# أولاً

# الجبر

# للصف الأول الإعدادى

# الفصل الدراسى الثانى

المدرسة
كل ما يحتاجه الطالب والمعلم

# الضرب المتكرر فى ن

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ عددا نسبياً ، ن عدداً صحيحاً موجباً فإن

$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times .................... \times \frac{أ}{ب}$ عدد ن من المرات

$(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$

فمثلاً $(\frac{٢}{٣})^{٣} = \frac{٢^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{٨}{٢٧}$ $(\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٣^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{٩}{٢٥}$

$(١\frac{١}{٢})^{٥} = (\frac{٣}{٢})^{٥} = \frac{٣^{٥}}{٢^{٥}} = \frac{٢٤٣}{٣٢}$

$(٠.٣)^{٢} = (\frac{٣}{١٠})^{٢} = \frac{٩}{١٠٠}$

$(٠.\dot{٦})^{٤} = (\frac{٢}{٣})^{٤} = \frac{٢^{٤}}{٣^{٤}} = \frac{١٦}{٨١}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**ملاحظات هامة**

(١) $(\frac{أ}{ب})^{صفر} = ١$

(٢) $(-\frac{أ}{ب})^{ن} = (\frac{أ}{ب})^{ن}$ [ حيث ن عدد زوجى ] $(-\frac{١}{٣})^{٢} = (\frac{١}{٣})^{٢} = \frac{١}{٩}$

(٣) $(-\frac{أ}{ب})^{ن} = -(\frac{أ}{ب})^{ن}$ [ حيث ن عدد فردى ] فمثلا $(-\frac{١}{٥})^{٣} = -(\frac{١}{٥})^{٣} = \frac{-١}{١٢٥}$

$(سالب)^{فردى} = سالب$ $(سالب)^{زوجى} = موجب$

$(-١)^{زوجى} = ١$ $(-١)^{فردى} = -١$

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٣} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٤}$

**الحـــــــــل**

المقدار $= -\frac{\cancel{٢٧}}{\cancel{٦٤}} \times \frac{\cancel{١٦}}{\cancel{٨١}} = \frac{-١}{١٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $\left(-\frac{٣}{٥}\right)^{٣} \times \frac{٢٥}{٢٧}$

**الحـــــــــل**

المقدار $= -\frac{٢٧}{١٢٥} \times \frac{٢٥}{٢٧} = \frac{-١}{٥}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} \div \left(-\frac{٢}{٩}\right)^{٢}$

**الحـــــــــل**

المقدار $= -\frac{٨}{٢٧} \times \frac{١}{٢٧} \div \frac{٤}{٨١} = -\frac{٨}{٢٧} \times \frac{١}{٢٧} \times \frac{٨١}{٤} = \frac{-٢}{٩}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \div \left[٨ \times \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٣}{٤}\right]$

**الحـــــــــل**

المقدار $= \frac{-١}{٨} \div \left[٨ \times \frac{١}{٤} \times \frac{٣}{٤}\right] = \frac{-١}{٨} \div \frac{٣}{٢} = \frac{-١}{٨} \times \frac{٢}{٣} = \frac{-١}{١٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كانت أ $= -\frac{١}{٢}$ ، ب $= ٢$ ، جـ $= \frac{٣}{٤}$ أوجد القيمة العددية للمقدار

أ$^{٣}$ ب$^{٢}$ + ب$^{٢}$ جـ - ٨ أ ب جـ

**الحـــــــــل**

المقدار $= \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \times (٢)^{٢} + (٢)^{٢} \times \frac{٣}{٤} - ٨ \times \frac{١}{٢} \times ٢ \times \frac{٣}{٤}$

$= \frac{-١}{٨} \times ٤ + ٤ \times \frac{٣}{٤} - ٨ \times \frac{٣}{٤} = \frac{-١}{٢} + ٣ - ٦ = \frac{-١}{٢} - ٣ = \frac{-١-٦}{٢} = \frac{-٧}{٢}$

# تمارين على الضرب المتكرر

**[ ١ ] أوجد قيمة كلا مما يأتى**

( أ ) $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢}$ (ب) $\left(\frac{٧}{٦}\right)^{٢}$ (جـ) $\left(\frac{-٤}{٣}\right)^{٣}$ ( ء ) $\left(\frac{-٢}{٥}\right)^{٢}$

(س) $\left(\frac{٥}{٤}\right)^{٣}$ (ص) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٤}$ (ع) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٦}$ ( ل ) $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٢] أوجد قيمة كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة**

( أ ) $\left(\frac{٥}{٤}\right)^{٤} \times \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣}$ (ب) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} \times ١\frac{٩}{١٦}$

(جـ) $\left(\frac{٥}{٤}\right)^{٤} \div \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$ ( ء ) $\left(\frac{-٣}{٥}\right)^{٣} \times \left(\frac{-٥}{٢٧}\right)^{٢}$

( هـ) $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٤} + \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$ ( و ) $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{٢} \times ٦\frac{١}{٨}$

(س) $\left(\frac{٤}{٩}\right)^{٢} - \left(\frac{١}{٣}\right)^{٤}$ (ص) $\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} \div \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣}$

(ع ) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \div ٣\frac{٣}{٨}$ ( ل ) $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٣} \div \left[ ٨ \times \left(-\frac{١}{٢}\right) \times \frac{٣}{٤} \right]$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٣] إذا كانت س = $\frac{-٢}{٣}$ ، ص = ٣ ، ع = $\frac{١}{٤}$ أوجد قيمة**

( أ ) س ص$^{٢}$ ع$^{٣}$ (ب) س$^{٣}$ ص$^{٢}$ ع$^{٣}$

(جـ) س$^{٢}$ - ص ع$^{٢}$ ( ء ) س$^{٢}$ ÷ ص$^{٣}$

( هـ ) س$^{٢}$ ص ÷ ع$^{٣}$ ( و ) س$^{٣}$ ÷ ( ص$^{٢}$ ع )

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٤ ] إذا كانت س = - ٠.٦ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ ، ع = - $\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة (س+ص) ÷ ع$^{٢}$**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٥ ] إذا كان أ =$\frac{٢}{٣}$ ، ب = - $\frac{٤}{٣}$ أوجد قيمة أ$^{٣}$ ÷ ب$^{٣}$**

# القوى الصحيحة الغير سالبة

## القانون الأول

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \times \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م + ن}$$

**عند ضرب الاساسات المتحدة تجمع الاسس**

**فمثلا** $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢ + ٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٥} = \frac{٢^{٥}}{٣^{٥}} = \frac{٣٢}{٢٤٣}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

## القانون الثانى

$$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} \div \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م - ن}$$

**عند قسمة الاساسات المتحدة تطرح الاسس**

**فمثلا** $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٧} \div \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٧ - ٣} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٤} = \frac{٢^{٤}}{٣^{٤}} = \frac{١٦}{٨١}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} \times \frac{٣}{٢} \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣}$

**الحـــــــــــل**

المقدار $= \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢ + ١ + ٣} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٦} = \frac{٣^{٦}}{٢^{٦}} = \frac{٧٢٩}{٦٤}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧}$

**الحـــــــــــل**

المقدار $= \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٥ + ٤} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٩} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٩ - ٧} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $(-\frac{١}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٢})^{٥}$

**الحـــــــــــــل**

المقدار $= -(\frac{١}{٢})^{٣} \times (\frac{١}{٢})^{٥} = -(\frac{١}{٢})^{٣+٥} = -(\frac{١}{٢})^{٨} = \frac{-١}{١٢٨}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $\left(\frac{س\,ص}{ع}\right)^{٢}$

**الحـــــــــــــل**

المقدار $= \left(\frac{س\,ص}{ع}\right)^{٢} = \frac{س^{٢}\,ص^{٢}}{ع^{٢}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى أبسط صورة $\left(\frac{س^{٢}\,ص^{٢}}{ع^{٣}\,ل^{٤}}\right)^{٢}$

**الحـــــــــــــل**

المقدار $= \frac{س^{٤}\,ص^{٤}}{ع^{٦}\,ل^{٨}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى أبسط صورة قيمة $\left(\frac{٥^{٢} \times ٥^{٤}}{٥^{٥}}\right)^{٢}$

**الحـــــــــــــل**

المقدار $= \left(\frac{٥^{٢+٤}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = \left(\frac{٥^{٦}}{٥^{٥}}\right)^{٢} = (٥)^{٢} = ٢٥$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة $\left((\frac{١}{٢})^{٢}\right)^{٣}$

**الحـــــــــــــل**

المقدار $= \left((\frac{١}{٢})^{٢}\right)^{٣} = (\frac{١}{٢})^{٦} = \frac{١}{٦٤}$

**مثال** إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة س$^{٩}$ ص$^{١٠}$

**الحـــــــــل**

المقدار = س$^{٩}$ × ص$^{٩}$ × ص = ( س ص )$^{٩}$ × ص = $( ٣ \times \frac{١}{٣} )^{٩} \times \frac{١}{٣}$

= $( ١ )^{٩} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كان س = ٣ ، ص = $\frac{١}{٣}$ أوجد قيمة س$^{١٢}$ ص$^{١٠}$

**الحـــــــــل**

المقدار = س$^{٢}$ × س$^{١٠}$ × ص$^{١٠}$ = س$^{٢}$ × ( س ص )$^{١٠}$ = $٣^{٢} \ ( ٣ \times \frac{١}{٣} )^{١٠}$

= $٩ \times ( ١ )^{١٠} = ٩ \times ١ = ٩$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كان $( \frac{٣}{٤} )^{٥}$ × س = $( \frac{٣}{٤} )^{٧}$ أوجد قيمة س

**الحـــــــــل**

$( \frac{٣}{٤} )^{٥}$ × س = $( \frac{٣}{٤} )^{٧}$

س = $( \frac{٣}{٤} )^{٧} \div ( \frac{٣}{٤} )^{٥} = ( \frac{٣}{٤} )^{٧ - ٥} = ( \frac{٣}{٤} )^{٢} = \frac{٩}{١٦}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أثبت أن $٥^{٢٠} + ٥^{٢١}$ يقبل القسمة على ٦

**الحـــــــــل**

المقدار = $٥^{٢٠} \ ( ١ + ٥^{١} ) = ٥^{٢٠} \times ٦$

٦ أحد عوامل المقدار ∴ المقدار يقبل القسمة على ٦

# تمارين على القوى الصحيحة الغير سالبة

**[ ١ ] احسب كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :-**

( أ ) $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ (ب) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$

(جـ) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{\text{صفر}}$ ( ء ) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} \times ٣\frac{٣}{٨}$

( هـ ) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٧} \div \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٣}$ ( و ) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{٢}{٣}\right) \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}$

( س ) $\left(\frac{-٥}{٢}\right)^{٢} \div ٢\frac{١}{٥}$ ( ص ) $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٣} \times \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٢ ] أحسب قيمة كلا مما يأتى مع وضع الناتج فى أبسط صورة :-**

( أ ) $\frac{٣^{٤} \times ٣^{٥}}{٣^{٧}}$ (ب) $\frac{٥^{٤} \times ٥^{٦}}{٥^{٢} \times ٥^{٥}}$ (جـ) $\frac{(-٣)^{٤} \times ٣^{٤}}{(-٣)^{٦}}$

( ء ) $\frac{٥^{١٢}}{٥^{٤} \times ٥^{٥}}$ (س) $\frac{س^{٤} \times ص^{٣} \times س^{٥}}{س^{٦} \times ص^{٢}}$ ( ع ) $\frac{س\,ص^{٢} \times س^{٢}\,ص}{س^{٢}\,ص^{٢}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٣] ضع على صورة** $\left(\frac{س}{ص}\right)^{ن}$

( أ ) $٣\frac{٣}{٨}$ (ب) $١\frac{٩}{١٦}$ (جـ) $٢\frac{٧}{٩}$ ( ء ) $٢\frac{١٠}{٢٧}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٤] إذا كانت س =** $-\frac{١}{٢}$ **، ص =** $\frac{٣}{٤}$ **، ع =** $-\frac{٣}{٢}$ **أوجد القيمة العددية للمقدار**

( أ ) $س^{٣}\,ص^{٢}$ (ب) $ص^{٣}\,س^{٢}$ (جـ) $\frac{س^{٣}}{ص^{٢}\,ع^{٢}}$

# القوى الصحيحة السالبة

| | |
|---|---|
| **تعريف** | **إذا كان أ عدداً نسبياً لا يساوى الصفر فإن** (١) $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$ ،،،، $\frac{١}{\text{أ}^{-\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{ن}}$ |

**فمثلا**

(١) $٣^{-٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$ ،،،،،،،،،، $٢^{-٣} = \frac{١}{٢^{٣}} = \frac{١}{٨}$

(٢) $٠.١ = \frac{١}{١٠} = ١٠^{-١}$ ،، $٠.٠١ = \frac{١}{١٠٠} = \frac{١}{١٠^{٢}} = ١٠^{-٢}$

(٣) $٦^{-١} = \frac{١}{٦}$ ،،،، $٣^{-١} = \frac{١}{٣}$ ،،،، $٥^{-١} = \frac{١}{٥}$

(٤) $(\frac{١}{٦})^{-١} = ٦$ ،،،، $(\frac{١}{٣})^{-١} = ٣$ ،،،، $(\frac{١}{٧})^{-١} = ٧$

(٥) $(\frac{٥}{٦})^{-١} = \frac{٦}{٥}$ ،،،، $(\frac{٤}{٣})^{-١} = \frac{٣}{٤}$ ،،،، $(\frac{٣}{٧})^{-١} = \frac{٧}{٣}$

(٦) $(\frac{٥}{٦})^{-٢} = (\frac{٦}{٥})^{٢} = \frac{٦^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{٣٦}{٢٥}$

(٧) $(\frac{٣}{٥})^{-٣} = (\frac{٥}{٣})^{٣} = \frac{٥^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

(٨) $٣ \times ٥^{-١} = ٣ \times \frac{١}{٥} = \frac{٣}{٥}$

(٩) $\frac{٣}{٥^{-١}} = ٣ \times ٥^{١} = ٣ \times ٥ = ١٥$

> $(\frac{\text{أ}}{\text{ب}})^{-\text{ن}} = (\frac{\text{ب}}{\text{أ}})^{\text{ن}}$
>
> $\text{أ}^{-\text{ن}} \times \text{أ}^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{صفر}} = ١$
>
> **أى أن $\text{أ}^{\text{ن}}$ ، $\text{أ}^{-\text{ن}}$ كلا منهما معكوس ضربى للأخر**

**لاحظ أن**

$٣^{٥} \times ٣^{-٥} = ٣^{٥ - ٥} = ٣^{\text{صفر}} = ١$

$٥^{-٣} \div ٥^{-٧} = ٥^{-٣ - (-٧)} = ٥^{-٣ + ٧} = ٥^{٤} = ٦٢٥$

ملاحظة

قوانين الاسس الصحيحة الغير سالبة تنطبق على الاسس الصحيحة السالبة .

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال أوجد قيمة $\frac{٥^{-٢} \times ٥^{٨}}{٥^{٤}}$

الحـــــــــــــل

المقدار = $\frac{٥^{-٢+٨}}{٥^{٤}} = \frac{٥^{٦}}{٥^{٤}} = ٥^{٦ - ٤} = ٥^{٢} = ٢٥$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال أوجد قيمة $(\frac{٥}{٣})^{-٤} \div (١ \frac{٢}{٣})^{-٧}$

الحـــــــــــــل

المقدار = $(\frac{٥}{٣})^{-٤} \div (\frac{٥}{٣})^{-٧} = (\frac{٥}{٣})^{-٤ + ٧} = (\frac{٥}{٣})^{٣} = \frac{١٢٥}{٢٧}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال أوجد قيمة $(\frac{٧}{٣})^{-٦} \div (\frac{٧}{٣})^{-٤}$

الحـــــــــــــل

المقدار = $(\frac{٧}{٣})^{-٦} \div (\frac{٧}{٣})^{-٤} = (\frac{٧}{٣})^{-٦ + ٤} = (\frac{٧}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٧})^{٢} = \frac{٩}{٤٩}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال أختصر لابسط صورة $\left(\frac{٥^{٣} \times ٥^{-٢}}{٥^{-١} \times ٥^{٤}}\right)^{-٢}$

الحـــــــــــــل

المقدار = $\left(\frac{٥^{٣ - ٢}}{٥^{-١ + ٤}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥^{١}}{٥^{٣}}\right)^{-٢} = (٥^{١ - ٣})^{-٢} = (٥^{-٢})^{-٢} = ٥^{٤} = ٦٢٥$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

لاحظ أن إذا كانت أ = $\frac{٧}{٣}$ فإن أ$^{-١}$ = $\frac{٣}{٧}$

إذا كانت أ = $\frac{١}{٣}$ فإن أ$^{-١}$ = ٣

# تمارين على القوى الصحيحة السالبة

**[ ١ ] أحسب قيمة كلا مما يأتى**

(أ) $٣^{-١}$ (ب) $٥^{-٢}$ (جـ) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٢}$ (ء) $\left(\frac{١}{٢}\right)^{-٣}$

(هـ) $٥ \times ٧^{-١}$ (و) $٣ \times ٢^{-٣}$ (س) $٢^{-٣} \times ٥$ (ص) $٢^{-١} \times ٣^{-١}$

(ع) $(٠.١)^{-١}$ (ل) $(٠.٢)^{-٢}$ (م) $\frac{٦^{٢}}{٦^{٤}}$ (ن) $\frac{٥}{٣^{-١}}$

(ك) $\frac{٣^{-٢}}{٢^{-٣}}$ (ف) $\frac{٧}{٢^{-٣}}$ (ق) $\frac{٣^{-٢}}{٣^{-٥}}$ (غ) $\frac{٥^{٢}}{٥^{-٣}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٢] أحسب قيمة كلا مما يأتى**

(١) $\frac{٨ \times ٨^{-٢}}{٨^{-٣}}$ (٢) $\frac{٧^{٢} \times ٧^{-٤}}{٧^{-٣}}$ (٣) $\frac{٥^{-٣} \times ٥^{-٢}}{٥^{-٧}}$

(٤) $\frac{٢^{٣} \times ٢^{-٢}}{(٢^{٢})^{٢}}$ (٥) $\left(\frac{٧^{٢} \times ٧^{-٥}}{٧^{-٤}}\right)^{٢}$ (٦) $\frac{٥^{٣} \times ٥^{-٤}}{٥^{-٢} \times ٥^{٣}}$

(٧) $(٥^{\text{صفر}} - ٣^{-١})^{٢}$ (٨) $\frac{١ - ٣^{-١}}{١ - ٣^{-٢}}$ (٩) $\frac{(١٠)^{٢} \times (٠.٠١)^{٣}}{(١٠)^{-٢}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٣] أكمل**

(١) إذا كانت س = $\frac{٣}{٥}$ فإن $\text{س}^{-١}$ = .........

