تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الإماراتية

*للحصول على أوراق عمل لجميع الصفوف وجميع المواد اضغط هنا

https://almanahj.com/ae

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/8

* للحصول على جميع أوراق الصف الثامن في مادة رياضيات ولجميع الفصول, اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/8math

* للحصول على أوراق عمل لجميع مواد الصف الثامن في مادة رياضيات الخاصة بـ الفصل الثالث اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/8math3

* لتحميل كتب جميع المواد في جميع الفصول للـ الصف الثامن اضغط هنا

https://almanahj.com/ae/grade8

للتحدث إلى بوت المناهج على تلغرام: اضغط هنا

https://t.me/almanahj_bot

13 الأشكال الرباعية

السابق	الحالي	لماذا؟ ▲
لقد صنفت المضلعات وتعرّفت على خصائص المضلعات وطبيعتها.	في هذه الوحدة يتم: • إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لمضلّع واستخدامها. • التعرف على خصائص الأشكال الرباعية وتصنيفها. • المقارنة بين الأشكال الرباعية.	**المرح والألعاب** يمكن استخدام خصائص الأشكال الرباعية لإيجاد قياسات زوايا متعددة وأطوال أضلاع مثل قياسات الزوايا في معدات الألعاب والملاعب ولوحات الألعاب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

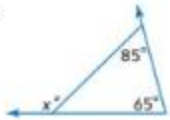
الاستعداد للوحدة

1 الكتاب الدراسي الاختياري قم بالتدريب السريع أدناه وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

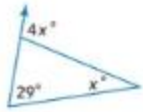
تدريب سريع

أوجد قيمة x إلى أقرب جزء من العشرة.

1.

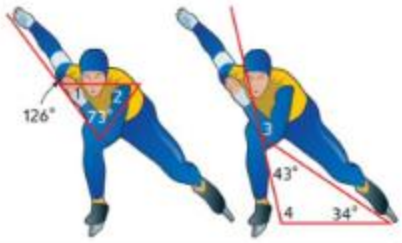


2.



التزلج السريع تصنع متزلجة سريعة على الأقل مجموعتين من زوايا المثلث والزوايا الخارجية أثناء تزلجها.

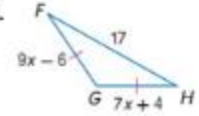
3. $m\angle 1$
4. $m\angle 2$
5. $m\angle 3$
6. $m\angle 4$



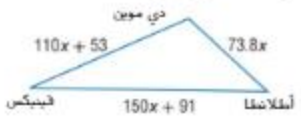
الجبر أوجد x وقياسات الأضلاع المجهولة في كل مثلث.

7.

8.



9. **الصفر** تنتقل طائرة من دي موين إلى فينيكس ثم إلى أطلنطا وتعود مرة أخرى إلى دي موين كما هو موضح أدناه. أوجد المسافة بالكيلومتر من دي موين إلى فينيكس إذا كان طول الرحلة كلها 5570 كيلومترًا.



مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.

a. $m\angle 1$

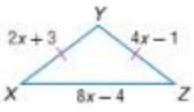
$m\angle 1 = 65 + 47$	نظرية الزاوية ∠ الخارجية
$m\angle 1 = 112$	اجمع.

b. $m\angle 2$

$180 = m\angle 2 + 68 + 65$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$180 = m\angle 2 + 133$	بسّط.
$m\angle 2 = 47$	اطرح.

مثال 2

الجبر أوجد قياسات أضلاع المثلث متساوي الساقين $\triangle XYZ$.



$XY = YZ$	معطى
$2x + 3 = 4x - 1$	بالتعويض
$-2x = -4$	اطرح.
$x = 2$	بسّط.
$XY = 2x + 3$	معطى
$= 2(2) + 3$ أو 7	$x = 2$
$YZ = XY$	معطى
$= 7$	$XY = 7$
$XZ = 8x - 4$	معطى
$= 8(2) - 4$ أو 12	$x = 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 13. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك.
قد تحتاج إلى العودة إلى الوحدة 0 لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

الأشكال رباعية الأضلاع اصنع المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظات الوحدة 6 عن الاحتمال. وابدأ بورقة واحدة من أوراق الدفتر.

1 **اطوِ** بالطول حتى الثقوب.

2 **اطوِ** بطول عرض الورقة مرتين ثم افرد الورقة.

3 **قُص** بطول علامات الطي على الجانب الأيسر من الورقة.

4 **سَمِّ** الطيّات كما هو موضح.

المفردات الجديدة

متوازي أضلاع	parallelogram
مستطيل	rectangle
معين	rhombus
مربع	square
شبه منحرف	trapezoid
أساس/قاعدة	base
ساقان	legs
شبه منحرف متساوي الساقين	isosceles trapezoid
منصف ساقي شبه المنحرف	midsegment of a trapezoid

مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية هي زاوية تتكون بواسطة أحد أضلاع مثلث مع امتداد ضلع آخر له

الزاوية الداخلية غير المجاورة هي زوايا المثلث غير المجاورة للزاوية الخارجية المحددة

الميل لمستقيم (غير رأسي) يحتوي على نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2)، يتحدد العدد m من القانون

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$$ حيث $x_2 \neq x_1$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-1 متوازيات الأضلاع

السابق
- لقد صنّفت المضلعات ذات الأضلاع الأربعة على أنها متوازيات أضلاع.

الحالي
1. التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازيات الأضلاع وتطبيقها.
2. التعرف على خصائص أقطار متوازيات الأضلاع وتطبيقها.

لماذا؟
- ذراع هدف كرة السلة يمكن تعديله ليكون على ارتفاع 3 أمتار أو 1.5 متر. لاحظ أنه مع تعديل الارتفاع، تظل أزواج الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية.

المفردات الجديدة

متوازي أضلاع
parallelogram

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.

استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

استخدام نماذج الرياضيات.

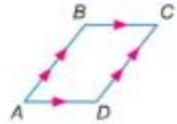
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 أضلاع متوازيات الأضلاع وزواياها

متوازي الأضلاع هو رباعي أضلاع يتوازى فيه كل ضلعان متقابلان.

لتسمية متوازي الأضلاع، استخدم الرمز $\square$. في $\square ABCD$، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ حسب التعريف.

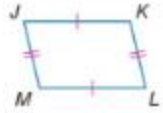
الخصائص الأخرى لمتوازيات الأضلاع مذكورة في النظريات أدناه.



$\square ABCD$

نظرية خواص متوازيات الأضلاع

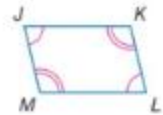
13.1 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.



الاختصار *الضلعان المتقابلان في $\square$ متطابقان* $\cong$.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{ML} \cong \overline{JK}$ و $\overline{JM} \cong \overline{KL}$.

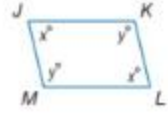
13.2 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.



الاختصار *الزاويتان المتقابلتان $\measuredangle$ في $\square$ متطابقتان* $\cong$.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\angle L \cong \angle J$ و $\angle M \cong \angle K$.

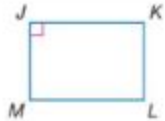
13.3 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.



الاختصار *الزاويتان المتتاليتان $\measuredangle$ في $\square$ متكاملتان.*

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $x + y = 180$.

13.4 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.



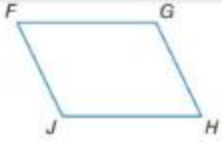
الاختصار *إذا كان $\square$ فيه $\angle$ زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على 4 $\angle$ زوايا قائمة*

مثال في $\square JKLM$، إذا كانت $\angle J$ زاوية قائمة، فإن $\angle K$، و $\angle L$، و $\angle M$ هي أيضًا زوايا قائمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

برهان النظرية 13.2

اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 13.4.



المعطيات: $\square FGHJ$

المطلوب: $\angle H \cong \angle F$ ،$\angle G \cong \angle J$

البرهان:

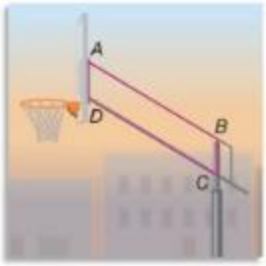
العبارات	المبرّرات
1. $\square FGHJ$	1. المعطيات
2. $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$ ،$\overline{FJ} \parallel \overline{GH}$	2. تعريف متوازي الأضلاع
3. $\angle F$ و $\angle J$ متكاملتان. $\angle J$ و $\angle H$ متكاملتان. $\angle H$ و $\angle G$ متكاملتان.	3. إذا قُطعت الخطوط المتوازية بواسطة خط قاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية متكاملة.
4. $\angle F \cong \angle H$، $\angle J \cong \angle G$	4. الزوايا المكملة لنفس الزاوية تكون متطابقة.

نصيحة دراسية

إدراج رسم

تقدم النظريات في صورة عامة. في البرهان، يتعين عليك إدراج رسم بحيث يمكنك الإشارة بدقة إلى القطع المستقيمة والزوايا.

مثال من الحياة اليومية 1 استخدام خصائص متوازيات الأضلاع



كرة السلة في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle A = 55$ وأن $AB = 0.75$ متر وأن $BC = 0.30$ متر. أوجد جميع القياسات.

a. DC

$DC = AB$ الضلعان المتقابلان في $\square$ متطابقان $\cong$.

$= 0.75$ m بالتعويض

b. $m\angle B$

$m\angle B + m\angle A = 180$ الزاويتان المتتاليتان $\measuredangle$ في $\square$ متكاملتان.

$m\angle B + 55 = 180$ بالتعويض

$m\angle B = 125$ اطرح 55 من كل طرف.

c. $m\angle C$

$m\angle C = m\angle A$ الزاويتان المتقابلتان $\measuredangle$ في $\square$ متطابقتان $\cong$.

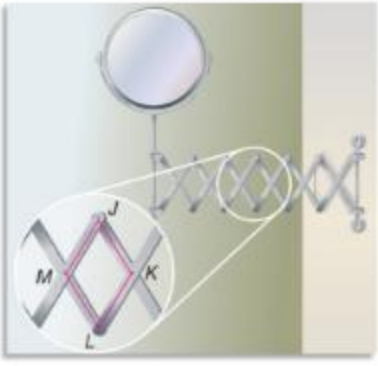
$= 55$ بالتعويض

مهنة من الحياة اليومية

المدرب يُنظّم المدربون عمل الرياضيين الهواة والمحترفين، ويعلّمونهم أساسيات إحدى الرياضات ويديرون فرقًا أثناء مواسم التدريب والمسابقات على حدٍ سواء. وقد تشتمل المهام الإضافية على اختيار المعدات والمواد واللوازم الرياضية وتوزيعها. وعادةً ما يكون المديرون الفنيون في المدارس الثانوية الحكومية حاصلين على درجة البكالوريوس.

تمرين موجّه

1. المرايا المرآة المثبتة على الحائط الموضحة تستخدم متوازيات أضلاع تغير شكلها عند تمديد الذراع. في $\square JKLM$، افترض أن $m\angle J = 47$. أوجد جميع القياسات.



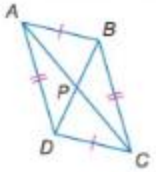
A. $m\angle L$ **B.** $m\angle M$

C. افترض أن الذراع قد مُدّدت أكثر بحيث تكون الزاوية $m\angle J = 90$. ما قياس كل زاوية من الزوايا الأخرى؟ برّر إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 أقطار متوازيات الأضلاع أقطار متوازي الأضلاع لها خصائص خاصة أيضًا.

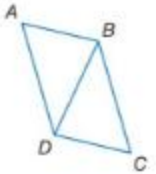
نظرية أقطار متوازيات الأضلاع



13.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

الاختصار *قطرا* ▱ *ينصفان بعضهما.*

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ و $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.



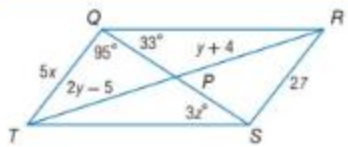
13.6 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل قطر يقسّم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

الاختصار *القطر يقسم* ▱ *إلى* ◬ ≅ ◬.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.

مثال 2 استخدام خواص متوازي المستطيلات والجبر

الجبر **إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.**



a. x

$\overline{QT} \cong \overline{RS}$	الضلعان المتقابلان في ▱ متطابقان ≅.
$QT = RS$	تعريف التطابق
$5x = 27$	بالتعويض
$x = 5.4$	اقسم كل طرف على 5.

b. y

$\overline{TP} \cong \overline{PR}$	قطرا ▱ ينصفان بعضهما.
$TP = PR$	تعريف التطابق
$2y - 5 = y + 4$	بالتعويض
$y = 9$	اطرح y وأضف 5 إلى كل طرف.

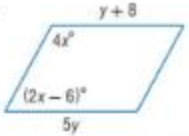
c. z

$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$	القطر يقسّم ▱ إلى مثلثين متطابقين ≅ ◬.
$\angle QST \cong \angle SQR$	CTCPC المبرهنة
$m\angle QST = m\angle SQR$	تعريف التطابق
$3z = 33$	بالتعويض
$z = 11$	اقسم الطرفين على 3.

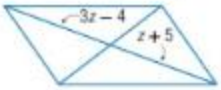
تمرين موجّه

أوجد قيمة كل متغير في متوازي الأضلاع المعطى.

2A.



2B.



نصيحة دراسية

المثلثات المتطابقة

متوازي الأضلاع الذي به قطران ينصفان الشكل إلى زوجين من المثلثات المتطابقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام النظرية 13.5 لتحديد إحداثيات تقاطع القطرين في متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي عن طريق معرفة إحداثيات الرؤوس.

مثال 3 متوازيات الأضلاع والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية **حدد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ الذي رؤوسه $F(-2, 4)$، و $G(3, 5)$ و $H(2, -3)$، و $J(-3, -4)$.**

لأن قطري متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، فإن نقطة التقاطع هي منتصف كل من $\overline{FH}$ و $\overline{GJ}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{FH}$ التي طرفاها $(-2, 4)$ و $(2, -3)$.

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2}\right)$ قانون نقطة المنتصف

$= (0, 0.5)$ بسّط.

إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ هي $(0, 0.5)$.

التحقق أوجد نقطة منتصف $\overline{GJ}$ التي طرفاها $(3, 5)$ و $(-3, -4)$.

$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2}\right) = (0, 0.5)$ ✔

تمرين موجّه

3. الهندسة الإحداثية حدد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2)$ و $S(-6, 7)$ و $T(6, 7)$ و $U(4, -2)$.

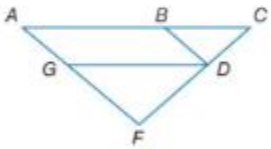
نصيحة دراسية

الانتظام مثّل متوازي المستطيلات بيانيًا في المثال 3 ونقطة تقاطع القطرين التي تجدها. ارسم القطرين. تبدو نقطة التقاطع صحيحة.

يمكنك استخدام خصائص متوازيات الأضلاع وأقطارها لكتابة الإثباتات.

مثال 4 براهين تستخدم خواص متوازيات الأضلاع

اكتب فقرة برهان.

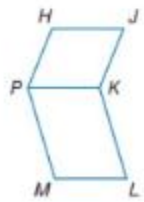


المعطيات: $\square ABDG$, $\overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

نعلم من المعطيات أن $ABDG$ متوازي مستطيلات. ولأن الزوايا المتقابلة في متوازي المستطيلات تكون متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. كما نعلم أيضًا من المعطيات أن $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، تكون $\angle C \cong \angle A$. وإذا حسب خاصية التعدي في التطابق، فإن $\angle BDG \cong \angle C$.



تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\square HJKP$ و $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

التحقق من فهمك

مثال 1

1. الدراجات إطار بعض الدراجات على شكل متوازي مستطيلات. في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle ABC = 45$ وأن $AB = 61$ cm وأن $AD = 58$ cm. أوجد جميع القياسات.

a. $m\angle BAD$

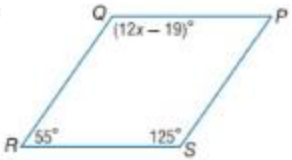
b. BC

c. $m\angle ADC$

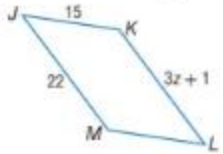
مثال 2

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

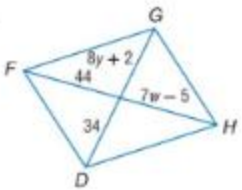
2.



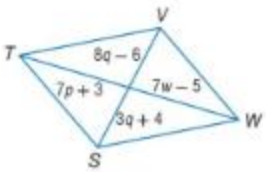
3.



4.



5.



مثال 3

6. الهندسة الإحداثية حدد إحداثيات تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ الذي رؤوسه $F(-7, 6)$ و $G(-1, 10)$ و $H(3, 0)$ و $J(-3, -4)$.

مثال 4

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين.

7. من عمودين

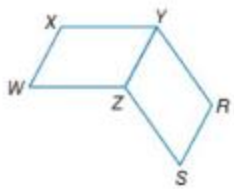
المعطيات: $\square ABCD$، $\angle A$ زاوية قائمة

المطلوب: $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة (النظرية 13.6).

8. برهان حر

المعطيات: $XYZW$ و $YRSW$ متوازيا أضلاع.

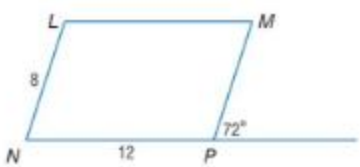
المطلوب: $\overline{XW} \cong \overline{RS}$



التمرين وحل المسائل

مثال 1

استخدم $\square LMNP$ لإيجاد جميع القياسات.



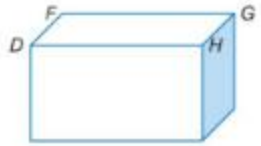
9. $m\angle L$

10. MP

11. $m\angle M$

12. LM

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



13. الرسم 3 متوازيات أضلاع مستخدمة في رسم مكعب بيدو ثلاثي الأبعاد 3-D. في $\square FGHD$، $FD = \frac{1}{2}$ متر و $FG = 1$ متر، و $m\angle GFD = 132$. أوجد جميع القياسات.

a. DH

b. GH

c. $m\angle GHD$

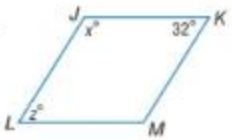
d. $m\angle FDH$

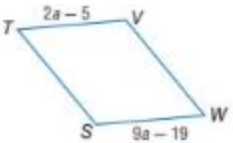
14. الهندسة المعمارية سقف أحد المباني مقام على شكل متوازي أضلاع.

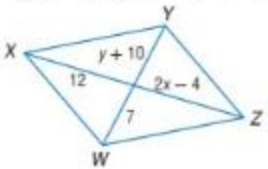
a. حدد زوجين من القطع المستقيمة المتطابقة.

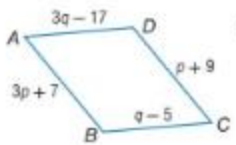
b. حدد زوجين من الزوايا المتكاملة.

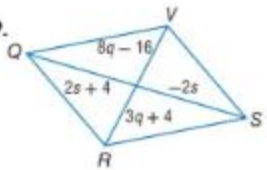
مثال 2 **الجبر** أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

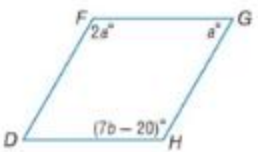
15.


16.


17.


18.


19.


20.


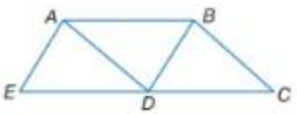
مثال 3 **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ المعطى لك رؤوسه.

21. $W(-3, 5)$, $X(1, 7)$, $Y(3, 1)$, $Z(-1, -1)$

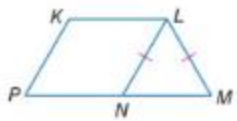
22. $W(1, 2)$, $X(4, 7)$, $Y(6, 5)$, $Z(3, 0)$

مثال 4 **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.

