9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

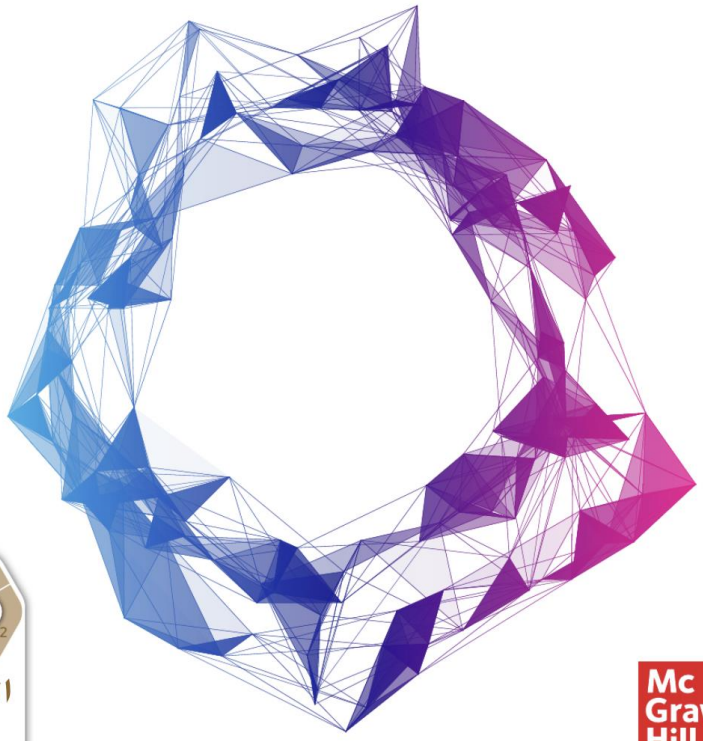
الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

الإمارات

2019-2020

# الرياضيات

## نسخة الإمارات العربية المتحدة



الصف
9
عام

Mc Graw Hill

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

McGraw-Hill Education

# الرياضيات

## المسار العام

## نسخة الإمارات العربية المتحدة

Mc Graw Hill

267 / 2

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 11

# التبرير والبرهان

**السابق**

- استخدمت العلاقات بين القطع المستقيمة والزوايا.

**الحالي**

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - وضع تخمينات وتوجد أمثلة مضادة للعبارات.
  - استخدام التبرير الاستدلالي للوصول إلى خلاصات صالحة.
  - كتابة براهين تتضمن نظريات القطع المستقيمة والزوايا.

**لماذا؟**

- **العلوم والطبيعة** يستخدم علماء الأحياء والعلماء الآخرون التبرير الاستقرائي والاستدلالي لاتخاذ قرارات واستنتاج خلاصات منطقية حول الجماعات الأحيائية الحيوانية.

Chapter Sourced From: 11 Reasoning and Proof, from Integrated Math II Chapter 5 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

# الاستعداد للوحدة

## 1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن أسئلة التدريب السريع التالية. ارجع إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

### تدريب سريع

**جـــد قيمة كل تعبير عند قيمة $x$ المعطاة.**

1. $4x + 7; x = 6$
2. $(x - 2)180; x = 8$
3. $5x^2 - 3x; x = 2$
4. $\frac{x(x-3)}{2}; x = 5$
5. $x + (x + 1) + (x + 2); x = 3$

**اكتب كل تعبير لفظي في صورة تعبير جبري.**

6. أقل من خمسة أمثال عدد بثمانية
7. أكثر من مربع عدد بثلاثة

**جـــد حل كل معادلة من المعادلات التالية.**

8. $8x - 10 = 6x$
9. $18 + 7x = 10x + 39$
10. $3(11x - 7) = 13x + 25$
11. $3x + 8 = \frac{1}{2}x + 35$
12. $\frac{2}{3}x + 1 = 5 - 2x$
13. **الملابس** اشترت نبيلة 4 قمصان من المركز التجاري بسعر AED 52. اكتب معادلة لإيجاد متوسط تكلفة القميص الواحد وقم بحلها.

**ارجع إلى الشكل الوارد في المثال 3.**

14. حدّد زاويتين منفرجتين متقابلتين بالرأس.
15. حدّد زاويتين متجاورتين متتامتين.
16. حدّد زوجًا خطيًا.
17. إذا كان $m\angle DXB = 116$ و $m\angle EXA = 3x + 2$. فجـــد قيمة $x$.
18. إذا كان $m\angle BXC = 90$، و $m\angle CXD = 6x - 13$، و $m\angle DXE = 10x + 7$. فجـــد قيمة $x$.

### مراجعة سريعة

**مثال 1**

**جـــد قيمة $x^2 - 2x + 11$ عند $x = 6$.**

| | |
|---|---|
| $x^2 - 2x + 11$ | التعبير الأصلي |
| $= (6)^2 - 2(6) + 11$ | عوّض بـ 6 عن $x$. |
| $= 36 - 2(6) + 11$ | جـــد قيمة الأس. |
| $= 36 - 12 + 11$ | اضرب. |
| $= 35$ | بسّط. |

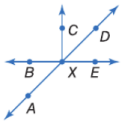
**مثال 2**

**قم بحل $36x - 14 = 16x + 58$**

| | |
|---|---|
| $36x - 14 = 16x + 58$ | المعادلة الأصلية |
| $36x - 14 - 16x = 16x + 58 - 16x$ | اطرح $16x$ من كل طرف |
| $20x - 14 = 58$ | بسّط |
| $20x - 14 + 14 = 58 + 14$ | اجمع 14 إلى كل طرف |
| $20x = 72$ | بسّط |
| $\frac{20x}{20} = \frac{72}{20}$ | اقسم كل طرف على 20 |
| $x = 3.6$ | بسّط |

**مثال 3**

**إذا كان $m\angle BXA = 3x + 5$ و $m\angle DXE = 56$، فجـــد قيمة $x$.**




| | |
|---|---|
| $m\angle BXA = m\angle DXE$ | $\angle$ المتقابلتان بالرأس تكونان $\cong$ |
| $3x + 5 = 56$ | تعويض |
| $3x = 51$ | اطرح 5 من كل طرف |
| $x = 17$ | اقسم كل طرف على 3 |

يشير مصطلح المرابحة إلى مقدار الأموال المدفوعة أو المتحصلة عند اقتراض الأموال أو إقراضها. إذا اقترض العميل من المصرف أموالًا فسيدفع العميل للمصرف نسبة مرابحة نظير استخدامه لأموال المصرف. وإذا ادخر العميل أموالًا في حساب مصرفي، فسيدفع المصرف للعميل نسبة مرابحة نظير استخدامه لأموال العميل.

يسمى المبلغ المقترض أو المدّخر في البداية بالمبلغ الأساسي. ونسبة المرابحة هي نسبة مئوية تتم إضافتها أو خصمها خلال فترة زمنية معينة. والمرابحة البسيطة هي مقدار مبلغ المرابحة المُضاف أو المخصوم بعد تطبيق نسبة المرابحة على المبلغ الأساسي.

المرابحة البسيطة ($I$) هي ناتج ضرب ثلاث قيم هي: المبلغ الأساسي ($P$) ونسبة المرابحة كرقم عشري ($r$) والفترة الزمنية ($t$)، $I = P \times r \times t$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

# البدء في هذه الوحدة

ستتعلم العديد من المفاهيم والمهارات والمفردات الجديدة أثناء دراستك للوحدة 11.
لتستعد، قم بتحديد المصطلحات المهمة وتنظيم مواردك.
يمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

## المطويات منظّم الدراسة

**التبرير والبرهان** أعدّ هذه المطوية لتساعدك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة فيما يتعلق بالمنطق والاستنتاج والبرهان. ابدأ بورقة واحدة من ورق الدفتر.

1 **اطو** الورقة طوليًا بحيث تحاذي حافتها الثقوب.

2 **قص** خمسة أجزاء في الورقة العلوية..

3 **سمّ** الأجزاء كما هو موضّح.

## المفردات الجديدة

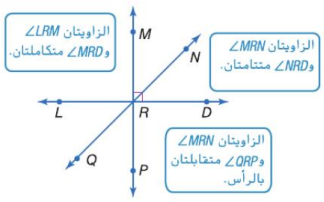
| العربية | English |
|---|---|
| مسلّمة | postulate |
| برهان | proof |
| نظرية | theorem |

## مراجعة المفردات

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

الدرس 11-1

# المسلَّمات والبراهين الحرة

**السابق:**
- استخدمت التبرير الاستدلالي عبر تطبيق قانون الفصل المنطقي وقانون القياس المنطقي.

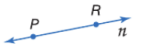
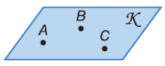
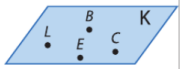
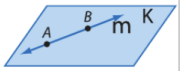
**الحالي:**
1 تحديد المسلَّمات الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات واستخدامها.
2 كتابة براهين حرة.

**لماذا؟**
- إذا سقطت ريشة وتفاحة من الارتفاع نفسه في غرفة فارغة، فسيسقط الجسمان بالمعدل نفسه. يوضح هذا أحد قوانين السير إسحاق نيوتن للجاذبية والقصور. هذه القوانين مسلم بصحتها كحقائق أساسية لعلم الفيزياء. يجب افتراض أو التسليم بأن بعض القوانين في الهندسة صحيحة.

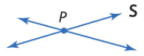
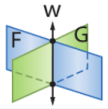
## 1 النقاط والمستقيمات والمستويات

**المسلَّمة** أو **البديهية** هي عبارة تقبل صحتها دون برهان. يمكن الإشارة إلى الأفكار الأساسية حول النقاط والمستقيمات والمستويات على أنها مسلَّمات.

**المسلَّمات النقاط والمستقيمات والمستويات**

| | التعبير اللفظي | مثال |
|---|---|---|
| 11.1 | أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط. |  المستقيم $n$ هو المستقيم الوحيد المار بالنقطتين $P$ و$R$. |
| 11.2 | أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط. |  المستوى $K$ هو المستوى الوحيد المار بالنقاط $A$ و$B$ و$C$ التي ليست على استقامة واحدة. |
| 11.3 | يحتوي المستقيم على نقطتين على الأقل. | يحتوي المستقيم $n$ على النقاط $P$ و$Q$ و$R$. |
| 11.4 | يحتوي المستوى على ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة. |  يحتوي المستوى $K$ على النقاط $L$ و$B$ و$C$ و$E$ التي ليست على استقامة واحدة. |
| 11.5 | إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع كليًا في ذلك المستوى. |  تقع النقطتان $A$ و$B$ في المستوى $K$. ويحتوي المستقيم $m$ على النقطتين $A$ و$B$. لذلك يقع المستقيم $m$ في المستوى $K$. |

**المفهوم الأساسي تقاطعات المستقيمات والمستويات**

| | التعبير اللفظي | مثال |
|---|---|---|
| 11.6 | إذا تقاطع مستقيمان، فإن تقاطعهما يكون في نقطة واحدة فقط. |  يتقاطع المستقيمان $s$ و$t$ عند النقطة $P$. |
| 11.7 | إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما يكون في صورة مستقيم. |  يتقاطع المستويان $F$ و$G$ في المستقيم $W$. |

**المفردات الجديدة**
- مسلَّمة postulate
- بديهية axiom
- برهان proof
- نظرية theorem
- فرضية الاستنتاج deductive argument
- برهان حر paragraph proof
- برهان غير شكلي informal proof

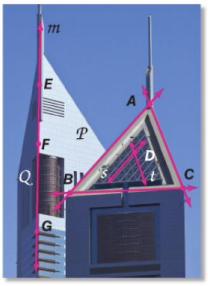
**ممارسات في الرياضيات**
2 التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
52%
elib.moe.gov.ae

تشكل هذه المسلَّمات الإضافية أساسًا للبراهين والتبريرات المتعلقة النقاط والمستقيمات والمستويات.

## مثال من الحياة اليومية 1 تحديد المسلَّمات




**الهندسة المعمارية** **اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**

**a. يحتوي المستقيم *m* على النقطتين *F* و *G*. ويمكن أن تكون النقطة *E* المستقيم *m* أيضًا.**

وحافة المبنى عبارة عن خط مستقيم *m*. تقع النقاط *E* و *F* و *G* على طول هذه الحافة. لذا فهي تقع على طول المستقيم *m*. توضح المسلَّمة 11.3، التي تنص على أن المستقيم يحتوي على نقطتين على الأقل. أن هذا صحيح.

**b. يتقاطع المستقيمان *s* و *t* عند النقطة *D*.**

تشكل الشبكة الموجودة على نافذة المبنى مستقيمات متقاطعة. يتقاطع المستقيمان *s* و *t* من هذه الشبكة في موقع واحد فقط، وهو النقطة *D*. توضح المسلَّمة 11.6، التي تنص على أنه إذا تقاطع مستقيمان فإن تقاطعهما يكون عند نقطة واحدة بالتحديد. أن هذا صحيح.

**تمرين موجّه**

**1A.** تحدد النقاط *A* و *B* و *C* أحد المستويات **1B.** يتقاطع المستويان *P* و *Q* في المستقيم *m*

يمكنك استخدام المسلَّمات لشرح تبريرك عند تحليل العبارات.

## مثال 2 تحليل العبارات باستخدام الفرضيات

**حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح تبريرك.**

**a. إذا تقاطع مستقيمان في المستوى نفسه، فإن نقطة تقاطعهما تقع في المستوى نفسه الذي يقع فيه المستقيمان.**

دائمًا: تنص المسلَّمة 11.5 على أنه إذا وقعت نقطتان في مستوى ما، فإن المستقيم الذي يحتوي على النقطتين يقع بأكمله في ذلك المستوى. إذًا، طالما أن كلتا النقطتين تقع في المستوى، فإن أي نقطة على هذه المستقيمات، بما في ذلك نقطة تقاطعهما، تقع أيضًا في المستوى.

**b. أربع نقاط لا تقع على استقامة واحدة.**

أحيانًا: تنص المسلَّمة 11.3 على أن المستقيم يحتوي على الأقل على نقطتين. يعني هذا أن المستقيم يمكن أن يحتوي على نقطتين *أو أكثر*. إذًا، يمكن لأربع نقاط ألا تكون على استقامة واحدة، مثل *A* و *E* و *C* و *D*. أو على استقامة واحدة مثل النقاط *A* و *B* و *C* و *D*.

**تمرين موجّه**

**2A.** يحدد مستقيمان متقاطعان أحد المستويات **2B.** تتقاطع ثلاثة مستقيمات في نقطتين

**نصيحة دراسية**

النظام البديهي النظام البديهي عبارة عن مجموعة من القواعد البديهية التي يمكن استخدام بعضها أو استخدامها جميعًا للاستنتاج المنطقي للنظريات.

## 2 البراهين الحرة

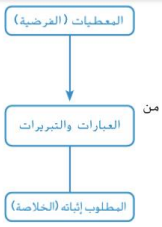
لإثبات فرضية، فأنت تستخدم التبرير الاستنتاجي للانتقال من الفرضية إلى الخلاصة الخاصة بالتخمين الذي تحاول إثباته. ويتم هذا عن طريق كتابة **برهان**. وهو فرضية منطقية تدعم فيها أي عبارة تقولها بعبارة صحتها مقبولة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

بمجرد إثبات عبارة أو تخمين، يطلق عليها **نظرية**، ويمكن استخدامها كسبب لتبرير العبارات في البراهين الأخرى.

### المفهوم الأساسي عملية البرهان




**الخطوة 1** اسرد المعلومات المعطاة وصمّم، إن أمكن، رسمًا تخطيطيًا لتوضيح هذه المعلومات.

**الخطوة 2** اذكر النظرية أو التخمين المطلوب إثباته.

**الخطوة 3** أنشئ قرضية استنتاج من خلال صياغة سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بما تحاول إثباته.

**الخطوة 4** برّر كل عبارة بسبب. تتضمن الأسباب تعريفات وخواص جبرية ومسلّمات ونظريات.

**الخطوة 5** اذكر ما قد أثبته.

**نصيحة دراسية**
التناسب *التناسب* هو عبارة تنص على إثبات إما أن يكون خطأ أو صوابًا. في الرياضيات، يستخدم التناسب عادة ليعني إثباتًا صحيحًا ويمكن أن يكون مرادفًا للنظرية.

تتضمن إحدى وسائل إثبات العبارات والتخمينات، **وهي البرهان الحر**، كتابة فقرة لشرح سبب صحة تخمين لأحد البواقف. تسمى البراهين الحرة أيضًا **البراهين غير الشكلية**، على الرغم من أن كلمة غير *شكلي* لا يقصد بها الإيحاء بأن هذه الصيغة من البراهين أقل صحة من أي نوع آخر من البراهين.

### مثال 3 كتابة برهان حر

**بفرض أنّ $M$ هي نقطة منتصف $\overline{XY}$، اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.**

الخطوتان 1 و2

**المعطيات:** $M$ هي نقطة منتصف $\overline{XY}$.

**المطلوب إثباته:** $\overline{XM} \cong \overline{MY}$

الخطوتان 3 و4

إذا كانت $M$ هي نقطة منتصف $\overline{XY}$ فمن تعريف نقطة منتصف القطعة المستقيمة، نعرف أنّ $XM = MY$. يعني هذا أنّ $\overline{XM}$ و $\overline{MY}$ لهما الطول نفسه. بتعريف التطابق، إذا كان لقطعتين مستقيمتين الطول نفسه، فإنهما متطابقتان.

الخطوة 5

ومن ثمّ، $\overline{XM} \cong \overline{MY}$.

**نصيحة لحل المسائل**
الحل بترتيب عكسي من استراتيجيات كتابة البرهان أن *تحل بترتيب عكسي*. ابدأ بما تحاول إثباته، وحل بترتيب عكسي خطوة بخطوة حتى تصل إلى المعلومات المعطاة.

**تمرين موجّه**

**3.** بفرض أنّ $C$ تقع بين $A$ و $B$ و $\overline{AC} \cong \overline{CB}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $C$ هي نقطة منتصف $\overline{AB}$.

بمجرد إثبات صحة تخمين ما، يمكن ذكره كنظرية واستخدامه في البراهين الأخرى. يعرف التخمين الوارد في المثال 3 باسم نظرية نقطة المنتصف.

### النظرية 11.1 نظرية نقطة المنتصف

إذا كانت $M$ هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $\overline{AM} \cong \overline{MB}$.

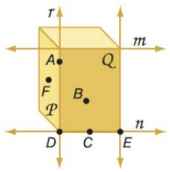
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تحقق من فهمك

**مثال 1**

**اشرح كيف يوضح الشكل أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر الفرضية التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**



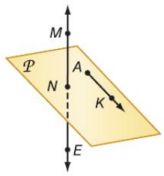

1. يتقاطع المستويان $P$ و $Q$ في المستقيم $r$.
2. يتقاطع المستقيمان $r$ و $n$ عند النقطة $D$.
3. يحتوي المستقيم $n$ على النقاط $C$ و $D$ و $E$.
4. يحتوي المستوى $P$ على النقاط $A$ و $F$ و $D$.
5. يقع المستقيم $n$ في المستوى $Q$.
6. المستقيم $r$ هو المستقيم المار بين $A$ و $D$.

**مثال 2**

***حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك.***

7. يكون تقاطع المستويات الثلاثة في صورة مستقيم.
8. يحتوي المستقيم $r$ على النقطة $P$ فقط.
9. أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

**في الشكل، يوجد $\overleftrightarrow{AK}$ في المستوى $P$ وتوجد $M$ على $\overleftrightarrow{NE}$. اذكر المسلّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**

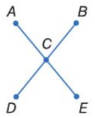



10. $M$ و $K$ و $N$ هي نقاط تقع في المستوى نفسه.
11. $\overleftrightarrow{NE}$ يحتوي على النقطتين $N$ و $M$.
12. $N$ و $K$ تقعان على استقامة واحدة.
13. تقع النقاط $N$ و $K$ و $A$ في المستوى نفسه.

14. **رياضة** تنظم مدرسة رنا في كل عام مسابقة بين الطلاب والمدرسين في كرة السلة لجمع الأموال للجمعيات الخيرية. يشترك هذا العام في المسابقة ثمانية فرق. خلال الجولة الأولى، يلاعب كل فريق الفرق الأخرى كلها.
   a. كم عدد المباريات التي ستقام في الجولة الأولى؟
   b. صمّم رسمًا تخطيطيًا لنمذجة عدد مباريات الجولة الأولى. ما الفرضية التي يمكن استخدامها لتعليل رسمك التخطيطي؟
   c. جـــد وسيلة عددية يمكنك استخدامها، بغض النظر عن عدد الفرق المشاركة في المسابقة، لحساب عدد مباريات الجولة الأولى.

**مثال 3**

15. **فرضيات** في الشكل الموجود على اليسار، $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ و $C$ هي نقطة منتصف $\overline{AE}$ و $\overline{DB}$. اكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $AC = CB$.

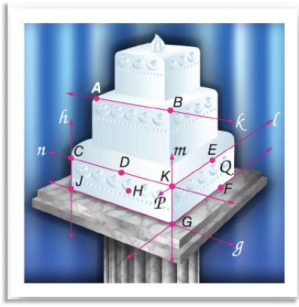



حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعاج مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **الكعك** **اشرح كيف توضح الصورة أن كل عبارة صحيحة. ثم اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**




16. يتقاطع المستقيمان $n$ و $\ell$ عند النقطة $K$.
17. يتقاطع المستويان $P$ و $Q$ في المستقيم $m$.
18. تحدد النقاط $D$ و $K$ و $H$ أحد المستويات.
19. تقع النقطة $D$ أيضًا على المستقيم $n$ وتمر بين النقطتين $C$ و $K$.
20. تقع النقطتان $D$ و $H$ على استقامة واحدة.
21. تقع النقاط $E$ و $F$ و $G$ في المستوى نفسه.
22. $\overleftrightarrow{EF}$ يقع في المستوى $Q$.
23. يتقاطع المستقيمان $h$ و $g$ عند النقطة $J$.

**مثال 2** ***حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح.***

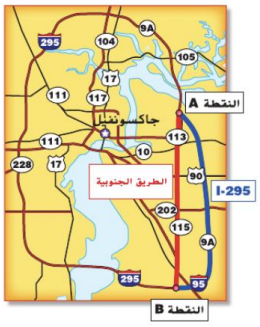
24. يوجد مستوى واحد فقط يحتوي على نقاط ليست على استقامة واحدة وهي $A$ و $B$ و $C$.
25. يوجد ثلاثة مستقيمات على الأقل تمر بالنقطتين $J$ و $K$.
26. إذا كانت النقاط $M$ و $N$ و $P$ تقع في المستوى $X$، فإنها تقع على استقامة واحدة.
27. توجد النقطتان $X$ و $Y$ في المستوى $Z$. أي نقطة على استقامة واحدة مع $X$ و $Y$ توجد في المستوى $Z$.
28. يمكن لتقاطع مستويين أن يكون في صورة نقطة.
29. تحدد النقاط $A$ و $B$ و $C$ أحد المستويات.

**مثال 3** 30. **البرهان** النقطة $Y$ هي نقطة منتصف $\overline{XZ}$. $Z$ هي نقطة منتصف $\overline{YW}$. أثبت أنّ $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$.

31. **البرهان** النقطة $L$ هي نقطة منتصف $\overline{JK}$. $\overline{JK}$ يتقاطع مع $\overline{MK}$ عند $K$. إذا كان $\overline{MK} \cong \overline{JL}$، فأثبت أنّ $\overline{LK} \cong \overline{MK}$.

32. **فرضيات** في عطلة نهاية الأسبوع الماضي، قضى إبراهيم وأصدقاؤه ظهيره يوم السبت في الحديقة. وكان ثمة العديد من الأشخاص بالدراجات وألواح التزلج. بلغ إجمالي الدراجات وألواح التزلج 11 بإجمالي 36 عجلة. استخدم برهانًا حرًا لتوضيح عدد الدراجات وعدد ألواح التزلج التي كانت في الحديقة.

33. **القيادة** تنتقل خديجة من النقطة A إلى النقطة B. ويظهر طريقان محتملان على الخريطة. افترض أن حد السرعة في الطريق الجنوبية هو 55 km/h وأن حد السرعة في I-295 هو 70 km/h.

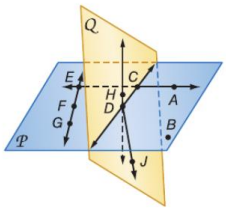



a. أي الطريقين يغطي المسافة الأقصر؟ اشرح تبريرك.
b. إذا كانت المسافة من النقطة A إلى النقطة B على طول الطريق الجنوبية تبلغ 10.5 كيلومترات والمسافة على طول I-295 تبلغ 11.6 km. فأي الطريقين أسرع باقتراض أنّ خديجة تقود بحد السرعة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**في الشكل الموجود على اليسار، $\overleftrightarrow{CD}$ و $\overleftrightarrow{CE}$ يقعان في المستوى $P$ و $\overleftrightarrow{DH}$ و $\overleftrightarrow{DJ}$ يقعان في المستوى $Q$. اذكر المسلَّمة التي يمكن استخدامها لإثبات أنّ كل عبارة صحيحة.**




**34.** تقع النقطتان $C$ و $B$ على استقامة واحدة.

**35** $\overleftrightarrow{EG}$ يحتوي على النقاط $E$ و $F$ و $G$.

**36.** $\overleftrightarrow{DA}$ يقع في المستوى $P$.

**37.** تقع النقطتان $D$ و $F$ على استقامة واحدة.

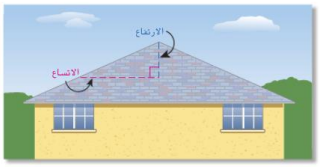
**38.** تقع النقاط $C$ و $D$ و $B$ في المستوى نفسه.

**39.** يحتوي المستوى $Q$ على النقاط $C$ و $H$ و $D$ و $J$.

**40.** $\overleftrightarrow{AC}$ و $\overleftrightarrow{FG}$ يتقاطعان عند النقطة $E$.

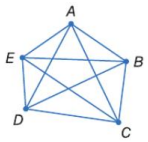
**41.** يتقاطع المستوى $P$ والمستوى $Q$ عند $\overleftrightarrow{CD}$.

**42. فرضيات** تصمّم الأسقف بناءً على المواد المستخدمة لضمان عدم تسرب الماء إلى المباني التي تغطيها. تبنى بعض الأسقف من مواد مقاومة للماء، وتبنى الأسقف الأخرى لصرف الماء أو التخلص منه بتأثير الجاذبية. درجة ميل السقف عبارة عن الارتفاع عن اتساع السقف، وهي تقاس عامة بالارتفاع لكل متر من الاتساع. استخدم العبارات أدناه لكتابة برهان حر يعلل العبارات التالية: إن درجة ميل السقف في تصميم منال ليست منحدرة بالشكل الكافي.




- يجب أن يكون للأسقف المقاومة للماء حد أدنى من الميلان يساوي $\frac{1}{4}$ cm لكل 1 m.
- يجب أن يكون لأسقف صرف الماء حد أدنى من الميلان يساوي 4 cm لكل 1 m.
- تصمّم منال منزلًا بسقف لصرف الماء.
- درجة الميل في تصميم منال هي 2 cm لكل 1 m.

**43. شبكات** يقوم عامر بإنشاء شبكة من عدة أجهزة كمبيوتر بحيث يتصل كل جهاز كمبيوتر بجميع الأجهزة الأخرى. يوضح الرسم التخطيطي الوارد على اليسار هذه الشبكة إذا كان لدى عامر 5 أجهزة كمبيوتر.




**a.** صمّم رسومًا تخطيطية للشبكات إذا كان لدى عامر 2 أو 3 أو 4 أو 6 من أجهزة الكمبيوتر.

**b.** أنشئ جدولًا بعدد أجهزة الكمبيوتر وعدد التوصيلات للرسوم التخطيطية التي صممتها.

**c.** إذا كان ثمة عدد $n$ من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرًا عن عدد أجهزة الكمبيوتر الذي يتصل بها كل جهاز.

**d.** إذا كان ثمة عدد $n$ من أجهزة الكمبيوتر، فاكتب تعبيرًا عن عدد الوصلات الموجودة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**44. التفكير المنطقي** الصورة لمبنى مستدير في في مبنى البرلمان. وعادة يكون هذا المبنى المستدير مغطى بقبة

**a.** إذا كنت تقف في منتصف المبنى المستدير. فأي مخرج مقوس يكون الأقرب إليك؟

**b.** ما المعلومات التي استخدمتها لصياغة إجابتك؟

**c.** ما المصطلح الذي يشير إلى المسافة الأقصر بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة؟

## مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

**45. تحليل الخطأ** كان عبيد وعلي يعملان على برهان حر لإثبات أنه إذا كان $\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ وكانت النقاط $A$ و $B$ و $D$ على استقامة واحدة، فإن $B$ هي نقطة منتصف $\overline{AD}$.
بدأ كل طالب برهانه بشكل مختلف. هل أي منهما صحيح؟
اشرح تبريرك.

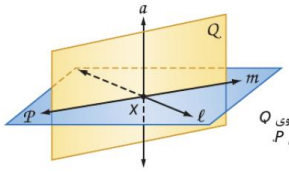
**عبيد**
إذا كانت B هي نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن B تقسم $\overline{AD}$ إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

**علي**
$\overline{AB}$ يطابق $\overline{BD}$ و A و B و D على استقامة واحدة.

**46. مسألة غير محددة الإجابة** ارسم شكلًا يعبر عن خمس من الفرضيات السبع التي تعلمتها. اشرح المسلَّمات التي اخترتها والطريقة التي يعبر بها الشكل الخاص بك عن كل مسلَّمة.

**47. تحفيز** استخدم العبارات الصحيحة التالية والتعريفات والمسلَّمات التي قد تعلمتها للإجابة عن كل سؤال.

*يتعامد مستويان إذا وفقط إذا احتوى أحد المستويين على مستقيم عمودي على المستوى الثاني.*




**a.** يمر مستوى واحد فقط عمودي على مستقيم بنقطة ما. إذا كان المستوى $Q$ عموديًا على المستقيم $\ell$ عند النقطة $X$ ويقع المستقيم $\ell$ في المستوى $P$. فما الذي يجب أن يكون صحيحًا أيضًا؟

**b.** يمر مستقيم واحد فقط عمودي على مستوى بنقطة ما. إذا كان المستوى $Q$ عموديًا على المستوى $P$ عند النقطة $X$ ويقع المستقيم $a$ في المستوى $Q$. فما الذي يجب أن يكون صحيحًا أيضًا؟

**التبرير حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *أحيانًا*، أم دائمًا، أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح تبريرك أو قدم مثالًا مضادًا.**

**48.** أي ثلاث نقاط يمر بها مستوى واحد فقط.

**49.** لأي ثلاثة مستقيمات في المستوى نفسه نقطتا تقاطع.

**50. الكتابة في الرياضيات** كيف تتطلب كتابة برهان تفكيرًا منطقيًا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 31
Grade 9 Part 2

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبار المعياري

**51. الجبر** أي مما يلي يمثل أحد حلول المعادلة $3x^2 - 5x + 1 = 0$؟

A $\frac{5+\sqrt{13}}{6}$

B $\frac{-5-\sqrt{13}}{6}$

C $\frac{5}{6}-\sqrt{13}$

D $-\frac{5}{6}+\sqrt{13}$

**52. إجابة شبكية** لدى سلطان 20 كرة زجاجية في حقيبة. جميعها بالحجم والشكل أنفسهما. توجد 8 من الكرات الحمراء، و 2 من الكرات الزرقاء، و 10 من الكرات الصفراء في الحقيبة. وسيختار كرة زجاجية من الحقيبة بشكل عشوائي. فما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية التي سيختارها سلطان صفراء؟

**53.** أي العبارات لا يمكن أن تكون صحيحة؟

F تحدد ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة أحد المستويات.

G يتقاطع مستقيمان في نقطة واحدة فقط.

H يمكن لمستقيمين على الأقل أن يحتويا على النقطتين أنفسهما.

J تقسم نقطة المنتصف القطعة المستقيمة إلى قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

**54. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول** ما أكبر عدد من المناطق يمكن تكوينها إذا تقاطعت 3 مستقيمات متمايزة مع دائرة؟

A 3
B 4
C 5
D 6
E 7

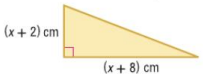
## مراجعة شاملة

**حُلّ كل معادلة بإكمال المربع. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.**

**55.** $x^2 + 4x - 8 = 5$

**56.** $3x^2 + 5x = 18$

**57.** جـــد قيمة $x$ في الشكل إذا كانت المساحة $36\ cm^2$.




**حلّل كل من كثيرات الحدود إلى عواملها.**

**58.** $\frac{1}{2}t^2 - 162$

**59.** $25d^2 - 49d$

**60.** $196t^2u^3 - 144u^3$

**61.** $169a^4b^6 - 121c^8$

**62.** $4g^2 - 1296h^2$

**63.** $18a^3 + 27a^2 - 50a - 75$

**64. علم الأحياء** أثناء تجربة ما. يمكن التعبير عن عدد ذرات أحد الفيروسات باستخدام الصيغة $f(t) = 2^{t-2}$. حيث تمثل $t$ الزمن بالأيام و $f(t)$ عدد الخلايا. حدّد عدد الأيام التي قد مرت إذا كان ثمة 64 خلية فيروس.