(٢) إذا كانت س = ٥ فإن $\text{س}^{-١}$ = ..........

(٣) إذا كانت أ = $٣^{\text{س}}$ ، ب = $٣^{-\text{ص}}$ فإن أ × ب = ............

# الصورة القياسية للعدد

**الصورة القياسية للعدد هى أ × $١٠^{ن}$ حيث ١ ≤ |أ| < ١٠ ، ن ∈ ص**

**لاحظ أن**

| | |
|---|---|
| ١٠ = $١٠^{١}$ | ٠.١ = $١٠^{-١}$ |
| ١٠٠ = $١٠^{٢}$ | ٠.٠١ = $١٠^{-٢}$ |
| ١٠٠٠ = $١٠^{٣}$ | ٠.٠٠١ = $١٠^{-٣}$ |
| ١٠٠٠٠ = $١٠^{٤}$ | ٠.٠٠٠١ = $١٠^{-٤}$ |
| **وهكذا** | **وهكذا** |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**العدد ٢٠٠٠ = ٢ × ١٠٠٠ = ٢ × $١٠^{٣}$**

**العدد ٣٠٠٠٠٠ = ٣ × ١٠٠٠٠٠ = ٣ × $١٠^{٥}$**

**العدد ٠.٠٠٧ = ٧ × ٠.٠٠١ = ٧ × $١٠^{-٣}$**

**العدد ٠.٠٠٠٢ = ٢ × ٠.٠٠٠١ = ٢ × $١٠^{-٤}$**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** ضع العدد ٥٢٠٠٠٠٠٠ على الصورة القياسية

**الحــــــــل**

٥٢٠٠٠٠٠٠ = ٥.٢ × $١٠^{٧}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** ضع العدد ٠.٠٠٠٠٠٠٠١٢ على الصورة القياسية

**الحــــــــل**

٠.٠٠٠٠٠٠٠١٢ = ١٢ × ٠.٠٠٠٠٠٠٠٠١ = ١٢ × $١٠^{-٩}$

**مثال** أكتب العدد $٥٦ \times ١٠^{٧}$ على الصورة القياسية

**الحــــــــــــل**

العدد = $٥٦ \times ١٠^{٧} = ٥٫٦ \times ١٠ \times ١٠^{٧} = ٥٫٦ \times ١٠^{٨}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أكتب العدد $٤٦١٫٢ \times ١٠^{٥}$ على الصورة القياسية

**الحــــــــــــل**

المقدار = $٤٦١٫٢ \times ١٠^{٥} = ٤٫٦١٢ \times ١٠^{٢} \times ١٠^{٥} = ٤٫٦١٢ \times ١٠^{٧}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أكتب $٠٫٧ \times ١٠^{٥}$ على الصورة القياسية

**الحــــــــــــل**

العدد = $٠٫٧ \times ١٠^{٥} = ٧ \times ٠٫١ \times ١٠^{٥} = ٧ \times ١٠^{-١} \times ١٠^{٥} = ٧ \times ١٠^{٤}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أكتب $٠٫٧ \times ١٠^{-٥}$ على الصورة القياسية

**الحــــــــــــل**

العدد = $٠٫٧ \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ٠٫١ \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ١٠^{-١} \times ١٠^{-٥} = ٧ \times ١٠^{-٦}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أكتب العدد $٥٧ \times ١٠^{-٦}$ على الصورة القياسية

**الحــــــــــــل**

العدد = $٥٧ \times ١٠^{-٦} = ٥٫٧ \times ١٠ \times ١٠^{-٦} = ٥٫٧ \times ١٠^{-٥}$

## تمارين على الصورة القياسية

**[١ ] ضع كلا مما يأتى على الصورة القياسية**

( ١ ] $٣٩ \times ١٠^{-٣}$      (٢) $٥٦٤ \times ١٠^{-٤}$

(٣) $٣٢٫٥ \times ١٠^{-٦}$      (٤) $٥٧٢٫٦٩ \times ١٠^{٤}$

(٥) $٧٩ \times ١٠^{٥}$      (٦) $٣٦٥ \times ١٠^{٦}$

(٧) ٠٫٢١٤٥      (٨) ٠٫٣٢٤

(٩) ٠٫٠٠٠٢٥      (١٠) ٠٫٠٠٠٠٠٣٦

(١١) ٢٥٠٠٠٠٠٠      (١٢) ٣٦٥٠٠٠٠

(١٣) $-٣٦٥ \times ١٠^{-٧}$      (١٤) $٠٫٤ \times ١٠^{-٧}$

(١٥) $٠٫٦ \times ١٠^{٤}$      (١٦) $٠٫٦٩ \times ١٠^{٥}$

(١٧) $(٢٠٠٠٠)^{٢}$      (١٨) $(٣٠٠٠)^{٤}$

(١٩) $(٠٫٢ \times ١٠^{٤}) \times (٢٫٥ \times ١٠^{٣})$      (٢٠) $٠٫٠٠٠٠٦ \div ٣٠$

(٢١) $(٤٫٢ \times ١٠^{٤}) \times (٢٫٥ \times ١٠^{٦})$      (٢٢) $٥٠٠٠ \times ٣٢٠٠٠٠$

(٢٣) $(٣٫٢ \times ١٠^{٤}) - (٢٫٥ \times ١٠^{٣})$      (٢٤) $(٣٩ \times ١٠^{٤}) + (٢٫٥ \times ١٠^{٥})$

# ترتيب أجراء العمليات الحسابية

**( أولا ) ترتيب أجراء العمليات الحسابية فى مقدار بدون أقواس**

**(١) حساب قوى العدد ( الاسس)**

**(٢) الضرب والقسمة بالترتيب من اليمين الى اليسار**

**(٣) الجمع والطرح بالترتيب من اليمين الى اليسار**

@@@@@@@@@@@@

**(ثانيا ) ترتيب أجراء العمليات الحسابية فى مقدار به أقواس**

**(١) أجراء العمليات الحسابية داخل الاقواس الداخلية ثم الخارجية**

**(٢) حساب قوى العدد ( الاسس)**

**(٣) الضرب والقسمة بالترتيب من اليمين الى اليسار**

**(٤) الجمع والطرح بالترتيب من اليمين الى اليسار**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة المقدار ٢ × ٦ – ٤ ÷ ٢

**الحـــــــل**

المقدار = ٢ × ٦ – ٤ ÷ ٢ = ١٢ – ٢ = ١٠

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة المقدار ٩ + ٤ × ٣$^{٢}$

**الحـــــــل**

المقدار = ٩ + ٤ × ٣$^{٢}$ = ٩ + ٤ × ٩ = ٩ + ٣٦ = ٤٥

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد ناتج ٤ × ٧ – ٣$^{٢}$

**الحـــــــل**

المقدار = ٤ × ٧ – ٣$^{٢}$ = ٤ × ٧ – ٩ = ٢٨ – ٩ = ١٩

**مثال** أوجد ناتج ١٤٤ ـ ٨ ÷ $٢^{٣}$

**الحــــــــل**

المقدار = ١٤٤ ـ ٨ ÷ $٢^{٣}$ = ١٤٤ ـ ٨ ÷ ٨ = ١٤٤ ـ ١ = ١٤٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد ناتج ٤ × $٢^{٣}$ ـ ٢٠

**الحــــــــل**

المقدار = ٤ × $٢^{٣}$ ـ ٢٠ = ٤ × ٨ ـ ٢٠ = ٣٢ ـ ٢٠ = ١٢

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة ١٩٦ ÷ $(٧ ـ ٥)^{٢}$

**الحــــــــل**

المقدار = ١٩٦ ÷ $(٧ ـ ٥)^{٢}$ = ١٩٦ ÷ $(٢)^{٢}$ = ١٩٦ ÷ ٤ = ٤٩

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة ٧ ( $٦^{٢}$ ÷ ٢ × ٣ )

**الحــــــــل**

المقدار = ٧ ( $٦^{٢}$ ÷ ٢ × ٣ ) = ٧ ( ٣٦ ÷ ٦ ) = ٧ × ٦ = ٤٢

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة ١٢ × $٢^{٢}$ ÷ ٢٤ + $٣^{٢}$

**الحــــــــل**

المقدار = ١٢ × $٢^{٢}$ ÷ ٢٤ + $٣^{٢}$ = ١٢ × ٤ ÷ ٢٤ + ٩ = ٤٨ ÷ ٢٤ + ٩

= ٢ + ٩ = ١١

**مثال** أحسب قيمة ٢ – [ ( ٧ – ٣ ) – ٢ ]

**الحـــــــل**

المقدار = ٢ – [ ( ٧ – ٣ ) – ٢ ] = ٢ – [ ٤ – ٢ ] = ٢ – ٢ = صفر

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة ٣ + [ ٥ + ٢ ( ٨ ÷ ٤ ) ]

**الحـــــــل**

المقدار = ٣ + [ ٥ + ٢ ( ٨ ÷ ٤ ) ] = ٣ + [ ٥ + ٢ ( ٢ ) ] = ٣ + [ ٥ + ٤ ]

= ٣ + ٩ = ١٢

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة ٦ ÷ ٣ + [ ٧ + ٢٠ ÷ ( ٦ – $٢^{٢}$ ) ]

**الحـــــــل**

المقدار = ٦ ÷ ٣ + [ ٧ + ٢٠ ÷ ( ٦ – $٢^{٢}$ ) ] = ٢ + [ ٧ + ٢٠ ÷ ( ٦ – ٤ ) ]

= ٢ + [ ٧ + ٢٠ ÷ ٢ ] = ٢ + [ ٧ + ١٠ ] = ٢ + ١٧ = ١٩

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$

**الحـــــــل**

المقدار = $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$ = $\frac{٢٢}{١١}$ = ٢

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أحسب قيمة $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١}$ + $٥^{٢}$ – ٥

**الحـــــــل**

المقدار = $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١}$ + $٥^{٢}$ – ٥ = $\frac{٥ + ١٠}{٤ + ١}$ + ٢٥ – ٥ = $\frac{١٥}{٥}$ + ٢٥ – ٥

= ٣ + ٢٥ – ٥ = ٣ + ٢٠ = ٢٣

**مثال** أوجد قيمة المقدار ١٦ أ ÷ ( ٤ ب ) + ٣ ب أ عندما أ = ٩ ، ب = ٦

الحـــــل

المقدار = ١٦ × ٩ ÷ ( ٤ × ٦ ) + ٣ × ٦ × ٩ = ١٤٤ ÷ ٢٤ + ١٦٢

= ٦ + ١٦٢ = ١٦٨

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كانت س = ٣ أوجد قيمة المقدار ٢ $\left(\frac{\text{٥ س + ٣}}{\text{٤ س - ٣}}\right)$

الحـــــل

المقدار = ٢ $\left(\frac{\text{٥ × ٣ + ٣}}{\text{٤ × ٣ - ٣}}\right)$ = ٢ $\left(\frac{\text{١٥ + ٣}}{\text{١٢ - ٣}}\right)$ = ٢ $\left(\frac{\text{١٨}}{\text{٩}}\right)$ = ٢ × ٢ = ٤

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أختصر $\frac{\text{ن}}{\text{٣}}$ ( ٣ ن – ٦ ) + $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ ( ٦ – ٢ ن ) ما قيمة الناتج عندما ن = ١

الحـــــل

المقدار = $\frac{\text{ن}}{\text{٣}}$ × ٣ ن - $\frac{\text{ن}}{\text{٣}}$ × ٦ + $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ٦ - $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ٢ ن = $\text{ن}^{\text{٢}}$ – ٢ ن + ٣ – ن

= $\text{ن}^{\text{٢}}$ – ٣ ن + ٣

عندما ن = ١

المقدار = $(\text{١})^{\text{٢}}$ – ٣ (١) + ٣ = ١ – ٣ + ٣ = ١

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كان س = ٤ ( ٥ + ٦ ) – ٦ ،،، ص = ٩ ( ٣٦ ÷ ١٢ ) ÷ ٣

أوجد القيمة العددية للمقدار س + ص

الحـــــل

س = ٤ ( ٥ + ٦ ) – ٦ = ٤ ( ١١ ) – ٦ = ٤٤ – ٦ = ٣٨

ص = ٩ ( ٣٦ ÷ ١٢ ) ÷ ٣ = ٩ ( ٣ ) ÷ ٣ = ٢٧ ÷ ٣ = ٩

المقدار = س + ص = ٣٨ + ٩ = ٤٧

# تمارين على ترتيب العمليات الحسابية

[ ١ ] أحسب قيمة كلا مما يأتى

(١) ١٥ ÷ ٥ + ٤ (٢) ٢٠ + ٨ ÷ ٢

(٣) ١٣ + ٥ × ٤ (٤) ٤ × ٧ – ٣$^{٣}$

(٥) ( ٧ – ٤ ) × ٢ ÷ ٣ (٦) ٩ × ١٠ + ٢٠ ÷ ٢ – ٧

(٧) (١٥ × ٢ ) ÷ [ ٥ – ( ٩ – ٧ ) ] (٨) ٢ + ٣ [ ٤ + ( ٦ × ٣ – ٨ ) ] × ٢

(٩) ١٠ × ٣ ÷ [ ٤ – ( ٩ – ٧) ] (١٠) ٦ + ٩ ÷ ٣ + ٢ × ٣$^{٢}$ + ١١ – ٨

(١١) ٢٠ ÷ ٥ + ٨ – ( ٤ – ١ ) (١٢) ١٢ ÷ ٣ + ٢ × ٥

(١٣) ٣ + ٤ × ٥ – ١٤ (١٤) ٣٥ – ٤ × ٧ + ١٠

(١٥) ٧ + ١٥ ÷ ٣ (١٦) ٧ – [ ١٠ – (-٣) ] -٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[ ٢ ] أختصر ٢ ( ٣س – ص ) – ٥ ( ص – ٢ س ) ثم أوجد قيمة الناتج عندما

س = ٤ ، ص = -٢

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[٣] إذا كانت س = ٢ ، ص = ٥ أوجد القيمة العددية لكلا من المقادير الاتية

( أ ) ( س + ص )$^{٢}$ (ب) (س – ص )$^{٢}$ ( جـ) س$^{٣}$ + ص$^{٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[ ٤ ] إذا كانت س = ١٥ ÷ ٥ + ١ ، ص = ١٧ – ٥ × ٣ أوجد قيمة

٣ س + ٥ ص

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[٥] إذا كانت س = ٣ (٤ + ١) – ٤ × ٢ ، ص = ٢ × ٣$^{٢}$ – ٥ × ٣

أوجد قيمة ٥س + ٢ ص

# الجذر التربيعى لعدد نسبى مربع كامل

**تعريف** **الجذر التربيعى للعدد النسبى الموجب أ هو العدد الذى مربعه يساوى أ**

* الرمز $\sqrt{\text{أ}}$ يعنى الجذر التربيعى الموجب للعدد النسبى الموجب أ

* الرمز $-\sqrt{\text{أ}}$ يعنى الجذر التربيعى السالب للعدد النسبى الموجب أ

* $\sqrt{\text{صفر}} = \text{صفر}$

* $\sqrt{\text{عدد سالب}}$ ( ليس له معنى )

* الجذر التربيعى للعدد النسبى ٢٥ = $\pm$ ٥

* الجذرين التربيعين للعدد النسبى ٤٩ = $\pm$ ٧

* إذا كان أ عدد نسبى مربع كامل فان الجذرين التربيعيين للعدد أ كلا منهما عددا نسبيا وكلا منهما معكوس جمعى للجذر الاخر

* $\sqrt{\text{أ}^{٢}} = \text{أ}$ ، $\sqrt{\text{أ}^{٤}} = \text{أ}^{٢}$ ، $\sqrt{\text{أ}^{٦}} = \text{أ}^{٣}$ ، $\sqrt{\text{أ}^{٨}} = \text{أ}^{٤}$ وهكذا .........

* $\sqrt{(-٣)^{٢}} = ٣$ ، $\sqrt{(٣)^{٢}} = ٣$

* $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ ولا يساوى ٣ + ٤ = ٧ (فهذا خطأ )

* $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢}$

**س أكمل كلا مما ياتى**

١- الجذر التربيعى للعدد ٣٦ = ....... بينما الجذر التربيعى للعدد ١٠٠ = .......

٢- الجذرين التربيعيين للعدد ٨١ = ......... بينما الجذرين التربيعيين للعدد ١٤٤ =

٣- الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{١}{٤}$ = ........ بينما الجذرين التربيعيين للعدد $٢\frac{٧}{٩}$ = .....

٤- $\sqrt{(-٥)^{٢}}$ = ......... ، $\sqrt{٣^{٤}}$ = ......

٥- $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = ........... ، $\sqrt{١٠٠ - ٣٦}$ = .........

٦- $\sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}}$ = ........ ، $\sqrt{(١٣)^{٢} - (١٢)^{٢}}$ = .......

٧- $\sqrt{١٦} + \sqrt{٩}$ = ..... ، $\sqrt{١٠٠} - \sqrt{١٦}$ = .........

٨- $-\sqrt{٦٤}$ = ...... ، $-\sqrt{١٦٩}$ = .....

٩- $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}} + \sqrt{٢\frac{١}{٤}}$ = ...... ، $\sqrt{\frac{٩}{٢٥}} + \sqrt{١\frac{١١}{٢٥}}$ = ........

١٠- المربع الذى طول ضلعه ٥سم تكون مساحته = ........ ومحيطه = ..........

١١- المربع الذى مساحته ٢٢٥سم$^{٢}$ يكون طول ضلعه = ..... ومحيطه = ........

١٢- المربع الذى مساحته ٤٠٠سم$^{٢}$ يكون طول ضلعه = ....... ومحيطه = ......

