسابي في حالة أن جميع الأرصاد لها نفس درجة الثقة وذلك من المعادلة الآتية :

المتوسط الحسابي = المجموع الجبري للأرصاد ÷ عدد مرات القياس

∴ المتوسط الحسابي = [س_1 + س_2 +س_3 +000000 + $\text{س}_{\text{ن}}$] ÷ ن

$$\text{م} = \frac{[\ \text{س}\ ]}{\text{ن}} \qquad (1)$$

حيث : (م) : المتوسط الحسابي [س] : المجموع الجبري للأرصاد

ن : عدد مرات القياس .

طريقة أخرى لحساب المتوسط الحسابي للأرصاد من خلال القانون التالي :

$$\text{المتوسط الحسابي (م)} = \text{س} + \frac{[\text{س} - \text{سَ}]}{\text{ن}} \qquad (2)$$

حيث : سَ (هي قيمة ابتدائية مقدارها أقل من جميع القيم المرصودة ، وهذه الطريقة لحساب المتوسط الحسابي مفيدة في حالة قياس زاوية عدة مرات حيث يكون الاختلاف غالبا في الثواني فيمكن اعتبار سَ هي الدرجات والدقائق .

مثال1 :

قيس طول خط (أ ب) خمس مرات وكانت الأرصاد بعد التخلص من الغلط وتصحيح الأخطاء المنتظمة كما هي موضحة بالجدول الآتي ، والمطلوب حساب المتوسط الحسابي لطول الخط (أ ب) .

م	القيمة المقاسة بالأمتار
1	116.56
2	116.55
3	116.50
4	116.48
5	116.46

الحل :

$$م = \frac{[\,س\,]}{ن}$$

$$م = \frac{[\,س\,]}{ن} = \frac{[116.46 + 116.48 + 116.50 + 116.55 + 116.56]}{5} = 116.51م$$

الحل : بطريقة أخرى:

نقوم باختيار قيمة ابتدائية أقل من جميع قيم الأرصاد سَ = 116 متراً ، فتصبح القياسات بعد خصم قيمة سَ هي على النحو الآتي : (0.56 ، 0.55 ، 0.50 ، 0.48 ، 0.46 متراً)

المتوسط الحسابي (م) = سَ + $\frac{[\,س - سَ\,]}{ن}$

$$\frac{[0.56 ، 0.55 ، 0.50 ، 0.48 ،}{[0.465}$$

المتوسط الحسابي (م) = 116 + = 116 + 0.51 = 116.51 **متراً** .

==

مثال2 :

قيست زاوية أفقية أربع مرات فكانت نتائج القياس كما يلي :

م	//	/	o
1	10	43	57
2	12	43	57
3	08	43	57
4	14	43	57

المطلوب حساب المتوسط الحسابي لقيمة الزاوية المرصودة ؟

الحل :

$$\text{م} = \frac{[\text{س}]}{\text{ن}}$$

$$\text{م} = \frac{[75^\circ\,43'\,10'' + 57^\circ\,43'\,12'' + 57^\circ\,43'\,08'' + 57^\circ\,43'\,14'']}{4} = 57^\circ\,43'\,11''$$

الحل : بطريقة أخرى

نقوم باختيار قيمة ابتدائية أقل من جميع قيم الأرصاد س َ = 57˚ 43´ ، فتصبح القياسات بعد خصم قيمة س َ هي على النحو الآتي : (10 ، 12 ، 08 ، 14)

$$\text{المتوسط الحسابي (م)} = \text{س}' + \frac{[\text{س} - \text{س}']}{\text{ن}}$$

$$\text{المتوسط الحسابي (م)} = 57^\circ\,43' + \frac{[10'' + 12'' + 08'' + 14'']}{4} = 57^\circ\,43'\,11''$$

2. الفروقات (ف) : Residuals

هي عبارة عن الفرق بين المتوسط الحسابي (م) والكمية المقاسة (س).

ف = م – س (3)

ملحوظة :

المجموع الجبري للفروقات دائما يساوي الصفر ، حيث إن الفروقات السالبة تلغي الفرو قات الموجبة لذلك تتم هذه الفروقات حتى تعطي انطباعاً عن مقدار التباعد في قيم القياسات .

3. الانحراف المعياري للرصدة الواحدة (ك) : Standard Error

يعرف الخطأ المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع الفروقات ويعتبر معياراً للدقة لأي كمية مرصودة ضمن مجموعة أرصاد ، ويوضح الخطأ المعياري مقدار التشتت والتباعد في قيم الأرصاد عن القيمة المتوسطة ويرتبط دائما بالأخطاء العشوائية ويعرف بالخطأ المعياري أو الخطأ التربيعي المتوسط .

$$\text{ك} = \sqrt{\frac{[\text{ف}^2]}{\text{ن} - 1}} \qquad (4)$$

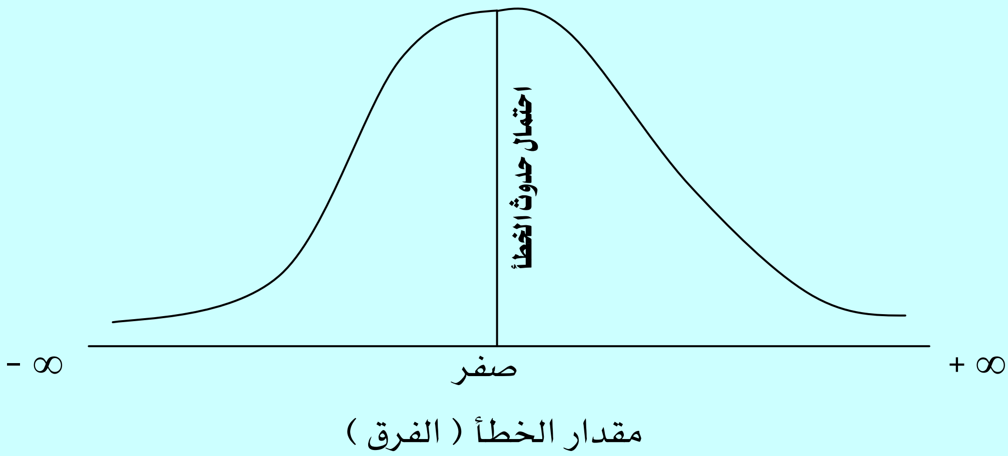
حيث :

- ك = الانحراف المعياري للرصدة الواحدة .
- ف^2 = مربع الفروقات .
- ن = عدد مرات القياس .
- [ ] = مجموع ما بداخلها .

ومعادلة الخطأ المعياري مستنتجة رياضياً من منحنى التوزيع الطبيعي للأخطاء أو منحنى الاحتمال أو منحنى الأخطاء .

ومن المعروف أن نظرية الأخطاء أو الاحتمالات تتعامل مع الأخطاء الموجودة في كمية ما إذا قيست بعدد لانهائي من المرات ،وتم حساب قيمة الخطأ في كل مرة وهو الفرق بين القيمة المقاسة والقيمة المحتملة ، وقد تم تمثيل هذا بيانياً بحيث يمثل على المحور الأفقي مقدار الخطأ (الفروقات) ويمثل على المحور الرأسي نسبة عدد الأخطاء للعدد الكلي فإننا نحصل على منحنى الاحتمال أو الأخطاء .

والشكل التالي يبين لنا الشكل المثالي لمنحنى الاحتمال :



شكل يبين منحنى الاحتمال

ومن خواص هذا المنحنى :

1. يشبه المنحنى شكل الجرس .
2. المنحنى متماثل حول المحور الرأسي (الصادات) .
3. الأخطاء الصغيرة أكثر حدوثاً من الأخطاء الكبيرة .
4. الخطأ الكبير جداً نادر الحدوث لعدم تقاطع المنحنى مع المحور الأفقي (حيث التقاطع يحدث نظريا فيما لانهاية) .
5. القيمة الصحيحة لكمية ما هي متوسط عدد لا نهائي من الأرصاد المباشرة .
6. نسبة الخطأ المتوقع حدوثها تساوي (± 0.6745 ك) 50٪ أية نصف الأخطاء ضمن هذا المقدار والنصف الآخر محتمل أن يكون خارجه لهذا سمي هذا المقدار (± 0.6745 ك) بالخطأ المحتمل .
7. احتمال حدوث خطأ قيمته (± ك) هو 68٪ أو بمعنى آخر فإن 68٪ من الأرصاد تحتوي على أخطاء تتراوح قيمتها بين (± ك) .
8. احتمال حدوث أخطاء تتراوح قيمتها بين (± 2ك) هو 95٪ أية إن 95٪ من الأرصاد تحتوي على أخطاء تتراوح قيمتها بين (± 2 ك) .
9. احتمال حدوث خطأ تتراوح قيمته (± 3 ك) هو 99.7 ٪ أية إن 99.7 ٪ من عدد الأرصاد بها خطأ تتراوح قيمتها بين (± 3 ك) وعليه يجب استبعاد أية أرصاد بها خطأ أو فرق تزيد قيمته عن (± 3 ك) .

مثال1 :

قس طول خط (أ ب) ثمان مرات فكانت نتائج القياس كما هي موضحة بالجدول الآتي :

م	الكمية المقاسة (س) بالمتر
1	184.24
2	184.25
3	184.26
4	184.30
5	184.28
6	184.22
7	184.25
8	184.20

المطلوب :

1. حساب المتوسط الحسابي للطول (أ ب) .
2. الخطأ التربيعي المتوسط للرصدة الواحدة .
3. هل هناك أرصاد يجب استبعادها ؟ ولماذا ؟

الحل :

م	الكمية المقاسة (س) بالمتر	المتوسط الحسابي (س)	الفـــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	184.24	184.25	0.01	0.0001
2	184.25		00	00
3	184.26		- 0.01	0.0001
4	184.30		- 0.05	0.0025
5	184.28		- 0.03	0.0009
6	184.22		0.03	0.0009
7	184.25		00	00
8	184.20		0.05	0.0025
المجموع	1474		000	0.0070

1. $م = \frac{[\ س\ ]}{ن}$

$م = \frac{[\ 1474\ ]}{8} = 184.25$ **متراً** .

2. $ك = \sqrt{\frac{[\ ف^2\ ]}{ن - 1}} = \sqrt{\frac{[\ 0.0070^2\ ]}{8 - 1}}$

ك = ± 0.03 **متراً**

3. يجب التحقق من أن جميع الأرصاد لا يزيد الفرق بها عن ± 3ك .

3ك = 3 × 0.03 = ± 0.09 م

وبمراجعة قيم الفروق (ف) بالجدول السابق نجد أنه لا توجد أي رصدة يزيد فيها الفرق عن ± 0.09 م حيث إن أكبر فرق هو - 0.05 م . ∴ لا توجد رصدة يجب استبعادها .

ملحوظة :

في حالة استبعاد أي رصدة يجب إعادة حساب المتوسط الحسابي والخطأ المعياري مرة أخرى.

4. الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م) Standard Deviation

يعتبر الخطأ المعياري للرصدة الواحدة أو لكمية فردية هو (ك) ، والخطأ المعياري للمتوسط الحسابي هو (ك م) ، ويعتبر ذلك من أهم العناصر الأساسية في تصميم وتنفيذ المشاريع المساحية حيث يتحدد على أساسها عدد مرات القياس أو عدد مرات الرصد المطلوبة لكي تحقق الدقة المطلوبة في مواصفات المشاريع المساحية المختلفة ، حيث الخطأ المعياري للرصدة الواحدة يكون معروف القيمة ويحصل عليه من دليل الجهاز المستخدم في الرصد أما الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي فيمكن حسابه من المعادلة التالية :

$$\text{ك م} = \pm \frac{\text{ك}}{\sqrt{\text{ن}}} \qquad (5)$$

$$\text{ك م} = \sqrt{\frac{[\,\text{ف}^2\,]}{\text{ن}(\text{ن}-1)}} \qquad (6)$$

حيث :

- ك م = الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي .
- ك = الانحراف المعياري للرصدة الواحدة .
- ف^2 = مربع الفروقات .
- ن = عدد مرات القياس .
- [ ] = مجموع ما بداخلها .

وهذه المعادلة مستنتجة على أساس أن الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي لا يعدو كونه مجموعة أرصاد كل رصدة تحمل نفس الخطأ المعياري .

مثال :

في مواصفات أحد المشاريع المساحية كان الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي المطلوب للزوايا المقاسة 0.40 ثانية ، وكان الخطأ المعيـــاري للرصدة الواحدة للجهاز الذي سوف يستخدم في عملية الرصد = 20 ثانية.

احسب عدد مرات القياس للزوايا لكي تحقق المواصفات المطلوبة.

الحل :

$$\text{ك م} = \pm \frac{\text{ك}}{\sqrt{\text{ن}}}$$ بتربيع الطرفين

$$\text{ك م}^2 = \text{ك}^2 \div \text{ن}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{\text{ك}^2}{\text{ك م}^2} = \frac{(2)^2}{(0.40)^2} = 25$$ مرة لقياس الزوايا .

5. القيمة الأكثر احتمالاً Most probable Value

القيمة الأكثر احتمالاً هي مصطلح رياضي يعبر عن المدى الذي تقع بداخله القيمة الصحيحة ويمكن حساب القيم الأكثر احتمالاً من المعادلة التالية :

القيمة الأكثر احتمالا = المتوسط الحسابي ± الخطأ المعياري المتوسط الحسابي

$$= \text{م} \pm \text{ك م} \qquad (7)$$

مثال 1:

قيس الضلع (أ ب) 6 مرات فكانت النتائج كما يلي :

(175.30 ، 175.34 ، 175.38 ، 175.36 ، 175.40 ، 175.32)

المطلوب حساب :

1. قيمة الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي في قياس الضلع (أ ب) .
2. القيمة الأكثر احتمالا لطول الضلع (أ ب) .

الحل :

م	الكمية المقاسة (س) بالمتر	المتوسط الحسابي (س)	الفــــــــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	175.32	175.35	0.03	0.0009
2	175.40		- 0.05	0.0025
3	175.36		- 0.01	0.0001
4	175.38		- 0.03	0.0009
5	175.34		0.01	0.0001
6	175.30		0.05	0.0025
المجموع	1052.20		صفر	0.007

1. $م = \frac{[\,س\,]}{ن}$

$م = \frac{[\,1052.20\,]}{6} = 175.35$ **متراً** .

2. $ك\,م = \sqrt{\frac{[\,ف^2\,]}{ن\,(ن-1)}} = \sqrt{\frac{[\,0.007\,]}{6\,(6-1)}}$

$= \pm 0.015$ **متراً** .

3. القيمة المحتملة لطول الضلع (أ ب) = م ± ك م

= 175.35 ± 0.015 متراً

= 175.35 ± 1.50 سم .

مثال2 :

قيست مسافة أفقية (و ع) 12 مرة وكانت القياسات بعد حذف الغلط وتصحيح الأخطاء المنتظمة كما يلي :

(220.11 ، 220.09 ، 220.06 ، 220.08 ، 220.04 ، 220.00 ، 219.96 ، 220.05 ، 219.94 ، 220.07 ، 220.10 ، 219.98) متراً.

المطلوب حساب :

1. قيمة الخطأ في قياس المسافة (و ع)
2. القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط (و ع)

الحل :

م	الكمية المقاسة (س) بالمتر	المتوسط الحسابي (س)	الفـــــــــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	220.11		-0.07	0.0049
2	220.09		-0.05	0.0025
3	220.06		-0.02	0.0004
4	220.08		-0.04	0.0016
5	220.04		0.00	0.0000
6	220.00		0.04	0.0016
7	219.96	220.04	0.08	0.0064
8	220.05		-0.01	0.0001
9	219.94		-0.1	0.01
10	220.07		-0.03	0.0009
11	220.10		-0.06	0.0036
12	219.98		0.06	0.0036
المجموع	2640.48		صفر	0.0356

[س]

ن

[2640.48]

1. م =

م = = 220.04 متراً.

2. $\text{ك م} = \sqrt{\frac{[\text{ف}^2]}{\text{ن}(\text{ن}-1)}} = \sqrt{\frac{[0.0356]}{12(12-1)}}$

= ± 0.016 متراً .

3. القيمة المحتملة لطول الضلع (أ ب) = م ± ك م

= 220.04 ± 0.016 متراً

= 220.04 ± 1.60 سم .

ثانياً : ضبط الأرصاد الزاوية :

للزاوية المرصودة عدة أخطاء منها ما هو طبيعي ، ويمكن التغلب على الأخطاء الطبيعية بالرصد في أوقات مختلفة أو اختيار أحسن الأوقات للرصد عند الصباح الباكر أو عند الغروب ، ومنها ما هو شخصي ويمكن التغلب على هذا النوع من الأخطاء بالرصد عن طريق أكثر من راصد ، ومنها ما هو آلي وهو خطأ ناتج من الجهاز المستخدم فمثلا ميل المحور الرأسي للجهاز يمكن التغلب عليه برصد الزوايا على قوس كامل في الوضعين المتيامن والمتياسر ، كما أن الخطأ في تدريج الدائرة الأفقية يمكن تقليله بالرصد على بدايات مختلفة للأقواس .

أ. الزوايا الأفقية المنفردة على قوس واحد (بدون قفل الأفق) :

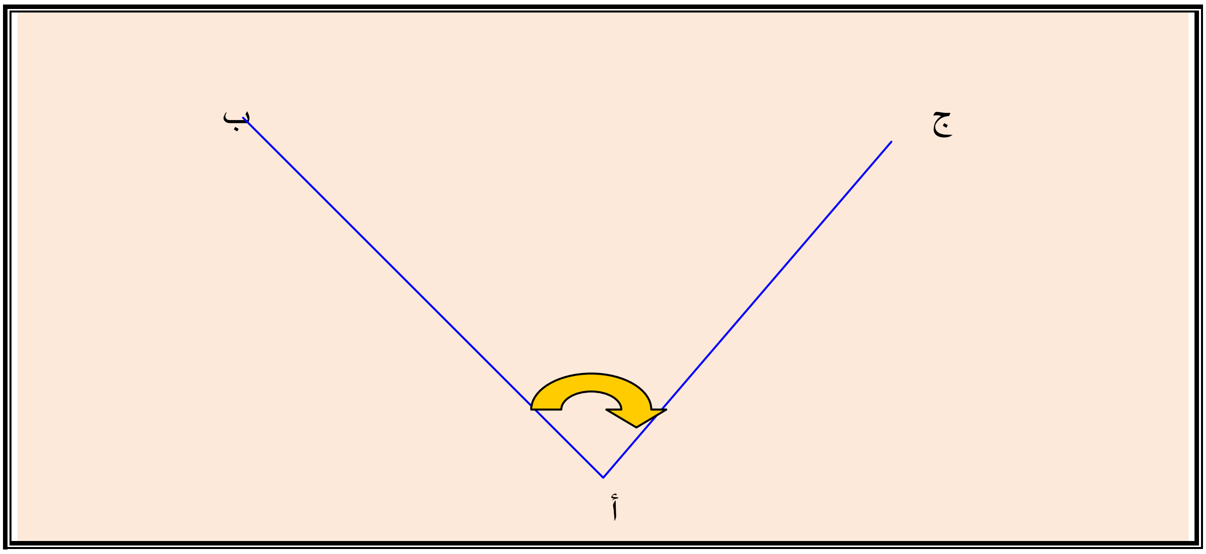
بعد إجراء الضبط المؤقت للجهاز المستخدم فوق النقطة (أ) يتم التوجيه في الوضع المتياسر على الهدف (ب) ثم نقوم بتصفير الدائرة الأفقية (″30 ′00 °000) ثم الدوران في اتجاه عقارب الساعة حتى الهدف (ج) ونقوم بقراءة قيمة الدائرة الأفقية وتسجيلها في الجدول المعد لذلك ،بعد ذلك نغير وضع الجهاز من المتياسر إلى الوضع المتيامن وذلك بلف الجهاز حول المحور الرأسي والمحور الأفقي بمقدار °180 ونقوم بالتوجيه مرة أخرى على النقطة (ج) ونسجل قراءة الدائرة الأفقية ومن ثم نسجل قراءة الدائرة الأفقية عند النقطة (ب) .

النقطة المحتلة : أ الجهاز المستخدم ، اسم الراصد ، دقة الجهاز، رقم الجهاز، المستخدم، حالة الجو ، وقت الرصد.

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية			متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة
		//	/	o		
ب	س					
	م					
ج	س					
	م					

حساب الزاوية الأفقية :

1. يتم حساب متوسط الاتجاه المرصود في الوضعيين المتيامن والمتياسر .
2. قيمة الزاوية المرصودة = متوسط الاتجاه (أ ج) – متوسط الاتجاه (أ ب) .



3. يتم ذلك بعد حساب قيمة خطأ القفل إن وجد .

الزوايا الأفقية المنفردة على عدة أقواس :

وهي نفس الخطوات السابقة ولكن يتم تكرارها ببدايات مختلفة ونحصل من كل قوس على قيمة للزاوية المصححة كما يلي :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية			متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
		o	/	//				
ب	س							
	م							
ج	س							
	م							
ب	س							
	م							

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي (س)	الفـــــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1						
2						
3						
4						
المجموع						

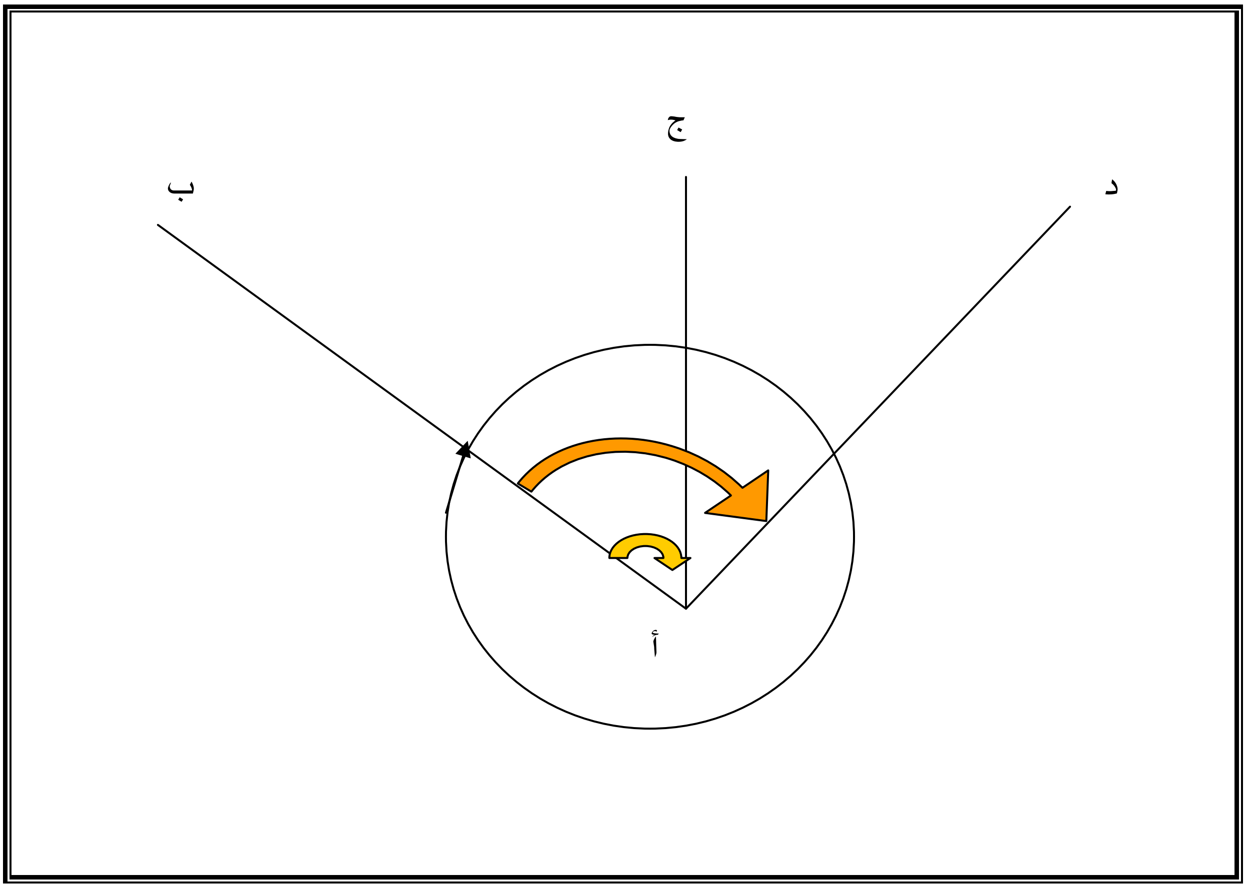
1. القيمة المتوسطة للزاوية = $\dfrac{[\ س\ ]}{ن}$ حيث ن =عدد الأقواس

2. ك م = $\sqrt{\dfrac{[\ ف^2\ ]}{ن(ن-1)}}$ الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي.

3. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = م $\pm$ ك م

ب. رصد الزوايا الأفقية المتجاورة بطريقة الاتجاهات :

وتستخدم هذه الطريقة لرصد مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة مع قفل الأفق عند نفس النقطة المحتلة بالجهاز وذلك بطريقة الاتجاهات ويتبع فيها نفس الخطوات لرصد الزوايا المنفردة مع قفل الأفق كما هو موضح بالشكل الآتي :



ملحوظة :

في حالة تكرار الأقواس نوجد القيمة الأكثر احتمالا لكل زاوية كما في البند (ب) السابق.

مثال 1 :

قيست زاوية أفقية (أ ب جـ) وذلك عن طريق قوس واحد بدون قفل الأفق وكانت النتائج كالتالي :

النقطة المحتلة : أ الجهاز المستخدم : اسم الراصد :

دقة الجهاز : رقم الجهاز المستخدم : حالة الجو : وقت الرصد :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية			متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة
		//	/	o		
ب	س	30	00	000		
	م	26	00	180		
ج	س	40	15	69		
	م	44	15	249		

والمطلوب حساب قيمة الزاوية الأفقية ؟

الحل :

النقطة المحتلة : أ الجهاز المستخدم: اسم الراصد:

دقة الجهاز: رقم الجهاز المستخدم : حالة الجو: وقت الرصد :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية			متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة
		//	/	o		
ب	س	30	00	000	000° 00′ 28″	69° 15′ 14″
	م	26	00	180		
ج	س	40	15	69	69° 15′ 42″	
	م	44	15	249		

مثال2 :

رصدت مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة مع قفل الأفق عند نقطة (ب) فكانت نتائج القياس كما هي مدونة بالجدول :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	/	o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	30	00	000				
	م	32	00	180				
ج	س	12	10	52				
	م	18	10	232				
د	س	43	16	84				
	م	47	16	264				
ب	س	32	00	000				
	م	36	00	180				

المطلوب حساب قيم الزوايا الأفقية المصححة ؟

الحل:

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	/	o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	30	00	000	´00 ´31 °000	°52 ´09 ´44	´1 -	°52 ´09 ´43
	م	32	00	180				
ج	س	12	10	52	52 ´10 ´15 °			
	م	18	10	232		°32 ´06 ´30	´1 -	°32 ´06 ´29
د	س	43	16	84	°84 ´16 ´45			
	م	47	16	264		°275 ´43 ´49	´1 -	°275 ´43 ´48
ب	س	32	00	000	000 ´00 ´34 °			
	م	36	00	180		°360 ´00 ´3	´3 -	°360 ´00 ´00

خطأ القفل = ´3 ´00 °360 – °360 = ´3

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × 3) ÷ 3 = - ´1 لكل زاوية .

