11 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

السابق	الحالي	لماذا؟
تعلمت دروسًا عن المستقيمات والزوايا وكتابة البراهين الهندسية.	في هذه الوحدة، سوف تتعلم: • تحديد وتسمية ملاقات الزوايا التي تتكون من مستقيمات متوازية و قاطع. • استخدام الميل لتحليل مستقيم وكتابة معادلته. • إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم وبين مستقيمين متوازيين.	**الإنشاءات والهندسة** يستخدم الهندسون المعماريون والنجارون والمهندسون المستقيمات المتوازية والمتعامدة لتصميم المباني والأثاث والماكينات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مشروع الوحدة

وظيفة المستقيمات في الإنشاء

المستقيمات المتوازية والمتعامدة يستخدم الطلاب ما تعلموه عن المستقيمات المتوازية والمتعامدة لتكوين روابط في بناء التقنيات.

سيقوم الطلاب بإجراء بحث عن تصميم جسر جولدن جيت (أو جسر البوابة الذهبية) في سان فرانسيسكو بولاية كاليفورنيا. وذلك ليعرفوا مدى الدور المهم الذي تلعبه المستقيمات المتوازية والمتعامدة في التصميمات الهندسية.

أسئلة للبحث والمناقشة:

- كم عدد مناطق الجسر المختلفة التي توضح أمثلةً عن المستقيمات المتوازية والمتعامدة؟ احتفظ بالقائمة المتعلقة بذلك لمناقشات أخرى.
- كيف يمكنك إثبات أن خطوط الكابلات التي تدعم طريق الجسر متوازية؟ كيف يمكنك إثبات أن هذه الخطوط متعامدة على سطح الطريق؟
- هل تستطيع إيجاد قطع الصلب القطرية التي تتقاطع مع الدعامات المتوازية التي تكوّن حارة الطريق؟ كيف يمكنك إثبات توازيها؟
- اكتب تقريرًا عن بحثك ونتائجه لعرضها على الصف الدراسي.

المفردات الأساسية قدم المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي.

تعريف: المستقيمات المتوازية هي مستقيمات في مستوًى واحد وغير متقاطعة.

مثال: السطور المرسومة على ورقة الدفتر تكون متوازية.

أسئلة: صواب أم خطأ؟ إذا كانت السطور الموجودة في ورقة الدفتر متوازية، فهي إذًا لا بد أن تكون في مستوى واحد.
صواب صواب أم خطأ؟ إذا كانت السطور الموجودة في ورقة الدفتر في مستوى واحد، فهي إذًا لا بد أن تكون متوازية.
خطأ ما الشيء الذي يمكن أن يكون مثالاً على مستقيمات في مستوى واحد ولكنها غير متوازية؟ الإجابة النموذجية: الخطوط المتقاطعة المرسومة على ورقة دفتر

إجابة إضافية (ص. 641)

3. نعم. فالنقطتان *C* و D تقعان في المستوى CBD.

مخطط الوحدة

	التقويم التشخيصي تدريب سريع			
	الدرس 11-1 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	الاستكشاف 11-2 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	الدرس 11-2 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	
العنوان	**المستقيمات المتوازية والمتقاطعات**	**مختبر برامج الهندسة: الزوايا والمستقيمات المتوازية**	**الزوايا والمستقيمات المتوازية**	
الأهداف	■ تحديد العلاقة بين مستقيمين أو مستويين. ■ تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية والقواطع.	■ استخدام برنامج Geometer's Sketchpad لاستكشاف الزوايا المتكونة من مستقيمين متوازيين وقاطع.	■ استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. ■ استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.	
المفردات الأساسية	مستقيمات متوازية parallel lines مستويات متوازية parallel planes مستقيمات متخالفة skew lines قاطع transversal زوايا داخلية interior angles زوايا خارجية exterior angles زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles زوايا داخلية/خارجية متبادلة alternate interior/exterior angles زوايا متناظرة corresponding angles			

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

	الاستكشاف 11-3 45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 يوم	الدرس 11-3 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	الدرس 11-4 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم	التوسع 11-4 45 دقيقة: 0.5 يوم 90 دقيقة: 0.5 يوم
	مختبر تقنية التمثيل البياني: استكشاف الميل	**ميول الخطوط المستقيمة**	**معادلات الخطوط المستقيمة**	**مختبر الهندسة: معادلات المنصفات العمودية**
	■ استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف الميل.	■ إيجاد ميول المستقيمات. ■ استخدام الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.	■ كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات عن التمثيل البياني. ■ حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.	■ استكشاف الأشكال على مستوى إحداثي.
		ميل slope معدل التغير rate of change	صيغة الميل والمقطع slope-intercept form صيغة الميل والنقطة point-slope form	
		التقويم التكويني اختبار نصف الوحدة		

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مخطط الوحدة

	الدرس 11-5 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.75 يوم	الدرس 11-6 45 دقيقة: يوم واحد 90 دقيقة: 0.5 يوم
العنوان	**إثبات توازي المستقيمات**	**المتعامدات والمسافة**
الأهداف	■ التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية. ■ إثبات توازي مستقيمَيْن .	■ إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. ■ إيجاد المسافة بين مستقيمَيْن متوازيَيْن.
المفردات الأساسية		مسافة متساوية equidistant

التقويم الختامي
دليل الدراسة والمراجعة
تمرين على الاختبار

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأسئلة الأساسية

- كيف يمكنك تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين؟ الإجابة النموذجية: إذا كان المستقيمان يقطعهما مستقيم ثالث، فيمكنك تحليل العلاقات بين الزوايا الناتجة؛ وإذا كانا على المستوى الإحداثي، فيمكنك إيجاد ميول المستقيمين والمقارنة بينها.
- كيف يمكن استخدام مفاهيم المستقيمات المتوازية والمتعامدة في الحياة اليومية؟ الإجابة النموذجية: تُستخدم المستقيمات المتوازية والمتعامدة في الإنشاءات والهندسة المعمارية لبناء الطرق والجسور ذات الجوانب المتوازية والمباني الرأسية. وتُستخدم هذه المفاهيم أيضًا في الفنون لإنشاء الصورة الخادعة للعمق.

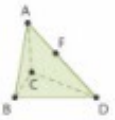
الاستعداد للوحدة

1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التدريب السريع أدناه. عُد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تدريب سريع

ارجع إلى الشكل لتحديد كلّ مما يلي.



1. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟ 4
2. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد. *A* و *F* و *D*
3. هل النقطتان *C* و *D* متحدتا المستوى؟ اشرح. انظر الهامش.
4. **التصوير الفوتوغرافي** تلتقط رنا صورة لأصدقائها. إذا قامت بضبط مستوى الحامل الثلاثي على الأرض، فهل ستكون قاعدة كل من أرجل الحامل الثلاث على مستوى واحد؟ نعم

أوجد قياس كل زاوية.

5. ∠1 113
6. ∠2 128
7. ∠3 90
8. ∠4 52

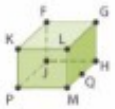
أوجد قيمة *x* للقيم المعطاة لكل من *a* و *b*.

9. $a + 8 = -4(x - b)$، حيث $b = 3$ و $a = 8$ -1
10. $b = 3x + 4a$، حيث $b = 12$ و $a = -9$ 16
11. $\frac{a+2}{b+13} = 5x$ حيث $b = -1$ $a = 18$ $\frac{1}{3}$
12. **لعبة الجولف** على ملعب مصغر في ملعب جولف مصغر، يتم تقديم آيس كريم بسعر AED 1 مع كل جولة يتم حجزها من العبة. فإذا تناول كل من خمسة أصدقاء قطعة آيس كريم واحدة بعد ممارسة لعبة الجولف وكان إجمالي ما دفعوه AED 30، فكم تبلغ تكلفة جولة الجولف الواحدة؟ AED 5

مراجعة سريعة

مثال 1 (مستخدم في الدرس 1-1)

ارجع إلى الشكل.



a. كم عدد المستويات الموضحة في هذا الشكل؟
ستة مستويات: المستوى *FGLK* و المستوى *JHMP* و المستوى *FKPJ* والمستوى *GLMH* و المستوى *FGHJ* والمستوى *KLMP*

b. عيّن ثلاث نقاط تقع على خط واحد.
النقاط *M* و *O* و *H* تقع على خط واحد.

c. هل النقاط *F* و *K* و *J* تقع على مستوى واحد؟ اشرح.
نعم. النقاط *F* و *K* و *J* تقع جميعها في المستوى *FKPJ*.

مثال 2 (مستخدم في الدرسين 2-11 و 5-11)

أوجد $m\angle 1$.

اجمع.	$m\angle 1 + 37 + 90 = 180$
بسّط.	$m\angle 1 = 53$

مثال 3 (مستخدم في الدروس من 3-11 إلى 6-11)

أوجد قيمة *x* في $a + 8 = b(x - 7)$ إذا كان $a = 12$ و $b = 10$.

اكتب المعادلة.	$a + 8 = b(x - 7)$
	$12 + 8 = 10(x - 7)$
بسّط.	$20 = 10x - 70$
اجمع.	$90 = 10x$
اقسم.	$x = 9$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

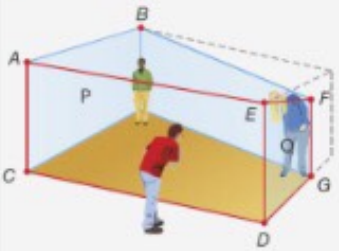
1-11 المستقيمات المتوازية والمتقاطعة

السابق
- استخدمت العلاقات بين الزوايا والقطع المستقيمة لإثبات النظريات.

الحالي
1 تحديد العلاقات بين مستقيمين أو مستويين.
2 تعيين أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية والمتقاطعات.

لماذا؟
- في غرفة إيمان، يُخيَّل أن هناك شخصًا يقف في الركن الأيمن أكبر حجمًا بكثير من شخص يقف في الركن الأيسر.

من خلال ثقب أمامي ينظر منه. يظهر الجداران الأمامي والخلفي متوازيين. بينما هما في الحقيقة مائلان. ويظهر السقف والأرضية أفقيّين. بينما هما في الحقيقة مائلان.



المفردات الجديدة

مستقيمات متوازية	parallel lines
مستقيمات متخالفة	skew lines
مستويات متوازية	parallel planes
قاطع	transversal
زوايا داخلية	interior angles
زوايا خارجية	exterior angles
زوايا داخلية متتالية	consecutive interior angles
زوايا داخلية متبادلة	alternate interior angles
زوايا خارجية متبادلة	alternate exterior angles
زوايا متناظرة	corresponding angles

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة السياق والمثابرة في حلها بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

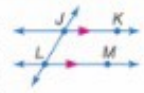
1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات

في تصميم غرفة إيمان المذكورة أعلاه، يتم استخدام مستقيمات متقاطعة ومتوازية ومتخالفة. إضافة إلى مستويات متقاطعة ومتوازية. لعمل خدعة بصرية.

المفاهيم الأساسية التوازي والتخالف

المستقيمات المتوازية هي مستقيمات متحدة المستوى غير متقاطعة.

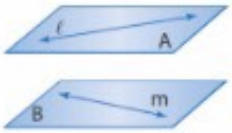
مثال $\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$



يتم استخدام الأسهم لتبين أن المستقيمين متوازيان.

المستقيمات المتخالفة هي مستقيمات غير متقاطعة وليست متحدة المستوى.

مثال المستقيمان ℓ و m مستقيمان متخالفان.



المستويات المتوازية هي مستويات غير متقاطعة.

مثال المستويان A و B مستويان متوازيان.

$\overleftrightarrow{JK} \parallel \overleftrightarrow{LM}$ يقرأ كما يلي: المستقيم JK يوازي المستقيم LM.

فإذا كانت القطع المستقيمة أو الشعاعات منضمة في المستقيمات المتوازية أو المتخالفة، تكون القطع المستقيمة أو الشعاعات متوازية أو متخالفة.

مثال 1 من الحياة اليومية تحديد العلاقات المتوازية والمتخالفة

حدد كلاً مما يلي باستخدام قطعة الجبن أدناه.

a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{JP}$

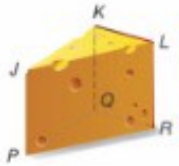
$\overline{LR}$ و $\overline{KQ}$

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{KL}$

$\overline{JP}$ أو $\overline{PQ}$ أو $\overline{PR}$

c. مستوى متوازٍ مع المستوى PQR

المستوى JKL هو المستوى الوحيد المتوازي مع المستوى PQR.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-11 استخدام العلاقات بين القطعة المستقيمة والزاوية لإثبات النظريات.

الدرس 1-11 تحديد العلاقة بين مستقيمَين أو مستويَين. ذكر أزواج الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتوازية والقواطع.

بعد الدرس 1-11 استخدام ميول معادلات المستقيمات لاستكشاف العلاقات الهندسية، بما في ذلك المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- هل تَظهر الأشياء أكبر من حجمها الحقيقي في مقدمة غرفة إيمان أم في جزئها الخلفي؟ في المقدمة
- كيف تَظهر المستقيمات المائلة الأشياء أكبرَ أو أصغر من حجمها الحقيقي؟ الإجابة النموذجية: تتغير المسافة بين المستقيمات. فعندما تقترب المستقيمات من بعضها، تَظهر الأشياء الواقعةُ بينها بحجم أكبر. وعندما تبتعد عن بعضها، تظهر الأشياء بحجم أصغر.

1 العلاقات بين المستقيمات والمستويات

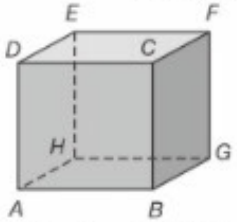
المثال 1 يوضح طريقة تحديد العلاقات بين المستويات المتوازية. وعلى الطلاب أن يكونوا قادرين على تحديد المستوى في الرسم وكذا كلّ المستويات الموازية له.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 حدد كلاً مما يلي باستخدام الصندوق أدناه.



a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطعة المستقيمة $\overline{BC}$

$\overline{AD}$ و $\overline{EH}$ و $\overline{FG}$

b. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{EH}$

$\overline{AB}$ أو $\overline{CD}$ أو $\overline{BG}$ أو $\overline{CF}$

c. مستوى متواز مع المستوى ABG

المستوى CDE

2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة

المثال 2 يوضح طريقة تحديد العلاقات بين الزوايا من خلال مجموعة من المستقيمات المتوازية التي يقطعها مستقيم قاطع. ويوضح **المثال 3** طريقة تحديد مجموعات من المستقيمات يقطع كلاً منها قاطعٌ معلوم.

انتبه!

القطع المستقيمة عندما تريد أن تقرر ما إذا كانت القطع المستقيمة متقاطعة، لا تمدد المستقيمات لتقرر إذا ما كانت ستتقاطع إذا استمرت لمسافة أكبر. فالقطع المستقيمة أطوالها ثابتة.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

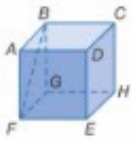
اللوحة التفاعلية البيضاء ارسم شكلًا ثلاثي الأبعاد على اللوحة (مثل منشور مستطيل أو هرم مربع). اختر بعض الطلاب للتوجه إلى اللوحة ومن ثم وضع علامات مميزة على الحواف الموازية لبعضها البعض.

انتبه!

المتوازي مقابل المتخالف في سؤال التحقق من تقدمك 1A، $\overleftrightarrow{FE}$ ليس متخالفًا مع $\overleftrightarrow{BC}$ بدلاً من ذلك، هذان المستقيمان متوازيان في المستوى BCF

تمرين موجّه

حدد كلاً مما يلي باستخدام المكعب الموضح.



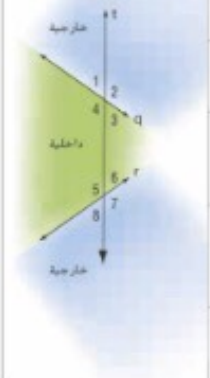
1A. كل القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overleftrightarrow{BC}$ $\overline{AF}, \overline{DE}, \overline{FG}, \overline{HE}$

1B. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ أو $\overleftrightarrow{EH}$ $\overleftrightarrow{FG}$

1C. كل المستويات المتوازية مع المستوى DCH المستوى ABG

2 العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر على مستوى واحد عند نقطتين مختلفتين يسمى **قاطعًا** في الرسم التخطيطي أدناه، المستقيم t يعتبر قاطعًا للمستقيمين q و r. لاحظ أن المستقيم t يُكوّن ثماني زوايا مع المستقيمين q و r. وهذه الزوايا وأزواج محددة منها يتم تمييزها بأسماء خاصة.

المفهوم الأساسي العلاقات بين أزواج الزوايا المتقاطعة



أربع **زوايا داخلية** تقع في المنطقة بين المستقيمين q و r.	$\angle 3$ و $\angle 4$ و $\angle 5$ و $\angle 6$
أربع **زوايا خارجية** تقع في المنطقتين اللتين ليستا بين المستقيمين q و r.	$\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 7$ و $\angle 8$
الزوايا الداخلية المتتالية هي الزوايا الداخلية التي تقع على نفس الضلع من القاطع t.	$\angle 4$ و $\angle 5$ و $\angle 3$ و $\angle 6$
الزوايا الداخلية المتبادلة هي الزوايا الداخلية غير المتجاورة التي تقع على الأضلاع المتقابلة للقاطع t.	$\angle 3$ و $\angle 5$ و $\angle 4$ و $\angle 6$
الزوايا الخارجية المتبادلة هي الزوايا الخارجية غير المتجاورة التي تقع على الأضلاع المتقابلة للقاطع t.	$\angle 1$ و $\angle 7$ و $\angle 2$ و $\angle 8$
الزوايا المتناظرة تقع على نفس الضلع للقاطع t وعلى نفس الضلع للمستقيمين q و r.	$\angle 1$ و $\angle 5$ و $\angle 2$ و $\angle 6$ $\angle 3$ و $\angle 7$ و $\angle 4$ و $\angle 8$

قراءة في الرياضيات

الزوايا الداخلية لنفس الضلع الزوايا الداخلية المتتالية تسمى أيضًا الزوايا الداخلية لنفس الضلع.

مثال 2 تصنيف العلاقات بين أزواج الزوايا

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة* أو *زوايا خارجية متبادلة* أو *زوايا متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.

a. $\angle 1$ و $\angle 5$
خارجية متبادلة

b. $\angle 6$ و $\angle 7$
داخلية متتالية

c. $\angle 2$ و $\angle 4$
متناظرة

d. $\angle 6$ و $\angle 2$
داخلية متبادلة

تمرين موجّه

2A. $\angle 3$ و $\angle 7$

2B. $\angle 5$ و $\angle 7$

2C. $\angle 4$ و $\angle 8$

2D. $\angle 2$ و $\angle 3$

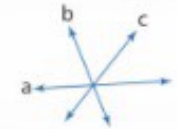
2A. داخلية متبادلة
2B. متناظرة
2C. خارجية متبادلة
2D. داخلية متتالية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عندما يمكن أن يكون أكثر من مستقيم واحد قاطعًا، حدد أولاً القاطع لزوج معطى من الزوايا من خلال تحديد موقع المستقيم الواصل بين رؤوس الزوايا.