**حُلّ كل معادلة باستخدام التحليل إلى العوامل.**

**65.** $2x^2 + x - 10 = 0$

**66.** $2x^2 + x = 28$

**بسّط.**

**67.** $(10 + 3i) + (3 - 7i)$

**68.** $(2 + i)(2 - i)$

**69.** $\frac{5}{1+3i}$

**70. الارتفاع** يبلغ طول مازن 172.7 cm. كم يبلغ طول مازن بالبوصة؟

## مراجعة المهارات

**الجبر جـــد حل كل معادلة.**

**71.** $4x - 3 = 19$

**72.** $\frac{1}{3}x + 6 = 14$

**73.** $5(x^2 + 2) = 30$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:21 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

الدرس 11-2

# البرهان الجبري

**السابق**
- استخدمت المسلّمات حول النقاط والمستقيمات والمستويات لكتابة براهين حرة.

**الحالي**
1. استخدام علم الجبر لكتابة براهين من عمودين.
2. استخدام خواص المساواة لكتابة براهين هندسية.

**لماذا؟**
- يحدد مقياس فهرنهايت درجات التجمد والغليان للماء عند 32° و212°، على التوالي. بينما يحددهما المقياس المئوي عند 0° و100°. يمكنك استخدام برهان جبري لإثبات أنه إذا كانت هذه المقاييس مرتبطة ببعضها بالصيغة $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإنها أيضًا مرتبطة ببعضها بالصيغة $F = \frac{9}{5}C + 32$.

## 1 البرهان الجبري

**البرهان الجبري** الجبر عبارة عن نظام مكوّن من مجموعات من الأعداد والعمليات والخواص التي تسمح لك بإجراء عمليات جبرية. يلخص الجدول التالي عدة خواص للأعداد الحقيقية التي درستها في الجبر.

**المفهوم الأساسي خواص الأعداد الحقيقية**

تعتبر الخواص التالية صحيحة لأي من الأعداد الحقيقية $a$ و $b$ و $c$.

| | |
|---|---|
| خاصية الجمع في المعادلة | إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$. |
| خاصية الطرح في المعادلة | إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$. |
| خاصية الضرب في المعادلة | إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$. |
| خاصية القسمة في المعادلة | إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$. |
| خاصية الانعكاس في المعادلة | $a = a$ |
| خاصية التماثل في المعادلة | إذا كان $a = b$، فإن $b = a$. |
| خاصية التعدي في المعادلة | إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$. |
| خاصية التعويض في المعادلة | إذا كان $a = b$، فإن $a$ يمكن أن تستبدلها $b$ في أي معادلة أو تعبير. |
| خاصية التوزيع | $a(b + c) = ab + ac$ |

**البرهان الجبري** عبارة عن برهان يتكون من سلسلة من العبارات الجبرية. وتبرر خواص المساواة الكثير من العبارات المستخدمة في البراهين الجبرية.

**مثال 1** تبرير كل خطوة عند حل معادلة ما

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$، فإن $x = -18$. واكتب تبريرًا لكل خطوة.

| | |
|---|---|
| $-5(x + 4) = 70$ | المعادلة الأصلية أو المعطى |
| $-5x + (-5)4 = 70$ | خاصية التوزيع |
| $-5x - 20 = 70$ | خاصية التعويض في المعادلة |
| $-5x - 20 + 20 = 70 + 20$ | خاصية الجمع في المعادلة |
| $-5x = 90$ | خاصية التعويض في المعادلة |
| $\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$ | خاصية القسمة في المعادلة |
| $x = -18$ | خاصية التعويض في المعادلة |

**المفردات الجديدة**
- برهان جبري — algebraic proof
- برهان من عمودين — two-column proof
- برهان شكلي — formal proof

**ممارسات في الرياضيات**
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

### تمرين موجّه

**اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

**1A.** إذا كان $x + 4 + (-5) = -1 + 4 + (-5)$، فإن $x - 1 = x + 4 + (-5)$.

**1B.** إذا كان $y = 5$، فإن $y = 5$.

**1C.** أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$، فإن $x = 4$ واكتب تبريرًا لكل خطوة.

المثال 1 عبارة عن برهان للعبارة الشرطية *إذا كان* $-5(x + 4) = 70$، *فإن* $x = -18$. لاحظ أنّ العمود الموجود على اليمين عبارة عن عملية مفصلة خطوة بخطوة تقود إلى النتيجة. ويحوي العمود الموجود على اليسار تبرير كل عبارة.

في الهندسة، تستخدم صيغة مشابهة لإثبات التخمينات والنظريات. يحتوي **البرهان ثنائي الأعمدة** أو **البرهان الشكلي** على *عبارات ومبررات* منظّمة في عمودين.

**نصيحة دراسية**

*فرضيات الخوارزمية* عبارة عن سلسلة من الخطوات لتنفيذ إجراء ما أو حل مسألة. يمكن اعتبار البراهين نوعًا من الخوارزميات لأنها تسير خطوة بخطوة.

### مثال من الحياة اليومية 2 كتابة برهان جبري

**العلوم** **إذا كانت صيغة تحويل درجة الحرارة من فهرنهايت إلى مئوية هي $C = \frac{5}{9}(F - 32)$، فإن صيغة تحويل درجة الحرارة من مئوية إلى فهرنهايت هي $F = \frac{9}{5}C + 32$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.**

ابدأ بذكر ما هو معطى وما ستثبته.

**المعطيات:** $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

**المطلوب إثباته:** $F = \frac{9}{5}C + 32$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ | 1. المعطيات |
| 2. $\frac{9}{5}C = \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}(F - 32)$ | 2. خاصية الضرب في المعادلة |
| 3. $\frac{9}{5}C = F - 32$ | 3. خاصية التعويض في المعادلة |
| 4. $\frac{9}{5}C + 32 = F - 32 + 32$ | 4. خاصية الجمع في المعادلة |
| 5. $\frac{9}{5}C + 32 = F$ | 5. خاصية التعويض في المعادلة |
| 6. $F = \frac{9}{5}C + 32$ | 6. خاصية التماثل في المعادلة |

**نصيحة دراسية**

**الرياضيات الذهنية** إذا سمح لك معلمك بالقيام بذلك، فيمكن تجاوز بعض الخطوات عن طريق القيام بالحسابات الذهنية. على سبيل المثال، يمكن حذف الخطوتين 2 و4 في المثال 2. عندئذ سيكون سبب العبارة رقم 3 خاصية الضرب في المعادلة وسيكون سبب العبارة رقم 5 خاصية الجمع في المعادلة.

### تمرين موجّه

**اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من صحة كل تخمين.**

**2A.** إذا كان $\frac{5x + 1}{2} - 8 = 0$، فإن $x = 3$.

**2B.** **الفيزياء** إذا كانت المسافة $d$ التي يقطعها جسم بسرعة متجهة ابتدائية $u$ وسرعة متجهة نهائية $v$ في زمن $t$ تعطى بالصيغة $d = t \cdot \frac{u + v}{2}$، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## 2 البرهان الهندسي

بما أنّ الهندسة تستخدم المتغيرات والأعداد والعمليات أيضًا، فإن الكثير من خواص المساواة المستخدمة في الجبر صحيحة أيضًا في الهندسة. على سبيل المثال، قياسات القطع المستقيمة والزوايا عبارة عن أعداد حقيقية. لذا يمكن استخدام الخواص المستخدمة في الجبر لمناقشة علاقاتها كما هو مبيّن في الجدول أدناه.

| الخاصية | القطع المستقيمة | الزوايا |
|---|---|---|
| الانعكاس | $AB = AB$ | $m\angle 1 = m\angle 1$ |
| التماثل | إذا كان $AB = CD$، فإن $CD = AB$. | إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$. |
| التعدي | إذا كان $AB = CD$ و $CD = EF$، فإن $AB = EF$. | إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و $m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$. |

يمكن استخدام هذه الخواص لكتابة براهين هندسية.

**نصيحة دراسية**

**خاصيتا التبديل والتجميع**

سنفترض في هذا الكتاب أنه إذا كان $a$ و$b$ و$c$ أعدادًا حقيقية، فإن الخواص التالية صحيحة.

**خاصية التبديل في الجمع**
$a + b = b + a$

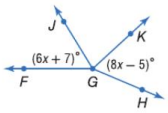
**خاصية التبديل في الضرب**
$a \cdot b = b \cdot a$

**خاصية التجميع في الجمع**
$(a + b) + c = a + (b + c)$

**خاصية التجميع في الضرب**
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

### مثال 3 كتابة برهان هندسي

**إذا كان $\angle FGJ \cong \angle JGK$ و $\angle JGK \cong \angle KGH$، فإن $x = 6$. اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من هذا التخمين.**




**المعطيات:** $\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$
$m\angle FGJ = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$

**المطلوب إثباته:** $x = 6$

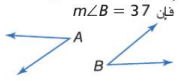
**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $m\angle FGH = 6x + 7$, $m\angle KGH = 8x - 5$<br>$\angle FGJ \cong \angle JGK$; $\angle JGK \cong \angle KGH$ | 1. المعطيات |
| 2. $m\angle FGJ = m\angle JGK$; $m\angle JGK = m\angle KGH$ | 2. تعريف الزوايا المتطابقة |
| 3. $m\angle FGJ = m\angle KGH$ | 3. خاصية التعدي |
| 4. $6x + 7 = 8x - 5$ | 4. خاصية التعويض |
| 5. $6x + 7 + 5 = 8x - 5 + 5$ | 5. خاصية الجمع |
| 6. $6x + 12 = 8x$ | 6. خاصية التعويض |
| 7. $6x + 12 - 6x = 8x - 6x$ | 7. خاصية الطرح |
| 8. $12 = 2x$ | 8. خاصية التعويض |
| 9. $\frac{12}{2} = \frac{2x}{2}$ | 9. خاصية القسمة |
| 10. $6 = x$ | 10. خاصية التعويض |
| 11. $x = 6$ | 11. خاصية التماثل |

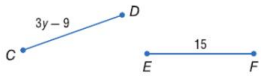
**تمرين موجّه**

**اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

**3A.** إذا كان $\angle A \cong \angle B$ و$m\angle A = 37$، فإن $m\angle B = 37$.




**3B.** إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $y = 8$.




حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل للتعليم McGraw-Hill Education



267 / 35
Grade 9 Part 2

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تحقق من فهمك

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

1. إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ و$m\angle 2 = m\angle 3$، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.
2. $XY = XY$
3. إذا كان $x = 5$، فإن $5 = x$.
4. إذا كان $2x + 5 = 11$، فإن $2x = 6$.

مثال 2 5. أكمل البرهان التالي.

**المعطيات:** $\frac{y+2}{3} = 3$

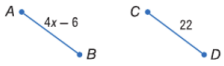
**المطلوب إثباته:** $y = 7$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. ? | a. معطى |
| b. $3\left(\frac{y+2}{3}\right) = 3(3)$ | b. ? |
| c. ? | c. ? |
| d. $y = 7$ | d. خاصية الطرح |

الأمثلة 2–3 **البرهان اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

6. إذا كان $-4(x-3) + 5x = 24$، فإن $x = 12$.
7. إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $x = 7$.




8. **فرضيات** تقيس مها معدل ضربات قلبها في أي وقت تمارس فيه التمارين الرياضية وتحاول أن تتأكد من بقائها في نطاق معدل ضربات القلب الذي تستهدفه. تقترح جمعية القلب الأمريكية صيغة لمعدل ضربات القلب المستهدف هي $T = 0.75(220 - a)$، حيث تمثل $T$ معدل ضربات القلب الذي يستهدفه الشخص و$a$ هي عمره.

   a. أثبت أنه بمعلومية معدل ضربات القلب الذي يستهدفه شخص ما، يمكنك حساب عمره باستخدام الصيغة $a = 220 - \frac{T}{0.75}$.

   b. إذا كان معدل ضربات القلب الذي تستهدفه مها هو 153، فكم عمرها؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

## التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

9. إذا كان $a + 10 = 20$، فإن $a = 10$.
10. إذا كان $\frac{x}{3} = -15$، فإن $x = -45$.
11. إذا كان $4x - 5 = x + 12$، فإن $4x = x + 17$.
12. إذا كان $\frac{1}{5}BC = \frac{1}{5}DE$، فإن $BC = DE$.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعاج مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

13. إذا كان $5(x + 7) = -3$، فإن $5x + 35 = -3$.

14. إذا كان $m\angle 1 = 25$ و $m\angle 2 = 25$، فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.

15. إذا كان $AB = BC$ و $BC = CD$، فإن $AB = CD$.

16. إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$، فإن $3x - 2 = 4$.

مثال 2 **فرضيات أكمل كل برهان.**

17. **المعطيات:** $\frac{8 - 3x}{4} = 32$

**المطلوب إثباته:** $x = -40$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $\frac{8 - 3x}{4} = 32 = 32$ | a. معطى |
| b. $4\left(\frac{8 - 3x}{4}\right) = 4(32)$ | b. _____ ؟ |
| c. $8 - 3x = 128$ | c. _____ ؟ |
| d. _____ ؟ | d. خاصية الطرح |
| e. $x = -40$ | e. _____ ؟ |

18. **المعطيات:** $x\ \frac{1}{5} + 3 = 2x - 24$

**المطلوب إثباته:** $x = 15$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. _____ ؟ | a. معطى |
| b. _____ ؟ | b. خاصية الضرب |
| c. $x + 15 = 10x - 120$ | c. _____ ؟ |
| d. _____ ؟ | d. خاصية الطرح |
| e. $135 = 9x$ | e. _____ ؟ |
| f. _____ ؟ | f. خاصية القسمة |
| g. _____ ؟ | g. خاصية التماثل |

مثال 3 **البرهان اكتب برهانًا من عمودين للتحقق من كل تخمين.**

19. إذا كان $-\frac{1}{3}n = 12$، فإن $n = -36$.

20. إذا كان $-3r + \frac{1}{2} = 4$، فإن $r = -\frac{7}{6}$.

21 **العلوم** العجلة $a$ المقيسة بالمتر لكل ثانية مربعة، والمسافة المقطوعة $d$ المقيسة بالمتر، والسرعة المتجهة $v$ المقيسة بالمتر لكل ثانية، والزمن $t$ المقيس بالثانية جميعها مرتبطة في الصيغة $d = vt + \frac{1}{2}at^2$.

a. أثبت أنه إذا علمت قيم المسافة والسرعة المتجهة والزمن، فإنه يمكن حساب عجلة جسم ما باستخدام الصيغة $a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$.

b. إذا قطع جسم مسافة 2850 m في 30 s بسرعة متجهة ابتدائية مقدارها 50 m/s. فكم يبلغ تسارع الجسم؟ ما الخاصية التي تبرر حسابك؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

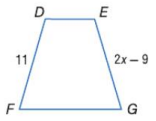
**22. فرضيات** يُعطى قانون الغاز المثالي بالصيغة $PV = nRT$. حيث $P$ = الضغط مقيسًا بالضغط الجوي، و $V$ = الحجم باللترات، و $n$ = كمية الغاز بالمولات، و $R$ قيمة ثابتة، و $T$ = درجة الحرارة بالكلفن.

**a.** أثبت أنه إذا عُرف الضغط والحجم وكمية الغاز، فإن الصيغة $T = \frac{PV}{nR}$ تعطي درجة حرارة الغاز.

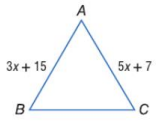
**b.** إذا كان لديك مول واحد من الأكسجين بحجم 25 L عند ضغط 1 ضغط جوي، فما درجة حرارة الغاز؟ قيمة $R$ تساوي 0.0821. ما الخاصية التي تبرر حسابك؟

**البرهان اكتب برهانًا من عمودين.**

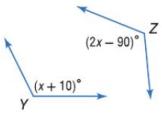
**23.** إذا كان $\overline{DF} \cong \overline{EG}$ فإن $x = 10$.



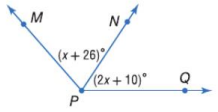

**24.** إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$. فإن $x = 4$




**25** إذا كان $\angle Y \cong \angle Z$. فإن $x = 100$




**26.** إذا كان $\angle MPN \cong \angle QPN$. فإن $x = 16$




**27. الكهرباء** يمكن حساب الجُهد $V$ لدائرة كهربائية ما باستخدام الصيغة $V = \frac{P}{I}$. حيث تمثل $P$ القدرة و $I$ شدة التيار المار في الدائرة.

**a.** اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما تكون القدرة ثابتة، ينخفض الجهد إلى النصف عند مضاعفة التيار.

**b.** اكتب برهانًا لإثبات أنه عندما يكون التيار ثابتًا، يزيد الجهد إلى الضعف عند مضاعفة القدرة.

**28. التمثيلات المتعددة** افترض أنّ مكعبًا طول ضلعه $s$.

وحدات s

**a. حسيًّا** ارسم أو أنشئ نموذجًا لمكعبات أطوال أضلاعها 2 و 4 و 8 و 16 وحدة.

**b. جدوليًّا** جـــد حجم كل مكعب. نظم نتائجك في جدول مثل المبيّن.

| طول الضلع ($s$) | الحجم ($V$) |
|---|---|
| 2 | |
| 4 | |
| 8 | |
| 16 | |

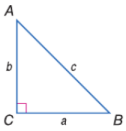
**c. لفظيًّا** استخدم جدولك للوصول إلى تخمين حول التغير في الحجم عند مضاعفة طول ضلع المكعب. عبر عن تخمينك بالكلمات.

**d. تحليليًّا** اكتب تخمينك في صورة معادلة جبرية.

**e. منطقيًّا** اكتب برهانًا لتخمينك. تأكد من كتابة عبارات *المعطيات* و*المطلوب إثباته* في بداية برهانك.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعاج مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae




**29.** **نظرية فيثاغورس** تنص نظرية فيثاغورس على أنه في أي مثلث قائم الزاوية *ABC*، يكون مجموع مربع طول الضلعين *a* و*b* مساويًا لمربع طول الوتر *c*. أو $a^2 + b^2 = c^2$. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أن $a = \sqrt{c^2 - b^2}$. استخدم خاصية الجذر التربيعي في المعادلة، التي تنص على أنه إذا كان $a^2 = b^2$، فإن $a = \pm\sqrt{b^2}$.

**علاقة *التكافؤ* عبارة عن أي علاقة تحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي. في الأعداد الحقيقية، تعتبر المساواة أحد أنواع علاقة التكافؤ. حدّد ما إذا كانت كل علاقة هي علاقة تكافؤ. اشرح تبريرك.**

**30.** "له عيد الميلاد نفسه مثل." بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

**31.** "أطول من." بالنسبة إلى مجموعة كل البشر

**32.** "أكثر زُرقة من" بالنسبة إلى كل ألوان الدهان التي تحتوي على الأزرق

**33.** $\neq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

**34.** $\geq$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

**35.** $\approx$، بالنسبة إلى مجموعة الأعداد الحقيقية

## مسائل مهارات التفكير العليا. استخدام مهارات التفكير العليا

**36.** **مسألة غير محددة الإجابة** اذكر مثالًا واحدًا من *الحياة اليومية* ومثالًا مغايرًا من *الحياة اليومية* لخواص التماثل والتعدي والتعويض.

**37.** **التفكير المنطقي** تقع النقطة *P* على $\overline{AB}$. طول $\overline{AP}$ يساوي $2x + 3$. وطول $\overline{PB}$ يساوي $\frac{3x + 1}{2}$. طول القطعة المستقيمة *AB* يبلغ 10.5 وحدات. صمّم رسمًا تخطيطيًا لهذا الموقف. وأثبت أنّ النقطة *P* تقع عند ثلثي المسافة بين النقطة *A* والنقطة *B*.

**التبرير** **صنّف كل عبارة أدناه إلى *صحيحة أحيانًا*، *أو دائمًا*، أو *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح تبريرك.**

**38.** إذا كان *a* و *b* عددين حقيقيين وكان $a + b = 0$، فإن $a = -b$.

**39.** إذا كان *a* و *b* عددين حقيقيين و$a^2 = b$، فإن $a = \sqrt{b}$.

**40.** **تحفيز** وضعت علياء تخمينًا ينص على أنّ مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

**a.** اذكر المعلومات التي تدعم هذا التخمين. ثم اشرح السبب في أن المعلومات التي ذكرتها لا تثبت أن هذا التخمين صحيح.

**b.** يمكن تمثيل العددين الصحيحين الفرديين بالتعبيرين $2n - 1$ و $2m - 1$. حيث *n* و*m* عددان صحيحان. اذكر معلومات تدعم هذه العبارة.

**c.** إذا كان عدد ما زوجيًا، فإنه يكون من مضاعفات أي عدد؟ اشرح بالكلمات كيف يمكنك استخدام التعبيرات الواردة في الجزء **a** وإجابتك عن الجزء **b** لإثبات تخمين علياء.

**d.** اكتب برهانًا جبريًا لإثبات أن مجموع أي عددين صحيحين فرديين يكون عددًا صحيحًا زوجيًا.

**41.** **الكتابة في الرياضيات** لماذا من المفيد أن يكون لديك صيغ مختلفة يمكنك استخدامها عند كتابة برهان؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

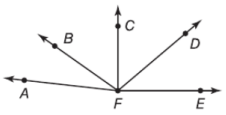


267 / 39
Grade 9 Part 2

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

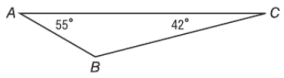
## تدريب على الاختبار المعياري

**42.** في الرسم التخطيطي، $m\angle CFE = 90$ و $\angle AFB \cong \angle CFD$. أي من العبارات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟




**A** $m\angle BFD = m\angle BFD$
**B** $\overline{BF}$ ينصّف الزاوية $\angle AFD$
**C** $m\angle CFD = m\angle AFB$
**D** $\angle CFE$ زاوية قائمة

**43.** **إجابة قصيرة** جـــد قياس $\angle B$ عندما تكون $m\angle A = 55$ و $m\angle C = 42$.




**44.** **الجبر** تعهد رعاة خولة في مارائون المشي بدفع AED 30 زائد AED 7.50 عن كل كيلومتر تمشيه. بينما تعهد رعاة مايسة بدفع AED 45 زائد AED 3.75 عن كل كيلومتر تمشيه. بعد كم من الكيلومترات ستكون كل من خولة ومايسة قد جمعتا المبلغ المالي نفسه؟

**F** 10
**G** 8
**H** 5
**J** 4

**45.** **اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول** عند إضافة 17 إلى $4m$، تكون النتيجة $15z$. أي من المعادلات التالية تمثل العبارة أعلاه؟

**A** $17 + 15z = 4m$
**B** $(4m)(15z) = 17$
**C** $4m - 15z = 17$
**D** $17(4m) = 15z$
**E** $4m + 17 = 15z$

## مراجعة شاملة

**حدّد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة *دائمًا*، أم *أحيانًا*، أم غير صحيحة *على الإطلاق*. اشرح.** (الدرس 1-11)

**46.** أي أربع نقاط تقع في مستوى واحد.

**47.** الزاويتان المنفرجتان متكاملتان.

**48.** يتقاطع المستويان $P$ و $Q$ في المستقيم $m$. يقع المستقيم $m$ في كلا المستويين $P$ و $Q$.

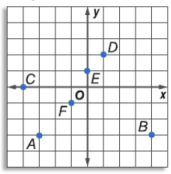
**جـــد احداثيات الرأس ومحور التماثل ومعادلته، ونقاط التقاطع مع المحور $y$ للتمثيل البياني لكل معادلة.**

**49.** $y = 4x^2 + 8x - 5$

**50.** $y = -2x^2 + 8x + 5$

**51.** $y = x^2 - 8x + 9$

**52.** $y = 4x^2 + 16x - 6$



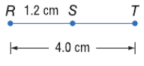

**اكتب الزوج المرتّب لكل نقطة مبينة.**

**53.** $A$ **54.** $B$
**55.** $C$ **56.** $D$
**57.** $E$ **58.** $F$

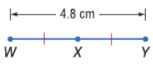
## مراجعة المهارات

**جـــد قياس كل قطعة مستقيمة. افترض أن كل شكل ليس مرسومًا بمقياس.**

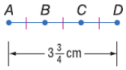
**59.** $\overline{ST}$




**60.** $\overline{WX}$




**61.** $\overline{BC}$




McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والنشر

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

الدرس 11-3

# إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

**السابق**

- كتبت براهين جبرية وبراهين من عمودين.

**الحالي**

1 كتابة براهين تتضمن جمع القطع المستقيمة.

2 كتابة براهين تتضمن تطابق القطع المستقيمة.

**لماذا؟**

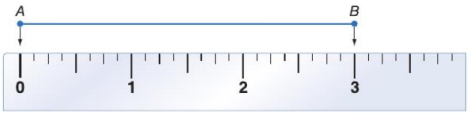
- تعمل عبير في محل أقمشة بعد المدرسة. تقيس طول القماش عن طريق الإمساك بالحافة المستقيمة للقماش مع عصا طولها 1 yd. لقياس أطوال مثل 39 in. تقوم بتحديد طول 36 in. ومن نهاية هذا التحديد، تقيس طولًا إضافيًا يبلغ 3 in. يضمن هذا أن يكون الطول الإجمالي للقماش يساوي 3 + 36 أو 39 in.

## 1 مسلَّمة المسطرة

**المسلَّمة 11.8 مسلَّمة المسطرة**

**التعبير اللفظي** يمكن وضع النقاط الموجودة على أي مستقيم أو قطعة مستقيمة داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية.

**الرموز** بافتراض أي نقطتين $A$ و $B$ على مستقيم، إذا تطابقت $A$ مع الصفر، فإن $B$ تتطابق مع عدد حقيقي موجب.

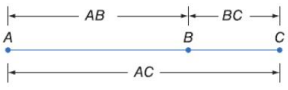



في ما يلي مسلَّمة جمع القطع المستقيمة.

**المسلَّمة 11.9 مسلَّمة جمع القطع المستقيمة**

**التعبير اللفظي** إذا كانت $A$ و $B$ و $C$ على استقامة واحدة، فإن النقطة $B$ تقع بين $A$ و $C$ إذا كان $AB + BC = AC$.

**الرموز**




تُستخدم مسلَّمة جمع القطع المستقيمة كتبرير في الكثير من البراهين الهندسية.

**ممارسات في الرياضيات**

2 التفكير بطريقة تجريدية وكمّية.

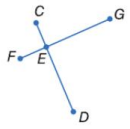
3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## مثال 1 استخدام مسلَّمة جمع القطع المستقيمة

أثبت أنه إذا كان $\overline{CE} \cong \overline{FE}$ و $\overline{ED} \cong \overline{EG}$، فإن $\overline{CD} \cong \overline{FG}$.




المعطيات: $\overline{CE} \cong \overline{FE}$، $\overline{ED} \cong \overline{EG}$

المطلوب إثباته: $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

البرهان:

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $\overline{CE} \cong \overline{FE}$; $\overline{ED} \cong \overline{EG}$ | 1. المعطيات |
| 2. $CE = FE$; $ED = EG$ | 2. تعريف التطابق |
| 3. $CE + ED = CD$ | 3. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة |
| 4. $FE + EG = CD$ | 4. التعويض (الخطوتان 2 و 3) |
| 5. $FE + EG = FG$ | 5. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة |
| 6. $CD = FG$ | 6. التعويض (الخطوتان 4 و 5) |
| 7. $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ | 7. تعريف التطابق |

**قراءة في الرياضيات**
**خاصية التعويض** عادةً ما تكتب خاصية التعويض في المعادلة في صورة تعويض.

### تمرين موجّه

انسخ البرهان وأكمله.

1. المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

البرهان:

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $\overline{JL} \cong \overline{KM}$ | a. معطى |
| b. $JL = KM$ | b. ؟ |
| c. $JK + KL =$ ? ; $KL + LM =$ ? | c. مسلَّمة جمع القطع المستقيمة |
| d. $JK + KL = KL + LM$ | d. ؟ |
| e. $JK + KL - KL = KL + LM - KL$ | e. خاصية الطرح في المعادلة |
| f. ? | f. التعويض |
| g. $\overline{JK} \cong \overline{LM}$ | g. تعريف التطابق |

## 2 تطابق القطع المستقيمة

رأيت سابقًا أن قياسات القطع المستقيمة منعكسة ومتماثلة ومتعدية. وبما أن القطع المستقيمة ذات القياس نفسه متطابقة، فإن تطابق القطع المستقيمة أيضًا انعكاسي ومتماثل ومتعدٍ أيضًا.

**النظرية 11.2 خواص تطابق القطع المستقيمة**

| | |
|---|---|
| خاصية الانعكاس في التطابق | $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ |
| خاصية التماثل في التطابق | إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$. |
| خاصية التعدي في التطابق | إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{EF}$. |

**الربط بالمفردات**
**متماثل**
**الاستخدام اليومي** متوازن أو متناسب
**الاستخدام الرياضي** إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.

سوف تثبت خواص التماثل والانعكاس في التمارين 6 و7 على التوالي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**البرهان** خاصية التعدي في التطابق

**المعطيات:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ؛ $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

**المطلوب إثباته:** $\overline{AB} \cong \overline{EF}$

**البرهان الحر:**

بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{EF}$، $\overline{AB} = \overline{CD}$ و $\overline{CD} = \overline{EF}$ بتعريف القطع المستقيمة المتطابقة. وبخاصية التعدي في المعادلة، $AB = EF$. ومن ثمّ، $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ بتعريف التطابق.

**مثال من الحياة اليومية 2** البرهان باستخدام تطابق القطع المستقيمة

**التطوع** توضح الخريطة مسار سباق ركض خيري. تقطع النقطتان $X$ و $Z$ عند المنتصف بين خط البداية والنقطة $Y$ وبين النقطة $Y$ وخط النهاية $F$ على التوالي. إذا كان بعدا النقطة $Y$ عن النقطتين $X$ و $Z$ متساويين، فأثبت أن الطريق من النقطة $Z$ إلى خط النهاية يتطابق مع الطريق من خط البداية إلى النقطة $X$.

**المعطيات:** $X$ نقطة منتصف $\overline{SY}$، $Z$ نقطة منتصف $\overline{YF}$، $XY = YZ$

**المطلوب إثباته:** $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$

**برهان من عمودين:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $X$ نقطة منتصف $\overline{SY}$، $Z$ نقطة منتصف $\overline{YF}$، $XY = YZ$ | 1. المعطيات |
| 2. $\overline{SX} \cong \overline{XY}$؛ $\overline{YZ} \cong \overline{ZF}$ | 2. تعريف نقطة المنتصف |
| 3. $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ | 3. تعريف التطابق |
| 4. $\overline{SX} \cong \overline{YZ}$ | 4. خاصية التعدي في التطابق |
| 5. $\overline{SX} \cong \overline{ZF}$ | 5. خاصية التعدي في التطابق |
| 6. $\overline{ZF} \cong \overline{SX}$ | 6. خاصية التماثل في التطابق |

**الربط بالحياة اليومية**

وفقًا لاستطلاع أُجري مؤخرًا يبدأ 70% من المراهقين التطوع قبل سن 12 عامًا. وقال آخرون إنهم كانوا سيتطوعون إذا توافر لهم المزيد من الفرص للقيام بذلك.

المصدر: Youth Service America

**تمرين موجّه**

2. **النجارة** يقطع نجار لوحًا خشبيًا أبعاده 20 cm في 40 cm بالطول المرغوب. ثم يستخدم هذا اللوح كنموذج لقطع لوح آخر مطابق للأول. وبالمثل، يستخدم اللوح الثاني لقطع لوح ثالث واللوح الثالث لقطع لوح رابع.
أثبت أنّ آخر لوح مقطوع له قياسات اللوح الأول نفسها.

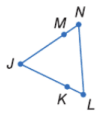
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تحقق من فهمك

مثال 1

1. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.




**المعطيات:** $\overline{LK} \cong \overline{NM}$ ، $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$

**المطلوب إثباته:** $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$

**البرهان:**

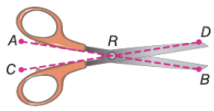
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $\overline{LK} \cong \overline{NM}$, $\overline{KJ} \cong \overline{MJ}$ | a. ؟ |
| b. ؟ | b. تعريف القطع المستقيمة المتطابقة |
| c. $LK + KJ = NM + MJ$ | c. ؟ |
| d. ؟ | d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| e. $LJ = NJ$ | e. ؟ |
| f. $\overline{LJ} \cong \overline{NJ}$ | f. ؟ |

مثال 2

2. **البرهان** أثبت ما يلي.

**المعطيات:** $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$

**المطلوب إثباته:** $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

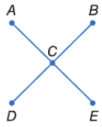



3. **المِقص** ارجع إلى الرسم التخطيطي المبيّن. $\overline{AR}$ يتطابق مع $\overline{CR}$. $\overline{DR}$ يتطابق مع $\overline{BR}$. أثبت أنّ $AR + DR = CR + BR$.

## التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. **فرضيات** انسخ البرهان وأكمله.




**المعطيات:** و $C$ هي نقطة منتصف $\overline{AE}$.

و $C$ هي نقطة منتصف $\overline{BD}$.

$\overline{AE} \cong \overline{BD}$

**المطلوب إثباته:** $\overline{AC} \cong \overline{CD}$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. ؟ | a. معطى |
| b. $AC = CE$, $BC = CD$ | b. ؟ |
| c. $AE = BD$ | c. ؟ |
| d. ؟ | d. مسلّمة جمع القطع المستقيمة |
| e. $AC + CE = BC + CD$ | e. ؟ |
| f. $AC + AC = CD + CD$ | f. ؟ |
| g. ؟ | g. بسّط. |
| h. ؟ | h. خاصية القسمة |
| i. $\overline{AC} \cong \overline{CD}$ | i. ؟ |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

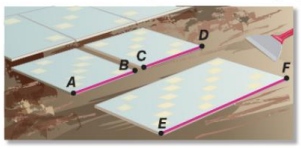


267 / 44
Grade 9 Part 2

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

مثال 2

**5. التبليط** يقطع المبلط قطعة بلاط بالطول المرغوب. ثم يستخدمها كنموذج لقطع بلاطة ثانية مطابقة للأولى. ويستخدم هاتين البلاطتين لقطع بلاطة ثالثة يبلغ طولها مجموع طولَي البلاطتين الأوليين. أثبت أنّ قياس البلاطة الثالثة يساوي مِثلي قياس البلاطة الأولى.