مثال 3 :

قيست زاوية أفقية (أ ب جـ) على أربع أقواس وبعد الانتهاء من حلول جداول الرصد تم الحصول على القيمة المصححة للزاوية (أ ب جـ) كالتالي :

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي (س)	الفـــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	14	15	69			
2	18	15	69			
3	12	15	69			
4	16	15	69			
المجموع						

المطلوب إيجاد القيمة المحتملة للزاوية (أ ب جـ) ؟

الحل:

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي (س)	الفـــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	14	15	69	$69^\circ\ 15'\ 15''$	1	1
2	18	15	69		- 3	9
3	12	15	69		3	9
4	16	15	69		- 1	1
المجموع	00	01	277		صفر	20

1. القيمة المتوسطة للزاوية = $\frac{[\,س\,]}{ن} = \frac{[\,277^\circ\ 01'\ 00''\,]}{4}$

$= 69^\circ\ 15'\ 15''$

2. الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي $ك_م = \pm \sqrt{\frac{[\,ف^2\,]}{ن(ن-1)}}$

2. $ك_م = \pm \sqrt{\frac{[\,20\,]}{4(4-1)}} = \pm 1.29''$

3. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = $69^\circ\ 15'\ 15'' \pm 1.29''$

مثال 4 :

قيست مجموعة من الزوايا الأفقية المتجاورة عند النقطة (أ) بطريقة قفل الأفق على أربعة أقواس وتم تصحيح الزوايا الأفقية فكانت كما هو موضح بالجدول.

المطلوب حساب القيمة المحتملة لكل زاوية ؟

رقم القوس	الزاوية	قيمة الزاوية الأفقية المصححة		
الأول	ب أ جـ	44	09	52
	جـ أ د	29	06	32
	د أ ب	47	43	275
الثاني	ب أ جـ	40	09	52
	جـ أ د	33	06	32
	د أ ب	42	43	275
الثالث	ب أ جـ	43	09	52
	جـ أ د	31	06	32
	د أ ب	44	43	275

الحل :

أولا نقوم بحساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية (ب أ جـ)

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي (س)	الفـــــرق ف = م - س	مربع الفروق $ف^2$
1	44	09	52	$52° \; 09' \; 42.33''$	- 1.67	2.7889
2	40	09	52		2.33	5.4289
3	43	09	52		- 0.67	0.4489
المجموع	7	29	156		- 0.01	8.6667

1. القيمة المتوسطة للزاوية =

$$\frac{[\ س\ ]}{\ } \quad \frac{[\ 7'' \quad 29' \quad 1156°\ ]}{3}$$

1. القيمة المتوسطة للزاوية = $52^\circ\ 09'\ 42.33''$

2. ك م = ± الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي.

2. ك م = $\pm \sqrt{\dfrac{[\ 8.6667\ ]}{3(3-1)}}$ = $\pm\ 1.20''$.

3. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = $42.33''\ \ 09'\ \ 52^\circ \pm 1.20''$.

ثانيا : نقوم بحساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية (جـ أ د)

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي ($\bar{س}$)	الفـــرق ف = م - س	مربع الفروق ف^2
1	29	06	32	$31''\ \ 6'\ \ 32^\circ$	2	4
2	33	06	32		- 2	4
3	31	06	32		000	000
المجموع	33	19	96		صفر	8

1. القيمة المتوسطة للزاوية = $\dfrac{[\ \text{س}\ ]}{\text{ن}}$

= $\dfrac{[\ 96^\circ\ 19'\ 23''\ ]}{3}$ = $31''\ \ 6'\ \ 32^\circ$

2. ك م = $\pm \sqrt{\dfrac{[\ \text{ف}^2\ ]}{\text{ن}(\text{ن}-1)}}$ الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي

2. ك م = $\pm \sqrt{\dfrac{[\ 8\ ]}{3(3-1)}}$ = $\pm\ 1.15''$

3. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = $31''\ \ 6'\ \ 32^\circ \pm 1.15''$

ثالثا : نقوم بحساب القيمة الأكثر احتمالا للزاوية (د أ ب)

رقم القوس	قيمة الزاوية المقاسة (س)			المتوسط الحسابي (س)	الفـــرق ف = م - س	مربع الفروق ف^2
1	47	43	275	$275^\circ\ 43'\ 44.33''$	- 2.67	7.1289
2	42	43	275		2.33	5.4289
3	44	43	275		0.33 .	0.1089
المجموع	13	11	728		- 0.01	12.6667

1. القيمة المتوسطة للزاوية = $\dfrac{[\text{س}]}{\text{ن}}$

1. القيمة المتوسطة للزاوية = $\dfrac{[728^\circ\ 11'\ 13'']}{3}$ = $275^\circ\ 43'\ 44.33''$

2. ك م = $\pm\sqrt{\dfrac{[\text{ف}^2]}{\text{ن}(\text{ن}-1)}}$ الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي.

2. ك م = $\pm\sqrt{\dfrac{[12.6667]}{3(3-1)}}$ = $\pm 1.45''$.

3. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية = $275^\circ\ 43'\ 44.33'' \pm 1.45''$

ثانياً : ضبط الأرصاد الطولية والزاوية للأرصاد مختلفة الأوزان (الموزونة)

أولاً : الأرصاد مختلفة الأوزان (الأرصاد الموزونة)

هي الأرصاد التي لها درجات متفاوتة من الثقة نتيجة اختلاف ظروف تجميع هذه الأرصاد مثل :

- اختلاف الراصد - اختلاف أجهزة الرصد - اختلاف أوقات الرصد .

وزن الأرصاد (و):

عبارة عن مقياس نسبي يعبر عن درجة الثقة في هذه الأرصاد ويرمز له بالرمز (و) وهو يتناسب طرديا مع عدد مرات الرصد (ن) ويتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري ($ك^2$) .

ولتوضيح معنى كلمة مقياس نسبي نفرض أننا قمنا بقياس زاوية أفقية على ثلاثة أيام وكانت عدد مرات القياس في اليوم الأول (مرتان) وفي اليوم الثاني (أربع مرات) وفي اليوم الثالث (ثلاث مرات) ويمثل ذلك كما يلي :

وزن اليوم الأول : وزن اليوم الثاني : وزن اليوم الثالث

2 : 4 : 3

وهذا يعني أن وزن اليوم الثاني ضعف وزن اليوم الأول ووزن اليوم الثالث يمثل مرة ونصف وزن اليوم الأول ، وكذلك وزن اليوم الثاني مرة وثلث من وزن اليوم الثالث ، وبضرب قيم هذه الأوزان أو بقسمتها على رقم ثابت سوف نحافظ على هذه النسب فمثلا بعد ضرب قيم هذه الأوزان في الرقم (5) تصبح على النحو التالي 10 : 20 : 15 سوف تظل نسب الأوزان كما هي دون تغير وهذا معنى كلمة مقياس نسبي .

- والوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات القياس ، أي إنه كلما زاد عدد مرات القياس كلما زاد الوزن وكلما قل عدد مرات القياس كلما قل الوزن ويمكن التعبير عن هذا التناسب الطردي كما يلي :

$و_1 : و_2 : و_3 : و_4 :$ 0000000000000 $: و_ن = ن_1 : ن_2 : ن_3 : ن_4 :$
0000000000000 $ن_ن$.

- الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري ، أي إنه كلما زاد مربع الخطأ المعياري كلما قل الوزن وكلما قل مربع الخطأ المعياري كلما زاد الوزن ويمكن التعبير عن هذا التناسب العكسي كما يلي :

$و_1 : و_2 : و_3 :$ 000000000000 $: و_ن = \frac{1}{ك_1^2} : \frac{1}{ك_2^2} : \frac{1}{ك_3^2} :$ 00000 $: \frac{1}{ك_ن^2}$

مثال 1 :

قيست مسافة أفقية بواسطة أربع مجموعات وكانت عدد مرات القياس لكل مجموعة على التوالي 4 ، 2 ، 3 ، 1 . والمطلوب حساب نسب الوزن للمجموعات الأربع .

الحل:

الوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات القياس

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : \text{و}_4 = \text{ن}_1 : \text{ن}_2 : \text{ن}_3 : \text{ن}_4$$

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : \text{و}_4 = 4 : 2 : 3 : 1$$

==

مثال2 :

قيست زاوية أفقية بواسطة أربع مجموعات وكان الخطأ المعياري للمجموعات الأربع على التوالي 3 ، 2 ، 1 ، 6 ثانية . احسب نسب الوزن للمجموعات الأربع .

الحل:

الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : 000000000000 : \text{و}_\text{ن} = \frac{1}{\text{ك}_1^2} : \frac{1}{\text{ك}_2^2} : \frac{1}{\text{ك}_3^2} : \frac{1}{\text{ك}_4^2}$$

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : 000000000000 : \text{و}_\text{ن} = \frac{1}{3^2} : \frac{1}{2^2} : \frac{1}{1^2} : \frac{1}{6^2}$$

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : 000000000000 : \text{و}_\text{ن} = \frac{1}{9} : \frac{1}{4} : \frac{1}{1} : \frac{1}{36}$$

ولتحويل قيم هذه الأوزان إلى رقم صحيح بدلا من كسر حتى يسهل التعامل معها نختار رقماً يقبل القسمة على كل الأرقام (1 ، 4 ، 9 ، 36) وهو الرقم 36 ويسمى ثابت التناسب ويضرب كل كسر في ثابت التناسب وتصبح الأوزان كما يلي :

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 : \text{و}_4 = 4 : 9 : 36 : 1 .$$

حساب القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد مختلفة الأوزان :

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة (م و) :

المتوسط الحسابي للأرصاد التي أخذت في ظروف مختلفة عبارة عن مجموع حاصل ضرب القياسات بأوزانها مقسوما على مجموع الأوزان :

$$م\,و = \frac{و_1\,س_1 + و_2\,س_2 + و_3\,س_3 + \dots\dots\dots\dots + و_ن\,س_ن}{و_1 + و_2 + و_3 + \dots\dots\dots\dots + و_ن}$$

$$م\,و = \frac{[\,و \times س\,]}{[\,و\,]}$$

حيث :

- م و = المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة .
- و = الوزن .
- س = الكمية المقاسة .
- [ ] = مجموع ما بداخلها .

2. الفروقات (ف) للأرصاد الموزونة :

هي عبارة عن الفرق بين المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة (م و) وقيمة الكمية المقاسة (س)

$$ف = م\,و - س$$

حيث :

- ف = الفرق .
- م و = المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة .
- س = الكمية المقاسة .

ويجب التنويه أن المجموع الجبري للفروقات في هذه الحالة لا يساوي صفراً ولكن المجموع الجبري لحاصل ضرب الوزن × الفرق = صفر .

الخطأ المعياري للرصدة الواحدة للأرصاد الموزونة (ك و) :

$$ك و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{(ن - 1)}}$$

حيث :

- ك و = الخطأ المعياري للأرصاد المختلفة الأوزان .
- و = الوزن .
- $ف^2$ = مربع الفروقات .
- ن = عدد مرات القياس .
- [ ] = مجموع ما بداخلها

3. **الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ($ك م_و$) للأرصاد الموزونة :**

$$ك م_و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{[و] \times (ن - 1)}}$$

حيث :

$ك م_و$ = الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة .

و = الوزن .

$ف^2$ = مربع الفروقات .

ن = عدد مرات القياس .

[ ] = مجموع ما بداخلها

4. **القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة :**

هي عبارة عن المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة ± الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = $م_و \pm ك م_و$

مثال1 :

قيست المسافة الأفقية (أ ب) بواسطة أربع مجموعات فكانت نتائج القياس كالتالي :

المجموعة	الكمية المقاسة	الوزن
1	592.04	9
2	592.01	4
3	592.10	36
4	592.10	1

المطلوب :

1. حساب المتوسط الحسابي لطول الخط (أ ب)
2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة
3. الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي
4. القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط (أ ب)

الحل :

رقم القوس	الكمية المقاسة (س)	الوزن و	و × س	المتوسط الحسابي (م و)	الفرق ف	و × ف^2
1	592.04	9	5328.36	592.082	0.042	0.0159
2	592.01	4	2368.04		0.072	0.0207
3	592.10	36	21315.60		- 0.018	0.0117
4	592.10	1	592.10		- 0.018	0.0003
المجموع		50	29604.10			0.0486

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة للخط (أ ب)

$$\text{م و} = \frac{[\,29604.10\,]}{[\,50\,]} = 592.082 \text{ متراً .}$$

2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة :

$$\text{ك و} = \pm \sqrt{\frac{[\,\text{و} \times \text{ف}^2\,]}{(\text{ن} - 1)}}$$

$$ك_و = \pm \sqrt{\frac{[0.0486]}{(3)}} = \pm 0.127 \text{ متراً .}$$

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م $_و$) :

$$ك\,م_و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{[و] \times (ن - 1)}}$$

$$ك\,م_و = \pm \sqrt{\frac{[0.0486]}{[50] \times (3)}} = \pm 0.018 \text{ متراً .}$$

3. القيمة الأكثر احتمالا للخط (أ ب) :

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = م $_و$ ± ك م $_و$

$= 592.082 \pm 0.018$ متراً .

للتحقيق الحسابي :

(و1 × ف1) + (و2 × ف2) + (و3 × ف3) + (و4 × ف4) = صفر .

(9 × 0.042) + (4 × 0.072) + (36 × - 0.018) + (1 × - 0.018) = صفر .

مثال2 :

المسافة الأفقية (س ص) تم قياسها بواسطة ثلاث مجموعات فكانت نتائج القياس كما يلي:

المجموعة	المسافة المقاسة بالمتر	الخطأ المعياري
1	173.02	3
2	173.05	2
3	173.10	5

المطلوب حساب القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط (س ص)

الحل :

الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 = \frac{1}{\text{ك}_1^2} : \frac{1}{\text{ك}_2^2} : \frac{1}{\text{ك}_3^2}$$

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 = \frac{1}{3^2} : \frac{1}{2^2} : \frac{1}{5^2}$$

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 = \frac{1}{9} : \frac{1}{4} : \frac{1}{25}$$

وباختيار ثابت تناسب 900

$$\text{و}_1 : \text{و}_2 : \text{و}_3 = 100 : 225 : 36$$

رقم القوس	الكمية المقاسة (س)	الوزن و	و × س	المتوسط الحسابي (م و)	الفرق ف	و × ف²
1	173.02	100	17302	173.047	0.027	0.0729
2	173.05	225	38936.25		-0.003	0.0020
3	173.10	36	6231.6		-0.053	0.1011
المجموع		361	62469.85			0.176

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة للخط (أ ب)

$$م\ و = \frac{[62469.85]}{[361]} = 173.047 \text{ متراً .}$$

2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة :

$$ك\ و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{(ن - 1)}}$$

$$ك\ و = \pm \sqrt{\frac{[0.176]}{(2)}} = \pm\ 0.297 \text{ متراً .}$$

3. الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م$_و$) :

$$ك\ م_و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{(ن - 1) \times [و]}}$$

$$ك\ م_و = \pm \sqrt{\frac{[0.176]}{(2) \times [361]}} = \pm\ 0.016 \text{ متراً .}$$

4. القيمة الأكثر احتمالا للخط (أ ب) :

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = م$_و$ ± ك م$_و$

= 173.047± 0.016 متراً .

للتحقيق الحسابي :

(و1 × ف1) + (و2 × ف2) + (و3 × ف3) = صفر .

(100 × 0.027) + (225 × - 0.003) + (36 × - 0.053) = صفر .

مثال3 :

قيست مسافة أفقية بواسطة أربع مجموعات فكانت نتائج القياس كما هو موضح بالجدول.

والمطلوب هو حساب القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط المقاس :

المجموعة	المسافة المقاسة بالمتر	الخطأ المعياري
1	87.50	2
2	87.42	3
3	87.56	5
4	87.48	6

الحل :

الوزن يتناسب عكسيا مع مربع الخطأ المعياري

$$و_1 : و_2 : و_3 : و_4 = \frac{1}{ك_1^2} : \frac{1}{ك_2^2} : \frac{1}{ك_3^2} : \frac{1}{ك_4^2}$$

$$و_1 : و_2 : و_3 : و_4 = \frac{1}{2^2} : \frac{1}{3^2} : \frac{1}{5^2} : \frac{1}{6^2}$$

$$و_1 : و_2 : و_3 : و_4 = \frac{1}{4} : \frac{1}{9} : \frac{1}{25} : \frac{1}{36}$$

وباختيار ثابت تناسب 900

$$و_1 : و_2 : و_3 : 4 = 225 : 100 : 36 : 25$$

رقم القوس	الكمية المقاسة (س)	الوزن و	و × س	المتوسط الحسابي (م و)	الفرق ف	و × ف^2
1	87.50	225	19687.50	87.484	0.016 -	0.0576
2	87.42	100	8742		0.064	0.4096
3	87.56	36	3152.16		0.076 -	0.2079
4	87.48	25	2187		0.004	0.0004
المجموع		386	33768.66			0.6755

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة للخط (أ ب)

$$م\,و = \frac{[33768.66]}{[386]} = 87.484 \text{ متراً .}$$

2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة :

$$ك\,و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{(ن - 1)}}$$

$$ك\,و = \pm \sqrt{\frac{[0.6755]}{(3)}} = \pm\, 0.475 \text{ متراً .}$$

3. الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ($ك\,م_و$) :

$$ك\,م_و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{[و] \times (ن - 1)}}$$

$$ك\,م_و = \pm \sqrt{\frac{[0.6755]}{(3) \times [386]}} = \pm\, 0.024 \text{ متراً .}$$

4. القيمة الأكثر احتمالا للخط (أ ب) :

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = $م_و \pm ك\,م_و$

$= 87.484 \pm 0.024$ متراً .

ثانيا : الأرصاد الزاوية (الأرصاد مختلفة الأوزان) :

مثال1 :

رصدت زاوية أفقية (ب أ جـ) على قوسين حيث تم تكرار القوس الأول ثلاث مرات بنفس البداية وهي (30″ 00′ 000°) والقوس الثاني مرتين بنفس البداية (40″ 15′ 45°) وكانت نتائج الرصد كما هي موضحة بالجداول المرفقة والمطلوب حساب :

1. قيم الزوايا المصححة لكل قوس
2. القيمة الأكثر احتمالا للزاوية

أرصاد القوس الأول :

الهدف	وضع الجهاز	القوس الأول (1)			القوس الأول (2)			القوس الأول (3)		
		//	/	o	//	/	o	//	/	o
ب	س	30	00	00	30	00	00	30	00	00
	م	36	00	180	36	00	180	28	00	180
جـ	س	02	19	47	06	19	47	03	19	47
	م	58	18	227	00	19	227	01	19	227
ب	س	32	00	00	30	00	00	30	00	00
	م	34	00	180	34	00	180	24	00	180

أرصاد القوس الثاني :

الهدف	وضع الجهاز	القوس الثاني (1)			القوس الثاني (2)		
		//	/	o	//	/	o
ب	س	40	15	45	40	15	45
	م	42	15	225	38	15	225
جـ	س	10	34	92	06	34	92
	م	08	34	272	02	34	272
ب	س	42	15	45	40	15	45
	م	44	15	225	42	15	225

الحل :

القوس الأول (1) :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	قراءة الدائرة الأفقية /	قراءة الدائرة الأفقية o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	30	00	00	00 00 33	47 18 27	000	47 18 27
	م	36	00	180				
ج	س	02	19	47	47 19 00			
	م	58	18	227		41 33 312	000	312 41 33
ب	س	32	00	00	00 00 33			
	م	34	00	180		00 00 360	صفر	360 00 00

خطأ القفل = 360 00 00 - ˚360 = صفر

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × صفر) ÷ 2 = صفر لكل زاوية .

القوس الأول (2)

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	قراءة الدائرة الأفقية /	قراءة الدائرة الأفقية o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	30	00	00	00 00 33			
	م	36	00	180		18 30 47	0.5	47 18 30.5
ج	س	06	19	47	47 19 02			
	م	00	19	227		41 29 312	0.5	312 41 29.5
ب	س	30	00	00	00 00 32			
	م	34	00	180		59 59 359	1	360 00 00

خطأ القفل = 59 59 359 – ˚360= - ″1

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × - 1) ÷ 2 = ″0.5 لكل زاوية .

القوس الأول (3) :

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	/	o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	30	00	00	00 00 29	47 18 33	1	47 18 34
	م	28	00	180				
ج	س	03	19	47	47 19 02			
	م	01	19	227		312 41 25	1	312 41 26
ب	س	30	00	00	00 00 27			
	م	24	00	180		359 59 58	2	360 00 00

خطأ القفل = 58 59 359 – ˚360 =- ″2

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × - 2) ÷ 2 = ″1 لكل زاوية .

القوس الثاني (1)

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	/	o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	40	15	45	45 15 41	47 18 28	- 1	47 18 27
	م	42	15	225				
ج	س	10	34	92	92 34 09			
	م	08	34	272		312 41 34	- 1	312 41 33
ب	س	42	15	45	45 15 43			
	م	44	15	225		360 00 02	- 2	360 00 00

خطأ القفل = 02 00 360 – ˚360 = ″2

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × 2) ÷ 2 = - ″1 لكل زاوية .

القوس الثاني (2)

الأهداف المرصودة	وضع الجهاز	قراءة الدائرة الأفقية //	قراءة الدائرة الأفقية /	قراءة الدائرة الأفقية o	متوسط قراءتي الدائرة الأفقية	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة	التصحيح	قيمة الزاوية الأفقية المرصودة المصححة
ب	س	40	15	45	45 15 39			
	م	38	15	225		47 18 25	- 1	47 18 24
ج	س	06	34	92	92 34 04			
	م	02	34	272		312 41 37	- 1	312 41 36
ب	س	40	15	45	45 15 41			
	م	42	15	225		360 00 02	- 2	360 00 00

خطأ القفل = 02 00 360 – 360° = 2″

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × 2) ÷ 2 = - 1″ لكل زاوية .

متوسط القوس الأول :

(27″ 18′ 47° + 30.5″ 18′ 47° + 34″ 18′ 47°) ÷ 3 = 30.50″ 18′ 47° .

متوسط القوس الثاني :

(27″ 18′ 47° + 24″ 18′ 47°) ÷ 2 = 25.50″ 18′ 47° .

رقم القوس	الكمية المقاسة (س)	الوزن و	و × س	المتوسط الحسابي (م و)	الفرق ف	و × ف^2
1	30.50 18 47	3	31.50 55 141	28.50 18 47	- 2	12
2	25.5 18 47	2	51 36 94		2	18
المجموع		5	22.50 32			30

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة للخط (أ ب)

$$\text{م}_{\text{و}} = \frac{[236\ \ 32\ \ 22.5]}{[5]} = 47^{\circ}\ 18'\ 28.50''\ .$$

2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة :

$$\text{ك}_{\text{و}} = \pm \sqrt{\frac{[\text{و} \times \text{ف}^2]}{(\text{ن} - 1)}}$$

$$\text{ك}_{\text{و}} = \pm \sqrt{\frac{[30]}{(1)}} = \pm 5.48\ \text{ثانية}\ .$$

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي ($\text{ك}_{\text{م و}}$) :

$$\text{ك}_{\text{م و}} = \pm \sqrt{\frac{[\text{و} \times \text{ف}^2]}{[\text{و}] \times (\text{ن} - 1)}}$$

$$\text{ك}_{\text{م و}} = \pm \sqrt{\frac{[30]}{(1) \times [5]}} = \pm 2.45\ \text{ثانية}\ .$$

3. القيمة الأكثر احتمالا للخط (أ ب) :

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = $\text{م}_{\text{و}} \pm \text{ك}_{\text{م و}}$

$$= 47^{\circ}\ 18'\ 50'' \pm 2.45\ \text{ثانية}\ .$$

مثال2 :

قيست زاوية أفقية منفردة على أربعة أقواس ببدايات مختلفة وتم تكرار الأقواس فكانت قيم الزاوية كما هو موضح بالجدول المرفق . المطلوب حساب القيمة المحتملة للزاوية ؟

المجموعة	قيمة الزاوية			عدد مرات القياس (التكرار)
1	22	30	65	3
2	18	30	65	2
3	15	30	65	5
4	20	30	65	4

الحل :

الوزن يتناسب طرديا مع عدد مرات القياس

$و_1$: $و_2$: $و_3$: $و_4$ = $ن_1$: $ن_2$: $ن_3$: $ن_4$

= 3 : 2 : 5 : 4

رقم القوس	الكمية المقاسة (س)			الوزن و	و × س			المتوسط الحسابي (م و)	الفرق ف	و × ف^2
1	22	30	65	3	6	31	196	18.36″ 30′ 65°	-3.64	39.7488
2	18	30	65	2	36	00	131		0.36	0.2592
3	15	30	65	5	15	31	327		3.36	56.448
4	20	30	65	4	20	1	262		-1.64	10.7584
المجموع				14	17	4	917			107.2144

1. المتوسط الحسابي للأرصاد الموزونة للخط (أ ب)

$$م و = \frac{[917\ \ 04\ \ 17]}{[14]} = 18.36''\ \ 30'\ \ 65° .$$

2. الخطأ المعياري للرصدة الواحدة :

$$ك و = \pm \sqrt{\frac{[و \times ف^2]}{(ن - 1)}}$$

$$\text{ك و} = \pm \sqrt{\frac{[\,107.2144\,]}{(3)}} = \pm\ 98.50 \text{ ثانية .}$$

الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي (ك م $_{\text{و}}$) :

$$\text{ك م}_{\text{و}} = \pm \sqrt{\frac{[\,\text{و} \times \text{ف}^2\,]}{[\,\text{و}\,] \times (\text{ن} - 1)}}$$

$$\text{ك م}_{\text{و}} = \pm \sqrt{\frac{[107.2144\,]}{(3) \times [\,14\,]}} = \pm\ 1.60 \text{ ثانية .}$$

3. القيمة الأكثر احتمالا للخط (أ ب) :

القيمة الأكثر احتمالا للأرصاد الموزونة = م $_{\text{و}}$ ± ك م $_{\text{و}}$

$= 18.36'' \quad 30' \quad 65^\circ \pm 1.60$ ثانية .