23. المعطيات: $ABDE$ و $ABCD$ متوازيا أضلاع.
المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BCD$



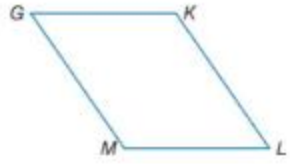
24. المعطيات: $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. $KLNP$ متوازي أضلاع.
المطلوب: $\angle KPN$ متكاملة مع $\angle LMN$



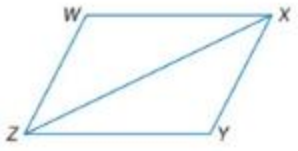
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين.

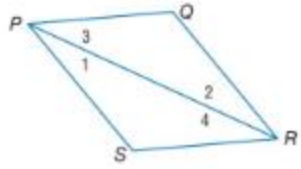
25. من عمودين
المعطيات: $\square GKLM$
المطلوب: تكامل $\angle G$ مع $\angle K$ و $\angle K$ مع $\angle L$ و $\angle L$ مع $\angle M$ و $\angle M$ مع $\angle G$
(النظرية 13.3)



26. من عمودين
المعطيات: $\square WXYZ$
المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$
(النظرية 13.6)

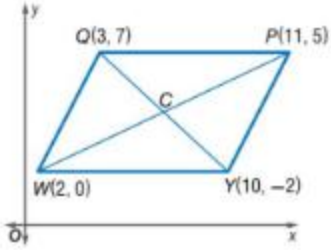


27. من عمودين
المعطيات: $\square PQRS$
البرهان: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$
(النظرية 13.1)



28. حر
المعطيات: $\square ACDE$ متوازي أضلاع.
البرهان: $\overline{EC}$ تنصّف $\overline{AD}$.
(النظرية 13.5)

29. الهندسة الإحداثية استخدم التمثيل البياني الموضح.



a. استخدم قانون المسافة في بيان أن $\overline{QP} \cong \overline{WY}$ وأن $\overline{QW} \cong \overline{PY}$.

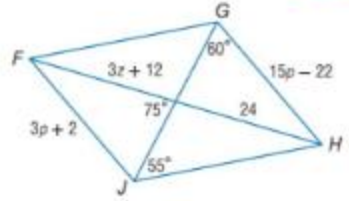
b. أوجد إحداثيات C إذا كانت $\overline{QY}$ تنصف $\overline{WP}$.

c. استخدم الميول في تحديد ما إذا كان $QPWY$ متوازي أضلاع أم لا.

الجبر استخدم $\square FGHD$ لإيجاد كل قياس أو قيمة.

30. z

31. $m\angle FHJ$



32. $m\angle FHJ$

33. p

34. $m\angle GHK$

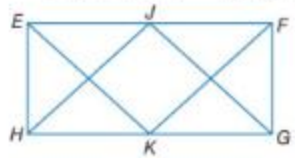
35. $m\angle FJH$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

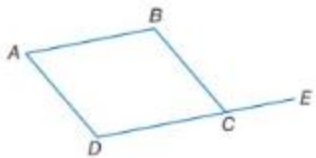
36. **الهندسة الإحداثية** إذا كان $\square WXYZ$ يتضمن الرؤوس $W(3, -2)$ و $X(-2, -4)$ و $Y(1, 1)$، فحدد إحداثيات الرأس Z إذا كانت تقع بالربع الأول.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

37. **المعطيات:** $\square EFGH$، $\overline{EK}$ تنصف $\overline{EF}$، $\overline{HJ}$ تنصف $\overline{HG}$
البرهان: $\triangle EJH \cong \triangle GKF$



38. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الزاوية التي تنتج بمد أحد أضلاع متوازي الأضلاع.



a. **هندسيًا** قم بإنشاء 3 متوازيات أضلاع وقم بمد أحد الأضلاع. قم بتسمية كل منها بالاسم $ABCD$ كما هو موضح. قم بقياس وتسمية أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه .

b. **جدوليّ** انسخ الجدول التالي وأكمله.

متوازي الأضلاع	$m\angle A$	$m\angle D$	$m\angle BCE$
متوازي الأضلاع 1			
متوازي الأضلاع 2			
متوازي الأضلاع 3			

c. **لفظيًا** قم بتخمين قياس الزاوية المكونة من مد أحد أضلاع متوازي الأضلاع وكذلك تخمين قياسات الزوايا الأخرى.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

39. **تحدي** $ABCD$ متوازي أضلاع قطراه كما هو مبين. اذكر جميع أزواج المثلثات المتطابقة.

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح ما الذي يجعل متوازيات الأضلاع أنواعًا خاصة من الأشكال الرباعية.

41. **مسألة غير محددة** الإجابة قدّم مثالاً عكسيًا لتوضيح أن متوازيات الأضلاع ليست دائمًا متطابقة إذا كانت زواياها المتناظرة متطابقة.

42. **تبرير** إذا كان $A(-1, 2)$ و $B(2, 1)$ و $C(1, -1)$ ثلاثة رؤوس بمتوازي أضلاع، فما النقاط التي يمكن أن تستخدم للرأس الرابعة؟

43. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن المستطيلات *دائمًا* تكون متوازيات أضلاع، ولكن متوازيات الأضلاع تكون *أحيانًا* مستطيلات.

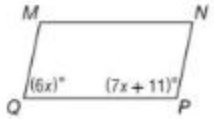
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

44. زاويتان متتاليتان في متوازي أضلاع قياساهما $3x + 42$ و $9x - 18$. ما قياس الزاويتين؟

A 13, 167 C 39, 141
B 58.5, 31.5 D 81, 99

45. **الإجابة الشبكية** في متوازي الأضلاع $MNPQ$ الموضح بالرسم. ما قيمة x؟



46. **الجبر** في صف حساب مثلثات يضم 32 طالبًا. النسبة بين الطلاب الذين يدرسون الهندسة والطلاب الذين يدرسون الرياضيات هي 5 إلى 3. بكم يزيد عدد طلاب الهندسة عن طلاب الرياضيات؟

F 2 G 8 H 12 J 15

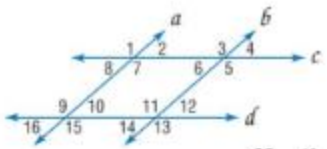
47. **SAT/ACT** يوضح الجدول ارتفاعات أعلى البنايات في كنساس سيتي، ميزوري. فما الفارق الموجب، مُقرّبًا لأقرب جزء من العشرة، بين وسيط البيانات ووسطها؟

الاسم	الارتفاع (m)
وان كنساس سيتي بليس	193
ناون بافيليون	180
حياة ريجينسي	154
باور آند لايت بيلدينج	147
مجلس المدينة	135
1201 والنت	130

A 5
B 6
C 7
D 8
E 10

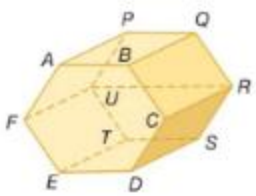
مراجعة شاملة

في الشكل، $a \parallel b$ و $c \parallel d$ و $m\angle 4 = 57$. أوجد قياس كل زاوية.



48. $\angle 5$ 49. $\angle 1$
50. $\angle 8$ 51. $\angle 10$

راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.



52. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$.
53. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR.
54. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$.

55. **الإنشاءات** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانسفيلد الثانوية، ولا تبدو ثلاثة بنايات منها على خط مستقيم. فكم عدد الممرات التي ينبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟

مراجعة المهارات

رؤوس الشكل الرباعي هي $W(3, -1)$ و $X(4, 2)$ و $Y(-2, 3)$ و $Z(-3, 0)$. حدد ما تمثله كل قطعة مستقيمة في الشكل الرباعي؛ أهي ضلع أم قطر؟ وأوجد ميل كل قطعة مستقيمة.

56. $\overline{YZ}$ 57. $\overline{YW}$ 58. $\overline{ZW}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-2 مختبر تقنية التمثيل البياني
متوازيات الأضلاع

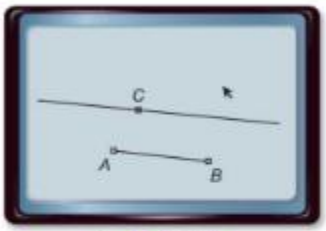
تصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والخيط والأدوات العاكسة والورق القابل للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

النشاط

أنشئ رباعي أضلاع به زوج واحد من الأضلاع متوازٍ ومتطابق على حدٍ سواء.

الخطوة 1 أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة **F2**. أعطِ القطعة المستقيمة الاسم $\overline{AB}$. هذه القطعة هي أحد أضلاع الشكل الرباعي.

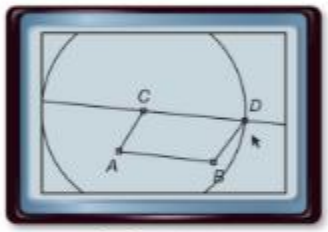
الخطوة 2 استخدم الأداة **Parallel (متوازي)** من القائمة **F3** لإنشاء مستقيم موازٍ للقطعة المستقيمة. يؤدي الضغط على ENTER إلى رسم مستقيم ونقطة على المستقيم. قم بتسمية النقطة بالاسم C.



الخطوتان 1 و 2

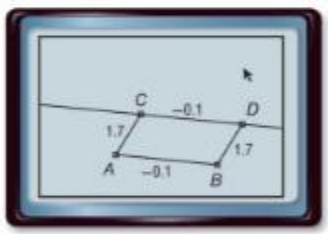
الخطوة 3 افتح الأداة **Compass (الفرجار)** من القائمة **F3**. اضبط فتحة الفرجار بطول $\overline{AB}$ بتحديد أحد طرفي القطعة المستقيمة ثم تحديد الطرف الآخر. قم برسم دائرة مركزها C.

الخطوة 4 استخدم الأداة **Point Intersection (نقطة تقاطع)** من القائمة **F2** لرسم نقطة عند تقاطع مع المستقيم والدائرة. قم بتسمية النقطة بالاسم D. ثم استخدم الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة **F2** لرسم $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.



الخطوتان 3 و 4

الخطوة 5 استخدم الأداة **Hide/Show (إخفاء/إظهار)** من القائمة **F5** لإخفاء الدائرة ثم افتح الأداة **Slope (ميل)** ضمن **Measure (قياس)** من القائمة **F5**. اعرض الميل لكل من $\overline{AB}$ و $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{AC}$.



الخطوة 5

تحليل النتائج

1. ما العلاقة بين الضلعين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ اشرح كيف عرفت ذلك.
2. ما الذي تلاحظه بشأن ميلي الضلعين المتقابلين من الشكل الرباعي؟ ما نوع الشكل الرباعي $ABDC$؟ اشرح.
3. اضغط على النقطة A واسحبها لتغيير شكل $ABDC$. ما الذي تلاحظه؟
4. خمّن بشأن رباعي أضلاع يتطابق ويتوازى به زوج من الأضلاع المتقابلة.
5. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء رباعي أضلاع بحيث يتطابق به زوجان من الأضلاع المتقابلة. ثم حلل قيم ميل أضلاع الشكل الرباعي. خمّن بناءً على ملاحظاتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-2 اختبارات متوازيات الأضلاع

السابق
- تعرّفت على خصائص متوازيات الأضلاع وطبيقتها.

الحالي
1. التعرف على الشروط التي تضمن أن يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
2. إثبات أن مجموعة نقاط تُكون متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي.

لماذا؟
- ياسمين وسهيلة تُدهّمان قصاصات ورقية من ورقة لوحة إعلانات بزاوية لتكوين معرض الرواق الموضح. وسألهما أصدقاؤهما عن كيفية قطعهما للقصاصات بحيث تكون جوانبها متوازية بدون استخدام منقلة.

شرحت سهيلة أنه نظرًا لأن ضلعي الورقة الأيسر والأيمن متوازيان، فلم يلزمها سوى التأكد من أن الأضلاع قُطعت على بطول واحد لضمان أن القصاصة ستُشكّل متوازي أضلاع.

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

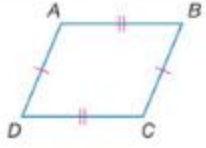
1 شروط متوازيات الأضلاع

إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متوازيين، فإنه يكون متوازي أضلاع حسب التعريف.

هذا ليس الاختبار الوحيد، ولكن يمكن استخدامه لتحديد إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

النظريات شروط متوازيات الأضلاع

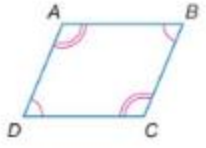
13.7 إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.



الاختصار *إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين* ≅. *فإن الشكل الرباعي يكون* □.

مثال إذا كان $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.

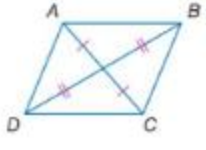
13.8 إذا كان كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي متطابقتين، فإن الشكل الرباعي يكون متوازي أضلاع.



الاختصار *إذا كان كل زاويتين متقابلتين* ∠ *متطابقتين* ≅. *فإن الشكل الرباعي يكون* □.

مثال إذا كان $\angle C \cong \angle A$ و $\angle D \cong \angle B$، فإن ABCD متوازي أضلاع.

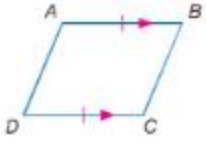
13.9 إذا كان القطران في الشكل الرباعي ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.



الاختصار *إذا كان القطران ينصفان بعضهما، فإن الشكل الرباعي هو* □.

مثال إذا كان $\overline{AC}$ وكان $\overline{DB}$ ينصفان بعضهما، فإن ABCD متوازي أضلاع.

13.10 إذا كان ضلعان متقابلان في الشكل الرباعي متوازيين ومتطابقين أيضًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.



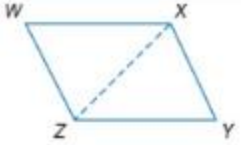
الاختصار *إذا كان هناك ضلعان متقابلان* ≅ *وأيضًا* ||، *فإن الشكل الرباعي يكون* □.

مثال إذا كان $\overline{DC} \parallel \overline{AB}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$، فإن ABCD هو متوازي أضلاع.

سنُثبت أنت النظريات 13.8 و 13.10 و 13.11 في التمرينات 30 و 32 و 33 على الترتيب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

برهان النظرية 13.7



اكتب برهانًا حرًا للنظرية 13.7.

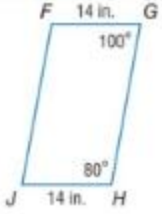
المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}, \overline{WZ} \cong \overline{XY}$

المطلوب: WXYZ متوازي أضلاع.

فترة البرهان:

النقطتان يحددان مستقيمًا. وبهذا يمكننا رسم مستقيم مساعد $\overline{ZX}$ لتكوين المثلث ΔZWX والمثلث ΔXYZ. من المعطيات نعلم أن $\overline{ZY} \cong \overline{WX}$ و $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. كما أن $\overline{ZX} \cong \overline{XZ}$ حسب خاصية الانعكاس في التطابق. وعلى هذا ΔXYZ ≅ ΔZWX حسب المبرهنة SSS. وحسب المبرهنة CPCTC، تكون ∠YZX ≅ ∠WXZ و ∠YXZ ≅ ∠WZX. هذا يعني أن $\overline{ZY} \parallel \overline{WX}$ وأن $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة. الأضلاع المتقابلة في WXYZ متوازية وبالتالي حسب التعريف فإن WXYZ متوازي أضلاع.

مثال 1 تحديد متوازيات الأضلاع

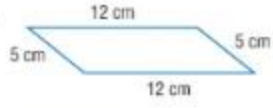


حدد إذا ما كان الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

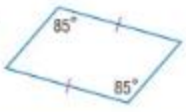
الضلعان المتقابلان $\overline{FG}$ و $\overline{JH}$ متطابقان لأن لهما نفس القياس.
وأيضًا بما أن ∠FGH و ∠GHJ زاويتين داخليتين متتاليتين متكاملتين.
فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$. وعلى هذا، حسب النظرية 13.7، فإن FGHJ متوازي أضلاع.

تمرين موجّه

1A.

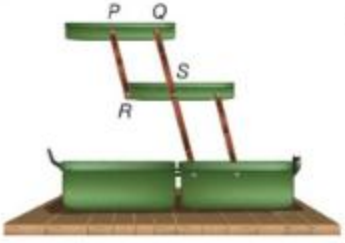


1B.



يمكنك استخدام شروط متوازيات الأضلاع لإثبات العلاقات في مواقف من الحياة اليومية.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام متوازيات الأضلاع لإثبات العلاقات



صيد الأسماك **الرسم التخطيطي يبين منظرًا جانبيًا لصندوق معدات الصيد على اليسار. في الرسم التخطيطي، $PQ = RS$ و $PR = QS$. اشرح السبب في أن الدرجين العلوي والأوسط يظلان متوازيين بغض النظر عن الارتفاع الذي يُرفع إليه أو يُنزل إليه الدرجان.**

بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي PQRS متطابقان. فإن PQRS متوازي أضلاع حسب النظرية 13.7. وحسب تعريف متوازي الأضلاع. فإن الأضلاع المتقابلة متوازية وبهذا تكون $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$. وعلى هذا بصرف النظر عن كون الموضع الرأسي للدرجين. فإنها يظلان متوازيين دائمًا.

تمرين موجّه

2. اللافتات في المثال الموجود في بداية الدرس. اشرح السبب في أن القطع التي صنعتها ياسمين و سهيلة متوازية.

الربط بالحياة اليومية

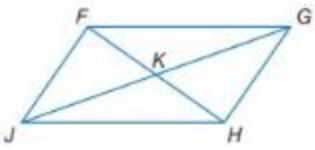
صندوق معدات صيد ثنائي أو ثلاثي الدعامات غالبًا ما يُستخدم في ترتيب الطعوم ولوازم الصيد الأخرى. ترتفع الأدراج لأعلى وللخارج بحيث يسهل الوصول إلى كل الأغراض بالصندوق.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك كذلك استخدام شروط متوازيات الأضلاع بالتزامن مع الجبر لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل من الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال 3 استخدام متوازيات الأضلاع والجبر لإيجاد القيم

إذا كان $FK = 3x - 1$ و $KG = 4y + 3$ و $JK = 6y - 2$ و $KH = 2x + 3$، فأوجد x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



حسب النظرية 13.9 ، إذا كان قطرا الشكل الرباعي ينصفان بعضهما فإنه في هذه الحالة يكون متوازي أضلاع. إذا أوجد x بحيث تكون $\overline{FK} \cong \overline{KH}$ وأوجد y بحيث تكون $\overline{JK} \cong \overline{KG}$.

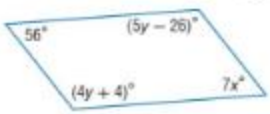
$FK = KH$	تعريف التطابق ≅
$3x - 1 = 2x + 3$	بالتعويض
$x - 1 = 3$	اطرح $2x$ من كل طرف.
$x = 4$	أضف 1 إلى كل طرف.
$JK = KG$	تعريف التطابق ≅
$6y - 2 = 4y + 3$	بالتعويض
$2y - 2 = 3$	اطرح $4y$ من كل طرف.
$2y = 5$	أضف 2 إلى كل طرف.
$y = 2.5$	اقسم الطرفين على 2.

لذا، فحينما تكون x بقيمة 4 وتكون y بقيمة 2.5، فإن الشكل الرباعي $FGHJ$ هو متوازي أضلاع.

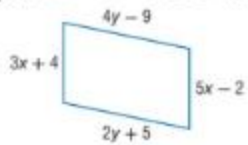
تمرين موجّه

أوجد قيمة x و y بحيث يكون كل الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

3A.



3B.



انتبه!