نصيحة دراسية

مثال خارج عن التعريف في الشكل أدناه، المستقيم c ليس قاطعًا للمستقيمين a و b، حيث إن المستقيم c يقطع المستقيمين a و b في نقطة واحدة فقط.



مثال 3 تحديد المتقاطعات وتصنيف أزواج الزوايا

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في الصورة. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

a. $\angle 1$ و $\angle 3$

القاطع الواصل بين $\angle 1$ و $\angle 3$ هو المستقيم h.
هذه زوايا خارجية متبادلة.

b. $\angle 5$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 5$ و $\angle 6$ هو المستقيم k.
هذه زوايا داخلية متتالية.

c. $\angle 2$ و $\angle 6$

القاطع الواصل بين $\angle 2$ و $\angle 6$ هو المستقيم ℓ.
هذه زوايا متناظرة.

تمرين موجّه

3A. $\angle 3$ و $\angle 5$

3B. $\angle 2$ و $\angle 8$

3C. $\angle 5$ و $\angle 7$

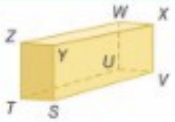
3D. $\angle 2$ و $\angle 9$

3A. المستقيم j؛ خارجية متبادلة
3B. المستقيم ℓ؛ داخلية متبادلة
3C. المستقيم k؛ متناظرة
3D. المستقيم ℓ؛ داخلية متناظرة

التحقق من فهمك

مثال 1

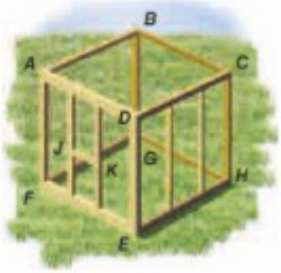
ارجع إلى الشكل في اليسار لتحديد كل مما يلي.



4a. المستوى $ABCD \parallel$ المستوى $FGHE$؛ المستوى $ADEF$ || المستوى $BCHG$؛ المستوى $DCHE$ || المستوى $ABGF$

1. مستوى متوازٍ مع المستوى TUV ZWX
2. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{TS}$ التي تضم النقطة W $\overline{WZ}$ و $\overline{WU}$
3. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{SV}$ $\overline{YX}$ و $\overline{TU}$ و $\overline{ZW}$

4. **أشكال وتصميمات** استخدم الرسم التخطيطي لسقيفة التخزين المؤطرة جزئيًا الموضحة لتحديد كل مما يلي.



4b. $\overline{BG}$ و $\overline{CH}$ و $\overline{AF}$

4c. الإجابة النموذجية: $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$

4d. الإجابة النموذجية: $\overline{JK}$ و $\overline{BG}$؛ $\overline{JK}$ و $\overline{CH}$

a. عيّن ثلاثة أزواج من المستويات المتوازية.
b. عيّن ثلاث قطع مستقيمة متوازية مع $\overline{DE}$.
c. عيّن قطعتين مستقيمتين متوازيتين مع $\overline{FE}$.
d. عيّن زوجين من القطع المستقيمة المتخالفة.

مثال 2

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

داخلية متبادلة — خارجية متبادلة

5) $\angle 1$ و $\angle 8$

6. $\angle 2$ و $\angle 4$ متناظرة

7. $\angle 3$ و $\angle 6$

8. $\angle 6$ و $\angle 7$ داخلية متتالية

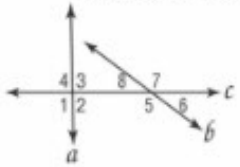
محفوظ لمالكه © مكغرو هيل للتعليم. McGraw Hill Education

التدريس المتمايز AL OL BL

طريقة التواصل نظّم الطلاب للعمل في مجموعات صغيرة. وأعطهم أشكالاً تمثّل مستقيمات وقواطع واطلب منهم أن يلعبوا لعبة التخمين. إذ يفكّر أحد الطلاب في زاوية ما ويعطي لزملائه مفاتيح حل عن علاقة الزاوية بالزوايا الأخرى مستخدمًا مفردات الدرس. ويستخدم الطلاب الآخرون مفاتيح الحل لتخمين الزاوية.

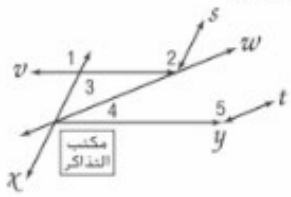
أمثلة إضافية

2 ارجع إلى الشكل أدناه. وصنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا على أنها إما *داخلية متبادلة* أو *خارجية متبادلة* أو *متناظرة* أو *زوايا داخلية متتالية*.



a. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرتان
b. $\angle 1$ و $\angle 7$ خارجيتان متبادلتان
c. $\angle 3$ و $\angle 8$ داخليتان متتاليتان
d. $\angle 3$ و $\angle 5$ داخليتان متبادلتان

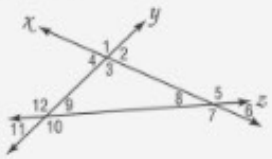
3 محطة الحافلات الشكل الموضح أمامك هو ممرات محطة حافلات. حدد القاطع الذي يربط بين كل زوج من الزوايا في هذا الشكل. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



a. $\angle 1$ و $\angle 2$ في v: متناظرتان
b. $\angle 2$ و $\angle 3$ في v: داخليتان متبادلتان
c. $\angle 4$ و $\angle 5$ في y: داخليتان متتاليتان

إرشاد للمعلمين الجدد

القواطع لمساعدة الطلاب في تحديد القواطع، ارسم الشكل المبين أدناه. ذكر الطلاب أنّ أيّ واحد من هذه المستقيمات الثلاثة يمكن أن يكون قاطعًا لأن كل واحد منهم يقطع المستقيمَين الآخرَين. وضح هذا المفهوم من خلال تحديد العلاقات المتنوعة بين الزوايا.



3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التركيز على محتوى الرياضيات

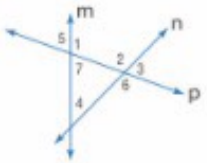
القواطع عند تصنيف الزوايا، من الأهمية بمكان تحديد أي مستقيم هو المستقيم القاطع. فالعلاقة بين زاوية وأخرى تعتمد على هذا القاطع.

إجابات إضافية

21. المستقيم s: متناظرة
22. المستقيم r: داخلية متتالية
23. المستقيم t: داخلية متبادلة
24. المستقيم v: متناظرة
25. المستقيم t: خارجية متبادلة
26. المستقيم s: داخلية متبادلة
27. المستقيم t: داخلية متتالية
28. المستقيم v: خارجية متبادلة
29. المستقيم s: خارجية متبادلة
30. المستقيم v: داخلية متبادلة
31. المستقيم b: رأسية
32. المستقيم a: داخلية متتالية
33. المستقيم c: داخلية متبادلة
34. المستقيم d: زوج خطّي
35. المستقيم f: متناظرة
36. المستقيم a: داخلية متبادلة

37a. الإجابة النموذجية: بما أن المستقيمات تقع في مستوى واحد ولا يمكن أن تتلامس، إذًا فهي متوازية.

مثال 3 حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا.



9. المستقيم n: متناظرة
10. المستقيم p: خارجية متبادلة

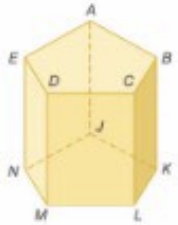
10. $\angle 6$ و $\angle 5$
12. $\angle 7$ و $\angle 2$
9. $\angle 4$ و $\angle 2$
11. $\angle 7$ و $\angle 4$

المستقيم p: داخلية متبادلة

المستقيم m: داخلية متتالية

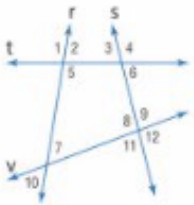
التمرين وحل المسائل

مثال 1 ارجع إلى الشكل لتحديد كلٍّ مما يلي.



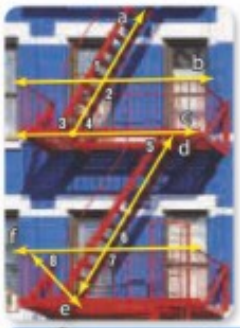
13. كل الخطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{DM}$: $\overline{CL}$ و $\overline{EN}$ و $\overline{BK}$ و $\overline{AJ}$
14. مستوى متوازٍ مع المستوى ACD: JLM
15. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{BC}$: $\overline{EN}$ أو $\overline{AJ}$ أو $\overline{DM}$ أو $\overline{NM}$ أو $\overline{NJ}$ أو $\overline{JK}$ أو $\overline{ML}$
16. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى EDM: DCL و NML و AED و AEN
17. كل الخطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{AE}$: $\overline{KL}$ و $\overline{CL}$ و $\overline{BK}$ و $\overline{ML}$ و $\overline{DM}$ و $\overline{NM}$ و $\overline{KJ}$
18. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{EN}$: $\overline{AJ}$ أو $\overline{BK}$ أو $\overline{CL}$ أو $\overline{DM}$
19. قطعة مستقيمة متوازية مع $\overline{AB}$ من خلال النقطة J: $\overline{JK}$
20. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CL}$ من خلال النقطة E: $\overline{AE}$ و $\overline{ED}$

المثالان 2-3 **الدقة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية. 21–30. انظر الهامش.



21. $\angle 4$ و $\angle 9$
22. $\angle 5$ و $\angle 7$
23. $\angle 3$ و $\angle 5$
24. $\angle 10$ و $\angle 11$
25. $\angle 1$ و $\angle 6$
26. $\angle 6$ و $\angle 8$
27. $\angle 2$ و $\angle 3$
28. $\angle 9$ و $\angle 10$
29. $\angle 4$ و $\angle 11$
30. $\angle 7$ و $\angle 11$

مثال 3 **السلامة** حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا في صورة الهروب من الحريق الموضحة. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا. 31–36. انظر الهامش.



31. $\angle 1$ و $\angle 2$
32. $\angle 2$ و $\angle 4$
33. $\angle 4$ و $\angle 5$
34. $\angle 6$ و $\angle 7$
35. $\angle 7$ و $\angle 8$
36. $\angle 2$ و $\angle 3$

محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

37. **الكهرباء** لا يُسمح بالتقاطع بين خطوط الكهرباء.

a. ما العلاقة التي يجب أن تكون بين خطّي الكهرباء p و m؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

b. ما العلاقة بين المستقيم q و المستقيمين p و m؟ المستقيم q قاطع للمستقيمين p و m.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	13-37, 46, 48-61	13-37, 51-54, فردي 51-54	14-36, زوجي 46, 48-50, 55-61
OL أساسي	13-34, فردي 45, 46, 48, 61	13-37, 51-54	38-46, 48-50, 55-61
BL متقدم	38-61		

إجابة إضافية

44a. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$؛ المسافة بين القطعتين المستقيمتين واحدة من أي مكان على القطعة المستقيمة.

B صف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة باعتبارها علاقة توازٍ أو تخالف أو تقاطع.

38. $\overline{FG}$, $\overline{BC}$ **متوازيان**

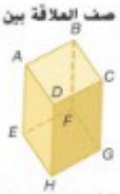
39. $\overline{AB}$, $\overline{CG}$ **متخالفان**

40. $\overline{DH}$, $\overline{HG}$ **متقاطعان**

41. $\overline{DH}$, $\overline{BF}$ **متوازيان**

42. $\overline{EF}$, $\overline{BC}$ **متخالفان**

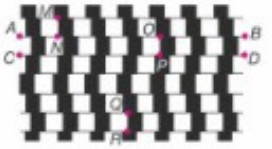
43. $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ **متقاطعان**



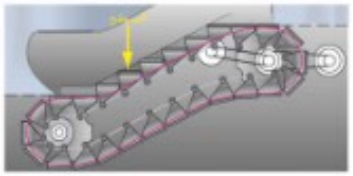
44. **الاستنتاج المنطقي** الشكل التخيلي الموضح على اليسار ناتج عن استخدام مربعات وخطوط مستقيمة.

a. ما العلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ برّر استنتاجك. **انظر الهامش.**

b. ما العلاقة بين $\overline{MN}$ و $\overline{QR}$؟ والعلاقة بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{OP}$؟ **$\overline{MN} \parallel \overline{QR}$؛ $\overline{OP}$ قاطع بين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$.**



C 45. **السلالم المتحركة** تتكون السلالم الكهربائية المتحركة من درجات على حلقة دوارة يتم تحريكها باستخدام موتور. تنبسط الدرجات عند أعلى وأسفل منصة السلم لتوفير سطح مستوٍ للدخول للسلم والخروج منه.



a. ما العلاقة بين سطح درجات الصاعدة؟ **متوازية**

b. ما العلاقة بين سطح الدرجتين عند قمة الجزء المنحدر؟ **متحدة المستوى**

c. ما العلاقة بين سطح الدرجات في الجزء المنحدر من السلم المتحرك وسطح الدرجات عند أسفل السلم المتحرك؟ **متخالفة**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **مسألة غير محددة الإجابة** المستوى P يحتوي على المستقيمين a و b. المستقيم c يقطع المستوى P عند النقطة J. المستقيمان a و b متوازيان. والمستقيمان a و c متخالفان. والمستقيمان b و c غير متخالفين. ارسم شكلا مستندًا إلى هذا الوصف. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

47. **تحدَّ** افترض أن النقاط A و B و C موجودة بالمستوى P. وأن النقاط D و E و F موجودة بالمستوى Q. يضم المستقيم m النقطتين D و F. وQ يتقاطع مع المستوى P. المستقيم n يضم النقطتين A و E. **a. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

a. صمم رسمًا تخطيطيًا يمثل هذه الحالة.

b. ما العلاقة بين المستويين P و Q؟ **متوازيان**

c. ما العلاقة بين المستقيمين m و n؟ **متخالفان**

48. **أحيانًا؛ $\overleftrightarrow{AB}$ إما متخالف أو متوازٍ مع $\overleftrightarrow{CD}$ لأن المستقيمات لن تتقاطع أبدًا وغير متحدة المستوى.**

التبرير المستوى X والمستوى Y متوازيان، والمستوى Z يتقاطع مع المستوى X. المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ موجود في المستوى X، والمستقيم $\overleftrightarrow{CD}$ موجود في المستوى Y، والمستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ موجود في المستوى Z. حدد إذا كانت كل عبارة صحيحة دائمًا أم أحيانًا أم ليست صحيحة مطلقًا. اشرح.

48. $\overleftrightarrow{AB}$ متخالف مع $\overleftrightarrow{CD}$.

49. $\overleftrightarrow{AB}$ متقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$.

49. **أحيانًا؛ $\overleftrightarrow{AB}$ يتقاطع مع $\overleftrightarrow{EF}$ استنادًا إلى موقع تقاطع المستويات.**

50. **الكتابة في الرياضيات** هل يمكن وصف زوج من المستويات بأنهما متخالفان؟ اشرح. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

647

4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب أثناء مغادرة الطلاب لحجرة الصف، اطلب منهم أن يحددوا المستقيمات المتقاطعة في الصف، ويصنفوا أزواج الزوايا الناتجة عن تقاطع مستقيم قاطع مع مستقيمين آخرين.

إجابة إضافية

58. المعطيات: $\overline{ZX} \cong \overline{WY}$

A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$.

A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

المطلوب إثباته: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

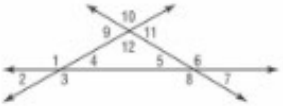
1. $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$

A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$.
A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$. (معطيات)

2. $WY = ZX$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة)
3. $WA = AY,\ ZA = AX$ (تعريف نقطة المنتصف)
4. $WY = WA + AY,\ ZX = ZA + AX$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
5. $WA + AY = ZA + AX$ (بالتعويض)
6. $WA + WA = ZA + ZA$ (بالتعويض)
7. $2WA = 2ZA$ (بالتعويض)
8. $WA = ZA$ (خاصية القسمة)
9. $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$ (تعريف $\cong$ القطع المستقيمة.)

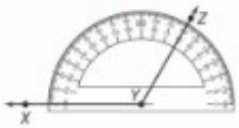
تمرين على الاختبار المعياري

51. أيّ من أزواج الزوايا التالية تعتبر زوايا خارجية متبادلة؟ **B**



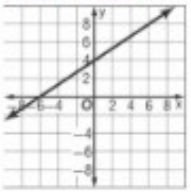
A $\angle 1$ و $\angle 5$
B $\angle 2$ و $\angle 6$
C $\angle 2$ و $\angle 10$
D $\angle 5$ و $\angle 9$

52. ما قياس $\angle XYZ$؟ **H**



F 30°
G 60°
H 120°
J 150°

53. إجابة قصيرة عيّن إحداثيات النقاط التي تمثل نقطتي التقاطع X وY في التمثيل البياني الموضح أدناه. **(0, 4), (−6, 0)**



54. SAT/ACT فيما يلي، الخيار الذي لا يساوي 485 هو: **C**

A $(3 \times 100) + (4 \times 10) + 145$
B $(3 \times 100) + (18 \times 10) + 5$
C $(4 \times 100) + (8 \times 10) + 15$
D $(4 \times 100) + (6 \times 10) + 25$
E $(4 \times 100) + (5 \times 10) + 35$

مراجعة شاملة

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة.

55. $m\angle 9 = 2x - 4$, $m\angle 10 = 2x + 4$

$m\angle 9 = 86$, $m\angle 10 = 94$

56. $m\angle 11 = 4x$, $m\angle 12 = 2x - 6$

$m\angle 11 = 124$, $m\angle 12 = 56$

57. $m\angle 19 = 100 + 20x$, $m\angle 20 = 20x$

$m\angle 19 = 140$, $m\angle 20 = 40$

58. البرهان أثبت ما يلي.

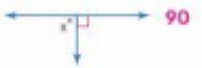
المعطيات: $\overline{WY} \cong \overline{ZX}$ **انظر الهامش.**
A هي نقطة منتصف $\overline{WY}$.
A هي نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

المطلوب: $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$

مراجعة المهارات

أوجد x.

59.



90

60.

102

61.

45

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع قدّم للطلاب رسمًا مثل الرسم الموجود على اليسار. اطلب منهم تسمية كل زاوية وتحديد أزواج الزوايا الداخلية المتبادلة، والزوايا المتناظرة، وهكذا. أخبرهم، أثناء استعدادهم للبدء في دراسة موضوع حول البراهين، أنه من المهم أن يفهموا المفاهيم الأساسية المقدمة في هذا الدرس فهمًا جيدًا.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-11 تحديد العلاقات بين مستقيمَيْن أو مستويَيْن. تسمية أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمات متوازية وقواطع.