ثالثا : ضبط القياسات الزاوية ذات العلاقة (للأشكال المغلقة) :

بعد رصد كل زاوية عن طريق قوس كامل والحصول على الزوايا المصححة تكون بذلك قد تم ضبط الزوايا المنفردة أو المتجاورة أما إذا كان هناك علاقة رياضية تربط هذه الزوايا ببعضها مثل مجموع الزوايا الداخلية للمثلث فيجب أن يكون مجموع الزوايا الثلاثة = 180° وإن كان غير ذلك فيجب ضبط هذه الزوايا حتى يصبح المجموع = 180° ويتم ضبط هذه الزوايا ذات العلاقة وهو مايعرف بخطأ القفل الزاوي كما يلي :

- يحسب مجموع الزوايا ذات العلاقة .
- يحسب المجموع الحقيقي (النظري) لهذه الزوايا من القانون الآتي:

  المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن - 2) × 180

- يحسب خطأ القفل من القانون الآتي :

  خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة للشكل – المجموع الحقيقي لزوايا الشكل نفسه

- يوزع خطأ القفل (إذا كان مسموحا) بالتساوي على زوايا الشكل كما يلي :

  مقدار التصحيح = (- 1) × خطأ القفل ÷ عدد الزوايا

مثال1 :

رصدت الزوايا الداخلية للمثلث (أ ب جـ) عن طريق قوس واحد وبعد تصحيح هذه الزوايا كانت كما يلي :

زاوية (أ) = $84^\circ\ 10'\ 20''$ زاوية (ب) = $40^\circ\ 30'\ 37''$ زاوية (جـ) = $55^\circ\ 18'\ 51''$

المطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا :

الحل :

الزاوية	الزاوية المرصودة			التصحيح	الزوايا المصححة		
أ	20	10	84	4	24	10	84
ب	37	30	40	4	41	30	40
جـ	51	18	55	4	55	18	55
المجموع	48	59	179	12	00	00	180

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن - 2) × 180

= (3 – 2) × 180 = 180°

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة للشكل – المجموع الحقيقي لزوايا الشكل نفسه

$= 179^\circ\ 59'\ 48'' - 180^\circ = -12''$

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

$= (-1 \times -12) \div 3 = 4''$.

==

مثال 2:

رصدت زوايا الشكل الرباعي (أ ب جـ د) فكانت الزوايا كما يلي :

زاوية (أ) = $85^\circ\ 19'\ 44''$ زاوية (ب) = $89^\circ\ 35'\ 19''$

زاوية (جـ) = $84^\circ\ 53'\ 18''$ زاوية (د) = $100^\circ\ 11'\ 31''$

المطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا .

الحل :

الزاوية	الزاوية المرصودة			التصحيح	الزوايا المصححة		
أ	44	19	85	2	46	19	85
ب	19	35	89	2	21	35	89
جـ	18	53	84	2	20	53	84
د	31	11	100	2	33	11	100
المجموع	52	59	359	8	00	00	360

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن - 2) × 180

$= (4 - 2) \times 180 = 360^\circ$

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة للشكل – المجموع الحقيقي لزوايا الشكل نفسه

$= 359^\circ\ 59'\ 52'' - 360^\circ = -8''$

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

$= (-1 \times -8) \div 2 = 2''$.

مثال 3 :

رصدت الزوايا الداخلية للشكل الخماسي (أ ب جـ د هـ) فكانت كما هي موضحة:

الزاوية (أ) = $113^\circ\ 34'\ 53''$ الزاوية (ب) = $103^\circ\ 30'\ 54''$

الزاوية (جـ) = $119^\circ\ 58'\ 50''$ الزاوية (د) = $101^\circ\ 29'\ 50''$

الزاوية (هـ) = $101^\circ\ 25'\ 48''$.

المطلوب تصحيح خطأ القفل الزاوي لهذه الزوايا .

الحل :

الزاوية	الزاوية المرصودة			التصحيح	الزوايا المصححة		
أ	53	34	113	- 3	50	34	113
ب	54	30	103	- 3	51	30	103
جـ	50	58	119	- 3	47	58	119
د	50	29	101	- 3	47	29	101
هـ	48	25	101	- 3	45	25	101
المجموع	15	00	540	- 15	00	00	540

المجموع الحقيقي لزوايا الشكل = (ن - 2) × 180

= (5 − 2) × 180 = 540°

خطأ القفل = مجموع الزوايا المرصودة للشكل − المجموع الحقيقي لزوايا الشكل نفسه

= $540^\circ\ 00'\ 15''$ - 540° = $15''$

مقدار التصحيح = (- 1 × خطأ القفل) ÷ عدد الزوايا

= (- 1 × 15) ÷ 5 = - $3''$.

رابعاً : حساب معايير دقة الأرصاد :

مقاييس دقة الأرصاد أو معايير دقة الأرصاد هي عدة أنواع من الأخطاء المعيارية تحسب من الأرصاد نفسها لأية كمية مقاسة وكلما صغرت قيمة الخطأ زادت الثقة والدقة في الأرصاد المأخوذة وأمكن المقارنة بين هذه الأرصاد ، وهناك ثلاثة معايير شائعة الاستعمال لمقارنة دقة الأرصاد وهي :

1. الخطأ المتوسط .
2. الخطأ المعياري .
3. الخطأ المحتمل .

وزيادة قيم هذه الأخطاء الثلاثة لأية مجموعة من الأرصاد يشير إلى وجود أخطاء كبيرة في عملية الرصد والعكس صحيح .

1. **الخطأ المتوسط (ك أ)** Average Error

هو المتوسط الحسابي للأخطاء الحقيقية المطلقة أية بدون إشارة ، وبما أنه لا يمكن حساب قيمة الأخطاء الحقيقية لذا سوف تستبدل بالفروقات ويمكن حساب قيمة الخطأ المتوسط من العلاقة التالية :

$$\text{ك أ} = \frac{[\,|\text{ف}|\,]}{\text{ن} - 1}$$

حيث :

- ك أ : الخطأ المتوسط .
- | ف | : الفروقات المطلقة .
- ن : عدد مرات القياس .

2. **الخطأ المعياري (ك)** Standard Error

يعرف الخطأ المعياري أو الخطأ التربيعي المتوسط للرصدة الواحدة بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الفروقات ويحسب من المعادلة التالية :

$$\text{ك} = \sqrt{\frac{[\,\text{ف}^2\,]}{\text{ن} - 1}}$$

حيث :

- ك = الانحراف المعياري للرصدة الواحدة .
- ف^2= مربع الفروقات .
- ن = عدد مرات القياس .
- [ ] = مجموع ما بداخلها .

3. **الخطأ المحتمل (ك ح)** Probable Error

هو مقياس لمقارنة مجموعة من الأرصاد ويرمز له بالرمز (ك ح) ، ويعني الخطأ المحتمل أنه في أية مجموعة من الأرصاد يكون عدد الأرصاد التي بها أخطاء أصغر من الخطأ المحتمل تساوي عدد الأرصاد التي بها أخطاء أكبر منه ، أية إننا إذا أخذنا مجموعة من الأرصاد

لكمية ما وحسبنا الفرق بينها وبين المتوسط الحسابي لها ، ثم رتبنا هذه الفروق ترتيبا تصاعديا بالنسبة إلى مقاديرها فإن المقدار الواقع في الوسط من هذه المجموعة هو الخطأ المحتمل فإذا كان عدد الأرصاد فردياً يكون الخطأ المحتمل هو الواقع في الوسط (قيمة واحدة فقط) ، أما إذا كان عدد الأرصاد زوجياً فيكون الخطأ المحتمل هو متوسط قيمتين للفروق ويمكن حساب قيمة الخطأ المحتمل من المعادلات التالية :

أ . إذا كان عدد الأرصاد (ن) فرديا :

$$\text{ك ح} = \text{ف} \times \left(\frac{\text{ن} + 1}{2} \right)$$

ب . إذا كان عدد الأرصاد (ن) زوجيا :

$$\text{ك ح} = \frac{\text{ف}\left(\frac{\text{ن}}{2} \right) + \text{ف}\left(\frac{\text{ن}}{2} + 1 \right)}{2}$$

مثال 1:

طلب من راصدين قياس قيمة زاوية أفقية بجهاز ثيودوليت دقة 1 ثانية ، وقد اتفقت أرصاد الراصدين في الدرجات والدقائق فكانت $68^\circ\ 12'$ واختلفت في الثواني فكانت كما هو موضح بالجدول المرفق :

م	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الراصد الأول	24	11	30	18	27	13	12	24	16	25
الراصد الثاني	22	31	32	28	33	30	30	40	10	44

المطلوب حساب معايير دقة الأرصاد لكل راصد ثم قارن بين دقة أرصاد الراصدين .

الحل :

أولا أرصاد الراصد الأول :

م	الكمية المقاسة (س)	المتوسط الحسابي (س)	الفرق م - س	الفرق المطلق | ف |	مربع الفروق $ف^2$
1	24	20	- 4	4	16
2	11		9	9	81
3	30		- 10	10	100
4	18		2	2	4
5	27		- 7	7	49
6	13		7	7	49
7	12		8	8	64
8	24		- 4	4	16
9	16		4	4	16
10	25		- 5	5	25
المجموع	200		صفر	60	420

1. $م = \frac{[\,س\,]}{ن}$

$م = \frac{[\,200\,]}{10} = 20''$.

2. الخطأ المتوسط (ك أ)

$ك\,أ = \frac{[\,|ف|\,]}{ن - 1}$

$ك\,أ = \frac{[\,|60|\,]}{9} = 6.67''$ ثانية .

3. الخطأ المعياري

$ك = \sqrt{\frac{[\,ف^2\,]}{ن - 1}}$

$ك = \sqrt{\frac{[\,420\,]}{9}} = 6.83''$ ثانية .

4. الخطأ المحتمل

بترتيب الفروقات تصاعديا

ف10	ف9	ف8	ف7	ف6	ف5	ف4	ف3	ف2	ف1
10	9	8	7	7	5	4	4	4	2

بما أن عدد الأرصاد عدداً زوجيا

$$ك\,ح = \frac{ف\left(\frac{ن}{2}\right) + ف\left(\frac{ن}{2}+1\right)}{2}$$

$$\frac{ف\left(\frac{10}{2}\right) + ف\left(\frac{10}{2}+1\right)}{2}$$

ك ح =

= (ف (5) + ف (6)) ÷ 2 = (5+ 7) ÷ 2

= 12÷ 2 = 6ً ثواني .

ثانيا الراصد الثاني :

م	الكمية المقاسة (س)	المتوسط الحسابي (س)	الفــرق م - س	الفرق المطلق | ف |	مربع الفروق $ف^2$
1	22	30	8	8	64
2	31		- 1	1	1
3	32		- 2	2	4
4	28		2	2	4
5	33		- 3	3	9
6	30		000	000	صفر
7	30		000	000	صفر
8	40		- 10	10	100
9	10		20	20	400
10	44		- 14	14	196
المجموع	300		صفر	60	778

1. م = $\frac{[\ س\ ]}{ن}$

م = $\frac{[\ 300\ ]}{10}$ = 30ً .

2. الخطأ المتوسط (ك أ)

$\frac{[\ |\ ف\ |\ ]}{ن - 1}$

ك أ =

ك أ = $\frac{[\,|\ 60\ |\,]}{9}$ = 6.67″ ثانية .

3. الخطأ المعياري

ك = $\sqrt{\frac{[\text{ف}^2]}{\text{ن} - 1}}$

ك = $\sqrt{\frac{[778]}{9}}$ = 9.3″ ثانية .

4. الخطأ المحتمل

بترتيب الفروقات تصاعديا

ف1	ف2	ف3	ف4	ف5	ف6	ف7	ف8	ف9	ف10
صفر	صفر	1	2	2	3	8	10	14	20

بما أن عدد الأرصاد عدد زوجي

$$\text{ك ح} = \frac{\text{ف}\left(\frac{\text{ن}}{2}\right) + \text{ف}\left(\frac{\text{ن}2}{2}+1\right)}{2}$$

$$\text{ك ح} = \frac{\text{ف}\left(\frac{10}{2}\right) + \text{ف}\left(\frac{10}{2}+1\right)}{2}$$

= (ف (5) + ف (6)) ÷ 2 = (2+ 3) ÷ 2

= 5÷ 2 = 2.5″ ثواني .

مقارنة دقة الأرصاد :

أولا الفروقات :

بالنسبة لأرصاد الراصد الأول فإن الفروقات تتراوح بين 2″ ، 10″ أية إن المدى = 10 – 20 = 8″ ثوان

وبالنسبة للراصد الثاني فإن الفروقات تتراوح بين صفر ، 20″ أية إن المدى = 20- صفر = 20″ ثانية .

من هنا نرى أن أرصاد الراصد الأول أكثر دقة من الراصد الثاني ، وذلك قبل المقارنة بواسطة معايير دقة الأرصاد.

ثانيا : معايير دقة الأرصاد:

	الراصد الأول	الراصد الثاني
ك أ	6.67	6.67
ك ح	6	2.5
ك	6.83	9.30

1. تساوي الخطأ المتوسط للراصد الأول والثاني وهذا يعني أن للراصدين نفس الدقة .
2. الخطأ المحتمل للراصد الأول أكبر من الخطأ المحتمل للراصد الثاني وهذا يعني أن الراصد الثاني أكثر دقة من الراصد الأول .
3. الخطأ المعياري للراصد الأول أصغر من الخطأ المعياري للراصد الثاني وهذا يعني أن الراصد الأول أكثر دقة من الراصد الثاني .
4. بمعنى أوضح نجد أن الخطأ المتوسط لم يعط أية انطباع وذلك لتساوي قيمته عند الراصدين ، والخطأ المحتمل أعطى انطباعاً غير صحيح وهو أن الراصد الثاني أكثر دقة من الراصد الأول ، والخطأ المعياري وهو المقياس الحقيقي لدقة الأرصاد يشير إلى أن الراصد الأول هو أكثر دقة ، وهذا الاختلاف نتيجة أن عدد الأرصاد ليس كبيرا بما يكفي .

تمارين

1. عرف منحنى الأخطاء واذكر خواصه مع توضيح الإجابة بالرسم.
2. قيست مسافة أفقية عشر مرات فكانت نتائج القياس كما يلي :

عدد مرات القياس	المسافة المقاسة بالمتر
1	125.22
2	125.23
3	125.20
4	125.30
5	125.29
6	125.27
7	125.24
8	125.25
9	125.26
10	125.28

المطلوب حساب :

1. المتوسط الحسابي لطول الخط .
2. الخطأ المعياري .
3. القيمة الأكثر احتمالا لطول الخط .
4. هل هناك أرصاد يجب استبعادها ؟ ولماذا ؟

3 . أ) عرف الوزن ؟

3. ب) ضع علامة (√) أمام العبارات الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارات غير الصحيحة :

1. المجموع الجبري للفروقات = صفر للأرصاد متساوية الأوزان ( ) .
2. المجموع الجبري لحاصل ضرب (و× ف) = صفر في حالة الأرصاد غير الموزونة ( ) .

3. جـ) قيست زاوية أفقية بواسطة أربع مجموعات فكانت القياسات كالتالي :

المجموعة	متوسط الزاوية			عدد مرات القياس
1	30	15	67	2
2	20	15	67	3
3	10	15	67	5
4	55	15	67	3

المطلوب حساب القيمة الأكثر احتمالا.

4. قيست زاوية أفقية على أربعة أقواس فكانت كما هو موضح بالجدول المرفق :

القوس	الزوايا المرصودة			الخطأ المعياري
الأول	50	59	42	2
الثاني	40	59	42	3
الثالث	45	59	42	2
الرابع	55	59	42	4

المطلوب حساب القيمة المحتملة للزاوية.

5. أ) عرف معايير دقة الأرصاد الثلاثة مع كتابة القانون الخاص بكل معيار .

5. ب) قيست مسافة أفقية (أ ب) عشر مرات فكانت نتائج القياس كما يلي :

120.20 ، 120.24 ، 120.26 ، 120.18 ، 120.16 ، 120.21 ، 120.14 ، 120.26 ، 120.25

، 120.17 متراً .

احسب معايير دقة الأرصاد الثلاثة.

الوحدة العاشرة

المساحات والحجوم وكميات الحفر والردم بالجداول الإلكترونية

المساحات والحجوم للأشكال وكميات الحفر والردم

الجدارة :

التعرف على كيفية عمل جداول الأرصاد والحسابات المختلفة باستخدام برنامج Excel

الأهداف :

بعد الانتهاء من دراسة هذه الوحدة يكون المتدرب قادراً وبكفاءة على أن :

- يتمكن من إنشاء الجداول وإكمالها ببرامج الحاسب الآلي مثل برنامج إكسل Excel.
- يقوم بالحسابات المختلفة مثل المساحات والحجوم والمصفوفات بواسطة الحاسب الآلي.

مستوي الأداء المطلوب : أن يصل المتدرب إلي إتقان الجدارة بنسبة 100 ٪

الوقت المتوقع للتدريب على الجدارة : 39 ساعة.

الوسائل المساعدة :

- معمل الحاسب الآلي.
- القوانين الرياضية.
- التطبيقات العملية (أمثلة محلولة).

متطلبات الجدارة :

أن يكون المتدرب قادراً على استخدام الحاسب الآلي وأن تكون لديه فكرة عن برنامج إكسل وكيفية تشغيله وأن تكون لديه الخلفية الكافية عن العلاقات الرياضية المختلفة.

العمليات الحسابية :

العمليات الحسابية تعتمد على الصيغ ، والصيغ تحتوي على واحد أو أكثر من عناوين الخلايا أو القيم مع معامل رياضي كالجمع (+) والطرح (-) والضرب (×) والقسمة (÷) ، فمن خلال الصيغ تستطيع إجراء جميع العمليات الحسابية على القيم الموجودة في الخلايا .

ولتعريف البرنامج أن ما تحتويه الخلية هي صيغة يجب عليه حسابها ، ويجب كتابة علامة المساواة (=) قبل كتابة الصيغة ، وإذا لم تكتبها فإن البرنامج سيعتبر أن المكتوب هو عنوان الخلية .

ترتيب العمليات الحسابية :

يتم ترتيب العمليات الحسابية في برنامج Excel ، مثلما هو متبع في مادة الرياضيات . ويتم ترتيب العمليات كالتالي :

الأول : الأسس والمعادلات الموجودة بين الأقواس .

الثاني : الضرب والقسمة .

الثالث : الجمع والطرح .

رموز العمليات الحسابية :

يبين الجدول التالي الرموز الرياضية المستخدمة في العمليات الحسابية ، مع ذكر أمثلة لذلك .

الرمز	الوظيفة	مثال	النتيجة
^	الأسس	=A1^ 4	ضرب قيمة الخلية في نفسها اربع مرات
+	الجمع	=A1+A2	جمع قيمة الخليتين A1 و A2
-	الطرح	=A1-A2	طرح قيمة الخلية A2 من قيمة الخلية A1
❖	الضرب	=A1*A2	ضرب قيمة الخلية A2 في قيمة الخلية A1
/	القسمة	=A1/A2	قسمة قيمة الخلية A1 على قيمة الخلية A2

ملحوظة : إذا تم تجاهل ترتيب العمليات الحسابية فإن الناتج سوف يكون خطأ بالتأكيد ، وإذا كان يوجد في الصيغة عملية جمع وقسمة ، فإنه يجب وضع عملية الجمع داخل أقواس .

1 - شريط الصيغة :

هو شريط نستخدمه لإدخال القيم أو الصيغ في الخلايا أو تحريرها ويعرض شريط الصيغة القيمة الثابتة أو الصيغة المستخدمة في الخلية النشطة ولعرض شريط الصيغة أو إخفائه:

انقر فوق ← عرض ← شريط الصيغة

بناء الصيغة (المعادلة) :

الصيغ تتبع بناء معيناً يبدأ بعلامة المساواة (=)متبوعة بالمعاملات وعوامل الحساب.

عوامل الحساب الأساسية في الصيغ :

العامل	مثال	الناتج
+ الجمع	6+2	8
- الطرح	6+2	4
×الضرب	6❖2	12
/ القسمة	6/2	3
٪ النسبة	6٪	0.06
^ الأس	6 ^2	36

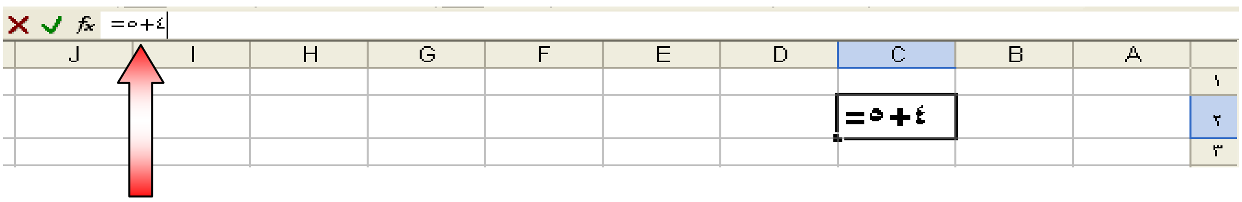
إدخال صيغة :

1. انقر الخلية التي تريد إدخال الصيغة فيها .
2. اكتب علامة (=) في شريط الصيغة
3. أدخل الصيغة (المعادلة) .
4. اضغط ENTER .

مثال1 :

لإدخال الصيغة التالية: =5+4

الخطوة الخامسة	الخطوة الرابعة	الخطوة الثالثة	الخطوة الثانية	الخطوة الأولى
ضغط مفتاح	المعامل الثاني	عامل الحساب	المعامل الأول	علامة المساواة
الإدخال ENTER	4	+	5	=



الترتيب الذي يستخدمه أكسل لأداء العمليات في الصيغ (الأولوية)

إذا قمت بضم عدة عوامل عمليات في صيغة واحدة ، فإنه يقوم بأداء العمليات على حسب الترتيب المبين في الجدول التالي :

الوصف	العامل
النسبة المئوية	٪
الأس	^
الضرب والقسمة	× و /
الجمع والطرح	+ و -

1. إذا كانت الصيغة تحتوي على عوامل لها نفس الأولوية كالضرب والقسمة مثلاً فإنها تنفذ من اليسار إلى اليمين
2. لتغيير ترتيب العمليات ضع العملية المطلوب تقديمها بين قوسين .

مثال 2 :

= 7 - 2 × 3

1. الصيغة السابقة تعطي النتيجة لأنه يتم حساب الضرب قبل الجمع فتضرب الصيغة 2بـ3 (والنتيجة 6) ومن ثم تطرح 6من 7 ويكون ناتج هذه الصيغة هو 1

مثال 3 :

= (7 -2) × 3

وبالعكس ، إذا استخدمت الأقواس لتغيير البناء ، فإنه يمكنك من طرح الصيغة 2من 7 (والنتيجة 5) ومن ثم تضرب 5 في 3 ويكون ناتج هذه الصيغة هو 15

لنبين ذلك :

مثلاً إذا كان لدي ثلاث خلايا على النحو التالي ,A2 , B2 ,C2 وهذه قيمها :

النتيجة	محتويات C2	محتويات B2	محتويات A2
4.5	$=A_2/B_2*A_2$	2	3
2	$=A_2*B_2/A_2$	2	3
9	$=A_2+B_2*A_2$	2	3
15	$=(A_2+B_2)*A_2$	2	3

تأكد من هذه النتائج بالتطبيق المباشر في برنامج أكسل .

الدالات الموجودة في برنامج الأكسل :

يحتوي أكسل على صيغ معرفة مسبقا ، أو مضمنة ، تعرف على أنها دالات ويمكن استخدام الدالات لأداء حسابات بسيطة أو معقدة .

وفيما يلي أهم الدوال :

دالة المجموع	**SUM**
دالة أكبر قيمة	**MAX**
دالة أصغر قيمة	**MIN**
دالة الوسط الحسابي	**AVERAGR**

وفيما يلي الشكل العام لصيغة إيجاد أي من هذه الدوال :

(آخر خلية في النطاق : أول خلية في النطاق) الدالة المطلوبة =

تلميح :

بين أقواس الدالة المحددة يمكنك استخدام علامة الفاصلة المنقوط (،) للفصل بين المتغيرات حيث تعني "و " علامة النقطتين (:) للفصل بين المتغيرات حيث تعني " من : إلى "

مثال 4 :

=MAX(A1:C1)

	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
						١٩		٤	١٩	١٦	١

$$= MAX (A1 : C1)$$

هذه الدالة لإيجاد القيمة الكبرى في النطاق الممتد من A1 : C1

إدخال دالة :

1. انقر الخلية التي تريد إدخال الدالة فيها .
2. اضغط " دالة ... من قائمة " *fx* إدراج " أو من شريط الأدوات .
3. اختر الدالة المناسبة للعملية المطلوبة .
4. اختر موافق .
5. حدد النطاق المطلوب لعمل الدالة .
6. اختر موافق .

استخدام لوح الصيغ لإدخال الصيغ وتحريرها :

عند إنشاء صيغة تحتوي على دالة ،يساعدك لوح الصيغ على إدخال دالات أكسل وبينما تقوم بإدخال دالة في الصيغة ، يعرض لوح الصيغ اسم الدالة ، وكل وسيطة من وسائطها ،ووصف للدالة ولكل وسيطة ، والناتج الحالي للدالة ، والناتج الحالي للصيغة بأكملها .

لعرض لوح الصيغ ، انقر فوق " تحرير الصيغة " في شريط الصيغة .

يمكنك استخدام لوح الصيغ لتحرير الدالات في الصيغ، فقط حدد خلية تحتوي على صيغة، ثم انقر فوق " تحرير الصيغة " لعرض لوح الصيغ وُتعرض في لوح الصيغ الدالة الأولى في الصيغة وكل وسيطة من وسائطها و يمكنك تحرير الدالة الأولى أو تحرير دالة أخرى في الصيغة نفسها بالنقر فوق شريط الصيغة

في أية موقع ضمن الدالة .

إن الدالة الأكثر شيوعا في أوراق العمل هي دالة الجمع التلقائي sum، والتي تستخدم لجمع نطاقات من الخلايا ورغم أنه يمكنك إنشاء صيغة لحساب قيمة المجموع لبضع خلايا تحتوي على قيم ، إلا أن دالة sum تقوم بحساب نطاقات متعددة من الخلايا .