**فرضيات** أثبت كل نظرية.

**6.** خاصية التماثل في التطابق (النظرية 11.2)

**7.** خاصية الانعكاس في التطابق (النظرية 11.2)

**8. السفر** يربط الطريق السريع 90 بين أربع مدن: المدينة A والمدينة B والمدينة C والمدينة D. وتقع المدينة A في أقصى الغرب.

- تقع المدينة C على بُعد 126 km من المدينة D وعلى بُعد 263 km من المدينة A.
- تقع المدينة A على بُعد 137 km من المدينة D وعلى بُعد 184 km من المدينة B.

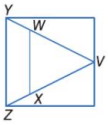
**a.** صمّم رسمًا تخطيطيًا لتمثيل مواقع المدن نسبةً إلى بعضها بعضًا والمسافات بينها. افترض أن الطريق 90 مستقيم.

**b.** اكتب برهانًا حرًا لدعم خلاصتك.

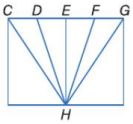
**البرهان** أثبت ما يلي.

**9.** إذا كان $\overline{SC} \cong \overline{HR}$ و $\overline{HR} \cong \overline{AB}$ فإن $\overline{SC} \cong \overline{AB}$.

**10.** إذا كان $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$ و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ فإن $\overline{VW} \cong \overline{VX}$.




**11.** إذا كانت $E$ نقطة منتصف $\overline{DF}$ و $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ فإن $\overline{CE} \cong \overline{EG}$.

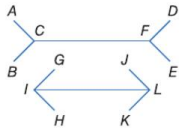



**12.** إذا كانت $B$ نقطة منتصف $\overline{AC}$. $D$ نقطة منتصف $\overline{CE}$. و $\overline{AB} \cong \overline{DE}$. فإن $AE = 4AB$.

**13. خداع بصري** $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ $\overline{FE} \cong \overline{LK}$. و $AC + CF + FE = GI + IL + LK$.

**a.** أثبت أنّ $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

**b.** برّر برهانك باستخدام القياس. اشرح طريقتك.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

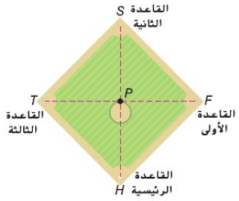
9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

14. **منشآت** أنشئ قطعة مستقيمة بضعف طول $\overline{PQ}$.




اشرح كيف يمكن استخدام مسلّمة جمع القطع المستقيمة لتبرير ما أنشأته.

15. **البيسبول** استخدم الرسم التخطيطي لملعب البيسبول الموضح.




**a.** على الرسم التخطيطي. $\overline{SH} \cong \overline{TF}$ $P$ نقطة منتصف $\overline{SH}$ و $\overline{TF}$. باستخدام برهان من عمودين، أثبت أنّ $\overline{SP} \cong \overline{TP}$.

**b.** تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية 38.8 مترًا. احسب المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية؟

16. **التمثيلات المتعددة** $A$ نقطة منتصف $O$. و $B$ نقطة منتصف $\overline{PA}$. و $C$ نقطة منتصف $\overline{PB}$.

**a. هندسيًّا** أنشئ رسمًا لتمثيل هذا الموقف.

**b. جبريًّا** ضع تخمينًا للعلاقة الجبرية بين $PC$ و $PQ$.

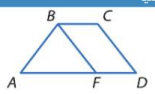
**c. هندسيًّا** انسخ القطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ من رسمك. ثم أنشئ النقطتين $B$ و $C$ على $\overline{PQ}$. اشرح كيف يمكنك استخدام ما أنشأته لدعم تخمينك.

**d. حسيًّا** استخدم مسطرة لرسم قطعة مستقيمة متطابقة مع $\overline{PQ}$ من رسمك ولرسم النقطتين $B$ و $C$ على $\overline{PQ}$. استخدم رسمك لدعم تخمينك.

**e. منطقيًّا** أثبت تخمينك.

## مهارات التفكير العليا. مسائل استخدام مهارات التفكير العليا

17. **النقد** في الرسم التخطيطي، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BF} \cong \overline{CD}$. افحص النتائج التي توصلت إليها كل من لمياء وسالي. هل أي منهما صحيح؟




**لمياء**

بما أنّ $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{AF}$ بخاصية التعدي في التطابق

**سالي**

بما أنّ $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ و $\overline{CD} \cong \overline{BF}$، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BF}$ بخاصية الانعكاس في التطابق.

18. **تحفيز** $ABCD$ عبارة عن مربع. أثبت أنّ $\overline{AC} \cong \overline{BD}$.

19. **الكتابة في الرياضيات** هل توجد خاصية جمع في التطابق؟ اشرح.

20. **التبرير** صنّف العبارات التالية إلى *صواب* أو *خطأ*. وإذا كانت خطأً، فاذكر مثالًا مضادًا.

*إذا كانت النقاط $A$ و $B$ و $C$ و $D$ و $E$ تقع على استقامة واحدة وكانت $B$ بين $A$ و $C$، و $C$ بين $B$ و $D$، و $D$ بين $C$ و $E$، وكانت $AC = BD = CE$ فإن $AB = BC = DE$.*

21. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم تمثيلًا لمسلّمة جمع القطع المستقيمة تكون فيه القطعة المستقيمة بطول سنتيمترين، وتحتوي على أربع نقاط على استقامة واحدة، ولا تحتوي على قطع مستقيمة متطابقة.

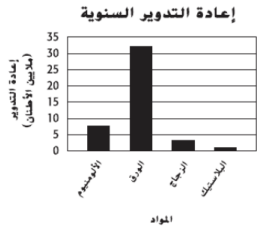
22. **الكتابة في الرياضيات** قارن وقابل بين البراهين الحرة والبراهين ذات العمودين.

حقوق الطبع والتأليف © لمجموعة لمعاج مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**23. الجبر** يوضح المخطط أدناه عملية إعادة التدوير السنوية حسب المواد في دولة ما. حوالي كم كيلوجرام من الألومنيوم تجري إعادة تدويره في كل عام؟




A 7.5
B 15,000
C 7,500,000
D 15,000,000,000

**24. الجبر** ما التعبير الذي يكافئ $\frac{12x^{-4}}{4x^{-8}}$؟

F $\frac{1}{3x^4}$
G $3x^4$
H $8x^2$
J $\frac{x^4}{3}$

**25. إجابة قصيرة** النسبة بين قياسَي زاويتين متتامتين هي 4:1. ما قياس الزاوية الأصغر؟

**26. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول**
تستطيع هالة طباعة 40 كلمة في الدقيقة على لوحة المفاتيح. كم عدد الدقائق التي ستستغرقها هالة لطباعة 200 كلمة؟

A 0.5
B 2
C 5
D 10
E 12

## مراجعة شاملة

**27. البرهان** اكتب برهانًا من عمودين. (الدرس 2-11)
**المعطيات:** $AC = DF$
$AB = DE$
**المطلوب إثباته:** $BC = EF$

**28. النماذج** يستخدم برايان ستة مربعات من الورق المقوى لتشكيل منشور مستطيل. ما الشكل الهندسي الذي تمثله قطع الورق المقوى، وكم عدد المستقيمات التي ستتكون بتقاطعها؟

**29. المصباح** سقط مصباح مسافة 25 ft من مبنى ما. يمكن استخدام الصيغة $h = -16t^2 + 25$ لتقدير عدد الثواني التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض.

a. ما المدة التي سيستغرقها المصباح ليصطدم بالأرض؟

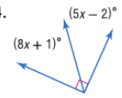
b. إذا التقطه عند 4 ft، فما مدة سقوط المصباح؟

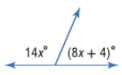
**بسّط.**

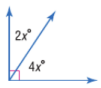
30. $\sqrt{48}$
31. $\sqrt{162}$
32. $\sqrt{25a^6b^4}$
33. $\sqrt{45xy^8}$

## مراجعة المهارات

**الجبر** جـــد $x$.

34.



35.



36.



McGraw-Hill Education محفوظة لمكتب © حقوق الطبع والتأليف

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

الدرس 11-4

# إثبات العلاقات بين الزوايا

**السابق**
- تعرّفت على أزواج خاصة من الزوايا واستخدمتها.

**الحالي**
1. كتابة براهين تتضمن زوايا متكاملة وزوايا متتامة.
2. كتابة براهين تتضمن زوايا متطابقة وزوايا قائمة.

**لماذا؟**
- تبني مدرسة جمال رصيفًا يحتوي على قرامید بها أسماء المتخرجين من كل فصل. وبما أنّ كل القرامید مستطيلة الشكل، ستكوّن الزوايا أزواجًا خطية عند وضع القرامید.

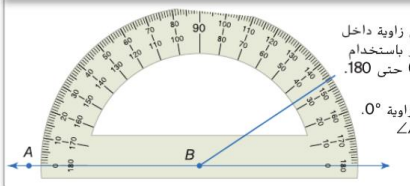
## 1 الزوايا المتكاملة والمتتامة

توضح مسلّمة المنقلة العلاقة بين قياسات الزوايا والأعداد الحقيقية.

**المسلّمة 11.10 مسلّمة المنقلة**

**التعبير اللفظي** يمكن وضع قياس أي زاوية داخل تطابق عنصر بعنصر باستخدام أعداد حقيقية من 0 حتى 180.

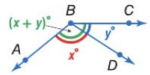
**مثال** إذا وضع $\overrightarrow{BA}$ على المنقلة عند الزاوية 0°. فعندئذٍ سيقابل قياس الزاوية $\angle ABC$ عددًا حقيقيًا موجبًا.




تعلمت سابقًا مسلّمة جمع القطع المستقيمة. توجد علاقة مشابهة بين قياسات الزوايا.

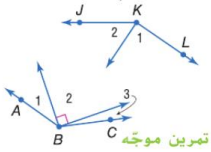
**المسلّمة 11.11 مسلّمة جمع الزوايا**

تقع $D$ داخل $\angle ABC$ فقط في حالة $m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$.




**مثال 1 استخدام مسلّمة جمع الزوايا**

جـــد $m\angle 1$ إذا كان $m\angle 2 = 56$ و $m\angle JKL = 145$.




| | |
|---|---|
| $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle JKL$ | مسلّمة جمع الزوايا |
| $m\angle 1 + 56 = 145$ | $m\angle 2 = 56$ $m\angle JKL = 145$ |
| $m\angle 1 + 56 - 145 = 56 - 56$ | خاصية الطرح في المعادلة |
| $m\angle 1 = 89$ | التعويض |

**تمرين موجّه**

1. إذا كان $m\angle 1 = 23$ و $m\angle ABC = 131$. فجـــد قياس $\angle 3$. برّر كل خطوة.

**ممارسات في الرياضيات**

3 بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

6 مراعاة الدقة

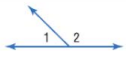
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

يمكن استخدام مسلَّمة جمع الزوايا مع العلاقات الأخرى بين الزوايا لتوفر نظريات إضافية تتعلق بالزوايا.

## النظريات

**11.3 نظرية الزاويتين المتكاملتين** إذا كوّنت زاويتان زوجًا خطيًا، فإنّهما زاويتان متكاملتان.




**مثال** $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

**11.4 نظرية الزاويتين المتتامتين** إذا شكل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة فإنّ الزاويتين تكونان متتامتين.

**مثال** $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$

سوف تثبت النظريتين 11.3 و 11.4 من خلال التمرينين 16 و 17 على التوالي.

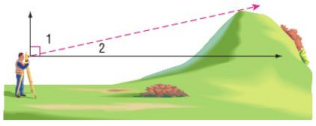
**نصيحة دراسية**

**نظرية الزوج الخطي** تُعرف نظرية الزاويتين المتكاملتين أيضًا باسم *نظرية الزوج الخطي*.

### مثال من الحياة اليومية 2 استخدام الزوايا المتكاملة والمتتامة

**مسح الأراضي** **استخدم المسّاح مزواة لقياس الزاوية بين مستوى نظره وقمة التلة وكانت حوالي 73°. ما قياس الزاوية بين قمة التلة والمستوى الأفقي؟ برّر كل خطوة.**

**الفهم** أنشئ رسمًا للموقف. يقيس المسّاح الزاوية بين خط نظره والمستوى الرأسي. ارسم شعاعًا رأسيًا وآخر أفقيًا من النقطة التي يشاهد فيها المسّاح التلة، ثم سمِّ الزوايا الناتجة. تعرف أن الشعاعين الرأسي والأفقي يكونان زاوية قائمة.




**التخطيط** بما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ يكونان زاوية قائمة. فيمكنك استخدام نظرية الزاويتين المتتامتين.

**الحل**

| | |
|---|---|
| $m\angle 2 + m\angle 1 = 90$ | نظرية الزاويتين المتتامتين |
| $73 + m\angle 1 = 90$ | $m\angle 1 = 73$ |
| $73 + m\angle 1 - 73 = 90 - 73$ | خاصية الطرح في المعادلة |
| $m\angle 1 = 17$ | التعويض |

تكوّن قمة التل زاوية 17° مع المستوى الأفقي.

**التحقق** بما أننا نعرف أن مجموع الزوايا يجب أن يساوي 90. فيمكنك أن تحقق من حساباتك.
إنّ مجموع 17 و 73 يساوي 90. ✓

**مراجعة المفردات**

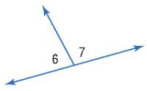
**الزاويتان المتكاملتان** هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 180

**الزاويتان المتتامتان** هما زاويتان مجموع قياساتهما يساوي 90

**الزوج الخطي** عبارة عن زوج من الزوايا المتجاورة بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين شعاعين متقابلين

**تمرين موجّه**

**2.** تكوّن الزاويتان $\angle 6$ و $\angle 7$ زوجًا خطيًا. إذا كان $m\angle 6 = 3x + 32$ و $m\angle 7 = 5x + 12$. فجد $x$ و $m\angle 6$ و $m\angle 7$. برّر كل خطوة.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



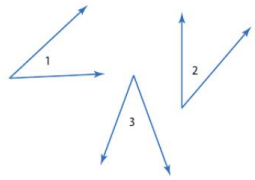
267 / 49
Grade 9 Part 2

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## 2 الزوايا المتطابقة

إنّ خواص الجبر التي تنطبق على تطابق القطع المستقيمة وتساوي قياساتها تنطبق أيضًا على تطابق الزوايا وتساوي قياساتها.

### النظرية 11.5 خواص تطابق الزاوية




**خاصية الانعكاس في التطابق**

$\angle 1 \cong \angle 1$

**خاصية التماثل في التطابق**

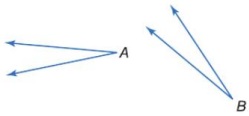
إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

**خاصية التعدي في التطابق**

إذا كان $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

سوف تثبت خواص الانعكاس والتعدي في التطابق من خلال التمرينين 18 و19 على التوالي.

### البرهان خاصية التماثل في التطابق




**المعطيات:** $\angle A \cong \angle B$

**المطلوب إثباته:** $\angle B \cong \angle A$

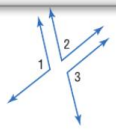
**البرهان الحر:**

يفرض أنّ $\angle A \cong \angle B$. وبتعريف الزوايا المتطابقة.
فإن $m\angle A = m\angle B$. وباستخدام خاصية التماثل في المعادلة.
فإن $m\angle B = m\angle A$. إذًا، فإنّ $\angle B \cong \angle A$ وفقًا لتعريف الزوايا المتطابقة.

يمكن تطبيق الخواص الجبرية لإثبات النظريات الخاصة بعلاقات التطابق التي تشتمل على الزوايا المتكاملة والمتتامة.

### النظريات

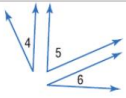
**11.6 نظرية تطابق الزوايا المتكاملة** الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.




**الاختصار** إنّ ∡ *المكملة للزاوية* ∠ *نفسها أو* ∡ ≅ تكون ≅.

**مثال** إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$ و $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$. فإن $\angle 3 \cong \angle 1$.

**11.7 نظرية تطابق الزوايا المتتامة** الزاويتان المتتامتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقتين تكونان متطابقتين.




**الاختصار** إنّ ∡ *المتممة للزاوية* ∠ *نفسها أو* ∡ ≅ تكون ≅.

**مثال** إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90$ و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90$. فإن $\angle 6 \cong \angle 4$.

سوف تثبت إحدى حالات النظرية 11.6 في التمرين 6.

**قراءة في الرياضيات**
**اختصارات ورموز**
الرمز ∡ يعني *الزوايا*.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## البرهان إحدى حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

**المعطيات:** الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان.
**المطلوب إثباته:** $\angle 3 \cong \angle 1$
**البرهان:**

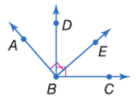
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. | 1. المعطيات |
| 2. $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ | 2. تعريف الزوايا المتكاملة |
| 3. $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$ | 3. التعويض |
| 4. $m\angle 2 = m\angle 2$ | 4. خاصية الانعكاس |
| 5. $m\angle 1 = m\angle 3$ | 5. خاصية الطرح |
| 6. $\angle 1 \cong \angle 3$ | 6. تعريف الزوايا المتطابقة |

## مثال 3 براهين باستخدام نظرية تطابق الزوايا المتتامة أو نظرية تطابق الزوايا المتكاملة

**أثبت أن الزاويتين المتقابلتين بالرأس 2 و 4 في الصورة في جهة اليمين متطابقتان.**

**المعطيات:** الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس.
**المطلوب إثباته:** $\angle 4 \cong \angle 2$
**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ متقابلتان بالرأس. | 1. المعطيات |
| 2. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 4$ غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة. | 2. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس |
| 3. تكوّن الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ زاوية مستقيمة. تكوّن الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ زاوية مستقيمة. | 3. تعريف الزاوية المستقيمة |
| 4. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متكاملتان. الزاويتان $\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان. | 4. نظرية الزاويتين المتكاملتين |
| 5. $\angle 2 \cong \angle 4$ | 5. إنّ $\measuredangle$ المكملة للزاوية $\angle$ نفسها أو $\measuredangle \cong$ تكون $\cong$. |

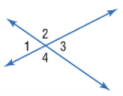



### تمرين موجّه

**3.** في الشكل، الزاويتان $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان. أثبت أنّ الزاوية $\angle EBC \cong \angle ABD$.

لاحظ أنه في المثال 3، الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. تدعم الخلاصة الواردة في المثال نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.

## النظرية 11.8 نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

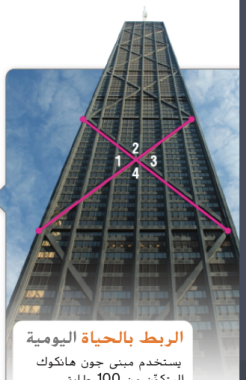



إذا كانت الزاويتان متقابلتين بالرأس، فهما متطابقتان.

**الاختصار** *الزوايا المتقابلة بالرأس* $\measuredangle$ تكون $\cong$.

**مثال** $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

سوف تثبت النظرية 11.8 في التمرين 28.




### الربط بالحياة اليومية

يستخدم مبنى جون هانكوك المتكوّن من 100 طابق دعامات على شكل حرف X في تصميمه. وتتصل هذه الأقطار بالأعمدة الخارجية. مما يجعل انتقال قوى الرياح الشديدة إلى الأعمدة الخارجية بعيدًا عن الدعامات وعودتها ممكنًا.

المصدر: PBS

### مراجعة المفردات

**الزاويتان المتقابلتان بالرأس** زاويتان غير متجاورتين تكونتا بواسطة مستقيمات متقاطعة

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

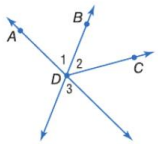


267 / 51
Grade 9 Part 2

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## مثال 4 استخدام الزوايا المتقابلة بالرأس

**أثبت أنه إذا كان $\overrightarrow{DB}$ ينصّف الزاوية $\angle ADC$، فإن $\angle 3 \cong \angle 2$.**




**المعطيات:** $\overrightarrow{DB}$ ينصّف الزاوية $\angle ADC$.

**المطلوب إثباته:** $\angle 3 \cong \angle 2$

**البرهان:**

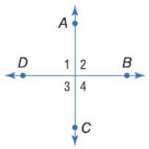
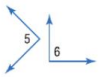
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $\overrightarrow{DB}$ ينصّف الزاوية $\angle ADC$. | 1. المعطيات |
| 2. $\angle 1 \cong \angle 2$ | 2. تعريف منصّف الزوايا |
| 3. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متقابلتان بالرأس. | 3. تعريف الزوايا المتقابلة بالرأس |
| 4. $\angle 3 \cong \angle 1$ | 4. الزوايا المتقابلة بالرأس ≅ تكون. |
| 5. $\angle 3 \cong \angle 2$ | 5. خاصية التعدي في التطابق |
| 6. $\angle 2 \cong \angle 3$ | 6. خاصية التماثل في التطابق |

**تمرين موجّه**

4. إذا كانت الزاويتان $\angle 3$ و$\angle 4$ متقابلتين بالرأس. $m\angle 3 = 6x + 2$. و $m\angle 4 = 8x - 14$. فجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$. برّر كل خطوة.

يمكن استخدام النظريات الواردة في هذا الدرس لإثبات نظريات الزاوية القائمة التالية.

### النظريات نظريات الزاوية القائمة

| النظرية | مثال |
|---|---|
| **11.9** يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكونا أربع زوايا قائمة.<br>**مثال** إذا كان $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{DB}$ فإن $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ ∡ قائمة. |  |
| **11.10** كل الزوايا القائمة متطابقة.<br>**مثال** إذا كانت $\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ و $\angle 4$ ∡ قائمة. فإن $\angle 4 \cong \angle 3 \cong \angle 2 \cong \angle 1$. | |
| **11.11** المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة.<br>**مثال** إذا كان $\overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{AC}$. فإن $\angle 2 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 4 \cong \angle 3$ و $\angle 3 \cong \angle 1$. | |
| **11.12** إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين، فإنهما قائمتان.<br>**مثال** إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 5$ و $\angle 5$ مكملة للزاوية $\angle 6$، فإن $\angle 5$ و $\angle 6$ ∡ قائمتان. |  |
| **11.13** إذا كوّنت زاويتان متطابقتان زاوية مستقيمة، فإنهما قائمتان.<br>**مثال** إذا كوّنت $\angle 7$ و $\angle 8$ زاوية مستقيمة، فإن $\angle 7$ و $\angle 8$ ∡ قائمتان. | |

سوف تثبت النظريات من 11.9 إلى 11.13 في التمارين من 22 إلى 26.

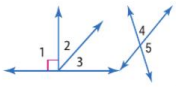


حقوق الطبع والنشر © لمجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تحقق من فهمك

**مثال 1** **جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.**




1. $m\angle 2 = 26$
2. $m\angle 2 = x$, $m\angle 3 = x - 16$
3. $m\angle 4 = 2x$, $m\angle 5 = x + 9$
4. $m\angle 4 = 3(x - 1)$, $m\angle 5 = x + 7$

**مثال 2**

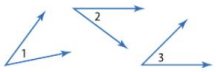
**5. ركن السيارات** راجع الرسم التخطيطي لساحة السيارات الموجود في جهة اليسار. إذا علمت أنّ $\angle 6 \cong \angle 2$، فأثبت أنّ $\angle 8 \cong \angle 4$.

**مثال 3**

**6. البرهان** انسخ برهان حالة واحدة من النظرية 11.6 وأكمله.

**المعطيات:** الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان.

**المطلوب إثباته:** $\angle 1 \cong \angle 2$

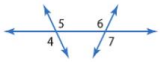



**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. الزاويتان $\angle 1$ و $\angle 3$ متتامتان. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان. | a. ؟ |
| b. $m\angle 1 + m\angle 3 = 90$; $m\angle 2 + m\angle 3 = 90$ | b. ؟ المتتامتان |
| c. $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$ | c. ؟ |
| d. ؟ | d. خاصية الانعكاس |
| e. $m\angle 1 = m\angle 2$ | e. ؟ |
| f. $\angle 1 \cong \angle 2$ | f. ؟ |

**مثال 4**

**7. فرضيات** اكتب برهانًا من عمودين.



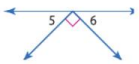

**المعطيات:** $\angle 7 \cong \angle 4$

**المطلوب إثباته:** $\angle 6 \cong \angle 5$

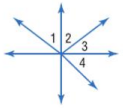
## التمرين وحل المسائل

**الأمثلة 1–3** **جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.**

8. $m\angle 5 = m\angle 6$




9. الزاويتان $\angle 2$ و $\angle 3$ متتامتان. $\angle 1 \cong \angle 4$ و $m\angle 2 = 28$




10. الزوايا $\angle 2$ و $\angle 4$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملة. $m\angle 4 = 105$

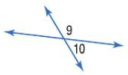
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 53
Grade 9 Part 2

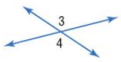
9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات المستخدمة التي تبرر عملك.**

11. $m\angle 9 = 3x + 12$, $m\angle 10 = x - 24$




12. $m\angle 3 = 2x + 23$, $m\angle 4 = 5x - 112$




13. $m\angle 6 = 2x - 21$, $m\angle 7 = 3x - 34$

مثال 4

**البرهان اكتب برهانًا من عمودين.**

14. **المعطيات:** $\angle ABC$ زاوية قائمة.
**المطلوب إثباته:** الزاويتان $\angle ABD$ و $\angle CBD$ متتامتان.

15. **المعطيات:** $\angle 6 \cong \angle 5$
**أثبت أن:** الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 6$ متكاملتان.

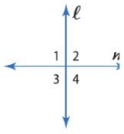
**اكتب برهانًا لكل نظرية.**

16. نظرية الزاويتين المتكاملتين
17. نظرية الزاويتين المتتامتين
18. خاصية الانعكاس في تطابق الزوايا
19. خاصية التعدي في تطابق الزوايا

20. **الأعلام** انظر إلى العلم الموجود على اليسار. أثبت أنّ مجموع قياسات الزوايا الأربع يساوي 360.

21. **فرضيات** الأفعى المجلجلة ذات الظهر ماسي الشكل أفعى سامة تتميز بنمط ماسي الشكل على ظهرها. يوجد تكبير لجزء من جلدها موضحًا أدناه. إذا كانت $\angle 4 \cong \angle 1$، فأثبت أنّ $\angle 3 \cong \angle 2$.

**البرهان استخدم الشكل لكتابة برهان كل نظرية.**

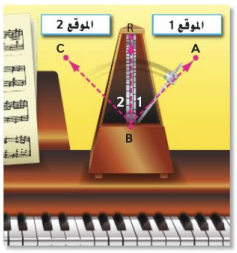



22. النظرية 11.9
23. النظرية 11.10
24. النظرية 11.11
25. النظرية 11.12
26. النظرية 11.13

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة لمعان مؤسسة McGraw-Hill Education

9:22 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

27. **فرضيات** لتحديد إيقاع معين، تم تعديل وزن بندول الساعة بحيث يتأرجح بمعدل معين. افترض أنّ زاوية $\angle ABC$ الواردة في الصورة قائمة. وإذا كان $m\angle 1 = 45$. فاكتب برهانًا حرًا لإثبات أنّ $\overrightarrow{BR}$ ينصّف $\angle ABC$.




28. **البرهان** اكتب برهانًا للنظرية 11.8.

29. **الجغرافيا** تشترك يوتا وكولورادو وأريزونا ونيومكسيكو في نقطة مشتركة على حدودها تُسمى الزوايا الأربع. هذا هو المكان الوحيد الذي تلتقي فيه أربع ولايات في نقطة واحدة. إذا كانت $\angle 2$ زاوية قائمة، فأثبت أن المستقيمين $\ell$ و $m$ متعامدان.

30. **التمثيلات المتعددة** ستستكشف في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا.

**a. هندسيًّا** ارسم الزاوية القائمة $ABC$. ضع النقطة $D$ داخل هذه الزاوية. وارسم $\overrightarrow{BD}$ ثم ارسم $\overrightarrow{KL}$ وأنشئ $\angle JKL$ مطابقة للزاوية $\angle ABD$.

**b. لفظيًّا** ضع تخمينًا للعلاقة بين $\angle JKL$ و $\angle DBC$.

**c. منطقيًّا** أثبت تخمينك.

## مسائل مهارات التفكير العليا. استخدام مهارات التفكير العليا

31. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم الزاوية $WXZ$ حيث يكون $m\angle WXZ = 45$. ثم أنشئ $\angle YXZ$ مطابقة لـ $\angle WXZ$. ضع تخمينًا حول قياس $\angle WXY$. أثبت تخمينك.

32. **الكتابة في الرياضيات** اكتب الخطوات التي ستستخدمها لإكمال البرهان أدناه.

**المعطيات:** $AB = \frac{1}{2}BD$ ، $\overline{BC} \cong \overline{CD}$

**المطلوب إثباته:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}$




33. **تحفيز** تم إثبات حالة واحدة من حالات نظرية تطابق الزوايا المتكاملة في هذا الدرس. وقد أثبت في التمرين 6 الحالة نفسها لنظرية تطابق الزوايا المتتامة. اشرح سبب وجود حالة أخرى لكل نظرية من هاتين النظريتين. ثم اكتب برهانًا للحالة الثانية من كل نظرية.

34. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائمًا* أم لا تصح *أبدًا*. اشرح تبريرك.

*إذا كانت إحدى الزوايا المتكونة من خلال مستقيمين متقاطعين حادة، فإن الزوايا الثلاثة الأخرى المتكونة تكون حادة أيضًا.*

35. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف يمكنك استخدام المنقلة لإيجاد قياس الزاوية المكملة لزاوية أخرى بطريقة سريعة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

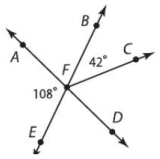
9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبار المعياري

**36. إجابة شبكية** ما منوال هذه مجموعة البيانات هذه؟

4 ,1 ,0 ,4 , 1 ,2− ,3 ,4

**37.** جـــد قياس $\angle CFD$.




A 66° C 108°
B 72° D 138°

**38. الجبر** بسّط.

$4(3x - 2)(2x + 4) + 3x^2 + 5x - 6$

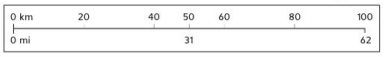
F $9x^2 + 3x - 14$
G $9x^2 + 13x - 14$
H $27x^2 + 37x - 38$
J $27x^2 + 27x - 26$

**39. اختبار الكفاءة الدراسية/اختبار القبول**
يقع منزل وفاء عند (3, 0) بينما يقع مجمع تجاري عند النقطة (0, 4). وذلك على شبكة إحداثيات تمثل كل وحدة فيها كيلومترًا واحدًا. فما المسافة بين منزل وفاء والمجمع التجاري؟

A 3 km D 13 km
B 5 km E 25 km
C 12 km

## مراجعة شاملة

**40. الخرائط** يوجد في الخريطة مقياسًا يوضح الكيلومترات بالأعلى والأميال بالأسفل.




افترض أن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ قطعتان مستقيمتان. إذا كان $AB = 100$ كيلومتر و $CD = 62$ كيلو متر. فهل $\overline{AB} \cong \overline{CD}$؟ اشرح. (الدرس 3-11)

**اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.** (الدرس 4-11)

**41.** إذا كان $5 + 7 = y$. فإن $y = -2$.

**42.** إذا كان $MN = PQ$. فإن $PQ = MN$.

**43.** إذا كان $a - b = x$ و $b = 3$. فإن $a - 3 = x$.

**44.** إذا كان $x(y + z) = 4$. فإن $xy + xz = 4$.

**مثّل كل دالة بيانيًا. حدّد المجال والمدى.**

**45.** $f(x) = 3(4)^x$

**46.** $f(x) = 2^{3x} - 3$

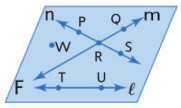
**حُل كل من المعادلات التالية.**

**47.** $2^{x-1} = 8^{x+3}$

**48.** $5^{2x+12} = 25^{10x-12}$

## مراجعة المهارات

**ارجع إلى الشكل.**




**49.** سمِّ مستقيمًا يحتوي على النقطة $P$.

**50.** سمِّ تقاطع المستقيمين $n$ و $m$.

**51.** سمِّ نقطة لا تقع على أي من المستقيمات $\ell$ أو $m$ أو $n$.

**52.** ما الاسم الآخر للمستقيم $n$؟

**53.** هل يتقاطع المستقيم $\ell$ مع المستقيم $m$ أو المستقيم $n$؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © لمجموعة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## ملاحظاتي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 57
Grade 9 Part 2

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae



## 11-1 المسلّمات والبراهين الحرة

**حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح.**

5. يتقاطع المستويان في نقطة واحدة.
6. تقع ثلاث نقاط في أكثر من مستوى واحد.
7. إذا كان المستقيم $m$ يقع في المستوى $X$ ويمر المستقيم $m$ بالنقطة $Q$، فإن النقطة $Q$ تقع في المستوى $X$.
8. إذا كانت الزاويتان متتامتين، فإنهما تشكلان زاوية قائمة.
9. **التواصل** جرى تقديم ستة أشخاص في مؤتمر عمل. فإذا صافح كل شخص بقية الأشخاص، فما عدد المصافحات التي تبادلها هؤلاء الأشخاص؟ ضمِّن نموذجًا يدعم تبريرك.