متوازيات الأضلاع في المثال 3. إذا كانت x تساوي 4، فيجب أن تكون y تساوي 2.5 حتى يكون FGHJ متوازي أضلاع. وبعبارة أخرى، إذا كانت x تساوي 4 وكانت y تساوي 1، فإن FGHJ ليس متوازي أضلاع.

لقد عرفت شروط متوازيات الأضلاع. القائمة التالية تلخّص كيفية استخدام الشروط لإثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

ملخص المفهوم

برهن على أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع

- بيان أن كل ضلعين متقابلين متوازيان. (التعريف)
- بيان أن كل ضلعين متقابلين متطابقان. (النظرية 13.7)
- بيان أن كل زاويتين متقابلين متطابقان. (النظرية 13.8)
- بيان أن القطرين ينصفان بعضهما. (النظرية 13.9)
- بيان أن ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان في نفس الوقت. (النظرية 13.10)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

قانون نقطة المنتصف

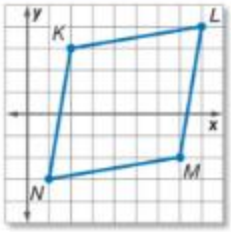
لبيان أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع، يمكنك أيضًا استخدام قانون نقطة المنتصف. إذا كانت نقطتا المنتصف في كلا القطرين عند نفس النقطة، فهذا يعني أن القطرين ينصفان بعضهما.

2 متوازيات الأضلاع على المستوى الإحداثي

يمكننا استخدام قوانين المسافة، والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي هو متوازي أضلاع.

مثال 4 متوازيات الأضلاع والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا *KLMN* الذي رؤوسه $K(2, 3)$ و $L(8, 4)$ و $M(7, -2)$ و $N(1, -3)$. **حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك باستخدام قانون الميل.**



إذا كانت الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازية، فإنه متوازي أضلاع.

ميل $\overline{KL} = \frac{4-3}{8-2}$ أو $\frac{1}{6}$

ميل $\overline{NM} = \frac{-2-(-3)}{7-1}$ أو $\frac{1}{6}$

ميل $\overline{KN} = \frac{-3-3}{1-2} = \frac{-6}{-1}$ أو 6

ميل $\overline{LM} = \frac{-2-4}{7-8} = \frac{-6}{-1}$ أو 6

بما أن الأضلاع المتقابلة لها نفس الميل، إذًا $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$ وإذًا $\overline{KN} \parallel \overline{LM}$. وبهذا، فإن *KLMN* متوازي أضلاع حسب التعريف.

تمرين موجّه

حدد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور.

4A. $A(3, 3)$، $B(8, 2)$، $C(6, -1)$، $D(1, 0)$؛ قانون المسافة

4B. $F(-2, 4)$، $G(4, 2)$، $H(4, -2)$، $J(-2, -1)$؛ قانون نقطة المنتصف

في الوحدة 12 ، علمت أنه يمكن استخدام إحداثيات المتغيرات في تعيين رؤوس المثلث. بعد ذلك تم استخدام قوانين المسافة والميل ونقطة المنتصف في كتابة براهين إحداثية للنظريات. يمكن تطبيق الشيء نفسه على الأشكال الرباعية.

مراجعة المفردات

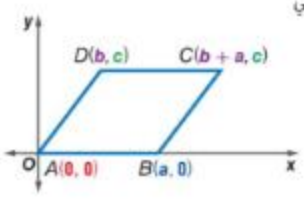
البرهان الإحداثي برهان يستخدم الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر في إثبات مفاهيم هندسية

مثال 5 متوازيات الأضلاع والبراهين الإحداثية

اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة التالية.

إذا كان زوج واحد من الأضلاع المتقابلة في شكل رباعي متوازيًا ومتطابقًا، فإن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

الخطوة 1 ضع الشكل الرباعي *ABCD* على المستوى الإحداثي بحيث يكون $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$.



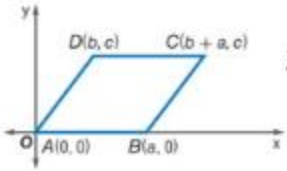
- ابدأ بوضع الرأس *A* عند **نقطة الأصل**.
- افترض أن $\overline{AB}$ طولها *a* من الوحدات وافترض أن *B* إحداثياتها هي **(a, 0)**.
- بما أن القطع المستقيمة متوازية، فضع النقطتين الطرفيتين للقطعة $\overline{DC}$ بحيث يكون لهما نفس الإحداثي *y* ، **c**.
- بحيث تكون المسافة من النقطة *D* إلى النقطة *C* هي أيضًا بعدد *a* من الوحدات، افترض أن الإحداثي *x* الذي يخص *D* سيكون ***b*** والذي يخص *C* سيكون ***b + a***.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الربط **بتاريخ الرياضيات**

رينيه ديكارت (1650-1596) رينيه ديكارت عالم رياضيات فرنسي أول من استخدم الشبكة الإحداثية. يقال إنه أول من فكر في تحديد نقطة على مستوى إحداثي باستخدام عددين وذلك حينما رأى ذبابة عالقة بالسقف ولكن هذه الحكاية مجرد خرافة.

الخطوة 2 استخدم الشكل الخاص بك في كتابة برهان.



المعطيات: الشكل الرباعي *ABCD*. فيه $\overline{AB} \cong \overline{DC}$، $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

المطلوب: *ABCD* متوازي أضلاع.

البرهان الإحداثي:

حسب التعريف، الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع إذا كانت أضلاعه المتقابلة متوازية. نعلم من المعطيات أن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. إذًا فنحن بحاجة فقط إلى توضيح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

استخدام قانون الميل.

ميل $\overline{AD} = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$ ميل $\overline{BC} = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$

بما أن $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ لهما نفس الميل، إذًا $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. وعلى هذا فالشكل الرباعي *ABCD* هو متوازي أضلاع لأن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

تمرين موجه

5. اكتب برهانًا إحداثيًا لهذه العبارة: *إذا كان رباعي أضلاع عبارة عن متوازي أضلاع، فإن أضلاعه المتقابلة تكون متطابقة.*

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.**

1.

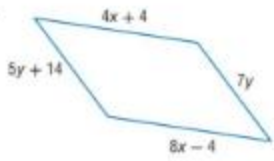
2.

مثال 2

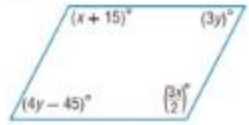
3. النجارة يقوم راشد بصناعة طاولة ويريد أن يتأكد من أن النقاط التي تلتقي بها أرجل الطاولة مع الأرضية تكوّن متوازي أضلاع زواياه قائمة. كيف يمكن لراشد أن يستخدم ظهر الطاولة في إثبات أن الأرجل تكوّن متوازي أضلاع؟

مثال 3 **الجبر أوجد قيمة *x* و *y* بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.**

4.



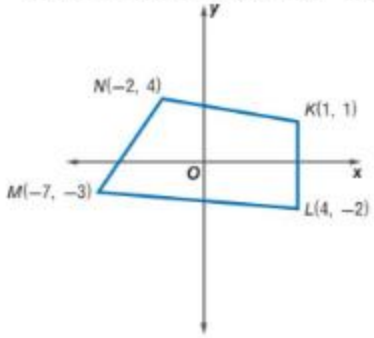
5.



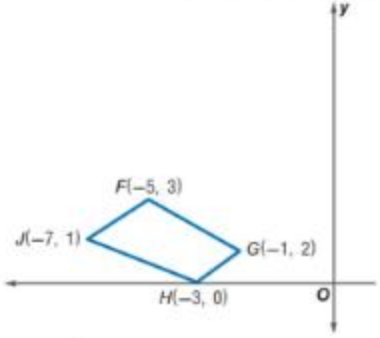
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 **الهندسة الإحداثية** مثّل بيانيًا كل رباعي أضلاع معطى لك برؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك باستخدام الطريقة المذكورة.

6. $K(1, 1)$, $L(4, -2)$, $M(-7, -3)$, $N(-2, 4)$ ؛ قانون نقطة المنتصف



7. $F(-5, 3)$, $G(-1, 2)$, $H(-3, 0)$, $J(-7, 1)$ ؛ قانون الميل



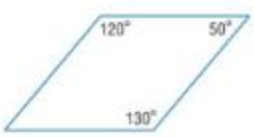
مثال 5

8. اكتب برهانًا إحداثيًا لهذه العبارة: *إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.*

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد إذا ما كان كل شكل رباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.**

9.

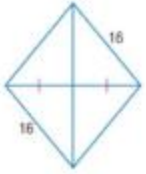


10.

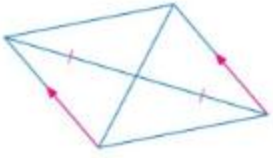
11.

12.

13.



14.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك باستخدام الطريقة المذكورة.

15. $Q(-1, 2)$. $R(4, 3)$. $S(2, -1)$. $T(-2, -1)$؛ قانون الميل

16. $J(1, 4)$. $K(4, 0)$. $L(-4, -6)$. $M(-7, -2)$؛ قانون الميل

17. $A(-5, 8)$. $B(-3, 7)$. $C(-2, 1)$. $D(-4, 0)$؛ قانون المسافة

18. $V(10, 4)$. $W(15, 3)$. $X(13, 0)$. $Y(8, 1)$؛ قانون الميل

مثال 3 19. اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة: في الشكل الرباعي، *إذا تطابق كل ضلعين متقابلين فإنه يكون متوازي أضلاع.*

20. اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة: *إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.*

21. **برهان** اكتب برهانًا حرًا على النظرية 13.8

22. **السياحة** أثناء رحلتها إلى نيويورك، تريد حليمة زيارة أربع وجهات يقصدها السياح. مبنى الإمباير ستيت وتمثال الحرية وسنترال بارك وميدان تايمز سكوير. فإذا كانت إحداثيات GPS لمبنى الإمباير ستيت هي °40.74 شمالاً و°73.99 غربًا وكانت إحداثيات GPS لتمثال الحرية هي °30.69 شمالاً و °74.05 غربًا وكانت إحداثيات GPS لسنترال بارك هي °40.78 شمالاً و°73.97 غربًا وكانت إحداثيات GPS لميدان التايمز سكوير هي °40.75 شمالاً و°73.99 غربًا. فحدد ما إذا كانت هذه الوجهات الأربعة تكوّن متوازي أضلاع أم لا.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

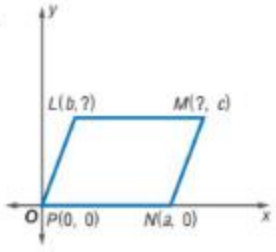
23. النظرية 13.9

24. النظرية 13.10

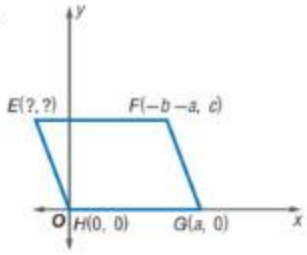
25. اشرح كيف يمكنك استخدام النظرية 13.9 في إنشاء متوازي أضلاع ثم قم بإنشاء متوازي أضلاع بالطريقة نفسها.

اذكر اسم الإحداثيات المجهولة في كل متوازي أضلاع.

26.

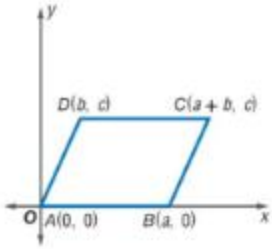


27.



28. **القيادة** يقوم محمود بطلاء خطوط لقطعة أرض مخصصة لموقف سيارات جديد. ما أقل عدد من القياسات يحتاج محمود إلى أخذها باستخدام المنقلة وشريط القياس ليضمن أن تكوّن الخطوط متوازي أضلاع؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



29. **البرهان** اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن القطرين في متوازي أضلاع يكوّنان مجموعتين من المثلثات المتطابقة.

30. **التمثيلات المتعددة** ستستكشف في هذه المسألة خواص المستطيلات.

a. **هندسيًا** ارسم النقاط التالية على ثلاثة مستويات إحداثية منفصلة. النقاط الأربع على كل تمثيل بياني تكوّن مستطيلاً.

المستطيل 1: A(0, 0). B(0, 4). C(5, 4). D(5, 0)

المستطيل 2: A(−2, 4). B(5, 5). C(6, −2). D(−1, 3)

المستطيل 3: A(−2, 2). B(0, −2). C(6, 1). D(4, 5)

b. **جدوليًا** انسخ الجدول أدناه. استخدم ميل كل من $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ AD لإكمال الجدول.

المستطيل	$m\angle A$	$m\angle B$	$m\angle C$	$m\angle D$	هل $ABCD$ متوازي أضلاع؟
المستطيل 1					
المستطيل 2					
المستطيل 3					

c. **لفظيًا** خمّن بشأن تعريف المستطيل.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

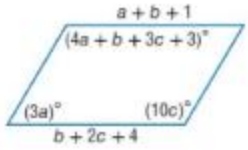
31. **تحليل الخطأ** تقول آمنة إن الشكل الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع ولكن عائشة تقول إنه ليس متوازي أضلاع. فمن منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

32. **الكتابة في الرياضيات** اشرح الطرق المختلفة لاستخدام الأضلاع المتوازية في إثبات أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

33. **تبرير** إذا تطابقت الأضلاع المتقابلة الأربعة في متوازي أضلاع، فهل يتطابق متوازيا الأضلاع أحيانًا أم دائمًا أمأم لا يتطابقا على الإطلاق؟

34. **مسألة غير محددة الإجابة** قم بوضع وتسمية متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي بحيث لا توجد أي من رؤوسه عند نقطة الأصل.

35. **تحدٍّ** أوجد قيم a و b و c إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع.



36. **الكتابة في الرياضيات** قارن بين النظريتين 13.5 و 13.9.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

37. إذا كان الضلعان $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ في الشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين. فأي معلومات إضافية ستكفي لإثبات أن الشكل الرباعي $ABCD$ هو متوازي أضلاع؟

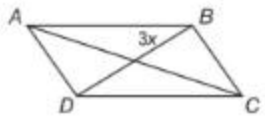
A $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

B $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

C $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

D $\overline{AD} \cong \overline{BC}$

38. الإجابة القصيرة الشكل الرباعي $ABCD$ الموضح أدناه. AC تساوي 40 كما أن BD تساوي $\frac{3}{5}AC$ تنصّف $\overline{AC}$. ما قيمة x التي بها يكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟



39. الجبر كان متوسط السرعة التي قاد بها مجيد السيارة في رحلة مدتها 5 ساعات هو 58 كيلو مترا في الساعة. خلال الساعات الثلاث الأولى قاد بسرعة 50 كيلومترا في الساعة. فكم يبلغ متوسط سرعته بالكيلومتر في الساعة خلال آخر ساعتين من الرحلة؟

F 70

G 66

H 60

J 54

40. SAT/ACT متوازي أضلاع رؤوسه عند النقاط (0, 0) و(3, 5) و(0, 5). ما إحداثيات الرأس الرابع؟

A (0, 3)

B (5, 3)

C (5, 0)

D (0, −3)

E (3, 0)

مراجعة شاملة

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي رؤوسه. (الدرس 1-3)

41. $A(-3, 5)$, $B(6, 5)$, $C(5, -4)$, $D(-4, -4)$

42. $A(2, 5)$, $B(10, 7)$, $C(7, -2)$, $D(-1, -4)$

حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

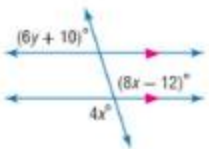
43. $J(4, 3)$, $K(5, -2)$

44. $X(0, 2)$, $Y(-3, -4)$

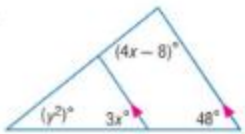
45. $A(2, 5)$, $B(5, 1)$

أوجد x و y في كل شكل.

46.



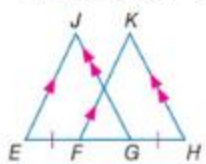
47.



البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

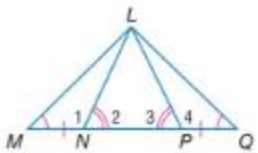
48. المعطيات: $\overline{EJ} \parallel \overline{FK}$, $\overline{JG} \parallel \overline{KH}$, $\overline{EF} \cong \overline{GH}$

المطلوب: $\triangle EJG \cong \triangle FKH$



49. المعطيات: $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\angle M \cong \angle Q$, $\angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب: $\triangle MLP \cong \triangle QLN$



مراجعة المهارات

استخدم الميل لتحديد ما إذا كان XY وYZ متعامدين أم غير متعامدين.

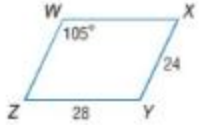
50. $X(-2, 2)$, $Y(0, 1)$, $Z(4, 1)$

51. $X(4, 1)$, $Y(5, 3)$, $Z(6, 2)$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

13 اختبار نصف الوحدة
الدرسان 1-13 و 2-13

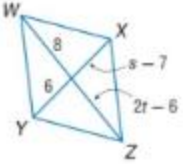
استخدم $\square WXYZ$ لإيجاد كل قياس.

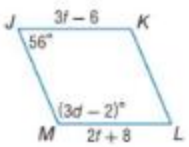


1. $m\angle WZY$
2. WZ
3. $m\angle XYZ$

4. **التصميم** صف طريقتين لضمان أن قطع التصميم الموجودة على اليسار ستتلاءم مع بعضها بشكل صحيح.

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

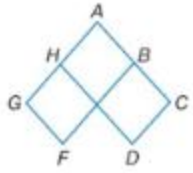
5. 

6. 

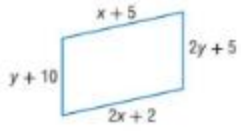
7. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.

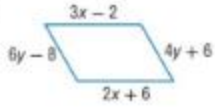
المعطيات: $\square GFBA$ و $\square HACD$

المطلوب: $\angle F \cong \angle D$



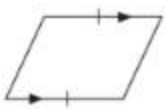
أوجد x و y بحيث يكون كل شكل رباعي متوازي أضلاع.

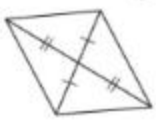
8. 

9. 

10. **الموسيقى** لماذا تكون لوحة المفاتيح المدعومة بسيقان مرتبطة عند نقطة المنتصف دائمًا موازية للأرض؟

11. **اختيار من متعدد** أي من الأشكال الرباعية التالية ليست متوازي أضلاع؟

A 

C 

B

D

الهندسة الإحداثية حدد ما إذا كان الشكل متوازي أضلاع أم لا. علل إجابتك باستخدام الطريقة المحددة.

12. $A(-6, -5)$، $B(-1, -4)$، $C(0, -1)$، $D(-5, -2)$؛ قانون المسافة

13. $Q(-5, 2)$، $R(-3, -6)$، $S(2, 2)$، $T(-1, 6)$؛ قانون الميل

14. **الهندسة الإحداثية** أوجد إحداثيات تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(1, 3)$ و $B(6, 2)$ و $C(4, -2)$ و $D(-1, -1)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-3 المستطيلات

السابق
- لقد استخدمت خصائص متوازيات الأضلاع وحددت إذا ما كانت رباعيات الأضلاع متوازيات أضلاع.

الحالي
1. التعرف على خواص المستطيلات وتطبيقها.
2. تحديد ما إذا كانت متوازيات الأضلاع مستطيلات.

لماذا؟
- خميس مسؤول عن تصميم ديكور مسرحية مدرسية. وهو يحتاج إلى استخدام الطلاء لابتكار منظر مدخل على جدار صلب خفيف الوزن. وسيكون المدخل على شكل مستطيل بعرض 90 سنتيمترا وبطول 200 سنتيمتر. فكيف لخميس أن يتأكد من أنه يقوم بطلاء مستطيل؟

المفردات الجديدة
مستطيل rectangle

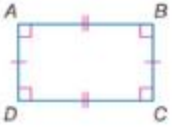
إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.
استخدام الإحداثيات لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 خواص المستطيلات

إن **المستطيل** عبارة عن متوازي أضلاع به أربع زوايا قائمة. حسب التعريف، يكون للمستطيل الخواص التالية.