٢٠ - $\sqrt{٢٥\%}$ = ........ ، $\sqrt{٠.٦٤}$ = ....... ، $\sqrt{١٠.٢٤}$ = .........

٢١- مربع مساحته ٦.٢٥ سم$^{٢}$ يكون طول ضلعه = .........

٢٢ - $\sqrt{أ^{٦}\ ب^{٤}\ جـ^{٢}}$ = ...................

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**عندما يصعب أيجاد الجذر التربيعى لعدد ما مباشرة فإنه يحلل الى عوامله الأولية ثم يأخذ من كل عاملين متساويين عاملا واحداً ويتم ضرب هذه العوامل المأخوذة لتعطى الجذر التربيعى**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد $\sqrt{٢٣٠٤}$

**الحـــــــــل**

$\sqrt{٢٣٠٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٣$

$= ٤٨$

| | | |
|---|---|---|
| ٢٣٠٤ | ٢ | ٢ |
| ١١٥٢ | ٢ | |
| ٥٧٦ | ٢ | ٢ |
| ٢٨٨ | ٢ | |
| ١٤٤ | ٢ | ٢ |
| ٧٢ | ٢ | |
| ٣٦ | ٢ | ٢ |
| ١٨ | ٢ | |
| ٩ | ٣ | ٣ |
| ٣ | ٣ | |
| ١ | | |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قيمة $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \sqrt{\frac{٨١}{١٦}} \times \left(\frac{٥}{٣}\right)^{صفر}$

**الحـــــــــل**

المقدار = $\frac{٤}{٩} \times \frac{٩}{٤} \times ١ = ١$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد $\sqrt{\sqrt{٨١}}$

**الحـــــــــل**

$\sqrt{\sqrt{٨١}} = \sqrt{٩} = ٣$

# تمارين على الجذر التربيعى

**[ ١ ] أوجد قيمة كلا مما يأتى**

(١) $\sqrt{١٠.٢٤}$ (٢) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ (٣) $\sqrt{٠.٦٤}$

(٤) $\sqrt{٧٢٩}$ (٥) $\sqrt{٩٠٠}$ (٦) $\sqrt{٢٣٠٤}$

(٧) $\sqrt{٥٦٢٥}$ (٨) $\sqrt{٣٢٤}$ (٩) $\sqrt{٥٧٦}$

(١٠) $\sqrt{١٤٤ + ٢٥}$ (١١) $\sqrt{١٦٩ - ٢٥}$ (١٢) $\sqrt{١٦٩ - ١٤٤}$

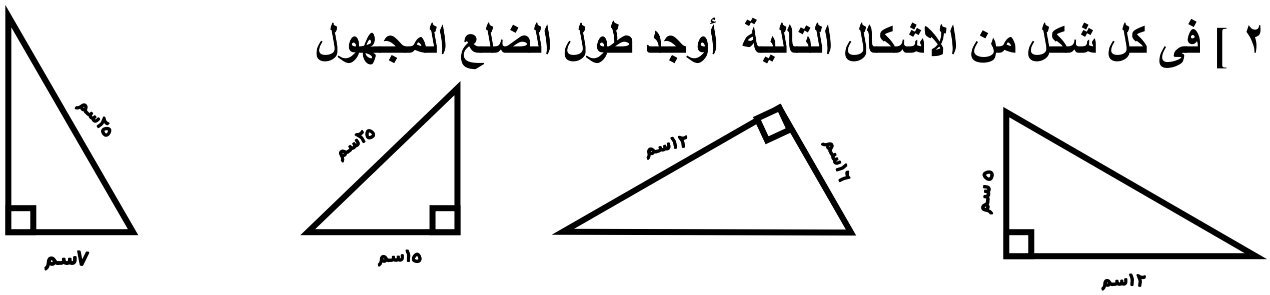
(١٣) $\sqrt{(٥)^٢ - (٣)^٢}$ (١٤) $\sqrt{(١٧)^٢ - (١٥)^٢}$ (١٥) $\sqrt{(١٥)^٢ + (٨)^٢}$

(١٦) $\sqrt{س^{١٠}}$ (١٧) $\sqrt{س^{١٢}\ ص^{٨}}$ (١٨) $\sqrt{س^{٨}\ ص^{٦}\ ع^{٢}}$

(١٩) $\sqrt{(-٢)^٦}$ (٢٠) $\sqrt{(-٥)^٢}$ (٢١) $\sqrt{٠.\dot{٤}}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٢ ] فى كل شكل من الاشكال التالية أوجد طول الضلع المجهول**




@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٣ ] أوجد عددين نسبيين يقعان بين** $\sqrt{\frac{٤}{٩}}$ ، $\frac{٣}{٤}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٤ ] أختصر لابسط صورة**

(أ) $\sqrt{\frac{٢٥}{١٦}} \times \frac{٤}{٥}$ (ب) $\sqrt{\sqrt{١٦} + \sqrt{٢٥}}$

(جـ) $\sqrt{٥^٢ - ٢ \times ٥ + ١}$ (ء) $\sqrt{٨ \times (٥ + ١١) \div (٢+٦)}$

# الوحدة الثانية

# في

# الجبر

# الدرس — المتغير والثابت — الاول

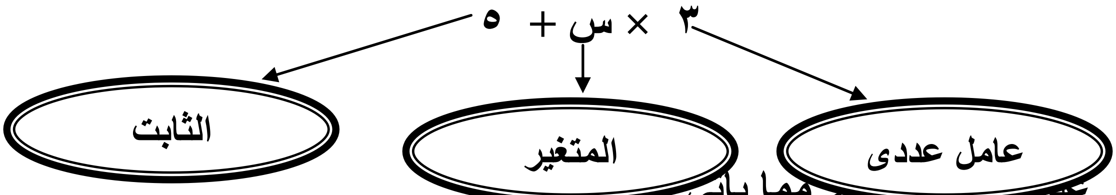
**( ٥ س) يسمى حد جبرى وهو يتكون من عاملين هما ٥ وتسمى عامل عددى ، س وتسمى عامل رمزى وهو ما نطلق عليه متغير وهو يمثل نمط لعملية حسابية**

**(٥س + ٤ ) يسمى مقدار جبرى وهو يتكون من حدان ٥ س ، ٤**

**٥ (عامل عددى ) س ( عامل رمزى أوجبرى " متغير " ) والحد الثانى ٤ وهو ما نطلق عليه الثابت**

| الحد الجبرى | التعبير اللفظى عنه |
|---|---|
| ٥س | خمسة أمثال س أو حاصل ضرب العدد ٥ فى المتغير س<br>أو المتغير س مكرر ٥ مرات |
| $\frac{٥}{س}$ | حاصل قسمة العدد ٥ على المتغير س<br>النسبة بين العدد ٥ والمتغير س |
| س + ٥ | المتغير س مضافاً إليه العدد ٥ أو زيادة العدد ٥ على المتغير س |
| س – ٥ | المتغير س مطروحا منه العدد ٥ |
| ٢س | ضعف العدد س |
| ٢س + ٣ | ضعف المتغير س مضافا اليه ٣ |
| ٥ – ٣ س | طرح ثلاث أمثال المتغير س من العدد ٥ |

**المقدار ٥ س + ٧**
**٥ يسمى العامل العدد ، س يسمى المتغير ، ٧ يسمى الثابت**




**مثال** عبر ... عما يأتى

( أ ) ٣ ك　　　(ب)　　　( جـ ) ك + ٣　　　(ء) ٣ – ك　(هـ) ٢ك +٣

**الحـــــــــــل**

٣ ك يعنى العدد ٣ مضروباً فى ك　　　أو ثلاث أمثال العدد ك

$\frac{\text{ك}}{\text{٣}}$ يعنى خارج قسمة ك على ٣　　أو النسبة بين ك والعدد ٣

ك + ٣　يعنى أضافة العدد ٣ الى المتغير ك

٣ – ك　يعنى طرح المتغير ك من العدد ٣

٢ ك + ٣　　ضعف ك مضافاً اليه العدد ٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**　عبر عن كلا مما يأتى بصورة رياضية

( ١ ) ثلاث أمثال المتغير ص

(٢) المتغير س مطروحا من ٥

(٣) ضعف المتغير س مضافاً إليه ٧

(٤) ثلاث أمثال المتغير ن مطروحاً منه العدد ٥

(٥) ثلاث أمثال المتغير س مضافاً اليه ٥

(٦) النسبة بين س ، ٤

**الحـــــــــــل**

| | |
|---|---|
| (١) ٣ ص | (٢) ٥ – س |
| (٣) ٢ س + ٧ | (٤) ٣ ن – ٥ |
| (٥) ٣ س + ٥ | (٦) $\frac{\text{س}}{\text{٤}}$ |

**مثال** عين المتغير والثابت فى كلا مما يأتى

(١) ٧ س (٢) $\frac{س}{٧}$ (٣) ٢ س + ٣ (٤) ٧ – ٣ ص (٥) ن + ٧

**الحـــــــــــل**

٧ س [ المتغير هو س والثابت يساوى صفر ]

$\frac{س}{٧}$ [ المتغير هو س والثابت يساوى صفر ]

٢س + ٣ [ المتغير هو س والثابت هو ٣ ]

٧ – ٣ ص [ المتغير هو ص والثابت هو ٧ ]

ن + ٧ [ المتغير هو ن والثابت هو ٧ ]

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** عبر عن كل جملة من الجمل الاتية بكتابة مقدار جبرى

[١] ثمن الوجبة س من المطعم مضافاً اليها الخدمة ص

[٢] عدد الكتب التى تستطيع شراءها بمبلغ ٢٥ جنيها إذا كان ثمن الكتاب س

[٣] عدد أيام الغياب من العمل مطروحة من ١٨٠

[٤] ثمن أيجار سيارة لمدة س ساعة إذا كان ثمن ايجار الساعة الوحدة ١٠ جنيهات

[٥] نصيب الفرد من تقسيم ٢٥ جنيها على عدد س من الافراد

[٦] عدد التلاميذ فى الفصل إذا كان عدد الاولا د س وعدد البنات ٢٠

[٧] عدد الاولاد فى فصل عدد طلابه ٤٠ منهم س بنت

[٨] عدد الاولاد فى فصل به س طالب منهم ١٠ بنات

[٩] عمر أحمد الان إذا كان عمره منذ ثلاث سنوات يساوى س

[١٠] عمر أحمد منذ ٣ سنوات إذا كان عمره الان س

**الحـــــــــــل**

( ١ ) س + ص (٢) $\frac{٢٥}{س}$ (٣) ١٨٠ – س (٤) ١٠ س

(٥) $\frac{٢٥}{س}$ (٦) س + ٢٠ (٧) ٤٠ – س (٨) س – ١٠

(٩) س +٣ (١٠) س – ٣

مثال أكمل النمط فى كلا من الجداول الاتية

(١)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ |
| ن | ن + ١ | ........... | ........... | ............ |

(٢)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٧ | ٦ | ٥ | ٤ | ٣ |
| ن | ن - ١ | ........... | ........... | ............ |

(٣)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ |
| ن | ٢ن | ........... | ........... | ............ |

(٤)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ١٠ | ١٣ | ١٦ | ١٩ | ٢٢ |
| ن | ن + ٣ | ........... | ........... | ............ |

(٥)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٢٤٣ | ٨١ | ٢٧ | ٩ | ٣ |
| س | $\frac{س}{٣}$ | ........... | ........... | ............ |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال أكمل

(١) إذا كان مجموع قياسى زاويتين فى مثلث هو س فإن قياس الزاوية الثالثة يساوى ........................

(٢) إذا كان قياس أحدى زاويتين متتامتين هو س فإن قياس الزاوية الاخرى هو .........

(٣) إذا كان قياس أحدى زاويتين متكاملتين هو س فإن قياس الزاوية الأخرى هو ........

(٤) إذا كان طول ضلع مربع هو س فإن محيطه هو ...................

(٥) إذا كان محيط مربع هو س فإن طول ضلعه هو ...................

(٦) إذا كان قياس زاويتين من مثلث ٢ س ، ٣ س فإن قياس الثالثة هو .............

(٧) إذا كان قياس زوايا شكل رباعى س ، ٢ س ، ٤ س فإن قياس الزاوية الرابعة يساوى ...........................

الدرس | العلاقة الخطية | الثانى

**العلاقة الخطية :- هى علاقة بسيطة بين متغيرين من الدرجة الاولى مثل**

**ص = ٢ س أو ص = ٢ س + ٣ أو ص = ٥ – ٣ س أو ص +٢س = ٥**

**العلاقة ص = أ س + ب تسمى علاقة خطية حيث المتغيرين س ، ص من الدرجة الاولى ، أ ، ب ثوابت**

**يسمى س بالمتغير المستقل ويسمى ص بالمتغير التابع ويسمى ب بالحد المطلق ويسمى أ معامل س**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **أى من الآتى يعبر عن علاقة خطية بين المتغيرين س ، ص**

| | |
|---|---|
| (١) ص = ٣ س | (٢) $س^{٢}$ + ص = ٢٠ |
| (٣) ص = ٥ – س | (٤) ص = $\frac{١}{٢}$س |
| (٥) ص س = ١٠ | (٦) ٥ = ٣ س +٤ ص |
| (٧) ص = $( س - ١ )^{٢}$ | (٨) س + ص = ٥ |
| (٩) ص = $\frac{١٠}{س}$ | (١٠) ص = $س^{٣}$ – ١ |

**الحـــــــــــل**

| | |
|---|---|
| (١) العلاقة خطية | (٢) العلاقة غير خطية |
| (٣) العلاقة خطية | (٤) العلاقة خطية |
| (٥) العلاقة غير خطية | (٦) العلاقة خطية |
| (٧) العلاقة غير خطية | (٨) العلاقة خطية |
| (٩) العلاقة غير خطية | (١٠) العلاقة غير خطية |

**مثال** أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة ص = ٢ س + ٣

**الحـــــــــل**

بوضع س = ١ نجد أن ص = ٢ (١) +٣ = ٢ + ٣ = ٥ (١ ، ٥) يحقق العلاقة

بوضع س = ٢ نجد أن ص = ٢ (٢) +٣ = ٤ + ٣ = ٧ (٢ ، ٧) يحقق العلاقة

بوضع س = ٣ نجد أن ص = ٢ (٣) +٣ = ٦ + ٣ = ٩ (٣ ، ٩) يحقق العلاقة

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق العلاقة ص = ٧ – ٢ س

**الحـــــــــل**

عندما س = ٠ ص = ٧ – ٢ (٠) = ٧ – ٠ = ٧ (٠ ، ٧ ) يحقق العلاقة

عندما س = ١ ص = ٧ – ٢ (١) = ٧ – ٢ = ٥ (١ ، ٥ ) يحقق العلاقة

عندما س = ٢ ص = ٧ – ٢ (٢) = ٧ – ٤ = ٣ (٢ ، ٣ ) يحقق العلاقة

عندما س = ٣ ص = ٧ – ٢ (٣) = ٧ – ٦ = ١ (٣ ، ١ ) يحقق العلاقة

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد أربعة أزواج تحقق العلاقة ص = ٣ س

**الحـــــــــل**

عندما س = ١ ص = ٣(١) = ٣ الزوج (١ ، ٣) تحقق العلاقة

عندما س = ٢ ص = ٣(٢) = ٦ الزوج (٢ ، ٦) تحقق العلاقة

عندما س = ٣ ص = ٣(٣) = ٩ الزوج (٣ ، ٩) تحقق العلاقة

عندما س = ٤ ص = ٣(٤) = ١٢ الزوج (٤ ، ١٢) تحقق العلاقة

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد زوجان يحققان العلاقة ص = $\frac{٢}{٣}$ س

**الحـــــــــل**

عند س = ٣ ص = $\frac{٢}{٣}$ × ٣ = ٢ الزوج (٣ ، ٢ ) يحقق العلاقة

عند س = ٦ ص = $\frac{٢}{٣}$ × ٦ = ٤ الزوج ( ٦ ، ٤ ) يحقق العلاقة

- **كيفية تعين نقطة فى المستوى الاحداثى المتعامد :-**

♥ **لتعين النقطة ( ٢ ، ٣ ) على الاحداثى المتعامد نتحرك من نقطة الاصل ( و ) وحدتان ناحية اليمين ثم نتحرك رأسياً لاعلى ثلاث وحدات**

♥ **لتعين النقطة ( ٢ ، -٣ ) على الاحداثى المتعامد نتحرك من نقطة الاصل ( و ) وحدتان ناحية اليمين ثم نتحرك رأسياً لاسفل ثلاث وحدات**

♥ **لتعين النقطة ( -٢ ، ٣ ) على الاحداثى المتعامد نتحرك من نقطة الاصل ( و ) وحدتان ناحية اليسار ثم نتحرك رأسياً لاعلى ثلاث وحدات**

♥ **لتعين النقطة ( -٢ ، -٣ ) على الاحداثى المتعامد نتحرك من نقطة الاصل ( و ) وحدتان ناحية اليسار ثم نتحرك رأسياً لاسفل ثلاث وحدات**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**التمثيل البيانى للعلاقة الخطية :-**

**لتمثيل العلاقة الخطية بيانيا نعين زوجين مرتبين يحققان العلاقة [ ويفضل ثلاث أزواج] ونعينهما على الشبكة البيانية المتعامدة ونرسم خط مستقيم يمر بالنقط الثلاث وإذا لم يمر بأحدهما فيكون هناك خطأ فى التعويض فيجب أن تكون النقط الثلاث تنتمى لمستقيم واحد**

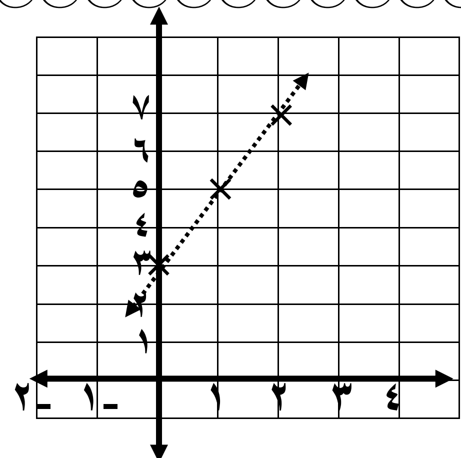
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

**مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٢س +٣**

**الحـــــــــل**

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | ٣ | ٥ | ٧ |



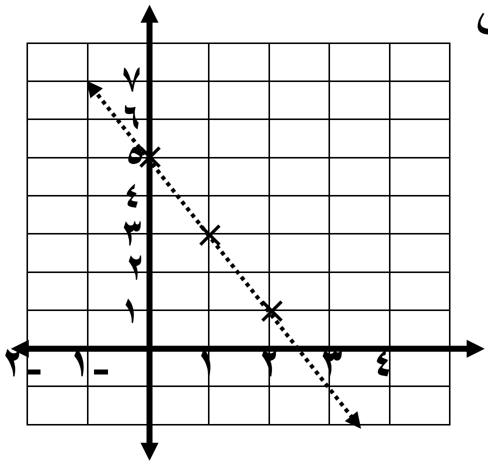

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

**مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٥ – ٢ س**

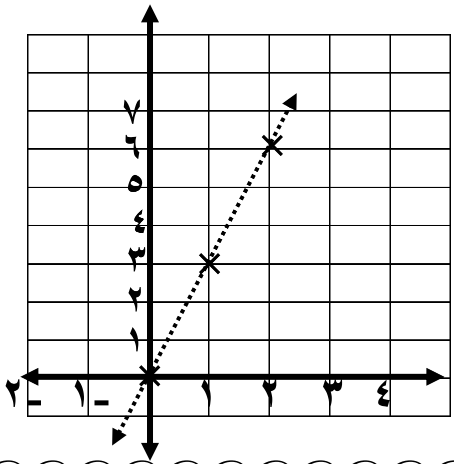
**الحـــــــــل**

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | ٥ | ٣ | ١ |



**مثال**

**مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٣س**



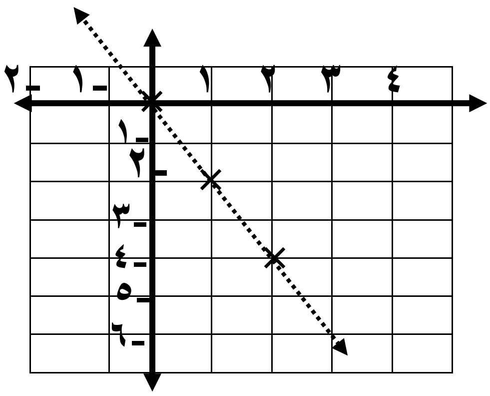

**الحــــــــــــل**

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | ٠ | ٣ | ٦ |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

**مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ـ ٢ س**




**الحــــــــــــل**

| س | ٠ | ١ | ٢ |
|---|---|---|---|
| ص | ٠ | ـ٢ | ـ٤ |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**لاحظ أن**

**(١) الخط البيانى للعلاقة ص = أ س + ب يمر بنقطة الاصل عندما ب = صفر أي $\frac{٢}{٣}$ عندما**

**ص = أ س مثلا [ ص = ٢س أو ص = ٣ س أو ص = ـ٢س أو ص = س ]**

**كلها علاقات تمربنقطة الأصل**

**(٢) الخط البيانى للعلاقة الخطية يأخذ الشكل ( ⤢ ) عندما يكون معامل س موجباً أى**

**عندما يكون أ > ٠**

**(٢) الخط البيانى للعلاقة الخطية يأخذ الشكل ( ⤡ ) عندما يكون معامل س سالباً أى**

**عندما يكون أ < ٠**

مثال

**بأستخدام العلاقات الخطية أكمل الجداول التالية**

(١) ص = ٤ س + ١

| س | ٠ | ١ | ٢ | ........ | ........ | ........ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ........ | ........ | ........ | ٢١ | ٢٩ | ٤١ |

(٢) ص = ٢ س + ٣

| س | ٠ | ١- | ٢ | ........ | ........ | ........ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ........ | ........ | ........ | ١٣ | ٢٣ | ١٧ |

(٣) ص = س + ٥

| س | ٠ | ١ | ٢ | ........ | ........ | ........ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ........ | ........ | ........ | ١٣ | ١٧ | ٢١ |

(٤) ص = ٢٥ ــ ٢ س

| س | ٠ | ١ | ٢ | ........ | ........ | ........ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ........ | ........ | ........ | ٣ | ١٣ | ١١ |

(٥) ص = ٢ س

| س | ٠ | ١ | ٢ | ........ | ........ | ........ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ........ | ........ | ........ | ١٠ | ١٨ | ٢٠ |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال

**أوجد العلاقة الخطية بين المتغيرين س ، ص فى كل جدول من الجداول التالية**

(١)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٠ | ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ |

.......................................

(٢)

| س | ٠ | ٢ | ٤ | ٦ | ٨ | ١٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |

.......................................

(٣)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ |

.......................................

(٤)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٠ | ٣ | ٦ | ٩ | ١٢ | ١٥ |

.......................................

(٥)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ١- | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |

.......................................

(٦)

| س | ٠ | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ص | ٣ | ٥ | ٧ | ٩ | ١١ | ١٣ |

.......................................

# تمارين على العلاقة الخطية

**(١) أوجد ثلاث أزواج تحقق العلاقات الاتية**

**( أ ) ص = ٢ س + ١** **(ب) ص = ٣ س – ٢**

**(جـ) ص = ١٠ – ٣ س** **(ء) ص = س + ٣**

**(هـ) ص = - ٥ س** **(و) ص = س – ١**

**(م) ص = $\frac{١}{٣}$ س** **(ن) ص = $\frac{٣}{٢}$ س**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٢ ] مثل بيانيا العلاقات الخطية الاتية**

**( أ ) ص = ٣ س + ١** **(ب) ص = ٥ – ٤ س**

**(جـ) ص = ٤س** **(ء) ص = - س**

**(هـ) ص = س** **( و ) ص = س + ١**

**( م ) ص = ٧ – س** **( ن ) ص = $\frac{٢}{٣}$ س**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٣] بين أيا من الازواج المرتبة التالية يحقق العلاقة ص = ٣ س + ٥**

**( أ ) ( ١ ، ٧ ) (ب) ( ٢ ، ١١ ) (جـ) ( -١ ، ٢ ) (ء) ( -٢ ، ١ )**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٤] بين أيا من الازواج المرتبة التالية يحقق العلاقة ص = ٥ – ٢ س**

**( أ ) ( ١ ، ٣ ) (ب) ( ٣ ، -١ ) (جـ) ( ٠ ، ٣ ) (ء) ( ٢ ، ١ )**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٥ ] إذا كانت ص = ٢ س + ٥ أكمل الأزواج المرتبة التالية**

**( أ ) ( ١ ، ....... ) (ب) ( ٢ ، ....... ) (جـ) ( ٣ ، ........ )**

**(جـ) ( ......، ٢١ ) (ء) ( ...... ، ١٣ ) ( هـ) ( ...... ، ١٧ )**

# الدرس الانماط العددية الثالث

**النمط :- هو علاقة تربط بين مجموعة من الاشياء أو الاعداد بحيث نستطيع التنبؤ بالاشياء أو الاعداد التالية أو السابقة لها وقد يكون النمط علاقة عددية أو علاقة هندسية**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**فمثلا الاعداد ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ................**

٥ = ٢ × ١ + ٣

٧ = ٢ × ٢ + ٣

٩ = ٢ × ٣ + ٣

١١ = ٢ × ٤ + ٣

**النمط هو**
**ص= ٢ س + ٣**

**ومن النمط يمكن أستنتاج العدد الذى ترتيبه ١٠ من هذه الاعداد بالتعويض عن س بـ ١٠**

ص = ٢ ( ١٠ ) + ٣ = ٢٠ + ٣ = ٢٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **أكتشف النمط الذى يجمع بين الاعداد**

١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ، ........................

**الحـــــــــل**

**الترتيب** ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ........................................

**القيمة** ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ...................

**النمط** ص = $س^{٢}$

**وعلى هذا يمكن أكمال هذه الاعداد ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ ، ٤٩ ، ..........**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **أكتشف النمط الذى يربط بين الاعداد ثم أوجد العدد الذى ترتيبه ١٠**

$\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، ........

**الحـــــــــل**

**الترتيب :-** ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ................

**الاعداد :-** $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، ........

**النمط هو** ص = $\frac{١}{س + ١}$

**عندما س = ١٠**

ص = $\frac{١}{١٠ + ١}$ = $\frac{١}{١١}$

**مثال**

**أكتشف النمط الذى يربط بين هذه الاعداد**

**٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، .............**

**الحـــــــــل**

**الترتيب :- ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، .............**

**العدد :- ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٨ ، ١٥**

**النمط هو ص = ٣ س**

**٣ = ٣ × ١**
**٦ = ٣ × ٢**
**٩ = ٣ × ٣**
**١٢ = ٣ × ٤**
**١٥ = ٣ × ٥**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

**أكتشف النمط الذى يربط بين الاعداد**

**٢ ، ٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ٢٦ ، .......................**

**الحـــــــــل**

**الترتيب :- ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥**

**القيمة :- ٢ ، ٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ٢٦**

**النمط هو ص = $س^{٢}$ + ١**

**٢ = $١^{٢}$ +١**
**٥ = $٢^{٢}$ +١**
**١٠ = $٣^{٢}$ +١**
**١٧ = $٤^{٢}$ +١**
**٢٦ = $٥^{٢}$ +١**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

**أكتشف النمط الذى يربط بين الاعداد**

**١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣ ، .............**

**الحـــــــــل**

**الترتيب :- ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥**

**العدد:- ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١ ، ٢٤٣**

**النمط هو ص = $٢^{س}$**

**١ = $٣^{صفر}$**
**٣ = $٣^{١}$**
**٩ = $٣^{٢}$**
**٢٧ = $٣^{٣}$**
**٨١ = $٣^{٤}$**
**٢٤٣ = $٣^{٥}$**

# تمارين على الانماط العددية

**[ ١ ] أكمل الانماط الاتية بكتابة ثلاث أعداد**

**( أ )  ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، .......... ، ........... ، ..........**

**(ب) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، .......... ، ............ ، ...........**

**(جـ)  ٠ ، ٣ ، ٨ ، ١٥ ، ٢٤ ، .......... ، ........... ، ...........**

**(ء)  ٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ............ ، ............ ، ...........**

**(هـ) ١ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، .......... ، ............ ، ............**

**(س)  ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ......... ، ........... ، ............**

**(ص) ١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ........ ، ......... ، ..........**

**(م) ٠.٢ ، ٠.٤ ، ٠.٦ ، ٠.٨ ،  .......... ، .......... ، ..........**

**(ن)  $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{١٨}$ ، $\frac{١}{٥٤}$ ، ........ ، ........ ، ........**

**(ك) ١ ، ٨ ، ٢٧ ، ٦٤ ، ........ ، .......... ، ..........**

**(ل)  $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ١ ، ........ ، ........ ، ........**

**(ط) ٥٠ ، ٤٧ ، ٤٤ ، ٤١ ، ........ ، .......... ، ..........**

**(ع) ٥٠ ، ٤٥ ، ٣٩ ، ٣٢ ، ٢٤ ، ........ ، ......... ، .........**

**(غ)  ١ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٧}{٣}$ ، ٣ ، ........ ، ........... ، ..........**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٢] أكتب العلاقة التى تربط بين الاعداد**

**( أ ) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٦}$ ، $\frac{٥}{٧}$**

**(ب) ٩٥ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٨٠ ، ٧٥**

**(جـ) ١ ، ٥ ، ٢٥ ، ١٢٥ ، ٦٢٥**

**( ء ) ٣ ، ٦ ، ١١ ، ١٨ ، ٢٧**

**( هـ) ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣**

# الدرس | المعادلات | الرابع

**مفهوم المعادلة**: هى علاقة تساوى تحتوى على مجهول أو أكثر

**درجة المعادلة**: هى أعلى درجة حد جبرى من حدود المعادلة

المعادلة ٢س + ٣ = ٥ من الدرجة الاولى فى مجهول واحد هو س

المعادلة س$^{٢}$ – ٥ س + ٦ = ٠ من الدرجة الثانية فى مجهول واحد

المعادلة س + ص = ٥ معادلة من الدرجة الاولى فى مجهولين

**مجموعة التعويض**: هى المجموعة التى ينتمى اليها القيم المحتملة للمجهول

**مفهوم حل المعادلة**: ايجاد قيمة المجهول الموجود بالمعادلة

**مجموعة حل المعادلة**: هى مجموعة العناصر التى تحقق التساوى للمعادلة وتنتمى إلى مجموعة التعويض

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد مجموعة الحل للمعادلة س +٣ = ٧
إذا كانت مجموعة التعويض { ١ ، ٤ ، ٥ }

الحـــــــــل

بالتعويض عن س = ١ الطرف الايمن = ١ + ٣ = ٤ ≠ الايسر

∴ ١ ليس حلا للمعادلة

بالتعويض عن س = ٤ الطرف الايمن = ٤ + ٣ = ٧ = الايسر

∴ ١ حلا للمعادلة

بالتعويض عن س = ٥ الطرف الايمن = ٥ + ٣ = ٨ ≠ الايسر

∴ ٥ ليس حلا للمعادلة

∴ م . ح = { ٤ }

**مثال** أوجد مجموعة الحل للمعادلة س +٣ = ٧
إذا كانت مجموعة التعويض { ١ ، ٢ ، ٥ }

**الحـــــــــــل**

بالتعويض عن س = ١ الطرف الايمن = ١ + ٣ = ٤ ≠ الايسر
∴ ١ ليس حلا للمعادلة
بالتعويض عن س = ٢ الطرف الايمن = ٢ + ٣ = ٥ ≠ الايسر
∴ ١ ليس حلا للمعادلة
بالتعويض عن س = ٥ الطرف الايمن = ٥ + ٣ = ٨ ≠ الايسر

∴ ٥ ليس حلا للمعادلة

∴ م . ح = ∅

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أى الأعداد الاتية يُعتبر حلا للمعادلة ٣س + ٦ = س + ٢٠

٥ ، ٦ ، ٧

**الحـــــــــــل**

بالتعويض عن س = ٥

الايمن = ٣ × ٥ + ٦ = ١٥ + ٦ = ٢١ الايسر = ٥ + ٢٠ = ٢٥ ≠ الايمن

٥ لا تعتبر حلا للمعادلة

بالتعويض عن س = ٦

الايمن = ٣ × ٦ + ٦ = ١٨ + ٦ = ٢٤ الايسر = ٦ + ٢٠ = ٢٦ ≠ الايمن

٦ لا تعتبر حلا للمعادلة

بالتعويض عن س = ٧

الايمن = ٣ × ٧ + ٦ = ٢١ + ٦ = ٢٧ الايسر = ٧ + ٢٠ = ٢٧ = الايمن

٧ تعتبر حلا للمعادلة

م . ح = { ٧ }

# الدرس حل المعادلات الخامس

**لحل معادلة من الدرجة الاولى :-**

**(١) نجمع عدد أو طرح عدد من طرفى المعادلة**

**(٢) ضرب عدد فى طرفى المعادلة أو قسمة طرفى المعادلة على عدد لا يساوى الصفر**

**بصفة عامة :-**

**إذا كان أ ، ب ، جـ أعداداً نسبياً وكان أ = ب فإن**

**(١) أ + جـ = ب + جـ (٢) أ × جـ = ب × جـ**

**إذا كان أ + جـ = ب + جـ فإن أ = ب**

**إذا كان أ × جـ = ب × جـ ، جـ ≠ صفر فإن أ = ب**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** حل المعادلة س + ٢ = ٥ فى ن وتحقق من الناتج

الحـــــل

A س + ٢ = ٥

B س = ٥ ـ ٢

B س = ٣

B م . ح = { ٣ }

التحقق

الايمن = ٣ + ٢ = ٥ = الايسر

**مثال** حل المعادلة س ـ ٣ = ٤ فى ن وتحقق من الناتج

الحـــــل

A س ـ ٣ = ٤

B س = ٤ + ٣

B س = ٧

B م . ح = { ٧ }

الايمن = ٧ ـ ٣ = ٤ = الايسر

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** حل المعادلة س + ٥ = ٢ فى ط

الحـــــل

A س + ٥ = ٢

B س = ٢ ـ ٥

B س = - ٣

A -٣ h ط

B م . ح = ∅

**مثال** حل المعادلة س + ٤ = ١ فى ص

الحـــــل

A س + ٤ = ١

B س = ١ ـ ٤

B س = - ٣

A -٣ g ص

B م . ح = { -٣ }

تدريب

**حل المعادلة ٢س ـ ١ = ٥**
**فى ن**
**الحـــــــــل**

تدريب

**حل المعادلة ٣س ـ ٥= ٧**
**فى ن**
**الحـــــــــل**

==========================================

تدريب

**أوجد فى نن مجموعة الحل**
**للمعادلة ٣س + ٥ = ١١**
**الحـــــــــل**

تدريب

**أوجد فى نن مجموعة الحل**
**للمعادلة $\frac{٥}{٦}$ س ـ ٤ = ١١**
**الحـــــــــل**

==========================================

تدريب

**أوجد مجموعة الحل المعادلة**
**٢س+٥ = ١١ حيث سg نن**

تدريب

**أوجد فى طمجموعة حل المعادلة**
**٣س - ٧= ١٤**

==========================================

تدريب

**أوجد مجموعة الحل المعادلة**
**٢(٣س+٥)= ٤ حيث سg نن**

تدريب

**أوجد فى طمجموعة حل المعادلة**
**٢(س ـ ٣) = ٥ حيث سg نن**

# تمارين على حل المعادلات

[ ١ ] أوجد فى ط مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

( أ ) س – ٢ = ٥ (ب) س + ٧ = ٣

(جـ) ٢ س – ٣ = ٥ (ء) ٣س – ١ = ١١ – س

(س) ٥ س – ٣ = ٧ (ص) ٥ س – ١٠ = ٣ س

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[٢ ] أوجد فى ص مجموعة الحل لكلا من المعادلات الاتية