الدرس 2-11 استخدام النظريات في تحديد العلاقات بين أزواج محددة من الزوايا. استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

بعد الدرس 2-11 استخدام ميول معادلات المستقيمات لاستكشاف العلاقات الهندسية، بما في ذلك المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

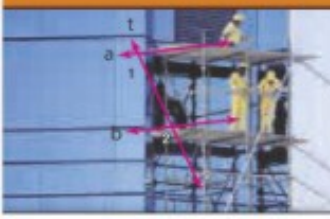
- ما الأشكال التي تكوّنها السقّالة؟ مثلثات ومستطيلات
- هل المنصات تكون متوازية أم متعامدة على بعضها البعض؟ متوازية
- كم عدد القواطع الموجودة في مستوى واحد من السقالة؟ 6

الزوايا والمستقيمات المتوازية

السابق:
- تعلمت كيفية تسمية أزواج الزوايا المتكونة من المستقيمات المتوازية مع القواطع.

الحالي:
1. استخدام النظريات لتحديد العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا.
2. استخدام الجبر لإيجاد قياسات الزوايا.

لماذا؟
- يستخدم عمال الإنشاءات والصيانة عادةً سقالة للصعود. يوفر هذا الهيكل الدعم والوصول إلى المناطق المرتفعة. القاطع t الموضح يوفر دعمًا هيكليًا لمنطقتي العمل المتوازيتين.



ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

في الصورة، المستقيم t قاطع للمستقيمين a و b. وتُعد $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتين متناظرتين. بما أن المستقيمين a و b متوازيان، فهناك علاقة خاصة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

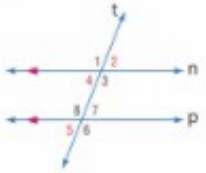
المسلّمة 11.1 مسلّمة الزوايا المتناظرة

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، يكون كل زوج من الزوايا المتناظرة متطابقًا.

أمثلة $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$

مثال 1 استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة

في الشكل، $m\angle 5 = 72$. أوجد قياس كل زاوية.
اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



a. $\angle 4$

$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلّمة الزوايا المتناظرة
$m\angle 4 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 4 = 72$	تعويض

b. $\angle 2$

$\angle 2 \cong \angle 4$	نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
$\angle 4 \cong \angle 5$	مسلّمة الزوايا المتناظرة
$\angle 2 \cong \angle 5$	خاصية التعدي في التطابق
$m\angle 2 = m\angle 5$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 2 = 72$	تعويض

تمرين موجّه 1A–1C. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

في الشكل، افترض أن $m\angle 8 = 105$. أوجد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظرية) استخدمتها.

1A. $\angle 1$ 1B. $\angle 2$ 1C. $\angle 3$

في المثال1 . إن $\angle 2$ و $\angle 5$ زاويتان خارجيتان متبادلتان متطابقتان. يقترح هذا المثال وغيره من الأمثلة النظريات التالية عن أزواج الزوايا الأخرى المتكونة من مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

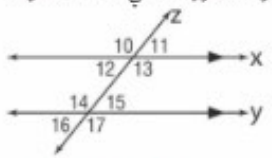
المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة تحديد قياس زاوية عند تقديم مستقيمين متوازيين يقطعهما قاطع وقياس زاوية واحدة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 في الشكل الموضح، $m\angle 11 = 51$. أوجد قياس كل زاوية. اذكر المسلّمة (أو النظرية) التي استخدمتها.



a. $m\angle 15$ 51؛ مسلّمة الزوايا المتناظرة

b. $m\angle 16$ 51؛ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس، ومسلّمة الزوايا المتناظرة

التدريس باستخدام التكنولوجيا

نظام إجابة الطلاب اعرض أمام الطلاب رسمًا تخطيطيًا لمستقيمين متوازيين وقاطع لهما. رقّم الزوايا من 1 إلى 8. اختر إحدى الزوايا واطلب من الطلاب تحديد رقم إحدى الزوايا الداخلية المتبادلة. كرّر هذا النشاط واطلب من الطلاب تحديد الزوايا الخارجية المتبادلة، والزوايا المتقابلة بالرأس، والزوايا المتكاملة.

نصيحة دراسية

العلاقات بين الزوايا تعتم هذه النظريات العلاقات بين أزواج معينة من الزوايا. إذا اختلطت عليك هذه العلاقات، يمكنك التحقق منها بالأساليب المستخدمة في المثال 1. باستخدام الزوايا المتناظرة والزوايا المتقابلة بالرأس والزوايا المتكاملة فقط.

نظريات المستقيمات المتوازية وأزواج الزوايا

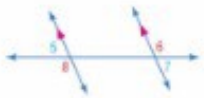
11.1 نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا.

أمثلة $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$

11.2 نظرية الزوايا الداخلية المتتالية إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإذا يكون كل زوج من الزوايا المتتالية متكاملاً.

أمثلة $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.
$\angle 3$ و $\angle 4$ متكاملتان.

11.3 نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإذا، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقًا.

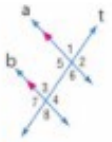


أمثلة $\angle 8 \cong \angle 6$ و $\angle 7 \cong \angle 5$

سوف نقوم بإثبات النظريتين 11.2 و 11.3 من خلال التمرينين 30 و 35 على الترتيب.

نظرًا لأنه يتم قبول بعض المسلّمات دون إثبات، يمكنك استخدام مسلّمة الزوايا المتناظرة لإثبات كلٍّ من النظريات أعلاه.

إثبات نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة



المعطيات: $a \parallel b$
t يمثّل قاطعًا لكل من a و b.

المطلوب: $\angle 5 \cong \angle 4$ و $\angle 6 \cong \angle 3$

فقرة الإثبات: نعلم أن $a \parallel b$ قطعهما القاطع t.
وحسب مسلّمة الزوايا المتناظرة، تكون الزوايا المتناظرة متطابقة. لذلك، $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 8 \cong \angle 6$. كذلك، $\angle 2 \cong \angle 5$ و $\angle 3 \cong \angle 8$ لأن الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة. وبالتالي، $\angle 4 \cong \angle 5$ و $\angle 6 \cong \angle 3$ حيث إن تطابق الزوايا متعدٍّ.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام النظريات مع المستقيمات المتوازية

التخطيط المجتمعي ممر ريديغ وطريق جدول كريك المائي هما شارعان متوازيان يتقاطعان مع طريق المنتزه على طول الجانب الغربي لمنتزه وندل. إذا كان $m\angle 1 = 118$، فأوجد $m\angle 2$.

$\angle 2 \cong \angle 1$	مسلّمة الزوايا الداخلية المتبادلة
$m\angle 2 = m\angle 1$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 2 = 118$	التعويض

تمرين موجّه

2A. 80°؛ نظرية المتكاملات، الزوايا الخارجية المتبادلة

2B. 70°؛ الزوايا الخارجية المتبادلة

التخطيط المجتمعي ارجع إلى الرسم التخطيطي أعلاه لإيجاد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

2A. إذا كان $m\angle 1 = 100$ فأوجد $m\angle 4$.

2B. إذا كان $m\angle 3 = 70$ فأوجد $m\angle 4$.

الربط بالحياة اليومية

تحتاج بعض المدن إلى أن تتقاطع شوارعها في تقسيمات التخطيط الجديدة بزاوية لا تقل عن 60°.

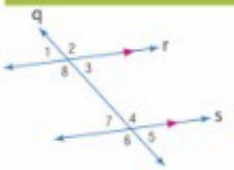
McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL OL BL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية استخدم شريطًا لاصقًا لإنشاء مستقيمين متوازيين وقاطع لهما على الأرض. واطلب من كل اثنين من الطلاب أن يقفا في الزاويتين المتطابقتين أو المتكاملتين. واطلب منهما توضيح ما إذا كانت الزاويتان متبادلتين داخليتين، أم متبادلتين خارجيتين، أم متناظرتين، أم متتاليتين داخليتين.

2 الجبر وقياسات الزوايا يمكن استخدام علاقات خاصة بين الزوايا التي تكونت من مستقيمين متوازيين وقاطع لإيجاد قيم غير معروفة.

مثال 3 إيجاد قيم المتغيرات



الجبر استخدم الشكل الموضح على اليسار لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.

a. إذا كان $m\angle 4 = 2x - 17$ و $m\angle 1 = 85$ فأوجد x.

$\angle 3 \cong \angle 1$	نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس
$m\angle 3 = m\angle 1$	تحديد الزوايا المتطابقة
$m\angle 3 = 85$	تعويض

نظرًا لأن المستقيمين r و s متوازيان، تكون الزاويتان $\angle 4$ و $\angle 3$ متكاملتين حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

$m\angle 3 + m\angle 4 = 180$	تحديد الزوايا المتكاملة
$85 + 2x - 17 = 180$	تعويض
$2x + 68 = 180$	بسط.
$2x = 112$	اطرح 86 من كل طرف.
$x = 56$	اقسم كل طرف على 2.

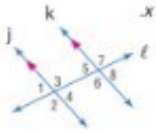
b. أوجد y إذا كان $m\angle 3 = 4y + 30$ و $m\angle 7 = 7y + 6$.

$\angle 3 \cong \angle 7$	نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة
$m\angle 3 = m\angle 7$	تحديد الزوايا المتطابقة
$4y + 30 = 7y + 6$	تعويض
$30 = 3y + 6$	اطرح $4y$ من كل طرف.
$24 = 3y$	اطرح 6 من كل طرف.
$8 = y$	اقسم كل طرف على 3.

نصيحة دراسية

الدقة المسلّمات والنظريات التي ستدرسها في هذا الدرس لا تنطبق إلا على المستقيمات المتوازية التي يتقاطعها قاطع. يجب عليك عدم افتراض أن المستقيمات متوازية إلا إذا أعطيت معلومات عن ذلك أو إذا تم تمييز المستقيمات بأسهم توضح علاقة التوازي.

تمرين موجّه 3A–3B. انظر الهامش.

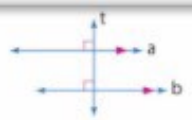


3A. إذا كان $m\angle 2 = 4x + 7$ و $m\angle 7 = 5x - 13$ فأوجد x.

3B. أوجد y إذا كان $m\angle 5 = 68$ و $m\angle 3 = 3y - 2$.

توجد علاقة خاصة عندما يكون قاطع مستقيمين متوازيين عبارة عن مستقيم متعامد.

النظرية 11.4 نظرية القاطع المتعامد



في أي مستوى، إذا وجد مستقيم متعامدًا على أحد مستقيمين متوازيين، فإن هذا المستقيم يكون متعامدًا على المستقيم المتوازي الثاني.

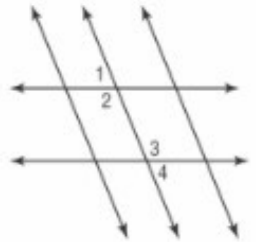
أمثلة إذا كان المستقيم $a \parallel$ المستقيم b والمستقيم $a \perp$ المستقيم t، إذا يكون المستقيم $b \perp$ المستقيم t.

سوف نثبت النظرية 11.4 في التمرين 37.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

مثال إضافي

2 بلاط الأرضية يمثل الرسم التخطيطي التالي بلاط الأرضية في منزل هالة. وإذا علمتَ أن $m\angle 2 = 125$. فأوجد $m\angle 3$.



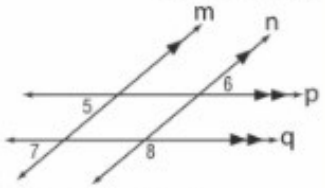
$m\angle 3 = 125$

2 الجبر وقياسات الزوايا

المثال 3 يستخدم تعبيرًا جبريًا ليمثل قياس الزاوية. فعلى الطلاب أن يكون لديهم القدرة على إيجاد حل المتغير جبريًا، ثم تعويض الحل بالمتغير في التعبير الجبري لإيجاد قياس الزاوية بعد ذلك.

مثال إضافي

3 الجبر استخدم الشكل الموضح أدناه لإيجاد المتغير المشار إليه. اشرح استنتاجك.



a. إذا علمتَ أن $m\angle 5 = 2x - 10$، و $m\angle 7 = x + 15$. فأوجد x. 25؛ مسلّمة الزوايا المتناظرة

b. أوجد y. إذا علمتَ أن $m\angle 6 = 4(y - 25)$ و $m\angle 8 = 4y$. 35؛ نظرية الزوايا المتبادلة الخارجية، ونظرية الزوايا المتكاملة.

انتبه!

قياسات الزوايا انظر بتمعن إلى المعلومات المتاحة أمامك لتحديد ما إذا كانت الزوايا متطابقة أم متكاملة.

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A. بما أن المستقيمين j و k متوازيين، فإن الزاويتين $\angle 2$ و $\angle 7$ متطابقتان حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

$m\angle 2 = m\angle 7$	تعريف التطابق
$4x + 7 = 5x - 13$	بالتعويض
$4x + 20 = 5x$	بإضافة 13 إلى الطرفين.
$20 = x$	بطرح 4x من الطرفين.

3B. بما أن المستقيمين j و k متوازيان، فإن الزاويتين $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملتان حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

$m\angle 5 + m\angle 3 = 180$	تعريف الزوايا المتكاملة
$68 + 3y - 2 = 180$	بالتعويض
$3y + 66 = 180$	بالتحويل لأبسط صورة.
$3y = 114$	بطرح 64 من الطرفين.
$x = 38$	بقسمة كل طرف على 3.

التحقق من فهمك

مثال1 في الشكل، $m\angle 2 = 85$. أوجد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها. **3-1. انظر الهامش.**

1. $\angle 4$ 2. $\angle 6$ 3. $\angle 7$

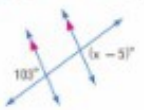
مثال2 في الشكل، $m\angle 6 = 110$ أوجد قياس كل زاوية. **6-4. انظر الهامش.** اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.

4. $\angle 4$ 5. $\angle 3$ 6. $\angle 1$

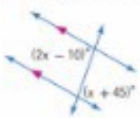
مثال3 أوجد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك. **9-7. انظر الهامش.**

7.

8.

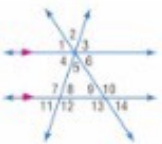


9.



التمرين وحل المسائل

المثالان1 و 2 في الشكل، $m\angle 11 = 23$ و $m\angle 14 = 17$. أوجد قياس **18-10. انظر الهامش.** كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) استخدمتها.



10. $\angle 4$ 11. $\angle 3$ 12. $\angle 12$
13. $\angle 8$ 14. $\angle 6$ 15. $\angle 2$
16. $\angle 10$ 17. $\angle 5$ 18. $\angle 1$

مثال3 **جهاز استقبال إشارات القمر الصناعي** تجتمع الأطباق اللاقطة لإشارات التليفزيون الإشارة عن طريق توجيه الإشعاع القادم من القمر الصناعي إلى جهاز استقبال موضوع في بؤرة الطبق اللاقط للإشارة. افترض أن أشعة الإشعاع القادم من القمر الصناعي متوازية. حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

19. $\angle 1$, $\angle 2$ 20. $\angle 1$, $\angle 3$ 21. $\angle 2$, $\angle 4$ 22. $\angle 1$, $\angle 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1-10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

1. $m\angle 4 = 85$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
2. $m\angle 6 = 85$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
3. $m\angle 7 = 95$ الزاويتان 2 و 7 زاويتان متكاملتان.
4. $m\angle 4 = 110$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
5. $m\angle 3 = 70$ الزاويتان الداخليتان الواقعتان على نفس جهة القاطع متكاملتان.
6. $m\angle 1 = 70$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
7. $x = 115$ زاويتان متكاملتان؛ $y = 115$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
8. $x = 108$ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة.
9. $x = 55$ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.
10. $m\angle 4 = 23$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
11. $m\angle 3 = 23$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
12. $m\angle 12 = 157$ زاويتان متكاملتان
13. $m\angle 8 = 23$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
14. $m\angle 6 = 17$ الزوايا المتناظرة متطابقة.
15. $m\angle 2 = 140$ الزوايا 1 و 2 و 3 تكوّن زاوية مستقيمة.
16. $m\angle 10 = 163$ زاويتان متكاملتان
17. $m\angle 5 = 140$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
18. $m\angle 1 = 17$ الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة.
22. الزاويتان 1 و 4 متكاملتان لأن الزاوية التي تتكامل مع إحدى زاويتين متطابقتين تتكامل مع الزاوية المتطابقة الأخرى.

19. الزاويتان1 و 2 متطابقتان لأن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.
20. الزاويتان 1 و 3 متطابقتان لأن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.
12. الزاويتان 2 و 4 متكاملتان لأنهما تكوّنان زوجًا خطيًا
22. انظر الهامش.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

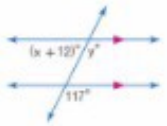
المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	11-26, 42-44, 46-58	47-50 ,فردي 11-25	42-44 ,زوجي 12-26 ,46, 51-58
OL أساسي	30-44, فردي 11-29, 46, 58	11-26, 47-50	27-44, 46, 51-58
BL متقدم	(اختياري: 56-58) ,27-55		

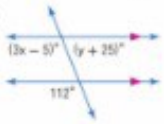
إجابات إضافية

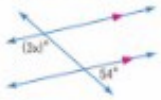
23–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 11 للاطلاع على التوضيحات.

23. $x = 51,\ y = 117$
24. $x = 39,\ y = 41$
25. $x = 42$
26. $x = 43,\ y = 18$
27. $x = 60,\ y = 14$
28. $x = 70,\ y = 33$

أوجد قيمة المتغير (المتغيرات) في كل شكل. اشرح استنتاجك.

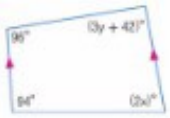
23. 

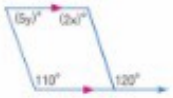
24. 

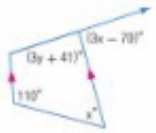
25. 

23–28. انظر الهامش.

B

26. 

27. 

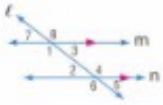
28. 

29. **البرهان** انسخ وأكمل إثبات النظرية 11.2 .

المعطيات : $m \parallel n$، و ℓ يمثل قاطعًا.

المطلوب: الزاويتان 1∠ و 2∠ متكاملتان، والزاويتان 3∠ و 4∠ متكاملتان.

البرهان: **a. $m \parallel n$؛ و ℓ يمثل قاطعًا.**



العبارات	المبررات
a. ___؟___	a. معطيات **تحديد الزوج الخطي**
b. 1∠ و 3∠ تكوّنان زوجًا خطيًا. 2∠ و 4∠ تكوّنان زوجًا خطيًا.	b. ___؟___
c. ___؟___	c. إذا شكّلتْ زاويتان زوجًا خطيًا، إذًا تكون هاتان الزاويتان متكاملتين.
d. $\angle 1 \cong \angle 4,\ \angle 2 \cong \angle 3$	d. ___؟___ **نظرية ∠ الزوايا الداخلية المتبادلة**
e. $m\angle 1 = m\angle 4,\ m\angle 2 = m\angle 3$	e. تحديد التطابق
f. ___؟___	f. ___؟___ **التعويض**

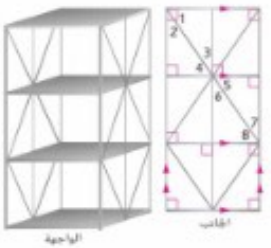
f. 1∠ و 2∠ متكاملتان3∠ و 4∠ متكاملتان

29c. 3∠ و 1∠ متكاملتان. 4∠ و 2∠ متكاملتان.