- كل الزوايا الأربع زوايا قائمة.
- الأضلاع المتقابلة متوازية ومتطابقة.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- القطران ينصفان بعضهما.

وبالإضافة إلى ذلك، قطرا المستطيل متطابقان.



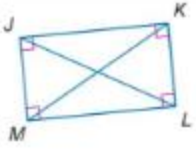
المستطيل $ABCD$

النظرية 13.11 أقطار المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

الاختصار إذا كان $\square$ مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان $\cong$.

مثال إذا كان $\square JKLM$ مستطيلاً، فإن $\overline{MK} \cong \overline{JL}$.



مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خصائص المستطيلات

تمرين **متنزه مستطيل الشكل به مساران للمشي كما هو موضح. إذا كان $PS = 180$ مترًا وكان $PR = 200$ مترًا، فأوجد QT.**

$\overline{QS} \cong \overline{PR}$	إذا كان $\square$ مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان $\cong$.
$QS = PR$	تعريف التطابق
$QS = 200$	بالتعويض

بما أن $PQRS$ مستطيل فهو متوازي أضلاع وقطرا متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما وإذًا $QT = ST$.

$QT + ST = QS$	جمع القطع المستقيمة
$QT + QT = QS$	عوض
$2QT = QS$	بسّط.
$QT = \frac{1}{2}QS$	اقسم كل طرف على 2.
$QT = \frac{1}{2}(200)$ أو 100	بالتعويض

تمرين موجّه **انظر الشكل الموضّح في المثال 1.**

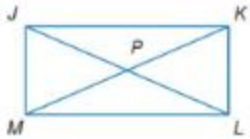
1A. إذا كان $TS = 120$ مترًا، فأوجد PR.

1B. إذا كان $m\angle PRS = 64$، فأوجد $m\angle SQR$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام خواص المستطيلات وكذلك الجبر لإيجاد القيم المجهولة.

مثال 2 استخدام خواص المستطيلات والجبر



الجبر الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن مستطيل. إذا كان $m\angle KJL = 2x + 4$ و $m\angle JLK = 7x + 5$، فأوجد قيمة x.

بما أن $JKLM$ مستطيل، إذًا به أربع زوايا قائمة وبهذا $m\angle MLK = 90$. وبما أن المستطيل هو متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية. الزوايا الداخلية المتبادلة للمستقيمات المتوازية تكون متطابقة وبهذا $\angle JLM \cong \angle KJL$ وكذلك $m\angle JLM = m\angle KJL$.

جمع الزوايا	$m\angle JLM + m\angle JLK = 90$
بالتعويض	$m\angle KJL + m\angle JLK = 90$
بالتعويض	$2x + 4 + 7x + 5 = 90$
اجمع الحدود المتشابهة.	$9x + 9 = 90$
اطرح 9 من كل طرف.	$9x = 81$
اقسم الطرفين على 9.	$x = 9$

نصيحة دراسية

الزوايا القائمة تذكّر من النظرية 13.4 أنه إذا كان متوازي الأضلاع به زاوية قائمة واحدة، فإن به أربع زوايا قائمة.

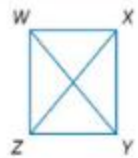
تمرين موجّه

2. ارجع إلى الشكل في المثال 2. إذا كان $JP = 3y - 5$ وكان $MK = 5y + 1$. فأوجد y.

2 إثبات أن متوازيات الأضلاع مستطيلات

معكوس النظرية 13.11 هو أيضًا صحيح.

النظرية 13.12 أقطار المستطيل



إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فيكون إذًا متوازي الأضلاع هذا عبارة عن معين.

الاختصار *إذا كان قطرا* $\square$ *متطابقان* $\cong$، *فإن* $\square$ *مستطيل.*

مثال إذا كان $\overline{XZ} \cong \overline{WY}$ في $\square WXYZ$، فإن $\square WXYZ$ عبارة عن مستطيل.

مثال 3 من الحياة اليومية تقديم علاقات المستطيل

لعبة كرة التنادي مركز ترفيهي اجتماعي أنشأ ملعبًا في الهواء الطلق للعب كرة التنادي. وللتأكد من أنه يستوفي متطلبات الملعب المثالي، قام بقياس أضلاع الملعب وقطريه. إذا كان $AB = 18$ مترًا و $BC = 9$ أمتار و $CD = 18$ مترًا و $AD = 9$ أمتار و $AC = 20$ مترًا و $BD = 20$ مترًا، فاشرح كيف يتأكد المركز من أن الملعب على شكل مستطيل.

بما أن $AB = CD$ و $BC = AD$ و $AC = BD$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ و $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ لأن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$، إذًا $ABCD$ عبارة عن متوازي أضلاع. بما أن $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ قطران متطابقان في $\square ABCD$، إذًا $\square ABCD$ عبارة عن مستطيل.

الربط بالحياة اليومية

لعبة الكرة الخادعة تُلعب على ملعب مستطيل الشكل أبعاده المثالية بطول 18 مترًا وعرض 9 أمتار. قدمًا. يُقسّم الملعب إلى قسمين متساويين بخط المنتصف وخطوط الهجوم التي تبعد 3 أمتار (9.8 أقدام) عن خط المنتصف ومتوازية معه.

المصدر: الرابطة الوطنية لهواة الكرة الخادعة

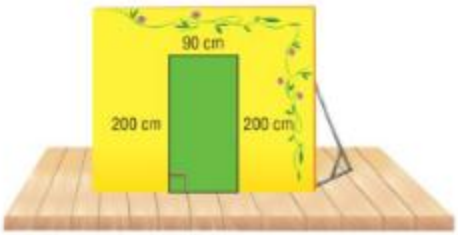
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الربط بالحياة اليومية

مسرح شباب الفسيفساء في ديترويت، ميشيغان ، هو برنامج احترافي للتدريب على الفنون المسرحية للشباب في الأعمار من 12 وحتى 18 عامًا. يشترك الطلاب في كل جوانب الأداء، بما فيها تصميم الديكور والإضاءة، وبناء الديكور وإدارة خشبة المسرح والصوت والملابس.

تمرين موجّه

3. **تصميم ديكور** راجع بداية الدرس. يقيس خميس أضلاع الشكل الخاص به ويؤكد أن لها نفس القياسات المرغوبة كما هو موضح. وباستخدام زاوية النجار فهو يؤكد أيضًا أن قياس الركن السفلي الأيسر هو زاوية قائمة. هل يمكنه استنتاج أن الشكل مستطيل؟ اشرح.

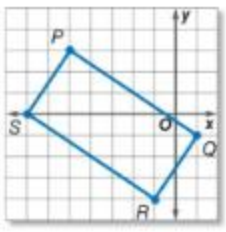


يمكنك أيضا استخدام خصائص المستطيلات لإثبات أن متوازي الأضلاع الموجود على مستوى إحداثي هو مستطيل باستخدام إحداثيات الرؤوس.

مثال 4 المستطيلات والهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية رباعي أضلاع $PQRS$ رؤوسه $P(-5, 3)$ و$Q(1, -1)$ و $R(-1, -4)$ و $S(-7, 0)$. **حدد ما إذا كان $PQRS$ مستطيلاً أم لا باستخدام قانون المسافة.**

الخطوة 1 استخدم قانون المسافة لتحديد ما إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع أم لا عن طريق تحديد مدى تطابق الأضلاع المتقابلة.



$$PQ = \sqrt{(-5-1)^2 + [3-(-1)]^2} = \sqrt{52}$$

$$RS = \sqrt{[-1-(-7)]^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{52}$$

$$PS = \sqrt{[-5-(-7)]^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{[1-(-1)^2 + [-1-(-4)]^2} = \sqrt{13}$$

لأن الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي لها نفس القياس. إذا فهي متطابقة ومن ثم فالشكل الرباعي $PQRS$ هو متوازي أضلاع.

نصيحة دراسية

المستطيلات ومتوازيات الأضلاع كل مستطيل متوازي أضلاع. وليس بالضرورة كل متوازي أضلاع هو مستطيل.

الخطوة 2 حدد إذا ما كان قطرا $\square PQRS$ متطابقين.

$$PR = \sqrt{[-5-(-1)]^2 + [3-(-4)]^2} = \sqrt{65}$$

$$QS = \sqrt{[1-(-7)]^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{65}$$

بما أن القطرين لها نفس القياس. إذا فهما متطابقان وعلى هذا فإن $\square PQRS$ مستطيل.

تمرين موجّه

4. الشكل الرباعي $JKLM$ رؤوسه $J(-10, 2)$ و $K(-8, -6)$ و $L(5, -3)$ و $M(2, 5)$. حدد ما إذا كان $JKLM$ مستطيلًا أم لا باستخدام قانون الميل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

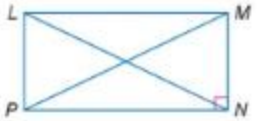
مثال 1

الأعلام على اليسار علم جامايكا. إذا كانت AE تساوي 1.75 مترًا، وكانت AD تساوي 0.9 متر وكان $m\angle EDC = 33$ ، فأوجد جميع القياسات.

1. BC
2. BD
3. $m\angle ADE$
4. $m\angle ABE$

مثال 2

الجبر الشكل الرباعي $LMNP$ هو عبارة عن مستطيل.



5. إذا كان $m\angle MLN = 5x + y$ وكان $m\angle NLP = x + 10y - 1$. فأوجد $m\angle MLN$.
6. إذا كان $MN = 5x + 2$ وكان $LP = 4x - 3$. فأوجد MN.

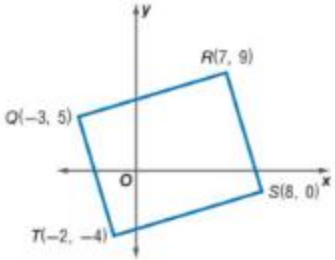
مثال 3

7. **البرهان** إذا كان $DEFG$ مستطيلاً وكانت $HJ \parallel GF$. فأثبت أن $DEJH$ مستطيل.

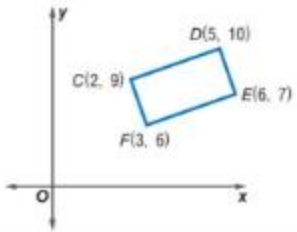
مثال 4

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علل إجابتك باستخدام القانون المذكور.

8. $R(7, 9)$، $S(8, 0)$، $T(-2, -4)$، $Q(-3, 5)$. قانون الميل



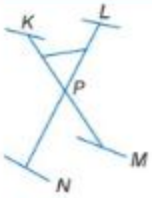
9. $C(2, 9)$، $D(5, 10)$، $E(6, 7)$، $F(3, 6)$. قانون المسافة



التمرين وحل المسائل

مثال 1

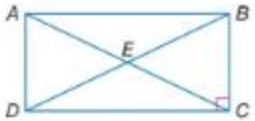
الموسيقى حامل عرض عليه لوحة مفاتيح. $KLMN$ تكوّن مستطيلاً. إذا كانت $NM = 75$ سنتيمترًا وكانت $NP = 32.5$ سنتيمترًا وكان $m\angle LPK = 25$ ، فأوجد جميع القياسات.



10. KL
11. KP
12. LN
13. $m\angle LPM$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 **الجبر** الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيل.



14. إذا كان $m\angle BAC = 7x - 7$ و $m\angle CAD = 8x - 8$، فأوجد $m\angle BAC$.

15. إذا كان $m\angle ADB = 8x$ و $m\angle BDC = 3x - 9$، فأوجد $m\angle DBC$.

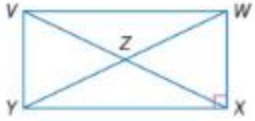
16. إذا كان $AD = 3x + 6$ و $BC = 9x - 7$، فأوجد AD.

17. إذا كان $DE = 4x + 3$ و $EC = 5x - 1$، فأوجد AE.

18. إذا كان $m\angle BDC = 6x - 1$ و $m\angle CBD = 11x - 11$، فأوجد $m\angle ADB$.

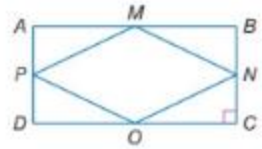
19. إذا كان $BE = 2x - 3$ و $AC = 3x + 1$، فأوجد AC.

مثال 3 **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.



20. **المعطيات:** $VWXY$ متوازي أضلاع. $\triangle XZY$ مثلث متساوي الساقين و $\triangle VZY \cong \triangle WZX$.

المطلوب: $VWXY$ مستطيل.

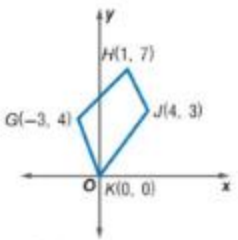


21. **المعطيات:** $ABCD$ مستطيل M منتصف $\overline{AB}$ و N منتصف $\overline{BC}$ و O منتصف $\overline{DC}$ و P منتصف $\overline{AD}$.

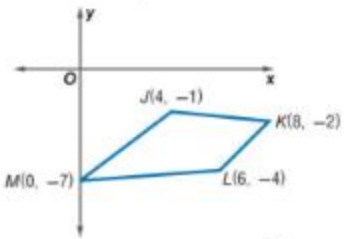
المطلوب: $MNOP$ متوازي أضلاع.

مثال 4 **الهندسة الإحداثية** مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور.

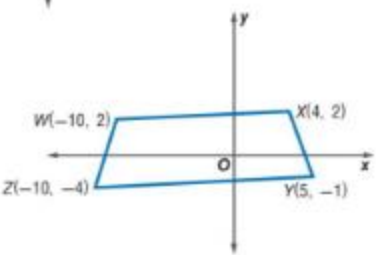
22. $G(-3, 4)$، $H(1, 7)$، $J(4, 3)$، $K(0, 0)$؛ قانون الميل



23. $J(4, -1)$، $K(8, -2)$، $L(6, -4)$، $M(0, -7)$؛ قانون الميل

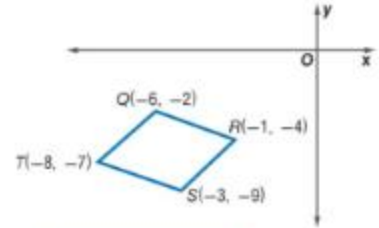


24. $W(-10, 2)$، $X(4, 2)$، $Y(5, -1)$، $Z(-10, -4)$؛ قانون المسافة

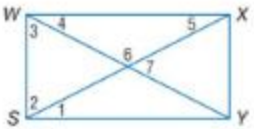


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

25. $Q(-6, -2)$، $R(-1, -4)$، $S(-3, -9)$، $T(-8, -7)$؛ قانون المسافة



الشكل الرباعي $WXYZ$ مستطيل. أوجد جميع القياسات إذا كان $m\angle 6 = 110$.



26. $m\angle 1$
27. $m\angle 2$
28. $m\angle 3$
29. $m\angle 4$
30. $m\angle 5$
31. $m\angle 7$

الجبر الشكل الرباعي $CDEF$ مستطيل.

32. إذا كان $CF = 5$ و $FE = 12$، فأوجد DF.

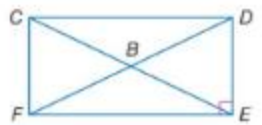
33. إذا كان $DE = 8$ و $DF = 10$، فأوجد CD.

34. **الإنشاء** اشرح كيفية استخدام الأضلاع المتطابقة والمستقيمات المتعامدة في إنشاء مستطيل.

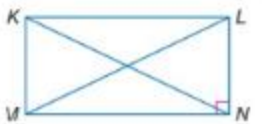
35. **البستنة** تنشئ نجلاء صندوق زهور على شكل مستطيل لتستخدمه في حديقتها. اشرح كيف تتأكد نجلاء من أن قاعدة الصندوق مستطيلة باستخدام شريط قياس.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. **تحدٍّ** في المستطيل $CDEF$، $m\angle EBF = 11x + 4y$ و $m\angle DCB = \frac{3x}{2} + 5y - 1$ و $m\angle DBE = 65$.
أوجد قيم x و y.



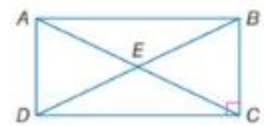
37. **تحليل الخطأ** في الشكل مستطيل $KLNM$، يدعي طارق أن $\angle LMN \cong \angle KLM$. لكن عمرو يرى أن $\angle KML \cong \angle KLM$.
فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



38. **تبرير**

a. اذكر جميع المثلثات القائمة في المستطيل $ABCD$.

b. اذكر جميع المثلثات متساوية الساقين في المستطيل ABCD.



39. **مسألة غير محددة الإجابة** أوجد إحداثيات رؤوس المستطيل الذي طول قطريه 5.

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام أطوال أضلاع المستطيل في إيجاد طول قطري المستطيل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

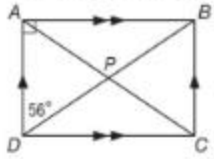
41. إذا كان $FJ = -3x + 5y$ و $FM = 3x + y$ و $GH = 11$ و $GM = 13$. فما قيمتا x و y اللتين تجعلان من متوازي الأضلاع $FGHJ$ مستطيلاً؟

A $x = 3, y = 4$
B $x = 4, y = 3$
C $x = 7, y = 8$
D $x = 8, y = 7$

42. الجبر ملعب على شكل مستطيل محاطًا بسياج طوله 80 مترًا. يزيد أحد أضلاع الملعب عن الضلع الآخر بمقدار 10 أمتار. أي من المعادلات التالية يمكن أن تستخدم في إيجاد قيمة r، الضلع الأقصر من الملعب؟

F $10r + r = 80$
G $4r + 10 = 80$
H $r(r + 10) = 80$
J $2(r + 10) + 2r = 80$

43. الإجابة المختصرة ما قياس $\angle APB$؟



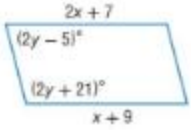
44. SAT/ACT إذا كان p فرديًا، فأي مما يلي يجب أن يكون أيضًا فرديًا؟

A $2p$
B $2p + 2$
C $\frac{p}{2}$
D $2p - 2$
E $p + 2$

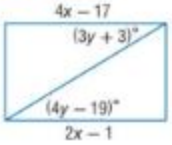
مراجعة شاملة

الجبر أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع. (الدرس 13-2)

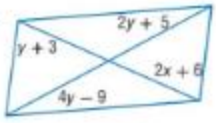
45.



46.



47.



48. الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه A(1, 3) و B(6, 2) و C(4, −2) و D(−1, −1). (الدرس 13-2)

راجع الشكل الموجود على اليسار.

49. إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{AF}$، فاذكر زاويتين متطابقتين.

50. إذا كان $\angle AHJ \cong \angle AJH$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

51. إذا كان $\angle AJL \cong \angle ALJ$، فاذكر قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

52. إذا كان $\overline{JA} \cong \overline{KA}$، فاذكر زاويتين متطابقتين.

مراجعة المهارات

أوجد المسافة بين كل زوجين من النقاط.

53. (4, 2), (2, −5)
54. (0, 6), (−1, −4)
55. (−4, 3), (3, −4)

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

13-4 المعينات والمربعات

السابق
- لقد قمت بتحديد ما إذا كانت رباعيات الأضلاع متوازيات أضلاع أم مستطيلات أم كلتيهما.

الحالي
1. التعرف على خواص المعينات والمربعات وتطبيقها.
2. تحديد ما إذا كانت الأشكال الرباعية مستطيلات أم معينات أم مربعات.