**مثال 1**

**حدِّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*. اشرح.**

**a. *إذا وقعت النقاط X وY وZ في المستوى R، فإن هذه النقاط لا تقع على استقامة واحدة.***

أحيانًا؛ حقيقة أنّ النقاط $X$ و$Y$ و$Z$ تقع في المستوى $R$ لا تتضمن ما إذا كانت هذه النقاط تقع على استقامة واحدة أم لا.

**b. يمر مستقيم واحد فقط بالنقطتين *A* و*B*.**

دائمًا؛ حسب المسلّمة 1-11، يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

## 11-2 البرهان الجبري

**اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة.**

10. إذا كان $7(x - 3) = 35$، فإن $35 = 7(x - 3)$.
11. إذا كان $2x + 19 = 27$، فإن $2x = 8$.
12. $5(3x + 1) = 15x + 5$
13. $7x - 2 = 7x - 2$
14. إذا كان $2x + 8 = 12$ و$2x + 8 = 3y$، فإن $3y = 12$.
15. انسخ البرهان التالي وأكمله.

**المعطيات:** $6(x - 4) = 42$

**المطلوب إثباته:** $x = 11$

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $6(x - 4) = 42$ | a. ؟ |
| b. $6x - 24 = 42$ | b. ؟ |
| c. $6x = 66$ | c. ؟ |
| d. $x = 11$ | d. ؟ |

16. اكتب برهانًا من عمودين لإثبات أنه إذا كان $PQ = RS$ و$PQ = 5x + 9$، و$RS = x - 31$، فإن $x = -10$.
17. **درجات الطلاب** حصل فالح في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لخليفة. وحصل خليفة في اختبارات هذا الربع على درجة مساوية لحمد. ما الخاصية التي تثبت أن فالح وحمد حصلا على درجات متساوية؟

**مثال 2**

**اكتب برهانًا من عمودين.**

**المعطيات:** $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$

**المطلوب إثباته:** $x = -\frac{9}{7}$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $\frac{5x - 3}{6} = 2x + 1$ | 1. المعطيات |
| 2. $5x - 3 = 6(2x + 1)$ | 2. خاصية الضرب في المعادلة |
| 3. $5x - 3 = 12x + 6$ | 3. خاصية التوزيع في المعادلة |
| 4. $-3 = 7x + 6$ | 4. خاصية الطرح في المعادلة |
| 5. $-9 = 7x$ | 5. خاصية الطرح في المعادلة |
| 6. $-\frac{9}{7} = x$ | 6. خاصية القسمة في المعادلة |
| 7. $x = -\frac{9}{7}$ | 7. خاصية التماثل في المعادلة |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

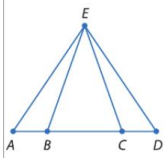
9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## 11-3 إثبات العلاقات بين القطع المستقيمة

**اكتب برهانًا من عمودين.**

18. **المعطيات:** $X$ نقطة منتصف $\overline{WY}$ و $\overline{VZ}$.
**المطلوب إثباته:** $VW = ZY$

19. **المعطيات:** $AB = DC$
**المطلوب إثباته:** $AC = DB$




20. **الجغرافيا** يخطط فهد إلى القيادة من منزله إلى منزل جدته عبر الطريق السريع 35. تقدّر الخريطة التي يستخدمها المسافة من منزله حتى موقع آخر بـ 194 km ومن ذلك الموقع حتى منزل جدته بـ 243 km. ماذا سمح له باستنتاج أن المسافة التي سيقودها ستبلغ 437 km من منزله حتى منزل جدته؟ افترض أنّ الطريق السريع 35 يشكل مستقيمًا.

### مثال 3

**اكتب برهانًا من عمودين.**

**المعطيات:** $B$ نقطة منتصف $\overline{AC}$.
$C$ نقطة منتصف $\overline{BD}$.

**المطلوب إثباته:** $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

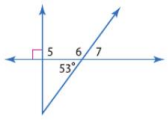
**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $B$ نقطة منتصف $\overline{AC}$. | 1. المعطيات |
| 2. $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ | 2. تعريف نقطة المنتصف |
| 3. $C$ نقطة منتصف $\overline{BD}$ | 3. المعطيات |
| 4. $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ | 4. تعريف نقطة المنتصف |
| 5. $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ | 5. خاصية التعدي في المعادلة |

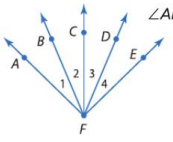
## 11-4 إثبات العلاقات بين الزوايا

**جـــد قياس كل زاوية.**

21. $\angle 5$
22. $\angle 6$
23. $\angle 7$

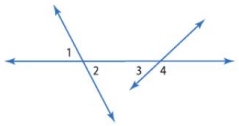



24. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين.
**المعطيات:** $\angle 3 \cong \angle 2$, $\angle 1 \cong \angle 4$
**المطلوب إثباته:** $\angle AFC \cong \angle EFC$




### مثال 4

**جـــد قياس كل زاوية مرقمة إذا كان $m\angle 1 = 72$ و $m\angle 3 = 26$.**




$m = 2\angle 72$. بما أنّ $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

تشكل $\angle 3$ و $\angle 4$ زوجًا خطيًا وينبغي أن تكونا زاويتين متكاملتين.

$26 + m\angle 4 = 180$ تعريف الزوايا المتكاملة

$m\angle 4 = 154$ اطرح 26 من كل طرف

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# الوحدة 11 تدريب على الاختبار

**1. البرهان** انسخ البرهان التالي وأكمله.

**المعطيات:** $3(x - 4) = 2x + 7$

**المطلوب إثباته:** $x = 19$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $3(x - 4) = 2x + 7$ | a. معطى |
| b. $3x - 12 = 2x + 7$ | b. ؟ |
| c. ؟ | c. خاصية الطرح |
| d. $x = 19$ | d. ؟ |

**حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة *دائمًا*، أم أحيانًا، أم *غير صحيحة على الإطلاق*.**

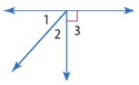
**2.** تكوّن الزاويتان المتكاملتان زوجًا خطيًا.

**3.** إذا وقعت النقطة $B$ بين النقطتين $A$ و $C$، فإن $AC + AB = BC$.

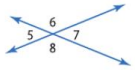
**4.** إذا تقاطع مستقيمان وكوّنا زوايا متجاورة متطابقة، فإن المستقيمين متعامدان.

**جـــد قياس كل زاوية مرقمة، واذكر النظريات التي تبرر عملك.**

**5.** $m\angle 1 = x$, $m\angle 2 = x - 6$




**6.** $m\angle 7 = 7x + 15$, $m\angle 8 = 8x$




**اكتب كل عبارة في صورة "إذا، فإن".**

**7.** قياس الزاوية الحادة أقل من 90.

**8.** يتقاطع المستقيمان المتعامدان ليكوّنا زوايا قائمة.

**9. الاختيار من متعدد** إذا احتوى المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه مثلث منفرج الزاوية.

أي العبارات التالية هي المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية أعلاه؟

**A** إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

**B** إذا لم يحتو المثلث على زاوية منفرجة واحدة، فإنه ليس مثلثًا منفرج الزاوية.

**C** إذا لم يكن المثلث منفرج الزاوية، فإنه لا يحتوي على أي زاوية منفرجة.

**D** إذا كان المثلث منفرج الزاوية، فإنه يحتوي على زاوية منفرجة واحدة.

**حدّد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.**

**10.** $G(8, 1)$, $H(8, -6)$ **11.** $A(0, 6)$, $B(4, 0)$

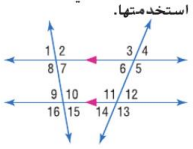
**12.** $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$ **13.** $E(5, 4)$, $F(8, 1)$

**في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.**

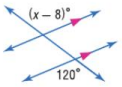
**14.** $\angle 9$

**15.** $\angle 11$

**16.** $\angle 6$




**17.** جـــد قيمة $x$ في الشكل أدناه.

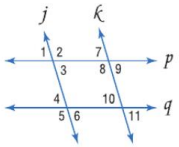



**حدّد أي مستقيمين، إن وجدا، متوازيين بناءً على المعلومات التالية. واذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.**

**18.** $\angle 4 \cong \angle 10$

**19.** $\angle 9 \cong \angle 6$

**20.** $\angle 7 \cong \angle 11$




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 61
Grade 9 Part 2

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

ملاحظاتي

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

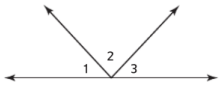
9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# الوحدة 11 تدريب على الاختبارات المعيارية

## الاختيار من متعدد

**اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.**

**1.** في الرسم التخطيطي أدناه. $\angle 3 \cong \angle 1$.




أي من الخلاصات التالية لا يلزم أن تكون صحيحة؟

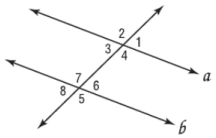
F $m\angle 1 - m\angle 2 + m\angle 3 = 90$

G $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 180 = 3$

H $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 2 + m\angle 3$

J $m\angle 2 - m\angle 1 = m\angle 2 - m\angle 3$

**2.** إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأي الاستنتاجات التالية صحته *ليست* مؤكدة؟




A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 4 \cong \angle 7$

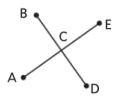
C $\angle 2 \cong \angle 5$

D $\angle 8 \cong \angle 2$

**نصيحة عند حل الاختبار**

**السؤال 3** *المثال المضاد* هو مثال يُستخدم لإثبات أن العبارة المعطاة ليست صحيحة دائمًا.

**3.** في الرسم التخطيطي، يتقاطع $\overline{BD}$ مع $\overline{AE}$ في النقطة $C$. أي من الخلاصات التالية *لا* يلزم أن تكون صحيحة؟




A $\angle ACB \cong \angle ECD$

B تكوّن $\angle ACB$ و $\angle ACD$ زوجًا خطيًا.

C $\angle BCE$ و $\angle ACD$ زاويتان متقابلتان بالرأس.

D $\angle BCE$ و $\angle ECD$ زاويتان متتامتان.

**4.** ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 4$ عندما تتغير إلى $y = x^2 - 3$؟

F يتغير ميل التمثيل البياني.

G يزيد عرض التمثيل البياني.

H لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى الأسفل.

J لا يتغير شكل التمثيل البياني. وتنتقل رأسه إلى اليسار.

**5.** ما المعادلة التي تنتج أضيق قطع مكافئ عند تمثيلها بيانيًا؟

A $y = 3x^2$

B $y = \frac{3}{4}x^2$

C $y = 6 - x^2$

D $y = -\frac{3}{4}x^2$

**6.** ما التأثير في التمثيل البياني للمعادلة $y = 3x^2$ عندما تتغير إلى $y = 2x^2$؟

F التمثيل البياني لـ $y = 2x^2$ انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = 3x^2$ عبر المحور $y$.

G يدور التمثيل البياني بمقدار 90 درجة حول نقطة الأصل.

H يقل عرض التمثيل البياني.

J يزيد عرض التمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## إجابة قصيرة/إجابة شبكية

**دوّن إجابتك في ورقة الإجابات التي زوّدك بها المعلّم أو أي ورقة عادية**

**7.** استخدم البرهان للإجابة عن السؤال.

**المعطيات:** $\angle A$ متتامة مع $\angle B$. $m\angle B = 46$

**المطلوب إثباته:** $m\angle A = 44$

**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $A$ متممة لـ $\angle B$، إذًا $m\angle B = 46$. | 1. المعطيات |
| 2. $m\angle A + m\angle B = 90$ | 2. تعريف الزوايا المتتامة |
| 3. $m\angle A + 46 = 90$ | 3. خاصية التعويض |
| 4. $m\angle A + 46 - 46 = 90 - 46$ | 4. ____ ؟ ____ |
| 5. $m\angle A = 44$ | 5. خاصية التعويض |

ما السبب الذي يمكن تقديمه لتبرير العبارة 4؟

**8.** **الارتفاع** يمكن تعديل ارتفاع $h$ كرة ترتد في الزمن $t$ بالثانية من خلال المعادلة $h = -16t^2 + 28.3t$.

**a.** اكتب المعادلة التي تمثل الارتفاع في صيغة العوامل.

**b.** ما ارتفاع الكرة بعد 1.5 ثانية؟

**c.** ما ارتفاع ارتداد الكرة؟

## إجابة موسعة

**9.** يُطلق سلطان نموذجًا لصاروخ من مستوى الأرض. ويُمكن إيجاد ارتفاع الصاروخ $h$ بالمتر باستخدام المعادلة $h = -4.9t^2 + 56t$. حيث يمثل $t$ الزمن بالثانية بعد الإطلاق.

**a.** ما أقصى ارتفاع سيصل إليه الصاروخ؟ قرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة من المتر. وضّح كل خطوة واشرح الطريقة.

**b.** ما المدة التي سيستغرقها الصاروخ بعد إطلاقه حتى يصل إلى أقصى ارتفاع له. قرّب إلى أقرب جزءٍ من العشرة من الثانية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 12

# المستقيمات المتوازية والمتعامدة

Chapter 11 Lesson 1 Parallel and Perpendicular Lines, from Interactive Math | Chapter 11 © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## السابق

تعلمتَ دروسًا عن المستقيمات والزوايا وكتابة البراهين الهندسية.

## الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة، ستكون قادرًا على:

- تحديد وتثبيت علاقات الزوايا التي تتكوّن من مستقيمات متوازية و قاطع.
- استخدام الميل لتحليل مستقيم وكتابة معادلته.
- إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم وبين مستقيمين متوازيين.

## لماذا؟

**الإنشاءات والهندسة** يستخدم المهندسون المعماريون والنجارون والمهندسون المستقيمات المتوازية والمتعامدة لتصميم المباني والأثاث والماكينات.

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

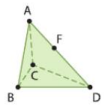
# الاستعداد للوحدة

## 1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التدريب السريع أدناه. غد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

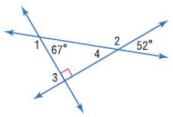
### تدريب سريع

ارجع إلى الشكل لتحديد كلّ مما يلي.




1. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
2. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
3. هل النقطتان $C$ و $D$ متحدتا المستوى؟ اشرح. انظر الهامش.
4. **التصوير الفوتوغرافي** تلتقط رنا صورة لأصدقائها. إذا قامت بضبط مستوى الحامل الثلاثي على الأرض، فهل ستكون قاعدة كلّ من أرجل الحامل الثلاث على مستوى واحد؟

**جـــد قياس كل زاوية.**




5. $\angle 1$
6. $\angle 2$
7. $\angle 3$
8. $\angle 4$

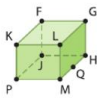
جـــد قيمة $x$ للقيم المعطاة لكل من $a$ و $b$.

9. $a + 8 = -4(x - b)$، حيث $b = 3$ و $a = 8$
10. $b = 3x + 4a$، حيث $b = 12$ و $a = -9$
11. $\frac{a + 2}{b + 13} = 5x$ حيث $b = -1$ $a = 18$
12. **لعبة الجولف** على ملعب مصغر في ملعب جولف مصغر، يتم تقديم آيس كريم بسعر AED 1 مع كل جولة يتم حجزها من العبة. فإذا تناول كل من خمسة أصدقاء قطعة آيس كريم واحدة بعد ممارسة لعبة الجولف وكان إجمالي ما دفعوه AED 30، فكم تبلغ تكلفة جولة الجولف الواحدة؟

### مراجعة سريعة

**مثال 1**

ارجع إلى الشكل.



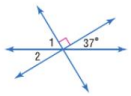

**a. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟**
ستة مستويات: المستوى $FGLK$ والمستوى $JHMP$ والمستوى $FKPJ$ والمستوى $GLMH$ والمستوى $FGHJ$ والمستوى $KLMP$

**b. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.**
النقاط $M$ و $Q$ و $H$ تقع على خط واحد.

**c. هل النقاط $F$ و $K$ و $J$ تقع على مستوى واحد؟ اشرح.**
نعم، النقاط $F$ و $K$ و $J$ تقع جميعها في المستوى $FKPJ$.

**مثال 2**

جـــد $m\angle 1$.




| | |
|---|---|
| $m\angle 1 + 37 + 90 = 180$ | اجمع. |
| $m\angle 1 = 53$ | بسّط. |

**مثال 3**

جـــد قيمة $x$ في $a + 8 = b(x - 7)$ إذا كان $a = 12 = 10$.

| | |
|---|---|
| $a + 8 = b(x - 7)$ | اكتب المعادلة. |
| $12 + 8 = 10(x - 7)$ | $a = 12 = 10$ |
| $20 = 10x - 70$ | بسّط. |
| $90 = 10x$ | اجمع. |
| $x = 9$ | اقسم. |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك الوحدة 12. ولكي تستعد، حدد المفردات المهمّة ونظّم مواردك.

## مطويات منظّم الدراسة

**المستقيمات المتوازية والمتعامدة** اصنع هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك على الوحدة 12 بشأن العلاقات بين المستقيمات. ابدأ بورقة بمقاس A3 وست بطاقات فهرسة.

1 **اطوِ** بالطول حوالي 7 cm من الأسفل.

2 **اطوِ** الورقة لثلاثة أثلاث.

3 **افتح** ودبّس الحواف في أحد الجوانب لتكوّن ثلاثة جيوب.

4 **اكتب** على الجيوب كما هو موضح. ضع بطاقتي فهرسة في كل جيب.

## مفردات جديدة

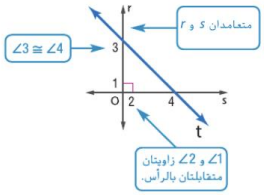
- مستقيمات متوازية (parallel lines)
- مستقيمات متخالفة (skew lines)
- مستويات متوازية (parallel planes)
- قاطع (transversal)
- زوايا داخلية (interior angles)
- زاوية خارجية (exterior angles)
- زوايا متناظرة (corresponding angles)
- ميل (slope)
- معدل التغير (rate of change)
- صيغة الميل والمقطع (slope-intercept form)
- صيغة النقطة والميل (point-slope form)
- مسافة متساوية (equidistant)

## مراجعة المفردات

الزوايا المتطابقة هما زاويتان لهما نفس القياس

المتعامد مستقيمان أو قطعتان مستقيمتان أو شعاعان يتقاطعان لتكوين زوايا قائمة

الزاويتان المتقابلتان بالرأس زاويتان غير متجاورتين تشكّلهما مستقيمات متقاطعة




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 69
Grade 9 Part 2

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

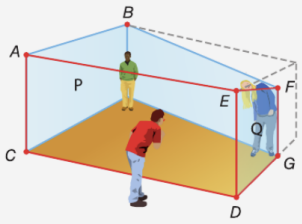
# 12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

**السابق**
- استخدمت العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة لإثبات النظريات.

**الحالي**
1. تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين.
2. تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية والمتقاطعة.

**لماذا؟**
- في غرفة إيمان. يُخيّل أن هناك شخصًا يقف في الركن الأيمن أكبر حجمًا بكثير من شخص يقف في الركن الأيسر.

من خلال ثقب أمامي يُنظر منه، يظهر الجداران الأمامي والخلفي متوازيين، بينما هما في الحقيقة مائلان. ويظهر السقف والأرضية أفقيّين، بينما هما في الحقيقة مائلان.



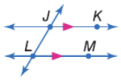

## 1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات

في تصميم غرفة إيمان المذكورة أعلاه، يتم استخدام مستقيمات متقاطعة ومتوازية ومتخالفة، إضافة إلى مستويات متقاطعة ومتوازية، لعمل خدعة بصرية.

### المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

**المستقيمات المتوازية** هي مستقيمات متحدة المستوى غير متقاطعة.

مثال $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$




يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمين متوازيان.

**المستقيمات المتخالفة** هي مستقيمات غير متقاطعة وليست متحدة المستوى.

مثال المستقيمان $\ell$ و $m$ مستقيمان متخالفان.

**المستويات المتوازية** هي مستويات غير متقاطعة.

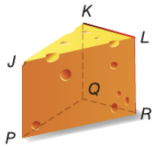
مثال المستويان $A$ و $B$ مستويان متوازيان.

$\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$ يقرأ كما يلي: المستقيم $JK$ يوازي المستقيم $LM$.

فإذا كانت القطع المستقيمة أو الشعاعات متضمنة في المستقيمات المتوازية أو المتخالفة، تكون القطع المستقيمة أو الشعاعات متوازية أو متخالفة.

### مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

**حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.**




**a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{JP}$**

$\overline{LR}$ و $\overline{KQ}$

**b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{KL}$**

$\overline{JP}$ أو $\overline{PQ}$ أو $\overline{PR}$

**c. مستوى متوازٍ مع المستوى $PQR$**

المستوى $JKL$ هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى $PQR$.



## المفردات الجديدة

- مستقيمات متوازية parallel lines
- مستقيمات متخالفة skew lines
- مستويات متوازية parallel planes
- قاطع transversal
- زوايا داخلية interior angles
- زوايا خارجية exterior angles
- زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles
- زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles
- زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles
- زوايا متناظرة corresponding angles

**ممارسات في الرياضيات**

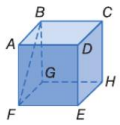
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**تمرين موجّه**

**حدد كلًّا مما يلي باستخدام المكعب الموضح.**




**1A.** كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overleftrightarrow{BC}$

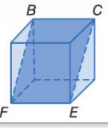
**1B.** قطعة مستقيمة متوازية مع $\overleftrightarrow{EH}$

**1C.** كل المستويات المتوازية مع المستوى $DCH$

**انتبه!**

**المتوازي مقابل المتخالف**

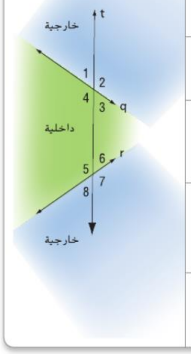
في سؤال التحقق من تقدمك 1A، $\overline{FE}$ ليس *متخالفًا* مع $\overleftrightarrow{BC}$. بدلاً من ذلك، هذان المستقيمان متوازيان في المستوى $BCF$.




## 2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر على مستوى واحد عند نقطتين مختلفتين يسمى **قاطعًا**. في الرسم التخطيطي أدناه، المستقيم $t$ يعتبر قاطعًا للمستقيمين $q$ و $r$. لاحظ أن المستقيم $t$ يُكوّن ثماني زوايا مع المستقيمين $q$ و $r$. وهذه الزوايا وأزواج محددة منها يتم تمييزها بأسماء خاصة.

**المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة**




| | |
|---|---|
| أربع **زوايا داخلية** تقع في المنطقة بين المستقيمين $q$ و $r$. | $\angle 3$ و $\angle 5$ . $\angle 4$ و $\angle 6$ |
| أربع **زوايا خارجية** تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين $q$ و $r$. | $\angle 1$ و $\angle 7$ . $\angle 2$ و $\angle 8$ |
| **الزوايا الداخلية المتتالية** هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع $t$. | $\angle 4$ و $\angle 3$ . $\angle 5$ و $\angle 6$ |
| **الزوايا الداخلية المتبادلة** هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع $t$. | $\angle 3$ و $\angle 5$ . $\angle 4$ و $\angle 6$ |
| **الزوايا الخارجية المتبادلة** هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على جهتين مختلفتين للقاطع $t$. | $\angle 1$ و $\angle 7$ . $\angle 2$ و $\angle 8$ |
| **الزوايا المتناظرة** تقع على نفس الضلع للقاطع $t$ وعلى نفس الضلع للمستقيمين $q$ و $r$. | $\angle 1$ و $\angle 5$ . $\angle 2$ و $\angle 6$<br>$\angle 3$ و $\angle 7$ . $\angle 4$ و $\angle 8$ |

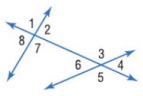
**قراءة في الرياضيات**

**الزوايا الداخلية لنفس الضلع**

الزوايا الداخلية المتتالية تسمى أيضًا *الزوايا الداخلية لنفس الضلع*.

**مثال 2 تصنيف العلاقات بين أزواج الزوايا**

**ارجع إلى الشكل أدناه. صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة* أو *زوايا خارجية متبادلة* أو *زوايا متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.**




**a.** $\angle 1$ و $\angle 5$
خارجية متبادلة

**b.** $\angle 7$ و $\angle 6$
داخلية متتالية

**c.** $\angle 4$ و $\angle 2$
متناظرة

**d.** $\angle 6$ و $\angle 2$
داخلية متبادلة

**تمرين موجّه**

**2A.** $\angle 3$ و $\angle 7$ **2B.** $\angle 5$ و $\angle 7$ **2C.** $\angle 4$ و $\angle 8$ **2D.** $\angle 2$ و $\angle 3$



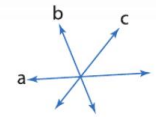
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

عندما يمكن أن يكون أكثر من مستقيم واحد قاطعًا، حدد أولاً القاطع لزوج معطى من الزوايا من خلال تحديد موقع المستقيم الواصل بين رؤوس الزوايا.

**نصيحة دراسية**

**مثال خارج عن التعريف** في الشكل أدناه، المستقيم $c$ ليس قاطعًا للمستقيمين $a$ و $b$، حيث إن المستقيم $c$ يقطع المستقيمين $a$ و $b$ في نقطة واحدة فقط.




## مثال 3 تحديد المتقاطعات وتصنيف أزواج الزوايا

**حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في الصورة، ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.**

**a.** $\angle 1$ و $\angle 3$

القاطع الواصل بين $\angle 1$ و $\angle 3$ هو المستقيم $h$.
هذه زوايا خارجية متبادلة.

**b.** $\angle 5$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 5$ و $\angle 6$ هو المستقيم $k$.
هذه زوايا داخلية متتالية.

**c.** $\angle 2$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 2$ و $\angle 6$ هو المستقيم $\ell$.
هذه زوايا متناظرة.

**تمرين موجّه**

**3A.** $\angle 3$ و $\angle 5$

**3B.** $\angle 2$ و $\angle 8$

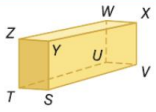
**3C.** $\angle 5$ و $\angle 7$

**3D.** $\angle 2$ و $\angle 9$

## التحقق من فهمك

**مثال 1**

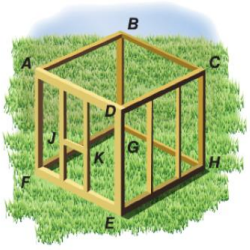
**ارجع إلى الشكل في اليسار لتحديد كلٍّ مما يلي.**




**1.** مستوى متوازٍ مع المستوى $ZWX$

**2.** قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{TS}$ التي تضم النقطة $W$

**3.** كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{SV}$




**4. أشكال وتصميمات** استخدِم الرسم التخطيطي لسقيفة التخزين المؤطرة جزئيًا الموضحة لتحديد كلّ مما يلي.

**a.** عيّن ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.

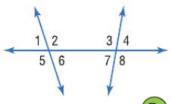
**b.** عيّن ثلاث قطع مستقيمة متوازية مع $\overline{DE}$.

**c.** عيّن قطعتين مستقيمتين متوازيتين مع $\overline{FE}$.

**d.** عيّن زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.

**مثال 2**

***صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.***




**5.** $\angle 1$ و $\angle 8$

**6.** $\angle 2$ و $\angle 4$

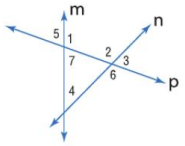
**7.** $\angle 3$ و $\angle 6$

**8.** $\angle 7$ و $\angle 6$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
Unlocked
elib.moe.gov.ae
51%

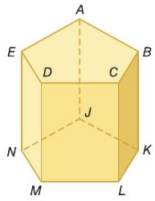
**مثال 3** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.




10. $\angle 5$ و $\angle 6$
9. $\angle 2$ و $\angle 4$
12. $\angle 2$ و $\angle 7$
11. $\angle 4$ و $\angle 7$

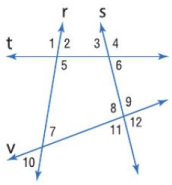
## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.



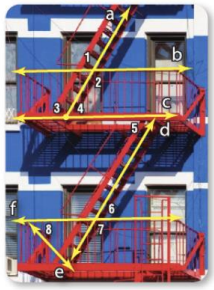

13. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{DM}$
14. مستوى متوازٍ مع المستوى $ACD$
15. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{BC}$
16. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى $EDM$
17. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{AE}$
18. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{EN}$
19. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{AB}$ من خلال النقطة $J$
20. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CL}$ من خلال النقطة $E$

**المثالان 3-2** **الدقة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة* أو *زوايا خارجية متبادلة* أو *زوايا متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.




21. $\angle 4$ و $\angle 9$
22. $\angle 5$ و $\angle 7$
23. $\angle 3$ و $\angle 5$
24. $\angle 10$ و $\angle 11$
25. $\angle 1$ و $\angle 6$
26. $\angle 6$ و $\angle 8$
27. $\angle 2$ و $\angle 3$
28. $\angle 9$ و $\angle 10$
29. $\angle 4$ و $\angle 11$
30. $\angle 7$ و $\angle 11$

**مثال 3** **السلامة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في صورة الهروب من الحريق الموضحة. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.




31. $\angle 1$ و $\angle 2$
32. $\angle 2$ و $\angle 4$
33. $\angle 4$ و $\angle 5$
34. $\angle 6$ و $\angle 7$
35. $\angle 7$ و $\angle 8$
36. $\angle 2$ و $\angle 3$

37. **الكهرباء** لا يُسمح بالتقاطع بين خطوط الكهرباء.

a. ما العلاقة التي يجب أن تكون بين خطّي الكهرباء $p$ و $m$؟ اشرح استنتاجك.

b. ما العلاقة بين المستقيم $q$ و المستقيمين $p$ و $m$؟

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة الطبع والتأليف

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**صف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة باعتبارها علاقة *توازٍ* أو *تخالف* أو *تقاطع*.**

38. $\overline{FG}$ و $\overline{BC}$

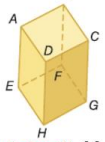
39. $\overline{AB}$ و $\overline{CG}$

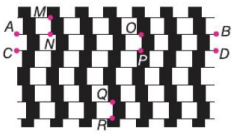
40. $\overline{DH}$ و $\overline{HG}$

41. $\overline{DH}$ و $\overline{BF}$

42. $\overline{EF}$ و $\overline{BC}$

43. $\overline{CD}$ و $\overline{AD}$



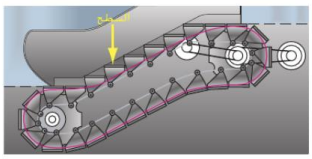




44. **الاستنتاج المنطقي** الشكل التخيلي الموضح على اليسار ناتج عن استخدام مربعات وخطوط مستقيمة.

**a.** ما العلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ برّر استنتاجك.

**b.** ما العلاقة بين $\overline{MN}$ و $\overline{QR}$؟ والعلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{OP}$؟

45. **السلالم المتحركة** تتكون السلالم الكهربائية المتحركة من درجات على حلقة دوارة يتم تحريكها باستخدام موتور. تنبسط الدرجات عند أعلى وأسفل منصة السلم لتوفير سطح مستوٍ للدخول للسلم والخروج منه.




**a.** ما العلاقة بين سطح درجات الصاعدة؟

**b.** ما العلاقة بين سطح الدرجتين عند قمة الجزء المنحدر؟

**c.** ما العلاقة بين سطح الدرجات في الجزء المنحدر من السلم المتحرك وسطح الدرجات عند أسفل السلم المتحرك؟

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **مسألة غير محددة الإجابة** المستوى $P$ يحتوي على المستقيمين $a$ و $b$. المستقيم $c$ يقطع المستوى $P$ عند النقطة $J$. المستقيمان $a$ و $b$ متوازيان. والمستقيمان $a$ و $c$ متخالفان. والمستقيمان $b$ و $c$ غير متخالفين. ارسم شكلاً مستندًا إلى هذا الوصف.

47. **تحدٍّ** افترض أن النقاط $A$ و $B$ و $C$ موجودة بالمستوى $P$. وأن النقاط $D$ و $E$ و $F$ موجودة بالمستوى $Q$. يضم المستقيم $m$ النقطتين $D$ و $F$ ولا يتقاطع مع المستوى $P$. المستقيم $n$ يضم النقطتين $A$ و $E$.

**a.** صمم رسمًا تخطيطيًا يمثل هذه الحالة.

**b.** ما العلاقة بين المستويين $P$ و $Q$؟

**c.** ما العلاقة بين المستقيمين $m$ و $n$؟

**التبرير المستوى $X$ والمستوى $Y$ متوازيان، والمستوى $Z$ يتقاطع مع المستوى $X$. المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ موجود في المستوى $X$، والمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ موجود في المستوى $Y$، والمستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ موجود في المستوى $Z$. حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة *دائمًا* أم *أحيانًا* أم *ليست صحيحة مطلقًا*. اشرح.**

48. $\overleftrightarrow{AB}$ متخالف مع $\overleftrightarrow{CD}$.

49. $\overleftrightarrow{AB}$ متقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$.