30. الزاويتان 2 و 7 متطابقتان. الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.
31. الزاويتان 3 و 7 متطابقتان. الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.
32. الزاويتان 4 و 5 متطابقتان. الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة.
33. الزاويتان 5 و 6 متتامتان. الزاويتان اللتان تكوّنان زاوية قائمة تكونان متتامتين.

التخزين عند الحاجة إلى الوصول للرفوف الصناعية من أي جانب، يتم توفير دعم إضافي على الجانب
بأجزاء متقاطعة . حدد العلاقة
بين كل زوج من الزوايا واشرح استنتاجك.

30. 2∠ و 7∠
31. 3∠ و 7∠
32. 4∠ و 5∠
33. 5∠ و 6∠



34. **الإثبات** اكتب إثباتًا من عمودين لنظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. (النظرية 11.3)

انظر ملحق إجابات الوحدة 11

35. **الجسور** راجع الرسم التخطيطي الموضح على اليسار لهيكل جسر. الدعامتان الأفقيتان للجسر متوازيتان. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 11**

a. اكتب تخمينًا عن الزوايا زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

b. اكتب تخمينًا عن الزوايا فردية الترقيم. اشرح استنتاجك.

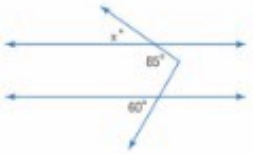
c. اكتب تخمينًا عن أي زوج من الزوايا تكون إحدى زاويتيه فردية الترقيم والأخرى زوجية الترقيم. اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw Hill Education

36. **الإثبات** في مستوى ما، أثبت أنه إذا كان هناك مستقيم متعامد على أحد مستقيمين متوازيين، إذا يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. (النظرية 11.4) **انظر الهامش.**

الأدوات أوجد x. (*إرشاد*: ارسم خطًا مساعدًا.)

37. $x = 25$



38. $x = 125$

39. ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية. x و y. ارسم مستقيمًا w. يمثل قاطعًا يقطع المستقيمين x و y. قم بترقيم الزوايا بحيث تكون الزوايا ذات الأرقام الفردية في جانب واحد من القاطع. وتكون الزوايا ذات الأرقام الزوجية في الجانب الآخر من القاطع.

a. سجّل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا زوجية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج. **a–f. انظر الهامش.**

b. سجّل كل أزواج الزوايا المحتملة بالنسبة للزوايا فردية الترقيم. اذكر العلاقة بين كل زوج.

c. إذا كان عليك تحديد زاويتين عشوائيًا، فكم يكون عدد أزواج الزوايا المحتملة؟

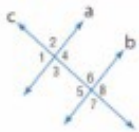
d. ما العلاقة (العلاقات) المحتملة بين أزواج الزوايا؟

e. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتطابقة؟

f. ما احتمال تحديد زوج من الزوايا المتكاملة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

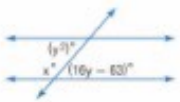
40. **الكتابة في الرياضيات** إذا كان المستقيم a متوازيًا مع المستقيم b و $\angle 6 \cong \angle 5$، فصف العلاقة بين $\angle 2$ و $\angle 5$. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**



41. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبيّن الفرق بين نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة ونظرية الزوايا الخارجية المتتالية. **40–42.** انظر ملحق إجابات الوحدة.

42. **مسألة غير محددة الإجابة** ارسم زوجًا من المستقيمات المتوازية يقطعهما قاطع وقس الزاويتين الخارجيتين على نفس الجانب من القاطع. حدد قياساتك على الرسم. اعتمادًا على النموذج الذي رأيته لتسمية أزواج زوايا أخرى، ماذا تعتقد أن يكون اسم زوج الزوايا الذي قسته؟

43. **تحدَّ** أوجد x و y.



$y = 7$ و $x = 131$

أو $y = 9$ و $x = 99$

التبرير حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم صحيحة *دائمًا* أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

44. إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين وعُرف قياس إحدى الزوايا، فإنه يمكن معرفة قياس جميع الزوايا الأخرى أيضًا.

صحيحة دائمًا. بمجرد معرفة قياس إحدى الزوايا، تكون باقي الزوايا إما متطابقة أو متكاملة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

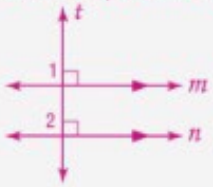
التدريس المتمايز OL BL

التوسع تذكّر من الجبر أن ميل المستقيم يساوي الارتفاع على الامتداد الأفقي، أو $\frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}}$. على مستوى إحداثي، ارسم مستقيمين متوازيين عند $y = 6$ و $y = 1$. والآن ارسم قاطعًا بزاوية ما عبر هذين المستقيمين. أوجد ميل المستقيم القاطع. ستختلف الإجابات. ما ميول المستقيمات المتوازية؟ صفر

إجابات إضافية

36. المعطيات: $m \parallel n,\ t \perp m$

المطلوب إثباته: $t \perp n$

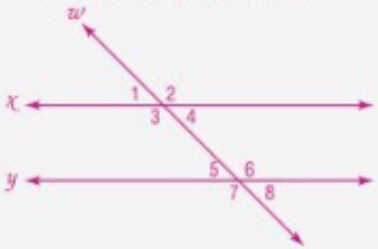


البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $m \parallel n,\ t \perp m$ (معطيات)
2. $\angle 1$ زاوية قائمة (تعريف التعامد $\perp$)
3. $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة $\measuredangle$)
4. $\angle 1 \cong \angle 2$ (مسلّمة الزوايا المتناظرة $\measuredangle$)
5. $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف $\cong$ $\measuredangle$)
6. $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)
7. $\angle 2$ زاوية قائمة (تعريف الزاوية القائمة $\measuredangle$)
8. $t \perp n$ (تعريف تعامد $\perp$ المستقيمات)

39. هذه الصورة مثال على الصورة التي من الممكن أن يرسمها الطلاب.



39a. 2 و 4؛ 4 و 6؛ 2 و 8؛ 6 و 8؛ متكاملتان 2 و 6؛ 4 و 8؛ متطابقتان

39b. 1 و 3؛ 1 و 7؛ 3 و 5؛ 5 و 7؛ متكاملتان 1 و 5؛ 3 و 7؛ متطابقتان

39c. 28

39d. متطابقتان أو متكاملتان

39e. $\frac{3}{7}$ من 12 = 28

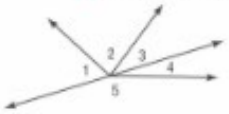
39f. $\frac{4}{7}$ من 16 = 28

4 التقويم

حصاد الأمس من خلال العمل في مجموعات صغيرة. اطلب من الطلاب تناوب الأدوار في وصف كيف ساعدهم درس المستقيمات المتوازية والقواطع في التعرف على العلاقات بين الزوايا، بحيث يقدم كل طالب هذا الوصف لمجموعته.

تمرين على الاختبار المعياري

45. افترض أن $\angle 4$ و $\angle 5$ تكونان زوجا خطيا. إذا كان $m\angle 1 = 2x$ و $m\angle 2 = 3x - 20$ و $m\angle 3 = x - 4$. فما هو $m\angle 3$؟ **C**

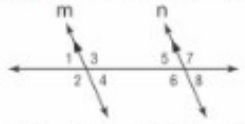


A 26°
B 28°
C 30°
D 32°

46. **SAT/ACT** يربي مزارع دجاجا وأغناما. فإذا كان إجمالي رؤوس الطيور والحيوانات لديه 120 رأسا في إجمالي 300 متر، فكم يكون عدد الدجاج لدى المزارع؟ **J**

F 60
G 70
H 80
J 90

47. **إجابة مختصرة** إذا كان $m \parallel n$ إذا أي العبارات التالية لا بد من أن تكون صحيحة؟ **I و II**



I. $\angle 3$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متبادلتان.
II. $\angle 4$ و $\angle 6$ زاويتان داخليتان متتاليتان.
III. $\angle 1$ و $\angle 7$ زاويتان خارجيتان متبادلتان.

48. **الجبر** إذا كان $x = -6 \div -2$ ، إذا $-17 - x =$؟ **A**

A −13
B −4
C 9
D 13
E 21

مراجعة شاملة

49. **الطيران** تم تعيين مستوى ارتفاع الطائرات اعتمادا على اتجاه طيرانها. فإذا كانت طائرة تطير تجاه الشمال الغربي عند ارتفاع 10,500 متر وتطير طائرة أخرى تجاه الشرق عند ارتفاع 7,500 متر. فصف نوع المستقيمات المتكونة بمسارات الطائرتين. اشرح استنتاجك.

مستقيمات متخالفة: تطير الطائرتان في اتجاهين مختلفين وعلى ارتفاعين مختلفين.

استخدم العبارة المعطاة لإيجاد قياس كل زاوية مرقمة.

50. $\angle 1$ و $\angle 2$ تكونان زوجا خطيا و $m\angle 2 = 67$.

$m\angle 1 = 113$

51. $\angle 6$ و $\angle 8$ زاويتان متتامتان، $m\angle 8 = 47$.

$m\angle 6 = 43$ و $m\angle 7 = 90$

52. $m\angle 4 = 32$

$m\angle 3 = 90$، و $m\angle 5 = 58$

مراجعة المهارات

حوّل كل تعبير لأبسط صورة.

53. $\frac{6-5}{4-2}$ $\frac{1}{2}$
54. $\frac{-5-2}{4-7}$ $\frac{7}{3}$
55. $\frac{-11-4}{12-(-9)}$ $\frac{5}{7}$
56. $\frac{16-12}{15-11}$ 1
57. $\frac{10-22}{8-17}$ $\frac{4}{3}$
58. $\frac{8-17}{12-(-3)}$ $\frac{3}{5}$

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة ماكجروهيل للتعليم © حقوق النشر

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 3-11 استخدام خواص المستقيمات المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

الدرس 3-11 إيجاد ميول المستقيمات. استخدام الميل لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

بعد الدرس 3-11 وضع صياغة للتخمينات المتعلقة بخواص المضلعات وسماتها وأجزائها المكونة واختبارها.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما مستوى صعوبة ميل بدرجة 13%؟ هو الأسهل
- إذا كان هناك مسار له ميل بدرجة 20%. فكم مترًا ينخفض هذا المسار لكل 100 متر يقطعها؟ 20 مترًا
- هل يمكن لميل مسار التزلج أن يكون بدرجة 90%؟ الإجابة النموذجية: لا؛ فهذا سيكون شديد الانحدار.

1 ميل المستقيم

المثال 1 يوضح طريقة استخدام النسبة بين الارتفاع الرأسي والامتداد الأفقي لإيجاد ميل المستقيم. فالجزءان c و d يمثلان مستقيمات ميلها يساوي صفرًا ومستقيمات لها ميل غير مُحدد.

11-3 ميول الخطوط المستقيمة

السابق	الحالي	لماذا؟
• استخدمت خواص الخطوط المستقيمة المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.	1 إيجاد ميول الخطوط المستقيمة. 2 استخدام الميل لتحديد الخطوط المستقيمة المتوازية والمتعامدة.	• تُعيّن منتجعات التزلج تقييمات لمسارات التزلج الخاصة بها وفقًا لمدى صعوبتها. ومن العوامل الأساسية في تحديد هذا التقييم انحدار المسار أو درجة ميله. ينخفض المسار الذي له درجة ميل بقيمة 6% أو $\frac{6}{100}$ بمقدار 6 أمتار رأسيًا لكل 100 متر يتم قطعها رأسيًا خلال التزلج. والمسارات الأسهل. المميزة بعلامة ● لها ميول تتراوح ما بين 6% و 25%. بينما المسارات الأصعب. المميزة بعلامة ◆ أو ◆◆. فلها ميول بمقدار 40% أو أكثر.

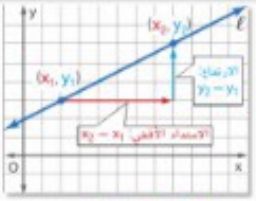
المفردات الجديدة
ميل slope
معدل التغير rate of change

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 ميل المستقيم

ميل المستقيم يتم توضيح انحدار أو ميل هضبة بنسبة ارتفاع الهضبة الرأسي إلى امتدادها الأفقي. وفي الجبر، تعلمت أن ميل المستقيم في المستوى الإحداثي يمكن حسابه باستخدام أي نقطتين على المستقيم.

المفهوم الأساسي ميل المستقيم



في المستوى الإحداثي، **ميل** المستقيم هو نسبة التغير بطول المحور y إلى التغير بطول المحور x بين أي نقطتين على المستقيم.

الميل m للمستقيم الذي يحتوي على نقطتين لهما الإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) محدد من خلال القاعدة

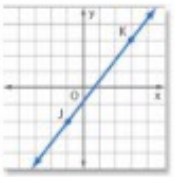
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ حيث إن $x_1 \neq x_2$.

$m = \frac{\text{الارتفاع}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

مثال 1 إيجاد ميل المستقيم

أوجد ميل كل مستقيم.

a.



عوّض $(-2) - (-1)$ من (x_1, y_1) و $(3, 3)$ من (x_2, y_2).

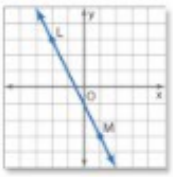
قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

تعويض $= \frac{3 - (-2)}{3 - (-1)}$

بسّط. $= \frac{5}{4}$

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

b.



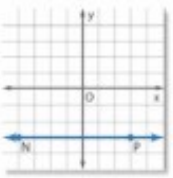
عوّض $(-2, 3)$ عن (x_1, y_1) و $(1, -3)$ عن (x_2, y_2).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{-3 - 3}{1 - (-2)}$ التعويض

$= -2$ حوّل لأبسط صورة.

c.



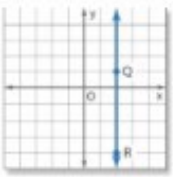
عوّض $(-4, -3)$ عن (x_1, y_1) و $(3, -3)$ عن (x_2, y_2).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{-3 - (-3)}{3 - (-4)}$ تعويض

$= \frac{0}{7} = 0$ حوّل لأبسط صورة.

d.



عوّض $(2, 1)$ عن (x_1, y_1) و $(2, -4)$ عن (x_2, y_2).

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{-4 - 1}{2 - 2}$ تعويض

$= \frac{-5}{0}$ حوّل لأبسط صورة.

هذا الميل **غير محدد**.

نصيحة دراسية

القسمة على 0 $\frac{-5}{0}$ محدد لأنه لا يوجد عدد يمكنك ضربه في 0 ونحصل على النتيجة 5-. وبما أن هذا صحيح مع أي عدد، فإن جميع الأعداد المضمومة على 0 سيكون لها ميل غير محدد. وكذلك، جميع الخطوط المستقيمة الرأسية لها ميول غير محددة.

تمرين **موجّه** 1A. $\frac{1}{3}$ 1B. $-\frac{1}{14}$

1A. الخط المستقيم الذي يحتوي على $(-2, 6)$ و $(-3, -5)$

1B. الخط المستقيم الذي يحتوي على $(8, -3)$ و $(-6, -2)$

1C. الخط المستقيم الذي يحتوي على $(2, 4)$ و $(4, -3)$ **غير محدد**

1D. الخط المستقيم الذي يحتوي على $(-3, 3)$ و $(4, 3)$ 0

يوضح المثال 1 مختلف الأنواع الأربعة للميول.

ملخص المفهوم تصنيف الميول

الميل الموجب	الميل السالب	الميل الصفري	الميل غير المحدد

يمكن تفسير الميل على أنه **معدل التغير**. إذ أنه يصف كيفية تغير كمية y تبعًا لكمية x. ويمكن استخدام ميل المستقيم لتحديد إحداثيات أي نقطة على المستقيم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

659

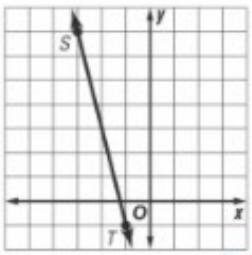
التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

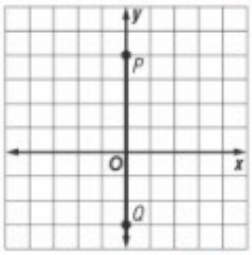
1 أوجد ميل كل مستقيم.

a.



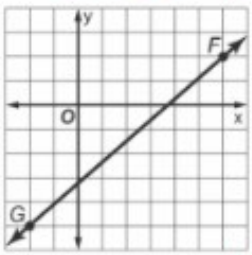
$-\frac{8}{2}$ أو -4

b.



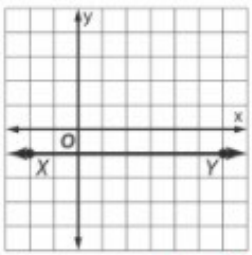
$-\frac{7}{0}$ أو غير محدد

c.



$\frac{7}{8}$

d.



$\frac{0}{8}$ أو 0

التركيز على محتوى الرياضيات

صيغة الميل طالما يتم وضع الإحداثيات المأخوذة من زوج مرتّب واحد في صيغة الميل بنفس الترتيب، فإنّ قيمة الميل لن تتغير. في المثال 1b، اطلب من الطلاب أنْ يتثبّتوا من أنّ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{LM}$ لن يتغير إذا استخدموا الأزواج المرتّبة في ترتيب معكوس.

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{LM}$، $m = \frac{3 - (-3)}{-2 - 1} = -\frac{6}{3} = -2$

مثال إضافي

2 الترفيه في عام 2000. وصلت المبيعات السنوية لأحد منتجي معدات التخييم إلى 48.9 مليون AED. وفي عام 2005. وصل إجمالي المبيعات إلى 85.9 مليون AED. فإذا زادت المبيعات بنفس المعدّل، فما إجمالي المبيعات في 2015؟ حوالي 159.9 مليون AED

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج المنطقي كلّف الطلاب برسم مستقيم على ورقة تمثيل بياني (عبر نقطتين) له ميل موجب، وميل سالب، وميل يساوي صفرًا، وميل غير محدد. ثم اطلب منهم إيجاد ميل كل مستقيم. ثم اطلب منهم بعد ذلك أن يشرحوا طريقة التحديد البصري لميل مستقيم، وما إذا كان موجبًا أم سالبًا أم يساوي صفرًا أم غير محدد.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

المدونة اطلب من الطلاب كتابة تدوينة تشرح طريقة إيجاد ميل مستقيم. اطلب منهم وصف كيف يساعد الميل في وصف مظهر المستقيم.

مهنة من الحياة اليومية

المضيف الجوي يتحقق المضيف الجوي من التذاكر ويساعد الركاب في الجلوس في مقاعدهم وحتل أمتعتهم وتوضيح كيفية استخدام معدات الطوارئ وإجراءاتها. يلزم الحصول على شهادة التعليم الثانوي، ولكن شركات الطيران دائمًا ما تُفضل المرشحين الذين يتحدثون لغتين أو أكثر ممن يحملون شهادات جامعية.