لماذا؟
- يتم تعبئة بعض الفواكه والخضراوات والمكسرات في حقائب مصنوعة من شبكة مستوية على شكل معين. تستخدم شبكات لها نفس الشكل مصنوعة من النايلون في المرمى في ألعاب مثل كرة القدم والهوكي وكرة اليد. المربع والمعين نوعان من متوازيات الأضلاع متساوية الأضلاع.

المفردات الجديدة

معين rhombus

مربّع square

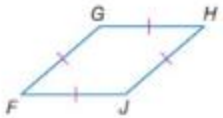
إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.

استخدام الإحداثيات في إثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.

1 خواص المعين وخواص المربع المعين

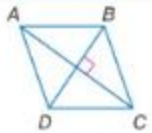
هو متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة. يتميز المعين بالخواص التي يتميز بها متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خاصيتين إضافيتين ستتناولهما النظريات أدناه.



نظريات قُطري المعين

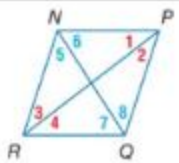
13.13 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن معين، فإنّ قطريه متعامدان.

مثال إذا كان $\square ABCD$ عبارة عن معين، فإنّ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.

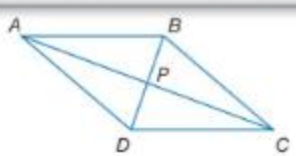


13.14 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن معين، فإنّ كل قطر ينصف اثنتين من الزوايا المتقابلة.

مثال إذا كان $\square NPQR$ عبارة عن معين، فإنّ $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 7$.



برهان النظرية 13.13



المعطيات: $ABCD$ معين.

المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

البرهان الحر:

بما أن $ABCD$ معين، إذًا حسب التعريف $\overline{AB} \cong \overline{BC}$.

المعين متوازي أضلاع وقطرا متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما وبهذا $\overline{BD}$ تنصف $\overline{AC}$ عند P. وعليه فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$. $\overline{BP} \cong \overline{BP}$ حسب خاصية الانعكاس. إذًا $\triangle CPB \cong \triangle APB$ حسب المبرهنة SSS. $\angle CPB \cong \angle APB$ حسب المبرهنة CPCTC. $\angle APB$ و $\angle CPB$ تكونان زوجًا خطيًا. الزاويتان المتطابقتان اللتان تكونان زوجًا خطيًا تكونان قائمتان. $\angle APB$ زاوية قائمة ولذا فإن $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ حسب تعريف المستقيمات المتعامدة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

قراءة في الرياضيات

المعين صيغة جمع المعين هي *المعينات*.

مثال 1 استخدام خواص المعين

تتقاطع أقطار المعين *FGHJ* عند النقطة *K*. استخدم المعطيات لإيجاد جميع القياسات والقيم فيما يلي.

a. إذا كان $m\angle FJH = 82$، فأوجد $m\angle KHJ$.

بما أن *FGHJ* عبارة عن معين، فإن القطر $\overline{JG}$ ينصف $\angle FJH$.

وبناءً عليه فإن $m\angle KJH = \frac{1}{2}m\angle FJH$ إذًا $m\angle KJH = \frac{1}{2}(82)$ أو 41.

بما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle JKH = 90$ حسب تعريف المستقيمات المتعامدة.

$m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180$	نظرية مجموع زوايا المثلث
$41 + 90 + m\angle KHJ = 180$	بالتعويض
$131 + m\angle KHJ = 180$	بسّط.
$m\angle KHJ = 49$	اطرح 131 من كل طرف.

b. الجبر إذا كان $GH = x + 9$ و $JH = 5x - 2$، فأوجد قيمة x.

$\overline{GH} \cong \overline{JH}$	حسب التعريف، جميع أضلاع المعين متطابقة.
$GH = JH$	تعريف التطابق
$x + 9 = 5x - 2$	بالتعويض
$9 = 4x - 2$	اطرح x من كل طرف.
$11 = 4x$	أضف 2 إلى كل طرف.
$2.75 = x$	بقسمة كل طرف على 4.

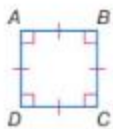
تمرين موجّه

ارجع إلى المعين *FGHJ* أعلاه.

1A. إذا كان $FK = 5$ و $FG = 13$، فأوجد *KJ*.

1B. الجبر إذا كان $m\angle JFK = 6y + 7$ و $m\angle KFG = 9y - 5$، فأوجد قيمة y.

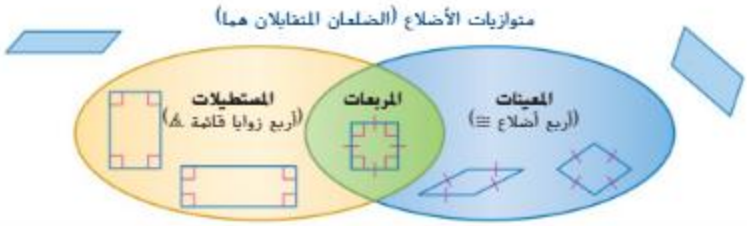
المربع هو متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة وزواياه الأربع قائمة. تذكّر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قائمة هو مستطيل وأن متوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة هو معين. وبهذا فإن متوازي الأضلاع الذي يكون مستطيلا ومعيّنًا في الوقت نفسه هو المربع.



المربع *ABCD*

يلخص مخطط فن العلاقات بين متوازيات الأضلاع والمعينات والمستطيلات والمربعات.

ملخص المفهوم متوازيات الأضلاع



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

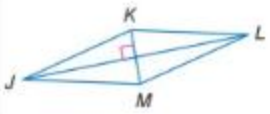
جميع خواص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين تنطبق على المربع. على سبيل المثال، قطرا المربع ينصفان بعضهما (متوازي الأضلاع) ومتطابقان (المستطيل) ومتعامدان (المعين).

2 أثبت أن الأشكال الرباعية عبارة عن معينات أو مربعات

توفر النظريات أدناه حالات للمعينات والمربعات.

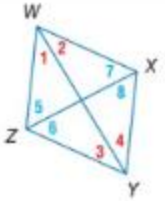
نظريات حالات للمعينات والمربعات

13.15 إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متعامدين، فهو عبارة عن معين. (معكوس النظرية 13.13)



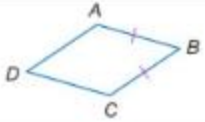
مثال $\overline{KM} \perp \overline{JL}$. فإن $\square JKLM$ عبارة عن معين.

13.16 إذا كان أحد قطري متوازي الأضلاع ينصف اثنتين من الزوايا المتقابلة، فهو عبارة عن معين. (معكوس النظرية 13.14)



مثال إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 3$، أو $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 7$. فإن $\square WXYZ$ عبارة عن معين.

13.17 إذا كان ضلعين متتاليين في متوازي الأضلاع متطابقين، فإن متوازي الأضلاع عبارة عن معين.



مثال إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، فإن $\square ABCD$ عبارة عن معين.

13.18 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن مستطيل ومعين معًا، فهو إذًا مربع.

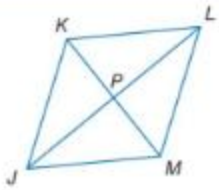
نصيحة دراسية

مفهوم خاطئ شائع لا تنطبق النظريات 13.15 و 13.16 و 13.17 إلا في حالة معرفتك المسبقة بأن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

يمكنك استخدام خواص المعين والمربع في كتابة البراهين

مثال 2 البراهين باستخدام خواص المعينات والمربعات

اكتب برهانًا حرًا.



المعطيات: $JKLM$ متوازي أضلاع.

$\triangle JKL$ متساوي الساقين.

المطلوب: $JKLM$ معين.

البرهان الحر:

بما أن المعطيات تقول إن $\triangle JKL$ متساوي الساقين، إذًا $\overline{KL} \cong \overline{JK}$ حسب التعريف. هذان الضلعان هما متتاليان في متوازي الأضلاع المذكور $JKLM$. إذًا حسب النظرية 13.17، فإن $JKLM$ معين.

نصيحة دراسية

المثلثات المتطابقة بما أن المعين به أربعة أضلاع متطابقة، فإن القطر الواحد يقسم المعين إلى مثلثين متساويي الساقين ومتطابقين. رسم القطرين يقسم المعين إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية ومتطابقة.

تمرين موجّه

2. اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: $\overline{SQ}$ هي المنصف العمودي للقطر $\overline{PR}$.

$\overline{PR}$ هي المنصف العمودي للقطر $\overline{SQ}$.

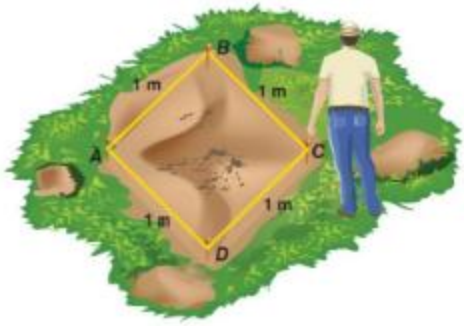
$\triangle RMS$ متساوي الساقين.

المطلوب: $PQRS$ مربع.

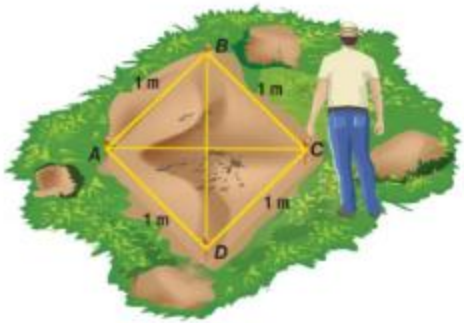
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام الحالات للمعينات والمربعات

علم الآثار **العنصر الأساسي لنجاح عملية التنقيب هو وجود خرائط دقيقة. كيف يتأكد علماء الآثار من أن المنطقة التي وضعوا عليها العلامات هي مربع أبعاده 1 متر في 1 متر؟**

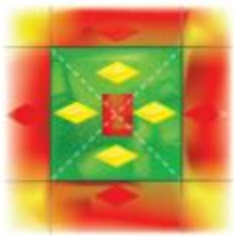


يبلغ طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ 1 متر. بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. بما أن ضلعين متتاليين في $\square ABCD$ متطابقان، إذًا فهو معين. إذا استطاع علماء الآثار إثبات أن $\square ABCD$ هو مستطيل أيضًا، فإذا حسب النظرية 13.20، يكون $\square ABCD$ مربعًا.



إذا تطابق قطرا متوازي الأضلاع، فإن متوازي الأضلاع يكون مستطيلاً. إذا قام علماء الآثار بقياس طول الحبل المطلوب لعمل كل قطر ووجدوا أنهما متساويان في الطول، فإن $ABCD$ يكون مربعًا.

تمرين موجّه



3. خياطة الألحفة تُصمم فاطمة لحافًا به مربعات مثل المربع المبين.

A. فإذا كانت فاطمة تحدد قطري كل قطعة صفراء وتحرص على أن يكون كل زوج من الأقطار متعامدًا، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء عبارة عن معين؟ اشرح.

B. إذا كان لجميع الزوايا الأربعة للقطعة الخضراء نفس القياس وللضلعين السفلي والأيسر نفس القياس، فهل يمكنها استنتاج أن كل قطعة خضراء عبارة عن مربع؟ اشرح.

الربط بالحياة اليومية

علم الآثار هو دراسة القطع الأثرية التي توفر معلومات حول حياة البشر ونشاطاتهم في الماضي. ولأن البشر بدءوا الكتابة قبل 5000 عام، فلن يمكن جمع معلومات حول الفترات التي قبل هذا التاريخ إلا من خلال الأشياء التي يعثر عليهما علماء الآثار.

المصدر: الموسوعة البريطانية

في الوحدة 12 ، استخدمت الهندسة الإحداثية في تصنيف المثلثات. يمكن أيضًا استخدام الهندسة الإحداثية في تصنيف الأشكال الرباعية.

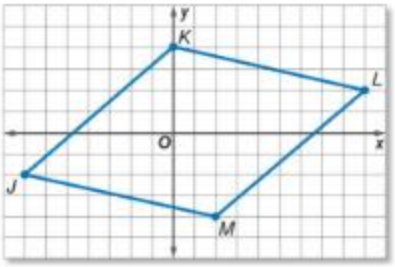
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 تصنيف الأشكال الرباعية باستخدام الهندسة الإحداثية

الهندسة الإحداثية **حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي رؤوسه $J(-7, -2)$ و $K(0, 4)$ و $L(9, 2)$ و $M(2, -4)$ معينًا أم مستطيلاً أم مربعًا. اذكر جميع ما ينطبق. اشرح.**

الفهم

عيّن الرؤوس على مستوى إحداثي وصل بينها.



يظهر من التمثيل البياني أن متوازي الأضلاع به أربعة أضلاع متطابقة ولكن ليس به زوايا قائمة. وبهذا يبدو الشكل معينًا وليس مربعًا أو مستطيلاً.

التخطيط

إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه يكون مستطيلاً وإذا كانا متعامدين فإنه يكون معينًا وإذا كانا متطابقين ومتعامدين في الوقت نفسه فإنه يكون مستطيلاً ومعينًا ومربعًا.

الحل

الخطوة 1 استخدم قانون المسافة لمقارنة طول القطرين.

$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68}$ أو $2\sqrt{17}$

$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272}$ أو $4\sqrt{17}$

بما أن $4\sqrt{17} \neq 2\sqrt{17}$، فإن القطرين غير متطابقين. إذًا، متوازي الأضلاع $\square JKLM$ ليس مستطيلاً. بما أن الشكل ليس مستطيلاً، فإنه حتمًا *ليس* مربعًا.

الخطوة 2 استخدم قانون الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

ميل $\overline{KM} = \frac{-4-4}{2-0} = \frac{-8}{2}$ أو -4

ميل $\overline{JL} = \frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16}$ أو $\frac{1}{4}$

بما أن ناتج ضرب ميلي القطرين يساوي -1، فالقطران متعامدان وبهذا يكون $\square JKLM$ عبارة عن معين.

التحقق

$JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2}$ أو $\sqrt{85}$

$KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2}$ أو $\sqrt{85}$

إذًا $\square JKLM$ هو معين حسب النظرية 13.20.

بما أن ميل $\overline{JK} = \frac{4-(-2)}{0-(-7)}$ أو $\frac{6}{7}$ وميل $\overline{KL} = \frac{2-4}{9-0}$ أو $-\frac{2}{9}$.

وناتج ضرب هذين الميلين ليس -1، فإن الضلعين المتتاليين $\overline{JK}$ و $\overline{KL}$ ليسا متعامدين. وبهذا، $\angle JKL$ ليست زاوية قائمة ومن ثم فإن $\square JKLM$ ليس مستطيلاً ولا مربعًا. ✔

تمرين موجّه

4. بمعلومية $J(5, 0)$ و $K(8, -11)$ و $L(-3, -14)$ و $M(-6, -3)$، حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $JKLM$ عبارة عن معين، أم *مستطيل*، أم مربع. اذكر جميع ما ينطبق. اشرح.

نصيحة في حل المسائل

رسم تمثيل بياني عند تحليل شكل ما باستخدام الهندسة الإحداثية، فارسم الشكل للمساعدة على صياغة استنتاج وكذلك للمساعدة على التحقق من صحة الإجابة التي حصلت عليها جبريًا.

نصيحة دراسية

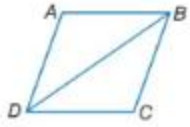
المربع والمعين

كل مربع يكون معينًا، ولكن ليس بالضرورة أن يكون كل معين مربعًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

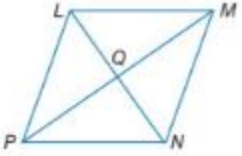
التحقق من فهمك

مثال 1 **الجبر** **الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات.**



1. إذا كان $BC = 4x + 3$ و $AB = 8x - 5$. فأوجد AD.
2. إذا كان $m\angle ADC = 70$. فأوجد $m\angle ABD$.

مثال 2 3. **البرهان** إذا كان $LMNP$ معينًا. فاكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $\Delta NQM \cong \Delta LQM$.



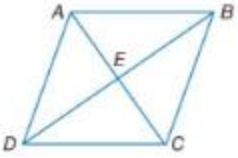
4. **التصوير** يقوم عبد العزيز بعمل مجموعة ملصقات صور باستخدام 36 مربعًا متطابقًا استخدم هذه المعطيات في إثبات أن مجموعة الملصقات نفسها مربعة الشكل.

مثال 4 **الهندسة الإحداثية** **بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $XYWZ$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر كل ما ينطبق. اشرح استنتاجك.**

5. $X(-2, 1), Y(0, -3), W(4, -1), Z(2, 3)$
6. $X(4, -1), Y(-1, 0), W(0, 3), Z(5, 2)$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **الجبر** **الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن معيّن. أوجد جميع القيم أو القياسات.**

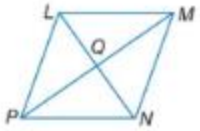


7. إذا كان $m\angle DAE = 25$. فأوجد $m\angle DAB$.
8. إذا كان $DC = 12$. فأوجد AD
9. إذا كان $m\angle EDC = 6x - 6$ و $m\angle DBC = 5x + 6$. فأوجد $m\angle DCB$.
10. إذا كان $m\angle EAD = 5x + 5$ و $m\angle BCE = 7x - 9$. فأوجد $m\angle EAD$.
11. إذا كان $AE = 5x - 3$ و $AC = 7x$. فأوجد BD
12. إذا كان $BC = 6x - 3$ و $AD = 7x - 6$. فأوجد DC.

مثال 2 **البرهان** **اكتب برهانًا من عمودين.**

13. **المعطيات:** $m\angle LMQ = m\angle QPN$. $m\angle NMQ = m\angle LPQ$, $\overline{LM} \cong \overline{MN}$

المطلوب: $LMNP$ معين.

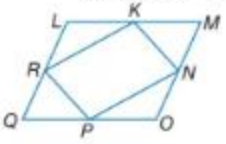


14. **المعطيات:** ΔWPX مثلث متساوي الساقين قائم الزاوية. $\Delta WPX \cong \Delta ZPY$

المطلوب: $WXYZ$ مربع.

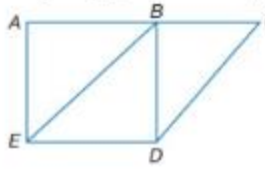
15. **المعطيات:** $LMPQ$ متوازي أضلاع. K ينصف LM, N ينصف MO, P ينصف OQ و R منتصف LQ. $\angle L \cong \angle M$

المطلوب: $KNPR$ معين.



16. **المعطيات:** $ABDE$ مربع، $\Delta ABE \cong \Delta BCD$

المطلوب: $BCDE$ متوازي أضلاع



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

17. الأوريجامي تقوم لمياء بقص قطع ورق لتستخدمها في الأوريجامي. فإذا استخدمت لمياء المنقلة لتتأكد من أن قياس الزوايا هو 90 درجة ومن أن القطرين لهما نفس الطول، فهل يمكن لها بذلك أن تتأكد من أن قطعة الورق مربعة الشكل أم لا؟ اشرح استنتاجك.

مثال 4

الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $ABCD$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر جميع ما ينطبق. اشرح استنتاجك.

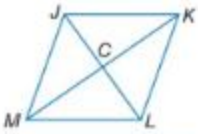
18. $A(-2, 1), B(3, 1), C(6, 5), D(1, 5)$

19. $A(-6, -5), B(-1, -5), C(2, -1), D(-3, -1)$

20. $A(2, 3), B(0, 7), C(5, 9), D(7, 5)$

21. $A(-5, -4), B(0, -3), C(0, 2), D(-5, 2)$

$JKLM$ معين. إذا كان $JK = 8$ و $CM = 4$ و $m\angle CJM = 30$، فأوجد جميع القياسات.



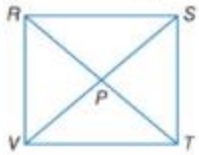
22. JC

23. $m\angle JKL$

24. MK

25. $m\angle CJK$

$RSTV$ مربع. إذا كان $RP = 7$، فأوجد جميع القياسات.