أولا : دالة الجمع sum حيث تقوم بجمع كافة الأرقام الموجودة في نطاق من الخلايا

مثال5 :

A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	النتيجة
6	8	3	1	5	7	=SUM (A2:F2)	30

fx =SUM(A٢:F٢)

J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
										١
			٣٠	٧	٥	١	٣	٨	٦	٢

ثانيا : دالة المتوسط AVERAGE حيث تقوم بإرجاع المعدل (الوسط الحسابي) لوسائط هذه الدالة والذي يمكن أن يكون أرقاماً أو مرجعاً تحتوي على أرقام

مثال6:

A2	B2	C2	D2	E2	F2	G2	النتيجة
6	8	3	1	5	7	=AVERAGE (A2: F2)	5

fx =AVERAGE(A٢:F٢)

J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
										١
			٥	٧	٥	١	٣	٨	٦	٢

ثالثا : دالة اكبر قيمة MAX حيث تقوم بإرجاع القيمة الأكبر من مجموعة من القيم ويتم تجاهل القيم المنطقية والنصوص

مثل 7 :

A_2	B_2	C_2	D_2	E_2	F_2	G_2	النتيجة
6	8	3	1	5	7	=MAX (A2: F2)	8

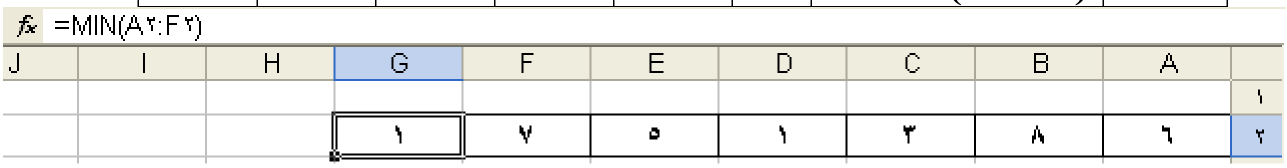
fx =MAX(A٢:F٢)

J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
										١
			٨	٧	٥	١	٣	٨	٦	٢

رابعا : دالة أصغر قيمة MIN حيث تقوم بإرجاع القيمة الأصغر من مجموعة من القيم ويتم تجاهل القيم المنطقية والنصوص

مثال8:

النتيجة	G_2	F_2	E_2	D_2	C_2	B_2	A_2
1	=MIN(A2:F2)	7	5	1	3	8	6



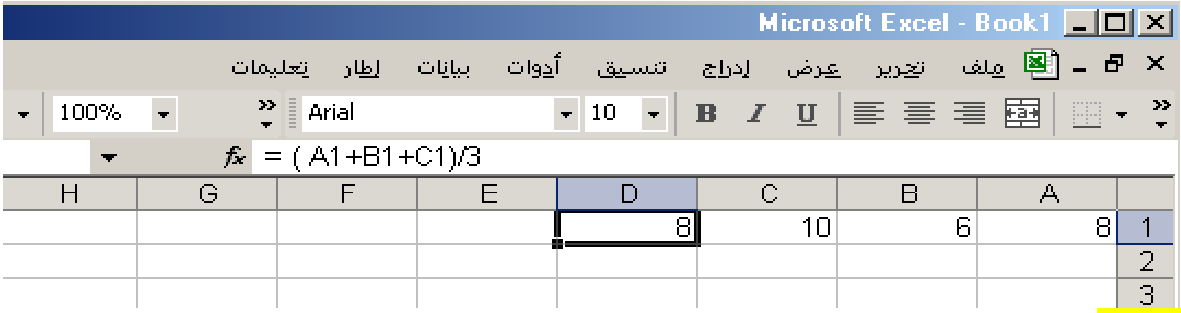
طرق حل العمليات الحسابية:

سوف نورد بعض الأمثلة المحلولةً توضح طرق حل المعادلات الحسابية .

مثال1 : إذا أردنا حساب المتوسط الحسابي لثلاث خلايا هي (A1=8 , B1=6 , C1=10) ، على أن يظهر الناتج في الخلية (D1) .

الحل : لحساب المتوسط الحسابي للخلايا الثلاثة فإنه يجب جمع القيم ، ثم قسمة الناتج على 3 ، وتكتب هذه في الخلية D1 مباشرة ، أو بكتابة الصيغة في شريط الأوامر بعد تحديد الخلية D1 كالتالي :

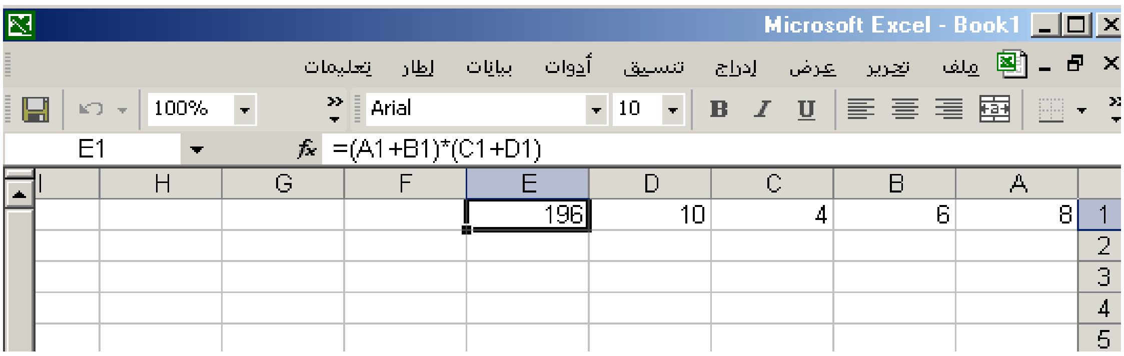
= (A1+B1+C1) / 3



مثال2 : حل العملية الحسابية ، إذا علم أن ناتج جمع الخلية A1 والخلية B1 مضروبا في ناتج جمع الخلية C1 والخلية D1 . على أن يظهر الناتج في الخلية E1 . وذلك إذا كانت قيم الخلايا كالتالي :

A1= 8 , B1=6 , C1=4 ,D1=10

الحل : نقوم بكتابة الصيغة الآتية =(A1+B1) * (C1+D1) وإذا كتبت الصيغة بصورة مختلفة عن هذه الصورة فإن الناتج سوف يكون خطأ بالتأكيد .



أولا : حساب مساحات ومحيطات الأشكال الهندسية البسيطة :

فيما يلي سوف نتعلم طرق حساب المساحات والمحيطات للأشكال الهندسية الشائعة ، وتعتمد طريقتنا على تعريف المستخدم بطريقة كتابة قوانين حساب المساحات والمحيطات في برنامج الجداول Excel .

1. حساب مساحة ومحيط المربع

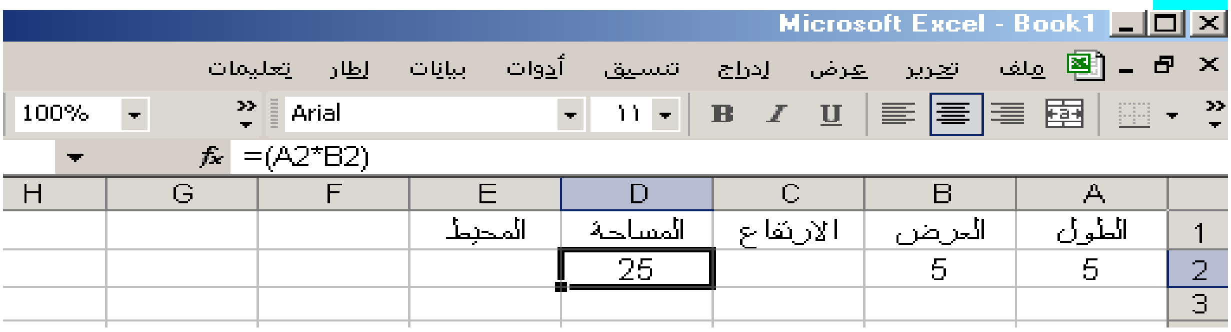
المربع هو شكل هندسي منتظم يتكون من أربعة أضلاع متساوية وزواياه قوائم .

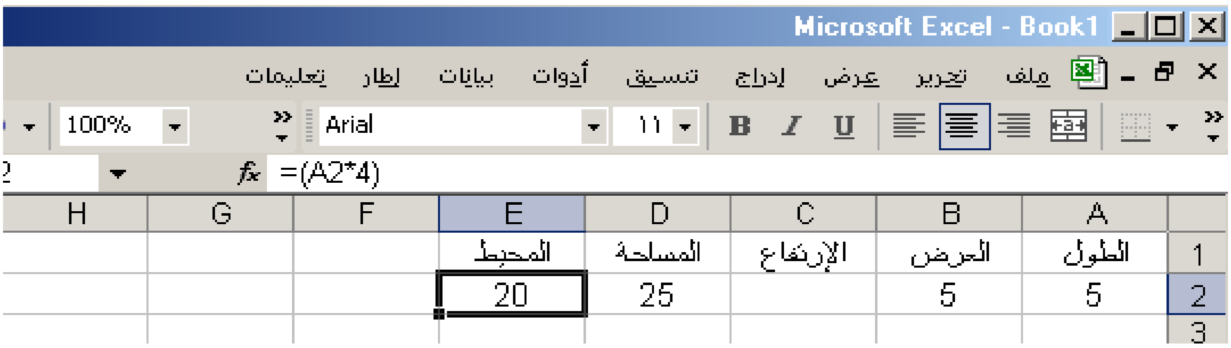
مساحة المربع = طول الضلع × نفسه .

محيط المربع = طول الضلع × 4

مثال1 : مربع طول ضلعه 5 سم . احسب مساحته ومحيطه في برنامج الجداول الإلكترونية Excel

الحل:





تمارين على حساب مساحة ومحيط المربعة

1. قطعة أرض مربعة الشكل طولها 20 متراً ، والمطلوب حساب مساحتها وطول محيطها .
2. غرفة تجميع صرف صحي مربعة الشكل طول ضلعاها 2 متر ، المطلوب حساب مساحتها وطول محيطها .
3. حديقة عامة مربعة الشكل طولها 100 متر ، المطلوب حساب مساحتها وطول محيطها .

2. حساب مساحة ومحيط المستطيل:

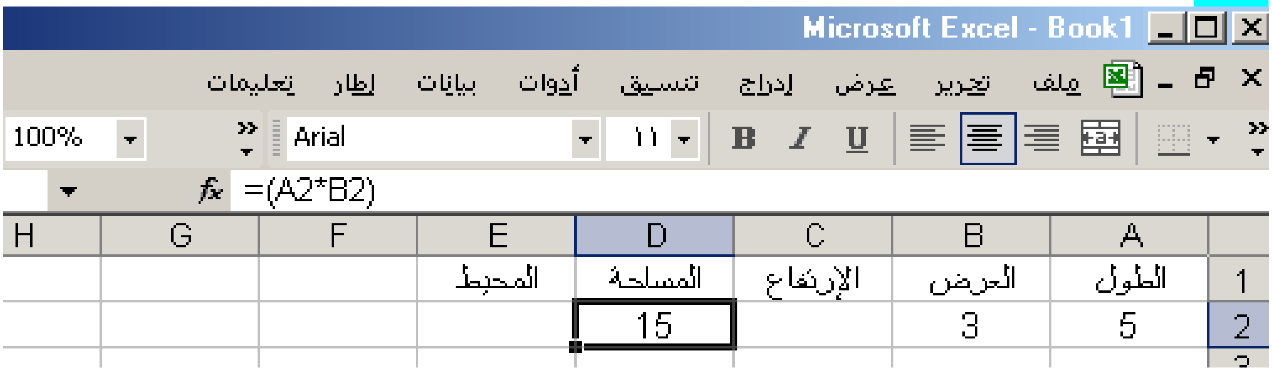
المستطيل هو شكل هندسي منتظم يتكون من أربعة أضلاع ، وزواياه قوائم ، وكل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .

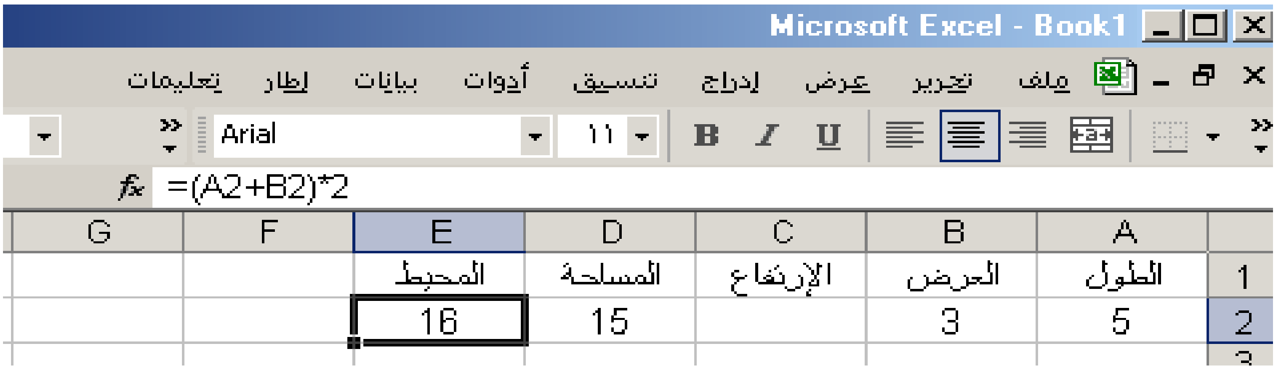
مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط المستطيل = (الطول + العرض) × 2

مثال2 : مستطيل طوله 5 سم وعرضه 3 سم ، احسب مساحته وطول محيطه . في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .

الحل:





تمارين على حساب مساحة ومحيط المستطيل:

1. غرفة مستطيلة الشكل طولها 6 أمتار وعرضها 4 أمتار، المطلوب حساب مساحتها وطول محيطها.
2. قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها 30 متراً وعرضها 25 متراً ، المطلوب حساب مساحتها وطول محيطها .

3. حساب مساحة ومحيط متوازي الأضلاع :

متوازي الأضلاع هو شكل هندسي منتظم يتكون من أربعة أضلاع ، وفيه كل ضلعين متقابلين متطابقين ومتوازيين .

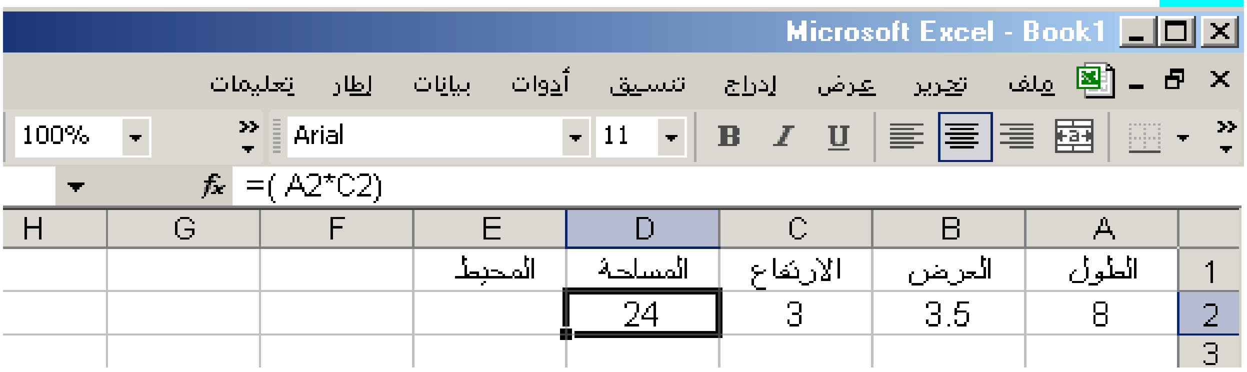
مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع

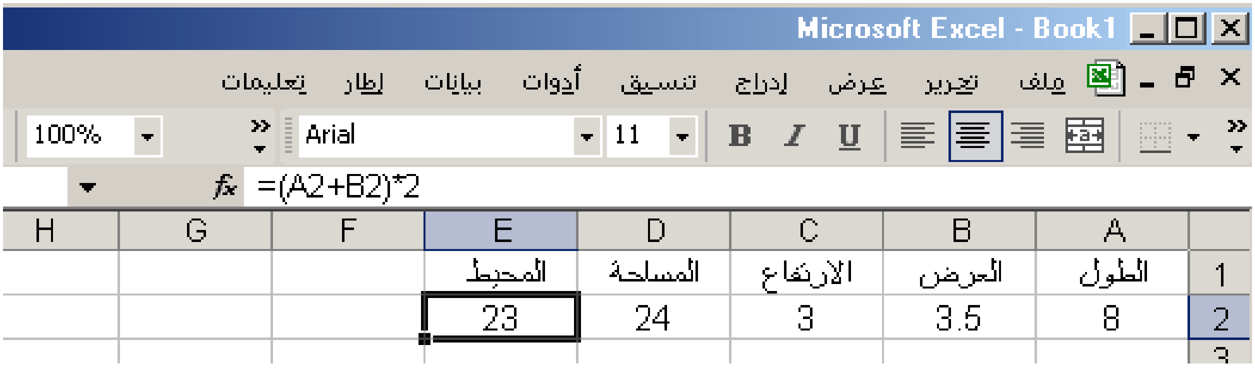
محيط متوازي الأضلاع = (الطول + العرض) × 2

أو = مجموع أطوال الأضلاع

مثال3 : متوازي أضلاع طول قاعدته 8 سم وعرضه 3.5 سم وارتفاعه 3 سم . احسب مساحته وطول محيطه . في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .

الحل :





تمارين على حساب مساحة ومحيط متوازي الأضلاع

1. حوض لجمع مياه الأمطار على شكل متوازي أضلاع طوله 10 أمتار وعرضه 7 أمتار وارتفاعه 4أمتار احسب مساحة الحوض ومحيطه ؟
2. خندق على شكل متوازي أضلاع طوله 30 أمتار وعرضه 1.5 متر وارتفاعه 6 أمتار . احسب مساحة الخندق وطول محيطه .

4. حساب مساحة ومحيط المعين:

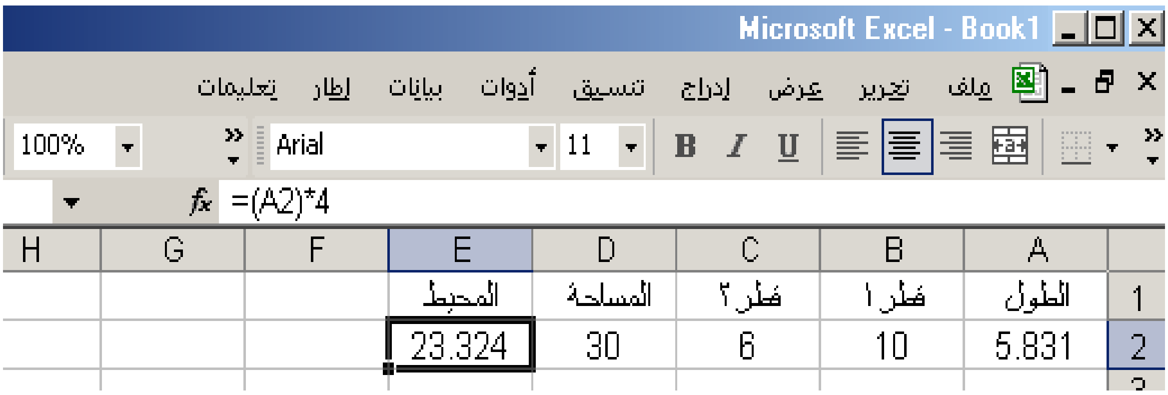
المعين هو شكل هندسي منتظم يتكون من أربعة أضلاع متطابقة ، والقطرين فيه متعامدين ، ويمكن القول أن المعين هو متوازي أضلاع تكون فيه جميع أضلاعه متساوية .

مساحة المعين = ½ × ضرب حاصل القطرين .

محيط المعين = الطول × 4 أو = مجموع الأضلاع .

مثال4 :

معين طول قطره الأول 10 سم وطول قطره الثاني 6 سم وطول ضلعه 5.831 سم . احسب مساحته وطول محيطه . في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .



تمارين على حساب مساحة ومحيط المعين :

1. حديقة على شكل معين طول ضلعها 10 أمتار ، احسب مساحتها وطول محيطها
2. أرض معينة الشكل طول ضلعها 45 متراً ، احسب مساحتها وطول محيطها .

5. حساب مساحة ومحيط شبه المنحرف:

شبه المنحرف هو شكل هندسي منتظم يتكون من أربع أضلاع مختلفة الأطوال ، وفيه ضلعين متوازيين وغير متساويين في الطول ، ويسمى السفلى منهما القاعدة السفلى والعلوي القاعدة العليا .

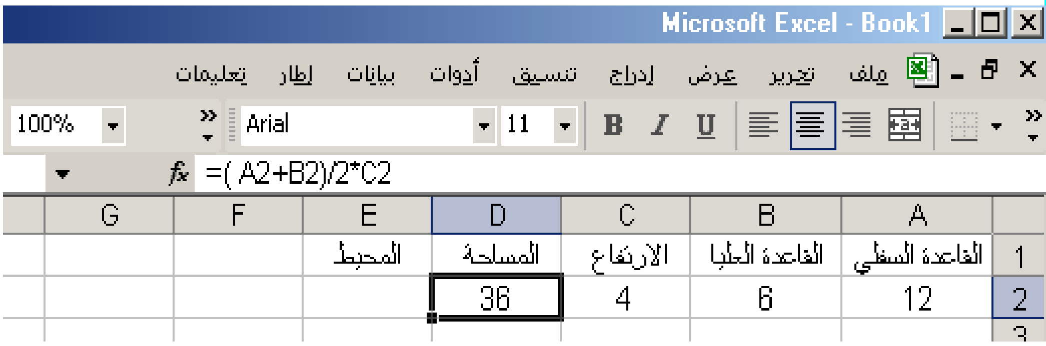
مساحة شبه المنحرف = ½ (القاعدة السفلى + القاعدة العليا) × الارتفاع

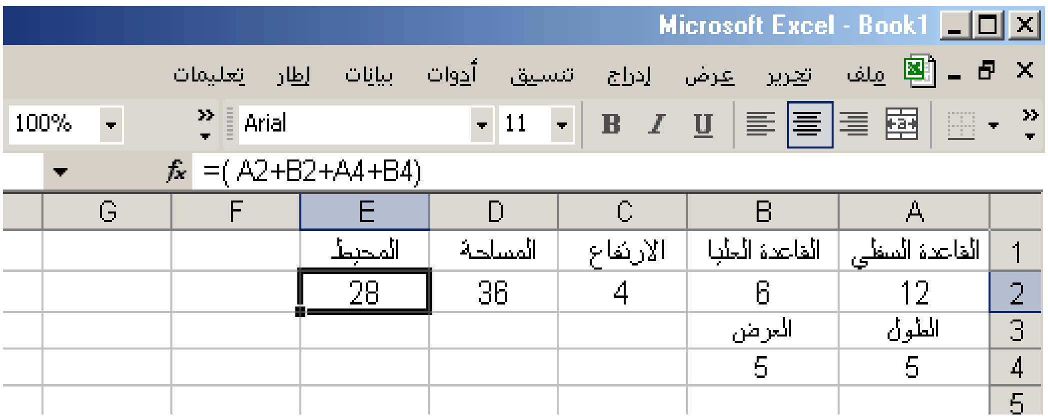
محيط شبه المنحرف = مجموع الأضلاع .

مثال5 :

شبه منحرف قاعدته السفلى 12 سم وقاعدته العليا 6 سم وطول الارتفاع 4 سم وطول كل من الساقين 5 سم . احسب مساحته وطول محيطه . في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .

الحل :





تمارين على حساب مساحة وطول محيط شبه المنحرف :

أرض على شكل شبه منحرف طول قاعدتها السفلى 40 متراً وطول قاعدتها العليا 32 متراً وارتفاعها 22 متراً وطول الساقين 22.36 متراً . احسب مساحة قطعة الأرض وطول محيطها .

6. حساب مساحة ومحيط المثلث:

المثلث هو شكل هندسي منتظم يتكون من ثلاثة أضلاع .

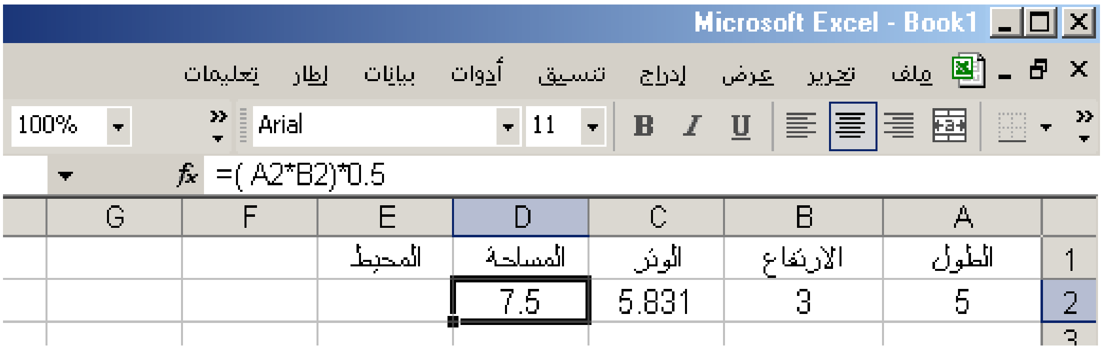
مساحة المثلث = ½ (طول القاعدة × الإرتفاع)

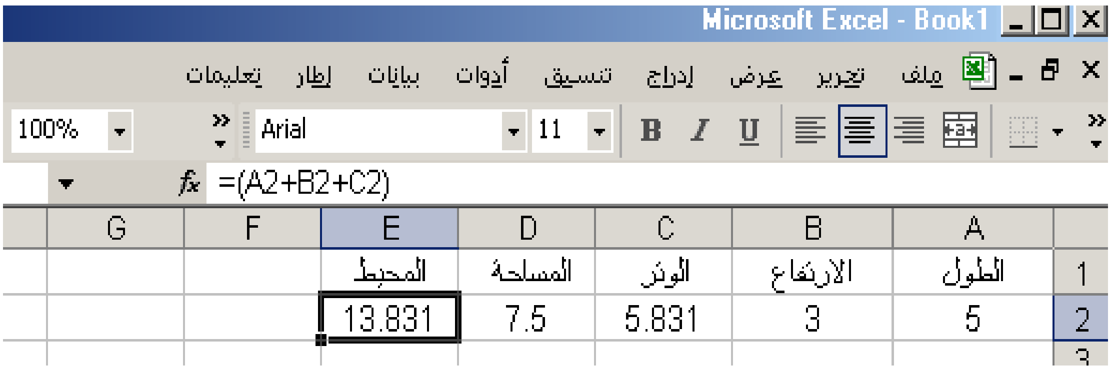
محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه .

مثال6 :

مثلث طول قاعدته 5 سم وارتفاعه 3 سم وطول الوتر 5.831 سم . احسب مساحته ومحيطه في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .

الحل :





تمارين على حساب مساحة وطول محيط المثلث:

1. أرض مثلثة الشكل طول قاعدتها 120 متر وطول ارتفاعها 100 متر وطول الوتر 155 متر ، احسب مساحة قطعة الأرض ومحيطها .
2. حوض زهور مثلث الشكل طول قاعدته 2 متر وارتفاعه 2.5 متر وطول الوتر 3.1 متر . احسب مساحته وطول محيطه .

7. حساب مساحة ومحيط الدائرة :

الدائرة هي خط منحني مقفل ، وتكون فيه جميع النقاط الواقعة عليه على بعد ثابت من نقطة ثابتة داخل المنحنى وهذه النقطة تسمى مركز الدائرة والبعد الثابت يسمي نصف قطر الدائرة .

مساحة الدائرة = ط × نق^2

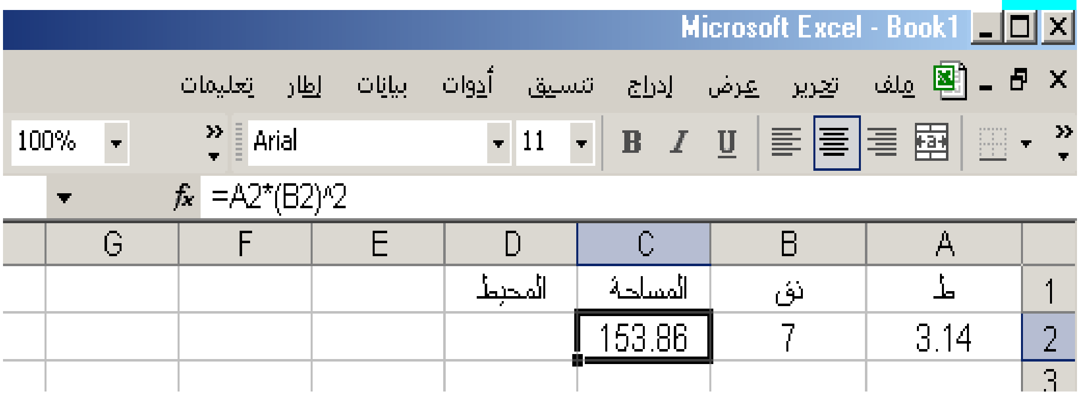
محيط الدائرة = 2 × ط × نق .

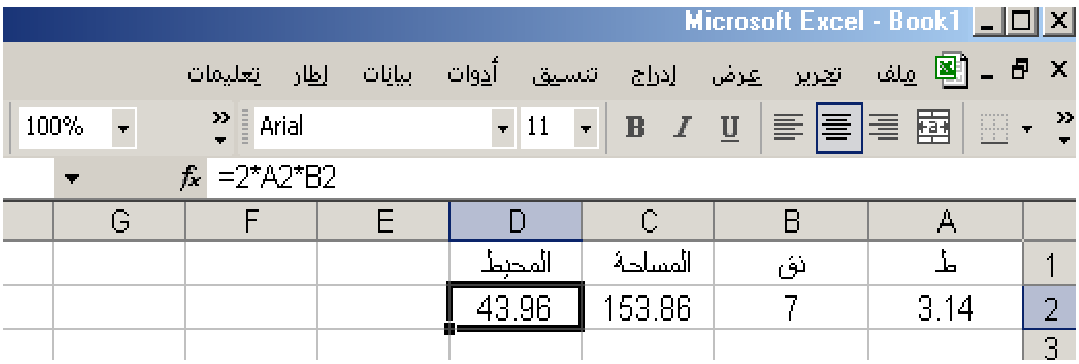
حيث : ط = 3.14

مثال7 :

دائرة نصف قطرها 7 سم . احسب مساحتها ومحيطها . في برنامج الجداول الإلكترونية Excel .

الحل:





تمارين على حساب مساحة ومحيط الدائرة :

1. خزان ماء دائري الشكل طول نصف قطر قاعدته 1.2 متر . احسب مساحته وطول محيطه
2. مبنى دائري الشكل نصف قطر قاعدته 14 متر . احسب مساحة المبنى وطول محيطه

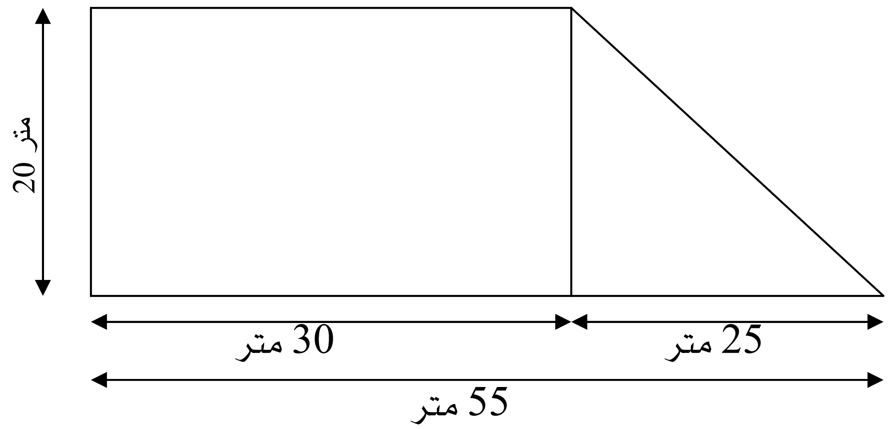
8. حساب مساحات أشكال هندسية مركبة :

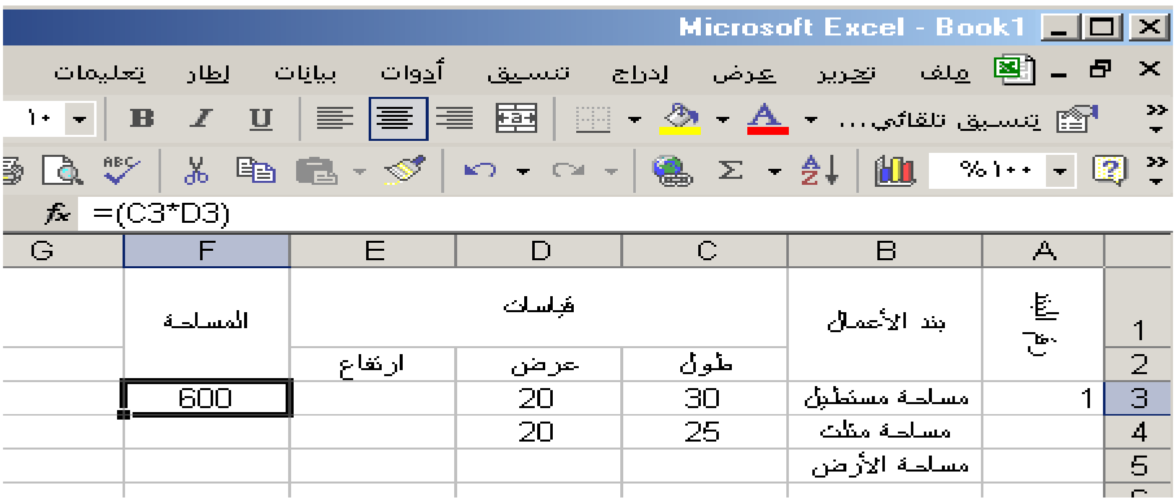
مثال8 :

أمامك قطعة أرض بالشكل والأبعاد الموضحة على الرسم . المطلوب حساب مساحتها

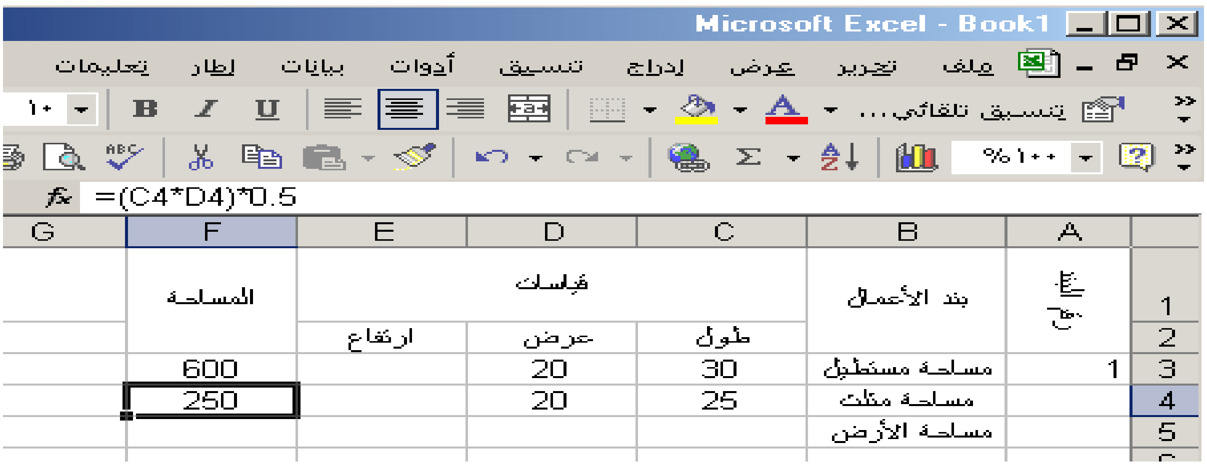
الحل:

1. يتم تقسيم الشكل إلى أشكال هندسية يمكن حسابها .
2. مساحة الأرض = مساحة المستطيل + مساحة المثلث .

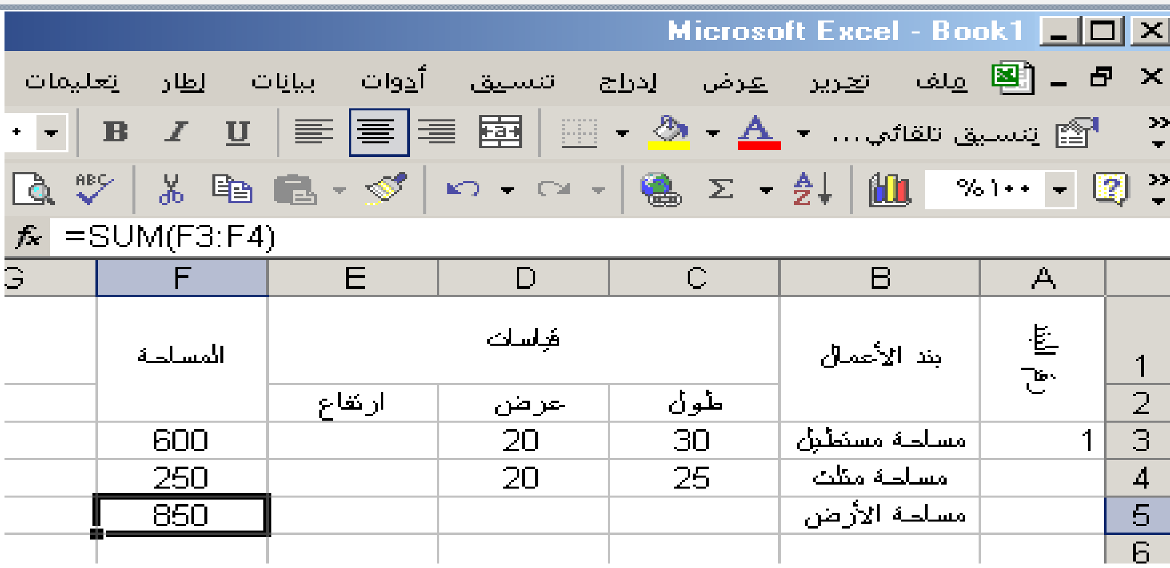




	A	B	C	D	E	F
1		بند الأعمال	قياسات			المساحة
2			طول	عرض	ارتفاع	
3	1	مساحة مستطيل	30	20		600
4		مساحة مثلث	25	20		
5		مساحة الأرض				



	A	B	C	D	E	F
1		بند الأعمال	قياسات			المساحة
2			طول	عرض	ارتفاع	
3	1	مساحة مستطيل	30	20		600
4		مساحة مثلث	25	20		250
5		مساحة الأرض				



	A	B	C	D	E	F
1	ت	بند الأعمال	قياسات			المساحة
2			طول	عرض	ارتفاع	
3	1	مساحة مستطيل	30	20		600
4		مساحة مثلث	25	20		250
5		مساحة الأرض				850

ثانيا : حساب مساحة وحجوم الأشكال الهندسية المنتظمة

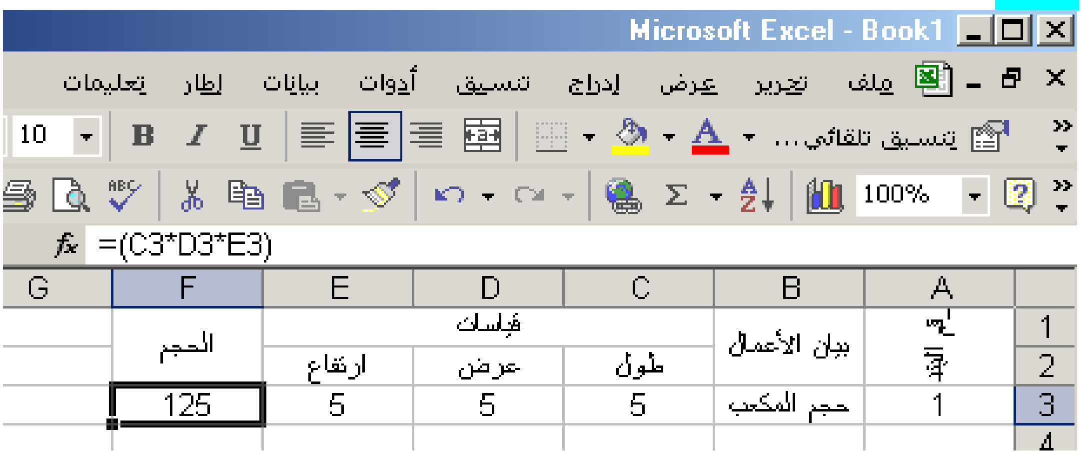
1. حجم المكعب :

حجم المكعب = (طول حرف المكعب) ^{3} .

مثال 1 :

مكعب طول حرفه 5 متر . المطلوب حساب حجمه

الحل :



	A	B	C	D	E	F
1	ت	بيان الأعمال	قياسات			الحجم
2			طول	عرض	ارتفاع	
3	1	حجم المكعب	5	5	5	125

تمارين :

1. خزان أرضي مكعب الشكل طول حرفه 4 أمتار . المطلوب حساب حجمه
2. حفرة داخل الأرض مكعبة الشكل طول حرفها 3 أمتار . احسب حجمها

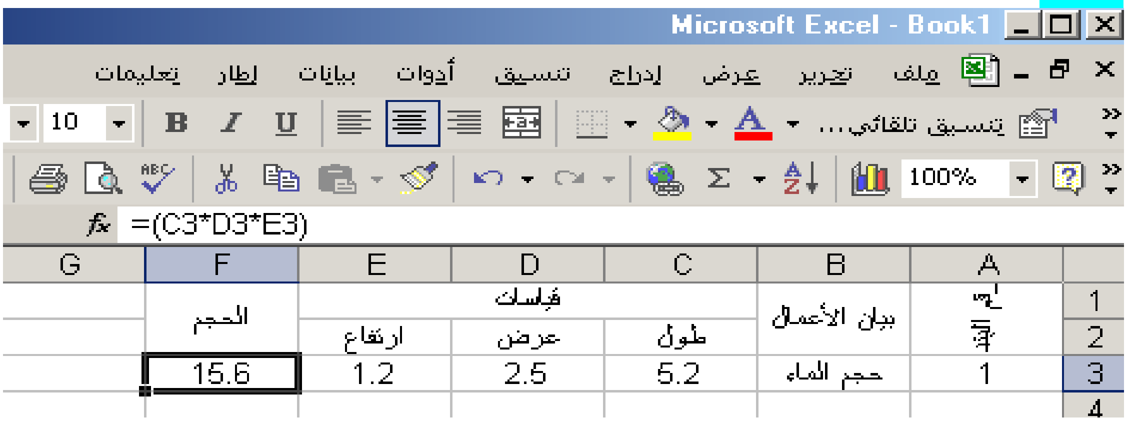
2. حجم متوازي المستطيلات:

حجم متوازي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

مثال2 :

خزان علوي من الخرسانة متوازي مستطيلات أبعاده من الداخل طوله 5.20 متر وعرضه 2.5 متر وارتفاعه 1.20 متر . المطلوب حساب حجم الماء بداخله .

الحل :



Microsoft Excel - Book1

=(C3*D3*E3)

	A	B	C	D	E	F
1	م	بيان الأعمال	قياسات			الحجم
2			طول	عرض	ارتفاع	
3	1	حجم الماء	5.2	2.5	1.2	15.6

تمارين :

احسب كمية الحفر لعمل خزان أرضي متوازي المستطيلات ، أبعاد الحفر المقترح طوله 6.20 متر وعرضه 3.60 متر وارتفاعه 3.4 متر

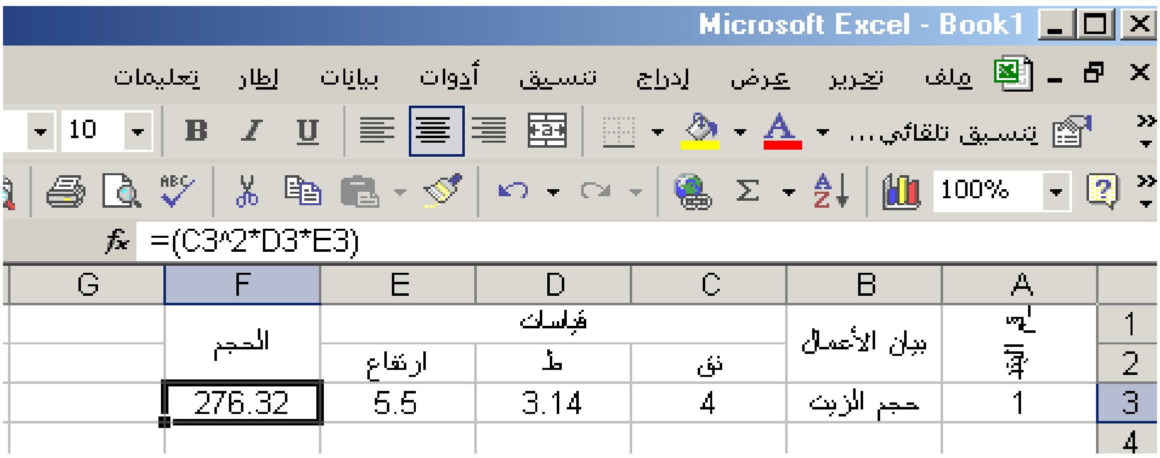
3. حجم الأسطوانة:

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

= ط نق^2 × ع

مثال3 : خزان دائري الشكل في مصفاة بترول نصف قطره من الداخل 4 أمتار وارتفاعه 5.5 متر مملوءة بالزيت ، احسب كمية الزيت بداخل الخزان. ط = 3.14

الحل:



Microsoft Excel - Book1

=(C3^2*D3*E3)

	A	B	C	D	E	F
1	م	بيان الأعمال	قياسات			الحجم
2			نق	ط	ارتفاع	
3	1	حجم الزيت	4	3.14	5.5	276.32

تمارين :

خط من مواسير الصرف الصحي طوله 40 متر ونصف قطره 12 سم . احسب حجم الصرف إذا كانت ممتلئة بالماء .

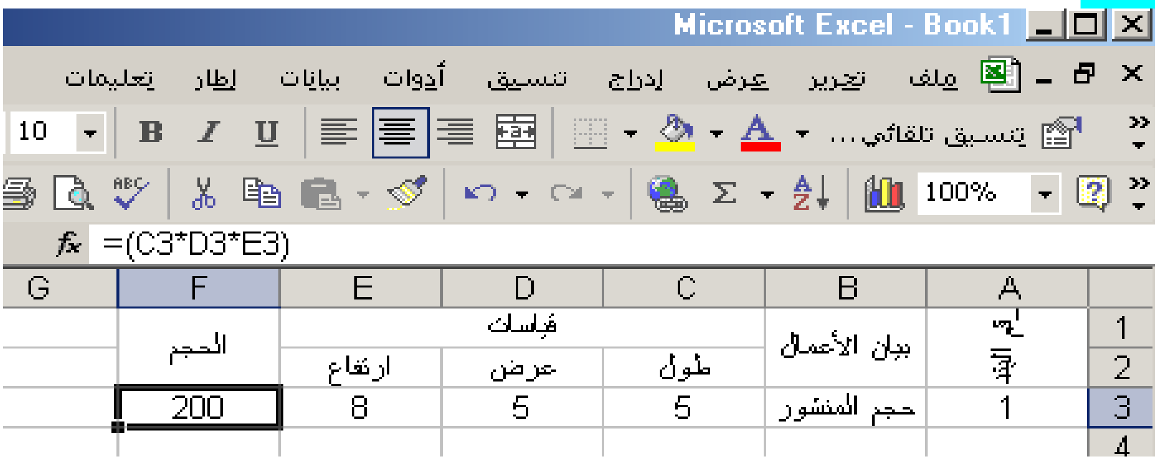
4. حجم المنشور:

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

ملحوظة : تختلف مساحة القاعدة باختلاف شكلها ، فيمكن أن تكون مربعة أو مستطيلة أو أية شكل هندسي منتظم غير دائري

مثال 4: منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 5 أمتار وارتفاعه 8 أمتار . المطلوب حساب حجم المنشور ؟

الحل:



=(C3*D3*E3)

A	B	C	D	E	F
[illegible]	بيان الأعمال	قياسات			الحجم
		طول	عرض	ارتفاع	
1	حجم المنشور	5	5	8	200

تمارين :

1. منشور قاعدته مستطيلة الشكل طولها 5 أمتار وعرضها 3 أمتار وارتفاعه 7 أمتار. احسب حجمه
2. منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعه 4 أمتار وارتفاعه 6 أمتار. احسب حجمه

ثالثا : دالات رياضية وعلم المثلثات

بناء جملة صيغة الدالة **ACOS** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع قوس جيب التمام أوجيب التمام العكسي لرقم. وقوس جيب التمام هو الزاوية التي يكون جيب التمام الخاص بها عبارة عن رقم .ويتم إرجاع الزاوية بالتقدير الدائري في النطاق 0 (صفر) إلى النسبة التقريبية ط.(pi)

بناء الجملة:

```
ACOS(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة ACOS على الوسيطات التالية:

- الرقم **Number** (مطلوبة. جيب تمام الزاوية الذي تريده ويجب أن يكون من 1 إلى 1 .)

ملاحظة:

إذا أردت تحويل الناتج من التقدير الدائري إلى درجات، اضربه في 180/PI() أو استخدم الدالة.DEGREES

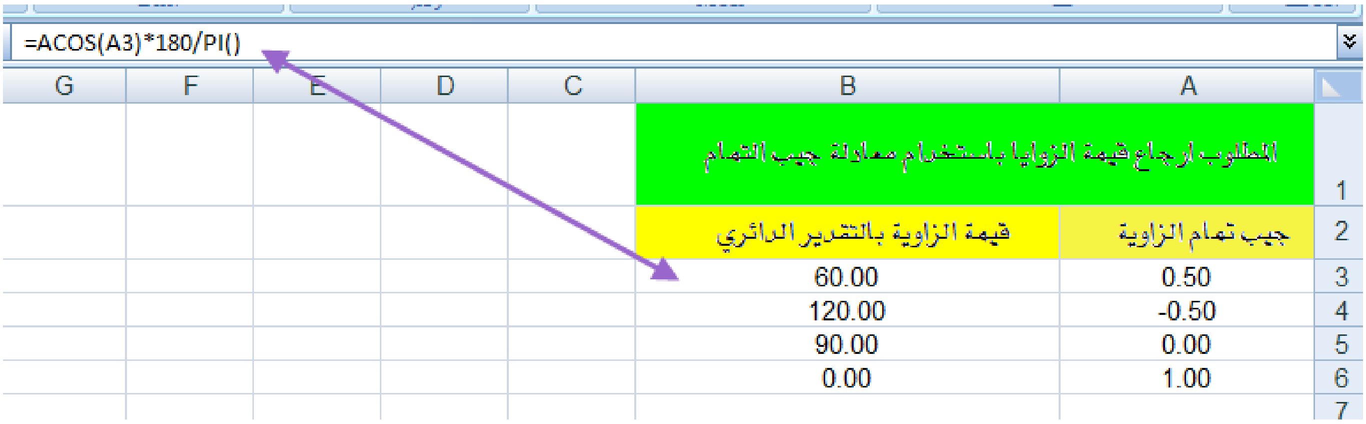
مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

هام لكي يعمل المثال بشكل صحيح، عليك لصقه في الخلية A1 من ورقة العمل.

بعد نسخ المثال إلى ورقة عمل فارغة، يمكنك تكييفه ليتناسب مع احتياجاتك .

	A	B
1	الصيغة	الوصف (النتيجة)
2	=ACOS(-0.5)	قوس جيب التمام لـ -0.5 بالتقدير الدائري , 2 * pi/3 (2.094395)
3	=ACOS(-0.5)*180/PI()	قوس جيب التمام لـ -0.5 بالدرجات (120)
4	=DEGREES(ACOS(-0.5))	قوس جيب التمام لـ -0.5 بالدرجات (120)



بناء جملة صيغة الدالة **ACOSH** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع جيب التمام العكسي لقطع زائد لرقم. يجب أن يكون الرقم أكبر من أو يساوي 1. وجيب التمام العكسي لقطع زائد هو قيمة يكون جيب تمام القطع الزائد الخاص بها عبارة عن رقم، بحيث ACOSH(COSH(number)) تساوي رقم.

بناء الجملة:

```
ACOSH(number)
```

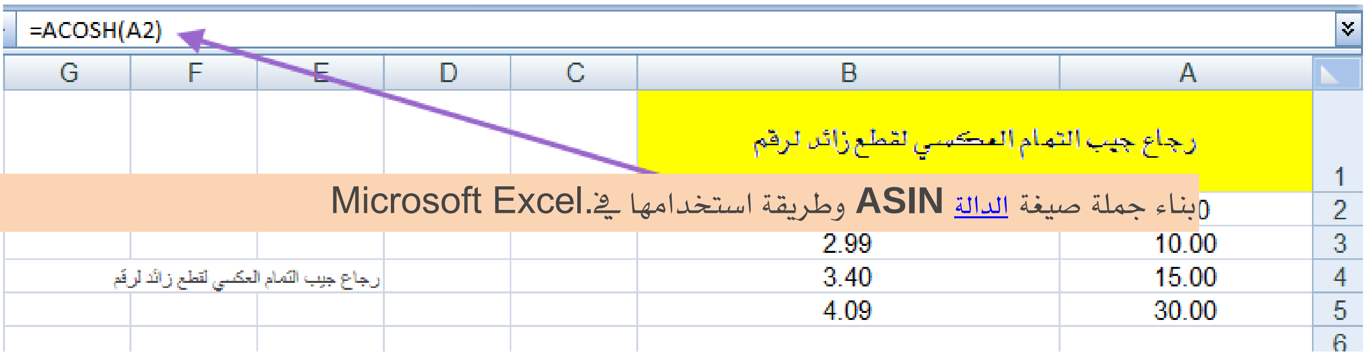
يحتوي بناء جملة الدالة ACOSH على الوسيطات التالية:

Number الرقم (مطلوبة. أية رقم حقيقي يساوي أو أكبر من 1) .

مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

	A	B
1	الصيغة	الوصف (النتيجة)
2	=ACOSH(1)	جيب التمام العكسي لقطع زائد لـ 1(0)
3	COSH(10)=A	جيب التمام العكسي لقطع زائد لـ 10(2.993223)



بناء جملة صيغة الدالة ASIN وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف

إرجاع قوس الجيب أو جيب عكسي *لرقم*. وقوس الجيب هو الزاوية التي يكون جيب الزاوية الخاص بها عبارة عن رقم. ويتم إرجاع الزاوية بالتقدير الدائري في النطاق من -pi/2 إلى pi/2.

بناء الجملة

```
ASIN(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة ASIN على الوسيطات التالية:

- **Numberالرقم** (مطلوبة. جيب الزاوية الذي تريده ويجب أن يكون من - 1 إلى 1) .