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام الميل في صورة معدل التغير

السفر طيار يطير بطائرة من أبوظبي إلى مدينة الكويت. بعد 0.5 ساعة، تصل الطائرة إلى ارتفاع مناسب للطيران وهي على بعد 620 كيلومترًا من مدينة الكويت. بعد نصف ساعة، تُصبح الطائرة على بعد 450 كيلومترًا من مدينة الكويت. فكم كانت تبعد الطائرة عن مدينة الكويت بعد 1.25 ساعة من الإقلاع؟

الفهم استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل المسافة من مدينة الكويت y بوحدة الكيلومترات في صورة دالة لإيجاد الزمن x بالساعات.

افترض أن السرعة ثابتة. حدد النقطتين (0.5, 620) و (1.0, 450). وارسم خطًا مستقيمًا يمر بهما.

نريد أن نجد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 ساعة.

من التمثيل البياني، يمكننا تقدير أنه بعد 1.25 ساعة، كانت المسافة أقل من 400 كيلومتر.

التخطيط أوجد ميل المستقيم الممثّل بيانيًا. استخدم معدل التغير هذا في مسافة ابتعاد الطائرة عن مدينة الكويت في الساعة لإيجاد المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 ساعة.

الحل استخدم قانون الميل لإيجاد ميل المستقيم.

$$\frac{\text{كيلومترًا } 340}{\text{ساعة } 1} - \text{أو } \frac{\text{كيلومترًا } -170}{\text{ساعة } 0.5} \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(450 - 620) \text{ كيلومترًا}}{(1.0 - 0.5) \text{ ساعة}}$$

طارت الطائرة بمتوسط سرعة 340 كيلومترًا في الساعة. تدل علامة السالب على تناقص في المسافة بمرور الوقت.

استخدم ميل المستقيم ونقطة واحدة معلومة على المستقيم لحساب المسافة y عندما يكون الوقت × هو 1.25.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{قانون الميل}$$

$$m = -340, x_1 = 0.5, y_1 = 620, x_2 = 1.25$$

$$-340 = \frac{y_2 - 620}{1.25 - 0.5}$$

$$-340 = \frac{y_2 - 620}{0.75} \quad \text{بسّط.}$$

$$-255 = y_2 - 620 \quad \text{اضرب كل طرف في 0.75.}$$

$$365 = y_2 \quad \text{اجمع 620 إلى كل طرف.}$$

وبذلك، فإن المسافة من مدينة الكويت بعد 1.25 ساعة تساوي 365 كيلومترًا.

التحقق بما أن 365 قريبة إلى التقدير، فإن إجابتنا منطقية. ✓

2B. 150 : تبلغ زيادة عدد الأغاني التي يتم تنزيلها بطريقة قانونية تمرين موجّه 150 مليون أغنية في العام.

2. تنزيلات الوسائط عبر الإنترنت في عام 2006، تم تنزيل 500 مليون أغنية بطريقة قانونية من الإنترنت. وفي عام 2004، تم تنزيل 200 مليون أغنية بطريقة قانونية.

A. استخدم البيانات المعطاة لعمل تمثيل بياني للمستقيم الذي يمثل عدد الأغاني التي تم تنزيلها بطريقة قانونية y في صورة دالة للوقت x بوحدة الأعوام. **انظر الهامش.**

B. أوجد ميل المستقيم. واشرح معناه.

C. إذا استمر هذا الاتجاه بالمعدل ذاته، فكم عدد الأغاني التي سيتم تنزيلها بطريقة قانونية في عام 2020؟ **2.6 مليار أغنية**

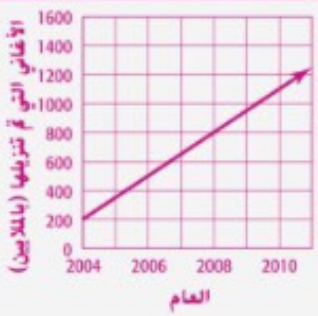
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

انتبه!

إحداثيات سالبة أخبِر الطلاب أن ينتبهوا عند حساب ميل النقاط التي تحتوي على إحداثيات سالبة. وعليهم كتابة صيغة الميل كاملة، والتعويض عن الإحداثيات، ثم التحويل لأبسط صورة.

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

2A.

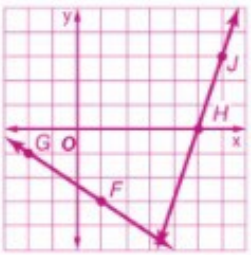


2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

المثال 3 يوضّح طريقة تحديد ما إذا كانت المستقيمات متوازية أم متعامدة أم لا شيء مما سبق. ويوضح **المثال 4** طريقة استخدام الميل في تمثيل المستقيم بيانيا.

مثال إضافي

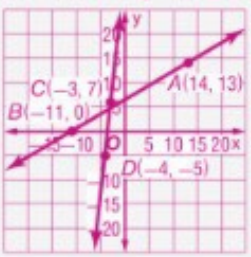
3 حدّد ما إذا كان $\overleftrightarrow{FG}$ و $\overleftrightarrow{HJ}$ مستقيمين متوازيَين أم متعامدَين أم *ليس أيًا منهما* بالنسبة للمعطيات، $F(1, -3)$ و $G(-2, -1)$ و $H(5, 0)$ و $J(6, 3)$. مثّلْ كلّ مستقيم بيانيا لإثبات صحة إجابتك.



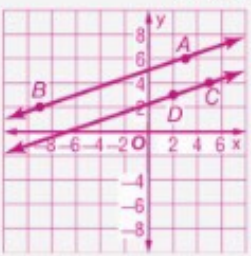
ليس أيًا منهما

إجابات إضافية (تمرين موجّه)

3A. ليس أيًا منهما



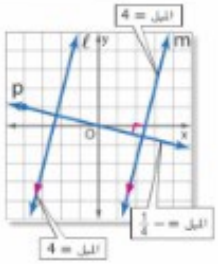
3B. متوازيان



2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

يمكنك استخدام ميل مستقيمين لتحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. المستقيمان ذوا الميل الواحد متوازيان.

المسلّمات المستقيمات المتوازية والمتعامدة



11.2 ميل المستقيمات المتوازية لا يكون لمستقيمين غير رأسيين الميل ذاته إلا في حالة أن يكونا متوازيين. فجميع المستقيمات الرأسية متوازية.

مثال المستقيمان المتوازيان ℓ لهما الميل ذاته، 4.

11.3 ميل المستقيمات المتعامدة لا يتعامد مستقيمان غير رأسيين إلا إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1. المستقيم الرأسي والمستقيم الأفقي متعامدان.

مثال المستقيم $m \perp$ المستقيم p
ناتج ضرب الميلين $= 4 \times -\frac{1}{4}$ أو -1

مثال 3 تحديد العلاقة بين المستقيمات

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم متعامدين، أم *ليس أيٍ منهما* بالنسبة لـ $A(1, 1)$ و $D(6, 1)$ و $C(3, 2)$ و $B(-1, -5)$. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

الخطوة 1 أوجد الميل لكل مستقيم.

ميل $\overleftrightarrow{AB} = \frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2}$ أو 3 ميل $\overleftrightarrow{CD} = \frac{1-2}{6-3}$ أو $\frac{-1}{3}$

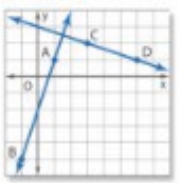
الخطوة 2 اذكر العلاقة، إن وجدت، بين المستقيمين.

المستقيمان ليس لهما ميل واحد. إذًا فهما غير متوازيين. ولتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين أم لا، أوجد ناتج ضرب ميليهما.

ناتج ضرب ميل $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ $3\left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

بما أن ناتج ضرب ميليهما يساوي -1، فإن المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ متعامد على المستقيم $\overleftrightarrow{CD}$.

التحقق عندما مُثّل المستقيمان بيانيًا، يبدو أنهما يتقاطعان ويشكلان أربع زوايا قائمة. ✓



نصيحة دراسية

ميول المستقيمات المتعامدة
إذا كان للمستقيم ℓ ميل نظيمة $\frac{a}{b}$، فإن ميل المستقيم المتعامد على المستقيم ℓ يساوي المعكوس الضربي $-\frac{b}{a}$، إذ أن $\frac{a}{b}\left(-\frac{b}{a}\right) = -1$

تمرين موجّه

اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم متعامدين، أم *ليس أيٍ منهما*. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من إجابتك.

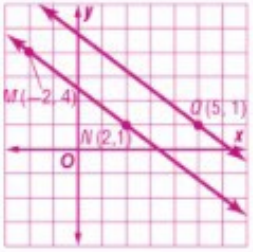
3A. $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$ **انظر الهامش 3A–3B.**

3B. $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

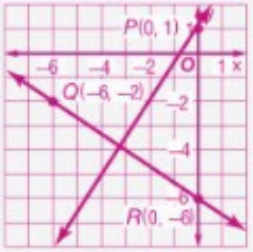
مثال إضافي

4 مثّلْ بيانيا المستقيم الذي يحتوي على $Q(5, 1)$ ومتوازٍ مع المستقيم $\overleftrightarrow{MN}$ الذي به $M(-2, 4)$ و $N(2, 1)$.



إجابة إضافية (تمرين موجّه)

4.



إجابات إضافية

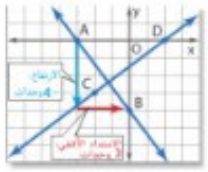
4a.

5–8. انظر ملحق إجابات الوحدة 11 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

5. متعامدان
6. ليس أيا منهما
7. متوازيان
8. متعامدان

مثال 4 استخدام الميل لتمثيل المستقيم بيانيا

ارسم تمثيلاً بيانيا للمستقيم الذي يمر بالنقطة $A(-3, 0)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ مع $C(-2, -3)$ و $D(2, 0)$.



ميل $\overleftrightarrow{CD}$ يساوي $\frac{0-(-3)}{2-(-2)}$ أو $\frac{3}{4}$

بما أن $\frac{3}{4}\left(-\frac{4}{3}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم المتعامد على $\overleftrightarrow{CD}$ عبر النقطة A يساوي $-\frac{4}{3}$ أو $\frac{-4}{3}$

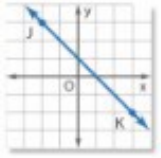
لتمثيل المستقيم بيانيا، ابدأ عند النقطة A. انتقل إلى الأسفل 4 وحدات ثم إلى اليمين 3 وحدات. حدد النقطة B وارسم $\overleftrightarrow{AB}$.

تمرين موجّه

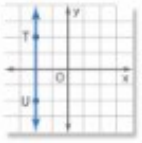
4. ارسم تمثيلاً بيانيا للمستقيم الذي يتضمن $P(0, 1)$ ويتعامد على $\overleftrightarrow{QR}$ مع $Q(-6, -2)$ و $R(0, -6)$. **انظر الهامش.**

التحقق من فهمك

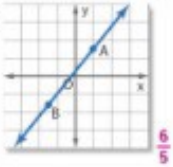
مثال 1 أوجد ميل كل مستقيم.

1. 

-1

2. 

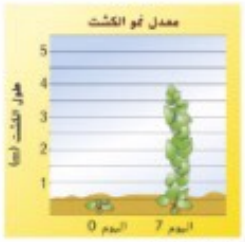
غير محدد

3. 

$\frac{6}{5}$

مثال 2

4. **علم النباتات** نبات الكشت عبارة عن كرمة سريعة النمو توجد في جنوب الولايات المتحدة، يبلغ الطول الممدد لكرمة الكشت 0.5 متر، وبعد سبعة أيام، يصبح طول النبات 4 أمتار.



a. مثّل بيانيا المستقيم الذي يمثل طول النبات بمرور الوقت. **انظر الهامش.**

b. ما الميل في تمثيلك البياني؟ ما الذي يمثله؟
$\frac{1}{2}$: ينمو النبات 0.5 m في اليوم.

c. بافتراض أن معدل النمو للنبات مستمر، فكم سيكون طول النبات بعد 15 يوما؟ **8 m**

مثال 3 **اذكر ما إذا كان $\overleftrightarrow{WX}$ و $\overleftrightarrow{YZ}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أي منهما. مثّل كل خط بيانيا للتحقق من إجابتك. 5–8. انظر الهامش.**

5. $W(2, 4), X(4, 5), Y(4, 1), Z(8, -7)$
6. $W(1, 3), X(-2, -5), Y(-6, -2), Z(8, 3)$
7. $W(-7, 6), X(-6, 9), Y(6, 3), Z(3, -6)$
8. $W(1, -3), X(0, 2), Y(-2, 0), Z(8, 2)$

مثال 4 **مثّل بيانيا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة. 9–11 انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

9. يمر بالنقطة $A(3, -4)$، بموازاة $\overleftrightarrow{BC}$ مع $B(2, 4)$ و $C(5, 6)$.
10. الميل $= 3$، ويمر بالنقطة $A(-1, 4)$.
11. يمر بالنقطة $P(7, 3)$، بالتعامد على $\overleftrightarrow{LM}$ مع $L(-2, -3)$ و $M(-1, 5)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

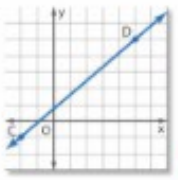
التدريس المتمايز OL AL

إذا واجه الطلاب صعوبةً في تذكّر معاني قيم الميول،

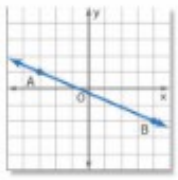
إذا فاطلب منهم أداء أغنية بسيطة عن المستقيمات المختلفة التي لها ميل موجب أو سالب أو صفري أو غير محدد.

التمرين وحل المسائل

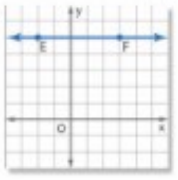
مثال 1 أوجد ميل كل مستقيم.

12. 

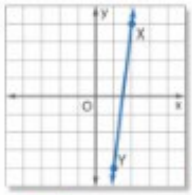
$\frac{6}{7}$

13. 

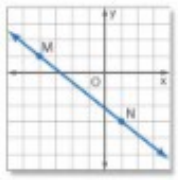
$-\frac{3}{7}$

14. 

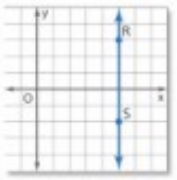
0

15. 

غير محدد

16. 

$-\frac{4}{5}$

17. 

8

حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة.

18. $C(3, 1), D(-2, 1)$ 0
19. $E(5, -1), F(2, -4)$ 1
20. $G(-4, 3), H(-4, 7)$ غير محدد
21. $J(7, -3), K(-8, -3)$ 0
22. $L(8, -3), M(-4, -12)$ $\frac{3}{4}$
23. $P(-3, -5), Q(-3, -1)$ غير محدد
24. $R(2, -6), S(-6, 5)$ $-\frac{11}{8}$
25. $T(-6, -11), V(-12, -10)$ $-\frac{1}{6}$

مثال 2 **26. تمثيل النماذج** في عام 2004، شارك 8 ملايين أمريكي فوق سن 7 سنوات في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال. وفي عام 2006، شارك 8.5 ملايين.

a. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح عدد المشاركين في مسابقة ركوب الدراجات في الجبال بناء على التغيير في المشاركة من عام 2004 إلى 2006. **انظر الهامش.**

b. حسب البيانات، ما معدل الزيادة كل عام للرياضة؟ **250,000 فرد في العام**

c. إذا استمرت المشاركة بالمعدل ذاته، فكم ستكون المشاركة في عام 2013 بالتقريب إلى أقرب 10,000؟ **10,250,000**

27. المعرفة المالية افترض أن مشغل MP3 يتكلف AED 499 في عام 2003 و AED 249.99 في عام 2009.

a. مثّل بيانيًا اتجاه المستقيم لتوقع سعر مشغل MP3 من عام 2003 حتى 2009. **انظر الهامش.**

b. حسب البيانات، كم سينخفض السعر في العام؟ **AED 41.50**

c. إذا استمر الاتجاه، فكم ستكون تكلفة مشغل MP3 في عام 2013؟ **AED 84**

مثال 3 **حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{CD}$ متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثّل كل خط بيانيًا للتحقق من إجابتك.** **33–28. انظر الهامش.**

28. $A(1, 5), B(4, 4), C(9, -10), D(-6, -5)$
29. $A(-6, -9), B(8, 19), C(0, -4), D(2, 0)$
30. $A(4, 2), B(-3, 1), C(6, 0), D(-10, 8)$
31. $A(8, -2), B(4, -1), C(3, 11), D(-2, -9)$
32. $A(8, 4), B(4, 3), C(4, -9), D(2, -1)$
33. $A(4, -2), B(-2, -8), C(4, 6), D(8, 5)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

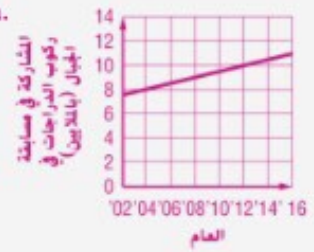
3 التمرين

التقويم التكويني

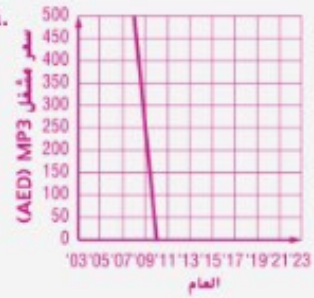
استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

26a.



27a.



33–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 11 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

28. متوازيان

29. متوازيان

30. ليس أيًا منهما

31. متعامدان

32. متعامدان

33. ليس أيًا منهما

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	12-39, 52-55, 57-72	13-39 بفردي، 58-61	12-38 بزوجي، 52-55, 57, 62-72
OL أساسي	13-49 بفردي، 50-55, 57-72	12-39, 58-61	26-27, 40-55, 57
BL متقدم	40-72		

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 53. يجب أن يراجع الطلاب ترتيب الأزواج المرتّبة، وموضع x و y في البسط والمقام، وعلامات العمليات في الصيغة.

مثال 4

مثّل بيانيًا المستقيم الذي يتوافق مع كل حالة. 39–34. انظر ملحق إجابات الوحدة 11 .

34. يمر بالنقطة $A(2, -5)$ بموازاة $\overleftrightarrow{BC}$ مع $B(1, 3)$ و $C(4, 5)$

35. الميل 2− ويمر بالنقطة $H(-2, -4)$

36. يمر بالنقطة $K(3, 7)$، بالتعامد على $\overline{LM}$ مع $L(-1, -2)$ و $M(-4, 8)$

37. يمر بالنقطة $X(1, -4)$، بموازاة $\overleftrightarrow{YZ}$ مع $Y(5, 2)$ و $Z(-3, -5)$

38. الميل $\frac{2}{3}$ =. ويمر بالنقطة $J(-5, 4)$

39. يمر بالنقطة $D(-5, -6)$، بالتعامد على $\overline{FG}$ مع $F(-2, -9)$ و $G(1, -5)$

40. **الإستادات** قبل هدم استاد آر سي إيه دوم، كان المقر الرئيس لفريق إنديانابوليس كولتس. في عام 2001، بلغ عدد الحاضرين 450,746 مشجعًا وفي عام 2005 بلغ الحاضرون 457,373 مشجعًا.