26. VT

27. SV

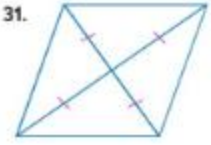
28. $m\angle SPR$

29. $m\angle PST$

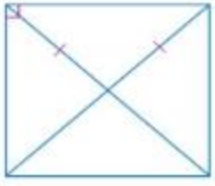
صنّف كل شكل رباعي.

30.

31.



32.



البرهان اكتب برهانًا حرًا.

33. النظرية 13.14

34. النظرية 13.15

35. النظرية 13.16

36. النظرية 13.17

37. النظرية 13.18

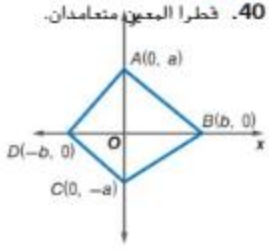
الإنشاء استخدم القطرين لإنشاء كل شكل. علّل كل إنشاء.

38. معين

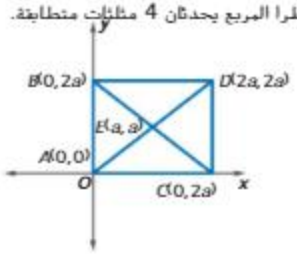
39. مربع

البرهان اكتب برهانًا حرًا لكل عبارة.

40. قطرا المعين متعامدان.

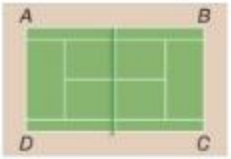


41. قطرا المربع يحدثان 4 مثلثات متطابقة.

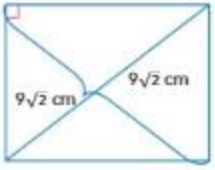


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

42. الرياضة الرسم التخطيطي الموضح أدناه ملعب تنس. إذا كان الملعب متناظرًا بالنسبة لشبكة التنس، فصنّف الشكل الرباعي $ABCD$. ثم وضّح تبريرك.



43. المخبوزات يمثّل الرسم التخطيطي أدناه وعاءً لتحضير المعجّنات. فإذا كان هذا الوعاء يستخدم لخَبز دفعة من المعجّنات، وسيقسم إلى 9 أقسام ليلائم مكان 9 قطع من المعجنات، فما أبعاد كل قطعة منها؟



44. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سوف تستكشف خواص طائرات ورقية تكون في أشكال رباعية يختلف فيها كل ضلعين متجاورين.

a. هندسيًا ارسم 3 طائرات ورقية تتنوع أطوال أضلاعها. قم بتسمية واحدة $ABCD$ وواحدة $QRSP$ وواحدة $WXYZ$.

b. جدوليًا استخدم منقلة في قياس زوايا كل طائرة ورقية وضع هذه النتائج في جدول.

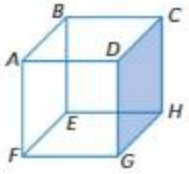
c. لفظيًا عبّر عن تخمين بشأن قطري طائرة ورقية.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

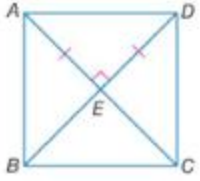
45. تبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم خطأ. ثم اكتب معكوس العبارة وعكسها ومكافئها العكسي وحدد القيمة الصحيحة لكل عبارة؟ اشرح استنتاجك.

إذا كان الشكل الرباعي معينًا، فهو إذًا مربع.

46. تحدٍّ الشكل الذي على اليسار مكعب. إذا كان $\overline{AD} = 5$، فأوجد $\overline{AH}$.



47. تحليل الخطأ في متوازي الأضلاع $ABCD$، $m\angle CAB = 45$ و $\overline{AE} = \overline{ED}$.
ترى إيمان أن متوازي الأضلاع هو مربع بينما ترى فتحية أنه معين فقط.
هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



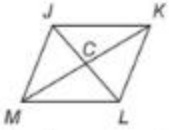
48. مسألة غير محددة الإجابة اكتب معادلتين لمستقيمين متعامدين. أوجد رؤوس مربع يقع قطراه على المستقيمين اللذين كتبت معادلتين لهما.

49. الكتابة في الرياضيات اشرح الطرق التي تثبت بها أن متوازي أضلاع ما هو مربع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

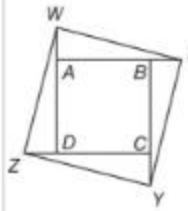
تدريب على الاختبار المعياري

50. $JKLM$ معين.
إذا كان $CK = 8$ و $JK = 10$.
فأوجد JC.



A 4
B 6
C 8
D 10

51. الإجابة الموسعة ثم توسيع أضلاع المربع $ABCD$ بأطوال متساوية لتشكيل المربع $WXYZ$.

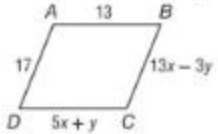


a. إذا كان $CY = 3$ cm وكانت مساحة $ABCD$ تساوي $81\ \text{cm}^2$. فأوجد مساحة $WXYZ$.

b. إذا كانت مساحتي $ABCD$ و $WXYZ$ هما $49\ \text{cm}^2$ و $169\ \text{cm}^2$ على التوالي. فأوجد DZ.

c. إذا كان $AB = 2CY$ وكانت مساحة هي $ABCD = g$ متر مربع. فأوجد مساحة $WXYZ$ بالمتر المربع.

52. **الجبر** ما قيمتا x و y اللتان تجعلان الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؟



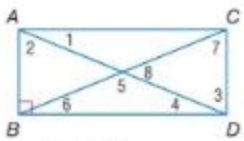
F $x = 3, y = 2$
G $x = \frac{3}{2}, y = -1$
H $x = 2, y = 3$
J $x = 3, y = -1$

53. **SAT/ACT** ما القيمة التي تزيد بمقدار 6 عن ناتج ضرب -3 في العدد x؟

A $-3x - 6$
B $-3x$
C $-x$
D $-3x + 6$
E $6 + 3x$

مراجعة شاملة

الشكل الرباعي $ABDC$ مستطيل. أوجد جميع القياسات إذا كان $m\angle 1 = 38$. (الدرس 4-13)



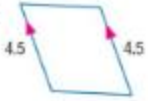
54. $m\angle 2$
55. $m\angle 5$
56. $m\angle 6$

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

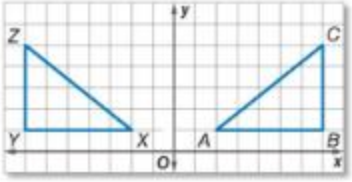
57.

58.

59.



60. **الهندسة الإحداثية** حدد التحويل الهندسي، وتحقق أنه عبارة عن تحويل تطابق.



مراجعة المهارات

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

61. $\frac{1}{2}(5x + 7x - 1) = 11.5$
62. $\frac{1}{2}(10x + 6x + 2) = 7$
63. $\frac{1}{2}(12x + 6 - 8x + 7) = 9$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

13-5 شبه المنحرف والطائرة الورقية

السابق	الحالي	لماذا؟
• لقد استخدمت خواص متوازيات الأضلاع الخاصة.	1 تطبيق خواص شبه المنحرف. 2 تطبيق خواص الطائرة الورقية.	• في الجمباز، مربعات القفز المصنوعة من رغوة عالية الانضغاط تستخدم كمنصات قفز وأحصنة قفز وخطوات. الجانبان الأيسر والأيمن من كل قسم عبارة عن شبه منحرف.

المفردات الجديدة

شبه منحرف trapezoid
قاعدتان bases
ساقا شبه المنحرف legs of a trapezoid
زوايا القاعدة base angles
شبه منحرف متساوي الساقين isosceles trapezoid
منصف ساقي شبه المنحرف midsegment of a trapezoid
الطائرة الورقية kite

استخدام الإحداثيات في إثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.

استخدام الطرق الهندسية في حل المسائل (مثل تصميم جسم أو إنشاء لاستيفاء القيود المادية أو تقليل التكلفة، العمل بالأنظمة الشبكية المطبعية الفائقة على الحاسب) ★

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 خواص شبه المنحرف

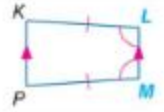
شبه المنحرف هو شكل رباعي به ضلعان فقط متوازيان. يسمى الضلعان المتوازيان **القاعدتان**. يسمى الضلعان غير المتوازيين **الساقان**. زوايا **القاعدة** تتكون من القاعدة وأحد الساقين. في شبه المنحرف $ABCD$، الزاويتان $\angle A$ و $\angle B$ هما زوجان من زوايا القاعدة والزاويتان $\angle C$ و $\angle D$ هما الزوجان الآخران. إذا تطابق ساقا شبه المنحرف، فإنه يكون **شبه منحرف متساوي الساقين**.

النظريات شبه المنحرف متساوي الساقين

13.19 إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين، فيتطابق كل زوجين من أزواج زوايا القاعدة.

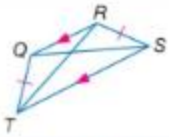
مثال إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متساوي الساقين، فإن $\angle G \cong \angle H$ و $\angle F \cong \angle J$

13.20 إذا تطابق في شبه المنحرف زوجان من أزواج زوايا القاعدة، فهو شبه منحرف متساوي الساقين.



مثال إذا كانت $\angle M \cong \angle L$، فإن شبه المنحرف $KLMP$ يكون متساوي الساقين.

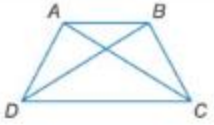
13.21 يكون شبه المنحرف متساوي الساقين فقط إذا كان قطراه متطابقين.



مثال إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متساوي الساقين، فإن $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ وبالمثل، إذا كان $\overline{RT} \cong \overline{QS}$ فإن شبه المنحرف QRST يكون متساوي الساقين.

سوف تثبت النظريتين 13.19 و 13.20، والجزء الآخر من النظرية 13.21 في التمرينات 28 و 29 و 30.

برهان جزء من النظرية 13.21



المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

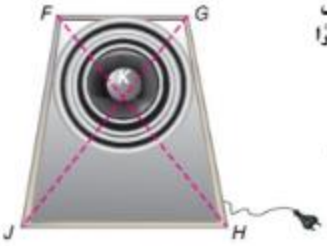
مثال 1 من الحياة اليومية استخدام خواص أشباه المنحرف متساوية الساقين

الربط بالحياة اليومية

مكبرات الصوت عبارة عن مضخمات تزيد من شدة الموجات الصوتية بحيث تكون مسموعة للأذن التي ليس بها سماعة طبية. توجد المضخمات في أجهزة مثل التلفاز ومشغّل الصوتيات والحاسوب.

المصدر: How Stuff Works

الموسيقى مكبر الصوت الذي بالصورة عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85$ و $FK = 20$ سنتيمترًا و $JG = 47.5$ سنتيمترًا، فأوجد جميع القياسات.



a. $m\angle FGH$

بما أن $FGHJ$ شبه منحرف متساوي الساقين، فإن الزاويتين $\angle FJH$ و $\angle GHJ$ هما زاويتا قاعدة متطابقتان وبهذا فإن $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85$.

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$.

$m\angle FGH + m\angle GHJ = 180$	نظرية الزوايا الداخلية المتتالية
$m\angle FGH + 85 = 180$	بالتعويض
$m\angle FGH = 95$	اطرح 85 من كل طرف.

b. KH

بما أن $FGHJ$ عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين، فإن القطرين $\overline{FH}$ و $\overline{JG}$ متطابقان.

$FH = JG$	تعريف التطابق
$FK + KH = JG$	جمع القطع المستقيمة
$8 + KH = 19$	بالتعويض
$KH = 11\ cm$	اطرح 8 من كل طرف.

تمرين موجّه

1. أطباق الكافيتيريا لتوفير المساحة على الطاولة المربعة الشكل، في الغالب تكون أطباق الكافيتيريا على شكل شبه منحرف. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متساوي الساقين وكان $m\angle YZW = 45$ و $WV = 15$ سنتيمترًا و $VY = 10$ سنتيمترات، فأوجد جميع القياسات.

A. $m\angle XWZ$

B. $m\angle WXY$

C. XZ

D. XV

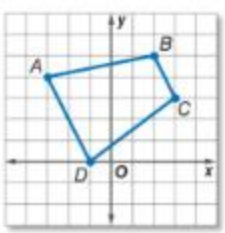
نصيحة دراسية

أشباه المنحرف متساوية الساقين تكون زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابقتين فقط إذا كان شبه المنحرف متساوي الساقين.

يمكنك استخدام الهندسة الإحداثية لتحديد ما إذا كان شبه المنحرف عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

مثال 2 شبه المنحرف متساوي الساقين والهندسة الإحداثية

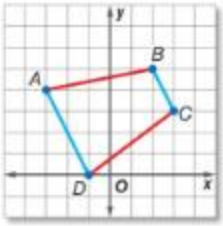
الهندسة الإحداثية الشكل الرباعي $ABCD$ رؤوسه هي $A(-3, 4)$ و $B(2, 5)$ و $C(3, 3)$ و $D(-1, 0)$. بين أن $ABCD$ شبه منحرف وحدّد إن كان شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.



مثّل رؤوس الشكل $ABCD$، بيانيًا ثم صلها.

الخطوة 1 استخدم قانون الميل في المقارنة بين ميلي الضلعين المتقابلين $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ وبين ميلي الضلعين المتقابلين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. يكون الشكل الرباعي شبه منحرف إذا كان فيه ضلعان اثنان فقط متقابلين ومتوازيين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



الضلعان المتقابلان $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$.

ميل $\overline{BC} = 3 - \frac{5}{3} - 2 = -\frac{2}{1}$ أو -2

ميل $\overline{AD} = \frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2}$ أو -2

بما أن ميلي $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ متساويان، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

الضلعان المتقابلان $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$.

ميل $\overline{AB} = \frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5}$

ميل $\overline{DC} = \frac{0-3}{-1-3} = \frac{-3}{-4}$ أو $\frac{3}{4}$

بما أن ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ *ليسا* متساويين، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. بما أن الشكل الرباعي $ABCD$ به فقط ضلعان متقابلان متوازيان، فإن الشكل الرباعي $ABCD$ يكون شبه منحرف.

قراءة في الرياضيات
الرموز تذكر أن الرمز $\nparallel$ يعني غير متواز مع.

الخطوة 2 استخدم قانون المسافة في المقارنة بين طولي الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. يكون شبه المنحرف متساوي الساقين إذا تطابق ساقاه.

$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2}$ أو $\sqrt{26}$

$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25}$ أو 5

بما أن $AB \neq DC$، فإن الساقين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير متطابقين وبهذا فشبه المنحرف $ABCD$ ليس متساوي الساقين.

تمرين موجّه

2. الشكل الرباعي $QRST$ رؤوسه $Q(-8, -4)$ و $R(0, 8)$ و $S(6, 8)$ و $T(-6, -10)$. بيّن أن $QRST$ شبه منحرف وحدد ما إذا كان $QRST$ شبه منحرف متساوي الساقين أم لا.

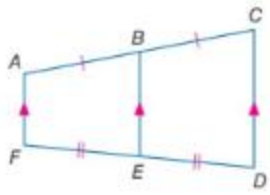
منصف ساقي شبه المنحرف هو القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتي منتصف ساقي شبه المنحرف.

قراءة في الرياضيات
منصف الساقين منصف ساقي شبه المنحرف يمكن أن يُسمى أيضًا *المتوسط*.

توضح النظرية التالية العلاقة بين منصف الساقين والقاعدتين في شبه المنحرف.

النظرية 13.22 نظرية منصف ساقي شبه المنحرف

يكون منصف ساقي شبه المنحرف موازيًا لكلتا القاعدتين. ويكون قياسه هو نصف مجموع طول القاعدتين.

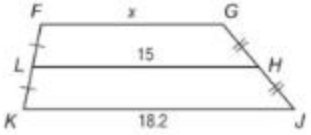


مثال إذا كان $\overline{BE}$ عبارة عن منصف ساقي شبه المنحرف $ACDF$، فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ و $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ و $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 على الاختبار المعياري منصف ساقي شبه المنحرف

الإجابة الشبكية في الشكل، $\overline{LH}$ هو منصف ساقي شبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x؟



ملحوظة: الشكل غير مرسوم بمقياس نسبي.

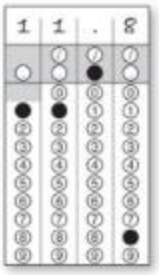
قراءة فقرة الاختبار

أعطيت طول منصف ساقي شبه منحرف وطول إحدى قاعدتيه وطلب منك إيجاد طول القاعدة الأخرى.

حَل فقرة الاختبار

$LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$	نظرية منصف ساقي شبه المنحرف
$5 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$	بالتعويض
$30 = x + 18.2$	اضرب كل طرف في 2.
$11.8 = x$	اطرح 18.2 من كل طرف.

الإجابة الشبكية



- يمكن محاذاة الإجابة العددية عن طريق وضع الرقم الأول في مربع الإجابة الأيسر أو وضع الرقم الأخير في مربع الإجابة الأيمن.
- لا تترك مربعات فارغة في منتصف الإجابة.
- املأ **فقاعة واحدة** مقابل كل مربع إجابة. لا تملأ أكثر من دائرة واحدة في مربع إجابة ولا تقم بملء دوائر للمربعات التي بدون إجابة.

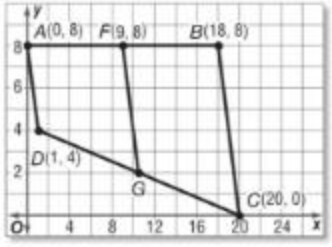
نصيحة عند حل الاختبار

الإجابات الشبكية

الإجابات التي هي أعداد نسبية في القالب يمكن التعبير عنها بأكثر من طريقة. إجابة مثل $\frac{8}{5}$ يمكن التعبير عنها بالصورة 8/5 أو الصورة 1.6. ولكن ليس بالصورة 1 3/5.

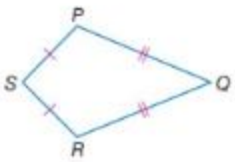
تمرين موجّه

3. **الإجابة الشبكية** شبه المنحرف $ABCD$ موضح بالصورة أدناه. إذا كانت $\overline{FG}$ توازي $\overline{AD}$. فما الإحداثي x للنقطة G؟



2 خواص الطائرة الورقية

الطائرة الورقية هي رباعي أضلاع به ضلعان فقط متتاليان متطابقان وعلى عكس متوازي الأضلاع فإن الأضلاع المتقابلة للطائرة الورقية ليست متطابقة ولا متوازية.

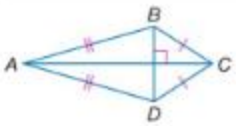


McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

نصيحة دراسية

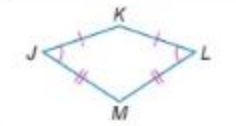
الطائرة الورقية الزوايا المتطابقة في شكل الطائرة الورقية محصورة بين الأضلاع المتجاورة غير المتطابقة.

نظريات شكل الطائرات الورقية



13.23 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فإن قطريه يكونان متعامدين.

مثال إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



13.24 إذا كان متوازي الأضلاع عبارة عن شكل طائرة ورقية، فتتطابق زاويتان من الزوايا المتقابلة.

إذا كان الشكل الرباعي $JKLM$ عبارة عن شكل طائرة ورقية وكان $\overline{JK} \cong \overline{KL}$، فإذا $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \ncong \angle M$.

يمكنك استخدام النظريتين المذكورتين أعلاه: نظرية فيثاغورث، ونظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية، لإيجاد القياسات المجهولة في شكل الطائرة الورقية.