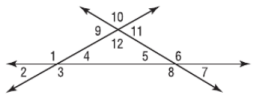
50. **الكتابة في الرياضيات** هل يمكن وصف زوج من المستويات بأنهما متخالفان؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

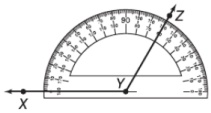
## تدريب على الاختبارات المعيارية

**51.** أيّ من أزواج الزوايا التالية تعتبر زوايا خارجية متبادلة؟



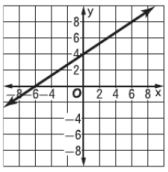

**A** $\angle 1$ و $\angle 5$
**B** $\angle 2$ و $\angle 6$
**C** $\angle 2$ و $\angle 10$
**D** $\angle 5$ و $\angle 9$

**52.** ما قياس $\angle XYZ$؟




**F** 30°
**G** 60°
**H** 120°
**J** 150°

**53. إجابة قصيرة** عيّن إحداثيات النقاط التي تمثل نقطتي التقاطع $x$ و $y$ في التمثيل البياني الموضح أدناه.




**54. SAT/ACT** فيما يلي، الخيار *الذي لا* يساوي 485 هو:

**A** $(3 \times 100) + (4 \times 10) + 145$
**B** $(3 \times 100) + (18 \times 10) + 5$
**C** $(4 \times 100) + (8 \times 10) + 15$
**D** $(4 \times 100) + (6 \times 10) + 25$
**E** $(4 \times 100) + (5 \times 10) + 35$

## مراجعة شاملة

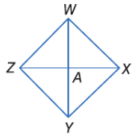
**جـــد قياس جميع الزوايا المرقمة.**

**55.** $m\angle 9 = 2x - 4$,
$m\angle 10 = 2x + 4$

**56.** $m\angle 11 = 4x$,
$m\angle 12 = 2x - 6$

**57.** $m\angle 19 = 100 + 20x$,
$m\angle 20 = 20x$

**58. البرهان** أثبت ما يلي.




**المعطيات:** $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$
$A$ هي نقطة منتصف $\overline{WY}$
$A$ هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$

**المطلوب:** $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

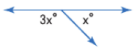
## مراجعة المهارات

**جـــد $x$.**

**59.**

**60.**

**61.**




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae



# 12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

مختبر برامج الهندسة

يمكنك استخدام لوح التمثيل البياني (Geometer Sketchpad®) لتحديد الزوايا المتكونة من مستقيمين متوازيين وقاطع.

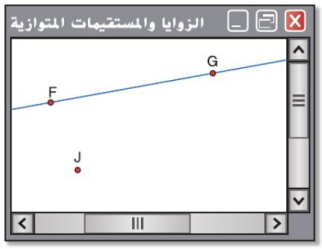
## النشاط المستقيمات المتوازية مع وجود قاطع

**الخطوة 1** ارسم مستقيمًا.

ارسم نقطتين وسمّيهما $F$ و $G$. ثم استخدم أداة رسم المستقيمات لرسم المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$.

**الخطوة 2** ارسم مستقيمًا متوازيًا.

ارسم نقطة خارج المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$ وسمّها بالحرف $J$. حدد $\overleftrightarrow{FG}$ والنقطة $J$. ثم حدد الخيار **Parallel Line (خط متوازٍ)** من قائمة **Construct (إنشاء)**. ارسم نقطة وسمّها $K$ على هذا المستقيم المتوازي.

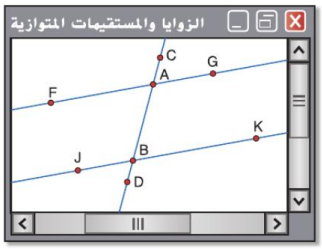



**الخطوة3** ارسم قاطعًا.

ارسم نقطة وسمّها $A$ على المستقيم $\overleftrightarrow{FG}$ ونقطة $B$ على المستقيم $\overleftrightarrow{JK}$. حدد النقطتين $A$ و $B$ ثم حدد الخيار **Line (مستقيم)** من قائمة **Construct (إنشاء)** لرسم قاطع $\overleftrightarrow{AB}$. ثم ارسم نقطتين وسمّهما $C$ و $D$ على القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ كما هو موضح.

**الخطوة 4** قِس كل زاوية.

قِس جميع الزوايا الثماني المتكونة من هذه المستقيمات. على سبيل المثال، حدد النقطتين $F$ و $A$، ثم النقطة $C$. وحدد الخيار **Angle (زاوية)** من قائمة **Measure (قياس)** لإيجاد $m\angle FAC$.




### حلّل النتائج

1. سجّل القياسات الناتجة من الخطوة 4 في جدول مثل هذا الجدول. أي الزوايا لها نفس القياس؟

| زاوية | $\angle FAC$ | $\angle CAG$ | $\angle GAB$ | $\angle FAB$ | $\angle JBA$ | $\angle ABK$ | $\angle KBD$ | $\angle JBD$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| القياس الأول | | | | | | | | |

2. اسحب النقطة $C$ أو النقطة $D$ لتحريك القاطع $\overleftrightarrow{AB}$ بحيث يقطع المستقيمين المتوازيين عند زاوية مختلفة. أضف بالجدول صفًا جديدًا للقياسات الثانية. ثم سجّل فيه القياسات الجديدة. كرر تلك الخطوات حتى تكتمل بجدولك صفوف بيانات قياس ثالثة، ورابعة، وخامسة.

3. باستخدام الزوايا المدرجة في الجدول، حدد وصف العلاقة بين كل أزواج الزوايا ذات الأسماء الخاصة التالية. ثم اكتب تخمينًا بصيغة "إذا كان - إذًا" عن كل زوج من الزوايا عندما يتكوّن من أي مستقيمين متوازيين تقاطَع معهما قاطع.

   a. متناظرة  b. داخلية متبادلة  c. خارجية متبادلة  d. داخلية متتالية

4. اسحب النقطة $C$ أو النقطة $D$ بحيث يكون قياس أي من الزوايا هو 90.

   a. ماذا تلاحظ بالنسبة لقياسات الزوايا الأخرى؟

   b. خمّن فرضية بالنسبة لقاطع متعامد على أحد المستقيمين المتوازيين.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

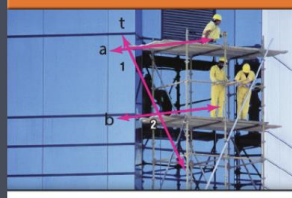
9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# 12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

**السابق**
- تعلمتُ كيفية تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية مع القواطع.

**الحالي**
1. استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا.
2. استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

**لماذا؟**
- يستخدم عمال الإنشاءات والصيانة عادةً سقالة للصعود. يوفر هذا الهيكل الدعم والوصول إلى المناطق المرتفعة. القاطع $t$ الموضح يوفر دعمًا هيكليًا لمنطقتي العمل المتوازيتين.



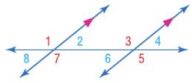

**ممارسات في الرياضيات**
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

## 1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

في الصورة، المستقيم $t$ قاطع للمستقيمين $a$ و $b$. وتُعد $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متناظرتين. بما أن المستقيمين $a$ و $b$ متوازيان، فهناك علاقة خاصة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

### المسلّمة 12.1 مسلّمة الزوايا المتناظرة

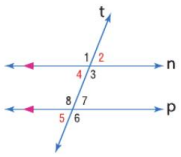
إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، يكون كل زوج من الزوايا المتناظرة متطابقًا.




**أمثلة** $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

### مثال 1 استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة

**في الشكل، $m\angle 5 = 72$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.**




a. $\angle 4$

| | |
|---|---|
| $\angle 4 \cong \angle 5$ | مسلّمة الزوايا المتناظرة |
| $m\angle 4 = m\angle 5$ | تحديد الزوايا المتطابقة |
| $m\angle 4 = 72$ | تعويض |

b. $\angle 2$

| | |
|---|---|
| $\angle 2 \cong \angle 4$ | نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس |
| $\angle 4 \cong \angle 5$ | مسلّمة الزوايا المتناظرة |
| $\angle 2 \cong \angle 5$ | خاصية التعدي في التطابق |
| $m\angle 2 = m\angle 5$ | تحديد الزوايا المتطابقة |
| $m\angle 2 = 72$ | تعويض |

**تمرين موجّه**

**في الشكل، افترض أن $m\angle 8 = 105$. جد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظرية) استخدمتها.**

1A. $\angle 1$ 1B. $\angle 2$ 1C. $\angle 3$

في المثال1 ، إن $\angle 2$ و $\angle 5$ زاويتان خارجيتان متبادلتان متطابقتان. يقترح هذا المثال وغيره من الأمثلة النظريات التالية عن أزواج الزوايا الأخرى المتكونة من مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

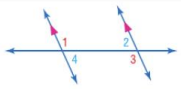
9:23 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**نصيحة دراسية**

**العلاقات بين الزوايا** تُعمِّم هذه النظريات العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. إذا اختلطت عليك هذه العلاقات، يمكنك التحقق منها بالأساليب المستخدمة في المثال 1. باستخدام الزوايا المتناظرة والزوايا المتقابلة بالرأس والزوايا المتكاملة فقط.

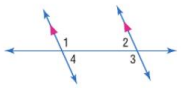
## نظريات المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

**12.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة** إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذًا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا.



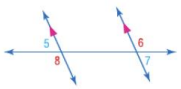

**أمثلة** $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

**12.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية** إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذًا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكاملاً.




**أمثلة** $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

**12.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة** إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإذًا، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقًا.

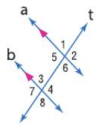



**أمثلة** $\angle 8 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 5$

سوف تقوم بإثبات النظريتين 12.2 و 12.3 من خلال التمرينين 30 و 35 على الترتيب.

نظرًا لأنه يتم قبول بعض المسلّمات دون إثبات، يمكنك استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة لإثبات كلٍّ من النظريات أعلاه.

## إثبات نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة




**المعطيات:** $a \parallel b$
$t$ يمثّل قاطعًا لكل من $a$ و $b$.

**المطلوب:** $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 3$

**فترة الإثبات:** نعلم أن $a \parallel b$ قطعهما القاطع $t$.
وحسب مسلّمة الزوايا المتناظرة، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. لذلك، $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. كذلك، $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ لأن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة. وبالتالي، $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 3$ حيث إن تطابق الزوايا متعدٍّ.

## مثال 2 من الحياة اليومية استخدام النظريات مع المستقيمات المتوازية

**التخطيط المجتمعي** ممر ريدينغ وطريق جدول كريك المائي هما شارعان متوازيان يتقاطعان مع طريق المنتزه على طول الجانب الغربي لمنتزه وندل. إذا كان $m\angle 1 = 118$، فجد $m\angle 2$.

| | |
|---|---|
| مسلّمة الزوايا الداخلية المتبادلة | $\angle 2 \cong \angle 1$ |
| تحديد الزوايا المتطابقة | $m\angle 2 = m\angle 1$ |
| التعويض | $m\angle 2 = 118$ |

**تمرين موجّه**

**التخطيط المجتمعي** ارجع إلى الرسم التخطيطي أعلاه لإيجاد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

**2A.** إذا كان $m\angle 1 = 100$ فجد $m\angle 4$.

**2B.** إذا كان $m\angle 3 = 70$ فجد $m\angle 4$.

**الربط بالحياة اليومية**
تحتاج بعض المدن إلى أن تتقاطع شوارعها في تقسيمات التخطيط الجديدة بزاوية لا تقل عن 60°.

McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

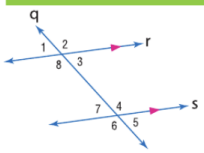
## 2 الجبر وقياسات الزوايا

يمكن استخدام علاقات خاصة بين الزوايا التي تكونت من مستقيمين متوازيين وقاطع لإيجاد قيم غير معروفة.

### مثال 3 إيجاد قيم المتغيرات

**الجبر** **استخدم الشكل الموضح على اليسار لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.**

**a. إذا كان $m\angle 4 = 2 - 17$ و $\angle 1 = 85$ فجـــد .**




| | |
|---|---|
| $\angle 3 \cong \angle 1$ | نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس |
| $m\angle 3 = m\angle 1$ | تحديد الزوايا المتطابقة |
| $m\angle 3 = 85$ | تعويض |

نظرًا لأن المستقيمين $r$ و $s$ متوازيان، تكون الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 3$ متكاملتين حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

| | |
|---|---|
| $m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ | تحديد الزوايا المتكاملة |
| $85 + 2x - 17 = 180$ | تعويض |
| $2x + 68 = 180$ | بسط. |
| $2x = 112$ | اطرح 86 من كل طرف. |
| $x = 56$ | اقسم كل طرف على 2. |

**b. جـــد إذا كان $m\angle 3 = 4 + 30$ و $\angle 7 = 7 + 6$.**

| | |
|---|---|
| $\angle 3 \cong \angle 7$ | نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة |
| $m\angle 3 = m\angle 7$ | تحديد الزوايا المتطابقة |
| $4y + 30 = 7y + 6$ | تعويض |
| $30 = 3y + 6$ | اطرح $4y$ من كل طرف. |
| $24 = 3y$ | اطرح 6 من كل طرف. |
| $8 = y$ | اقسم كل طرف على 3. |

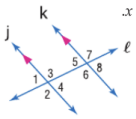
**نصيحة دراسية**

**الدقة** المسلّمات والنظريات التي ستدرسها في هذا الدرس لا تنطبق إلا على *المستقيمات المتوازية* التي يقطعها قاطع. يجب عليك عدم افتراض أن المستقيمات متوازية إلا إذا أعطيت معلومات عن ذلك أو إذا تم تمييز المستقيمات بأسهم توضح علاقة التوازي.

**تمرين موجّه**

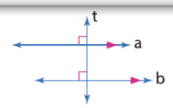
**3A.** إذا كان $m\angle 2 = 4x + 7$ و $m\angle 7 = 5x - 13$ فجـــد $x$.

**3B.** جـــد $y$ إذا كان $m\angle 5 = 68$ و $m\angle 3 = 3y - 2$.




توجد علاقة خاصة عندما يكون قاطع مستقيمين متوازيين عبارة عن مستقيم متعامد.

### النظرية 12.4 نظرية القاطع المتعامد




في أي مستوى، إذا وجد مستقيم متعامدًا على أحد مستقيمين متوازيين، فإن هذا المستقيم يكون متعامدًا على المستقيم المتوازي الثاني.

**أمثلة** إذا كان المستقيم $a \parallel$ المستقيم $b$ والمستقيم $a \perp$ المستقيم $t$، إذًا يكون المستقيم $b \perp$ المستقيم $t$.

سوف تثبت النظرية 12.4 في التمرين 37.



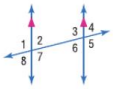
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 79

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

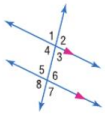
## التحقق من فهمك

**مثال1** في الشكل، $m\angle 2 = 85$. جـــد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



1. $\angle 4$
2. $\angle 6$
3. $\angle 7$

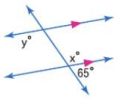
**مثال2** في الشكل، $m\angle 6 = 110$ جـــد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات استخدمتها.



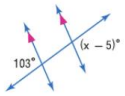
4. $\angle 4$
5. $\angle 3$
6. $\angle 1$

**مثال3** جـــد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

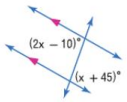
7.




8.

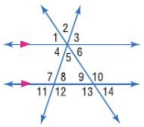



9.




## التمرين وحل المسائل

**المثالان1 و 2** في الشكل، $m\angle 11 = 62$ و $m\angle 14 = 38$. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



10. $\angle 4$
11. $\angle 3$
12. $\angle 12$
13. $\angle 8$
14. $\angle 6$
15. $\angle 2$
16. $\angle 10$
17. $\angle 5$
18. $\angle 1$

**مثال3** **جهاز استقبال إشارات القمر الصناعي** تجمّع الأطباق اللاقطة لإشارات التليفزيون الإشارة عن طريق توجيه الإشعاع القادم من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال موضوع في بؤرة الطبق اللاقط للإشارة. افترض أن أشعة الإشعاع القادم من القمر الصناعي متوازية. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

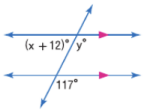
19. $\angle 1$ و $\angle 2$
20. $\angle 1$ و $\angle 3$
21. $\angle 2$ و $\angle 4$
22. $\angle 4$ و $\angle 1$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

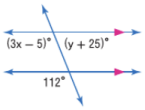
9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**جـــد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.**

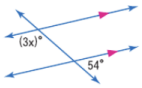
**23.**



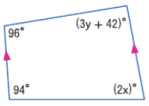

**24.**



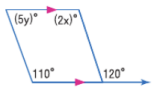

**25.**



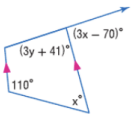

**26.**




**27.**



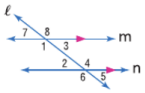

**28.**




**29. البرهان** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.2.

**المعطيات :** $m \parallel n$ و $\ell$ يمثل قاطعًا.

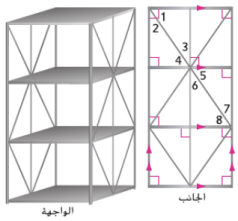
**المطلوب:** الزاويتان ∠1 و ∠2 متكاملتان؛ والزاويتان ∠3 و ∠4 متكاملتان.




**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. ? | a. معطيات |
| b. ∠1 و ∠3 تكوّنان زاوية مستقيمة<br>∠2 و ∠4 تكوّنان زاوية مستقيمة. | b. ?<br>c. إذا شُكِّلَتْ زاويتان زاوية مستقيمة، إذًا تكون هاتان الزاويتان متكاملتين. |
| c. ? | d. ?<br>e. تحديد التطابق |
| d. ∠1 ≅ ∠4 ،∠2 ≅ ∠3 | f. ? |
| e. $m\angle1 = m\angle4$، $m\angle2 = m\angle3$ | |
| f. ? | |

**التخزين عند الحاجة إلى الوصول للرفوف الصناعية من أي جانب، يتم توفير دعم إضافي على الجانب بأجزاء متقاطعة . حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.**




**30.** ∠2 و ∠7

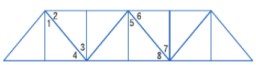
**31.** ∠3 و ∠7

**32.** ∠4 و ∠5

**33.** ∠5 و ∠6

**34. الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين لنظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. (النظرية 12.3)

**35. الجسور** راجع الرسم التخطيطي الموضح على اليسار لهيكل جسر. الدعامتان الأفقيتان للجسر متوازيتان.




**a.** اكتب تخمينًا عن الزوايا زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

**b.** اكتب تخمينًا عن الزوايا فردية الترقيم. اشرح استنتاجك.

**c.** اكتب تخمينًا عن أي زوج من الزوايا تكون إحدى زاويتيه فردية الترقيم والأخرى زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



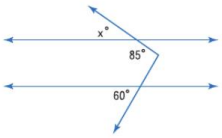
267 / 81

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

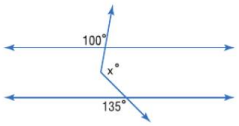
**36. الإثبات** في مستوى ما، أثبت أنه إذا كان هناك مستقيم متعامد على أحد مستقيمين متوازيين، إذا يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. (النظرية 12.4)

**الأدوات جـــد** $x$. *(إرشاد: ارسم خطًا مساعدًا.)*

**37.**




**38.**




**39.** ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية، $x$ و $y$. ارسم مستقيمًا، $w$، يمثل قاطعًا يقطع المستقيمين $x$ و $y$. قم بترقيم الزوايا بحيث تكون الزوايا ذات الأرقام الفردية في جانب واحد من القاطع. وتكون الزوايا ذات الأرقام الزوجية في الجانب الآخر من القاطع.

**a.** سجّل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا زوجية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

**b.** سجّل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا فردية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

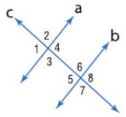
**c.** إذا كان عليك تحديد زاويتين عشوائيًا، فكم يكون عدد أزواج الزوايا المحتملة؟

**d.** ما العلاقة (العلاقات) المحتملة بين أزواج الزوايا؟

**e.** ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتطابقة؟

**f.** ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتكاملة؟

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

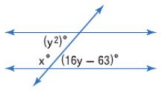



**40. الكتابة في الرياضيات** إذا كان المستقيم $a$ متوازيًا مع المستقيم $b$ و $\angle 6 \cong \angle 5$، فصف العلاقة بين المستقيمين $a$ و $c$. اشرح استنتاجك.

**41. الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة ونظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

**42. مسألة غير محددة الإجابة** ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية يقطعهما قاطع وقس الزاويتين الخارجيتين على نفس الجانب من القاطع. حدد قياساتك على الرسم. اعتمادًا على النموذج الذي رأيته لتسمية أزواج زوايا أخرى، ماذا تعتقد أن يكون اسم زوج الزوايا الذي قسته؟

**43. تحدٍّ** جـــد $x$ و $y$.




**التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم صحيحة *دائمًا* أم غير صحيحة على *الإطلاق*. اشرح استنتاجك.

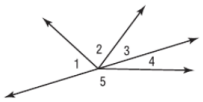
**44.** إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين وعُرف قياس إحدى الزوايا، فإنه يمكن معرفة قياس جميع الزوايا الأخرى أيضًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**45.** افترض أن $\angle 4$ و $\angle 5$ تُكوّنان زوجًا خطيًا. إذا كان $m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 2 = 3x - 20$ و $m\angle 3 = x - 4$. فما هو $m\angle 3$؟

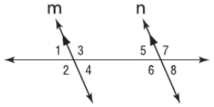



A 26°
B 28°
C 30°
D 32°

**46. SAT/ACT** يربي مزارع دجاجًا وأغنامًا. فإذا كان إجمالي رؤوس الطيور والحيوانات لديه 120 رأسًا في إجمالي 300 m. فكم يكون عدد الدجاج لدى المزارع؟

F 60
G 70
H 80
J 90

**47. إجابة مختصرة** إذا كان $m \parallel n$ إذًا أي العبارات التالية لا بد من أن تكون صحيحة؟




I. $\angle 3$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متبادلتان.
II. $\angle 4$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متناليتان.
III. $\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان خارجيتان متبادلتان.

**48. الجبر** إذا كان $x = -6 + -2$ ، إذًا $-17 - x =$؟

A −13
B −4
C 9
D 13
E 21

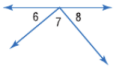
## مراجعة شاملة

**49. الطيران** تم تعيين مستوى ارتفاع الطائرات اعتمادًا على اتجاه طيرانها. فإذا كانت طائرة تطير تجاه الشمال الغربي عند ارتفا 10,500 m وتطير طائرة أخرى تجاه الشرق عند ارتفاع 7,500 m. فصف نوع المستقيمات المتكونة بمسارات الطائرتين. اشرح استنتاجك.

**استخدم العبارة المعطاة لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة.**

**50.** $\angle 1$ و $\angle 2$ تُكونان زوجًا خطيًا و $m\angle 2 = 67$.

**51.** $\angle 6$ و $\angle 8$ زاويتان متتامتان، $m\angle 8 = 47$.




**52.** $m\angle 4 = 32$

## مراجعة المهارات

**حوّل كل تعبير لأبسط صورة.**

**53.** $\frac{6-5}{4-2}$
**54.** $\frac{-5-2}{4-7}$
**55.** $\frac{-11-4}{12-(-9)}$
**56.** $\frac{16-12}{15-11}$
**57.** $\frac{10-22}{8-17}$
**58.** $\frac{8-17}{12-(-3)}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# 12-3 مختبر تقنية التمثيل البياني
# استكشاف الميل

الاستكشاف

يطلق على معدل التغير في مستوى انحدار مستقيم مصطلح "*الميل*". يمكن استخدام الميل لاستكشاف العلاقة بين كميات بالحياة الواقعية.

## إعداد التجربة

- صل جهاز تجميع بيانات بحاسبة التمثيل البياني. ضع الجهاز على مكتب أو منضدة بحيث يمكنه قراءة حركة شخص سائر.
- ضع علامات على الأرض على مسافتين تبعدان 1 m و 6 m عن الجهاز.

### النشاط

**الخطوة 1** اجعل أحد أعضاء المجموعة يقف على العلامة التي على بعد متر وعندما يقوم عضو آخر من المجموعة بالضغط على الزر لبدء تجميع البيانات. ينبغي أن يتحرك السائر بعيدًا عن الجهاز بخطى ثابتة بطيئة.

**الخطوة 2** توقف عن تجميع البيانات عندما يتخطى السائر العلامة التي على بعد 6 m . احفظ هذه البيانات باسم التجربة 1.

**الخطوة 3** كرر التجربة، مع السير بخطى أسرع. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 2.

**الخطوة 4** لإجراء التجربة 3 كرر التجربة ولكن بالسير البطيء تجاه جهاز تجميع البيانات.

**الخطوة 5** كرر التجربة، مع السير بسرعة تجاه الجهاز. احفظ هذه البيانات باسم التجربة 4.

## حلل النتائج

1. قارن وبيّن الفرق بين التمثيل البياني للتجربتين 1 و 2 ما مدى تشابه التمثيل البياني للتجربتين 1 و 3؟

2. استخدم خاصية **التتبع** بالحاسبة لإيجاد إحداثيات نقطتين على كل تمثيل بياني. سجّل الإحداثيات في جدول مثل الجدول الموضح. ثم استخدم النقاط لإيجاد ميل المستقيم.

| التجربة | النقطة $A$ $(x_2, y_2)$ | النقطة $B$ $(x_1, y_1)$ | الميل $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |

3. قارن وبيّن الفرق بين الميل للتجربتين 1 و 2. ما مدى تشابه الميل للتجربتين 1 و 2 مع الميل للتجربتين 3 و 4؟

4. يوضح ميل المستقيم معدل التغير في الكميات التي تمثلها قيمتا $x$ و $y$ ما الذي تم تمثيله بواسطة معدل التغير في هذه التجربة؟

5. **التخمين** كيف سيبدو التمثيل البياني إذا قمت بتجميع بيانات أثناء وقوف الشخص السائر دون حركة؟ استخدم جهاز تجميع البيانات للتحقق من تخمينك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

# 12-3 ميل الخط المستقيم

**السابق**
- استخدمتَ خواص الخطوط المستقيمة المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

**الحالي**
1. تصنيف ميول الخطوط المستقيمة.
2. استخدام الميل لتحديد الخطوط المستقيمة المتوازية والمتعامدة.

**لماذا؟**
- تُعيّن منتجعات للتزلج تقييمات لمسارات التزلج الخاصة بها وفقًا لمدى صعوبتها. ومن العوامل الأساسية في تحديد هذا التقييم انحدار المسار أو درجة *ميله*. ينخفض المسار الذي له درجة ميل بقيمة 6% أو $\frac{6}{100}$ بمقدار 6 m رأسيًا لكل 100 m يتم قطعها رأسيًا خلال التزلج.

والمسارات الأسهل، المميزة بعلامة ●، لها ميول تتراوح ما بين 6% و 25%. بينما المسارات الأصعب، المميزة بعلامة ♦ أو ♦♦، فلها ميول بمقدار 40% أو أكثر.

**المفردات الجديدة**
- ميل slope
- معدل التغير rate of change

**ممارسات في الرياضيات**
استخدام نماذج الرياضيات. محاولة إيجاد البنية واستخدامها. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

## 1 ميل المستقيم

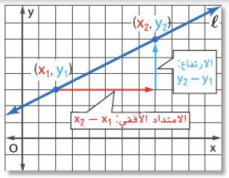
يتم توضيح انحدار أو ميل هضبة بنسبة ارتفاع الهضبة الرأسي إلى امتدادها الأفقي. وفي الجبر، تعلمتَ أن ميل المستقيم في المستوى الإحداثي يمكن حسابه باستخدام أي نقطتين على المستقيم.

### المفهوم الأساسي ميل المستقيم

في المستوى الإحداثي، **ميل** المستقيم هو نسبة التغيير بطول المحور $y$ إلى التغيير بطول لمحور $x$ بين أي نقطتين على المستقيم.

الميل $m$ للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات $(x_1, y_1)$ و $(x_2, y_2)$ محدد من خلال القاعدة

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث إن $x_1 \neq x_2$.

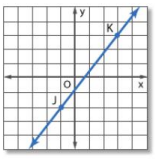



$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

### مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

**جـــد ميل كل مستقيم.**

a.




عوّض $(-1, -2)$ عن $(x_1, y_1)$ و $(3, 3)$ عن $(x_2, y_2)$.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

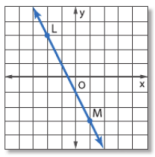
$= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$ تعويض

$= \frac{5}{4}$ بسّط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

**b.**



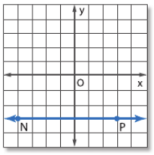

عوّض $(-2, 3)$ عن $(x_1, y_1)$ و $(1, -3)$ عن $(x_2, y_2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$$ التعويض

$$= -2$$ بسّط.

**c.**



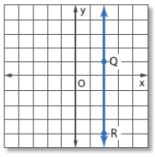

عوّض $(-4, -3)$ عن $(x_1, y_1)$ و $(3, -3)$ عن $(x_2, y_2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$$ تعويض

$$= \frac{0}{7} = 0$$ بسّط.

**d.**




عوّض $(2, 1)$ عن $(x_1, y_1)$ و $(2, -4)$ عن $(x_2, y_2)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$$ تعويض

$$= \frac{-5}{0}$$ بسّط.

هذا الميل **غير محدد**.

**نصيحة دراسية**

**القسمة على 0** $\frac{-5}{0}$ محدد لأنه لا يوجد عدد يمكنك ضربه في 0 وتحصل على النتيجة $-5$. وبما أن هذا صحيح مع أي عدد، فإن جميع الأعداد المقسومة على 0 سيكون لها ميل غير محدد. وكذلك، جميع الخطوط المستقيمة الرأسية لها ميول غير محددة.

**تمرين موجّه**

**1A.** المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 6)$ و $(-5, 3)$

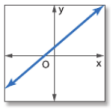
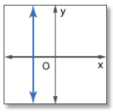
**1B.** المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 8)$ و $(-2, -6)$

**1C.** المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(-3, 4)$

**1D.** المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 3)$ و $(3, 4)$

يوضح المثال 1 مختلف الأنواع الأربعة للميول.

**ملخص المفهوم تصنيف الميول**

| الميل الموجب | الميل السالب | الميل الصفري | الميل غير المحدد |
|---|---|---|---|
|  | | |  |

يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير**. إذ أنه يصف كيفية تغير كمية $y$ تبعًا لكمية $x$. ويمكن استخدام ميل المستقيم لتحديد إحداثيات أي نقطة على المستقيم.



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## مهنة من الحياة اليومية

**المضيف الجوي** يتحقق المضيف الجوي من التذاكر ويساعد الركاب في الجلوس في مقاعدهم وحَمل أمتعتهم وتوضيح كيفية استخدام معدات الطوارئ وإجراءاتها. يلزم الحصول على شهادة التعليم الثانوي. ولكن شركات الطيران دائمًا ما تُفضل المرشحين الذين يتحدثون لغتين أو أكثر ممن يحملون شهادات جامعية.

## مثال 2 من الحياة اليومية استخدام الميل في صورة معدل التغير

**السفر** **طيار يطير بطائرة من أبوظبي إلى مدينة الكويت. بعد 0.5 h ، تصل الطائرة إلى ارتفاع مناسب للطيران وهي على بعد 620 km من مدينة الكويت. بعد نصف ساعة، تُصبح الطائرة على بعد 450 km من مدينة الكويت. فكم كانت تبعد الطائرة عن مدينة الكويت بعد 1.25 h من الإقلاع؟**

**الفهم** استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل المسافة من مدينة الكويت $y$ بوحدة الكيلومترات في صورة دالة لإيجاد الزمن $x$ بالساعات.

اقترض أن السرعة ثابتة.
حدد النقطتين (0.5, 620) و (1.0, 450). وارسم خطًا مستقيمًا يمر بهما.

تريد أن تجد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

من التمثيل البياني، يمكننا تقدير أنه بعد 1.25 h ، كانت المسافة أقل من 400 km.

**التخطيط** جـــد ميل المستقيم الممثّل بيانيًا. استخدم معدل التغير هذا في مسافة ابتعاد الطائرة عن مدينة الكويت في الساعة لإيجاد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h

**الحل** استخدم قانون الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(450 - 620)\text{ km}}{(1.0 - 0.5\text{ h})} = \frac{-170\text{ km}}{0.5\text{ h}} \text{ أو } -340\ \frac{\text{km}}{1\text{ h}}$$

طارت الطائرة بمتوسط سرعة 340 km/h.
تدل علامة السالب على تناقص في المسافة بمرور الوقت.

استخدم ميل المستقيم ونقطة واحدة معلومة على المستقيم لحساب المسافة $y$ عندما يكون الوقت $x$ هو 1.25.

قانون الميل
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = -340, x_1 = 0.5, y_1 = 620, x_2 = 1.25$$
$$-340 = \frac{y_2 - 620}{1.25 - 0.5}$$

بسّط.
$$-340 = \frac{y_2 - 620}{0.75}$$

اضرب كل طرف في 0.75.
$$-255 = y_2 - 620$$

اجمع 620 إلى كل طرف.
$$365 = y_2$$

وبذلك، فإن المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 h تساوي 365 km.

**التحقق** بما أن 365 قريبة إلى التقدير، فإن إجابتنا منطقية. ✔

### تمرين موجّه

**2. تنزيلات الوسائط عبر الإنترنت** في عام 2006، تم تنزيل 500 مليون أغنية بطريقة قانونية من الإنترنت. وفي عام 2004، تم تنزيل 200 مليون أغنية بطريقة قانونية.

**A.** استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل عدد الأغاني التي تم تنزيلها بطريقة قانونية $y$ في صورة دالة للوقت $x$ بوحدة الأعوام.