B

a. ما معدل التغير التقريبي في عدد الحضور من عام 2001 وحتى عام 2005؟ **1657**

b. إذا استمر معدل التغير هذا، فتوقع عدد بعدد الحضور لعام 2012. **468,973**

c. هل سيستمر عدد الحضور في الزيادة بمعدل غير محدد؟ اشرح.

d. بنى مسؤولو فريق كولتس إستادًا جديدًا الآن وأكبر مساحة. فهل تعتقد أن قرارهم كان منطقيًا؟ لماذا أو لماذا لا؟

40d. الإجابة النموذجية: نعم؛ نظرًا لتزايد عدد الحضور باستمرار، فسوف يتيح لهم الاستاد الجديد استقبال مزيد من المشجعين.

40c. لا؛ قد لا يستمر عدد الحضور في الزيادة حتى تصل القدرة الاستيعابية للاستاد إلى ذروتها.

حدد أي مستقيم يمر بالنقاط المحددة له ميل أكثر انحدارًا.

41. المستقيم 1: $(0, 5)$ و $(6, 1)$ **المستقيم 2**
المستقيم 2: $(10, -4)$ و $(-5, 8)$

42. المستقيم 1: $(0, -4)$ و $(2, 2)$ **المستقيم 1**
المستقيم 2: $(-4, 0)$ و $(4, 5)$

43

44. المستقيم 1: $(-4, -9)$ و $(0, 7)$ **المستقيم 2**
المستقيم 2: $(1, 0)$ و $(4, 7)$

المستقيم 1: $(7, -6)$ و $(-3, 9)$ **المستقيم 1**
المستقيم 2: $(9, -9)$ و $(5, 3)$

45. **تمثيل النماذج** تعد ولاية ميتشيجان مأوى لنوعين مهددين بالانقراض من الأحياء البرية وهما: النسر الأقرع و الذئب الرمادي. يوضح التمثيل البياني تعداد كل نوع في ولاية ميتشيجان في عام 1992 وعام 2006 .

a. أي نوع منهما كان له معدل تغير أكبر في التعداد؟ **النسر الأقرع**

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا خطيًا يوضح نمو كلا التعدادين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

c. إذا استمر النوعان في النمو بمعدلاتهما الخاصة، فكم يبلغ تعداد كل نوع في 2012 ؟ **1189 نسرًا أقرع؛ 494 ذئبًا رماديًا**

أوجد قيمة x أو y التي تتوافق مع الحالات الممحاة. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 49–46. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

46. المستقيم المار بالنقطتين $(-1, 4)$ و $(x, -6)$ له ميل يساوي $-\frac{5}{2}$

47. المستقيم المار بالنقطتين $(9, -4)$ و $(3, 4)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(1, -8)$ و $(4, y)$.

48. المستقيم المار بالنقطتين $(7, 8)$ و $(-6, 7)$ متعامد على المستقيم المار بالنقطتين $(4, 2)$ و $(x, 3)$.

49. المستقيم المار بالنقطتين $(-3, 1)$ و $(3, y)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(-6, 5)$ و $(9, y)$.

50. **المدارس** في عام 2000، كان في مدرسة جيفرسون الثانوية 1125 طالبًا، وفي عام 2006، زاد عدد الطلاب ليصبح 1425 طالبًا. عندما بُنيت مدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2001، كان لديها 5721 طالبًا .فكم طالبًا التحق بمدرسة فيرفيو الثانوية في عام 2006 إذا زاد عدد الطلاب بالمعدل ذاته مثل مدرسة جيفرسون الثانوية؟ **1525طالبًا**

محقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

51. الموسيقى تريد أماني ومني أن تذهبا إلى متجر الموسيقى القريب من منزل أماني بعد المدرسة. ويمكنهما المشي 3.5 كيلومترات في الساعة أو قيادة الدراجة بسرعة 10 كيلومترات في الساعة. **انظر الهامش.** **51a–b.**

a. ارسم جدولاً لتوضيح المسافة التي يمكن أن تمشيها أماني ومني أو تقطعاها إذا ركبا الدراجة. أدرج المسافات المخطوعة في 0و 1 و 2 و 3 و 4 ساعات.

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لتوضيح المسافة التي يمكن أن تقطعها أماني ومني بناء على زمن كل من المشي وركوب الدراجة. احرص على وضع علامات لمحاور تمثيلك البياني.

c. ما الذي يمثله الميل في تمثيلك البياني؟ **سرعتهما**

d. تقول والدة أماني إنه لا يمكنهما الذهاب إلا إذا كان بإمكانهما الذهاب إلى متجر الموسيقى والعودة منه في أقل من ساعتين. إذا أرادتا قضاء 30 دقيقة على الأقل في متجر الموسيقى وهو يبعد عنهما بمسافة أربعة كيلومترات. فهل يمكنهما ذلك؟ فهل ينبغي لهما المشي أم ركوب دراجتيهما؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. كتابة سؤال يقول زميل في الصف إن جميع الخطوط المستقيمة لها ميل موجب أو سالب. اكتب سؤالاً يمكن من خلاله التحقق من تخمينه. **الإجابة النموذجية: ماذا عن الخطوط المستقيمة الرأسية؟**

53. تحليل الخطأ احتسب كل من أحمد وخالد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $R(-2, 2)$ و $Q(3, 5)$. فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أحمد: طرح خالد إحداثيات x بالترتيب الخطأ.

أحمد

$$m = \frac{5 - 2}{3 - (-2)} = \frac{3}{5}$$

خالد

$$m = \frac{5 - 2}{-2 - 3} = -\frac{3}{5}$$

54. التبرير ارسم المربع $ABCD$ على أن تكون الرؤوس المتطابقة عند النقطتين $C(10, 4)$ و $A(2, -4)$.

a. أوجد رأسين آخرين للمربع وسمهما بالنقطتين B و D.

b. وضح أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. **a–b. انظر الهامش.**

c. وضح أن قياس كل زاوية داخل المربع تساوي 90.

54c. الإجابة النموذجية: بما أن ميل المستقيم $\overline{AB}$ غير محدد وميل المستقيم $\overline{BC}$ صفري، فإن المستقيمين متعامدان على بعضهما البعض. وبالتالي، فإن المستقيمان يُكوّنان زوايا قائمة بمقاس 90°. وينطبق المنطق ذاته على جميع الأضلاع.

55. برج خليفة له ميل رأسي أو غير محدد وبرج بيزا المائل له ميل موجب.

55. الكتابة في الرياضيات أوضح ميل برج خليفة وبرج بيزا المائل.

البرج المائل

برج خليفة

56. تحدٍّ ستتعلم في هذا الدرس أن $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. استخدم البرهان الجبري لتوضيح أن الميل يمكن حسابه باستخدام المعادلة $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

56–57. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

57. الكتابة في الرياضيات أوجد نقطتين إضافيتين تقعان بطول المستقيم ذاته مثل $Y(-1, 7)$ و $X(3, -1)$. أوضح طريقة عامة يمكنك استخدامها لإيجاد مزيد من النقاط على المستقيم من أي نقطة محددة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL OL BL

التوسع كلّف الطلاب بالتمثيل البياني للنقطة $y = x^2$ على مستوى إحداثي. ويمكنهم استخدام حاسبة التمثيل البياني لإنشاء التمثيل البياني. اشرح لهم أنّ خط المماس يتقاطع مع التمثيل البياني في موضع واحد. اطلب منهم التنبؤ بموقع خط المماس الخاص بدالتهم. واطلب منهم أن يرسموا المستقيم ويتوقّعوا ميلَه. اشرح لهم أنهم سيتعلمون المزيد عن خطوط مماس الدوال عندما يبدأون في دراسة حساب التفاضل والتكامل.

إجابات إضافية

51a.

الزمن (بالساعة)	مسافة السير (بالكيلومتر)	مسافة ركوب الدرّاجات (بالكيلومتر)
0	0	0
1	3.5	10
2	7	20
3	10.5	30
4	14	40

51b.

51d. الإجابة النموذجية: نعم، يمكنهم القيام بذلك إذا ركبوا درّاجاتهم. أمّا إذا ساروا، فسيستغرقون ما يزيد عن الساعتين للسير مسافة ثمانية كيلومترات. إذًا فلن يصلوا إلى البيت في الموعد المناسب ولن يقضوا أي وقت في المتجر. أمّا إذا ركبوا درّاجاتهم، فسيصلون إلى هناك في 24 دقيقة. إذا قضوا 30 دقيقة في المتجر و 24 دقيقة في طريقهم إلى المنزل، عندها يكون إجمالي الوقت الذي يستهلكونه يساوي $24 + 30 + 24 = 78$ دقيقة، وهذا يساوي ساعة واحدة و 18 دقيقة.

54a. الإجابة النموذجية: $B(2, 4)$ و $D(10, -4)$

54b. الإجابة النموذجية: ميول المستقيمين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غيرُ محددة، ولذا فالمستقيمان متوازيان. وميول المستقيمين $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ تساوي 0، إذًا فهما متوازيان.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات كلّف الطلاب بكتابة فقرة يشرحون فيها طريقة استخدام ميول مستقيمين لتحديد ما إذا كانا متعامدين.

تمرين على الاختبار المعياري

58. ما ميل المستقيم المتعامد على المستقيم الذي يمر بالنقطتين (6 ,1−) و(4− ,3)؟ D

A $m = -\frac{5}{2}$

B $m = -1$

C $m = -\frac{2}{5}$

D $m = \frac{2}{5}$

59. **إجابة مختصرة** مجموعة من 25 بطاقة مختلفة على وجهها عشوائيًا على منضدة. 15 بطاقة ليس مكتوبًا عليها سوى حرف A على وجهها، و 10 بطاقات ليس مكتوبًا عليها سوى حرف B. قلّب عمر بطاقة واحدة. ما احتمالية أن تكون البطاقة مكتوب على وجهها حرف B؟ 2:5

60. **الجبر** تجمع سها الأموال لشراء هدية بقيمة AED 81 لمعلمتها. وقد ساهمت بالفعل بمبلغ AED 24 وسوف تجمع AED 3 من كل طالبة سوف تساهم أيضًا. كم طالبة أخرى يجب أن تشارك؟ J

F 3 طالبات

G 9 طالبات

H 21 طالبة

J 91 طالبة

61. **SAT/ACT** مساحة دائرة تساوي 20π سنتيمترًا مربعًا. فما محيطها؟ C

A $\sqrt{5}\pi$ cm

B $2\sqrt{5}\pi$ cm

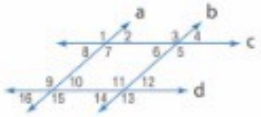
C $4\sqrt{5}\pi$ cm

D 20π cm

E 40π cm

مراجعة شاملة

في الشكل، إن $a \parallel b$, $c \parallel d$، و $m\angle 4 = 57$. فأوجد قياس كل زاوية.



62. $\angle 5$ 123

63. $\angle 1$ 123

64. $\angle 8$ 57

65. $\angle 10$ 57

راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.

66. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$. $\overline{BC}, \overline{EF}, \overline{QR}$

67. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR.

68. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$ $\overline{AP}, \overline{BQ}, \overline{CR}, \overline{FU}, \overline{PU}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{TU}$

67. ABC, ABQ, PQR, CDS, APU, DET

69. **الإنشاء** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانسفيلد الثانوية. ولا تبدو ثلاث بنايات منها على مستقيم. فكم عدد الممرات التي ينبغي بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟ 6

مراجعة المهارات

أوجد قيمة y.

70. $3x + y = 5$ $y = -3x + 5$

71. $4x + 2y = 6$ $y = -2x + 3$

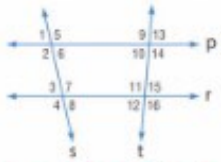
72. $4y - 3x = 5$ $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

حقوق الطبع والتأليف © بمحفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11 اختبار نصف الوحدة

الدروس من 1-11 إلى 3-11

حدد القاطع الواصل بين كل زوج من الزوايا. ثم صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتبارها *زوايا داخلية متبادلة أو زوايا خارجية متبادلة أو زوايا متناظرة أو زوايا داخلية متتالية*.



المستقيم p: زوايا خارجية متبادلة — **المستقيم s : زوايا داخلية متبادلة**

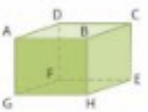
1. $\angle 6$ و $\angle 3$
2. $\angle 1$ و $\angle 14$
3. $\angle 10$ و $\angle 11$

المستقيم s : زوايا متناظرة

4. $\angle 5$ و $\angle 7$

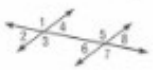
المستقيم f : زوايا داخلية متتالية

ارجع إلى الشكل لتحديد كلّ مما يلي.



5. مستوى متوازٍ مع المستوى *ABCD* *FGHE*
6. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{GH}$ التي تضم النقطة *D* $\overline{AD}, \overline{DF}$
7. كل القطع المستقيمة المتوازية مع القطع $\overline{HE}$ $\overline{GF}$ و $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$

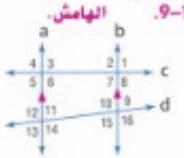
8. **الاختبار من متعدد** أي من المصطلحات التالية يمثل الوصف الأمثل لزوج الزوايا $\angle 4$ و $\angle 8$؟ A



A متناظرة
C داخلية متبادلة
B خارجية متبادلة
D داخلية متتالية

في الشكل، إذا كان $m\angle 4 = 104$ و $m\angle 41 = 811$. أوجد قياس كل زاوية. اذكر أي مسلّمة (مسلّمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.

9–12. الهامش.



9. $\angle 2$
10. $\angle 9$
11. $\angle 10$
12. $\angle 7$

13. أوجد قيمة *x*. 48

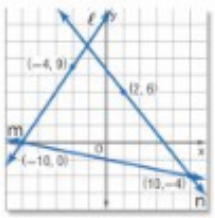
14. **نماذج للقطارات** تصمم هدى قضيبي قطار متوازيين بحيث يمر قضيب ثالث قُطرنا عبر القضيبين الآخرين، لكي تُصمم تحويلة بشكل صحيح. تحتاج إلى أن تكون الزاوية بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني ضعف الزاوية التي بين القطر والجزء السفلي الأيمن من القضيب الأول. ما قياس الزاوية التي بين المسار القُطري والجزء العلوي الأيمن من القضيب الثاني؟ 120

حدد ما إذا كان $\overline{AB}$ و $\overline{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم غير ذلك. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.

15. $A(2, 0), B(4, -5), X(-3, 3), Y(-5, 8)$
16. $A(1, 1), B(6, -9), X(4, -10), Y(7, -4)$

15–16. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

أوجد ميل كل مستقيم.



17. المستقيم ℓ $\frac{3}{2}$
18. مستقيم متوازٍ مع *m* $-\frac{1}{5}$
19. مستقيم متعامد على *n* $\frac{4}{5}$

20. **المبيعات** في الجدول أدناه، موضح مبيعات شركة "فون إلكترونيات" في عامي 2008 و 2011.

العام	المبيعات التقريبية (AED)
2008	240,000
2011	330,000

a. ما معدل التغير في المبيعات التقريبية من 2008 حتى 2011؟ AED 30,000 في العام

b. إذا استمر هذا المعدل في التغير، فماذا تتوقع أن تكون المبيعات التقريبية لعام 2015. AED 450,000

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم مدى تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

اطلب من الطلاب مراجعة الدرس الموضح للمسائل التي أجابوا عنها بشكل غير صحيح.

مطويات® منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجعهم على مراجعة المعلومات التي سجّلوها في مطوياتهم.

إجابات إضافية

9. $\angle 4 ; 104 \cong \angle 2$ حسب نظرية الزوايا المتناظرة.
10. $\angle 14 ; 62$ متكاملة مع الزاوية $\angle 15$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية. و $\angle 9 \cong \angle 15$ حسب نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس.
11. $\angle 10 ; 118 \cong \angle 14$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.
12. $\angle 6 ; 76 \cong \angle 4$ حسب نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس. و $\angle 7$ متكاملة مع $\angle 6$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 4-11 التمثيل البياني لمعادلات المستقيمات وكتابتها في ظل خصائص معطاة مثل نقطتين، أو نقطة وميل، أو ميل وتقاطع مع المحور الرأسي y.

الدرس 4-11 كتابة معادلة عن مستقيم في ظل معلومات معطاة عن التمثيل البياني. وحل المسائل من خلال كتابة معادلات.

بعد الدرس 4-11 تحديد ورسم التمثيلات البيانية للدوال الأصلية، بما فيها الدوال الخطية.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- كم يبلغ سعر تذكرة سفر لمسافة 80 كيلومترًا في الساعة؟ AED 52.50
- ما النقطتان الموجودتان على التمثيل البياني للمعادلة؟ الإجابة النموذجية: (10, 42.5), (15, 52.5)
- ما ميل المستقيم؟ 2

4-11 معادلات المستقيم

السابق	الحالي	لماذا؟
• إيجاد ميل المستقيمات.	1 كتابة معادلة لمستقيم بناءً على معلومات من التمثيل البياني. 2 حل المسائل عن طريق كتابة المعادلات.	• على طريق ضيق بالقرب من مدينة هنا، تبلغ الغرامة الأدنى على تجاوز حد السرعة المقدر بسرعة 65 كيلو مترًا بالساعة لكل تجاوز بمعدل عشرة كيلو مترات أو أقل بالساعة AED 42.50. وهناك رسم إضافي بقيمة AED 2 من كل كيلو متر بالساعة زائد من الكيلو مترات العشرة الأولى بالساعة. ويمكن تمثيل التكلفة الإجمالية، دون حساب تكاليف المحكمة، بواسطة المعادلة $C = 42.5 + 2m$.

غرامة السرعة

المفردات الجديدة

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

صيغة الميل والنقطة point-slope form

ممارسات في الرياضيات

استخدام نماذج الرياضيات. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعميم من ذلك.

1 كتابة معادلات للمستقيمات

ربما تتذكر من الجبر أن معادلة مستقيم غير رأسي يمكن كتابتها بصيغ مختلفة ولكنها متساوية.

المفهوم الأساسي معادلات المستقيم غير الرأسي

صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$ حيث m هو ميل الخط و b هو طول والتقاطع مع المحور y.

الميل: m — $y = 3x + 8$ — التقاطع من y: b — المحور الرأسي y

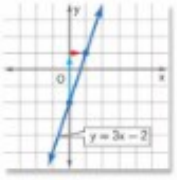
صيغة الميل والنقطة لمعادلة خطية هي $y - y_1 = m(x - x_1)$ حيث (x_1, y_1) تمثل أي نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

النقطة على المستقيم $(3, 5)$ — الميل: m — $y - 5 = -2(x - 3)$

عند علمك بالميل بالإضافة إلى العلم بالتقاطع مع المحور y أو بنقطة على مستقيم، يمكنك استخدام ذلك الصيغ لكتابة معادلة المستقيم.