( أ ) س + ٢ = ٥ (ب) س + ٥ = ٣

(جـ) ٢ س – ٣ = ٤ (ء) ٣س + ١ = ١١ + س

(س) ٥ س – ٣ = ١٢ (ص) ٥ س + ١٠ = ٣ س

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

[٣ ] أوجد فى ن مجموعة الحل لكلا من المعادلات الأتية

( أ ) س – ١ = ٣ (ب) س + ٢ = ٦

(جـ) ٢ س + ٣ = ٥ (ء) ٣س – ١ = س - ١١

(س) ٥ س – ٧ = ٣ (ص) ٥ س – ١٠ = ٢ س

(ع) ٣ س – ٢ = ١٠ (غ) ٧ س – ٥ = ٩

الدرس | تدريبات على تطبيقات على حل المعادلات | السادس

مثال مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣ ومحيطه = ٢٦ سم أوجد مساحته

الحـــــــــــل

نفرض أن عرضه =

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال ثلاث أعداد فردية متتالية مجموعهم = ٢١ أوجد هذه الاعداد

الحـــــــــــل

نفرض أن الاعداد هى

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال ثلاث أعداد زوجية متتالية مجموعهم ٣٠ أوجد هذه الاعداد

الحـــــــــــل

نفرض أن الأعداد

**مثال** مثلث قياسات زواياه ٢ س ، ٣ س ، ٤ س أوجد قياسات زواياه

**الحـــــــــــل**

مجموع قياسات زوايا المثلث =

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** عددان طبيعيان أحدهما ضعف الأخر ومجموعهما ٢١ أوجد هذان العددان

**الحـــــــــــل**

| | |
|---|---|
| نفرض أن العددان س ، ٢ س | العدد الأول = س = ٧ |
| مجموعهما = ٢١ | العدد الثانى = ٢ س = ٢ × ٧ = ١٤ |
| س + ٢ س = ٢١ | |
| ٣س = ٢١ | |
| س = ٧ | |

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** مستطيل طوله ضعف عرضه فإذا نقص طوله بمقدار ٥ سم وزاد عرضه بمقدار ٦ سم فيصبح المستطيل مربعاً أوجد مساحة المستطيل

**الحـــــــــــل**

| | |
|---|---|
| نفرض أن العرض = س ، الطول = ٢س | ٢ س ــ ٥ = س + ٦ |
| الطول بعد النقص = ٢س ـ ٥ | ٢ س ــ س = ٦ + ٥ |
| العرض بعد الزيادة = س + ٦ | س = ١١ |
| المستطيل أصبح مربعا | العرض = ١١ الطول = ٢٢ |
| الطول بعد النقص = العرض بعد الزيادة | المساحة = ١١ × ٢٢ = ٢٤٢سم$^{٢}$ |

**مثال** رجل عمره الان ثلاث أمثال عمر أبنه وبعد سنتين يصبح مجموع عمريهما ٥٢ سنة ما عمر كلا منهما

**الحـــــــــل**

عمر الابن الان = س
عمر الاب الان = ٣ س
عمر الابن بعد سنتين = س + ٢
عمر الاب بعد سنتين = ٣ س +٢
مجموع عمريهما بعد سنتين = ٥٢
س +٢ +٣ س + ٢ = ٥٢

٤ س + ٤ = ٥٢
٤س = ٥٢ ـ ٤
٤س = ٤٨
س = ١٢
عمر الابن = س = ١٢
عمر الاب = ٣ س = ٣ × ١٢ = ٣٦

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** زاويتان متتامتان قياس كلا منهما ٣ س ، س + ١٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

**الحـــــــــل**

الزاويتان متتامتان
مجموعهم = ٩٠ ْ
٣ س + س + ١٠ = ٩٠
٤ س + ١٠ = ٩٠ ْ

٤ س = ٩٠ ـ ١٠
٤ س = ٨٠
س = ٢٠ ْ
٣س = ٣ × ٢٠ = ٦٠ ْ
س +١٠ = ٢٠ +١٠ = ٣٠ ْ

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** إذا كان ثمن متر الصوف يزيد جنيهان عن ثمن متر الحرير وكان ثمن ٣ أمتار من الصوف و ٤ أمتار من الحرير يساوى ٦٧١ جنيها ما ثمن كل من متر الحرير ومن الصوف

**الحـــــل**

نفرض أن ثمن متر الحرير = س جنيهاً
، ثمن متر الصوف = س + ٢ جنيهاً
ثمن ٣ متر الصوف+ ثمن ٤ متر من الحرير = ٦٧١
٣ × ( س +٢ ) + ٤ س = ٦٧١
٣س + ٦ + ٤ س = ٦٧١
٧ س + ٦ = ٦٧١
٧ س = ٦٧١ ـ ٦

٧س = ٦٧١ - ٦
٧ س = ٦٦٥
س = $\frac{٦٦٥}{٧}$ = ٩٥
ثمن متر الحرير = ٩٥
ثمن متر الصوف = ٩٥+٢
= ٩٧

# تمارين على تطبيقات على حل المعادلات

(١) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٤ سم ومحيطه = ٣٢ سم أوجد أبعاده ثم أوجد مساحته

(٢) مستطيل طوله يزيد عن ضعف عرضه بمقدار ٣ سم ومحيطه = ٣٦ سم أوجد أبعاده

(٣) مستطيل طوله ينقص عن ثلاث أمثال عرضه بمقدار ٢سم ومحيطه = ٢٨سم أوجد أبعاده ثم أوجد مساحته

(٤) ثلاث أعداد فردية متتالية مجموعها ٤٥ أوجد هذه الاعداد

(٥) ثلاث أعداد زوجية متتالية مجموعها ٦٠ أوجد هذه الاعداد

(٦) زاويتان متتامتان قياسهما ٢ س ، س + ٣٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٧) زاويتان متكاملتان قياسهما س ، س + ٥٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٨) مثلث قياسات زواياه ٧ س ، ٥ س ، ٦ س من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(٩) زاويتان متقابلتان بالرأس قياس كلا منهما ٢ س - ٥٠ ، ٧٠ – س من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(١٠) إذا كان ق( أ ) = ٣س ، ق ( أ ) المنعكسة = س + ٢٠٠ من الدرجات أوجد قياس كلا منهما

(١١) عددان طبيعيان أحدهما ثلاثة أمثال الأخر فإذا كان مجموعهما ١٦ فأوجد العددين

(١٢) عمر رجل الان يزيد عن عمر ابنه بمقدار ٣٢ سنة وبعد ١٠ سنوات يصبح عمر الرجل ثلاثة أمثال عمر أبنه فما عُمر كلا منهما الان [ ٦ سنوات – ٣٨ سنة]

(١٣) ثلاث أعداد طبيعية متتالية مجموعها ٣٠ أوجد هذه الاعداد [ ٩ ، ١٠ ، ١١ ]

(١٤) أوجد العدد الذى إذا طرح من ضعفه ٣ كان الناتج ١٥ [ ٩ ]

(١٥) إذا كان عمر باسم يزيد عن عمر أحمد بمقدار ٣ سنوات ومجموع عمريهما ٢٧ أوجد عمر كلا منهما

الدرس **حل المتباينات** السابع

- تذكر ان

مجموعة الاعداد الطبيعية ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ................. }

مجموعة الاعداد الصحيحة ص = { ....... ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ....... }

مجموعة الاعداد الصحيحة الموجبة $ص_+$ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ........... }

مجموعة الاعداد الصحيحة السالبة = $ص_-$ = { -١ ، -٢ ، -٣ ، ......... }

مجموعة الاعداد الصحيحة غير السالبة = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ............. }

مجموعة الاعداد الصحيحة الغير موجبة = { ٠ ، -١ ، -٢ ، ................ }

الصفر ليس موجباً ولا سالباً

خواص التباين

إذا كان أ > ب فإن

(١) أ + جـ > ب + جـ

(٢) أ – جـ > ب – جـ

(٣) أ جـ > ب جـ [ إذا كان جـ عدد موجب ]

(٤) أ جـ < ب جـ [ إذا كان جـ عدد سالب ]

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة

س – ٢ > ٣

الحـــــــل

بأضافة + ٢ الى طرفى المتباينة

س – ٢ + ٢ > ٣ + ٢

س > ٥

م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

**مثال** أوجد فى ط مجموعة الحل

للمتباينة س + ٥ < ٢

الحـــــــل

بأضافة -٥الى طرفى المتباينة

س + ٥ – ٥ < ٢ – ٥

س < -٢

م . ح = $\phi$

**مثال** أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة

٢ س – ٣ > ٧

ومثل الحل على خط الاعداد

**الحـــــــــــل**

A ٢ س – ٣ > ٧

B ٢ س > ٧ + ٣

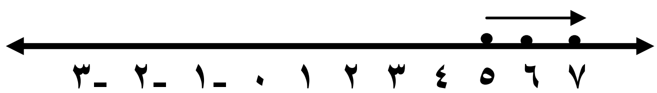
B ٢ س > ١٠

بالقسمة على ٢ لللطرفين

$\frac{٢س}{٢} > \frac{١٠}{٢}$

س > ٥

م . ح = { ٥ ، ٦ ، ٧ ، ....... }




**مثال** أوجد فى ص مجموعة الحل

للمتباينة ٣س + ٢ ≥ ٨

ومثل الحل على خط الأعداد

**الحـــــــــــل**

A ٣س + ٢ ≥ ٨

B ٣ س ≥ ٨ – ٢

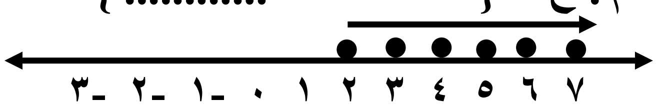
B ٣ س ≥ ٦

بالقسمة على ٣ لللطرفين

$\frac{٣س}{٣} \geq \frac{٦}{٣}$

س ≥ ٢

م . ح = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ............ }




@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى ص مجموعة الحل

للمتباينة س + ٥ > ٣

ومثل الحل على خط الأعداد

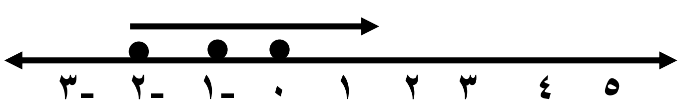
**الحـــــــــــل**

A س + ٥ > ٣

B س > ٣ – ٥

س > ـ٢

م . ح = { ـ٢ ، ـ١ ، ٠ ، ١ ، ...... }




**مثال** أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة

س + ٣ > ١

ومثل الحل على خط الأعداد

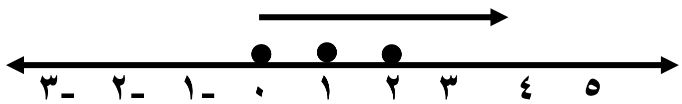
**الحـــــــــــل**

A س + ٣ > ١

B س > ١ – ٣

س > ـ٢

م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ......... }



**مثال** أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة ٢س – ٣ < ٧

ومثل الحل على خط الاعداد

**الحـــــــــل**

٢س – ٣ < ٧

٢ س < ٧ + ٣

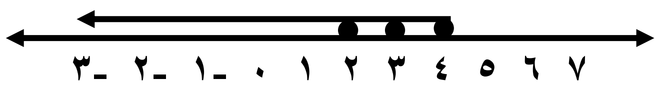
٢ س < ١٠

بالقسمة على ٢

$$\frac{\text{٢س}}{\text{٢}} < \frac{\text{١٠}}{\text{٢}}$$

س < ٥

م . ح = { .... ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }




**مثال** أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة ٣س - ٤< ٨

ومثل الحل على خط الأعداد

**الحـــــــــل**

٣س - ٤< ٨

٣ س < ٨ + ٤

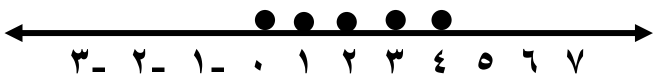
٣ س <١٢

بالقسمة على ٣

$$\frac{\text{٣س}}{\text{٣}} < \frac{\text{١٢}}{\text{٣}}$$

س < ٤

م . ح = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }




@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد فى ص مجموعة الحل للمتباينة س + ٥ < ٣

ومثل الحل على خط الأعداد

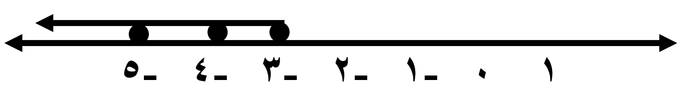
**الحـــــــــل**

س + ٥ < ٣

س < ٣ – ٥

س < -٢

م . ح = { ...... ، -٤ ، -٣ }




**مثال** أوجد فى ط مجموعة الحل للمتباينة س + ٣ < ١

ومثل الحل على خط الأعداد

**الحـــــــــل**

س + ٣ < ١

س < ١ – ٣

س < -٢

م . ح = $\phi$

تدريب

**أوجد مجموعة الحل للمتباينة**

**٢س – ١٧ < ٣ فى ص**

**الحـــــــــل**

تدريب

**أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة**

**٣ – ٢ س ≥ ٧**

**الحـــــــــل**

تدريب

**أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة**

**– ٣ ≥ ٢ س + ١ ≥ ٥**

**الحـــــــــل**

تدريب

**أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة**

**٣س – ١ < ٢س +٣**

**الحـــــــــل**

تدريب

**أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة**

**3س - 2 < س + ٤**

**٣ (س+2 ) < 4– س**

تدريب

**أوجد فى ن مجموعة الحل للمتباينة**

# تمارين على حل المتباينات

## أوجد فى**ط**مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتية

(١) س – ٣ > ٢

(٢) ٢س – ٥ < ٧

(٣) ٣س + ١ > ٧

(٤) ٥ س – ٢ > ٢س + ١٠

(٥) ٧ – ٢ س > ٣

(٦) ١٣ – ٣ س < ٧

(٧) ٣س – ١٢ > س

(٨) ٥ س < س + ١٢

================================================

## أوجد فى **صص** مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتيـة

(١) ٣ س + ٢ > ١٧

(٢) ٢ س – ٣ < ٥

(٣) ٥ س +١ < ١١

(٤) ٣ س +١١ < ٥

(٥) ١٣ – ٢ س > ٣

(٦) ٥ – ٣ س < ١٧

(٧) ٤س – ١ > س + ٨

(٨) ٢س – ٣ < ١٧ – ٣ س

================================================

## أوجد فى **نن** مجموعة الحل لكلا من المتباينات الاتيـة

(١) ٣س – ٢ > ٥

(٢) ٢ س + ٣ < ٨

(٣) ٥ – ٢ س > ١١

(٤) ٢ (س – ٣) < ٥

(٥) ٦ س + ٢ > ١٤ + ٥ س

(٦) ١٩ < ص + ١٤

(٧) ٦ جـ + ١ ≤ ٥ جـ - ٣

(٨) ١ – (٤ جـ - ١) > ٢ (جـ - ٣)

# الاحصاء
# و
# الاحتمال

الدرس | العينـــــــــــات | الأول

# العينـة المنتظمة :-

**العينة هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله وتختار بطريقة عشوائية وتستخدم العينات لتسهيل جمع البيانات عن المجتمع**

# كيفية اختيار عينة منتظمة :-

**لكى يتم أختيار عينة منتظمة من مجتمع لابد أن يكون موزعا توزيعا عشوائيا وتكون ممثلة للمجتمع تمثيلا تاما .**

# العينـة العشوائية :-

**عند أختيار عينة عشوائية لابد أن يحصل كل فرد على فرصة فى الاختيار ويمكن اختيار أعضاء العينة العشوائية على أساس :**

**١ـ إعطاء كل فرد فى المجتمع رقم .**

**٢ـ استخدام خاصية الرقم العشوائى الموجود بالالة الحاسبة**

# الدرس الاحتمـــــــال الثانى

**الاحتمال التجريبى :-**

$$\text{الاحتمال التجريبى} = \frac{\text{عدد النواتج التى حصلت عليها}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$$

**الاحتمال النظرى :-**

**فضاء العينة :-** هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية

أحتمال وقوع أى حدث جزئى من ف " أ ⊂ ف "

$$\text{ل ( أ )} = \frac{\text{عدد عنـــــــاصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$$

حيث ل ( أ ) هو أحتمال وقوع الحدث أ

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** فى تجربة القاء حجر نرد أكتب فضاء العينة ثم أوجد أحتمال ظهور صورة

**الحـــــــــل**

ف = { ص ، ك }

أ = { ص }  ل ( أ ) $= \frac{\text{عدد عنـــــــاصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{١}{٢}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** سلة بها ٢٠ زهرة منها ٧ زهور بيضاء ، ٨ زهور صفراء ، ٥ زهور حمراء فإذا سحبت زهرة واحدة عشوائيا أوجد أحتمال أن تكون الزهرة المسحوبة

(١) بيضاء (٢) حمراء (٣) بيضاء أو صفراء

**الحـــــــــل**

أحتمال أن تكون الزهرة بيضاء $= \frac{\text{عدد الزهور البيضاء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{٧}{٢٠}$

أحتمال أن تكون الزهرة حمراء $= \frac{\text{عدد الزهور الحمراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢}{٥}$

أحتمال أن تكون الزهرة بيضاء أو صفراء $= \frac{\text{عدد الزهور البيضاء والصفراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{١٥}{٢٠} = \frac{٣}{٤}$

**مثال** في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة أكتب فضاء العينة ثم عين احتمال كلا من الاحداث الاتية

(١) أ = حدث ظهور عدد فردى　　(٢) ب = حدث ظهور عدد زوجى

(٣) جـ = حدث ظهور عدد يقبل القسمة على ٣　　(٤) ء = حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى ٣

(٥) هـ = حدث ظهور عدد يساوى ٧　　(٦) و = حدث ظهور عدد مربع كامل

(٧) س = حدث ظهور عدد أكبر من ٣　　(٨) ص = حدث ظهور عدد زوجى أولى

**الحـــــــــــل**

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

(١) أ = حدث ظهور عدد فردى

أ = { ١ ، ٣ ، ٥ }　ل(أ) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٢) ب = حدث ظهور عدد زوجى

ب = { ٢ ، ٤ ، ٦ }　ل(ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٣) جـ = عدد يقبل القسمة على ٣

جـ = { ٣ ، ٦ }　ل(جـ) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(٤) ء = حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى ٣

ء = { ١ ، ٢ ، ٣ }　ل(ء) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٥) هـ = حدث ظهور عدد يساوى ٧

هـ = $\phi$　ل(هـ) = صفر

(٦) و = حدث ظهور عدد مربع كامل

و = { ١ ، ٤ }　ل(و) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

(٧) س = حدث ظهور عدد اكبر من ٣

س= { ٤ ، ٥، ٦ }　ل(س) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٨) ص = حدث ظهور عدد زوجى أولى