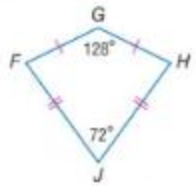
الربط بالحياة اليومية

أسرع سرعة مسجلة لطائرة ورقية هي 192 كيلومترًا في الساعة. الرقم القياسي لأعلى ارتفاع حلقت فيه طائرة ورقية واحدة هو3741 مترًا.

المصدر: بوربالبس للطائرات الورقية

مثال 4 استخدام خواص شكل الطائرة الورقية

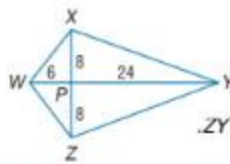
a. إذا كان $FGHJ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle GFJ$.



بما أن الطائرة الورقية يكون بها زاويتان اثنتان فقط متطابقتان وبما أن $\angle J \ncong \angle G$، فإن $\angle F \cong \angle H$.
إذًا $m\angle F = m\angle H$. اكتب معادلة وقم بحلها لإيجاد $m\angle F$.

$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360$	نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية
$m\angle F + 128 + m\angle F + 72 = 360$	بالتعويض
$2m\angle F + 200 = 360$	بسّط.
$2m\angle F = 160$	اطرح 200 من كل طرف.
$m\angle F = 80$	اقسم كل طرف على 2.

b. إذا كان $WXYZ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد ZY.



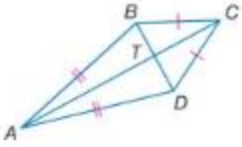
بما أن قطرا الطائرة الورقية متعامدان، فإنهما يقسمان $WXYZ$ إلى أربعة مثلثات قائمة. استخدم نظرية متوازي الأضلاع في إيجاد ZY، طول الوتر في المثلث القائم $\triangle YPZ$.

$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$	نظرية فيثاغورس
$8^2 + 24^2 = ZY^2$	بالتعويض
$640 = ZY^2$	بسّط.
$\sqrt{640} = ZY$	احذف الجذر التربيعي من كل طرف.
$8\sqrt{10} = ZY$	بسّط.

تمرين موجّه

4A. إذا كان $m\angle BAD = 38$ و $m\angle BCD = 50$، فأوجد $m\angle ADC$.

4B. إذا كان $BT = 5$ و $TC = 8$، فأوجد CD.

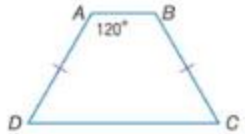


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

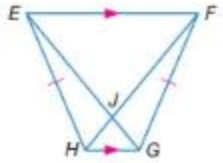
التحقق من فهمك

مثال 1 **أوجد قياس كل مما يلي.**

1. $m\angle C$



2. EJ. إذا كان $HF = 50$ و $JG = 10$

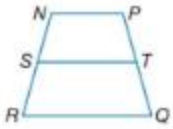


مثال 2 **الهندسة الإحداثية** الشكل الرباعي $JKLM$ رؤوسه هي $J(3, 10)$ و $K(2, 6)$ و $L(11, 6)$ و $M(8, 10)$.

3. تحقق من أن $JKLM$ شبه منحرف.

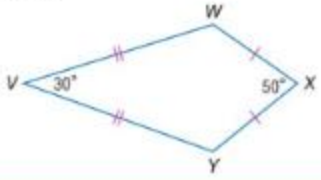
4. حدد ما إذا كان $JKLM$ شبه منحرف متساوي الساقين. اشرح.

مثال 3 5. **الإجابة الشبكية** في الشكل الذي على اليسار. $\overline{ST}$ هي منصف شبه المنحرف $NPQR$. حدد قيمة x.

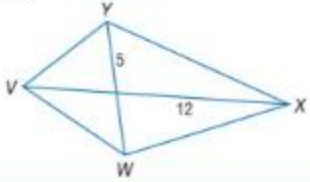


مثال 4 إذا كان $VWXY$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

6. $m\angle W$



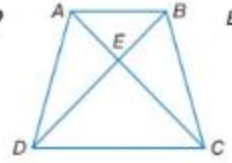
7. YX



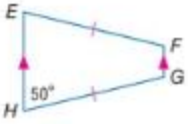
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **أوجد قياس كل مما يلي.**

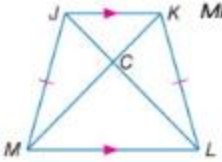
8. AC. إذا كان $BE = 12$ و $ED = 24$



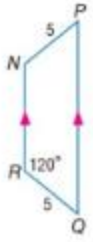
9. $m\angle F$



10. JC. إذا كان $MK = 18$ و $CL = 12$



11. $m\angle P$



مثال 2 **الهندسة الإحداثية** بالنسبة لكل شكل رباعي له رؤوس معلومة، تحقق ما إذا كان الشكل الرباعي هذا شبه منحرف أم لا. وحدد ما إذا كان الشكل شبه المنحرف متساوي الساقين أم لا.

12. $A(-6, -3)$, $B(-4, 1)$, $C(1, 1)$, $D(3, -3)$

13. $E(0, 3)$, $F(-4, -1)$, $G(-3, -8)$, $H(7, 2)$

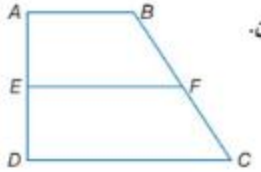
14. $J(0, 4)$, $K(3, 7)$, $L(8, 6)$, $M(10, 2)$

15. $N(2, 0)$, $P(12, 8)$, $Q(7, 9)$, $R(2, 5)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مثال 3

في شبه المنحرف $ABCD$ ، النقطتان E و F هما نقطتا منتصف الساقين.



16. إذا كان $AB = 10$ و $CD = 14$، فأوجد EF.

17. إذا كان $EF = 7$ و $CD = 10$، فأوجد AB.

18. إذا كان $AB = 5$ و $EF = 10$، فأوجد DC.

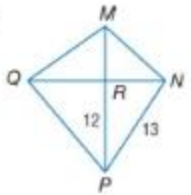
19. إذا كان $EF = 13$ و $DC = 14$، فأوجد AB.

20. إذا كان $AB = 12$ و $EF = 14$، فأوجد DC.

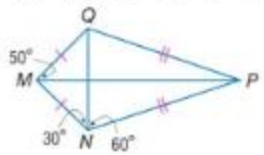
21. إذا كان $AB = 7$ و $DC = 33$، فأوجد EF.

إذا كان $MNPQ$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

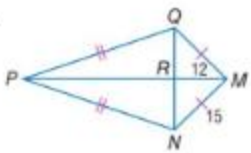
22. QN



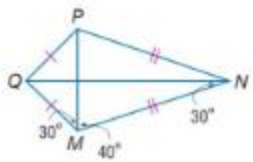
23. $m\angle P$



24. NR



25. $m\angle Q$



البرهان اكتب برهانًا حرًّا لكل نظرية.

26. النظرية 13.19

27. النظرية 13.20

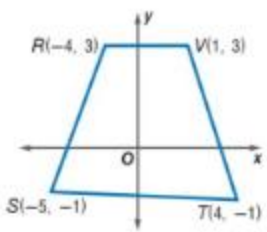
28. النظرية 13.21

29. النظرية 13.23

30. النظرية 13.24

31. **البرهان** اكتب برهانًا إحداثيًا للنظرية 13.22.

32. **الهندسة الإحداثية** راجع الشكل الرباعي $RSTV$.

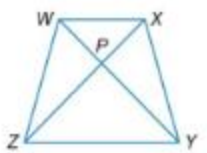


a. حدد ما إذا كان الشكل شبه منحرف أم لا. إن كان كذلك، فهل هو متساوي الساقين؟ اشرح.

b. هل نقطة الأصل تقع على منصف الساقين؟ علّل إجابتك.

c. أوجد طول المنصف.

الجبر $WXYZ$ عبارة عن شبه منحرف.



33. إذا كان $m\angle WZY = 4x + 10$ و $m\angle XYZ = 5x - 5$، فأوجد قيمة x بحيث يكون $WXYZ$ متساوي الساقين.

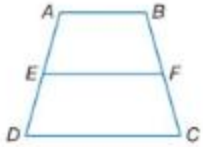
34. إذا كان $WY = 4x + 1$ و $XZ = 5x - 3$، فأوجد قيمة x بحيث يكون $WXYZ$ متساوي الساقين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الطعام جانب الحاوية المعروضة بالصورة عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين. إذا كان $AE = 8$ سنتيمترات وكان $ED = 5$ سنتيمترات وكان $m\angle ABD = 75$، فأوجد جميع القياسات.

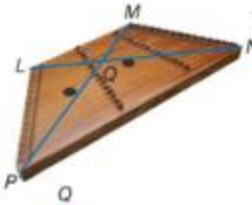
35. $m\angle BAC$
36. AD
37. $m\angle BDC$
38. BC

الجبر في شبه المنحرف $ABCD$، النقطتان E و F هما نقطتا منتصف الساقين.



39. إذا كان $AB = x + 2$ و $DC = 2x + 1$ و $EF = 9$، فأوجد قيمة x.
40. إذا كان $AB = 6$ و $EF = 3x$ و $DC = 5x - 3$، فأوجد قيمة x.
41. إذا كان $AB = 3x - 6$ و $EF = 4x - 8$ و $DC = 20$، فأوجد قيمة EF.
42. إذا كان $AB = x + 4$ و $EF = 2x - 3$ و $DC = 2x - 1$، فأوجد قيمة x.

الموسيقى القانون آلة موسيقية تأخذ في الغالب شكل شبه المنحرف. الرسم التخطيطي الذي بالصورة، فيه $LN = 60$ سنتيمترًا و $QP = 25$ سنتيمترًا و $m\angle LPQ = 65$، أوجد جميع القياسات.



43. $m\angle MLP$
44. LQ
45. $m\angle MNP$
46. MP

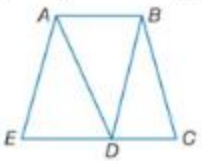
الجبر $QRST$ عبارة عن شكل طائرة ورقية.

74. إذا كان $m\angle TSR = 40$ و $m\angle TQR = 6x$ و $m\angle QRS = 7x + 10$، فأوجد $m\angle QTS$.
84. إذا كان $m\angle TQR = 60$ و $m\angle RST = x - 3$ و $m\angle QTS = 7x$، فأوجد $m\angle QRS$.

البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

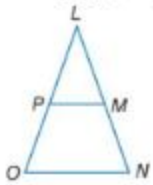
49. **المعطيات:** $\triangle AED \cong \triangle BCD$, $\angle BAD \cong \angle EDA$

المطلوب: $ABCE$ شبه منحرف متساوي الساقين.



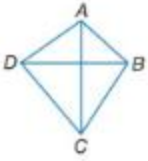
50. **المعطيات:** $PMNO$ شبه منحرف

المطلوب: جميع زوايا $\triangle LPM$ متطابقة مع زوايا $\triangle LON$



حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائمًا* أم *أحيانًا* أم غير صحيحة على الإطلاق.

51. الطائرة الورقية هي شبه منحرف.
52. الزاويتان المتجاورتان في شبه المنحرف تكون متكاملتان.
53. الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.
54. المربع هو مستطيل.
55. قطرا الطائرة الورقية متعامدان.
56. **البرهان** المعطيات $ABCD$ طائرة ورقية. اكتب فقرة برهان تثبت أن $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

57. **جدول** استكمل الجدول التالي. بالعمود الأيمن أربعة أنواع من الأشكال رباعية الأضلاع. في العمود الأيسر اكتب المجموعات الأخرى التي يطابقها الشكل الرباعي الذي بنفس الصف. اكتب "لا يوجد" إن لم يطابق أي فئة أخرى.

الشكل الرباعي	يكون أيضًا ...
مثال: مستطيل	متوازي الأضلاع
المعين	
المربع	
شبه المنحرف متساوي الساقين	
شبه المنحرف	
الطائرة الورقية	

الهندسة الإحداثية **حدد ما إذا كان كل شكل عبارة عن شبه منحرف، أو متوازي أضلاع، أو مربع، أو معين، أو الشكل الرباعي. اختر المصطلح الأنسب. اشرح.**

58. $L(1, 1)$, $M(0, -5)$, $N(7, 0)$, $P(6, -6)$

59. $A(2, 7)$, $B(5, 9)$, $C(6, 6)$, $D(3, 4)$

60. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف التناسب في أشكال شبه المنحرف متساوية الساقين.

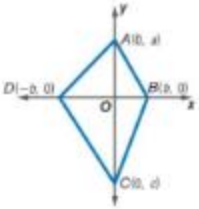
a. **هندسيًا** قم بإنشاء ثلاثة أشكال شبه منحرف متساوية الساقين. قم بتسمية كل منها $ABCD$. ارسم الأقطار وحدد نقطة التقاطع R.

b. **جدوليّ** انسخ الجدول التالي. استخدم مسطرة في إكمال الجدول.

شبه المنحرف	AR	RC	$\frac{RC}{AR}$	DC	AB	$\frac{DC}{AB}$
شبه المنحرف 1						
شبه المنحرف 2						
شبه المنحرف 3						

c. **لفظيًا** قم بالتخمين حول التناسب بين القطرين والتناسب بين القاعدتين من التعامد.

البرهان **اكتب برهانًا حرًا لكل عبارة.**



61. منصف سافي شبه المنحرف متوازي مع القاعدتين.

62. قطرا الطائرة الورقية متعامدان.

المعطيات: $ABCD$ طائرة ورقية.

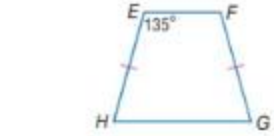
المطلوب: AC متعامد على BD.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

63. **تبرير** هل شكل الطائرة الورقية يكون مستطيلًا لا أحيانًا أم دائمًا أم لا يكون على الإطلاق؟

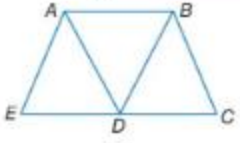
64. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم طائرتين ورقيتين غير متطابقتين $LMNP$ و $ABCD$ فيهما $\overline{AB} \cong \overline{LM}$.

65. **تحليل الخطأ** يحاول سلطان وخالد تحديد $m\angle F$ في شبه المنحرف الذي بالصورة. هل أي منهما على صواب؟ اشرح.



سلطان	خالد
$m\angle F = 45$	$m\angle F = 135$

66. **تحدٍّ** $\triangle AED$ و $\triangle ADB$ و $\triangle DBC$ مثلثات متساوية الأضلاع. أثبت أن $ABCE$ شبه منحرف متساوي الأضلاع. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.



67. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين خواص متوازي الأضلاع وخواص شبه المنحرف.

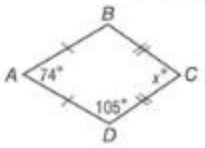
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

68. الجبر جميع العناصر الموجودة بقائمة الإفطار لها نفس التكلفة سواء تم طلبها مع غيرها أم لا. تبلغ تكلفة وجبة إفطار مكونة من كعكتان صغيرتان وواحد أومليت AED 4.92. إذا كانت تكلفة طلبين من الأومليت هي AED 3.96، فكم تبلغ تكلفة الكعكة الصغيرة؟

A AED 0.96
B AED 1.47
C AED 1.98
D AED 2.94

69. الإجابة إذا كان الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن طائرة ورقية، فما $m\angle C$؟

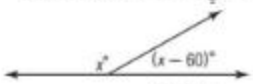


70. ما نوع الشكل الذي يمكن أن يقدم مثالاً عكسيًا على الفرضية أدناه؟

إذا كان القطران في متوازي الأضلاع متطابقين، فإن متوازي الأضلاع هذا عبارة عن مستطيل.

F مربع
G معين
H متوازي أضلاع
J شبه منحرف متساوي الساقين

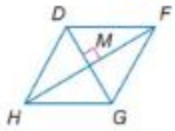
71. SAT/ACT في الشكل أدناه، ما قيمة x؟



A 60
B 120
C 180
D 240
E 300

مراجعة شاملة

الجبر الشكل الرباعي $DFGH$ عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات. (الدرس 5-13)



72. إذا كان $m\angle FGH = 118$، فأوجد $m\angle GHM$.

73. إذا كان $DM = 4x - 3$ و $MG = x + 6$، فأوجد DG.

74. إذا كان $DF = 10$، فأوجد FG.

75. إذا كان $HM = 12$ و $HD = 15$، فأوجد MG.

الهندسة الإحداثية مثّل بيانيًا الشكل الرباعي المعطى لك رؤوسه وحدد ما إذا كان الشكل مستطيلاً أم لا. علّل إجابتك باستخدام القانون المذكور. (الدرس 4-13)

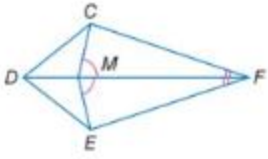
76. $A(4, 2)$, $B(-4, 1)$, $C(-3, -5)$, $D(5, -4)$؛ قانون المسافة

77. $J(0, 7)$, $K(-8, 6)$, $L(-7, 0)$, $M(1, 1)$؛ قانون الميل

78. البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$، $\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



مراجعة المهارات

اكتب تعبيرًا لمنحنى كل قطعة مستقيمة باستخدام المعطيات من الإحداثيات والنقطتين الطرفيتين.

79. $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$

80. $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$

81. (y, x), (y, y)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

خواص متوازي الأضلاع

- الضلعان المتقابلان متطابقان ومتوازيان.
- الزوايا المتقابلة متطابقة.
- الزوايا المتتالية متكاملة.
- إذا احتوى متوازي أضلاع على زاوية واحدة قائمة، فإن به أربع زوايا قائمة.
- القطران ينصفان بعضهما.

خواص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف

- يتميز المستطيل بجميع الخواص التي يتميز بها متوازي الأضلاع. القطران متطابقان وينصفان بعضهما. جميع زواياه الأربعة قائمة.
- يتميز المعين بجميع خواص متوازي الأضلاع. جميع أضلاعه متطابقة. القطران متعامدان وينصف كل قطر اثنتين من الزوايا المتقابلة.
- لدى المربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- في شبه المنحرف متساوي الساقين، تكون زاويتا القاعدة متطابقتين والقطران متطابقين.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

base	أساس/قاعدة
base angle	زاوية قاعدية
isosceles trapezoid	شبه منحرف متساوي الساقين
kite	الطائرة الورقية
legs	ساقان
midsegment of a trapezoid	منصف ساقي شبه المنحرف
parallelogram	متوازي أضلاع
rectangle	مستطيل
rhombus	معين
square	مربّع
trapezoid	شبه منحرف

مراجعة المفردات

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم *خطأ*. إن كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

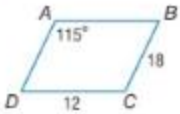
1. لا يوجد بشبه المنحرف متساوي الساقين زوايا متطابقة.
2. إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.
3. منصف ساقي شبه المنحرف هو عبارة عن قطعة مستقيمة تربط بين أي رأسين غير متتاليين.
4. قاعدة شبه المنحرف هي أحد الأضلاع المتوازية.
5. قطرا المعين متعامدان.
6. المستطيل ليس دائمًا متوازي أضلاع.
7. الشكل الرباعي الذي يوجد به ضلعان متوازيان يكون متوازي أضلاع.
8. المستطيل الذي يستوفي شروط المعين يكون مربعًا.
9. ساق شبه المنحرف هي أحد الضلعين المتوازيين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

13-1 متوازيات الأضلاع

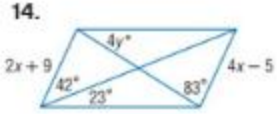
استخدم $\square ABCD$ لإيجاد جميع القياسات.



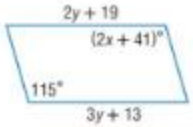
10. $m\angle ADC$
11. AD
12. AB
13. $m\angle BCD$

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

14.



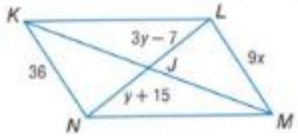
15.