**B.** جـــد ميل المستقيم، وفسّر معناه.

**C.** إذا استمر هذا الاتجاه بالمعدل ذاته، فكم عدد الأغاني التي سيتم تنزيلها بطريقة قانونية في عام 2020؟

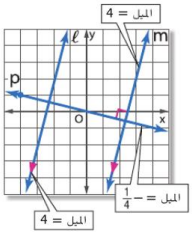
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
51%
elib.moe.gov.ae

## 2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

يمكنك استخدام ميل مستقيمين لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. المستقيمان ذوا الميل الواحد متوازيان.

### المسلَّمات المستقيمات المتوازية والمتعامدة




**12.2 ميول المستقيمات المتوازية** لا يكون لمستقيمين غير رأسيين الميل ذاته إلا في حالة أن يكونا متوازيين. فجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

**مثال** المستقيمان المتوازيان $\ell$ لهما الميل ذاته، 4.

**12.3 ميول المستقيمات المتعامدة** لا يتعامد مستقيمان غير رأسيين إلا إذا كان ناتج ضرب ميلهما يساوي 1−المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدان.

**مثال** المستقيم $m \perp$ المستقيم $p$
ناتج ضرب الميلين $= -\frac{1}{4} \cdot 4$ أو 1−

### مثال 3 تحديد العلاقة بين المستقيمات

***اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما بالنسبة لـ $A(1, 1)$ و $D(6, 1)$ و $C(3, 2)$ و $B(-1, -5)$. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.***

**الخطوة 1** جـــد الميل لكل مستقيم.

ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2}$ أو 3 ميل

$\overleftrightarrow{CD} = \frac{1-2}{6-3}$ أو $\frac{-1}{3}$

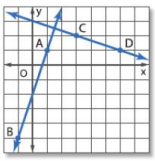
**الخطوة 2** اذكر العلاقة، إن وجدت، بين المستقيمين.

المستقيمان ليس لهما ميل واحد، إذًا فهما غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أم لا. جـــد ناتج ضرب ميلهما.

ناتج ضرب ميل $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ $\quad 3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

بما أن ناتج ضرب ميلهما يساوي 1−، فإن المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ متعامد على المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$.

**التحقق** عندما مُثّل المستقيمان بيانيًا، يبدو أنهما يتقاطعان ويشكلان أربع زوايا قائمة. ✓




**نصيحة دراسية**
**ميول المستقيمات المتعامدة**
إذا كان للمستقيم $\ell$ ميل بقيمة $\frac{a}{b}$، فإن ميل المستقيم المتعامد على المستقيم $\ell$ يساوي المعكوس الضربي. $-\frac{b}{a}$ إذ أن $\frac{a}{b}\left(-\frac{b}{a}\right) = -1$

**تمرين موجّه**

***اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم متعامدين، أم ليس أي منهما. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.***

**3A.** $A(14, 13)$, $B(11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$

**3B.** $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

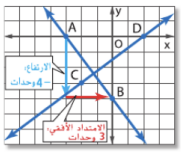


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

### مثال 4 استخدام الميل لتمثيل المستقيم بيانيًا

**ارسم تمثيلاً بيانيًا للمستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ مع $C(-2, -3)$ و $D(2, 0)$.**




ميل $\overleftrightarrow{CD}$ يساوي $\frac{0-(-3)}{2-(-2)}$ أو $\frac{3}{4}$.

بما أن $\frac{3}{4}\left(\frac{4}{-3}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم المتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ بالنقطة $A$ يساوي $-\frac{4}{3}$ أو $\frac{-4}{3}$.

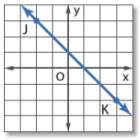
لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة $A$. انتقل إلى الأسفل 4 وحدات ثم إلى اليمين 3 وحدات. حدد النقطة $B$ وارسم $\overleftrightarrow{AB}$.

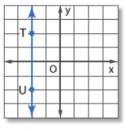
**تمرين موجّه**

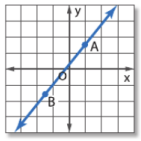
**4.** ارسم تمثيلاً بيانيًا للمستقيم الذي يتضمن $P(0, 1)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{QR}$ مع $Q(-6, -2)$ و $R(0, -6)$.

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **جـــد ميل كل مستقيم.**

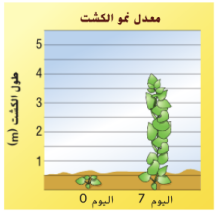
1. 


2. 


3. 


**مثال 2**

**4. علم النباتات** نبات الكشت عبارة عن كرمة سريعة النمو توجد في جنوب الولايات المتحدة. يبلغ الطول المبدئي لكرمة الكشت 0.5 m وبعد سبعة أيام، يصبح طول النبات 4 m.




**a.** مثّل بيانيًا المستقيم الذي يمثل طول النبات بمرور الوقت.

**b.** ما الميل في تمثيلك البياني؟ ما الذي يمثله؟

**c.** بافتراض أن معدل النمو للنبات مستمر. فكم سيكون طول النبات بعد 15 يومًا؟

**مثال 3** **اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}$ و $\overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أي منهما. مثّل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.**

**5** $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$

**6.** $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$

**7.** $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$

**8.** $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

**مثال 4** **مَثّل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.**

**9.** يمر بالنقطة $A(3, -4)$. ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $B(2,4)$ و $C(5, 6)$

**10.** الميل $= 3$. ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$

**11.** يمر بالنقطة $P(7, 3)$. العمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-2, -3)$ و $M(-1, 5)$



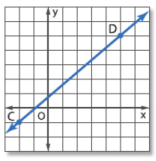
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

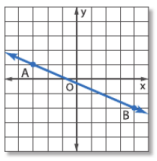
267 / 89

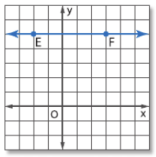
9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

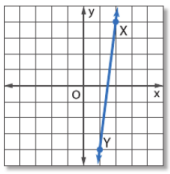
## التمرين وحل المسائل

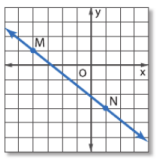
**مثال 1** **جـــد ميل كل مستقيم.**

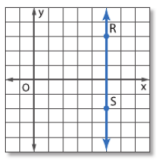
12. 


13. 


14. 


15. 


16. 


17. 


**حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط المعطاة.**

**18.** $C(3, 1), D(-2, 1)$ **9.** $E(5, -1), F(2, -4)$ **1**

**20.** $G(-4, 3), H(-4, 7)$ **21.** $J(7, -3), K(-8, -3)$

**22.** $L(8, -3), M(-4, -12)$ **23.** $P(-3, -5), Q(-3, -1)$

**24.** $R(2, -6), S(-6, 5)$ **25.** $T(-6, -11), V(-12, -10)$

**مثال 2** **26.** **تمثيل النماذج** في عام 2004، شارك 8 ملايين أمريكي فوق سن 7 سنوات في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال. وفي عام2006، شارك 8.5 ملايين.

**a.** ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح عدد المشاركين في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال بناء على التغيير في المشاركة من عام 2004 إلى 2006.

**b.** حسب البيانات، ما معدل الزيادة كل عام للرياضة؟

**c.** إذا استمرت المشاركة بالمعدل ذاته، فكم ستكون المشاركة في عام 2013 بالتقريب إلى أقرب 10,000؟

**27.** **المعرفة المالية** افترض أن مشغل MP3 يتكلف AED 499 في عام 2003 و AED 249.99 في عام 2009.

**a.** مثّل بيانيًا اتجاه المستقيم لتوقع سعر مشغل MP3 من عام 2003 حتى 2009.

**b.** حسب البيانات، كم سينخفض السعر في العام؟

**c.** إذا استمر الاتجاه، فكم ستكون تكلفة مشغل MP3 في عام 2013؟

**مثال 3** **حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم *متعامدين* أم غير ذلك. مثّل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.**

**28.** $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-6, -5)$ **29.** $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$

**30.** $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$ **31.** $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$

**32.** $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$ **33.** $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 90

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

مثال 4 **مثّل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة.**

34. يمر بالنقطة $A(2, -5)$. ويوازي $\overleftrightarrow{BC}$ المار بالنقطتين $B(1, 3)$ و $C(4, 5)$

35. الميل $-2$ ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$

36. يمر بالنقطة $K(3, 7)$. وعمودي على $\overleftrightarrow{LM}$ المار بالنقطتين $L(-1, -2)$ و $M(-4, 8)$

37. يمر بالنقطة $X(1, -4)$. ويوازي المستقيم $\overleftrightarrow{YZ}$ المار بالنقطتين $Z(-3, -5)$ و $Y(5, 2)$

38. الميل $= \frac{2}{3}$. ويمر بالنقطة $J(-5, 4)$

39. يمر بالنقطة $D(-5, -6)$. وعمودي على $\overleftrightarrow{FG}$ المار بالنقطتين $F(-2, -9)$ و $G(1, -5)$

40. **الإستادات** قبل هدم استاد آر سي إيه دوم، كان المقر الرئيس لفريق إنديانابوليس كولتس. في عام 2001، بلغ عدد الحاضرين 450,746 مشجعًا وفي عام 2005 بلغ الحاضرون 457,373 مشجعًا.

a. ما معدل التغير التقريبي في عدد الحضور من عام 2001 وحتى عام 2005؟

b. إذا استمر معدل التغير هذا، فتوقع عدد بعدد الحضور لعام 2012.

c. هل سيستمر عدد الحضور في الزيادة بمعدل غير محدد؟ اشرح.

d. بنى مسؤولو فريق كولتس إستادًا جديدًا الآن وأكبر مساحة .فهل تعتقد أن قرارهم كان منطقيًا؟ لماذا أو لماذا لا؟

**حدد أي مستقيم يمر بالنقاط المحددة له ميل أكثر انحدارًا.**

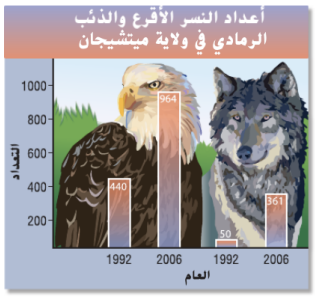
41. المستقيم 1: (0, 5) و (6, 1)
المستقيم 2: (−4, 10) و (−5, 8)

42. المستقيم 1: (−4, 0) و (2, 2)
المستقيم 2: (−4, 0) و (4, 5)

43. المستقيم 1: (−9, −4) و (7, 0)
المستقيم 2: (0, 1) و (4, 7)

44. المستقيم 1: (7, −6) و (−3, 9)
المستقيم 2: (−9, 9) و (5, 3)

45. **تمثيل النماذج** تُعد ولاية ميتشيجان مأوى لنوعين مهددين بالانقراض من الأحياء البرية وهما، النسر الأقرع و الذئب الرمادي. يوضح التمثيل البياني تعداد كل نوع في ولاية ميتشيجان في عام 1992 وعام 2006 .




a. أي نوع منهما كان له معدل تغير أكبر في التعداد؟

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا خطيًا يوضح نمو كلا التعدادين.

c. إذا استمر النوعان في النمو بمعدلاتهما الخاصة، فكم يبلغ تعداد كل نوع في 2012؟

**جـــد قيمة $x$ أو $y$ التي تتوافق مع الحالات المعطاة. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.**

46. المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 4)$ و $(x, -6)$ له ميل يساوي $-\frac{5}{2}$

47. المستقيم المار بالنقطتين $(-4, 9)$ و $(3, 4)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(-8, 1)$ و $(4, y)$.

48. المستقيم المار بالنقطتين $(8, 7)$ و $(-6, 7)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(2, 4)$ و $(x, 3)$.

49. المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 3)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(-5, 6)$ و $(9, y)$.

50. **المدارس** في عام 2000، كان في مدرسة جيفرسون الثانوية 1125 طالبًا، وفي عام 2006، زاد عدد الطلاب ليصبح 1425 طالبًا. عندما بُنيت مدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2001، كان لديها 5721 طالبًا .فكم طالبًا التَحَقَ بمدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2006 إذا زاد عدد الطلاب بالمعدل ذاته مثل مدرسة جيفرسون الثانوية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 91

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

51 **الموسيقى** تريد أماني ومنى أن تذهبا إلى متجر الموسيقى القريب من منزل أماني بعد المدرسة، ويمكنهما المشي 3.5 km/h أو قيادة الدراجة بسرعة 10 km/h .

**a.** ارسم جدولاً لتوضيح المسافة التي يمكن أن تمشيها أماني ومنى أو تقطعاها إذا ركبا الدراجة. أدرج المسافات المقطوعة في 0 و 1 و 2 و 3 و 4 ساعات.

**b.** ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح المسافة التي يمكن أن تقطعها أماني ومنى بناءً على زمن كل من المشي وركوب الدراجة احرص على وضع علامات لمحاور تمثيلك البياني.

**c.** ما الذي يمثله الميل في تمثيلك البياني؟

**d.** تقول والدة أماني إنه لا يمكنهما الذهاب إلا إذا كان بإمكانهما الذهاب إلى متجر الموسيقى والعودة منه في أقل من ساعتين. إذا أرادتا قضاء 30 min على الأقل في متجر الموسيقى وهو يبعد عنهما بمسافة 4 km فهل يمكنهما ذلك؟ فهل ينبغي لهما المشي أم ركوب دراجتيهما؟ اشرح استنتاجك.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

**52. كتابة سؤال** يقول زميل في الصف إن جميع الخطوط المستقيمة لها ميل موجب أو سالب. اكتب سؤالاً يمكن من خلاله التحقق من تخمينه.

**53. تحليل الخطأ** احتسبَ كل من أحمد وخالد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $R(-2, 2)$ و $Q(3, 5)$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

| أحمد | خالد |
|---|---|
| $m = \frac{5-2}{3-(-2)}$ | $m = \frac{5-2}{-2-3}$ |
| $= \frac{3}{5}$ | $= -\frac{3}{5}$ |

**54. التبرير** ارسم المربع $ABCD$ على أن تكون الرؤوس المتقابلة عند النقطتين $C(10, 4)$ و $A(2, -4)$.

**a.** جـــد رأسين آخرين للمربع وسمهما بالنقطتين $B$ و $D$.

**b.** وضح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

**c.** وضح أن قياس كل زاوية داخل المربع تساوي 90.

**55. الكتابة في الرياضيات** أوضح ميل برج خليفة وبرج بيزا المائل.

البرج المائل

برج خليفة

**56. تحدَّ** ستتعلم في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ استخدم البرهان الجبري لتوضيح أن الميل يمكن حسابه باستخدام المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

**57. الكتابة في الرياضيات** جـــد نقطتين إضافيتين تقعان بطول المستقيم ذاته مثل $y(-1, 7)$ و $x(3, -1)$. أوضح طريقة عامة يمكنك استخدامها لإيجاد مزيد من النقاط على المستقيم من أي نقطة محددة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 92

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**58.** ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 6)$ و$(3, -4)$؟

**A** $m = -\frac{5}{2}$

**B** $m = -1$

**C** $m = -\frac{2}{5}$

**D** $m = \frac{2}{5}$

**59. إجابة مختصرة** مجموعة من 25 بطاقة مقلوبة على وجهها عشوائيًا على منضدة. 15 بطاقة ليس مكتوبًا عليها سوى حرف A على وجهها، و 10 بطاقات ليس مكتوبًا عليها سوى حرف B. قَلَبَ عمر بطاقة واحدة. ما احتمال أن تكون البطاقة مكتوب على وجهها حرف B؟

**60. الجبر** تجمع سها الأموال لشراء هدية بقيمة AED 81 لمعلمتها. وقد ساهمت بالفعل بمبلغ AED 24 وسوف تجمع AED 3 من كل طالبة سوف تُساهم أيضًا. كم طالبة أخرى يجب أن تشارك؟

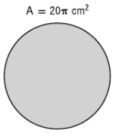
**F** 3 طالبات

**G** 9 طالبات

**H** 21 طالبة

**J** 91 طالبة

**61. SAT/ACT** مساحة دائرة تساوي $20\pi\ \text{cm}^2$. فما محيطها؟




**A** $\sqrt{5}\pi$ cm

**B** $2\sqrt{5}\pi$ cm

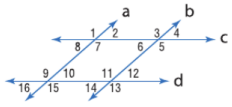
**C** $4\sqrt{5}\pi$ cm

**D** $20\pi$ cm

**E** $40\pi$ cm

## مراجعة شاملة

**في الشكل، إن $b \parallel a \parallel d$ و $c$. و $m\angle 4 = 57$.**
**فجـــد قياس كل زاوية.**



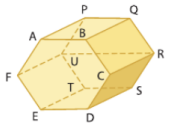

**62.** $\angle 5$

**63.** $\angle 1$

**64.** $\angle 8$

**65.** $\angle 10$

**راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.**




**66.** حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$.

**67.** حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى $BCR$.

**68.** حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$

**69. الإنشاء** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانستيلد الثانوية. ولا تبدو ثلاث بنايات منها على مستقيم. فكم عدد الممرات التي ينبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟

## مراجعة المهارات

**جـــد قيمة $y$.**

**70.** $3x + y = 5$

**71.** $4x + 2y = 6$

**72.** $4y - 3x = 5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 93

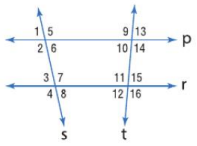
9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 12

# اختبار منتصف الوحدة

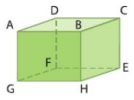
## الدروس من 1-12 إلى 3-12

**حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.**



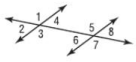

1. $\angle 6$ و $\angle 3$
2. $\angle 1$ و $\angle 14$
3. $\angle 10$ و $\angle 11$
4. $\angle 5$ و $\angle 7$

**ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.**



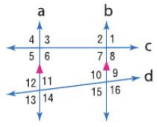

5. مستوى متوازٍ مع المستوى $ABCD$
6. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{GH}$ التي تضم النقطة $D$
7. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطع $\overline{HE}$

8. **الاختيار من متعدد** أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل لزوج الزوايا $\angle 4$ و $\angle 8$؟



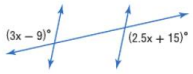

A متناظرة
C داخلية متبادلة
B خارجية متبادلة
D داخلية متتالية

**في الشكل، إذا كان $m\angle 4 = 104$ و الزاوية *14* = *118* درجة. جـــد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.**




9. $\angle 2$
10. $\angle 9$
11. $\angle 10$
12. $\angle 7$

13. جـــد قيمة $x$.

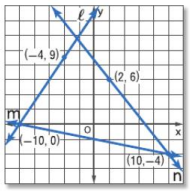



14. **نماذج للقطارات** تصمم هدى قضيبي قطار متوازيين بحيث يمر قضيب ثالث قُطريًا عبر القضيبين الآخرين. لكي تُصمم تحويلة بشكل صحيح، تحتاج إلى أن تكون الزاوية بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني ضعف الزاوية التي بين القطر والجزء السفلي الأيمن من القضيب الأول. ما قياس الزاوية التي بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني؟

**حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.**

15. $A(2, 0), B(4, -5), X(-3, 3), Y(-5, 8)$
16. $A(1, 1), B(6, -9), X(4, -10), Y(7, -4)$

جـــد ميل كل مستقيم.




17. المستقيم $\ell$
18. مستقيم متوازٍ مع $m$
19. مستقيم متعامد على $n$

20. **المبيعات** في الجدول أدناه، موضح مبيعات شركة" فون إلكترونيك" في عامي 2008 و 2011.

| العام | المبيعات التقريبية (AED) |
|---|---|
| 2008 | 240,000 |
| 2011 | 330,000 |

**a.** ما معدل التغير في المبيعات التقريبية من 2008 حتى 2011؟

**b.** إذا استمر هذا المعدل في التغير، فماذا تتوقع أن تكون المبيعات التقريبية لعام 2015.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 94

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

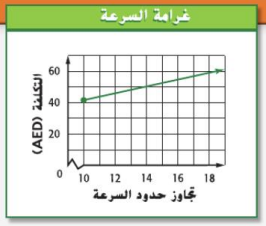
# 12-4 معادلات المستقيم

**السابق:**
- إيجاد ميل المستقيم.

**الحالي:**
1. كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات عن التمثيل البياني.
2. حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.

**لماذا؟**
- على طريق ضيق بالقرب من مدينة هانا، تبلغ الغرامة الأدنى على تجاوز حد السرعة المقدر بسرعة 65 km بالساعة لكل تجاوز بمعدل عشرة كيلو مترات أو أقل بالساعة 42.50 AED. وهناك رسم إضافي بقيمة 2 AED عن كل كيلو متر بالساعة زائد عن الكيلو مترات العشرة الأولى بالساعة. ويمكن تمثيل التكلفة الإجمالية، دون حساب تكاليف المحكمة، بواسطة المعادلة $C = 42.5 + 2m$.

**غرامة السرعة**




## 1 كتابة معادلات للمستقيمات

ربما تتذكر من الجبر أن معادلة مستقيم غير رأسي يمكن كتابتها بصيغ مختلفة ولكنها متساوية.

**المفهوم الأساسي** معادلات المستقيم غير الرأسي

**صيغة الميل والمقطع** لمعادلة خطية هي $y = mx + b$ حيث $m$ هو ميل الخط و $b$ هو طول المقطع من المحور $y$.

$y = mx + b$ (الميل، التقاطع من المحور الرأسي $y$)

$y = 3x + 8$

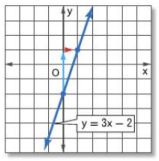
**صيغة النقطة والميل** لمعادلة خطية هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث $(x_1, y_1)$ تمثل أي نقطة على المستقيم و $m$ هو ميل المستقيم.

$y - 5 = -2(x - 3)$ (النقطة على المستقيم $(3, 5)$، الميل)

عند علمك بالميل بالإضافة إلى العلم بالمقطع من المحور $y$ أو بنقطة على مستقيم، يمكنك استخدام تلك الصيغ لكتابة معادلة المستقيم.

**مثال 1** الميل والمقطع من المحور $y$

**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل 3 والمقطع من المحور $y$ يساوي 2 − ثم مثّل المستقيم بيانيًا.**




صيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$

$m = 3$، $b = -2$: $y = 3x + (-2)$

بسّط: $y = 3x - 2$

طول المقطع من المحور $y$ هو $-2$. استخدم الميل بقيمة $3$ أو $\frac{3}{1}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات لأعلى وعلى بعد وحدة واحدة إلى اليمين من التقاطع مع المحور $y$. ثم ارسم المستقيم المار بهاتين النقطتين.

**تمرين موجّه**

1. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي ميله $-\frac{1}{2}$ ومقطعه من المحور $y$ يساوي 8. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.

**المفردات الجديدة**
- صيغة الميل والمقطع slope-intercept form
- صيغة النقطة والميل point-slope form

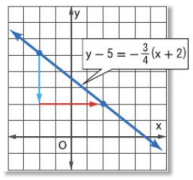
**ممارسات في الرياضيات**
استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## مثال 2 نقطة وميل على المستقيم

**اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل $-\frac{3}{4}$ والمار بالنقطة $(-2, 5)$ . ثم مثّل المستقيم بيانيًا.**




$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$ $m = -\frac{3}{4}$, $(x_1, y_1) = (-2, 5)$

$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$ بسّط.

مثّل بيانيًا النقطة المعطاة $(-2, 5)$. استخدم الميل $-\frac{3}{4}$ أو $\frac{-3}{4}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات للأسفل و 4 وحدات إلى اليمين .ثم ارسم المستقيم بحيث يمر بهاتين النقطتين.

**انتبه!**
استبدال الإحداثيات السالبة عند استبدال إحداثيات سالبة، استخدم الأقواس لتجنب إحداث أخطاء في العلامات.

**تمرين موجّه**

**2.** اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل 4 الذي يمر بالنقطة (-3, -6). ثم مثّل المستقيم بيانيًا.

عندما يكون ميل المستقيم غير معروف، فاستخدم نقطتين على المستقيم لحساب قيمة الميل .ثم استخدم صيغة النقطة والميل أو صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة للمستقيم.

## مثال 3 نقطتان

**اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.**

**a. (0, 3) و (-2, -1)**

**الخطوة 1** جـــد ميل المستقيم المار بالنقاط.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2}$ أو 2 استخدم قانون الميل.

**الخطوة 2** اكتب معادلة للمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 2x + 3$ $m = 2$ : (0, 3) يُمثل التقاطع مع المحور $y$.

**b. (-7, 4) و (, -4)**

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{9 - (-7)} = \frac{-8}{16}$ أو $-\frac{1}{2}$ **الخطوة 3** قانون الميل.

**الخطوة 4** صيغة النقطة والميل

$y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = -\frac{1}{2}$, $(x_1, y_1) = (-7, 4)$

$y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-7)]$

$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 7)$ بسّط.

$y - 4 = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ حل باستخدام خاصية التوزيع.

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ اجمع 4 لكل طرف

$\frac{7}{2} + 4 = -\frac{7}{2} + \frac{8}{2}$

$\frac{1}{2} =$

**تمرين موجّه**

**3A.** (−2. 4) و (8. 10) **3B.** (−1. 3) و (7. 3)

**نصيحة دراسية**
**المثابرة** في المثال 3b. يمكنك أيضًا استخدام صيغة الميل والمقطع ونقطة واحدة لإيجاد المقطع من المحور $y$ وكتابة المعادلة.

$y = mx + b$
$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$
$4 = \frac{7}{2} + b$
$4 - \frac{7}{2} = b$
$b = \frac{1}{2}$
إذًا، $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## مثال 4 مستقيم أفقي

**اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−2, 6) و (5, 6) بصيغة الميل والمقطع.**

**الخطوة 1** هذا مستقيم أفقي. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7}$ أو 0

**الخطوة 2**

| | |
|---|---|
| $y - y_1 = m(x - x_1)$ | صيغة النقط والميل |
| $y - 6 = 0[x - (-2)]$ | $m = -\frac{1}{2}$, $(x_1, y_1) = (-2, 6)$ |
| $y - 6 = 0$ | بسّط. |
| $y = 6$ | اجمع 6 لكل طرف. |

**تمرين موجّه**

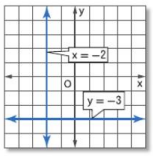
**4.** اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (5, 0) و (−1, 0) بصيغة الميل والمقطع.

**الربط بتاريخ الرياضيات**

غاسبار مونج (1746–1818) قدّم مونج صيغة الميل والنقطة لمعادلة لمستقيم في ورقة بحثية نُشرت في 1784.

معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية لا تحتوي إلا على متغير واحد.

## المفاهيم الأساسية معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية




معادلة المستقيم الأفقي $y = b$, حيث $b$ هو المقطع من المحور $y$ للمستقيم.

**مثال** $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي $x = a$, حيث $a$ هو المقطع من المحور $x$ للمستقيم.

**مثال** $x = -2$

يكون للمستقيمات المتوازية غير الرأسية ميول متساوية. ويكون المستقيمين غير الرأسيين عموديان إذا كان ناتج ضرب ميليهما هو −1. المستقيمات الرأسية والأفقية متعامدة دائمًا على بعضها البعض.

## مثال 5 كتابة معادلات للمستقيمات المتوازية أو العمودية

**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ حيث يمر بالنقطة (4, 0).**

ميل $y = -3x + 2$ هو −3. بحيث يكون ميل مستقيم عمودي عليه هو $\frac{1}{3}$.

| | |
|---|---|
| $y = mx + b$ | صيغة الميل والمقطع |
| $0 = \frac{1}{3}(4) + b$ | $m = \frac{1}{3}$ و $(x, y) = (4, 0)$ |
| $0 = \frac{4}{3} + b$ | بسّط. |
| $-\frac{4}{3} = b$ | اطرح $\frac{4}{3}$ من كل طرف. |

إذًا، فالمعادلة هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

**تمرين موجّه**

**5.** اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متوازٍ مع $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويحتوي على (−3, 6).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 97

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## 2 كتابة معادلات لحل المسائل

يمكن تمثيل الكثير من مواقف الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

**قراءة في الرياضيات**
خطّي كلمة "خطي" تشير إلى شكل مستقيم. والتمثيل البياني لمعادلة خطية يأخذ شكل مستقيم.

### مثال 6 من الحياة اليومية كتابة معادلات خطية

**المعرفة المالية** **تبلغ تكلفة عرض الهاتف اللاسلكي الحالية الخاصة بمازن، العرض X، مبلغ AED 39.95 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة و AED 0.05 لكل رسالة نصية. وينكر مازن في التغيير إلى العرض Y الذي يُكلّف AED 35 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة بالإضافة إلى مبلغ AED 0.10 لكل رسالة نصية. فأي عرض يُقدم له السعر الأفضل؟**

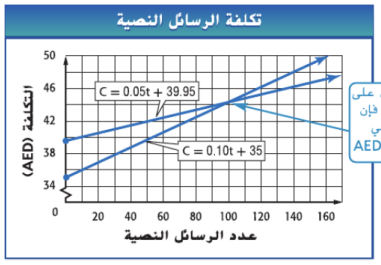
**الفهم** العرض X يُكلف AED 39.95 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.05 لكل رسالة نصية. والعرض Y يُكلف AED 35 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.10 لكل رسالة نصية. تحتاجُ إلى مقارنة العرضيْن لتحديد متى تكون تكلفة أحد العرضين أقل من الآخر.

**التخطيط** اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية $C$ لكل خطة مقابل $t$ الرسائل النصية المرسلة أو المستقبلة. ثم مثّل المعادلات بيانيًا لمقارنة العرضين.

**الحل** تبلغ معدلات الزيادة، أو الميل $m$، في التكاليف الإجمالية AED 0.05 للعرض X و AED 0.10 للعرض Y. وعندما يكون عدد الرسائل النصية هو 0، فإن التكلفة الإجمالية هي مجرد الرسوم الشهرية. إذًا، فطول المقطع من المحور $y$ هو $b$ 39.95 للعرض X و 35 للعرض Y.

| العرض X | | العرض Y |
|---|---|---|
| $C = mt + b$ | صيغة الميل والمقطع | $C = mt + b$ |
| $C = 0.05t + 39.95$ | عوّض عن $m$ و $b$. | $C = 0.10t + 35$ |

مثّل المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه.




يتّضح أنه للحصول على 100 رسالة نصية، فإن تكلفة كل عرض هي ذاتها، أي نحو AED 44.

**نصيحة في حل المسائل**
رسم تمثيل بياني في المثال 6. بالرغم من أن العرض Y يُكلف رسومًا شهرية أقل، فالتكلفة لكل رسالة نصية أعلى. وهذا يجعل العرضيْن أصعب في المقارنة بينهما. وغالبًا، يمكن أن يوضح التمثيل البياني مقارنة أفضل بين موقفين موضحين بصورة خطية.

من التمثيل البياني، يبدو أنه إذا أرسل مازن أو استقبل أقل من حوالي 100 رسالة نصية، فالعرض Y يُقدم السعر الأقل. ولأكثر من 100 رسالة، فإن العرض X هو الأقل.

**التحقق** تحقق من تقييمك. مقابل 100 رسالة نصية، فالعرض X يُكلف 39.95 + (100)0.05 أو 44.95. والعرض Y يُكلف 35 + (100)0.1 أو 45. وبتعديل تقييمنا، نجد أنه حين يصل عدد الرسائل إلى 99، فإن كلتي الخطتين تكلف AED 44.90. ✓

### تمرين موجّه

**6.** لنفترض أن السعر للعرض Y كان AED 44 في الشهر و AED 0.02 للرسالة النصية. فأي عرض سيُقدم لمازن السعر الأفضل؟ علل إجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## التحقق من فهمك

**مثال 1** **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور $y$. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

1. $m$: 4، المقطع من المحور $y$: $-3$
2. $m$: $\frac{1}{2}$، المقطع من المحور $y$: $-1$
3. $m$: $-\frac{2}{3}$، المقطع من المحور $y$: 5

**مثال 2** **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

4. $m = 5$, $(3, -2)$
5. $m = \frac{1}{4}$, $(-2, -3)$
6. $m = -4.25$, $(-4, 6)$

**المثالان 3 و 4** **اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.**

7.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | $-1$ |
| 4 | 4 |

8.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 4 | 3 |
| 1 | $-6$ |

9.

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 6 | 5 |
| $-1$ | $-4$ |

**مثال 5**

10. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ حيث يمر بالنقطة $(3, 2)$.
11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المتوازي مع $y = 4x - 5$ حيث يمر بالنقط $(5, -1)$.

**مثال 6**

12. **استخدام النماذج** تشترك ياسمين حاليًا في النور للصوتيات. وهي خدمة موسيقى على الإنترنت، ولكنها تفكر في التغيير إلى خدمة أخرى على الإنترنت، وهي البركة للصوتيات. موضح العرض المقدم لكل خدمة موسيقى على الإنترنت.

a. اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية لكل عرض.

b. مثِّل المعادلات بيانيًا.

c. إذا قامت ياسمين بتنزيل 15 أغنية في الشهر، فهل عليها عدم تغيير عرضها الحالي، أم عليها التغيير إلى العرض الآخر؟ اشرح.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع من المحور $y$. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

13. $m$: $-5$, المقطع من المحور $y$: $-2$
14. $m$: $-7$, $b$: $-4$
15. $m$: 9, $b$: 2
16. $m$: 12, المقطع من المحور $y$: $\frac{4}{5}$
17. $m$: $-\frac{3}{4}$, $(0, 4)$
18. $m$: $\frac{5}{11}$, $(0, -3)$

**مثال 2** **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى والذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثِّل المستقيم بيانيًا.**

19. $m = 2$, $(3, 11)$
20. $m = 4$, $(-4, 8)$
21. $m = -7$, $(1, 9)$
22. $m = \frac{5}{7}$, $(-2, -5)$
23. $m = -\frac{4}{5}$, $(-3, -6)$
24. $m = -2.4$, $(14, -12)$

**المثالان 3 و 4** **اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.**

25. $(-1, -4)$ و $(3, -4)$
26. $(2, -1)$ و $(2, 6)$
27. $(-3, -2)$ و $(-3, 4)$
28. $(0, 5)$ و $(3, 3)$
29. $(-12, -6)$ و $(8, 9)$
30. $(2, 4)$ و $(-4, -11)$



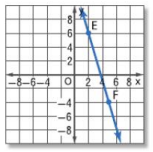
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 99

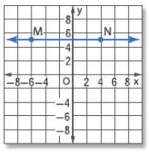
9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح أو موصوف.**

31.