ص = { ٢ }　ل(ص) = $\frac{١}{٦}$

************************************************************

**مثال** سلة بها ١٠ بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيا أكتب فضاء العينة ثم عين كلا من أحتمال الاحداث الاتية

(١) حدث ظهور عدد زوجى أقل من ٧　　(٢) ب = حدث ظهور عدد أولى

(٣) حدث ظهور عدد فردى　　(٤) ء = حدث ظهور عدد فردى أولى

**الحـــــــــــل**

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ }

(١)أ= حدث ظهور عدد زوجى أقل من ٧

أ= { ٢ ، ٤ ، ٦ }　ل(أ) = $\frac{٣}{١٠}$

(٢) ب = حدث ظهور عدد أولى

ب = { ٢ ، ٣ ، ٥ }　ل(ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

(٣) حدث ظهور عدد فردى

جـ= { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ل(جـ) = $\frac{٥}{١٠}$

(٤) ء = حدث ظهور عدد فردى أولى

ء = { ٣ ، ٥ }　ل(ء) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

**مثال** من مجموعة الارقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } كون عدد مكون من رقمين مختلفين أوجد ف ثم عين أحتمال كلا من الاحداث الاتية

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ٤ | ٤١ | ٤٢ | ٤٣ | × |
| ٣ | ٣١ | ٣٢ | × | ٣٤ |
| ٢ | ٢١ | × | ٢٣ | ٢٤ |
| ١ | × | ١٢ | ١٣ | ١٤ |
| | ١ | ٢ | ٣ | ٤ |

(١) أ = حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً

(٢) ب = حدث أن يكون كلا الرقمين زوجياً

**الحـــــــــل**

ف = { ٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ }

أ = حدث أن يكون رقم العشرات زوجياً

أ = { ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤ } ل ( أ ) = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

ب = حدث أن يكون كلا الرقمين زوجياً

ب = { ٤٢ ، ٢٤ } ل ( ب ) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** مجموعة مكونة من ١٠٠ تلميذ نجح منهم ٥٩ طالب فى اللغة الانجليزية ، ٣٥ طالب فى التاريخ ، ٢٠ طالب فى المادتين معاً فإذا أختير تلميذ واحد عشوائيا أوجد أن يكون أحتمال الطالب المختار

أ = ناجحاً فى التاريخ ب = راسبا فى التاريخ

جـ = ناجحاً فى اللغة الانجليزية ء = راسبا فى اللغة الانجليزية

**الحـــــــــل**

ل ( أ ) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الناجحين فى التاريخ}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{٣٥}{١٠٠} = ٠.٣٥$

ل ( ب ) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الراسبين فى التاريخ}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{١٠٠ - ٣٥}{١٠٠} = \frac{٦٥}{١٠٠} = ٠.٦٥$

ل( جـ ) = $\frac{\text{عدد التلاميذ الناجحين فى اللغة الانجليزية}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{٥٩}{١٠٠} = ٠.٥٩$

$\frac{\text{عدد التلاميذ الراسبين فى اللغة الانجليزية}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} \quad \frac{١٠٠ - ٥٩}{١٠٠} \quad \frac{٤١}{١٠٠}$

ل( ء ) = = = = ٠.٤١

ملاحظـــــات

(١) الحدث المستحيل :- هو الحدث الذى ليس له أى فرصة فى الوقوع
ويكون أحتماله = صفر [مثل ظهور العدد ٧ عند رمى حجر نرد ]
(٢) الحدث المؤكد :- هو الحدث الذى يحتوى على جميع نواتج التجربة
ويكون أحتماله = ١
(٣) ٠ ≤ أحتمال وقوع أى حدث ≤ ١

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال

صمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين أحد الارقام ١ ، ٢ ، ٣ فإذا أُلقى الحجر مرة واحدة أوجد

(١) أكتب فضاء العينة

(٢) أ = أحتمال ظهور الرقم ٣ على الوجه العلوى

(٣) ب= أحتمال ظهور رقم فردى على الوجه العلوى

الحـــــــــــل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ }

(١) أ = { ٣ } ل( أ ) = $\frac{١}{٣}$

(٢) ب = { ١ ، ٣ } ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال

سلة بها ٣٠ كرة حمراء وبيضاء وصفراء فإذا كان أحتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{١}{٥}$ فما هو عدد الكرات الحمراء

الحـــــــــل

أحتمال سحب كرة حمراء = $\frac{١}{٥}$

$\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلى}} = \frac{١}{٥}$

$\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{٣٠} = \frac{١}{٥}$

عدد الكرات الحمراء = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

# تمارين على الأحتمال

( ١ ) سُحبت بطاقة عشوائيا من ٢٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٥ أحسب أحتمال أن تحمل البطاقة عدداً

أ – يقبل القسمة على ٥ ب – أكبر من أو يساوى ٢٠

جـ - مربعاً كاملاً ء – فرديا ً يقبل القسمة على ٣

هـ - زوجياً يقبل القسمة على ٥ و – أوليا ً

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٢) سُحبت بطاقة عشوائياً من ثمانى بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ أكتب فضاء العينة ثم أوجد أحتمال كلا من الاحداث الأتية

أ = حدث الحصول على عدد زوجى

ب = حدث الحصول على عدد فردى

جـ - حدث الحصول على عدد أكبر من أو يساوى٦

ء – حدث الحصول على عدد يقبل القسمة على ٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٣) سُحبت بطاقة عشوائيا من بطاقات مرقمة من ١ الى ١٠ ما أحتمال أن تكون البطاقة تحمل عدداً :-

(١) فردياً (٢) أولياً (٣) زوجياً (٤) فردياً أكبر من ٣

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٤) فصل دراسى يتكون من ٥٠ طالب منهم ٣٠ ولد والباقى بنات فإذا اختير طالب واحد عشوائيا أوجد أحتمال أن يكون الطالب المختار

( أ ) بنت (ب) ولد

(٥) من مجموعة الارقام { ٢ ، ٣ ، ٥ } كون عدد من رقمين ما أحتمال كلا من الاحداث الاتية :-

(١) حدث أن يكون رقم العشرات فردياً (٢) حدث أن يكون العدد فردياً

(٣) حدث أن يكون مجموع الرقمين ٧ (٤) حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين = ١٥

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٦) حقيبة تحتوى على ٢٠ بطاقة بعضها حمراء والبعض زرقاء فإذا كان أحتمال سحب بطاقة حمراء يساوى $\frac{٣}{٥}$ أوجد عدد البطاقات الحمراء

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٧) فصل دراسى به ٤٠ تلميذ نجح منهم ٣٠ تلميذ فى الرياضيات ، ٢٤ تلميذ فى العلوم فإذا أختير طالب عشوائيا أوجد أحتمال أن يكون الطالب المختار

( أ ) ناجحا فى الرياضيات (ب) ناجحا فى التاريخ

(جـ) راسباً فى الرياضيات ( ء ) راسبا فى التاريخ

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

(٨) إناء به ٣٢ كرة ملونة من نفس المقاس بعضها أزرق وبعضها أخضر وبعضها أحمر والباقى لونه أصفر فإذا كان أحتمال سحب كرة زرقاء يساوى $\frac{٣}{٨}$ كم عدد الكرات الزرقاء فى الأناء

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

( ٩ ) فى تجربة لالقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة عدد النقط الذى يظهر على الوجه العلوى . أكتب فضاء العينة . ثم أوجد أحتمال كلا من الاحداث الاتية

(١) حدث الحصول على عدد أكبر من ٦

(٢) حدث الحصول على عدد يحقق المتباينة : ١ ≤ س ≤ ٦

(٣) حدث الحصول على عدد يحقق المتباينة : ٢ < س < ٤

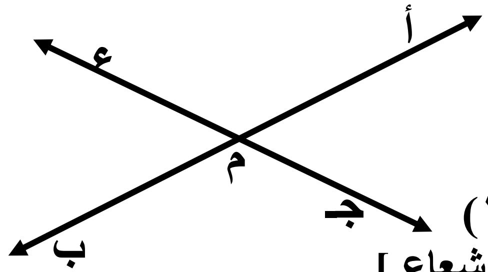
# الهندسة
# و
# القياس

# البرهان الاستدلالى

**البرهان الاستدلالى :-**
**هو استخدام الخواص الهندسية فى الاستدلال على الحلول والبراهين للنظريات والتمارين نظرياً دون اللجوء الى الادوات الهندسية فى القياس**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

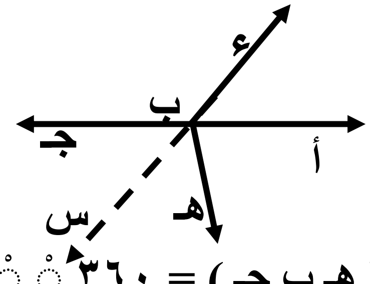
## إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتيين متقابلتين متساويتين فى القياس




**المعطيات** أ ب ، جـ ء مستقيمان متقاطعان فى م
**المطلوب** إثبات أن
ق ( أ م ء ) = ق ( ب م جـ )
**البرهان** ق ( أ م جـ ) + ق ( أ م ء ) = ١٨٠ (١)
[ متجاورتان حادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع ]
ق ( أ م جـ ) + ق ( ب م جـ ) = ١٨٠ (٢)
من ١ ، ٢ ينتج أن
ق( أ م جـ ) + ق ( أ م ء) = ق ( أ م جـ ) + ق ( ب م جـ )
∴ ق ( أ م ء ) = ق ( ب م جـ )

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

## مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ ْ



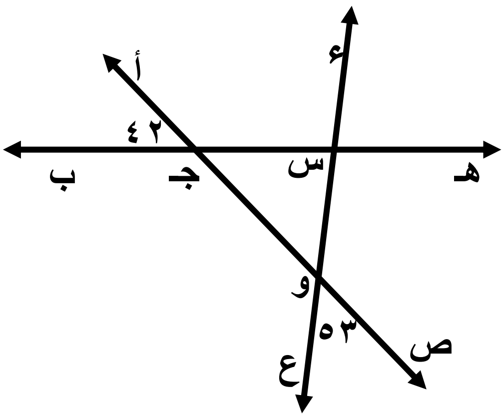

**المعطيات** ب أ ، ب ء ، ب جـ ، ب هـ أربعة أشعة بدايتها ب
**المطلوب** أثبات أن
ق( أ ب ء ) + ق ( ء ب جـ) + ق ( أ ب هـ ) + ق ( هـ ب جـ ) = ٣٦٠ ْ
**العمل** نرسم ب س حيث س ∈ ء ب
**البرهان** ق ( أ ء ب ) + ق ( ء ب جـ ) = ١٨٠ ْ (١)
ق( أ ب هـ) + ق ( هـ ب س ) + ق ( س ب جـ ) = ١٨٠ ْ (٢)
ق( أ ء ب ) + ق ( ء ب جـ) + ق( أ ب هـ) + [ق( هـ ب س)+ ق(س ب جـ)] = ٣٦٠ ْ

ق( أ ب ء ) + ق ( ء ب جـ) + ق ( أ ب هـ ) + ق ( هـ ب جـ ) = ٣٦٠ ْ

مثال

**فى الشكل المقابل**

**أثبت أن ق ( ء س هـ ) = ٨٥ ْ**




**ثم أوجد ق ( ء س جـ ) ، ق ( هـ س و )**

**الحـــــــــل**

**ق( س و جـ) = ق ( ص و ع) [للتقابل بالرأس]**

**∴ ق ( س و جـ ) = ٥٣ ْ**

**ق ( س جـ و ) = ق ( أ جـ ب ) [ للتقابل بالرأس ]**

**∴ ق ( س جـ و ) = ٤٢ ْ**

**مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ ْ**

**∴ ق ( و س جـ ) = ١٨٠ ْ – [ ٥٣ ْ + ٤٢ ْ ] = ١٨٠ ْ – ٩٥ ْ = ٨٥ ْ**

**ق ( ء س هـ ) = ق ( و س جـ ) [ للتقابل بالرأس ]**

**∴ ق ( ء س هـ ) = ٨٥ ْ**

**ق ( ء س هـ ) + ق ( ء س جـ ) =١٨٠ ْ**

**ق ( ء س جـ ) =١٨٠ ْ – ٨٥ ْ = ٩٥ ْ**

**ق ( هـ س و ) = ق ( ء س جـ ) [ للتقابل بالرأس ]**

**∴ ق ( هـ س و ) = ٩٥ ْ**

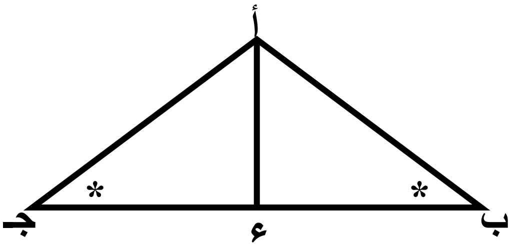
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

مثال

**فى الشكل المقابل**

**أ ب جـ مثلث فيه ق(ب) = ق(جـ)**

**أ ء ينصف ب أ جـ أثبت أن أ ب = أ جـ**




**الحـــــــــل**

**△△ أ ب ء ، أ جـ ء**

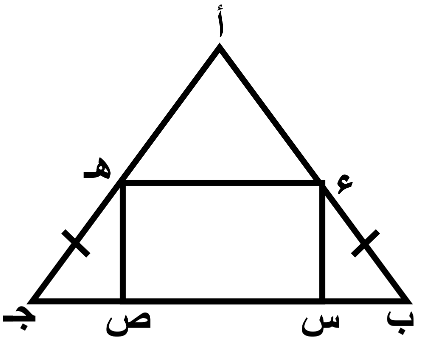
**فيهما**
- **ق ( ب ) = ق ( جـ )**
- **ق ( ب أ ء ) = ق ( جـ أ ء )**
- **أ ء ضلع مشترك**

**△ أ ب ء ≡ △ أ جـ ء**

**ومن التطابق ينتج ان**

**أ ب = أ جـ**

**مثال** **فى الشكل المقابل**




**هـ جـ = ء ب ، ء س ص هـ مستطيل**

**أثبت ان ق ( أ ء هـ ) = ق ( أ هـ ء )**

**الحـــــــــــل**

**ء س ص هـ مستطيل**

**∴ ق ( ء س ص ) = ق ( هـ ص جـ ) = ٩٠ ْ**

**ص**

**∴ ق ( ء س ب ) = ق ( هـ ص جـ )**

**= ١٨٠ ْ _ ٩٠ ْ = ٩٠ ْ**

**تناظر]**

**ء ب س ، هـ جـ ص**

**فيهمـــا** { ق ( ء س ب ) = ق ( هـ ص جـ ) = ٩٠ ْ ، ء س = هـ ص [ مستطيل ] ، ء ب = هـ جـ }

**△ء ب س ≡ △ هـ جـ ص**

**∴ ق ( ب ) = ق ( جـ ) (١)**

**الشكل المستطيل فيه ء هـ // س**

**ق ( أ ء هـ) = ق ( ب ) [ تناظر]**

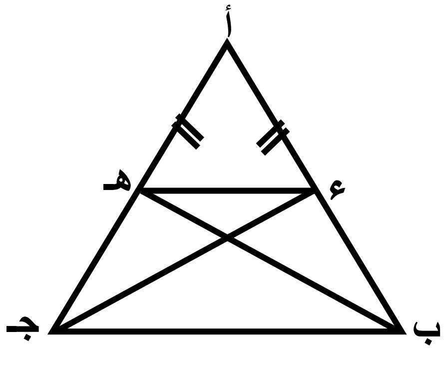
**ق( أ هـ ء ) = ق ( جـ ) ] (٢)**

**من ١ ، ٢ ينتج أن**

**ق( أ ء هـ ) = ق ( أ هـ ء )**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **فى الشكل المقابل**




**أ ء = أ هـ ، ق ( أ ء جـ) = ق ( أ هـ ب)**

**أثبت أن (١) ب هـ = جـ ء**

**(٢) ب ء= جـ هـ**

**الحـــــــــــل**

**أ ء جـ ، أ هـ ب**

**فيهما** { أ زاوية مشتركة ، ق( أ ء جـ ) = ق ( أ هـ ب ) [معطى ] ، أ ء = أ هـ }

**وينتج أيضا أ ب = أ جـ (٢)**

**أ ء = أ هـ (٣)**

**بطرح ٣ من ٢**

△ ب هـ أ ≡ △ جـ ء أ                أ ب – أ ء = أ جـ - أ هـ

∴ ب هـ = جـ ء  وهو المطلوب أولا                ء ب = هـ جـ

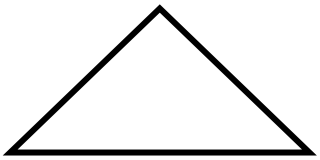
# المضلع

**المضلع :- هو شكل هندسى مستوى يتكون من أتحاد عدة قطع مستقيمة مغلقة ويسمى بعدد القطع المستقيمة المكونة له**

**- إذا كان المضلع يتكون من ٣ قطع يسمى مضلع ثلاثى**

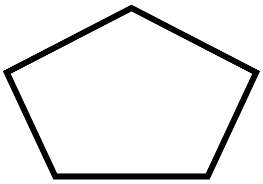
**- إذا كان المضلع يتكون من ٤ قطع يسمى مضلع رباعى**