مثال 1 الميل والتقاطع مع المحور y

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل 3 والتقاطع مع المحور y بقيمة يساوي -2 ثم مثّل المستقيم بيانيًا.



$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$y = 3x + (-2)$	$m = 3$، $b = -2$
$y = 3x - 2$	بسّط.

مثّل نقطة على خط التقاطع مع المحور y -2. استخدم الميل بقيمة 3 أو $\frac{3}{1}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات لأعلى وعلى بعد وحدة واحدة إلى اليمين من التقاطع مع المحور y. ثم ارسم المستقيم المار عبر هاتين النقطتين.

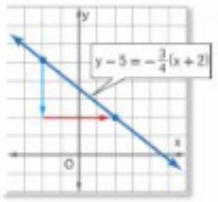
تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل $-\frac{1}{2}$ وطول المقطع من المحور y يساوي 8. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 ميل ونقطة على المستقيم

اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم ذي الميل $-\frac{3}{4}$ والمار بالنقطة $(-2, 5)$. ثم مثّل المستقيم بيانيًا.



$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة الميل والنقطة

$y - 5 = -\frac{3}{4}[x - (-2)]$ $m = -\frac{3}{4}$ ، $(x_1, y_1) = (-2, 5)$

$y - 5 = -\frac{3}{4}(x + 2)$ بسّط.

مثّل بيانيًا النقطة المعطاة $(-2, 5)$. استخدم الميل $-\frac{3}{4}$ أو $\frac{-3}{4}$ لإيجاد نقطة أخرى على بعد 3 وحدات للأسفل و 4 وحدات إلى اليمين. ثم ارسم المستقيم بحيث يمر عبر هاتين النقطتين.

تمرين موجّه

2. اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم ذي الميل 4 الذي يمر بالنقطة $(-3, -6)$. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11**

انتبه!

استبدال الإحداثيات السالبة عند استبدال إحداثيات سالبة، استخدم الأقواس لتجنب إحداث أخطاء في العلامات.

عندما يكون ميل المستقيم غير معروف، فاستخدم نقطتين على المستقيم لحساب قيمة الميل. ثم استخدم صيغة الميل والنقطة أو صيغة الميل والمقطع لكتابة معادلة للمستقيم.

مثال 3 نقطتان

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. $(0, 3)$ و $(-2, -1)$

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم المار بالنقاط.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{-2 - 0} = \frac{-4}{-2}$ أو 2 استخدم قانون الميل.

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 2x + 3$ $m = 2$ ؛ $(0, 3)$ يُمثل التقاطع مع المحور y.

b. $(-7, 4)$ و $(9, -4)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 4}{9 - (-7)} = \frac{-8}{16}$ أو $-\frac{1}{2}$ **الخطوة 3** قانون الميل.

الخطوة 4 صيغة الميل والنقطة

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-7)]$ $m = -\frac{1}{2}$ ، $(x_1, y_1) = (-7, 4)$

$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 7)$ بسّط.

$y - 4 = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ حل باستخدام خاصية التوزيع.

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ اجمع 4 على كل طرف

$\frac{7}{2} + 4 = -\frac{7}{2} + \frac{8}{2}$

$\frac{1}{2} =$

تمرين موجّه

3A. $(-2, 4)$ ، $(8, 10)$ $y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$ **3B.** $(-1, 3)$ ، $(7, 3)$ $y = 3$

نصيحة دراسية

المتابرة في المثال 3b، يمكنك أيضًا استخدام صيغة الميل والمقطع ونقطة واحدة لإيجاد التقاطع مع المحور y وكتابة المعادلة.

$y = mx + b$

$4 = -\frac{1}{2}(-7) + b$

$4 = \frac{7}{2} + b$

$4 - \frac{7}{2} = b$

$b = \frac{1}{2}$

إذًا، $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

669

1 كتابة معادلة لمستقيمات

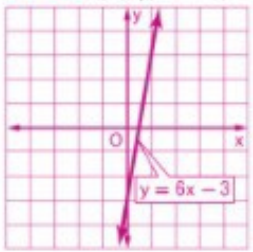
الأمثلة 1–4 توضّح طريقة كتابة معادلة خطية باستخدام صيغة الميل والمقطع أو صيغة الميل والنقطة لمستقيم. ويتعين أن يكون الطلاب قادرين على استخدام القيم المعطاة لكتابة معادلة خطية إمّا بصيغة الميل والمقطع أو بصيغة الميل والنقطة. **المثال 5** يوضح طريقة إيجاد مستقيم متعامد على مستقيم مُعطًى عبر نقطة معطاة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

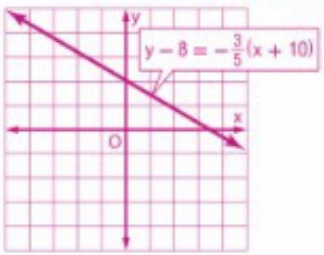
أمثلة إضافية

1 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يبلغ ميله 6 ويتقاطع مع المحور الرأسي y عند -3. بعد ذلك، مثّل المستقيم بيانيا. $y = 6x - 3$



2 اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم بميل يبلغ $-\frac{3}{5}$ ويتضمن النقطة $(-10, 8)$. ثم مثّل المستقيم بيانيا.

$y - 8 = -\frac{3}{5}(x + 10)$



إرشاد للمعلمين الجدد

استخدام التمثيلات البيانية يواجه بعض الطلاب صعوبة في كتابة المعادلات الخطية باستخدام صيغة الميل والنقطة من المسائل الكلامية. فيجب عليهم تصميم تمثيل بياني به كل محور يمثل متغيرات القيم المعطاة. وتسمح هذه الطريقة للطلاب أن يستعيضوا عن قيم الميل والمقطع.

مثال 4 مستقيم أفقي

اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−6 ,2) و (6 ,5) بصيغة الميل والمقطع.

الخطوة 1 هذا مستقيم أفقي. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 6}{5 - (-2)} = \frac{0}{7}$ أو 0

الخطوة 2

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة الميل والنقطة
$y - 6 = 0[x - (-2)]$	$m = -\frac{1}{2}$، $(x_1, y_1) = (-2, 6)$
$y - 6 = 0$	بسّط.
$y = 6$	اجمع 6 على كل طرف.

تمرين موجّه $y = 0$

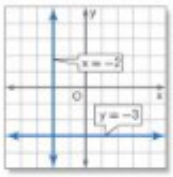
4. اكتب معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (5, 0) و (−1, 0) بصيغة الميل والمقطع.

الربط **بتاريخ الرياضيات**

عاشار مونج (1746–1818) قدّم مونج صيغة الميل والنقطة لمعادلة لمستقيم في ورقة بحثية نشرت في 1784.

معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية لا تحتوي إلا على متغير واحد.

المفاهيم الأساسية معادلات المستقيمات الأفقية والرأسية



معادلة المستقيم الأفقي $y = b$، حيث b هو التقاطع من المحور y للمستقيم.

مثال $y = -3$

معادلة المستقيم الرأسي $x = a$، حيث a هو المقطع من المحور x للمستقيم.

مثال $x = -2$

المستقيمات المتوازية غير الرأسية لها ميول متساوية. والمستقيمان غير الرأسيين عموديان إذا كان ناتج ضرب ميليهما هو −1. المستقيمات الرأسية والأفقية متعامدة دائمًا على بعضها البعض.

مثال 5 كتابة معادلات للمستقيمات المتوازية أو العمودية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -3x + 2$ حيث يمر بالنقطة (0 ,4).

ميل $y = -3x + 2$ هو −3. بحيث يكون ميل مستقيم عمودي عليه هو $\frac{1}{3}$.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$0 = \frac{1}{3}(4) + b$	$m = \frac{1}{3}$ و $(x, y) = (4, 0)$
$0 = \frac{4}{3} + b$	بسّط.
$-\frac{4}{3} = b$	اطرح $\frac{4}{3}$ من كل طرف.

إذًا، فالمعادلة هي $y = \frac{1}{3}x + \left(-\frac{4}{3}\right)$ أو $y = \frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$.

تمرين موجّه

5. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متوازٍ مع $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ويحتوي على (3, 6−). $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$

حقوق الطبع والتأليف © بمحفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أمثلة إضافية

3 اكتب معادلة للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

a. (4, 9) و (0, 2−)
$y = \frac{3}{2}x + 3$

b. (3, 7−) و (3, 1−)
$y = 5x + 8$

4 اكتب معادلة للمستقيم المار عبر النقطتين (5, 2−) و (0, 2−) باستخدام صيغة الميل والمقطع. $y = -2$

5 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم متعامد على المستقيم $y = \frac{1}{5}x + 2$ المار عبر (0, 2).
$y = -5x + 10$

انتبه!

معادلات المستقيمات عند تحويل معادلة مستقيم مكتوبة بصيغة الميل والنقطة إلى صيغة الميل والمقطع، تذكّر أن يتم التوزيع عبر الأقواس.

التدريس باستخدام التكنولوجيا

اللوحة البيضاء التفاعلية اسحب شبكة إحداثية على اللوحة. ارسم مستقيمًا على الشبكة، واطلب من الطلاب كتابة معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع. ثمّ اسحب المستقيم إلى موقع آخر على اللوحة وكرر العملية. ناقش مع الطلاب أوجه تشابه واختلاف المعادلتين.

التدريس المتمايز AL OL BL

النمط المنطقي اشرح للطلاب أنهم عندما يجدون معادلة تمثيل بياني، فعليهم مراجعة عملهم دائمًا. ومن خلال العمل المستقل، اطلب من الطلاب النظر إلى الأمثلة الواردة في هذا الدرس والتعويض عن النقاط الموجودة على المستقيم في المعادلة النهائية. ويجب عليهم أن يتحققوا من نتائج التعويض في معادلة حقيقية.

2 كتابة المعادلات لحل المسائل

المثال 6 يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

مثال إضافي

6 تكاليف الإيجار يفرض مجمع شقق سكنية مبلغًا قدره AED 525 في الشهر بالإضافة إلى AED 750 كرسوم للصيانة السنوية.

a. اكتب معادلة تمثّل إجمالي تكاليف العام الأول المُمثلة بالحرف A لعدد r من شهور الإيجار.

$A = 525r + 750$

b. قارن تكلفة الإيجار السابقة بمجمّع آخر يفرض رسمًا يبلغ AED 200 كمصاريف للصيانة السنوية بخلاف رسم إيجار شهري يبلغ AED 600. وإذا كان أحد الأشخاص يتوقع أن يقيم في شقّة سكنية لمدة عام واحد، فأي المجمعيْن يقدّم سعرًا أفضل؟ المجتمع الأول هو الذي يقدّم سعرًا أفضل: تبلغ تكلفة العام الواحد AED 7050 مقابل AED 7400 للمجتمع الثاني.

التركيز على محتوى الرياضيات

معادلات المستقيمات يمكن كتابة معادلة مستقيم بطرق عديدة مختلفة. فيمكن كتابة صيغة الميل والنقطة من خلال أي نقطة يمر عبرها المستقيم، أو يمكن استخدام صيغة الميل والمقطع. وتكون هذه المعادلات متكافئة باستخدام الخواص الجبرية للتساوي.

قراءة في **الرياضيات**

خطي كلمة "خطي" تشير إلى شكل مستقيم. والتمثيل البياني لمعادلة خطية يأخذ شكل مستقيم.

2 كتابة معادلات لحل المسائل

كتابة معادلات لحل المسائل يمكن تمثيل الكثير من مواقف الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية.

مثال 6 من الحياة اليومية كتابة معادلات خطية

المعرفة المالية تبلغ تكلفة عرض الهاتف اللاسلكي الحالية الخاصة بمازن، العرض X، مبلغ AED 39.95 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة و AED 0.05 لكل رسالة نصية. ويفكر مازن في التغيير إلى العرض Y الذي يُكلّف AED 35 لكل شهر نظير إجراء مكالمات غير محدودة بالإضافة إلى مبلغ AED 0.10 لكل رسالة نصية. فأي عرض يُقدم له السعر الأفضل؟

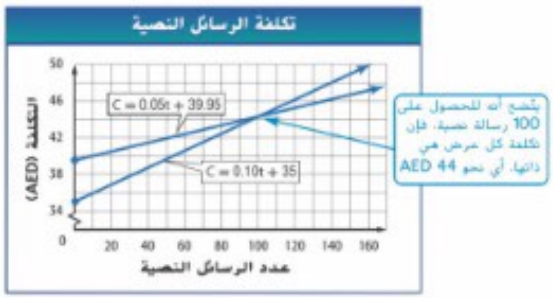
الفهم العرض X يُكلف AED 39.95 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.05 لكل رسالة نصية. والعرض Y يُكلف AED 35 لكل شهر بالإضافة إلى AED 0.10 لكل رسالة نصية. تحتاج إلى مقارنة العرضيْن لتحديد متى تكون تكلفة أحد العرضين أقل من الآخر.

التخطيط اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية C لكل خطة مقابل t الرسائل النصية المرسلة أو المستقبلة. ثم مثّل المعادلات بيانيًا لمقارنة العرضين.

الحل تبلغ معدلات الزيادة، أو الميل m، في التكاليف الإجمالية AED 0.05 للعرض X و AED 0.10 للعرض Y. وعندما يكون عدد الرسائل النصية هو 0، فإن التكلفة الإجمالية هي مجرد الرسوم الشهرية. إذًا، فمقطوع المستقيم من المحور y هو b AED 39.95 للعرض X و AED 35 للعرض Y.

العرض X	العرض Y
$C = mt + b$	$C = mt + b$ صيغة الميل والمقطع
$C = 0.05t + 39.95$	$C = 0.10t + 35$ مؤشر من m و b

مثّل المعادلتين بيانيًا على المستوى الإحداثي نفسه.



يتضح أنه للحصول على 100 رسالة نصية، فإن تكلفة كل عرض هي ذاتها، أي نحو AED 44

من التمثيل البياني، يبدو أنه إذا أرسل مازن أو استقبل أقل من حوالي 100 رسالة نصية، فالعرض Y يُقدم السعر الأقل. وأكثر من 100رسالة، فإن العرض X هو الأقل.

التحقق تحقق من تقييمك. مقابل 100 رسالة نصية، فالعرض X يُكلف 0.05(100) + 39.95 أو 44.95. والعرض Y يُكلف 35 + 0.1(100) أو 45. وبتعديل تقييمنا، نجد أنه حين يصل عدد الرسائل إلى 99، فإن كلتي الخطتين تكلف AED 44.90. ✓

نصيحة في حل **المسائل**

رسم تمثيل بياني في المثال 6 بالرغم من أن العرض Y يُكلف رسومًا شهرية أقل، فالتكلفة لكل رسالة نصية أعلى. وهذا يجعل العرضين أصعب في المقارنة بينهما. وعالبًا، يمكن أن يوضح التمثيل البياني مقارنة أفضل بين موقفين موضحين بصورة خطية.

تمرين موجّه

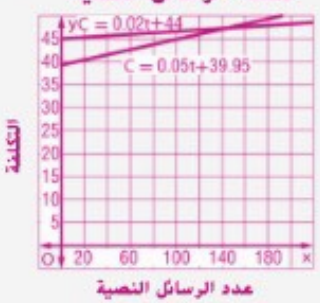
6. لنفترض أن السعر للعرض Y كان AED 44 في الشهر و AED 0.02 للرسالة النصية. فأي عرض سيُقدم لمازن السعر الأفضل؟ مثل إجابتك. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

6. $C = 0.05t + 39.95$، $C = 0.02t + 44$
بالنسبة لعدد 135 رسالة، الأسعار متساوية. أمّا بالنسبة لأقل من 135 رسالة، فعرض مازن الحالي يقدم السعر الأدنى. وبالنسبة لعدد أكبر من 135 رسالة، فالعرض البديل يقدم السعر الأدنى.

تكلفة الرسائل النصية



التحقق من فهمك

مثال 1 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والمقطع مع المحور y. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 3–1. انظر الهامش.

1. m: 4، التقاطع من المحور y: −3
2. m: $\frac{1}{2}$، التقاطع من المحور y: −1
3. m: $-\frac{2}{3}$، التقاطع من المحور y: 5

مثال 2 اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يحتوي على النقطة المعطاة. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 6–4. انظر الهامش.

4. $m = 5$, (3, −2)
5. $m = \frac{1}{4}$, (−2, −3)
6. $m = -4.25$, (−4, 6)

المثالان 3 و 4 اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع. 9–7. انظر الهامش.

7.

x	y
0	−1
4	4

8.

x	y
4	3
1	−6

9.

x	y
6	5
−1	−4

مثال 5

10. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم العمودي على $y = -2x + 6$ حيث يحتوي على (3, 2). $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
11. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المتوازي مع $y = 4x - 5$ حيث يحتوي على (−1, 5). $y = 4x + 9$

مثال 6

12. **استخدام النماذج** تشترك ياسمين حاليًا في النور للصوتيات. وهي خدمة موسيقى على الإنترنت. ولكنها تفكر في التغيير إلى خدمة أخرى على الإنترنت. وهي البركة للصوتيات. موضح العرض المقدم لكل خدمة موسيقى على الإنترنت.
   a. اكتب معادلة لتمثيل التكلفة الشهرية الإجمالية لكل عرض. $y = 10$, $y = 0.79x + 5$
   b. مثّل المعادلات بيانيًا. انظر ملحق إجابات الوحدة 11
   c. إذا قامت ياسمين بتنزيل 15 أغنية في الشهر. فهل عليها عدم تغيير عرضها الحالي، أم عليها التغيير إلى العرض الآخر؟ اشرح. يجب عليها التغيير إلى العرض الآخر. فهي ستنفق AED 16.85 في الشهر من خلال عرضها الحالي و AED 10 في الشهر من خلال العرض الآخر.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y أو النقاط. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 18–13. انظر ملحق إجابات الوحدة 11

13. m: −5, التقاطع من المحور y: −2
14. m: −7, b: −4
15. m: 9, b: 2
16. m: 12, التقاطع من المحور y: $\frac{4}{3}$
17. m: $-\frac{3}{4}$, (0, 4)
18. m: $\frac{5}{11}$, (0, −3)

مثال 2 اكتب معادلة بصيغة الميل والنقطة للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يمر بالنقطة المعطاة. ثم مثّل المستقيم بيانيًا. 24–19. انظر ملحق إجابات الوحدة 11

19. $m = 2$, (3, 11)
20. $m = 4$, (−4, 8)
21. $m = -7$, (1, 9)
22. $m = \frac{5}{7}$, (−2, −5)
23. $m = -\frac{4}{5}$, (−3, −6)
24. $m = -2.4$, (14, −12)

المثالان 3 و 4 اكتب معادلة للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط بصيغة الميل والمقطع.