32.




33.

| $x$ | $-1$ | $3$ |
|---|---|---|
| $y$ | $-2$ | $4$ |

34.

| $x$ | $-4$ | $-8$ |
|---|---|---|
| $y$ | $-5$ | $-13$ |

35. المقطع من المحور $x$ يساوي 3. والمقطع من المحور $y$ يساوي $-2$

36. المقطع من المحور $x$ يساوي $-\frac{1}{2}$. المقطع من المحور $y$ يساوي $\frac{1}{4}$

**مثال 5** **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح.**

37. يمر بالنقطة $(-4, -7)$، وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 9$

38. يمر بالنقطة $(-1, -10)$، ويوازي المستقيم $y = 7$

39. يمر بالنقطة $(2, 6)$، ويوازي المستقيم $y = -\frac{2}{3}x + 1$

40. يمر بالنقطة $(-2, 2)$، وعمودي على المستقيم $y = -5x - 8$

**مثال 6**

41. **التخطيط** تُخطط سهيلة لحفل تخرج لصف طلاب السنة الأخيرة. وتُخطط لاستئجار غرفة اجتماعات في مركز المؤتمرات وهي تتكلف 400 AED. ويتم فرض رسم إضافي بقيمة 5.50 AED لكل شخص يحضر الحفل.

a. اكتب معادلة للتمثيل عن تكلفة $y$ الحفل إذا حضر عدد $x$ من الناس.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. يوجد 285 شخصًا في صف سهيلة. فإذا حضر $\frac{2}{3}$ من هؤلاء الناس، فكم سيتكلف الحفل؟

d. إذا جمع صف طلاب التخرج مبلغ 2000 AED لصالح الحفل، فكم من الأشخاص يمكنه الحضور؟

42. **استخدام النماذج** يدخر يوسف أمواله لشراء راديو جديد بالبث عبر الأقمار الصناعية لسيارته. ويرغبُ في ادخار مال كافٍ للراديو والاشتراك لمدة سنة واحدة من خدمة راديو الأقمار الصناعية قبل أن يَتم صفقة الشراء. وبدأ في الادخار لشراء الراديو بمبلغ 50 AED من المال المخصص لتخرجه. ومنذ هذا الحين، ظل يضيف 15 AED كل أسبوع بعد صرف شيك راتبه.

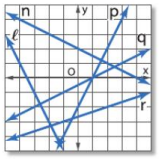
a. اكتب معادلة لتمثيل مدخراتيوسف $y$ بعد عدد $x$ أسابيع.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. كم من الوقت سيستغرقه يوسف لادخار 150 AED؟

d. يُكلف راديو الأقمار الصناعية 180 AED. وخدمة القمر الصناعي تُكلف 10 AED لكل شهر. إذا بدأ يوسف في الادخار منذ أسبوعين ، فكم من الوقت الإضافي سيستغرقه لادخار مال كافٍ؟ اشرح.

**اذكر المستقيم (المستقيمات) على التمثيل البياني الموضح الذي يوافق كل وصف.**




43. يوازي المستقيم $y = 2x - 3$

44. عمودي على المستقيم $y = \frac{1}{2}x + 7$

45. متقاطع مع ولكن ليس عموديًا على المستقيم $y = \frac{1}{2}x - 5$

***حدد ما إذا كانت المستقيمات متوازية، أو متعامدة، أو ليست أيًا منهما.***

46. $y = 2x + 4$. $y = 2x - 10$

47. $y = -\frac{1}{2}x - 12$. $y = 2x + 7$

48. $y - 4 = 3(x + 5)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

49. $y - 3 = 6(x + 2)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 100

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

50. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم يمر بالنقطة (4, 2) ويوازي مع المستقيم $y - 2 = 3(x + 7)$.

51. اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة (−8, 12) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (−7, 2) و (3, 2).

52. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم مار بالنقطة (5, 3) ويوازي مع المستقيم $y + 11 = \frac{1}{2}(4x + 6)$.

53. **صناعة الفخار** يُقدم مركز اجتماعي فصولاً لتعليم صناعة الفخار .ويغطي رسم الاشتراك بقيمة AED 40 اللوازم والخامات. بما فيها كيس واحد من الطين. وتُكلف أكياس الطين الإضافية مبلغ AED 15 لكل كيس. فاكتب معادلة لتمثيل تكلفة الفصل وعدد $x$ من أكياس الطين.

54. **التمثيلات المتعددة** في الجبر 1. تعلمت أن حل نظام من معادلتين خطيتين يتمثل في زوج مرتب يُعتبر حلاً لكلتا المعادلتين. لاحظ المستقيمات $q$ و $r$ و $s$ و $t$ مع مراعاة المعادلات المعطاة.

المستقيم $q$: $y = 3x + 2$ المستقيم $r$: $y = 0.5x - 3$ المستقيم $s$: $2y = x - 6$
المستقيم $t$: $y = 3x - 3$

a. **التمثيل الجدولي** ارسم جدول قيم لكل معادلة لـ $x = -3$ و $-2$ و $-1$ و 0 و 1 و 2 و 3. أي أزواج من المستقيمات يبدو أنه يمثل نظام معادلات له حل واحد؟ ليس له حل؟ له حلول كثيرة بقدر لا محدود؟ استخدم جداولك لتشرح استنتاجك.

b. **التمثيل البياني** مثّل بيانيًا المعادلات على المستوى الإحداثي نفسه. صف العلاقة الهندسية بين كل زوج من المستقيمات. بما فيها نقاط التقاطع.

c. **التمثيل التحليلي** كيف أمكنك تحديد إجاباتك عن الجزء a بمجرد استخدام معادلات المستقيمات؟

d. **التمثيل اللفظي** اشرح كيفية تحديد ما إذا كان نظام معطى لمعادلتين خطيتين لهما حل واحد، أو ليس لهما حل، أو لهما حلول كثيرة بقدر لا محدود باستخدام جدول، أو تمثيل بياني، أو معادلات للمستقيمات.

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

55. **التحدي** جـــد قيمة $n$ بحيث يكون المستقيم العمودي على المستقيم ذي المعادلة $8 = 6x + 4 = 2y$ مارًا بالنقطتين $(n, -4)$ و $(2, -8)$.

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت النقاط (−2, 2) و (5, 2) و (8, 6) تقع على مستقيم واحد أم لا. برر إجابتك.

57. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات لزوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع عند النقطة $(-3, -7)$.

58. **التفكير النقدي** كتبت أماني وميساء معادلة لمستقيم ذي ميل بقيمة −5 ويمر بالنقطة (−2, 4). هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

**أماني**

$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$
$y - 4 = -5x - 10$
$y = -5x - 6$

**ميساء**

$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$

59. **الكتابة في الرياضيات** متى يكون من الأسهل استخدام صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة لمستقيم ومتى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والمقطع؟



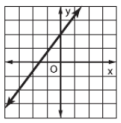
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

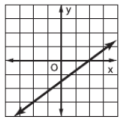
## تدريب على الاختبارات المعيارية

**60.** أي تمثيل بياني هو أفضل تمثيل للمستقيم المار بالنقطة $(-2, -3)$؟

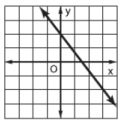
A



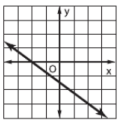
C



B



D



**61.** أي معادلة تصف المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$؟

F $y = 3x + 7$

G $y = \frac{1}{3}x + 7$

H $y = -3x - 5$

J $y = -\frac{1}{3}x - 5$

**62. إجابة شبكية** في إحدى الكليات، يمتلك 80% من الطلاب هواتف خلوية. ومن بين الطلاب الذين يمتلكون هواتف خلوية، يمتلك 70% منهم أجهزة كمبيوتر. فما نسبة الطلاب في الكلية الذين يمتلكون هاتفًا خلويًا وجهاز كمبيوتر على حدٍّ سواء؟

**63. SAT/ACT** أي تعبير متساوٍ مع $4(x - 6) - \frac{1}{2}(x^2 + 8)$؟

A $4x^2 + 4x - 28$

B $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 20$

C $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 24$

D $3x - 20$

E $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 28$

## مراجعة شاملة

**حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.**

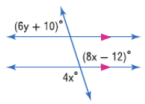
**64.** $J(4, 3)$, $K(5, -2)$

**65.** $X(0, 2)$, $Y(-3, -4)$

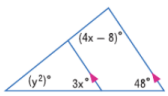
**66.** $A(2, 5)$, $B(5, 1)$

**جـــد $x$ و $y$ في كل شكل.**

**67.**



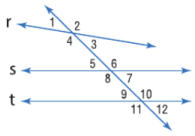

**68.**




**69. القيادة** يقع منزل وفاء في منتصف المسافة بين محطة الغاز "نيومان" ومحطة الغاز "أو راما". وتقع محطة الغاز "نيومان" على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء. فكم تبعد محطة الغاز "أو راما" عن منزل وفاء؟ وكم تبعد محطتا الغاز عن بعضهما؟

## مراجعة المهارات

**حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا.**




**70.** $\angle 12$ و $\angle 1$

**71.** $\angle 10$ و $\angle 7$

**72.** $\angle 8$ و $\angle 4$

**73.** $\angle 11$ و $\angle 2$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

9:24 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

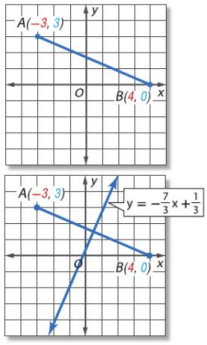


# 12-4 مختبر الهندسة: معادلات المُنصّفات العمودية

يمكنك تطبيق ما تعلمته عن الميل ومعادلات المستقيمات على الأشكال الهندسية على أحد المستويات.

## النشاط

**جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي على القطعة المستقيمة $AB$ ذات النقطتين الطرفيتين $A(-3, 3)$ و $B(4, 0)$.**




**الخطوة 1** منصف قطعة مستقيمة يحتوي على نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة. استخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد نقطة المنتصف $M$ في $\overline{AB}$.

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3 + 4}{2}, \frac{3 + 0}{2}\right)$$
$$= M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$




**الخطوة 2** منصف عمودي متعامد على القطعة المستقيمة بنقطة المنتصف. ومن أجل إيجاد ميل المنصف، جـــد أولاً ميل $\overline{AB}$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{قانون الميل}$$
$$= \frac{0 - 3}{4 - (-3)} \quad x_1 = -3, x_2 = 4, y_1 = 3, y_2 = 0$$
$$= -\frac{3}{7} \quad \text{بسّط.}$$

**الخطوة 3** الآن، استخدم صيغة النقطة والميل لكتابة معادلة المستقيم. ميل المنصف هو $\frac{7}{3}$ حيث إن $-\frac{3}{7}\left(\frac{7}{3}\right) = -1$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{صيغة النقطة والميل}$$
$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad = m = \frac{7}{3}, \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) = (x_1, y_1)$$
$$y - \frac{3}{2} = \frac{7}{3}x - \frac{7}{6} \quad \text{خاصية التوزيع}$$
$$y = \frac{7}{3}x + \frac{1}{3} \quad \text{اجمع } \frac{3}{2} \text{ على كل طرف.}$$

## تمارين

**جـــد معادلة مستقيم يكون المنصف العمودي $\overline{PQ}$ بالنسبة للنقاط الطرفية المعطاة.**

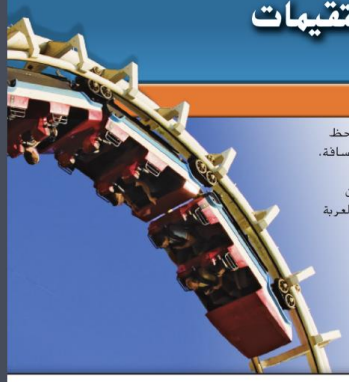
1. $P(5, 2), Q(7, 4)$
2. $P(-3, 9), Q(-1, 5)$
3. $P(-6, -1), Q(8, 7)$
4. $P(-2, 1), Q(0, -3)$
5. $P(0, 1.6), Q(0.5, 2.1)$
6. $P(-7, 3), Q(5, 3)$
7. **تحدَّ** جـــد معادلات المستقيمات التي تحتوي على أضلاع $\triangle XYZ$ و الرؤوس $X(-2, 0)$ و $Y(1, 3)$ و $Z(3, -1)$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

# 12-5 إثبات توازي المستقيمات



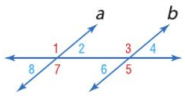
| السابق.. | الحالي.. | لماذا؟.. |
|---|---|---|
| • استخدمت الميول لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة. | 1 التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية.<br>2 إثبات أن مستقيمين متوازيان. | • عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية، تلاحظ أن طرفي القضبان دائمًا على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان. |

**ممارسات في الرياضيات**
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

**1 تحديد المستقيمات المتوازية** طرفا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان. وكل الدعامات على طول القضبان هي أيضًا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمات متوازية. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

**المسلمة 12.4 مسلمة معكوس الزوايا المتناظرة**

إذا قُطع مستقيمان بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.

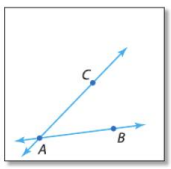



**أمثلة** إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $a \parallel b$.

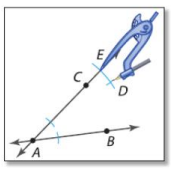
معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمات متوازية.

**الإنشاء مستقيم متوازٍ عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم**

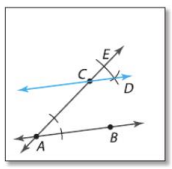
**الخطوة 1** استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overrightarrow{AB}$. وارسم النقطة $C$ بحيث لا تكون على $\overrightarrow{AB}$ وارسم $\overrightarrow{CA}$.




**الخطوة 2** انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون $C$ هي رأس الزاوية الجديدة. وسمِّ نقاط التقاطع بالحرفين $D$ و $E$.




**الخطوة 3** ارسم $CD$. ولأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل وهما زاويتان متناظرتان، فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
Unlocked
elib.moe.gov.ae
50%

يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد *على الأقل* يمر بالنقطة $C$ ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$. وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد*.

**المسلمة 12.5 مسلمة المتوازيات**

لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذًا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة وموازٍ للمستقيم المعطى.

**نصيحة دراسية**

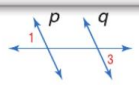
**مسلمات إقليدس** أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 12.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يُشكلان أزواجًا متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضًا من أجل إثبات أن زوجًا من المستقيمات متوازٍ.

**نظريات إثبات توازي المستقيمات**

**12.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة**

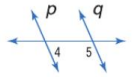
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.




إذا كان $\angle 1 \cong \angle 3$، فإن $p \parallel q$.

**12.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية**

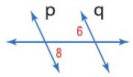
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملاً، فإن المستقيمين متوازيان.




إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$.

**12.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة**

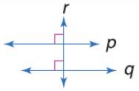
إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.




إذا كان $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $p \parallel q$.

**12.8 معكوس القاطع العمودي**

في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

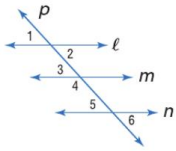



إذا كان $p \perp r$ و $q \perp r$، فإن $p \parallel q$.

ستثبت النظريات 12.5 و 12.6 و 12.7 و 12.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30 على الترتيب.

**مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية**

**بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلّمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.**




**a. $\angle 1 \cong \angle 6$**

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين $\ell$ و $n$.

بما أن $\angle 6 \cong \angle 1$، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

**b. $\angle 2 \cong \angle 3$**

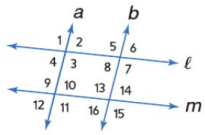
$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين $\ell$ و $m$.

بما أن $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**تمرين موجّه**




**1A.** $\angle 2 \cong \angle 8$ **1B.** $\angle 3 \cong \angle 11$

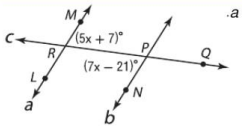
**1C.** $\angle 12 \cong \angle 14$ **1D.** $\angle 1 \cong \angle 15$

**1E.** $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$ **1F.** $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيمًا مجهولة.

**مثال 2 على الاختبار المعياري** **استخدام علاقات الزوايا**

**مسألة غير محددة الإجابة** جـــد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$. اكتب الحل هنا.




**قراءة فقرة الاختبار**

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$. والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

**حل فقرة الاختبار**

$\angle MRQ$ و $\angle RPN$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان. وليكون المستقيمان $a$ متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. لذا $\angle MRQ \cong \angle RPN$. وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وجـــد قيمة $x$.

| | |
|---|---|
| $m\angle MRQ = m\angle RPN$ | الزوايا الداخلية المتبادلة |
| $5x + 7 = 7x - 21$ | التعويض |
| $7 = 2x - 21$ | اطرح $5x$ من كل طرف. |
| $28 = 2x$ | اجمع 12 على كل طرف |
| $14 = x$ | اقسم كل طرف على 2. |

والآن، استخدم قيمة $x$ لإيجاد $\angle MRQ$.

| | |
|---|---|
| $m\angle MRQ = 5x + 7$ | التعويض |
| $= 5(14) + 7$ | $x = 14$ |
| $= 77$ | بسّط. |

**التحقق** راجع إجابتك باستخدام قيمة $x$ لإيجاد $m\angle RPN$.

$m\angle RPN = 7x - 21$
$= 7(14) - 21 = 77$ ✔

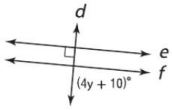
بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$ و $\angle MRQ \cong \angle RPN$ ✔ $a \parallel b$.

**نصيحة دراسية**

**إيجاد ما هو مطلوب**

تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2. قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة $x$ والقول بأن حل المسألة هو 14.

**تمرين موجّه**




**2.** جـــد $y$ بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**نصيحة دراسية**

**إثبات توازي المستقيمات** عندما يُقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يُكوّن زوج من المستقيمات زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمات متوازية.

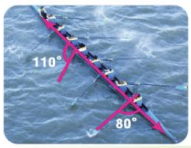
## 2 إثبات توازي المستقيمات يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمين متوازيان.

**مثال 3 من الحياة اليومية** **إثبات توازي المستقيمات**

**الأثاث المنزلي** **في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبي الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبي الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.**

بما أن كلا قضيبي الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي.
وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبي الدرابزين، فإنهما متوازيتان أيضًا.

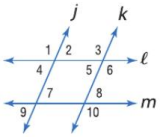
**تمرين موجّه**




3. **التحديث** من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف التجذيف متوازية .ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيًا من المجاديف متوازٍ؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية .و إن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

## التحقق من فهمك

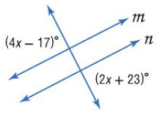
**مثال 1** **بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.**



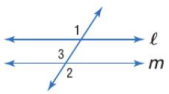

1. $\angle 6 \cong \angle 10$
2. $\angle 4 \cong \angle 7$
3. $\angle 1 \cong \angle 6$
4. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

**مثال 2**

5. **إجابة مختصرة** جـــد $x$ بحيث يكون $m \parallel n$.
اكتب الحل هنا.




**مثال 3**




6. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.5.

**المعطيات:** $\angle 2 \cong \angle 1$
**المطلوب:** $\ell \parallel m$
**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. $\angle 1 \cong \angle 2$ | a. المعطيات |
| b. $\angle 2 \cong \angle 3$ | b. ____؟____ |
| c. $\angle 1 \cong \angle 3$ | c. خاصية التعدي |
| d. ____؟____ | d. ____؟____ |

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

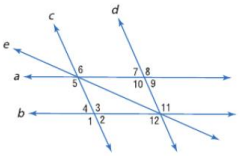
9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

## التمرين وحل المسائل

**مثال 1**

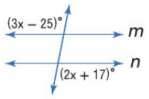
**بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.**

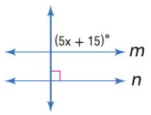


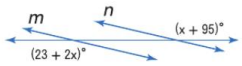

8. $\angle 8 \cong \angle 11$
9. $\angle 8 \cong \angle 12$
10. $\angle 3 \cong \angle 5$
11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$
12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
13. $\angle 6 \cong \angle 10$
14. $\angle 1 \cong \angle 9$
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

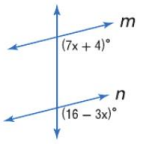
**مثال 2**

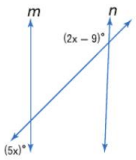
**جـــد $x$ بحيث يكون $m \parallel n$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.**

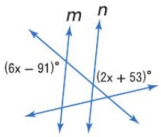
16.



17.



18.



19.



20.



21.


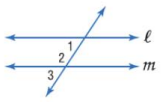

22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوبة زاويّة. وهاتان الأداتان تسمحان لك بالقطع بزاوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قُطعت بزاوية بقياس $45°$، فهل سيكون جانبا إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك.

**مثال 3**

23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 12.6.

**المعطيات:** $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

**المطلوب:** $\ell \parallel m$




**البرهان:**

| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a. ____؟____ | a. المعطيات |
| b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يُكوّنان زوجًا خطيًا. | b. ____؟____ |
| c. ____؟____ | c. ____؟____ |
| d. $\angle 1 \cong \angle 3$ | d. ____؟____ |
| e. $\ell \parallel m$ | e. ____؟____ |



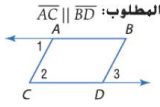
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

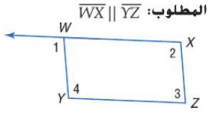
**24.** تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار، لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها $45^{\circ}$. فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

**الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين لكلٍّ مما يلي.

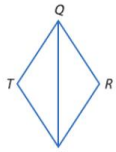
**25.** **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 3$
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
**المطلوب:** $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$



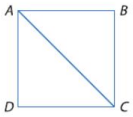

**26.** **المعطيات:** $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$
$\angle 2 \cong \angle 4$
**المطلوب:** $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$




**27.** **المعطيات:** $\angle TQR \cong \angle TSR$
$m\angle R + m\angle TSR = 180$
**المطلوب:** $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$




**28.** **المعطيات:** $\angle DAB \cong \angle DCB$
$\overline{AD} \perp \overline{AB}$
**المطلوب:** $\overline{DC} \perp \overline{BC}$



29 **التخزين** القطع الصغيرة غالبًا ما تُحفظ في أدراج لجعل العثور على المقاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين، إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك.

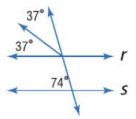
**30.** **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 12.8.

**31.** **إثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 12.7.

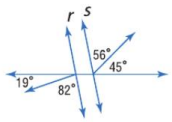
**32.** **درجات السلم** بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار، ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

**حدد ما إذا كان المستقيمان $r$ و $s$ متوازيين. علل إجابتك.**

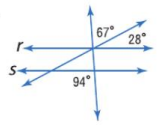
**33.**




**34.**



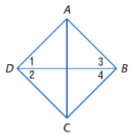

**35.**




McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**36.** **تحليل الخطأ** منال ومها أُخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. ومنال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 4 \cong \angle 1$. ومها تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحًا إلا في حالة $\angle 3 \cong \angle 2$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.

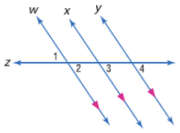



## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

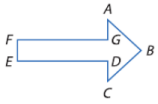
**37.** **تحدٍّ** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فجد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.

**38.** **التبرير** هل النظرية 12.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوى؟ ارسم الشكل لتبرير إجابتك.

**39.** **تحدٍّ** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين الموازيين لمستقيم ثالث موازيان لبعضهما البعض.




**40.** انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك.



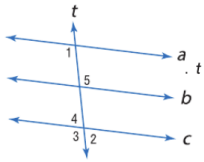

**a.** ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة A.

**b.** استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع $\overline{FG}$.

**c.** ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ بالنقطة C.

**d.** خمّن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.

**41.** **تحدٍّ** ارجع إلى الشكل على اليسار.




**a.** إذا كان $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$، فأثبت أن $b \parallel c$.

**b.** بافتراض أن $a \parallel b$، وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$، فأثبت أن $t \perp b$.

**42.** **الكتابة في الرياضيات** لخّص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

**التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم مطلقًا. اشرح استنتاجك.

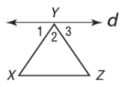
**43.** الزاويتان اللتان تشكلان زاوية مستقيمة مكافئتان ومتطابقتان .

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**44.** أيّ من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم $d$ متوازٍ مع $\overline{XZ}$؟

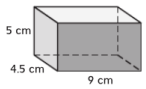



A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

**45. الجبر** التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ مساوٍ مع

F $13$
G $5\sqrt{13}$
H $6\sqrt{13}$
J $13\sqrt{13}$

**46.** ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟




A $101.3\ cm^2$
B $108\ cm^2$
C $202.5\ cm^2$
D $216\ cm^2$

**47. SAT/ACT** إذا كان $y^2 = 9$ و $x^2 = 25^2$. فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$؟

F 4
G 16
H 58
J 64
K 70

## مراجعة شاملة

**اكتب معادلة بصيغة والميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور $y$.**

**48.** $m$: 2.5, (0, 0.5) **49.** $m$: $\frac{4}{5}$, $(0, -9)$ **50.** $m$: $-\frac{7}{8}$, $\left(0, -\frac{5}{6}\right)$

**51. رحلة على الطريق** تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 km لزيارة شلالات نياجرا. وتمكنت من قطع أول 150 كيلومترًا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل. فكم من الزمن ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟

**جـــد محيط ومساحة كل شكل .قرّب لأقرب جزء من عشرة.**

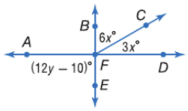
**52.**

**53.**

**54.**

## مراجعة المهارات

**55.** جـــد $x$ بحيث يكون $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 111

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

الدرس 12-6

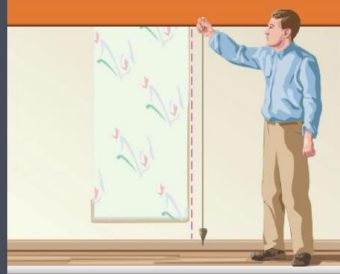
# المتعامدات والمسافة

**السابق**
- أثبت أن مستقيمين متوازيان باستخدام العلاقات بين الزوايا.

**الحالي**
1. إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم.
2. إيجاد المسافة بين المستقيمات المتوازية.

**لماذا؟**
- الشاقول (*ثقل الفادن*) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصًا. وعندما يُعلّق الثقل ويُسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي ثُبّت عليه الخيط.

الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو *العمودي* الحقيقي عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.



**المفردات الجديدة**

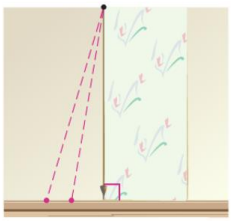
مسافة متساوية equidistant

**ممارسات في الرياضيات**

التفكير بطريقة تجريدية وكميّة.
استخدام نماذج الرياضيات.

## 1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

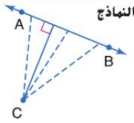
يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي عُلّق عليها في السقف والأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.



### المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم

**الشرح** المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

**استخدام النماذج**

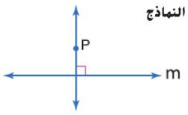



من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل بنقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح، يتم إثبات أنه هناك *على الأقل* مستقيم واحد يمر بنقطة $P$ وهو عمودي على مستقيم $AB$. والمسلمة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم *الوحيد* المار بالنقطة $P$ والعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$.

### المسلمة 12.6 مسلمة التعامد

**الشرح** إذا أُعطيت مستقيمًا ونقطة ليست على هذا المستقيم، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ويكون عموديًا على المستقيم المعطى.

**استخدام النماذج**



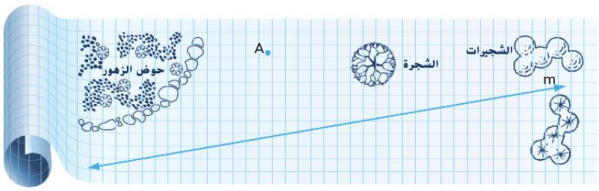



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

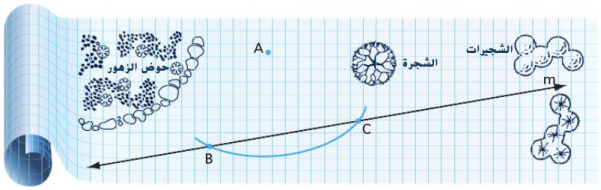
9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

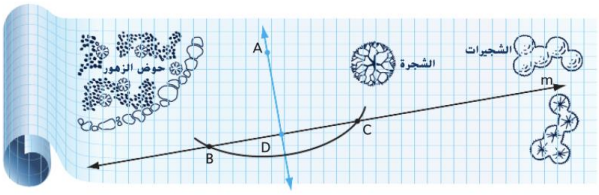
**تنسيق الحدائق** **لاحظتْ مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يُصرِّف المياه على نحو جيد. وترغبُ المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض مُمثلة بالمستقيم $m$. فأنشئ وسمِّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة $A$.**




المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين $B$ و $C$ على المستقيم $m$ الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة $A$.



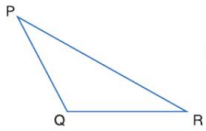

حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم $m$ بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة $B$ والنقطة $C$. سمِّ هذه النقطة $D$. ثم ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$.




قياس $\overline{AD}$ يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة $A$.

### تمرين موجّه

**1.** انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمِّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من $Q$ إلى $\overleftrightarrow{PR}$.



### مهنة من الحياة اليومية

**مهندس تنسيق الحدائق**

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والموهبة الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يُطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس. ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

### نصيحة دراسية

**رسم أقصر مسافة** يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم، ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

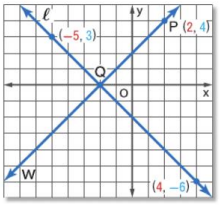


267 / 113

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

**الهندسة الإحداثية** المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (3, −5) و (−6, 4). جـــد المسافة بين المستقيم $\ell$ والنقطة $P(2, 4)$.




**الخطوة 1** جـــد معادلة هذا المستقيم $\ell$.

ابدأ بإيجاد ميل المستقيم المار بالنقطتين (−5, 3) و (4, −6).

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة (4, −6) الموجودة على هذا المستقيم.

| | |
|---|---|
| $y = mx + b$ | صيغة الميل و المقطع |
| $-6 = -1\,(4) + b$ | $m = -1$ و $(x, y) = (4, -6)$ |
| $-6 = -4 + b$ | بسّط. |
| $-2 = b$ | اجمع 4 لكل طرف. |

معادلة المستقيم $\ell$ هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

**الخطوة 2** اكتب معادلة المستقيم $w$ العمودي على المستقيم $\ell$ المار بالنقطة $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم $\ell$ هو −1 وميل المستقيم $p$ هو 1. فاكتب معادلة المستقيم $w$ المار بالنقطة $P(2, 4)$ بميل قيمته 1.

| | |
|---|---|
| $y = mx + b$ | صيغة الميل والمقطع |
| $4 = 1\,(2) + b$ | $m = -1$ و $(x, y) = (2, 4)$ |
| $4 = 2 + b$ | بسّط. |
| $2 = b$ | اطرح 2 من كل طرف. |

معادلة المستقيم $w$ هي $y = x + 2$.

**الخطوة 3** حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

| | | |
|---|---|---|
| المستقيم $\ell$: | $y = -x - 2$ | |
| المستقيم $w$: | $(+)\ y = x + 2$ | |
| $2y = 0$ | | اجمع المعادلتين. |
| $y = 0$ | | اقسم كل طرف على 2. |

جـــد حل $x$.

| | |
|---|---|
| $0 = x + 2$ | عوّض 0 عن $y$ في المعادلة الثانية. |
| $-2 = x$ | اطرح 2 من كل طرف. |

نقطة التقاطع هي $(-2, 0)$. لنفترض أن هذه النقطة هي $Q$.

**الخطوة 4** استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$ قانون المسافة

$$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$$ $x_2 = -2$ و $x_1 = 2$ و $y_2 = 0$ و $y_1 = 4$

$$= \sqrt{32}$$ بسّط.

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

**نصيحة دراسية**

**المسافة إلى المحاور** لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي $x$ يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي $y$. والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي $y$ يمكن تحديدها عن طريق النظر إلى الإحداثي $x$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

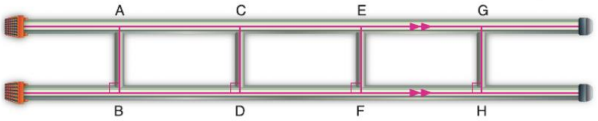
9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**تمرين موجّه**

**2** المستقيم $\ell$ يحتوي على نقطتين في (1, 2) و (5, 4). فأنشئ خطًا عموديًا على $\ell$ ويمر بالنقطة $P(1, 7)$. ثم جـــد المسافة من $P$ إلى $\ell$.

## 2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

حسب التعريف، فالمستقيمات المتوازية لا تتقاطع. ويذكر تعريف بديل أن مستقيمين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**. وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمين مقيسه بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمين هي نفسها دائمًا.