ملاحظة

للتعبير عن قوس الجيب بالدرجات، اضرب الناتج في 180/PI( ) أو استخدم الدالة DEGREES.

مثال

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

	A	B
1	الصيغة	الوصف (النتيجة)
2	=ASIN(-0.5)	قوس الجيب لـ -0.5 بالتقدير الدائري، -pi/6 (-0.5236)
3	=ASIN(-0.5)*180/PI()	قوس الجيب لـ -0.5 بالدرجات (-30)
4	=DEGREES(ASIN(-0.5))	قوس الجيب لـ -0.5 بالدرجات (-30)

/PI()

	A	B	C	D	E	F
1	إرجاع قوس الجيب أو جيب عكسي لرقم					
2	جيب الزاوية	قيمة الزاوية بالتقدير الدائري				
3	0.50	30.00				
4	-0.50	-30.00				
5	0.00	0.00				
6	1.00	90.00				

بناء جملة صيغة الدالة **ASINH** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع الجيب العكسي لقطع زائد لرقم. والجيب العكسي لقطع زائد هو قيمة يكون جيب القطع الزائد الخاص بها عبارة عن رقم، بحيث ASINH(SINH(number)) تساوي رقم.

بناء الجملة:

```
ASINH(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة ASINH على الوسيطات التالية:

Number الرقم **(**مطلوبة. أية عدد حقيقي) .

مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

B	A
الوصف (النتيجة)	الصيغة
جيب عكسي لقطع زائد لـ - 2.5 (- 1.64723)	=ASINH(-2.5)
جيب عكسي لقطع زائد لـ 10 (2.998223)	=ASINH(10)

بناء جملة صيغة الدالة **ATAN** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع قوس الظل، أو ظل الزاوية العكسي لرقم. وقوس ظل هو الزاوية التي يكون ظلها عبارة عن رقم .ويتم إرجاع الزاوية بالتقدير الدائري في النطاق من pi/2- إلى pi/2.

بناء الجملة:

```
ATAN(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة ATAN على الوسيطات التالية:

- **Number** الرقم (مطلوبة. ظل الزاوية الذي تريده) .

ملحوظة:

للتعبير عن قوس ظل الزاوية بالدرجات، اضرب الناتج في 180/PI( ) أو استخدم الدالة DEGREES.

مثال

B	A
	1

الوصف (النتيجة)	الصيغة
قوس الظل لـ 1 بالتقدير الدائري، pi/4 (0.785398)	=ATAN(1)
قوس الظل لـ 1 بالدرجات (45)	=ATAN(1)*180/PI()
قوس الظل لـ 1 بالدرجات (45)	=DEGREES(ATAN(1))

fx =ATAN(A3)*180/PI()

	A	B	C	D	E	F	G
1	إرجاع قوس الظل، أو ظل الزاوية العكسي لرقم						
3	1.00	45.00					
4	-1.00	-45.00					
5	0.25	14.04			إرجاع قوس الظل، أو ظل الزاوية العكسي لرقم		
6	-0.50	-26.57					
7							
8							
9							
10							

بناء جملة صيغة الدالة **DEGREES** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

تحويل التقدير الدائري إلى درجات.

بناء الجملة:

DEGREES(angle)

يحتوي بناء جملة الدالة DEGREES على الوسيطات التالية:

- **Angle** الزاوية **(**مطلوبة. الزاوية بالتقدير الدائري التي تريد تحويلها .

مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

	A	B
1	الصيغة	الوصف (النتيجة)
2	=DEGREES(PI())	قيمة درجات pi بالتقدير الدائرة (180)

بناء جملة صيغة [الدالة](#) **COS** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع جيب تمام الزاوية المعطاة.

بناء الجملة:

```
COS(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة COS على [الوسيطات](#) التالية:

- **Number** الرقم (مطلوبة. الزاوية بالتقدير الدائري التي تريد معرفة جيب تمامها) .

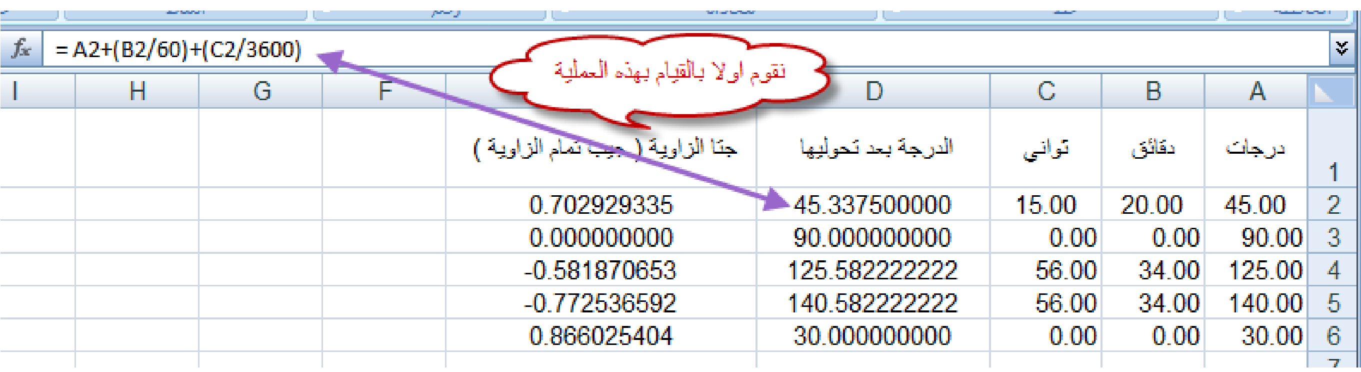
ملحوظة:

إذا كانت الزاوية محسوبة بالدرجات، قم إما بضربها في PI()/180 أو استخدم الدالة RADIANS كي تحولها إلى التقدير الدائري.

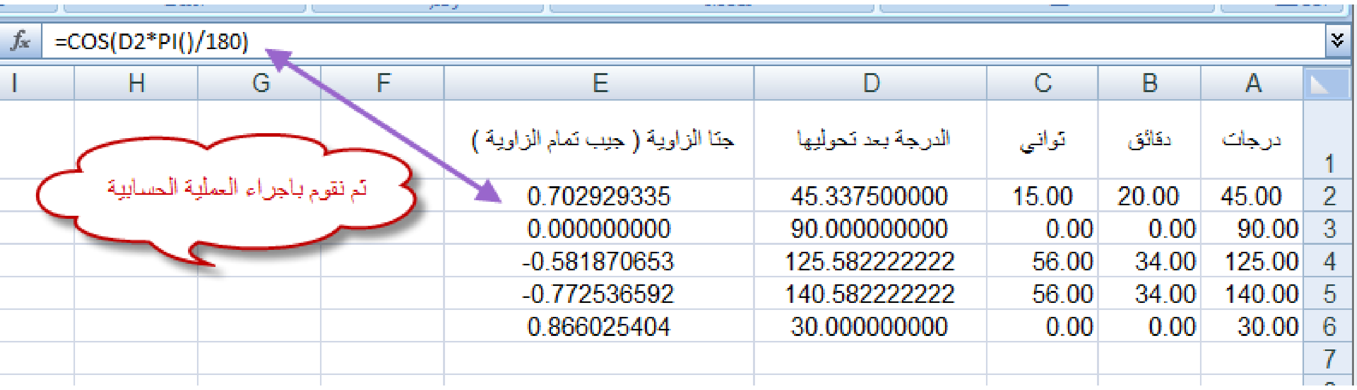
مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

B	A
الوصف (النتيجة)	الصيغة
جيب تمام الزاوية لـ 1.047 باستخدام التقدير الدائري (0.500171)	=COS(1.047)
جيب تمام الزاوية لـ 60 درجة (0.5)	=COS(60*PI()/180)
جيب تمام الزاوية لـ 60 درجة (0.5)	=COS(RADIANS(60))



	A	B	C	D	E
1	درجات	دقائق	ثواني	الدرجة بعد تحويلها	جتا الزاوية (جيب تمام الزاوية)
2	45.00	20.00	15.00	45.337500000	0.702929335
3	90.00	0.00	0.00	90.000000000	0.000000000
4	125.00	34.00	56.00	125.582222222	-0.581870653
5	140.00	34.00	56.00	140.582222222	-0.772536592
6	30.00	0.00	0.00	30.000000000	0.866025404



=COS(D2*PI()/180)

	A	B	C	D	E
1	درجات	دقائق	ثواني	الدرجة بعد تحويلها	جتا الزاوية (جيب تمام الزاوية)
2	45.00	20.00	15.00	45.337500000	0.702929335
3	90.00	0.00	0.00	90.000000000	0.000000000
4	125.00	34.00	56.00	125.582222222	-0.581870653
5	140.00	34.00	56.00	140.582222222	-0.772536592
6	30.00	0.00	0.00	30.000000000	0.866025404
7					

بناء جملة صيغة الدالة **SIN** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع جيب الزاوية لزاوية مذكورة.

بناء الجملة:

```
SIN(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة SIN على الوسيطات التالية:

- **Number** العدد (مطلوبة. الزاوية المحسوبة بالتقدير الدائري التي تريد جيب الزاوية الخاص بها) .

ملحوظة:

إذا كانت الوسيطة الخاصة بك بالدرجات، اضربها في PI()/180 أو استخدم الدالة RADIANS لتحويلها إلى التقدير الدائري.

مثال:

قد يكون من الأسهل فهم المثال إذا قمت بنسخه إلى ورقة عمل فارغة.

B	A
الوصف (النتيجة)	**الصيغة**
جيب الزاوية لـ pi بالتقدير الدائري (0، تقريباً)	=SIN(PI())
جيب الزاوية لـ pi/2 بالتقدير الدائري (1)	=SIN(PI()/2)
جيب الزاوية لـ 30 درجة (0.5)	=SIN(30*PI()/180)
جيب الزاوية لـ 30 درجة (0.5)	=SIN(RADIANS(30))

=SIN(D2*PI()/180)

	H	G	F	E	D	C	B	A
1				جتا الزاوية (جيب الزاوية)	الدرجة بعد تحويلها	ثواني	دقائق	درجات
2				0.711259692	45.337500000	15.00	20.00	45.00
3				1.000000000	90.000000000	0.00	0.00	90.00
4				0.813281343	125.582222222	56.00	34.00	125.00
5				0.634970247	140.582222222	56.00	34.00	140.00
6				0.500000000	30.000000000	0.00	0.00	30.00
7								

بناء جملة صيغة الدالة **SQRT** وطريقة استخدامها في Microsoft Excel.

الوصف:

إرجاع الجذر التربيعي الموجب.

بناء الجملة:

```
SQRT(number)
```

يحتوي بناء جملة الدالة SQRT على الوسيطات التالية:

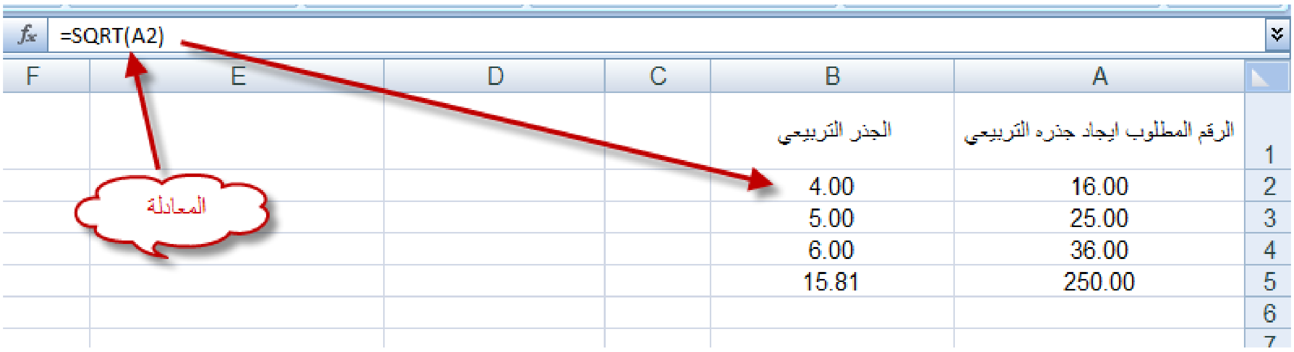
- **Number** الرقم (مطلوبة. الرقم الذي تريد الجذر التربيعي له) .

ملحوظة:

إذا كان الرقم سالباً، ترجع SQRT القيمة الخطأ.#NUM!

مثال:

A	B
البيانات	
-16	
الصيغة	**الوصف (النتيجة)**
=SQRT(16)	الجذر التربيعي لـ 16 (4)
=SQRT(A2)	الجذر التربيعي للرقم أعلاه. لأن الرقم سالب، تم إرجاع خطأ(#NUM!)
=SQRT(ABS(A2))	الجذر التربيعي للقيمة المطلقة للرقم أعلاه (4)



أمثلة محلولة :

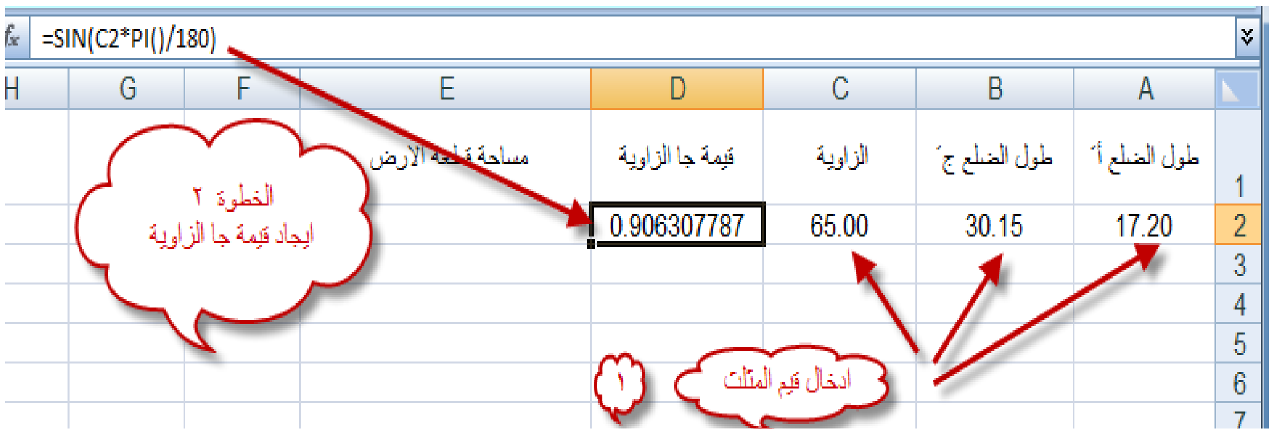
مثال 1: قطعة أرض على شكل مثلث تم قياس طول ضلعين من أضلاعها وكذلك تم رصد الزاوية المحصورة بينهما. احسب مساحة قطعة الأرض إذا كانت نتائج القياس كما يلي:

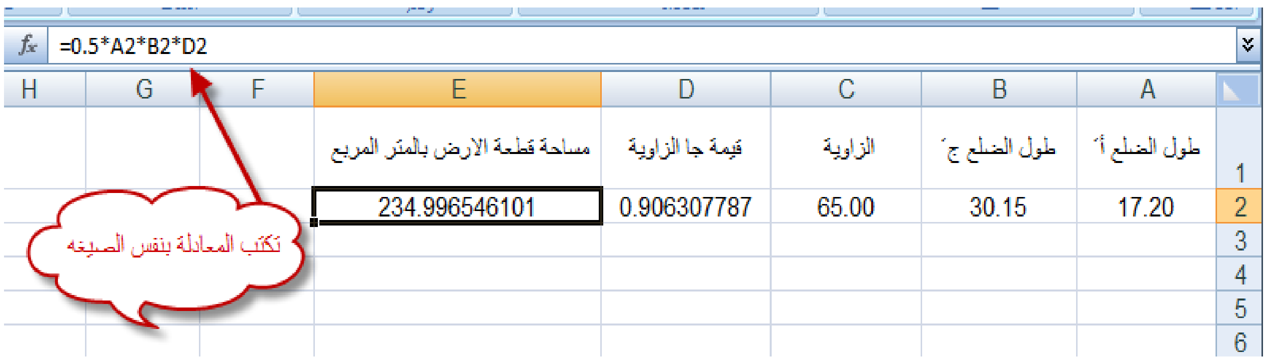
طول الضلع أب = جَ = 30.15 متر

طول الضلع ب ج = أَ = 17.20 متر زاوية ب = 65°

الحل:

∵ م = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب الضلعين المعلومين × جا الزاوية المحصورة بينهما





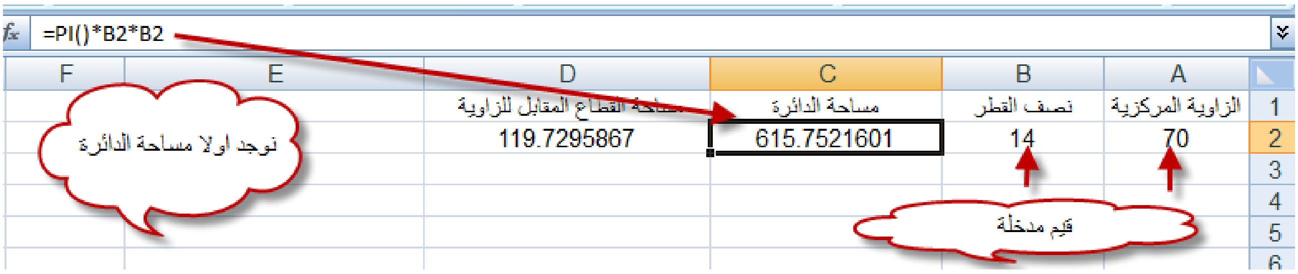
مثال2:

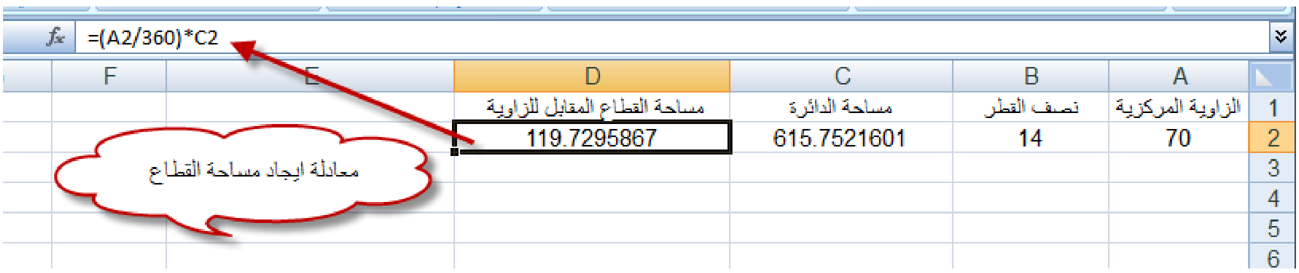
احسب مساحة القطاع الدائري الذي طول ضلعه (نصف قطر الدائرة) = 14 متر

وزاويته المركزية = 70°

الحل:

∵ مساحة القطاع الدائري = $\frac{\text{هـ}^\circ}{360}$ × مساحة الدائرة

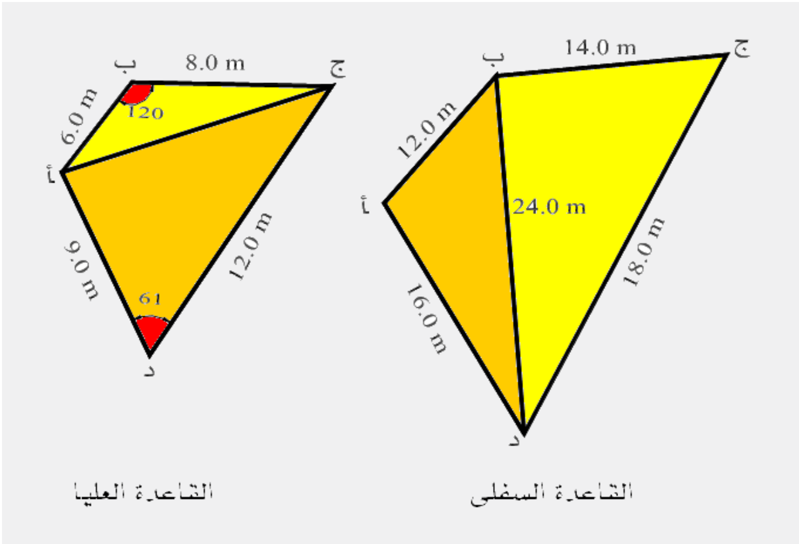


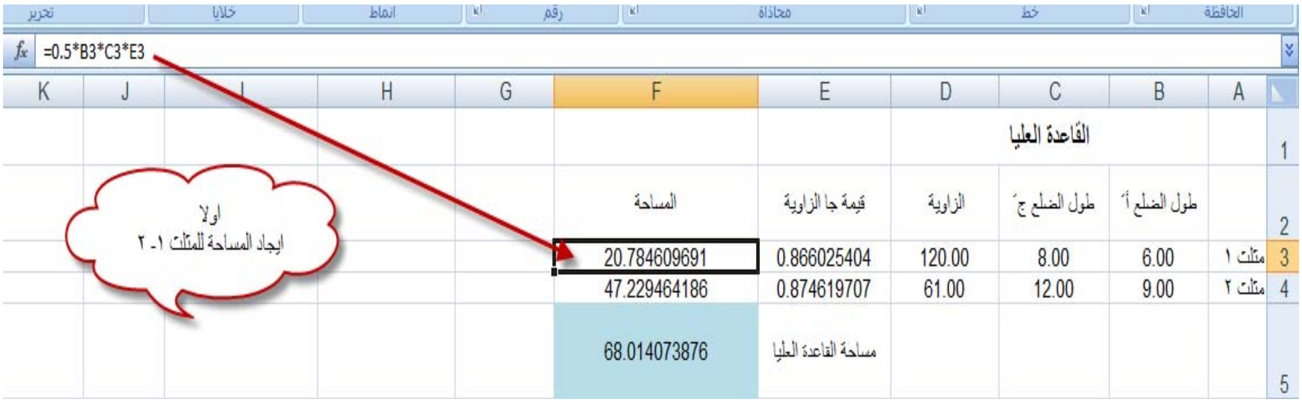


ثالثا : حساب أحجام الأشكال وحساب كميات الحفر والردم :

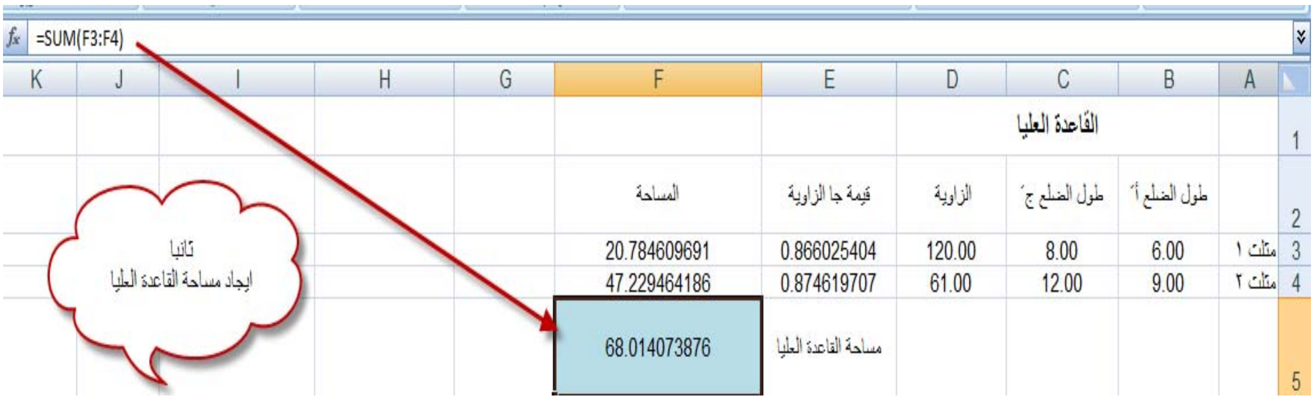
مثال1 :

قطعة أرض شكلها غير منتظم وحدودها مستقيمة ويراد حفرها بعمق 5 م احسب كمية الحفر إذا كان شكل قطعة الأرض من الأعلى و الأسفل كما هو موضح بالشكل التالي :