16. **تصميم** ما نوع المعلومات اللازمة لتحديد ما إذا كانت الأشكال التي تكون نافذة الزجاج الملون متوازيات أضلاع؟

مثال 1

الجبر إذا كان $KLMN$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. x

$\overline{KN} \cong \overline{LM}$	الضلعان المتقابلان في $\square$ يكونان $\cong$
$KN = LM$	تعريف التطابق
$36 = 9x$	بالتعويض
$4 = x$	اقسم.

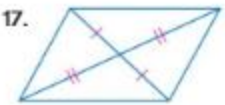
b. y

$\overline{NJ} \cong \overline{JL}$	قطرا $\square$ ينصفان بعضهما.
$NJ = JL$	تعريف التطابق
$y + 15 = 3y - 7$	بالتعويض
$-2y = -22$	اطرح.
$y = 11$	اقسم.

13-2 اختبارات متوازيات الأضلاع

حدد ما إذا كان كل شكل رباعي متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

17.

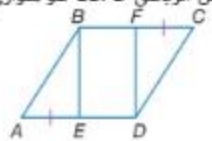


18.

19. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.

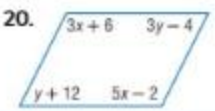
المعطيات: $\square ABCD$، $\overline{AE} \cong \overline{CF}$

المطلوب: الشكل الرباعي $EBFD$ هو متوازي أضلاع.

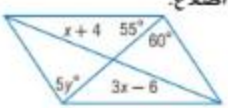


الجبر أوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

20.

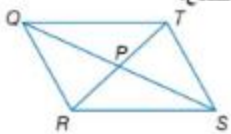


21.



مثال 2

إذا كان $QP = 2y - 6$، $TP = 4x + 2$، و $PS = 5y - 12$، و $PR = 6x - 4$. فأوجد قيمة x و y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



أوجد قيمة x حيث $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ و y حيث $\overline{QP} \cong \overline{PS}$.

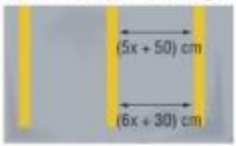
$TP = PR$	تعريف $\cong$
$4x + 2 = 6x - 4$	بالتعويض
$-2x = -6$	اطرح.
$x = 3$	اقسم.

$QP = PS$	تعريف التطابق $\cong$
$2y - 6 = 5y - 12$	بالتعويض
$-3y = -6$	اطرح.
$y = 2$	اقسم.

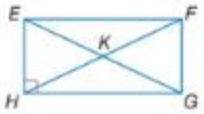
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13-3 المستطيلات

22. **ركن السيارات** خطوط مساحة الركن الموضحة أدناه متوازية. كم يبلغ عرض المساحة (بالسنتيمتر)؟



الجبر الشكل الرباعي $EFGH$ مستطيل.



23. إذا كان $m\angle FEG = 57$، فأوجد $m\angle GEH$.

24. إذا كان $m\angle HGE = 13$، فأوجد $m\angle EGF$.

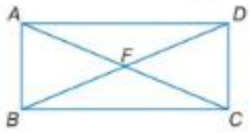
25. إذا كان منزا $FK = 32$، فأوجد EG.

26. أوجد $m\angle HEF + m\angle EFG$.

27. إذا كان $EF = 4x - 6$ و $HG = x + 3$، فأوجد EF.

مثال 3

الجبر الشكل الرباعي $ABCD$ عبارة عن مستطيل. إذا كان $m\angle ADB = 4x + 8$ و $m\angle DBA = 6x + 12$، فأوجد قيمة x.

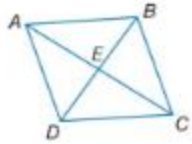


$ABCD$ مستطيل، إذًا $m\angle ABC = 90$. بما أن كل ضلعين متقابلين متوازيان في المستطيل، والزوايا المتبادلة الداخلية للمستقيمات المتوازية متطابقة، فإن $\angle ADB \cong \angle DBC$ و $m\angle ADB = m\angle DBC$.

جمع الزوايا	$m\angle DBC + m\angle DBA = 90$
بالتعويض	$m\angle ADB + m\angle DBA = 90$
بالتعويض	$4x + 8 + 6x + 12 = 90$
اجمع.	$10x + 20 = 90$
اطرح.	$10x = 70$
اقسم.	$x = 7$

13-4 المعينات والمربعات

الجبر $ABCD$ معين. إذا كان $EB = 9$ و $AB = 12$ و $m\angle ABD = 55$، فأوجد جميع القياسات.



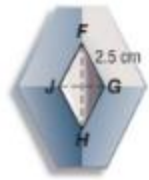
28. AE

29. $m\angle BDA$

30. CE

31. $m\angle ACB$

32. **الشعارات** شركة سيارات تستخدم الرمز الموضح على اليسار في شعارها. إذا كانت المساحة الداخلية للشعار عبارة عن معين، فما طول FJ؟



الهندسة الإحداثية بالنظر إلى كل مجموعة من الرؤوس، حدد إذا ما كان $\square QRST$ عبارة عن معين أم مستطيل أم مربع. اذكر كل ما ينطبق. اشرح.

33. $Q(12, 0)$, $R(6, -6)$, $S(0, 0)$, $T(6, 6)$

34. $Q(-2, 4)$, $R(5, 6)$, $S(12, 4)$, $T(5, 2)$

مثال 4

تتقاطع أقطار المعين $QRST$ في P. استخدم المعطيات لإيجاد كل قياس أو قيمة مما يلي.

a. الجبر إذا كان $QT = x + 7$ و $TS = 2x - 9$، فأوجد قيمة x.

تعريف المعين	$\overline{QT} \cong \overline{TS}$
تعريف التطابق	$QT = TS$
بالتعويض	$x + 7 = 2x - 9$
اطرح.	$-x = -16$
اقسم.	$x = 16$

b. إذا كان $m\angle QTS = 76$، فأوجد $m\angle TSP$.

$\overline{TR}$ ينصف $\angle QTS$. ولذا فإن $m\angle PTS = \frac{1}{2}m\angle QTS$.

وإذًا $m\angle PTS = \frac{1}{2}(76)$ أو 38. وبما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle TPS = 90$.

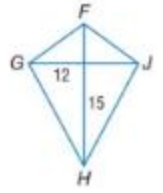
نظرية مجموع زوايا المثلث $\triangle$	$m\angle PTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180$
بالتعويض	$38 + 90 + m\angle TSP = 180$
بالجمع.	$128 + m\angle TSP = 180$
اطرح.	$m\angle TSP = 52$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

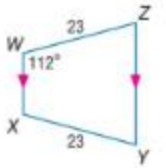
13-5 شبه المنحرف والطائرة الورقية

أوجد قياس كل مما يلي.

35. GH



36. $m\angle Z$



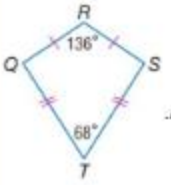
37. **التصميم** تصميم صمم سعيد عنواناً مربعًا كمشروع فني.

a. صف طريقة لتحديد ما إذا كانت أشباه المنحرف الموجودة في التصميم متساوية الساقين.

b. إذا كان محيط بلاطة هو 120 سنتيمترا، ومحيط المربع الأحمر يبلغ 40 سنتيمترا، فما محيط شكل واحد من أشباه المنحرف؟

مثال 5

إذا كان $QRST$ عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد قياس $\angle RST$.



بما أن $\angle Q \cong \angle S$, $m\angle Q = m\angle S$. اكتب معادلة وأوجد حلها لمعرفة $m\angle S$.

نظرية مجموع زوايا المضلع الداخلية	$m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360$
بالتعويض	$m\angle Q + 136 + m\angle S + 68 = 360$
بسّط.	$2m\angle S + 204 = 360$
اطرح.	$2m\angle S = 156$
اقسم.	$m\angle S = 78$

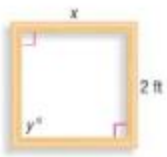
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار

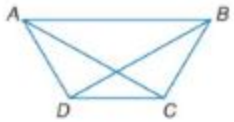
1. **الفن** تصنع عبير إطارًا لمد قطعة قماش على لوحة. قامت بتثبيت أربع قطع خشبية باستخدام المسامير في أماكن تعتقد أنها تمثل أربعة رؤوس للمربع.

   a. كيف يمكن لها أن تتأكد من أن قطعة القماش ستكون مربعة؟

   b. إذا كانت لقطعة القماش الأبعاد الموضحة أدناه، فما القياسات المجهولة؟

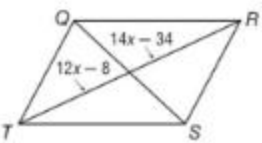


الشكل الرباعي *ABCD* هو عبارة عن شبه منحرف متساوي الساقين.



2. ما الزاوية المتطابقة مع $\angle C$؟
3. ما الضلع الموازي للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$؟
4. ما القطعة المستقيمة المتطابقة مع $\overline{AC}$؟

5. **الاختيار من متعدد** إذا كان *QRST* عبارة عن متوازي أضلاع، فما قيمة *x*؟

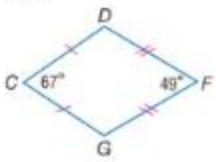


A 11 **C** 13

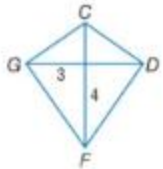
B 12 **D** 14

إذا كان *CDFG* عبارة عن شكل طائرة ورقية، فأوجد جميع القياسات.

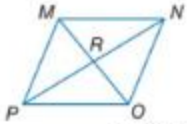
6. *GF*



7. $m\angle D$



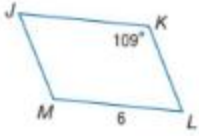
الجبر الشكل الرباعي *MNOP* عبارة عن معيّن أوجد جميع القيم أو القياسات.



8. $m\angle MRN$
9. إذا كان $PR = 12$، فأوجد *RN*.
10. إذا كان $m\angle PON = 124$، فأوجد $m\angle POM$.

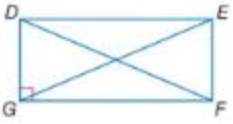
11. **الإنشاء** تبني عائلة إبراهيم جزءًا ملحقًا بمنزلهم. قامت زوجة إبراهيم بعمل فتحة لنافذة جيدة. فإذا قامت بالقياس لتعرف مدى تطابق الأضلاع المتقابلة ومدى تطابق القطرين، فهل يمكنها أن تتأكد من أن فتحة النافذة على شكل مستطيل؟ اشرح.

استخدم $\square JKLM$ لإيجاد جميع القياسات.



12. $m\angle JML$
13. *JK*
14. $m\angle KLM$

الجبر الشكل الرباعي *DEFG* مستطيل.



15. إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ و $EG = 3(x - 2)$، فأوجد *GE*.
16. إذا كان $m\angle EDF = 5x - 3$ و $m\angle DFG = 3x + 7$، فأوجد $m\angle EDF$.
17. إذا كان $DE = 14 + 2x$ و $GF = 4(x - 3) + 6$، فأوجد *FG*.

حدد إذا ما كان كل الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع أم لا. علّل إجابتك.

18.

19.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13 التحضير للاختبارات المعيارية

تطبيق التعريفات والخواص

تتطلب كثير من مسائل الهندسة على الاختبارات القياسية تطبيق التعريفات والخواص في حلها. استخدم هذا القسم في ممارسة تطبيق التعريفات ليساعدك ذلك في حل فقرات الاختبار ذات الإجابات الموسعة.

إستراتيجيات تطبيق التعريف والخواص

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

- حدّد ما الذي يُطلب منك إيجاده.
- ادرس أية أشكال معطاة في المسألة.
- **اسأل نفسك:** ما المبادئ أو الخواص التي لهذا الشكل ويمكنني تطبيقها في حل المسألة؟

الخطوة 2

حل المسألة.

- حدد التعريفات أو المفاهيم الهندسية التي يمكنك استخدامها في إيجاد المجاهيل في المسألة.
- استخدم التعريفات وخواص الأشكال في إنشاء معادلة وقم بحلها.

الخطوة 3

- تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

تقوم مجموعة فنون مسرحية ببناء مسرح يحيط به الجمهور من كل الجوانب لتقيمعليه أعمالها القادمة. سيكون المسرح على شكل ثماني أضلاع منتظم محيطه 28 مترًا.

a. ما الطول المفترض لكل لوح لتكوين أضلاع المسرح؟

b. ما الزاوية التي من المفترض قطع طرف كل لوح بها حتى يتم تركيبها مُعًا على النحو المناسب لتكوين المسرح؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن الألواح تكوّن ثماني أضلاع محيطه 28 مترًا. مطلوب منك إيجاد طول كل لوح والزاوية التي تقطع بها ليتم تركيبها معًا على النحو الصحيح.

لإيجاد طول كل لوح، اقسم المحيط على عدد الأضلاع.

$$28 \div 8 = 3.5$$

إذًا من المفترض أن يكون طول كل لوح 3.5 أمتار أو 3 أمتار و 50 سنتيمترًا.

استخدم خاصية مجموع الزوايا الداخلية لمضلع محدب لإيجاد قياس الزاوية الداخلية للشكل الثماني المنتظم. أولاً، أوجد مجموع الزوايا الداخلية S.

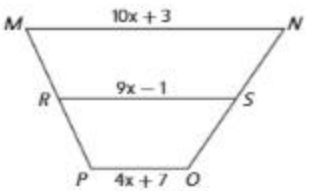
$$\begin{aligned} S &= (n - 2) \cdot 180 \\ &= (8 - 2) \cdot 180 \\ &= 1080 \end{aligned}$$

إذًا، قياس زاوية الشكل الثماني المنتظم الداخلية هو $1080 \div 8$، أو $135°$. ولأنه يتم استخدام لوحين لتكوين كل رأس من رؤوس المسرح، فإنه يجب قطع نهاية كل لوح بزاوية قدرها $135 \div 2$، أو $67.5°$.

التمارين

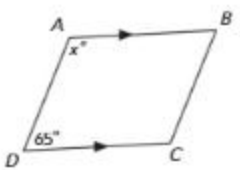
اقرأ كل مسألة. وحدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها. واكتب الحلّ هنا.

1. $\overline{RS}$ منصف ساقين يشبه المنحرف MNOP. ما طول $\overline{RS}$؟



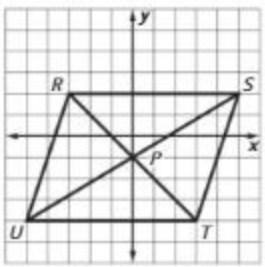
A. 14 وحدة
B. 19 وحدة
C. 23 وحدة
D. 26 وحدة

2. إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$، فأوجد قيمة x.



F 32.5
G 65
H 105
J 115

3. استخدم التمثيل البياني الموضح أدناه لتجيب عن الأسئلة.



a. هل يتقاطع قطرا الشكل الرباعي $RSTU$؟ استخدم قانون المسافة للتحقق من إجابتك.

b. ما نوع الشكل الرباعي $RSTU$؟ اشرح باستخدام خواص و/أو تعريفات هذا النوع من الأشكال الرباعية.

4. ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لشكل ثماني أضلاع منتظم؟

A 45
B 135
C 360
D 1080

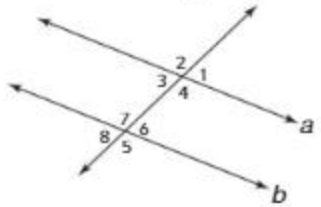
حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

13 الوحدة
تدريب على الاختبار المعياري
تراكمي، الوحدات من 1 إلى 13

الاختيار من متعدّد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$. فأي مما يلي ليس صحيحًا؟



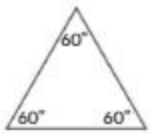
A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. صنّف المثلث الموجود أدناه حسب قياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب.



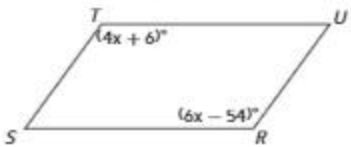
F حاد الزاوية

G متساوي الزوايا

H منفرج الزاوية

J قائم الزاوية

3. قم بالحل لإيجاد قيمة x في متوازي الأضلاع $RSTU$.



A 12

B 18

C 25

D 30

4. أعلى نقطة في كارولينا الشمالية هي جبل ميتشيل الذي يبلغ ارتفاعه 611 مترًا فوق مستوى سطح البحر. افترض أن موضع المتسلق يتحدد من العلاقة $p(t) = -2.5t + 611$. حيث t هي عدد الدقائق. أي مما يلي الأنسب في تفسير ميل الدالة؟

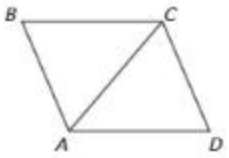
F الموضع المبدئي للمتسلق كان تحت مستوى سطح البحر بمقدار 611 مترًا.

G الموضع المبدئي للمتسلق كان فوق مستوى سطح البحر بمقدار 611 مترًا.

H يهبط المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة.

J يصعد المتسلق بمعدل 2.5 متر في الدقيقة

5. الشكل الرباعي $ABCD$ معين. إذا كان $m\angle BCD = 120$. فأوجد $m\angle DAC$.



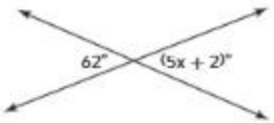
A 30

B 60

C 90

D 120

6. ما قيمة x في الشكل التالي؟



F 10

G 12

H 14

J 15

7. أي من العبارات التالية صحيح؟

A جميع المستطيلات مربعات.

B جميع المعينات مربعات.

A جميع المستطيلات متوازيات أضلاع.

D جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 استخدم خواص متوازيات الأضلاع في حل المسألة. الزوايا المتقابلة متطابقة.

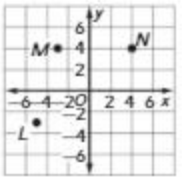
حقوق الجمع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. **الإجابة الشبكية** المسافة اللازمة للسيارة حتى تتوقف تتناسب طرديًا مع مربع سرعتها. إذا كانت السيارة يمكن أن تتوقف خلال 242 مترًا بسرعة 22 كيلومترًا في الساعة، فكم عدد الأمتار اللازمة حتى تتوقف وهي بسرعة 30 كيلومترًا في الساعة؟

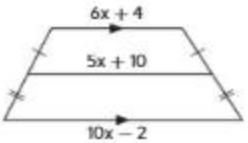
9. ما إحداثيات النقطة O ، الرأس الرابع في شبه منحرف متساوي الساقين؟ اكتب الحل هنا.



10. ماذا تعرف عن متوازي الأضلاع إذا كان قطراه متعامدين؟ اشرح.

11. أحرزت رنا 84 هدفًا ميدانيًا خلال موسم كرة السلة بإجمالي 183 نقطة. كل هدف ميداني يعادل نقطتين أو ثلاث نقاط. كم عدد الأهداف الميدانية التي تعادل نقطتين وعدد الأهداف الميدانية التي تعادل ثلاث نقاط التي أحرزتها رنا خلال الموسم؟

12. **الإجابة الشبكية** أوجد الحل لمعرفة قيمة x في الشكل التالي. قرب إلى أقرب جزء من عشرة إن لزم الأمر.



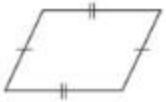
13. **الإجابة الشبكية** يدفع أحد أندية جمع التبرعات مبلغ AED 180 نظير استئجار كشك لبيع الوجبات السريعة في إحدى مباريات كرة القدم. يقومون بشراء علب الصودا مقابل AED 0.25 ويبيعونها في المباراة بمبلغ AED 1.15. كم عدد العلب التي يجب بيعها حتى يصلوا إلى نقطة التعادل أي تغطية تكلفة ما أنفقوه دون تحقيق أي أرباح؟

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

14. حدد مدى إمكانية إثبات أن كل شكل مما يلي هو متوازي أضلاع. إن تعذر الإثبات، فاذكر المعلومات الأخرى المطلوبة لإثبات ذلك. اشرح استنتاجك.

a.



b.

c.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education