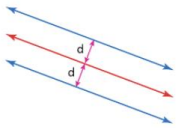



$AB = CD = EF = GH$

وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمين متوازيين.

**المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمات المتوازية**

المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.




أن *المحل الهندسي* هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرطًا معطى. والمستقيمات المتوازية يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.

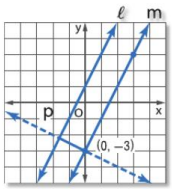
**نظرية 12.9 مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث**

في مستوى، إذا كان مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

سوف تثبت النظرية 12.9 في التمرين 30.

**مثال 3 المسافة بين المستقيمات المتوازية**

**جـــد المسافة بين المستقيمين المتوازيين $\ell$ و $m$ باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.**



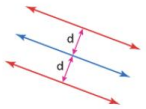

ستحتاج إلى حل نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من $\ell$ و $m$. ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم $\ell$ والمستقيم $m$ هو 2.

ارسم المستقيم $p$ المار بالتقاطع مع المحور $y$ للمستقيم $m$ $(0, -3)$، والعمودي على المستقيمين $m$ و $\ell$.

**نصيحة دراسية**

**المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين**

على العكس، المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث متوازٍ مع المستقيمين المتوازيين ومتمركز بينهما.




حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**الخطوة 1** اكتب معادلة للمستقيم $p$. مع العلم أن ميل $p$ هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2، أو $-\frac{1}{2}$. استخدم طول المقطع من المحور $y$ للمستقيم $m$. والنقطة $(0, -3)$. بوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0)$ $m = -\frac{1}{2}$ و $y_1 = 3$ و $x_1 = 0$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x$ بسّط.

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ اطرح 3 من كل طرف.

**الخطوة 2** استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين $\ell$ و $p$.

$\ell$: $y = 2x + 1$

$p$: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ عن $y$ في المعادلة الثانية.

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

$\frac{5}{2}x = -4$ بسّط.

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{5}$.

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ عن $x$ في معادلة $p$.

$= -\frac{11}{5}$ بسّط.

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

**الخطوة 3** استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6$ و $x_1 = 0$ و $y_2 = -2.2$ و $y_1 = -3$

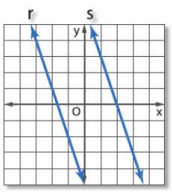
$\approx 1.8$ بسّط باستخدام حاسبة.

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

**تمرين موجّه**

**3A.** جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين $r$ و $s$ اللذين معادلتاهما هما $y = -3x - 5$ و $y = -3x + 6$ على الترتيب.

**3B.** جد المسافة بين المستقيمين المتوازيين $a$ و $b$ اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$ و $x + 3y = -14$ على الترتيب.



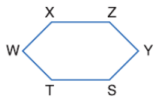

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

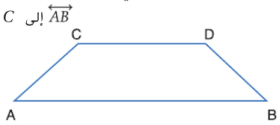
## التحقق من فهمك

**مثال 1** **انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.**

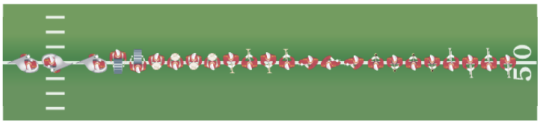
1. $Y$ إلى $\overleftrightarrow{TS}$




2. $C$ إلى $\overleftrightarrow{AB}$




3. **البنية** بعد تكوين صف، يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرةً. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرةً. وبفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها، فأي شكل سينتج؟ برر إجابتك.




**مثال 2** **الهندسة الإحداثية** **جـــد المسافة من $P$ إلى $\ell$.**

4. المستقيم $\ell$ يحتوي على النقطتين (4, 3) و (−2, 0). والنقطة $P(3, 10)$
5. المستقيم $\ell$ يحتوي على النقطتين (−6, 1) و (−4, 9). والنقطة $P(4, 1)$
6. المستقيم $\ell$ يحتوي على النقطتين (4, 18) و (−2, 9). والنقطة $P(-9, 5)$

**مثال 3** **جـــد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

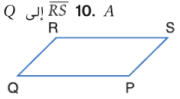
7. $y = -2x + 4$
$y = -2x + 14$

8. $y = 7$
$y = -3$

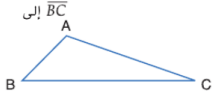
## التمرين وحل المسائل

**مثال 1** **انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.**

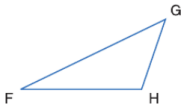
9. $Q$ إلى $\overline{RS}$



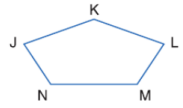

10. $A$ إلى $\overline{BC}$




11. $H$ إلى $\overline{FG}$




12. $K$ إلى $\overline{LM}$



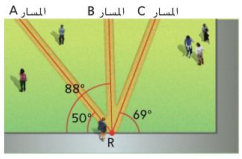

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 117

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

**13. ممرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل ممر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق ؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.




**14. تمثيل النماذج** تَعبُر نسرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة مسارات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأيّ من المسارات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.

**مثال 2** **الهندسة الإحداثية** **جـــد المسافة من *P* إلى $\ell$.**

15. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (−3, 0) و (4, 7). والنقطة $P(4, 3)$

16. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (−1, 11) و (−3, −11). والنقطة $P(-1, 1)$

17. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (−2, 1) و (4, 1). والنقطة $P(5, 7)$

18. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (−1, 4) و (4, 9). والنقطة $P(1, 6)$

19. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (1, 5) و (−4, 4). والنقطة $P(-1, 1)$

20. المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين (−8, 1) و (3, 1). والنقطة $P(-2, 4)$

**مثال 3** **جـــد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

21. $y = -2$, $y = 4$

22. $x = 3$, $x = 7$

23. $y = 5x - 22$, $y = 5x + 4$

24. $y = \frac{1}{3}x - 3$, $y = \frac{1}{3}x + 2$

25. $x = 8.5$, $x = -12.5$

26. $y = 15$, $y = -4$

27. $y = \frac{1}{4}x + 2$, $4y - x = -60$

28. $3x + y = 3$, $y + 17 = -3x$

29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$, $4y + 10.6 = -5x$

30. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 12.9.

**جـــد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.**

31. $y = -3$, (5, 2)

32. $y = \frac{1}{6}x + 6$, (−6, 5)

33. $x = 4$, (−2, 5) **6 وحدات**

34. **مُلصقات** تُعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

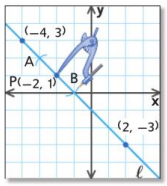
35 **روح الدعم بالمدارس** يُزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يُظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويقطع طولاً واحدًا من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة، ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثانٍ تمامًا بنفس الطول من أجل الطرف السفلي.

وعند تدبيس الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك.

**الإنشاء المستقيم $\ell$ يمر بالنقطتين عند (3, −4) و (−3, 2). وتقع النقطة $P(-2, 1)$ على المستقيم $\ell$. أكمل الشكل التالي.**

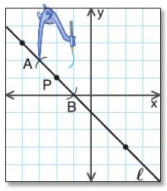
**الخطوة 1**

مَثّل بيانيًا المستقيم $\ell$ والنقطة $P$. ضع المنقلة عند النقطة $P$. وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواسًا على يسار ويمين النقطة $P$. وسمِّ هاتين النقطتين $A$ و $B$.



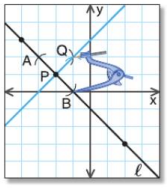

**الخطوة 2**

افتح الفرجار على وضعية أكبر من $AP$. وضع الفرجار عند النقطة $A$ وارسم قوسًا فوق المستقيم $\ell$.




**الخطوة 3**

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة $B$ وارسم قوسًا فوق المستقيم $\ell$. وسمِّ نقطة التقاطع $Q$. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.




36. ما العلاقة بين المستقيم $\ell$ و $\overleftrightarrow{PQ}$؟ تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين.

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم.

38. **الاستنتاج المنطقي** $\overline{AB}$ لها ميل يساوي 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على $\overline{AB}$ لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشترك في نقطة طرفية $B$ مع $\overline{AB}$.

a. مَثّل بيانيًا القطعتين المستقيمتين.

b. جـــد إحداثيات النقطة $A$ والنقطة $B$.

39. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمات متوازية.

a. **هندسيًا** ارسم مستقيمين متوازيين وسمِّهما كما هو موضح.

b. **لفظيًا** أين ستضع النقطة $C$ على المستقيم $m$ لضمان أن المثلث $ABC$ ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. **تحليليًا** إذا كان $AB = 11$ سنتيمترًا، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$؟

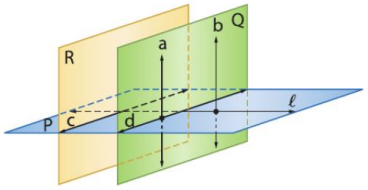
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 119

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

40. **التعامدية والمستويات** اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال. مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.




**a.** إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه، فإنهما يقعان في مستوى واحد أي متحدا المستوى. وإذا كان كلٌ من المستقيم $a$ و المستقيم $b$ عموديين على المستوى $P$. فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟

**b.** إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن التقاطعات تُشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان $R$ و $Q$ متوازيين وقطعا المستوى $P$. فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟

**c.** إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته، فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين $Q$ و $R$ عموديين على المستقيم $\ell$. فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟

## مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. **تحليل الخطأ** يرسم عدنان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيّ منهما مُحق؟ برر إجابتك.

42. **تحدٍّ** صِف المحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين. وارسم مثالاً.

43. **تحدٍّ** لنفترض أن مستقيمًا عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(4, a)$ و $(6, 0)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$، فجد قيمة $a$ ومعادلات المستقيمين المتوازيين.

44. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *أحيانًا* أم *دائمًا* أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح.

*يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى.*

45. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم مضلعًا خماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة.

**a.** استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

**b.** استخدم القياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عمودي على الضلع المختار.

**c.** استخدم صِيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. **الاستنتاج المنطقي** أعد كتابة النظرية 12.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثالاً.

47. **الكتابة في الرياضيات** لخّص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## تدريب على الاختبارات المعيارية

**48. إجابة موسعة** القطعة المستقيمة $AB$ عمودية على القطعة المستقيمة $CD$. والقطعة المستقيمة $AB$ والقطعة المستقيمة $CD$ ينصفان بعضهما عند النقطة $X$.

**a.** ارسم شكلاً لتمثيل المسألة.

**b.** جد $BD$ إذا كان $AB = 12$ و $CD = 16$.

**c.** جد $BD$ إذا كان $AB = 24$ و $CD = 18$.

**49.** منتزه المدينة مربع الشكل ومساحته $81{,}000\ m^2$. فأيّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المنتزه؟

**A** 100 m **C** 300 m
**B** 200 m **D** 400 m

**50. الجبر** اشترى حسن كنزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المُخفّض. فإذا كانت الكنزة تكلف في الأصل 48 AED. فماذا كان السعر النهائي للكنزة؟

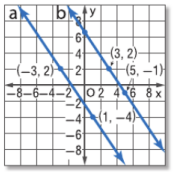
**F** AED 14.40 **H** AED 31.20
**G** AED 21.60 **J** AED 36.00

**51. SAT/ACT** بعد تقسيم عدد $N$ من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال. بقيت 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسّم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟

**A** 0 **C** 2 **E** 6
**B** 1 **D** 4

## مراجعة شاملة

**52.** ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان. $a \parallel b$ برر إجابتك. انظر الهامش.




**اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.**

**53.** $m$: $\frac{1}{4}$, $(3, -1)$

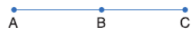
**54.** $m$: 0, $(-2, 6)$

**55.** $m$: $-1$, $(-2, 3)$

**56.** $m$: $-2$, $(-6, -7)$

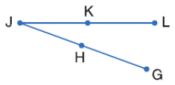
**أثبت ما يلي.**

**57.** إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$.




**58.** المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}, \overline{HJ} \cong \overline{GH}, \overline{KL} \cong \overline{HJ}$

المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$




## مراجعة المهارات

**استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.**

**59.** $A(0, 0)$, $B(15, 20)$

**60.** $O(-12, 0)$, $P(-8, 3)$

**61.** $C(11, -12)$, $D(6, 2)$

**62.** $R(-2, 3)$, $S(3, 15)$

**63.** $M(1, -2)$, $N(9, 13)$

**64.** $Q(-12, 2)$, $T(-9, 6)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 12

# دليل الدراسة والمراجعة

## دليل الدراسة

### المفاهيم الأساسية

**التقاطع (الدرس 1-12)**

- عندما يقطع قاطع مستقيمين، فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية، وداخلية، وداخلية متتالية، وداخلية متبادلة، وخارجية متبادلة، ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فإن:
  - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملاً
  - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

**الميل (الدرس 3-12)**

- الميل $m$ الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات $(x_1, y_1)$ و $(x_2, y_2)$ هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$، حيث $x_1 \neq x_2$.

**إثبات توازي المستقيمات (الدرس 5-12)**

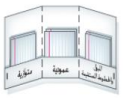
- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيّ مما يلي صحيحًا، فإن المستقيمين متوازيان:
  - زوج من الزوايا المتناظرة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق، أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
  - في مستوى، إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

**المسافة (الدرس 6-12)**

- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

### المطويات منظّم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

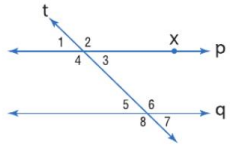



### المفردات الأساسية

زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles
زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles
زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles
زوايا متناظرة corresponding angles
مسافة متساوية equidistant
مستقيمات متوازية parallel lines
مستويات متوازية parallel planes
صيغة النقطة والميل point-slope form
معدل التغير rate of change
مستقيمات متخالفة skew lines
ميل slope
صيغة الميل والمقطع slope-intercept form
قاطع transversal

### مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة صحيحة أم *خاطئة*، فإذا كانت *خاطئة*، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.




1. إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$، فإن المستقيمين $p$ و $q$ متخالفان.
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان.
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان.
4. إذا كان المستقيمان $p$ و $q$ متوازيين، فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان.
5. المسافة من النقطة $X$ إلى المستقيم $q$ هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم $q$ من $X$.
6. المستقيم $t$ يُعتبر قاطع المستقيمين $p$ و $q$.
7. إذا كان $p \parallel q$، فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان.
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

267 / 122

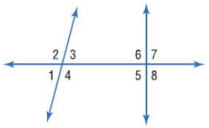
9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae



## مراجعة درس بدرس

### 12-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.

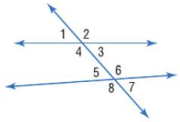



9. $\angle 1$ و $\angle 5$
10. $\angle 4$ و $\angle 6$
11. $\angle 2$ و $\angle 8$
12. $\angle 4$ و $\angle 5$

13. **الجسور** يمتد جسر روبلينج المعلق فوق نهر أوهايو رابطًا مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمات المتشكلة بواسطة الجسر والنهر.

**مثال 1**

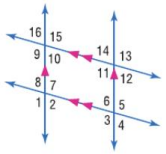
ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.




a. $\angle 3$ و $\angle 6$ متتالية داخلية
b. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرة
c. $\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلة خارجية
d. $\angle 3$ و $\angle 5$ متبادلة داخلية

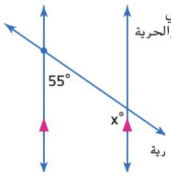
### 12-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل، $m\angle 1 = 123$. جد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة(مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.




14. $\angle 5$
15. $\angle 14$
16. $\angle 16$
17. $\angle 11$
18. $\angle 4$
19. $\angle 6$

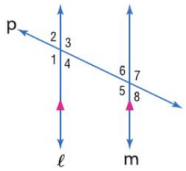
20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية. فجد قيمة $x$.




رية

**مثال 2**

**الجبر** إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$، فجد $x$. اشرح استدلالك.




| | |
|---|---|
| $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ | تعريف تكامل الزوايا ∡ |
| $(2x + 23) + (7x - 5) = 180$ | التعويض |
| $9x + 18 = 180$ | بسّط. |
| $9x = 162$ | اطرح. |
| $x = 18$ | اقسم. |

بما أن المستقيمين $\ell$ و $m$ متوازيان والزاويتين $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## 12-3 ميول الخطوط المستقيمة

**حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أيًا منهما. مثِّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.**

**21.** $A(5, 3)$, $B(8, 0)$, $X(-7, 2)$, $Y(1, 10)$

**22.** $A(-3, 9)$, $B(0, 7)$, $X(4, 13)$, $Y(-5, 7)$

**23.** $A(8, 1)$, $B(-2, 7)$, $X(-6, 2)$, $Y(-1, -1)$

**مثِّل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانيًا.**

**24.** يمر بالنقطة $(-3, 4)$ ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(2, 5)$ و $B(9, 2)$

**25.** يمر بالنقطة $(1, 3)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{PQ}$ بالإحداثي $P(4, -6)$ و $Q(6, -1)$

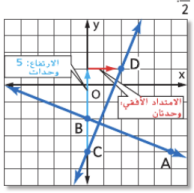
**26. الطائرات** تطير طائرتا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وحُددت الرحلة رقم 815 على النقطة $(23, 17)$ والنقطة $(5, 11)$ بينما حُددت الرحلة رقم 44 على النقطة $(3, 15)$ والنقطة $(9, 17)$. فحدد ما إذا كان مسارهما *متوازيين* أم *متعامدين* أم *ليس أيًا منهما*.

### مثال 3

**مثِّل بيانيًا المستقيم الذي يمر بالنقطة $C(0, -4)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ المار بالنقطتين $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.**

ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-2-(-4)}{0-5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = -1$، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ الذي يمر بالنقطة $C$ هو $\frac{5}{2}$.




لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة $C$. انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم لليمين بمقدار وحدتين. وسمِّ النقطة $D$ وارسم $\overleftrightarrow{CD}$.

## 12-4 معادلات الخط المستقيم

**اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة.**

**27.** $m = 2$, $(4, -9)$

**28.** $m = -\frac{3}{4}$, $(8, -1)$

**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور $y$.**

**29.** $m$: 5 التقاطع مع المحور $y$: $-3$

**30.** $m$: $\frac{1}{2}$ التقاطع مع المحور $y$: 4

**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.**

**31.** $(-3, 12)$ و $(15, 0)$ **32.** $(-7, 2)$ و $(5, 8)$

**33. تنظيف النوافذ** تُكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ AED 50 مقابل طلب الحصول على الخدمة و AED 20 مقابل كل ساعة يقضونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع تمثل التكلفة الإجمالية $C$ من حيث عدد الساعات $h$.

### مثال 4

**اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(2, 5)$ و $(6, 3)$ بصيغة الميل والمقطع.**

**الخطوة 1** جد ميل المستقيم المار بالنقطتين.

قانون الميل: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{3-5}{6-2}$ حيث $x_1 = 2$ و $y_1 = 5$ و $x_2 = 6$ و $y_2 = 3$

$= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ بسّط.

**الخطوة 2** اكتب معادلة للمستقيم.

صيغة النقطة والميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$ حيث $m = -\frac{1}{2}$ و $(x_1, y_1) = (2, 5)$

$y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$ بسّط.

$y = -\frac{1}{2}x + 6$ اجمع 5 لكل طرف.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae



## 12-5 إثبات توازي المستقيمات

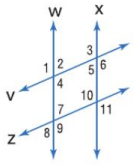
**بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.**

34. $\angle 7 \cong \angle 10$

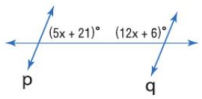
35. $\angle 2 \cong \angle 10$

36. $\angle 1 \cong \angle 3$

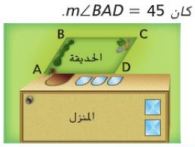
37. $\angle 3 \cong \angle 11$




38. جد $x$ بحيث يكون $p \| q$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

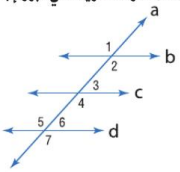



39. **تنسيق الحدائق** جد القياس الضروري لـ $m\angle ADC$ بحيث يجعل $\overline{AB} \| \overline{CD}$ إذا كان $m\angle BAD = 45$.




### مثال 5

**بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.**




**a.** $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 7$ و $\angle 1$ هما زاويتان داخليتان خارجيتان على المستقيمين $b$ و $d$.

بما أن $\angle 7 \cong \angle 1$ و $b \| d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

**b.** $\angle 4 \cong \angle 5$

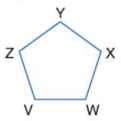
$\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين $c$ و $d$.

بما أن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $c \| d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

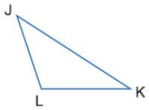
## 12-6 المتعامدات والمسافة

**انسخ كل شكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.**

40. $X$ إلى $\overline{VW}$



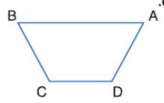

41. $L$ إلى $\overline{VW}$



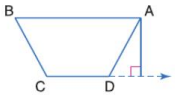

42. **ديكور المنزل** يرغب حَمَد في تعليق صفين من الصور المؤطرة في خطوط متوازية على جدار غرفة معيشته. في البداية، باعَدَ بين المسامير على الجدار في صورة خط مستقيم للصف العلوي. بعد ذلك، عَلق خيطًا بثقل لتحديد المسقط الرأسي من كل مسمار وقاس مسافة متساوية أسفل كل مسمار من أجل تحديد الصف الثاني. فلماذا يضمن هذا أن صفي الصور سيكونان متوازيين؟

### مثال 6

**انسخ الشكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من النقطة $A$ إلى $\overline{CD}$.**




المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم المار عبر هذه النقطة.




وسّع $\overline{CD}$ وارسم القطعة المستقيمة العمودية على $\overline{CD}$ من $A$.

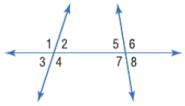
McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

# الوحدة 12 تدريب على الاختبار

**صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره *زوايا داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *داخلية متتالية*.**

1. $\angle 6$ و $\angle 3$
2. $\angle 4$ و $\angle 7$
3. $\angle 5$ و $\angle 4$



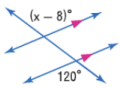

**حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.**

4. $G(8, 1)$, $H(8, -6)$
5. $A(0, 6)$, $B(4, 0)$
6. $E(6, 3)$, $F(-6, 3)$
7. $E(5, 4)$, $F(8, 1)$

**في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و$m\angle 12 = 42$. جد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية(نظريات) استخدمتها.**

8. $\angle 9$
9. $\angle 11$
10. $\angle 6$

11. جد قيمة $x$ في الشكل أدناه.




12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية. ويكلف مركز "فيت آن تريم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر.
   a. اكتب ومَثِّل بيانيًا معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة $y$ للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة $x$ شهر/شهور.
   b. هل المستقيمات التي مثلتها بيانيًا في الجزء a متوازية؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.
   c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

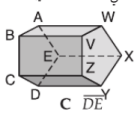
**اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.**

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$. وعمودي على المستقيم $y = 2x - 17$
14. يمر بالنقطة $(0, 7)$ ويوازي المستقيم $y = 4x - 19$
15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$. وعمودي على المستقيم $y = -\frac{2}{3}x - 11$

**جد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.**

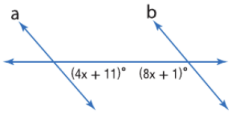
16. $y = x - 11$, $y = x - 7$
17. $y = -2x + 1$, $y = -2x + 16$

18. **الاختيار من متعدد** أي قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CD}$؟




A $\overline{ZY}$
C $\overline{DE}$
B $\overline{AB}$
D $\overline{VZ}$

19. جد $x$ بحيث يكون $a \parallel b$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

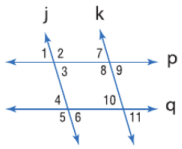



**الهندسة الإحداثية جد المسافة من $P$ إلى $\ell$.**

20. المستقيم $\ell$ المار بالنقطتين $(-4, 2)$ و $(-3, 5)$. النقطة $P(1, 2)$.
21. المستقيم $\ell$ يحتوي على النقطتين $(6, 5)$ و $(2, 3)$. النقطة $P(2, 6)$.

**بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.**

22. $\angle 4 \cong \angle 10$
23. $\angle 9 \cong \angle 6$
24. $\angle 7 \cong \angle 11$




25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا. وأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15% على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

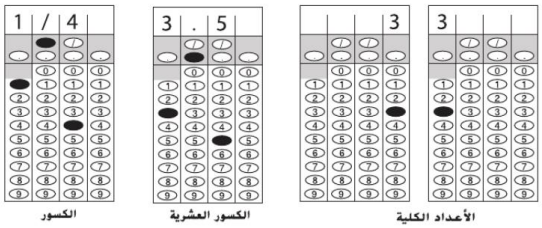
267 / 126

9:25 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae



## أسئلة الإجابة الشبكية

بالإضافة إلى أسئلة الاختيار من متعدد، والأسئلة ذات الإجابات القصيرة، وأسئلة الإجابة الموسعة، فمن المحتمل أنك ستحل أسئلة الإجابة الشبكية في الاختبارات المعيارية. بعد حل سؤال إجابة شبكية، عليك أن تنسخ إجابتك على ورقة إجابة وتضع علامة في الدوائر الصحيحة على الشبكة لتلائم إجابتك. والإجابات على أسئلة الإجابة الشبكية قد تكون أعدادًا كلية أو كسورًا عشرية أو كسورًا.




### إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات الشبكية

**الخطوة 1**

اقرأ المسألة بعناية وحلها.

- تأكد من منطقية إجابتك.
- إذا سمح الوقت، فتحقق من الإجابة.

**الخطوة 2**

اكتب إجابتك في المربعات المخصصة للإجابة.

- اكتب رقمًا أو رمزًا واحدًا فقط في كل مربع إجابة.
- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- اكتب الإجابة في صورة عدد كلي أو كسر عشري أو كسر.

**الخطوة 3**

املأ الشبكة.

- لا تملأ سوى فقاعة واحدة لكل مربع إجابة كتبت فيه. وتأكد من عدم ملء فقاعة أسفل مربع إجابة فارغ.
- املأ كل فقاعة بالكامل وبوضوح.

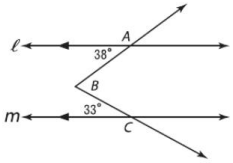
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:26 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## مثال على الاختبار المعياري

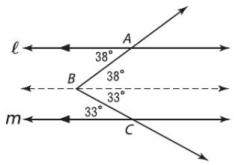
**اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات الموجودة في المسألة لحلها.**

**إجابة شبكية** في الشكل أدناه. يتم قطع $\angle ABC$ بواسطة المستقيمين المتوازيين $\ell$. فما قياس الزاوية $\angle ABC$؟ عبر عن إجابتك بالدرجات.




أعد رسم الشكل وأضف مستقيمًا ثالثًا موازيًا للمستقيمين $\ell$ ويمر بالنقطة $B$.
جـــد قياس الزاوية باستخدام الزوايا الداخلية المتبادلة.

**حل المسألة**




$m\angle ABC = 38 + 33 = 71$

اكتب إجابتك في مربع الإجابة واملأ الشبكة.

**واملأ الشبكة**

| 7 | 1 | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | ● | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| ● | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

## تمارين

**اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.**

1. **إجابة شبكية** ما ميل المستقيم المار بالنقطتين $S(10, 6)$ و $R(-2, 1)$؟ عبّر عن إجابتك في صورة كسر.

2. **إجابة شبكية** حل لإيجاد قيمة $x$ في الشكل أدناه.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

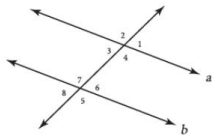
9:26 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

# الوحدة 12 تدريب على الاختبارات المعيارية

## الاختيار من متعدّد

**اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.**

**1.** إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأيّ مما يلي قد لا يكون صحيحًا؟

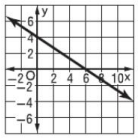



A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 4 \cong \angle 7$
C $\angle 2 \cong \angle 5$
D $\angle 8 \cong \angle 2$

**2.** في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل AED 5.75 وكل شخص بالغ AED 8.25. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟

A AED 34.50
B AED 39.50
C AED 44.50
D AED 49.50

**3.** ما ميل المستقيم؟




A $-\frac{2}{3}$
B $-\frac{1}{2}$
C $-\frac{2}{5}$
D $-\frac{1}{6}$

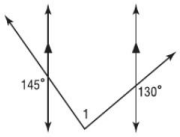
**4.** المستقيم $k$ يمر بالنقطتين $(1, 4)$ و $(-5, -5)$. جد المسافة بين المستقيم $k$ والنقطة $F(-4, 0)$.

F 3.3 وحدات
G 3.6 وحدات
H 4.0 وحدات
J 4.2 وحدات

**5.** ما التمثيل البياني لأي من المعادلا معادلات المستقيم المار بالنقطتين $(-3, -1)$و $(-2, 3)$؟

F $y = -6x - 9$
G $y = -\frac{1}{4}x + 3$
H $y = 4x - 5$
J $y = \frac{2}{3}x + 1$

**6.** ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟




F 85
G 90
H 95
J 100

**7.** يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ AED 45، ويمكنه ادخار مبلغ AED 15 كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر AED 210. فكم أسبوعًا سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟

A 10
B 11
C 12
D 13

### نصيحة عند حل الاختبار

**السؤال 6** *ارسم رسمًا تخطيطيًا* يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيمًا موازيًا ثالثًا يمر برأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمات المتوازية والقواطع لحل المسألة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



267 / 129

9:26 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

## الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

**اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.**

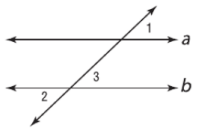
8. **إجابة شبكية** بالنسبة لمستقيم معطى ونقطة ليست على هذا المستقيم، كم عدد المستقيمات الموجودة التي تمر بالنقطة وتتوازى مع المستقيم المعطى؟

9. **إجابة شبكية** جـــد ميل المستقيم المار بالنقطتين (4, 3) و(−2, −5).

10. أكمل البرهان.

**المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 2$

**المطلوب:** $a \parallel b$




**البرهان:**

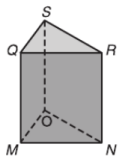
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| 1. $\angle 1 \cong \angle 2$ | 1. معطى |
| 2. $\angle 2 \cong \angle 3$ | 2. ؟ |
| 3. $\angle 1 \cong \angle 3$ | 3. خاصية التعدي |
| 4. $a \parallel b$ | 4. إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن المستقيمين متوازيان. |

11. اكتب تعبيرًا يصف المساحة بالبوصات المربعة لمثلث ارتفاعه $4c^3d^2$ وقاعدته $3cd^4$.

## الإجابة الموسعة

**دوّن إجاباتك على ورقة.**
**اكتب الحل هنا.**

12. ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.

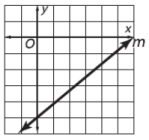



a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{MQ}$

b. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى $SRN$

c. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{ON}$

13. استخدم هذا التمثيل البياني للإجابة عن كل سؤال.




a. ما معادلة المستقيم $m$؟

b. ما ميل المستقيم الموازي للمستقيم $m$؟

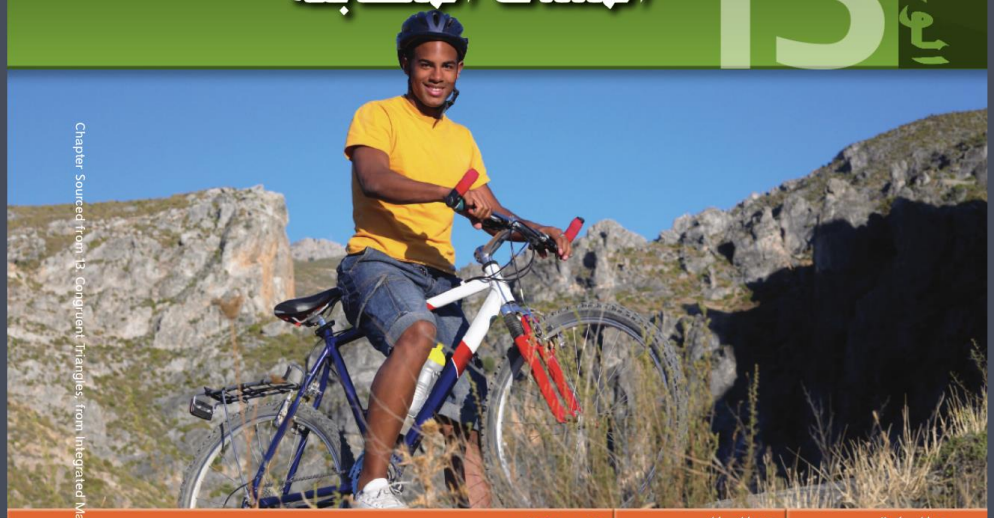
c. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم $m$؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9:26 PM Thu 2 Apr
50%
elib.moe.gov.ae

الوحدة 13

# المثلثات المتطابقة



Chapter Sourced from 13. Congruent Triangles: from Integrated Math I Chapter 12 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

## السابق

- تعرفت على القطع والزوايا واكتشفت العلاقات بين قياساتها.

## الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - تطبيق علاقات خاصة بين الزوايا الداخلية والخارجية للمثلثات.
  - تحديد الأجزاء المقابلة للمثلثات المتطابقة وإثبات تطابق المثلثات.
  - التعرّف على الخواص الخاصة للمثلثات متساوية الساقين والمثلثات متساوية الأضلاع

## لماذا؟ ▲

- **اللياقة** تُستخدم المثلثات لإضافة قوة إلى الكثير من التركيبات، بما في ذلك معدات اللياقة مثل هياكل الدراجات.