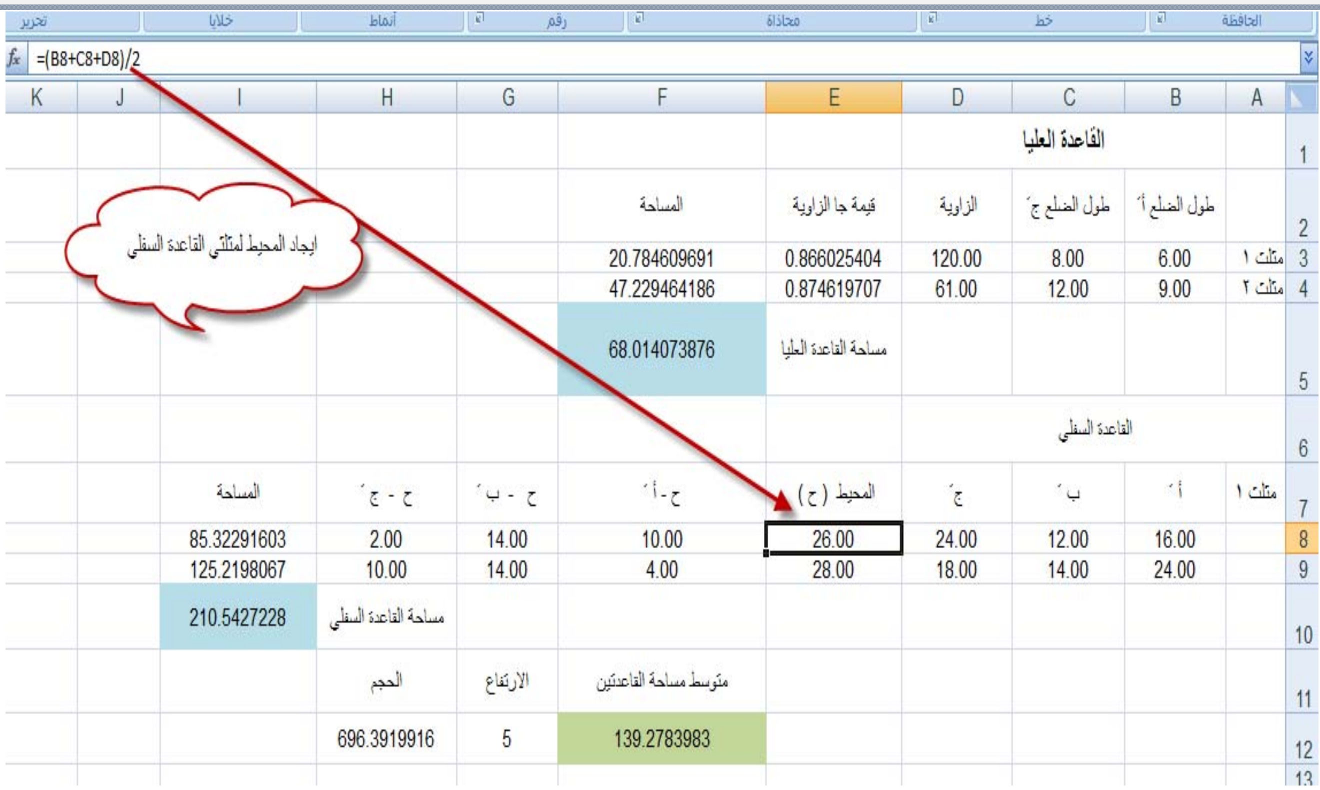


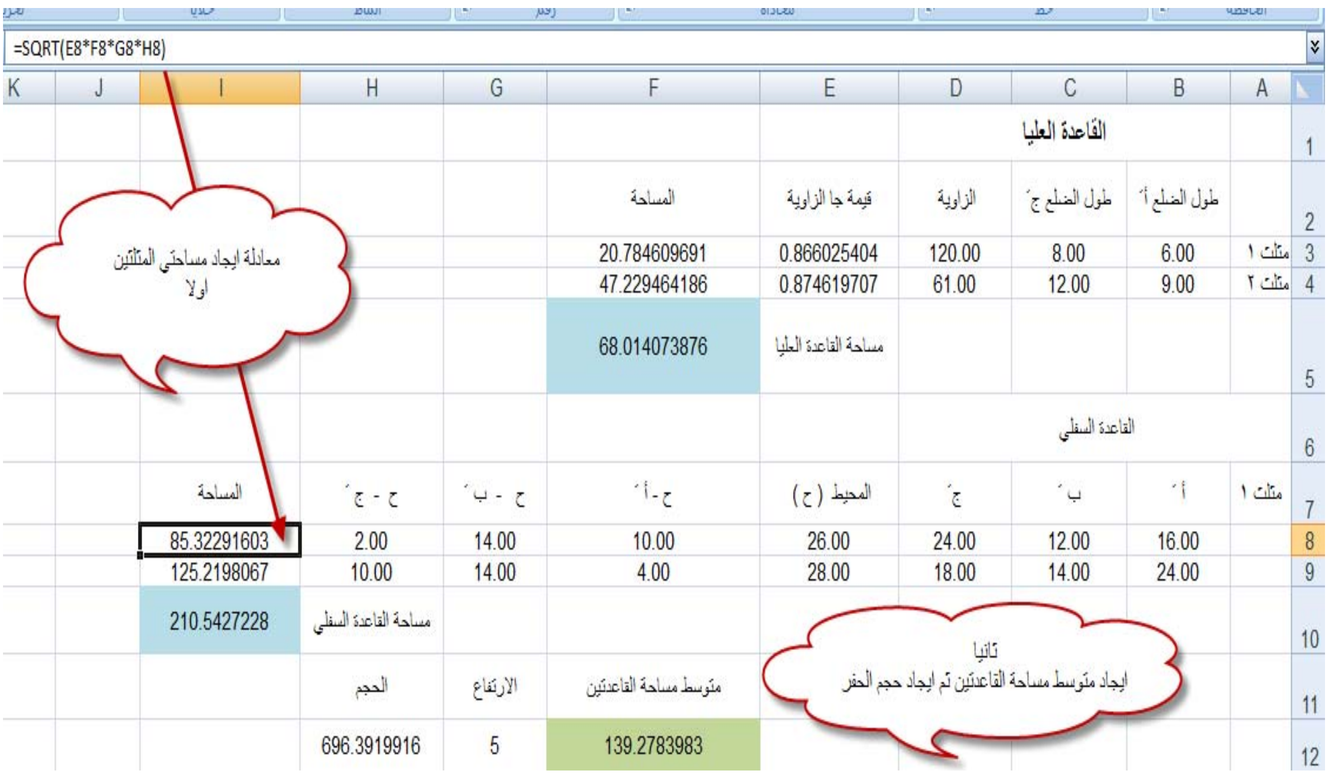


	A	B	C	D	E	F
1			القاعدة العليا			
2		طول الضلع أ	طول الضلع ج	الزاوية	قيمة جا الزاوية	المساحة
3	مثلث ١	6.00	8.00	120.00	0.866025404	20.784609691
4	مثلث ٢	9.00	12.00	61.00	0.874619707	47.229464186
5					مساحة القاعدة العليا	68.014073876



	A	B	C	D	E	F
1			القاعدة العليا			
2		طول الضلع أ	طول الضلع ج	الزاوية	قيمة جا الزاوية	المساحة
3	مثلث ١	6.00	8.00	120.00	0.866025404	20.784609691
4	مثلث ٢	9.00	12.00	61.00	0.874619707	47.229464186
5					مساحة القاعدة العليا	68.014073876


=(B8+C8+D8)/2
ايجاد المحيط لمثلثي القاعدة السفلى
القاعدة العليا
طول الضلع أ
طول الضلع ج
الزاوية
قيمة جا الزاوية
المساحة
مثلث ١
6.00
8.00
120.00
0.866025404
20.784609691
مثلث ٢
9.00
12.00
61.00
0.874619707
47.229464186
مساحة القاعدة العليا
68.014073876
القاعدة السفلى
مثلث ١
أ
ب
ج
المحيط (ح)
ح - أ
ح - ب
ح - ج
المساحة
16.00
12.00
24.00
26.00
10.00
14.00
2.00
85.32291603
24.00
14.00
18.00
28.00
4.00
14.00
10.00
125.2198067
مساحة القاعدة السفلى
210.5427228
متوسط مساحة القاعدتين
الارتفاع
الحجم
139.2783983
5
696.3919916


=SQRT(E8*F8*G8*H8)
معادلة ايجاد مساحتي المثلثين
اولا
القاعدة العليا
طول الضلع أ
طول الضلع ج
الزاوية
قيمة جا الزاوية
المساحة
مثلث ١
6.00
8.00
120.00
0.866025404
20.784609691
مثلث ٢
9.00
12.00
61.00
0.874619707
47.229464186
مساحة القاعدة العليا
68.014073876
القاعدة السفلى
مثلث ١
أ
ب
ج
المحيط (ح)
ح - أ
ح - ب
ح - ج
المساحة
16.00
12.00
24.00
26.00
10.00
14.00
2.00
85.32291603
24.00
14.00
18.00
28.00
4.00
14.00
10.00
125.2198067
مساحة القاعدة السفلى
210.5427228
ثانيا
ايجاد متوسط مساحة القاعدتين ثم ايجاد حجم الحفر
متوسط مساحة القاعدتين
الارتفاع
الحجم
139.2783983
5
696.3919916

مثال 2:

تم الرصد بأعمال الميزانيات لقناة ري بطول 120م، مجزأة على خمس نقاط والمسافة الجزئية بينها 30م، سجلت الأرصاد كما في الجدول

جدول أرصاد ميزانية لمحور طولي بطريقة سطح الميزان

رقم الوتد	مسافات الأفقية		القراءات على القامة			منسوب سطح الميزان	المنسوب	ملحوظات
	جزئية	تراكمية	مؤخرة	متوسطة	مقدمة			
B.M			**1.7**				**80**	
1				**2.4**				
2				**2.03**				
3				**2.7**				
4				**2.06**				
5				**2.3**				
B.M					**1.68**			

المطلوب:

1. حساب مناسيب الأرض الطبيعية وعمل التحقيق الحسابي، علماً بأن منسوب الروبير 80.000 م
2. حساب مناسيب خط الإنشاء، حيث منسوب النقطة الأولى 79.80م والميل 1٪ للأعلى.
3. رسم القطاع الطولي بمقياس رسم أفقي 1: 1000، ورأسي 1: 25.
4. حساب أعماق الحفر أو ارتفاعات الردم عند كل نقطة.
5. حساب مساحة كل قطاع، حيث القطاع مستطيل الشكل ذو عرض 1.2م.
6. حساب حجم الردم بين كل قطاعين.
7. حساب إجمالي حجم الردم.

الحل:

1- مناسيب الأرض الطبيعية كما في الجدول.

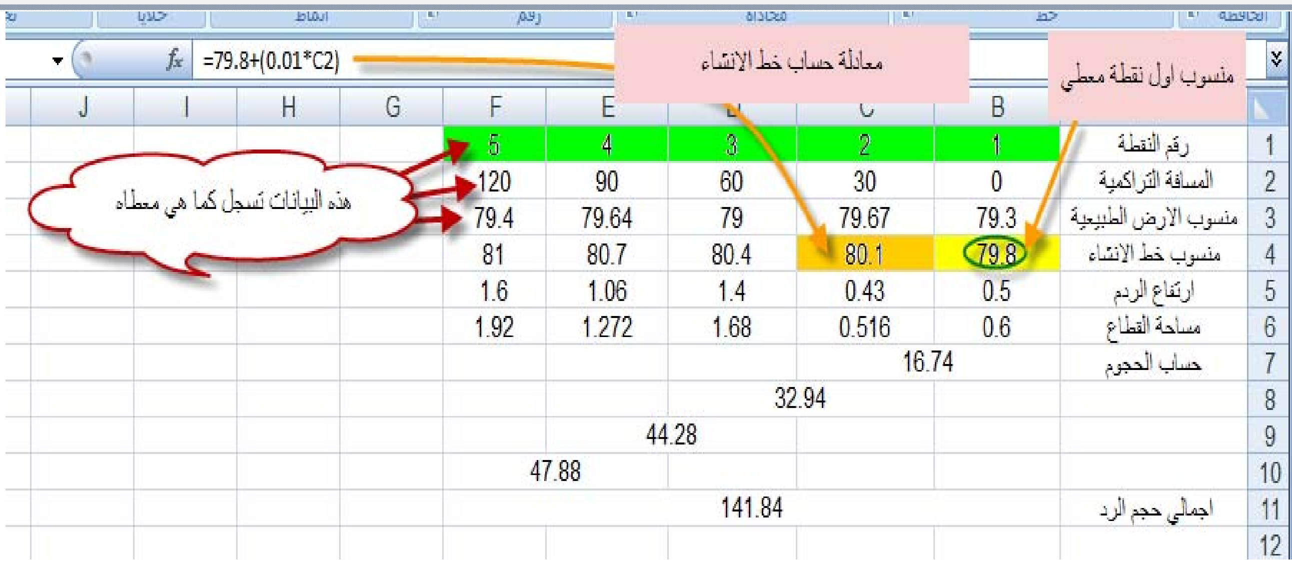
جدول أرصاد ميزانية لمحور طولي بطريقة سطح الميزان

رقم الوتد	مسافات الأفقية		القراءات على القامة			منسوب سطح الميزان	المنسوب	ملاحظات
	جزئية	تراكمية	مؤخرة	متوسطة	مقدمة			
B.M			1.7			81.7	80	
1				2.4			79.3	
2				2.03			79.67	
3				2.7			79	
4				2.06			79.64	
5				2.3			79.4	
B.M					1.68		80.02	

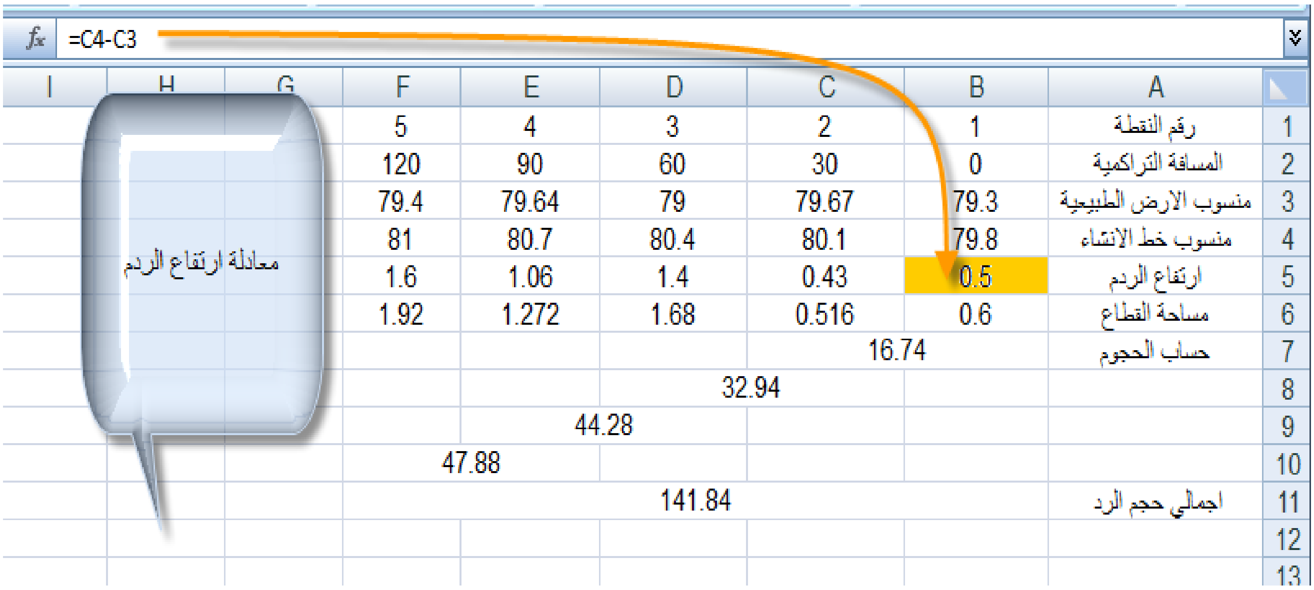
- القوانين المستخدمة:
- مناسيب خط الإنشاء:
  - منسوب أي نقطة = منسوب النقطة الأولى + (الميل × المسافة التراكمية).
- حساب ارتفاع الردم:
  - ارتفاع الردم = منسوب خط الإنشاء – منسوب الأرض الطبيعية
- حساب مساحة القطاعات حيث شكل القطاع مستطيل.
  - مساحة القطاع = عرض القطاع × ارتفاع الردم
  - حساب حجم الردم بين كل قطاعين:

$$\text{حجم الردم بين كل قطاعين} = \frac{\text{مجموع مساحتي القطاعين}}{2} \times \text{المسافة الجزئية}$$

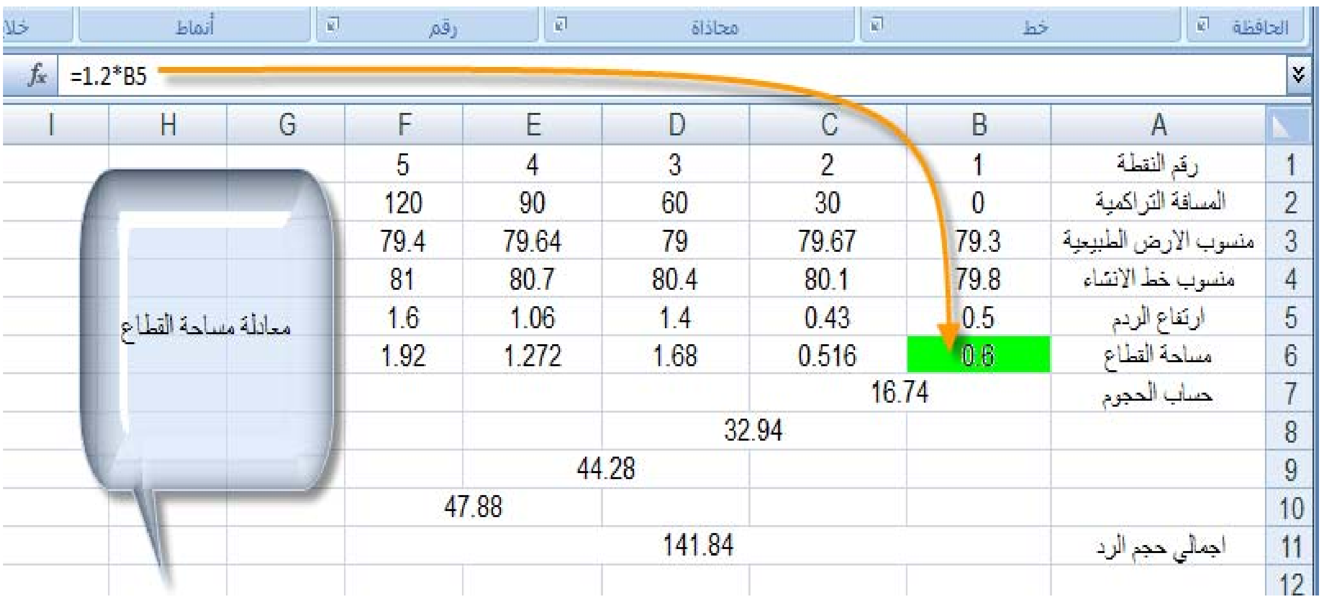
- إجمالي حجم الردم:
  - إجمالي حجم الردم = مجموع الأحجام بين القطاعات.



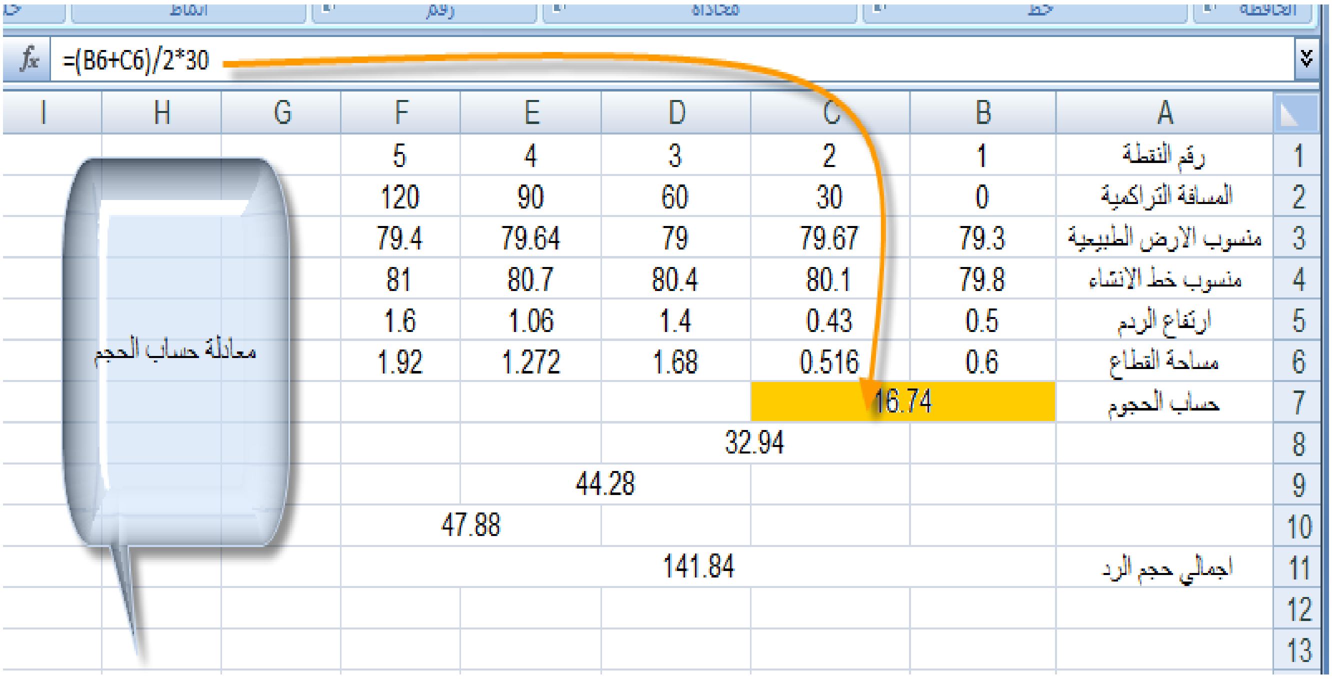
	A	B	C	D	E	F
1	رقم النقطة	1	2	3	4	5
2	المسافة التراكمية	0	30	60	90	120
3	منسوب الارض الطبيعية	79.3	79.67	79	79.64	79.4
4	منسوب خط الانشاء	79.8	80.1	80.4	80.7	81
5	ارتفاع الردم	0.5	0.43	1.4	1.06	1.6
6	مساحة القطاع	0.6	0.516	1.68	1.272	1.92
7	حساب الحجوم		16.74			
8				32.94		
9					44.28	
10						47.88
11	اجمالي حجم الرد			141.84		
12						



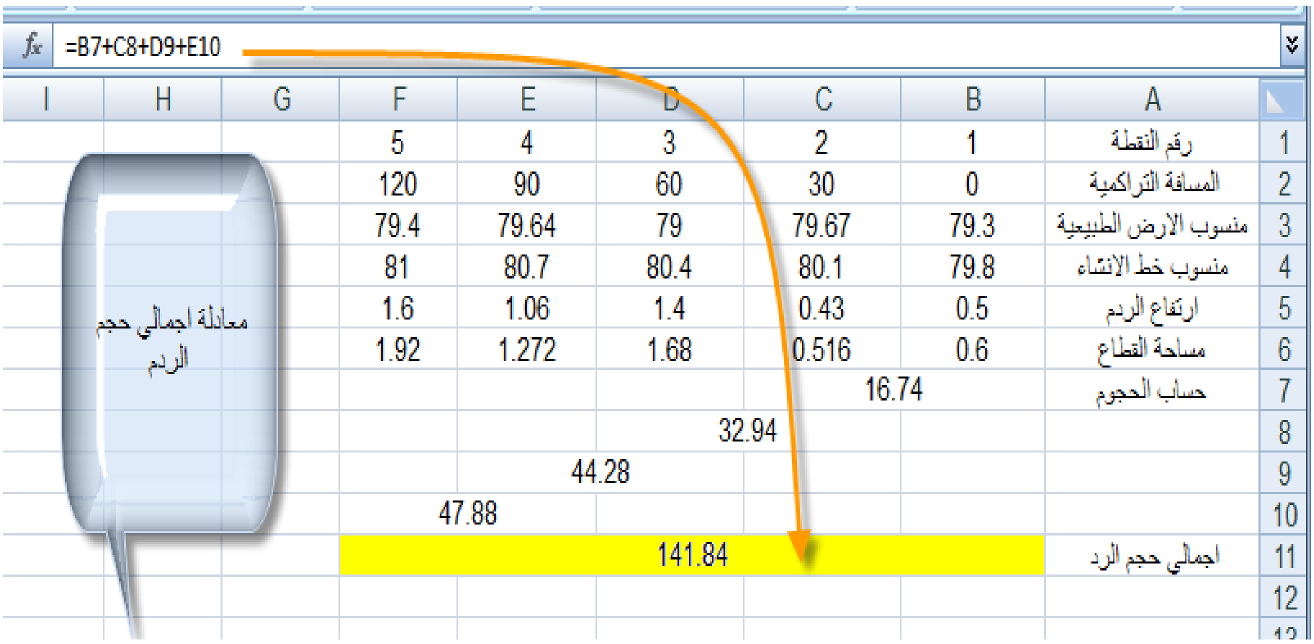
	A	B	C	D	E	F
1	رقم النقطة	1	2	3	4	5
2	المسافة التراكمية	0	30	60	90	120
3	منسوب الارض الطبيعية	79.3	79.67	79	79.64	79.4
4	منسوب خط الانشاء	79.8	80.1	80.4	80.7	81
5	ارتفاع الردم	0.5	0.43	1.4	1.06	1.6
6	مساحة القطاع	0.6	0.516	1.68	1.272	1.92
7	حساب الحجوم		16.74			
8				32.94		
9					44.28	
10						47.88
11	اجمالي حجم الرد			141.84		
12						
13						



	A	B	C	D	E	F
1	رقم النقطة	1	2	3	4	5
2	المسافة التراكمية	0	30	60	90	120
3	منسوب الارض الطبيعية	79.3	79.67	79	79.64	79.4
4	منسوب خط الانشاء	79.8	80.1	80.4	80.7	81
5	ارتفاع الردم	0.5	0.43	1.4	1.06	1.6
6	مساحة القطاع	0.6	0.516	1.68	1.272	1.92
7	حساب الحجوم		16.74			
8				32.94		
9					44.28	
10						47.88
11	اجمالي حجم الرد			141.84		
12						



	A	B	C	D	E	F
1	رقم النقطة	1	2	3	4	5
2	المسافة التراكمية	0	30	60	90	120
3	منسوب الارض الطبيعية	79.3	79.67	79	79.64	79.4
4	منسوب خط الانشاء	79.8	80.1	80.4	80.7	81
5	ارتفاع الردم	0.5	0.43	1.4	1.06	1.6
6	مساحة القطاع	0.6	0.516	1.68	1.272	1.92
7	حساب الحجوم	16.74				
8			32.94			
9				44.28		
10					47.88	
11	اجمالي حجم الرد			141.84		
12						
13						



	A	B	C	D	E	F
1	رقم النقطة	1	2	3	4	5
2	المسافة التراكمية	0	30	60	90	120
3	منسوب الارض الطبيعية	79.3	79.67	79	79.64	79.4
4	منسوب خط الانشاء	79.8	80.1	80.4	80.7	81
5	ارتفاع الردم	0.5	0.43	1.4	1.06	1.6
6	مساحة القطاع	0.6	0.516	1.68	1.272	1.92
7	حساب الحجوم	16.74				
8			32.94			
9				44.28		
10					47.88	
11	اجمالي حجم الرد			141.84		
12						

مثال3:

الكروكي أمامك لقطعة أرض مقسمة إلى شبكة مستطيلات، أبعاد المستطيل الواحد 10م×15م. تم الرصد بأعمال الميزانيات لهذه النقاط فكانت المناسيب كما هو معطى. احسب حجم الحفر أو حجم الردم عند تسوية الأرض على منسوب 15.500م بالطريقتين.