**- إذا كان المضلع يتكون من ٥ قطع يسمى مضلع خماسى وهكذا**

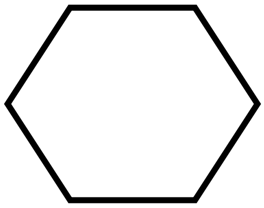


مضلع ثلاثى

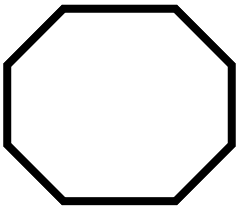
مضلع رباعى



مضلع خماسى



مضلع سداسى

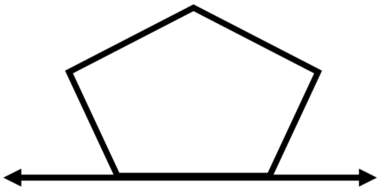


مضلع ثمانى

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

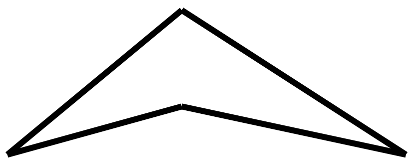
**المضلع المحدب :-**

**هو مضلع أى مستقيم يمر برأسين متتاليين تكون بقية رؤوس المضلع واقعة فى أحد جانبى هذا المستقيم**



**المضلع المقعر :-**

**هو مضلع توجد مستقيمات تتعين برأسيين متتاليين وتقع بقية الرؤوس على جانبى هذه المستقيمات**



**ملاحظة هامة**

**مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = (ن – ٢ ) × ١٨٠ °**

**فمثلا**

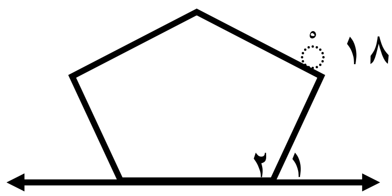
**- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ( ٣ – ٢ ) × ١٨٠ = ١ × ١٨٠ ° = ١٨٠ °**

**- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ( ٤ – ٢ ) × ١٨٠**
**= ٢ × ١٨٠ ° = ٣٦٠ °**

**- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى = ( ٥ – ٢ ) × ١٨٠**
**= ٣ × ١٨٠ ° = ٥٤٠ °**

**- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل السداسى = ( ٦ – ٢ ) × ١٨٠**
**= ٤ × ١٨٠ ° = ٧٢٠ °**

**@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@**




**ملاحظة :- مجموع قياسى الزاويتين الداخلة والخارجة يساوى ١٨٠ °**

**ق ( ١ ) + ق ( ٢ ) = ١٨٠ °**

**@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@**

**المضلع المنتظم :-**

**هو مضلع أضلاعه متساوية فى الطول وزواياه متساوية فى القياس**

**@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@**

**قياس كل زاوية من زوايا مضلع محدب منتظم عدد أضلاعه ن = (ن – ٢ ) × ١٨٠ ° / ن**

**قياس كل زاوية من الزوايا الثلاثى المنتظم ( المثلث المتساوى الأضلاع) =**
**= ( ٣ – ٢ ) × ١٨٠ ° / ٣ = ١ × ١٨٠ / ° = ١٨٠ / ° = ٦٠ °**

**قياس كل زاوية من زوايا الرباعى المنتظم ( المربع ) = ( ٤ – ٢ ) × ١٨٠ ° / ٤**
**= ٢ × ١٨٠ / ° = ٣٦٠ / ° = ٩٠ °**

**( ٥ – ٢ ) × ١٨٠ ° / ٥ ٣ × ١٨٠ / ٥**

قياس كل زاوية من زوايا الخماسى المنتظم = =

= ٥٤٠ / ° = ١٠٨ °

قياس كل زاوية من زوايا السداسى المنتظم = ( ٦ – ٢ ) × ١٨٠ ° / ٦ = ٤ × ١٨٠ / °

= ٧٢٠ / ° = ١٢٠ °

**مثال** أوجد مجموع القياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ١٢ ضلع

**الحـــــــل**

مجموع القياسات الزوايا الداخلة لمضلع عدد أضلاعه ن = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ °

= ( ١٢ – ٢ ) × ١٨٠ ° = ١٠ × ١٨٠ ° = ١٨٠٠ °

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة لمضلع منتظم عدد أضلاعه ١٢ ضلع

**الحـــــــل**

قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ ° / ن = ( ١٢ – ٢ ) × ١٨٠ ° / ١٢

= ١٠ × ١٨٠ ° / ١٢ = ١٨٠٠ / ١٢ = ١٥٠ °

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أوجد عدد أضلاع مضلع محدب منتظم قياس إحدى زواياه ١٢٠ °

**الحـــــــل**

قياس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ ° / ن

١٢٠ ° = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ ° / ن

١٢٠ ° ن = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ °

١٢٠ ° ن = ١٨٠ ° ن – ٣٦٠ °

٣٦٠ ° = ١٨٠ ° ن – ١٢٠ ° ن

٣٦٠ ° = ٦٠ ° ن

ن = ٣٦٠ ° / ٦٠ ° = ٦ أضلاع

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** أ ب جـ ء شكل رباعى فيه ق( أ ) : ق(ب) : ق(جـ) : ق(ء) = ١ : ٢ : ٤ : ٥

أوجد قياس جميع زواياه

**الحـــــــل**

- ق ( أ ) = ١ / ١٢ × ٣٦٠ ° = ٣٠ °

٢ / ١٢

- ق(ب) =  × ٣٦٠ ْ = ٦٠ ْ

- ق( جـ ) = ٤/١٢ × ٣٦٠ ْ = ١٢٠ ْ

- ق( ء ) = ٥/١٢ × ٣٦٠ ْ = ١٥٠ ْ

**قوانين هامة جداً:**

١] عدد المثلثات التي ينقسم إليها أي **مضلع** = ( ن – ٢ ) **مثلث** : ( ن ) عدد أضلاع المضلع

٢] عدد أقطار أي مضلع = ن ( ن – ٣ ) / ٢ قطر ( ن ): عدد أضلاع المضلع

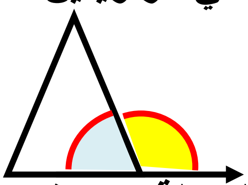
٣] مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع = ( ن – ٢ ) × ١٨٠ ° :( ن ) عدد أضلاع المضلع

٤] قياس زاوية المضلع المنتظم = ( ن – ٢ ) × ١٨٠° / ن حيث ( ن ) عدد أضلاع المضلع المنتظم

٥] محيط أي مضلع منتظم = ن x طول الأضلاع

٦] عدد أضلاع المضلع المنتظم = ٣٦٠° / ( ١٨٠° - ه° ) حيث هـ ° قياس زاوية المضلع المنتظم

٧] عدد محاور تماثل أي مضلع منتظم = عدد أضلاعه ٨] مجموع قياسي الزاويتين الداخلة و الخارجة عند أي رأس من رؤوس المضلع = ١٨٠ °



٩] قياس الزاوية الخارجة عند رأس المضلع = ١٨٠ ° ـ قياس الزاوية الداخلة عند نفس الرأس

١٠] قياس الزاوية الداخلة عند رأس المضلع = ١٨٠ ° ـ قياس الزاوية الخارجة عند نفس رأس المضلع

١١] عدد أضلاع المضلع المنتظم = ٣٦٠° / س ° حيث س ° قياس الزاوية الخارجة **للمضلع** المنتظم

١٢] قياس الزاوية الخارجة للمضلع المنتظم = $\frac{٣٦٠°}{ن}$ حيث ( ن ) عدد أضلاع المضلع المنتظم

١٣] مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب في اتجاه مع عقارب الساعة = ٣٦٠°

١٤] مجموع قياسات الزوايا الخارجة لمضلع محدب في اتجاه ضد عقارب الساعة = ٣٦٠°

١٥] مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأي مضلع محدب = ٧٢٠ °

## متوازى الأضلاع :-

هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويان فى الطول

خواص متوازى الاضلاع

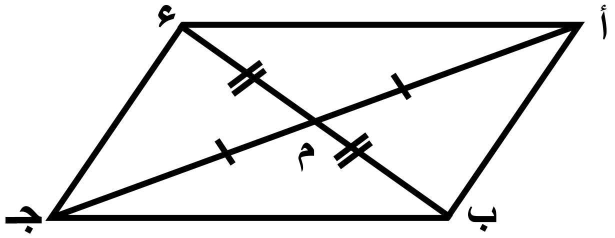
(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين فى الطول

(٢) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

(٣) كل زاويتين متتاليتين متكاملتان ( مجموع قياسهم = ١٨٠ ° )

(٤) القطران ينصف كلا منهما الأخر

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@




فى الشكل المقابل

(١) أ ب // ء جـ ، أ ب = ء جـ

(٢) أ ء // ب جـ ، أ ء = ب جـ

(٣) ق ( أ ) = ق ( جـ ) ، ق ( ب ) = ق ( ء )

(٤) ق ( أ ) + ق ( ب ) = ١٨٠ °

ق ( ب ) + ق ( جـ ) = ١٨٠ ، ق ( جـ ) + ق ( ء ) = ١٨٠

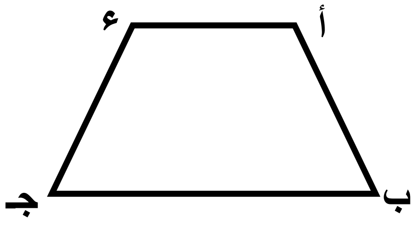
ق ( ء ) + ق ( أ ) = ١٨٠ °

(٥) القطران ينصف كلا منهما الأخر

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

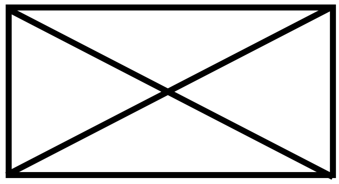
ملاحظة :-

الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان متوازيان فقط يسمى شبه منحرف

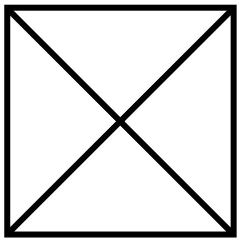



أ ء يوازى ب جـ ، أ بلا يوازى ء جـ

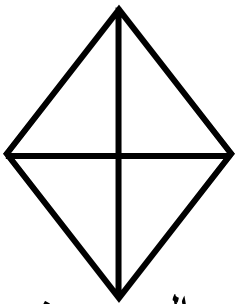
فيكون الشكل أ ب جـ ء شبه منحرف



المستطيل



المربع



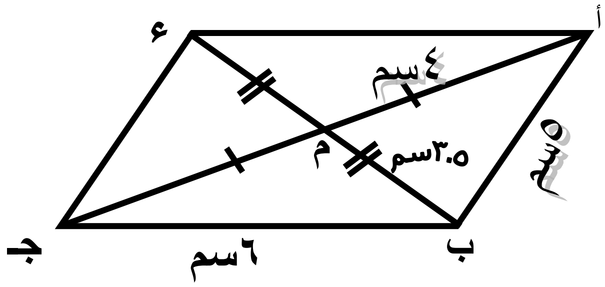
المعيـــــــن

| المستطيل | المربع | المعين |
|---|---|---|
| كل ضلعين متقابلين متوازيان | كل ضلعين متقابلين متوازيان | كل ضلعين متقابلين متوازيان |
| كل ضلعين متقابلين متساويان | كل ضلعين متقابلين متساويان | كل ضلعين متقابلين متساويان |
| كل زاويتان متقابلتان متساويتان | كل زاويتان متقابلتان متساويتان | كل زاويتان متقابلتان متساويتان |
| كل زاويتان متتاليتان متكاملتان | كل زاويتان متتاليتان متكاملتان | كل زاويتان متتاليتان متكاملتان |
| القطران ينصف كلا منهما الاخر | القطران ينصف كلا منهما الاخر | القطران ينصف كلا منهما الاخر |
| جميع زواياه قائمة | جميع زواياه قوائم | |
| القطران متساويان وغير متعامدان | القطران متعامدان ومتساويتان | الاضلاع الاربعة متساوية |
| | الاضلاع الاربعة متساوية | القطران متعامدان وغير متساويان |
| | القطران ينصفان الزاويتان المتقابلتان | القطران ينصفان الزاويتان المتقابلتان |

==========================================================================

تدريب

**فى الشكل المقابل**




**إذا كان أ ب جـ ء متوازى أضلاع**

**فيه أ ب = ٥ سم ، ب م = ٣.٥ سم**

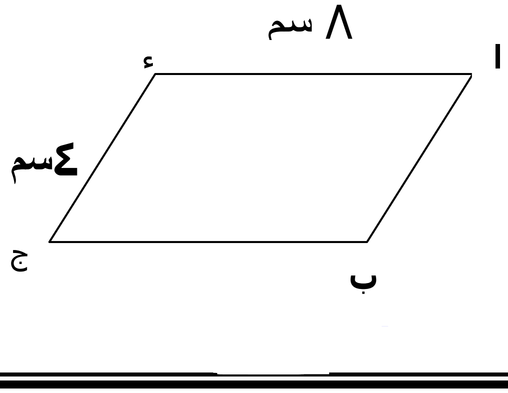
**أ م = ٤ سم ، ق( أ ) = ٦٠° أكمل**

**(١) طول أ ء = ............... ، طول ء جـ = ................ ،، طول م ء = ............ ،**

**طول ب ء = ............... ،، طول م جـ = ............... ، طول أ جـ = ..............**

**( ٢ ) ق ( ب ) = ........ ،، ق ( جـ ) = ............ ،، ق ( أ ) = .............**

**(٣) محيط متوازى الاضلاع = ............... سم**




**تدريب: فى الشكل المقابل :ا ب ج ء متوازى اضلاع**

**اكمل : ١ – ق ( ا ) = ........**

**٢- ق( ا ب ج ) =.........**

٣- محيط متوازى الاضلاع=□□□□□□□□□□□□□□□□

**تدريبات**

**١-عدد اقطار الشكل السداسى=٠٠٠٠٠**

الحل

**٢- مضلغ منظم قياس احدى زواياة ١٤٤ °**

**فإن عدد اضلاعه ..............................**

الحل

**٣- مضلع منتظم عدد اضلاعة ٨ فان مجموع قياسات زواياة الداخلة ..............**

الحل

**٤ قياس زوايا السداسى المنتظم =..............**

**والخماسى المنتظم ..............................**

**٥- اوجد مجموع قياسات زوايا المضلع السداسى المنتظم وقياس كل زاوية فيه؟**

الحل

**٦- اوجد عدد اضلاع مضلع محدب منتظم قياس احدى زواياه =١٣٥**

الحل

**٧- اوجد عدد اضلاع مضلع محدب منتظم قياس احدى زواياه =١٢٠°**

الحل

**٨- مضلع منتظم عدداضلاعه ن فان عدد زواياه ..................**

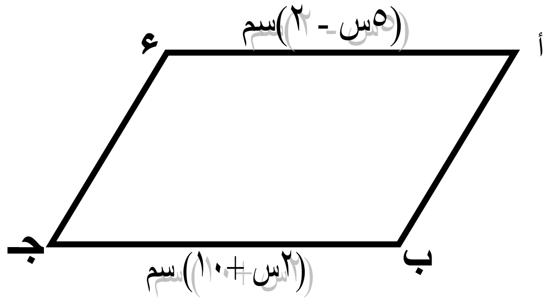
**ومجموع قياسات زواياه الداخله**

**..................................**

**وعدد اقطارة ...............................**

**مثال**

**فى الشكل المقابل**
**أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه**
**أ ء = ٥ س – ٢ سم**
**ب جـ = ٢ س + ١٠ سم**
**أوجد قيمة س ، طول ب جـ**




**الحـــــــــل**

**أ ب جـ ء متوازى اضلاع**
**∴ أ ء = ب جـ**
**٥ س – ٢ = ٢ س +١٠**
**٥ س – ٢ س = ١٠ + ٢**
**٣ س = ١٢**

**س = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤ سم**

**أ ء = ٥ × ٤ – ٢ = ٢٠ – ٢ = ١٨سم**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **أكمل العبارات الاتية**

**١- المربع هو ................................ أحدى زواياه قائمة**

**٢- الشكل الرباعى الذى أضلاعه متساوية فى الطول يسمى ................**

**٣- متوازى الاضلاع الذى قطراه .................. يسمى مستطيل**

**٤- متوازى الاضلاع الذى قطراه متعامدان يكون ................... و .......................**

**٥- أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه ق( أ ) = ٥٠° فإن ق(ب) = ...........**

**٦- المستطيل هو ...........................أحدى زواياه قائمة**

**٧- الشكل الرباعى الذى قطراه ينصف كلا منهما الاخر يسمى .................**

**٨- إذا كان أ ب جـ ء معين فإن ............ ...............**

**٩- الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان متوازيان يسمى ................**

**١٠-القطران فى كلا من ....................و ..................... يصنع كلا منهما زاوية قياسها ٤٥° مع الضلع المجاور**

**١١-المعين الذى محيطه ٤٢ سم يكون طول ضلعه = ........ سم**

تدريبات : اكمل ١- المعين الذى قطراه متسايان فى الطول يسمى ..................

٢- ا ب ج ء معين ق ( ا ) = ٧٠ فان قياس (ج) =.....................

٣- القطران متساويان ومتعامدان فى ................

٤- القطرا متساويان فى .........................

٥- متوازى الاضلاع الذى قطراة متعامدان يسمى ........................

٦- مربع طول ضلعه ٥ سم فان محيطه ...........................

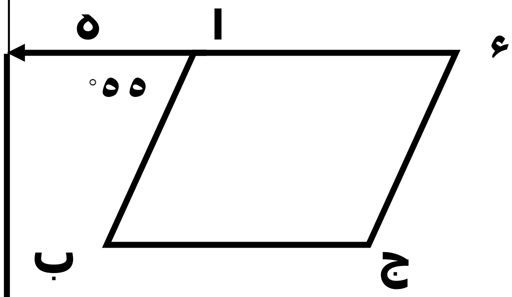
٧ معين طول ضلعه ٦ سم فان محيطه ...........................

٨- ا ب ج ء متوازى اضلاع فيه ق( ا ) + ق ( جـ ) = ١٦٠ فان ق ( ب ) =............

٩ – الشكل الرباعي الذي فيه ضلعان متقابلان متوازيان وغير متساويان يسمى ...........