النقطة	المنسوب	النقطة	المنسوب
1	12.543	10	12.224
2	11.725	11	11.030
3	10.936	12	10.222
4	10.142	13	10.142
5	10.127	14	11.111
6	10.939	15	12.242
7	11.940	16	12.103
8	12.707	17	11.408
9	12.244	18	10.209

خطوات الحل :

1) حساب المنسوب المتوسط للتسوية.

$$\text{منسوب التسوية المتوسط} = \frac{\text{مجموع مناسيب الشبكة}}{\text{عدد النقاط}}$$

2) حساب أعماق الحفر وارتفاعات الردم.

عمق الحفر = منسوب الأرض – منسوب خط الإنشاء.

ارتفاع الردم = منسوب خط الإنشاء – منسوب الأرض.

3)مساحة قطعة الأرض الكلية.

مساحة قطعة الأرض الكلية = عدد المستطيلات أو المربعات × مساحة المستطيل الواحد.

4)حساب مساحة جزء الحفر، ومساحة جزء الردم.

$$\text{مساحة جزء الحفر} = \frac{\text{عدد نقاط الحفر}}{\text{عدد النقاط الكلية}} \times \text{المساحة الكلية}$$

$$\text{مساحة جزء الردم} = \frac{\text{عدد نقاط الردم}}{\text{عدد النقاط الكلية}} \times \text{المساحة الكلية}$$

5)متوسط أعماق الحفر.

$$\textbf{متوسط أعماق الحفر} = \frac{\text{مجموع أعماق الحفر}}{\text{عدد نقاط الحفر}}$$

6)متوسط ارتفاع الردم.

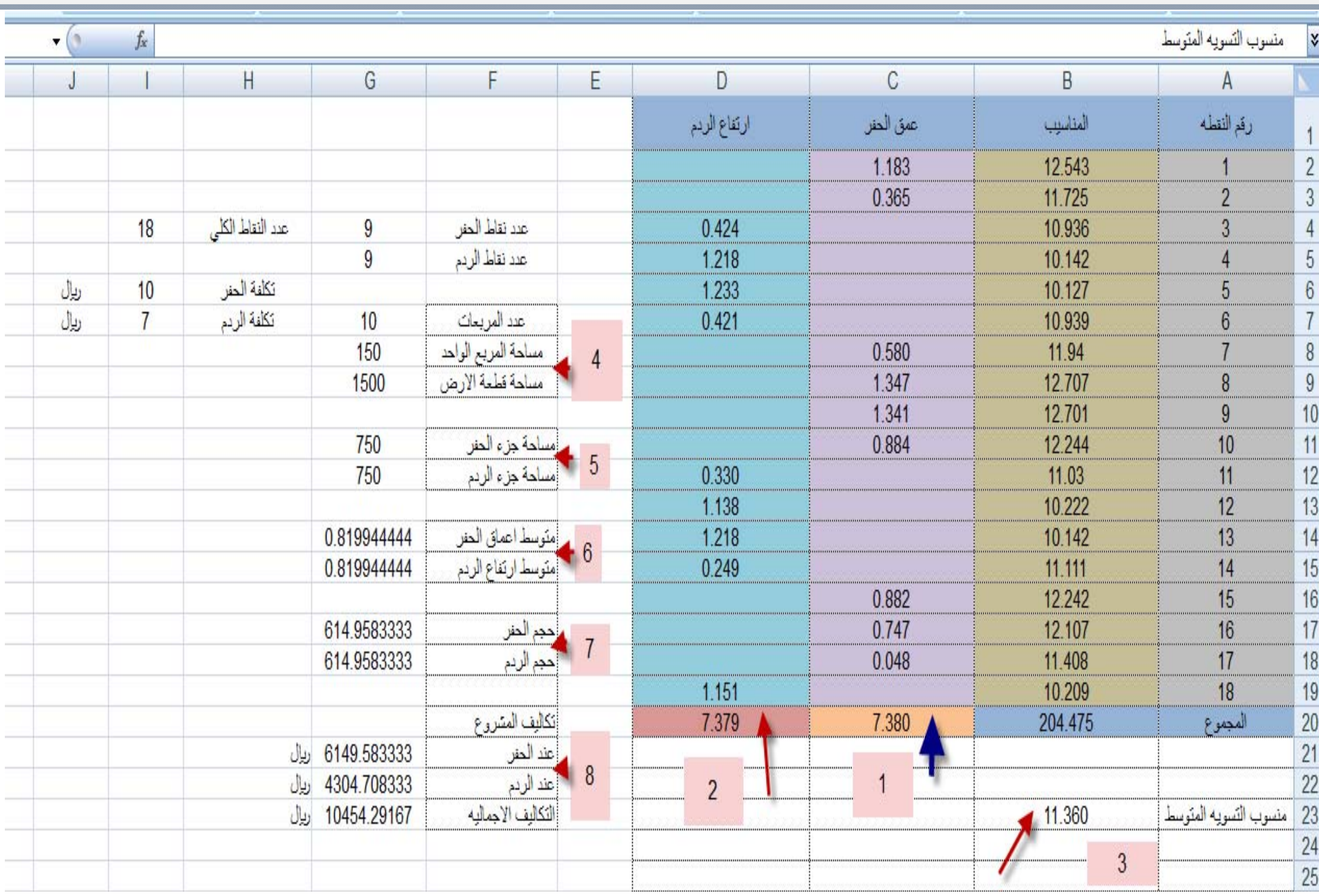
$$\textbf{متوسط ارتفاع الردم} = \frac{\text{مجموع ارتفاع الردم}}{\text{عدد نقاط الردم}}$$

7)حساب حجم الحفر وحجم الردم.

حجم الحفر = مساحة جزء الحفر × متوسط أعماق الحفر.

حجم الردم = مساحة جزء الردم × متوسط ارتفاع الردم

وبعد حساب كميات الحفر والردم (حجم الحفر وحجم الردم) نستطيع تقدير التكلفة الإجمالية للمشروع حيث يتوقف ذلك على سعر المتر المكعب عند الحفر وعند الردم.



منسوب التسويه المتوسط

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	رقم النقطه	المناسيب	عمق الحفر	ارتفاع الردم						
2	1	12.543	1.183							
3	2	11.725	0.365							
4	3	10.936		0.424		عدد نقاط الحفر	9	عدد النقاط الكلي	18	
5	4	10.142		1.218		عدد نقاط الردم	9			
6	5	10.127		1.233				تكلفة الحفر	10	ريال
7	6	10.939		0.421		عدد المربعات	10	تكلفة الردم	7	ريال
8	7	11.94	0.580		4	مساحة المربع الواحد	150			
9	8	12.707	1.347			مساحة قطعة الارض	1500			
10	9	12.701	1.341							
11	10	12.244	0.884		5	مساحة جزء الحفر	750			
12	11	11.03		0.330		مساحة جزء الردم	750			
13	12	10.222		1.138						
14	13	10.142		1.218	6	متوسط اعماق الحفر	0.819944444			
15	14	11.111		0.249		متوسط ارتفاع الردم	0.819944444			
16	15	12.242	0.882							
17	16	12.107	0.747		7	حجم الحفر	614.9583333			
18	17	11.408	0.048			حجم الردم	614.9583333			
19	18	10.209		1.151						
20	المجموع	204.475	7.380	7.379		تكاليف المشروع				
21			1		8	عند الحفر	6149.583333	ريال		
22				2		عند الردم	4304.708333	ريال		
23	منسوب التسويه المتوسط	11.360				التكاليف الاجماليه	10454.29167	ريال		
24		3								
25										

رابعا : حساب المساحة بالإحداثيات :

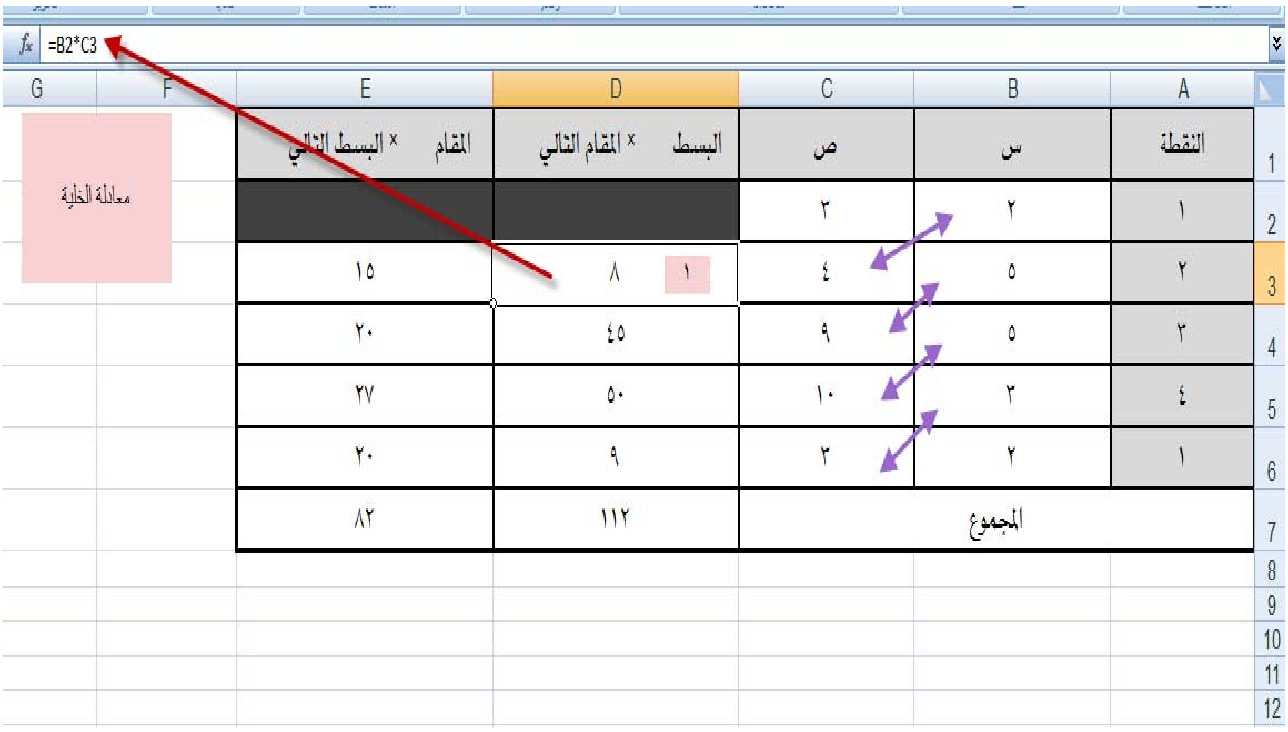
مثال :

(أ ب جـ د) مضلع مغلق والمطلوب حساب مساحة هذا المضلع إذا كانت إحداثيات النقاط بالمتر كالتالي:

النقطة	س	ص
1	2	3
2	5	4
3	5	9
4	3	10

توضع إحداثيات النقاط على شكل كسر بسطه الإحداثي السيني ومقامه الإحداثي الصادي كالتالي:

$$\frac{س_1}{ص_1} \quad \frac{س_2}{ص_2} \quad \frac{س_3}{ص_3} \quad \frac{س_4}{ص_4} \quad \frac{س_5}{ص_5} \quad \frac{س_1}{ص_1}$$



النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
١	٢	٣		
٢	٥	٤	٨	١٥
٣	٥	٩	٤٥	٢٠
٤	٣	١٠	٥٠	٢٧
١	٢	٣	٩	٢٠
المجموع			١١٢	٨٢

=C2*B3

معادلة الخلية

النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
١	٢	٣		
٢	٥	٤	٨	٢ ١٥
٣	٥	٩	٤٥	٢٠
٤	٣	١٠	٥٠	٢٧
١	٢	٣	٩	٢٠
المجموع			١١٢	٨٢

=0.5*(D7-E7)

معادلة المساحة

النقطة	س	ص	البسط × المقام التالي	المقام × البسط التالي
١	٢	٣		
٢	٥	٤	٨	١٥
٣	٥	٩	٤٥	٢٠
٤	٣	١٠	٥٠	٢٧
١	٢	٣	٩	٢٠
المجموع			١١٢	٨٢

3

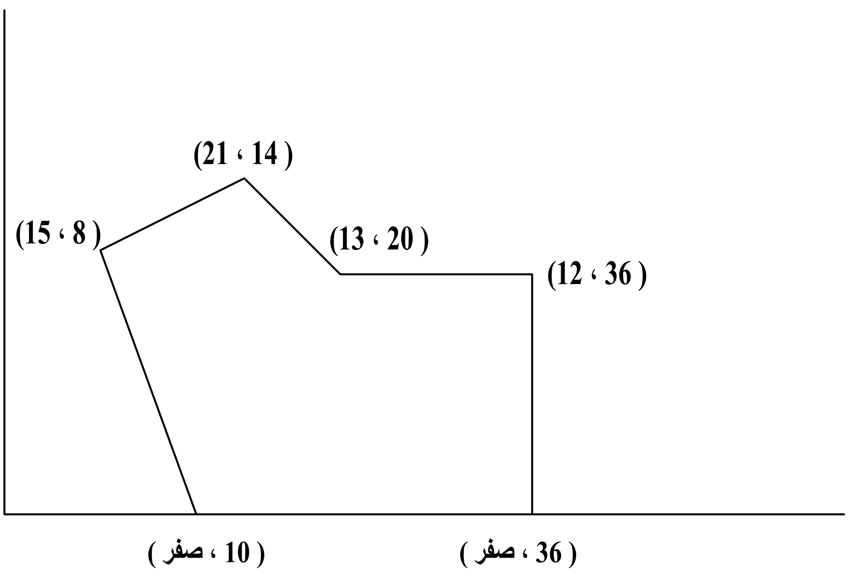
المساحة	15

تمارين تطبيقية

1. احسب المساحة الواقعة داخل المضلع المغلق (أ ب جـ د هـ) إذا كانت إحداثيات رؤوسه بالمتر كما يلي :

النقطة	س	ص
أ	150.4	85.4
ب	170.6	100.3
جـ	176.5	90.2
د	189.4	80.6
هـ	181.5	65.3

2. المطلوب حساب المساحة المحصورة داخل المضلع الموضح بالشكل علماً بأن الإحداثيات (س ، ص) الموضحة بالمتر ؟



3. قطعة أرض على شكل مثلث أ ب ج تم قياس طول القاعدة أ ب والارتفاع أ ج فكانا على الترتيب 15.20 متراً ، 4.15 متراً. فاحسب مساحة قطعة الأرض.

4. ساحة موقف سيارات على شكل مثلث ، تم قياس أطوال أضلاعه الثلاثة فكانت قيمها 12.10 متر ، 15.10 متر، 14.80 متر . احسب مساحة هذه الساحة.
5. تم تسوية قطعة أرض على شكل مثلث، وتم قياس طول ضلعين متجاورين فكانا 25.30 متر ، 23.80 متر وكذلك تم قياس مقدار الزاوية المحصورة بينهما فكانت 40ً 20َ 35° , احسب مساحة قطعة الأرض.
6. قطعة أرض على شكل مربع طول ضلعه = 15.65م مخصصة لإقامة مبنى سكني عليها. احسب مساحة قطعة الأرض.
7. قطعة أرض على شكل مستطيل طوله 15.60 متر وعرضه 8.40 متر، احسب مساحة قطعة الأرض.
8. احسب مساحة المعين الذي طول قاعدته = 14.80 وارتفاعه 9.40م.
9. احسب مساحة المعين الذي طول قطرية 20.15م ، 15.40م.
10. احسب مساحة متوازي الأضلاع الذي فيه طول القاعدة =8.90 متر ،وكان قياس ارتفاعه 5.40 متر.
11. احسب مساحة شبه المنحرف الذي فيه القاعدة الكبرى = 12.40م وطول القاعدة الصغرى = 8.80م وارتفاعه = 5.10م.
12. احسب مساحة الشكل الرباعي الذي طولا قطريه = 25.90م ، 22.10م والزاوية المحصورة بين القطرين 20َ 84°.
13. قطعة أرض مستصلحة للزراعة على شكل دائرة نصف قطرها 22 متر. احسب مساحتها.
14. احسب مساحة القطاع الدائري الذي طوله (نصف قطر دائرته) = 34 متر، وزاويته المركزية = 62° .
15. احسب مساحة الحلقة المحصورة داخل دائرتين متحدتين المركز وأنصاف أقطار هما 48 متر ، 32 متر.
16. احسب مساحة جزء الحلقة الذي يقابل زاوية مركزية مقدارها 84° ، إذا كان أنصاف أقطار الدائرتين 67 متر ، 58 متر.
17. احسب مساحة القطعة الدائرية التي زاويتها المركزية 42° ، ونصف قطر دائرتها 38 متر.
18. احسب مساحة القطع المكافئ الذي طول قاعدته 22 متر ، وارتفاعه 6 متر.

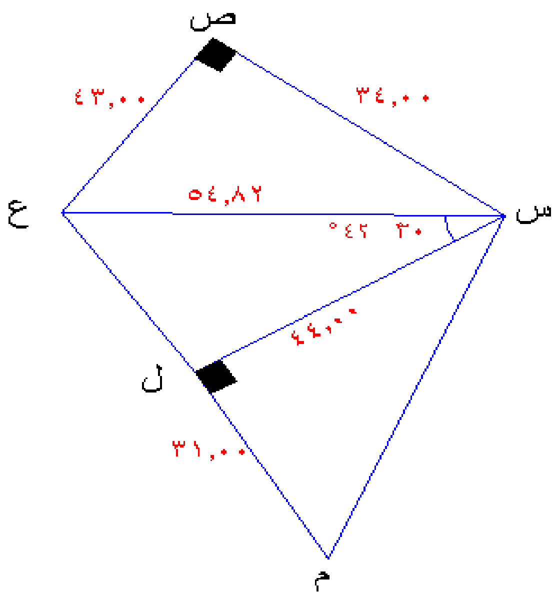
19. احسب مساحة القطع الناقص إذا كان طول محوره الأكبر 28 متر، وطول محوره الأصغر 25 متر.

20. قطعة أرض زراعية على شكل خماسي منتظم، تم قياس طول ضلعها فكان 14متر. احسب مساحة قطعة الأرض.

21. قطعة أرض زراعية على شكل مسدس منتظم طول ضلعها 16.50متر . احسب مساحتها؟

22. قطعة أرض زراعية على شكل مثمن منتظم، تم قياس طول ضلعها فكان 15متر. احسب مساحة قطعة الأرض.

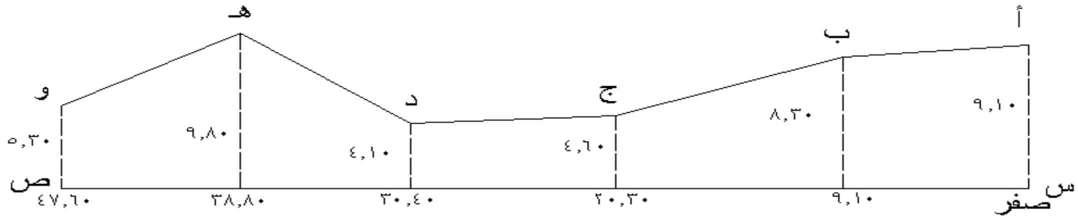
23. س ص ع ل م قطعة أرض قسمت إلى مثلثات وكانت أطوالها كما هي بالشكل احسب مساحة كل مثلث على حدة ، ثم احسب المساحة الكلية لقطعة الأرض :



.24

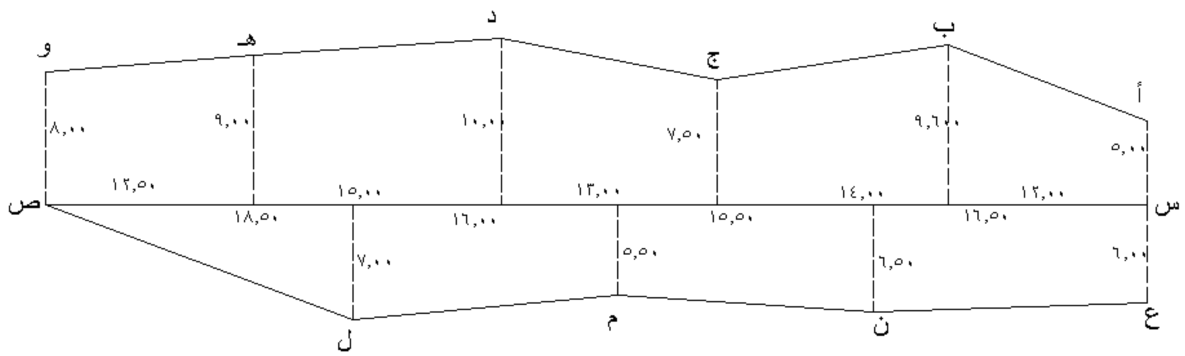
ب ج د هـ و حد متعرج ، س ص حد مستقيم أسقطت أعمدة من النقاط أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و على الحد المستقيم فكانت أطوالها كما بالشكل وأخذت القياسات بين

مواقع الأعمدة على خط القاعدة فكانت كما بالشكل والمطلوب إيجاد مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحد المتعرج أ ب ج د هـ و، والحد المستقيم س ص.



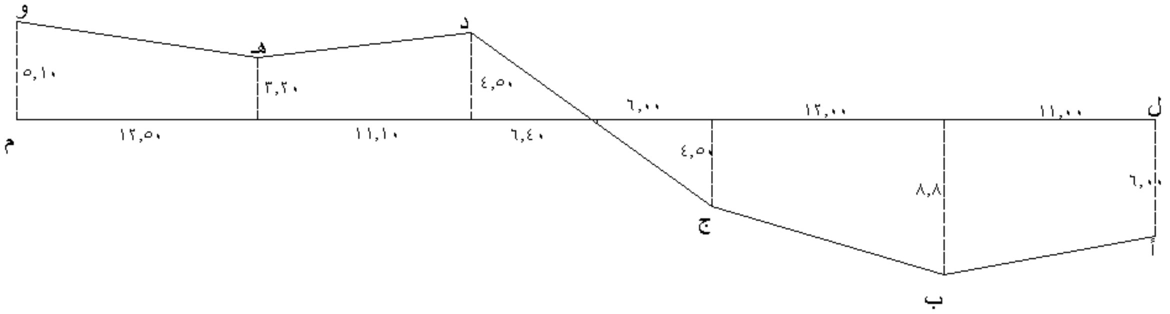
.25

لمطلوب إيجاد مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحدين المتعرجين أ ب ج د هـ ، ع ن م ل ص علماً بأن خط القاعدة س ص أخذ داخل قطعة الأرض وأسقطت الأعمدة عليه وكانت أطوالها كما هو موضح بالشكل .



.26

حسب مساحة قطعة الأرض المحصورة بين الحد المتعرج أ ب ج د هـ و ، والحد المستقيم ل م إذا كانت القياسات على خط القاعدة وأطوال الأعمدة كما هو بالشكل .



.27 قطعة أرض مقسمة لشبكة من المستطيلات أبعاد المستطيل 18×20 كما هو أمامك، انقل هذا الشكل إلى ورقة الرسم بمقياس 250:1، وارسم خطوط الكنتور بفترة 0.5 م واحسب مكعبات الحفر والردم عند تسوية الأرض على منسوب 60.500 م.

النقطة	المنسوب	النقطة	المنسوب
1	60.321	11	60.745
2	60.333	12	61.041
3	60.341	13	61.097
4	60.361	14	60.719
5	60.369	15	60.344
6	60.351	16	60.319
7	60.712	17	60.725
8	60.711	18	61.107
9	60.703	19	61.115
10	60.681	20	61.123

.28 انقل الشكل إلى ورقة الرسم بمقياس 100:1 ، وارسم خطوط الكنتور بفترة كنتورية 0.25 م، حيث قطعة الأرض مقسمة لشبكة من المستطيلات، أبعاد المستطيل 7م×9م.

❖ احسب حجم الحفر وحجم الردم عند تسوية الأرض على منسوب متوسط.

❖ احسب التكلفة الإجمالية للمشروع، إذا كان سعر المتر المكعب عند الحفر 11 ريال وعند الردم 8 ريالات.

المنسوب	النقطة	المنسوب	النقطة	النقطة	المنسوب	النقطة	النقطة
21.956	19	22.404	13	21.666	7	22.948	1
22.321	20	21.849	14	22.319	8	22.944	2
21.806	21	21.941	15	23.231	9	22.801	3
21.811	22	21.146	16	22.956	10	22.210	4
21.307	23	21.150	17	22.941	11	21.751	5
20.894	24	21.648	18	22.899	12	21.655	6
20.361	25						

29. احسب مكعبات الحفر والردم عند تسوية الأرض على المنسوب المتوسط.

المنسوب	النقطة	المنسوب	النقطة	النقطة	المنسوب	النقطة	النقطة
91.351	22	90.559	15	89.902	8	89.904	1
90.689	23	90.391	16	90.118	9	89.902	2
90.707	24	90.119	17	90.119	10	89.912	3
90.721	25	90.206	18	90.121	11	89.911	4
90.681	26	90.431	19	90.122	12	89.891	5
90.673	27	90.325	20	90.281	13	89.112	6
		90.650	21	90.602	14	89.879	7

المراجع

اسم المرجع	المؤلف
الجيوديسيا التطبيقية	محمد عيد الأظن
"المساحة"- الطبعة الرابعة	أبو هنطش، أحمد
المساحة التفصيلية والطبوغرافية	عبد الرحيم، محمود حسني، وحسين، محمد رشاد الدين مصطفى
المساحة المستوية	كمال الدين، حسين
مدخل إلى علم الخرائط ونظم المعلومات الجغرافية	ناصر، محمد السلمي
الحساب الفني، الصف الثاني مساحة، المؤسسة العامة للتعليم الفني والتدريب المهني	نصار، فتحي محمود، واليحيى، فهد عبد الرحمن، وأمين، جمال فتحي، والربيش، محمد حجيلان
المساحة التفصيلية والطبوغرافية	د/ محمود حسني عبد الرحيم د/ محمد رشاد الدين مصطفى
المساحة الطبوغرافية و الجيوديسية	د/ محمود حسني عبد الرحيم د/ محمد رشاد الدين مصطفى
الحساب المساحي	أ. د / مصطفى إمام شعبان
المساحة المستوية – الميزانيات و الكميات	د/ على شكري د/ محمود حسني د/ محمد رشاد
1992,"Surveying", fourth edition	Bannister, A.
1988, "Surveying", fifth edition	Dugdale, R. H.
1990, "Surveying",eighth edition	Moffitt, H. F.