١-فى الشكل المقابل : ءهـ ه ج ب ،

ق ( ب ا ه ) = ٥٥ ، ق (جـ ) = ١٢٥

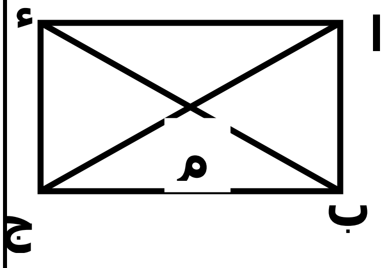



الحل

٢-فى الشكل المقابل: ا ب ج ءمستطيل فيه

ءم = ٣ سم ، ءجـ = ٢ سم

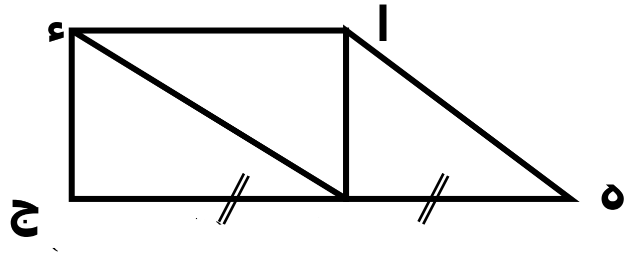
اوجد محيط المثلث ا ب م




٣- فى الشكل المقابل: ا ب ج ءمستطيل فيه

ب هـ = ب جـ ، هـ و ب جـ اثبت ان الشكل

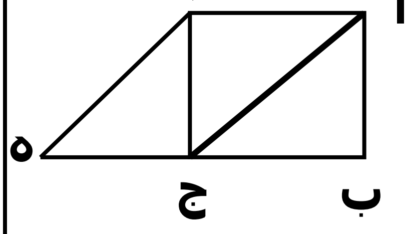
ا ب ج ءمتوازى اضلاع




٤- فى الشكل المقابل: ا ب ج ءمربع فيه

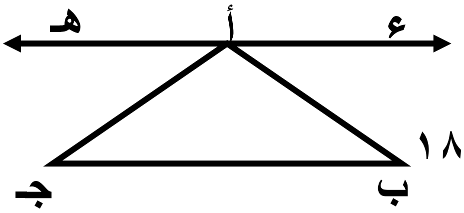
اج ءه ، ه و ب ج اثبت ان

الشكل ا ج ه ءمتوازى اضلاع



# المثلث

**نظرية (١)** مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ١٨٠




**المعطيات** أ ب جـ مثلث

**المطلوب** إثبات أن ق(ب أ جـ ) + ق(ب)+ ق(جـ) = ١٨٠

**العمل** نرسم ء هـ // ب جـ

**البرهان** ق( ء أ ب ) = ق ( ب ) [ بالتناظر[ ،، ق( هـ أ جـ ) = ق (جـ) [ بالتناظر]

ق( ء أ ب ) + ق ( ب أ جـ ) + ق ( هـ أ جـ ) = ١٨٠° [ مستقيمة ]

∴ ق( ب ) + ق ( ب أ جـ ) ق ( جـ ) = ١٨٠ ْ

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** مثلث أب جـ فيه ق( أ ) = ٥٠° ، ق(ب) = ٦٠° أوجد ق(جـ)

**الحـــــــــل**

ق ( جـ ) = ١٨٠ ْ – [ ٥٠ ْ + ٦٠ ْ ] = ١٨٠ ْ – ١١٠ ْ = ٧٠ ْ

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** مثلث قياسات زواياه ٢ س ، ٣س ، ٤ س من الدرجات أوجد قيمة س

**الحـــــــــل**

مجموع الزوايا الداخلة = ١٨٠ ْ

٢ س + ٣ س + ٤ س = ١٨٠ ْ

٩ س = ١٨٠ ْ

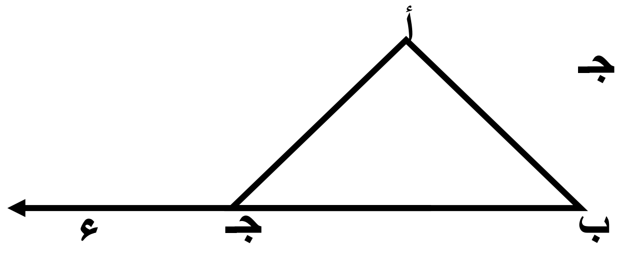
س = $\frac{١٨٠}{٩}$ = ٢٠ ْ

## الزاوية الخارجة للمثلث

**قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس المثلث يساوى مجموع قياسى الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها**

**زاوية أ جـ ء تسمى زاوية خارجة عن △أ ب جـ**

**ق ( أ جـ ء ) = ق ( أ ) + ق ( ب )**




================================================================

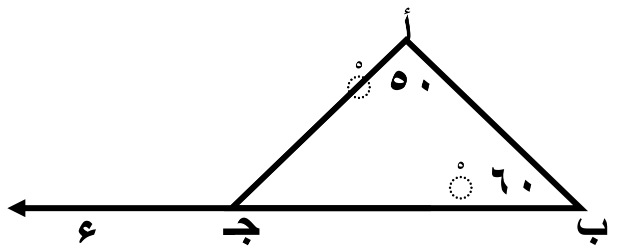
**لاحظ أن**

**قياس الزاوية الخارجة عن المثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة عدا المجاورة لها**

================================================================

**مثال** **فى الشكل المقابل**

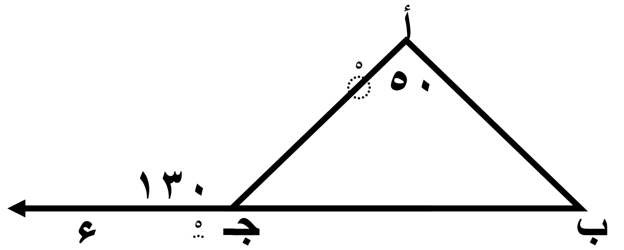
**ق ( أ جـ ء ) = ...........**




================================================================

**مثال** **فى الشكل المقابل**

**ق ( ب ) = ...........**

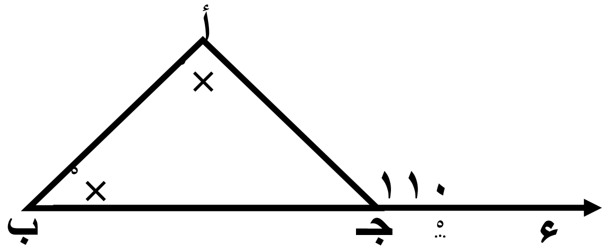



================================================================

**مثال** **فى الشكل المقابل**

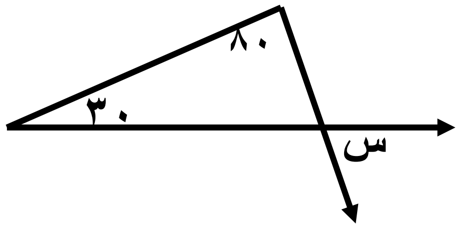
**ق ( أ ) = ق ( ب )**

**، ق ( أ جـ ء ) = ١١٠°**




**فإن ق ( أ ) = ..........، ق( ب ) = ........... ، ق ( أ جـ ب ) = .........**

**مثال** فى الشكل المقابل اوجد قيمة س



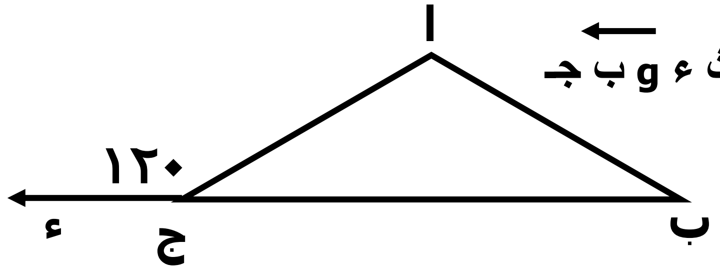

**الحل**

---

**مثال** فى الشكل المقابل ا ب ج مثلث ء و ب جـ

ق ( ا ج ء ) = ١٢٠ ، ق ( ا ) = ٧٠

اوجد ق ( < ب )

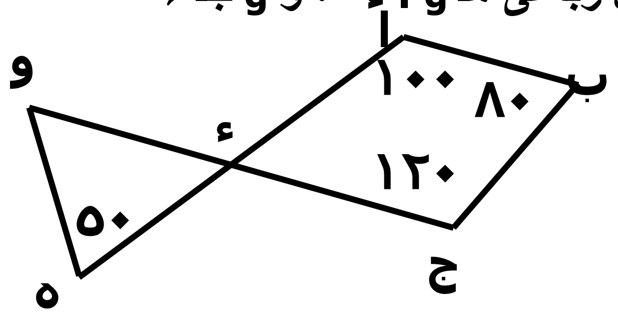



**الحل**

---

**مثال** فى الشكل المقابل ا ب جء شكل رباعى هـ و ا ء ، و و جـ ء

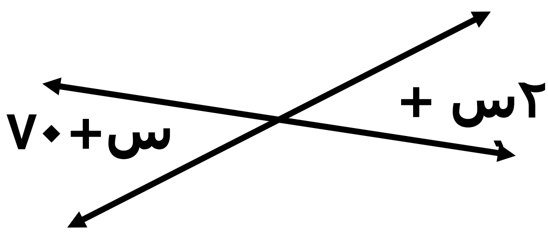
اوجد ق( <اءجـ) ، ق (< و)




**الحل**

---

**مثال** فى الشكل المقابل اوجد قيمة س بالدرجات

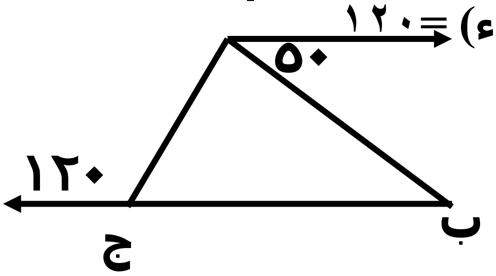



**الحل**

تدريب

فى الشكل المقابل: ا ه // ب جـ ، ق ( <ا ج ء) = ١٢٠

ق ( < ه ا ب ) = ٥٠ اوجد قياس زوايا المثلث ا ب ج

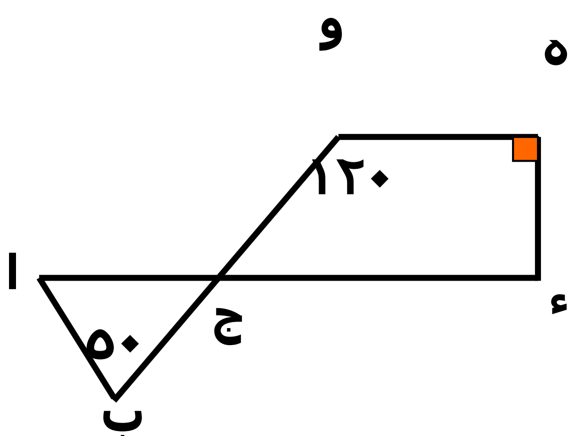



الحل :

---

تدريب

فى الشكل المقابل ا ء // ب و = c ج d ، ق ( < ا ) = ٦٠ ، ق ( < ب ) = ٥٠ ،




ق(< و ) = ١٢٠ ،ق ( هـ ) = ٩٠

اوجد بالبرهان : ق( < ء )

الحل

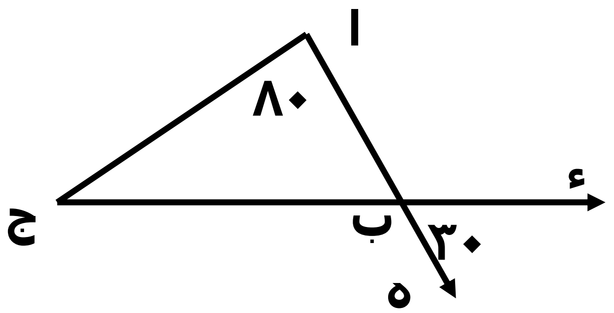
---

تدريب

فى الشكل المقابل: ء g جـ ب ، هـ g ا ب ق (< ا ) = ٣٠

، ق ( < ء ب هـ ) = ٨٠

اوجد بالبرهان ق ( < جـ )




الحل

## ملاحظة هامة

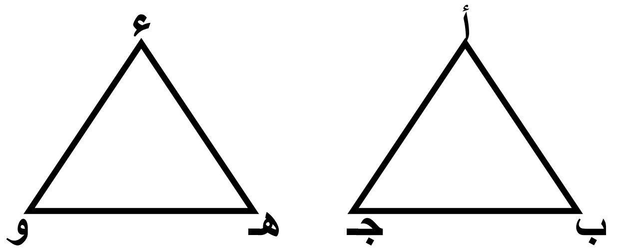
**إذا ساوت قياس زاويتان من مثلث قياس زاويتين من مثلث أخر كان قياس الزاوية الثالثة فى المثلث الأول يساوى قياس الزاوية الثالثة من المثلث الاخر .**

**فى المثلثين أ ب جـ ، ء هـ و**

**إذا كان ق ( أ ) = ق ( ء )**

**، ق ( ب ) = ق ( هـ )**

**فإن ق( جـ ) = ق ( و )**




@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**ملاحظة :-** **إذا ساوى قياس زاوية من مثلث مجموع قياسى الزاويتين الأخريين كان المثلث قائم الزاوية**

**فى △ أ ب جـ إذا كان ق ( أ ) = ق(ب) + ق(جـ) فإن ق( أ ) = ٩٠ ْ**

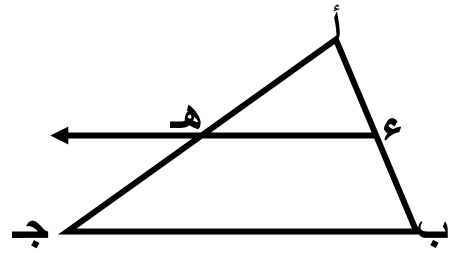
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

## نظـــرية

**الشعاع المرسوم من منتصف ضلع موازياً أحد الضلعين الأخرين فإنه ينصف الضلع الثالث .**

**إذا كانت ء منتصف أ ب ، ء هـ // ب جـ**

**فإن هـ منتصف أ جـ**



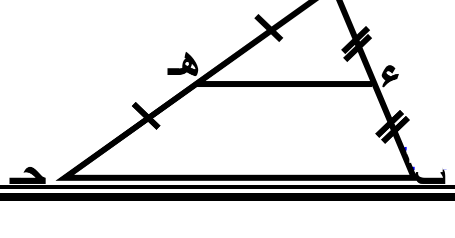

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

## نتيجة

**القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث**

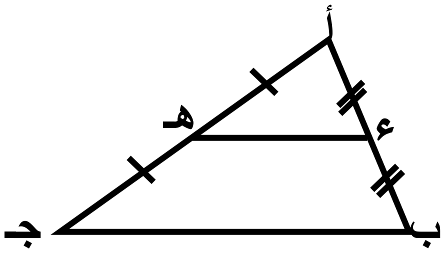
**إذا كان ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ**

**فإن ء هـ // ب جـ**



**نتيجة**

**طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث تساوى نصف طول الضلع الثالث**

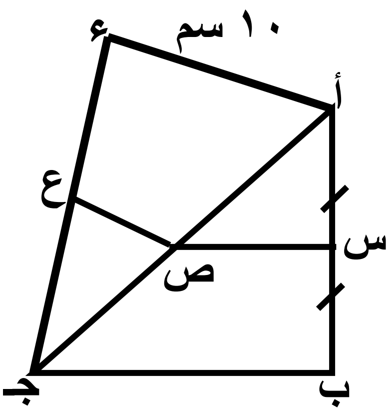



**إذا كانت ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ**

**فإن ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **فى الشكل المقابل**




**إذا كانت س منتصف أ ب**

**، س ص // ب جـ ، ع منتصف ء جـ**

**أثبت أن ص ع // أ ء ثم أوجد طول ص ع**

**الحــــــــــل**

**س منتصف أ ب ، س ص // ب جـ**

**∴ ص منتصف أ جـ**

**ص منتصف أ جـ ، ع منتصف ء جـ**

**∴ ص ع // أ ء**

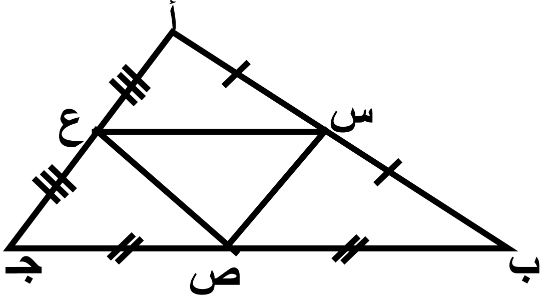
**ص منتصف أ جـ ، ع منتصف ء جـ**

**ص ع = $\frac{١}{٢}$ أ ء**

**أ ء = ١٠ سم ∴ ص ع = ٥ سم**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال** **فى الشكل المقابل**




**س ، ص ، ع منتصفا أ ب ، ب جـ ، أ جـ**

**أ ب = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٢ سم**

**أوجد محيط △ س ص ع**

**الحــــــــــل**

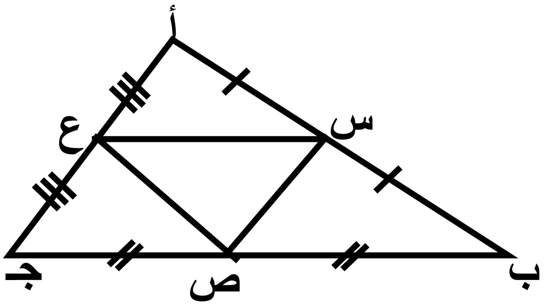
**س منتصف أ ب ، ع منتصف أ جـ ∴ س ع = $\frac{١}{٢}$ ب جـ**

**ب جـ = ٨ سم ∴ س ع = ٤ سم**

س منتصف أ ب ،ص منتصف ب جـ ∴ س ص = أ جـ
أ جـ = ١٢ سم ∴ س ص = ٦ سم

ع منتصف أ جـ ، ص منتصف ب جـ ∴ ص ع = $\frac{١}{٢}$ أ ب
أ ب = ١٠ سم ∴ ص ع = ٥ سم
محيط △ س ص ع = ٤ + ٦ + ٥ = ١٥ سم

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@




**مثال** فى الشكل المقابل

س ، ص ، ع منتصفا أ ب ، ب جـ ، أ جـ

س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٦ سم

أوجد محيط △ س ص ع

## الحـــــــــــــل

س منتصف أ ب ، ع منتصف أ جـ ∴ س ع = $\frac{١}{٢}$ ب جـ

س ع = ٦سم ∴ ب جـ = ١٢ سم

س منتصف أ ب ،ص منتصف ب جـ ∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

س ص = ٣ سم ∴ أ جـ = ٦ سم

ع منتصف أ جـ ، ص منتصف ب جـ ∴ ص ع = $\frac{١}{٢}$ أ ب

ص ع = ٥ سم ∴ أ ب = ١٠ سم

محيط △ أ ب جـ = ١٢ + ٦ + ١٠ = ٢٨ سم