25. (−1, −4), (3, −4) $y = -4$
26. (2, −1), (2, 6) $x = 2$
27. (−3, −2), (−3, 4) $x = -3$
28. (0, 5), (3, 3) $y = -\frac{2}{3}x + 5$
29. (−12, −6), (8, 9) $y = \frac{3}{4}x + 3$
30. (2, 4), (−4, −11) $y = \frac{5}{2}x - 1$

McGraw-Hill Education: محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

3 التمرين

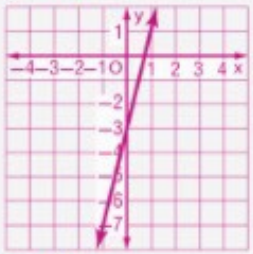
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

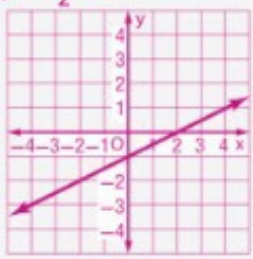
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

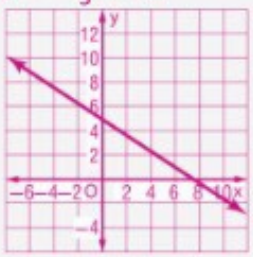
1. $y = 4x - 3$



2. $y = \frac{1}{2}x - 1$



3. $y = -\frac{2}{3}x + 5$



4–6. انظر ملحق إجابات الوحدة 11 للاطلاع على التمثيلات البيانية.

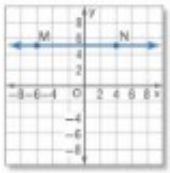
4. $y + 2 = 5(x - 3)$
5. $y + 3 = \frac{1}{4}(x + 2)$
6. $y - 6 = -4.25\,(x + 4)$
7. $y = \frac{5}{4}x - 1$
8. $y = 3x - 9$
9. $y = \frac{9}{7}x - \frac{19}{7}$

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	13-42, 56-73	60-63, فردي 31-14	41-24, زوجي 56-59, 64-73
OL أساسي	31-14, فردي 53, 56-73	42-13, 63-60	43-54, 56-59, 64-73
BL متقدم	43-69, (اختياري: 70-73)		

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح أو موصوف.

31. $y = -\frac{10}{3}x + \frac{38}{3}$

32.  $y = 5$

33.

x	-1	3
y	-2	4

$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

34.

x	-4	-8
y	-5	-13

$y = 2x + 3$

35. المقطع من المحور $x = 3$ والمقطع مع المحور $y = -2$

36. المقطع من المحور $x = -\frac{1}{2}$ التقاطع من المحور $y = 4$ $y = 8x + 4$

مثال 5

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موضح.

37. يمر بالنقطة $(-7, -4)$ وعمودي على $y = \frac{1}{2}x + 9$ $y = -2x - 18$

38. يمر بالنقطة $(-1, -10)$ ومتوازٍ مع $y = 7$ $y = -10$

39. يمر بالنقطة $(6, 2)$ ومتوازٍ مع $y = -\frac{2}{3}x + 1$ $y = -\frac{2}{3}x + 6$

40. يمر بالنقطة $(-2, 2)$ وعمودي على $y = -5x - 8$ $y = \frac{1}{5}x + \frac{12}{5}$

مثال 6

41. **التخطيط** تُخطط سهيلة لحفل تخرج لصف طلاب السنة الأخيرة. وتُخطط لاستئجار غرفة اجتماعات في مركز المؤتمرات وهي تتكلف AED 400. ويتم فرض رسم إضافي بقيمة AED 5.50 لكل شخص يحضر الحفل.

a. اكتب معادلة للتمثيل عن تكلفة y الحفل إذا حضر عدد x من الناس. $y = 5.5x + 400$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر الهامش.**

c. يوجد 285 شخصًا في صف سهيلة. فإذا حضر $\frac{2}{3}$ من هؤلاء الناس. فكم سيتكلف الحفل؟ AED 1445

d. إذا جمع صف طلاب التخرج مبلغ AED 2000 لصالح الحفل. فكم من الأشخاص يمكنه الحضور؟ 290

42. **استخدام النماذج** يدخر يوسف بدخر أمواله لشراء راديو جديد بالبث عبر الأقمار الصناعية لسيارته. ويرغب في ادخار مال كاف للراديو والاشتراك لمدة سنة واحدة من خدمة راديو الأقمار الصناعية قبل أن يتم صفقة الشراء. ويبدأ في الادخار لشراء الراديو بمبلغ AED 50 من المال المخصص لتخرجه. ومنذ هذا الحين. ظل يضيف AED 15 كل أسبوع بعد صرف شيك راتبه.

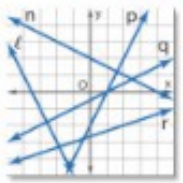
a. اكتب معادلة لتمثيل مدخراتيوسف y بعد عدد x أسابيع. $y = 15x + 50$

b. مثّل المعادلة بيانيًا. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

c. كم من الوقت سيستغرقه يوسف لادخار AED 150؟ 7 أسابيع

d. يُكلف راديو الأقمار الصناعية AED 180. وخدمة القمر الصناعي تُكلف AED 10 لكل شهر. إذا بدأ يوسف في الادخار منذ أسبوعين . فكم من الوقت الإضافي سيستغرقه لادخار مال كاف؟ اشرح. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

B **اذكر المستقيم (المستقيمات) على التمثيل البياني الموضح الذي يوافق كل وصف.**



43. متوازٍ مع $y = 2x - 3$ p

44. عمودي على $y = \frac{1}{2}x + 7$ ℓ

45. متقاطع مع ولكن ليس عموديًا على $y = \frac{1}{2}x - 5$ n أو p أو r

حدد ما إذا كانت المستقيمات متوازية، أو متعامدة، أو ليست أيًا منهما. 48. متعامدة

46. $y = 2x + 4$. $y = 2x - 10$ متوازية

47. $y = -\frac{1}{2}x - 12$. $y = 2x + 7$ متعامدة

48. $y - 4 = 3(x + 5)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x + 1)$

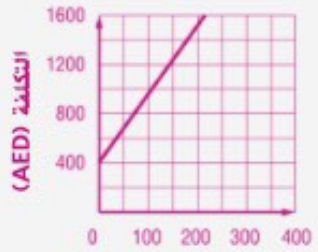
49. $y - 3 = 6(x + 2)$. $y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$ لا هذا ولا ذاك

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

إجابة إضافية

41b.

تكلفة حفل التخرج



50. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم يحتوي على (4, 2) ومتوازٍ مع المستقيم $y = 3x - 10$. $y - 2 = 3(x + 7)$

51. اكتب معادلة لمستقيم يحتوي على (−8, 12) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (−7, 2) و (3, 2). $x = -8$

52. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمستقيم المار بالنقطة (5, 3) متوازٍ مع المستقيم $y + 11 = \frac{1}{2}(4x + 6)$. $y = 2x - 7$

53. **صناعة الفخار** يقدم مركز اجتماعي فصولاً لتعليم صناعة الفخار. ويغطي رسم الاشتراك بقيمة AED 40 اللوازم والخامات. بما فيها كيس واحد من الطين. وتكلف أكياس الطين الإضافية مبلغ AED 15 لكل كيس. فاكتب معادلة لتمثيل تكلفة الفصل وعدد x من أكياس الطين. $C = 15x + 25$ أو $C = 15(x - 1) + 40$

54. **التمثيلات المتعددة** في الجزء 1 . تعلمت أن حل نظام من معادلتين خطيتين يتمثل في زوج مرتب يُعتبر حلاً لكلتا المعادلتين. لاحظ المستقيمات q و r و s و t مع مراعاة المعادلات المعطاة. **a–d. انظر الهامش.**

المستقيم q: $y = 3x + 2$ المستقيم r: $y = 0.5x - 3$ المستقيم s: $2y = x - 6$

المستقيم t: $y = 3x - 3$

a. **التمثيل الجدولي** ارسم جدول قيم لكل معادلة لـ $x = -3$ و −2 و −1 و 0 و 1 و 2 و 3. أي أزواج من المستقيمات يبدو أنه يمثل نظام معادلات له حل واحد؟
ليس له حل؟ له حلول كثيرة بقدر لا محدود؟ استخدم جداولك لتشرح استنتاجك.

b. **التمثيل البياني** مثّل بيانيًا المعادلات على المستوى الإحداثي نفسه. صف العلاقة الهندسية بين كل زوج من المستقيمات. بما فيها نقاط التقاطع.

c. **التمثيل التحليلي** كيف أمكنك تحديد إجاباتك عن الجزء a بمجرد استخدام معادلات المستقيمات؟

d. **التمثيل اللفظي** اشرح كيفية تحديد ما إذا كان نظام معطى لمعادلتين خطيتين لهما حل واحد. أو ليس لهما حل. أو لهما حلول كثيرة بقدر لا محدود باستخدام جدول. أو تمثيل بياني. أو معادلات للمستقيمات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

55. **التحدي** أوجد قيمة n بحيث يكون المستقيم العمودي على المستقيم ذي المعادلة $8 + 6x = 4 - 2y$ مارًا عبر النقطتين الموجودتين على $(n, -4)$ و $(2, -8)$. 14

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت النقاط على (−2, 2) وعلى (2, 5) وعلى (6, 8) تقع على خط واحد أم لا. برر إجابتك. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

57. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات لزوجين مختلفين من المستقيمات المتعامدة التي تتقاطع عند النقطة الموجودة على $(-3, 7)$. **الإجابة النموذجية:** $y = 2x - 1$، $y = -\frac{1}{2}x - \frac{17}{2}$

58. **التفكير النقدي** كتبت أماني وميساء معادلة لمستقيم ذي ميل يقبل 5− ويمر بالنقطة (4, 2−). هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

أماني
$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$
$y - 4 = -5x - 10$
$y = -5x - 6$

ميساء
$y - 4 = -5(x - (-2))$
$y - 4 = -5(x + 2)$

كتبت أماني المعادلة بصيغة الميل والمقطع وكتبت ميساء المعادلة بصيغة الميل والنقطة.

59. **الكتابة في الرياضيات** متى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والنقطة لكتابة معادلة لمستقيم ومتى يكون من الأسهل استخدام صيغة الميل والمقطع؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 54. يستخدم الطلاب جدولاً ومعادلةً جبرية وتمثيلاً بيانيًا ووصفًا لفظيًا لاستكشاف مسائل من الحياة اليومية يمكن تمثيلها بمعادلة خطية.

انتبه!

تحليل الخطأ في التمرين 58. يتعين على الطلاب أن يدركوا أنه في حالة كتابة ميساء لمعادلتها في أبسط صورة. فإنها ستكون مطابقة لإجابة أماني. ذكّر الطلاب بأنّ صيغة الميل والمقطع وصيغة الميل والنقطة ينتج عنهما صيغ متكافئة لمعادلة المستقيم.

إجابات إضافية

54a.

المستقيم r $y = 0.5x - 3$	
x	y
−3	−4.5
−2	−4
−1	−3.5
0	−3
1	−2.5
2	−2
3	−1.5

المستقيم q $y = 3x + 2$	
x	y
−3	−7
−2	−4
−1	−1
0	2
1	5
2	8
3	11

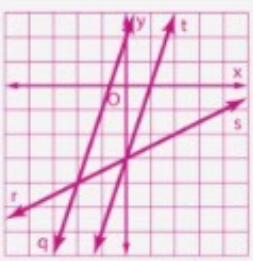
المستقيم t $y = 3x - 3$	
x	y
−3	−12
−2	−9
−1	−6
0	−3
1	0
2	3
3	6

المستقيم s $2y = x - 6$	
x	y
−3	−4.5
−2	−4
−1	−3.5
0	−3
1	−2.5
2	−2
3	−1.5

الإجابة النموذجية، يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين q و r والمستقيمين q و s له حل واحد، بما أن كل زوج من الجداول يشترك في الزوج المرتب (−2, −4).
يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين r و t والمستقيمين s و t له حل واحد، بما أن كل زوج من الجداول يشترك في الزوج المرتب (−3, 0).

يبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين q و t ليس له حل. بما أن قيم y للأزواج المرتبة بنفس قيم x ستظل مختلفة بمقدار 5. ويبدو أن نظام المعادلات الممثل بالمستقيمين r و s له عدد لا نهائي من الحلول. بما أن زوج الجداول يحتوي على كل الأزواج المرتبة المشتركة.

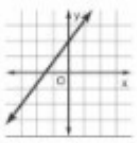
54b.

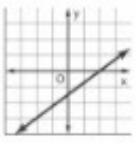


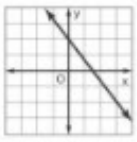
الإجابة النموذجية: يتوازى المستقيمان q و t. ويتطابق المستقيمان r و s. ويتقاطع المستقيمان q و r عند النقطة (−2, −4). ويتقاطع المستقيمان r و t عند النقطة (0, −3).

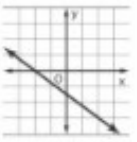
تمرين على الاختبار المعياري

60. أي تمثيل بياني هو أفضل تمثيل للمستقيم المار عبر النقطة $(-2, -3)$؟ C

A 

C 

B 

D 

61. أي معادلة تصف المستقيم الذي يمر بالنقطة الموجودة على $(-2, 1)$ وعمودي على المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$؟ H

F $y = 3x + 7$

G $y = \frac{1}{3}x + 7$

H $y = -3x - 5$

J $y = -\frac{1}{3}x - 5$

62. **إجابة شبكية** في كلية جيفرسون، يمتلك 80% من الطلاب هواتف خلوية. ومن بين الطلاب الذين يمتلكون هواتف خلوية، يمتلك 70% منهم أجهزة كمبيوتر. فما نسبة الطلاب في كلية جيفرسون الذين يمتلكون هاتفًا خلويًا وجهاز كمبيوتر على حدٍّ سواء؟ 56

63. SAT/ACT أي تعبير متساوٍ مع $4(x - 6) - \frac{1}{2}(x^2 + 8)$؟ E

A $4x^2 + 4x - 28$

B $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 20$

C $-\frac{1}{2}x^2 + 6x - 24$

D $3x - 20$

E $-\frac{1}{2}x^2 + 4x - 28$

مراجعة شاملة

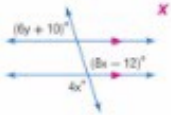
حدد ميل المستقيم الذي يمر بالنقاط التالية.

64. $J(4, 3), K(5, -2)$ -5

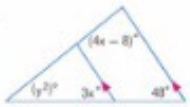
65. $X(0, 2), Y(-3, -4)$ 2

66. $A(2, 5), B(5, 1)$ $-\frac{4}{3} \approx -1.3$

أوجد x و y في كل شكل.

67. 

$x = 3, y \approx 26.33$

68. 

$x = 16, y = 8.7$

69. **القيادة** يقع منزل وفاء في منتصف المسافة بين محطة الغاز "نيومان" ومحطة الغاز "أو راما". ويقع محطة الغاز "نيومان" على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء. فكم تبعد محطة الغاز "أو راما" عن منزل وفاء؟ وكم تبعد محطتا الغاز عن بعضهما؟

محطة غاز "أو راما" تقع أيضًا على بعد ربع كيلو متر من منزل وفاء؛ وتبعد المحطتان مسافة نصف كيلو متر عن بعضهما.

مراجعة المهارات

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا.

70. $\angle 12$ و $\angle 1$ **خارجية متبادلة**

71. $\angle 10$ و $\angle 7$ **داخلية متتالية**

72. $\angle 8$ و $\angle 4$ **متناظرة**

73. $\angle 11$ و $\angle 2$ **خارجية متبادلة**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التقويم

حصاد الأمس كلّف الطلاب بكتابة كيف ساعدهم درس الأمس عن ميول المستقيمات في تعلم كتابة معادلات مستقيمات، وعليهم أن يعطوا ما لا يقل عن مثالين يدعمان استنتاجاتهم.

إجابات إضافية

54c. الإجابة النموذجية: قارن بين ميول المستقيمات ونقاط تقاطعها مع المحور الرأسي y. فالمستقيم q له ميل بمقدار 3 وتقاطُع مع المحور الرأسي y عند 2. والمستقيم r له ميل يبلغ 0.5 وتقاطُع مع المحور الرأسي y عند -3. والمستقيم s له ميل يبلغ 0.5 وتقاطُع مع المحور الرأسي y عند -3. والمستقيم t له ميل قيمته 3 وتقاطُع مع المحور الرأسي y عند -3. وبما أن المستقيمين q و r لهما درجة ميل مختلفة والمستقيمين r و t لهما درجة ميل مختلفة، وكل زوج من المستقيمات يتقاطعان، إذًا فكل نظام معادلات ذي صلة يكون له حل واحد. وبما أن المستقيمين q و t لهما نفس درجة الميل ولكنهما مختلفان في تقاطعهما مع المحور الرأسي y، والمستقيمان متوازيان، إذًا فإن نظام المعادلات ذا الصلة لا يوجد له حلول. وبما أن المستقيمين r و s لهما نفس درجة الميل ونفس التقاطع مع المحور الرأسي y، والمستقيمان متطابقان، إذًا فإن نظام المعادلات ذا الصلة له حلول لا نهاية لها.

54d. الإجابة النموذجية: نظام المعادلات ذو الحل الواحد سيكون له زوج مرتّب واحد فقط مشترك في كل جدول من جداول القيم، وتمثيل بياني للمستقيمات المتقاطعة، ومعادلات ذات ميول مختلفة. أمّا نظام المعادلات الذي ليس له حلول فلن يكون له أي أزواج مرتبة مشتركة في كل جدول من جداول القيم، وتمثيل بياني للمستقيمات المتوازية، ومعادلات ذات ميول واحدة، ولكنها تختلف في تقاطعها مع المحور الرأسي y. أمّا نظام المعادلات ذو الحلول اللانهائية سيكون له جداول قيم متطابقة، وتمثيل بياني للمستقيمات المتطابقة، ومعادلات لها نفس الميول ونفس التقاطع مع المحور الرأسي y.

التدريس المتمايز OL BL

التوسع كلّف الطلاب بتحديد موقف به معادلة ربح ومعادلة إنفاق، وتمثيل كل معادلة بيانيًا على نفس الشبكة. وتسمى نقطة تقاطع المستقيمين باسم "نقطة التعادل". فعلى سبيل المثال، في محل عصير عمر، يربح عمر 0.25 AED لكل كوب يُباع من عصير الليمون، وتبلغ نفقاته 2.50 AED للإبريق و 0.05 AED لكل كوب عصير يصنعه. مثّل بيانيا المعادلتين $y = 0.25x$ و $y = 0.05x + 2.5$. وتشير نقطة التقاطع (12.5, 3.125) إلى أنه يتعين على عمر أن يبيع ما لا يقل عن 13 كوبًا من عصير الليمون لكل إبريق لكي يحقّق ربحًا.

1 التركيز

التخطيط **الرأسي**

الدرس 5-11 استخدام ميول المستقيمات لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الدرس 5-11 التعرف على العلاقات بين الزوايا الناتجة عن قطع مستقيمين متوازيين من خلال قاطع. استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي المستقيمات.

بعد الدرس 5-11 إيجاد المسافة بين مستقيمَين متوازيين والمسافة بين مستقيم ونقطة.

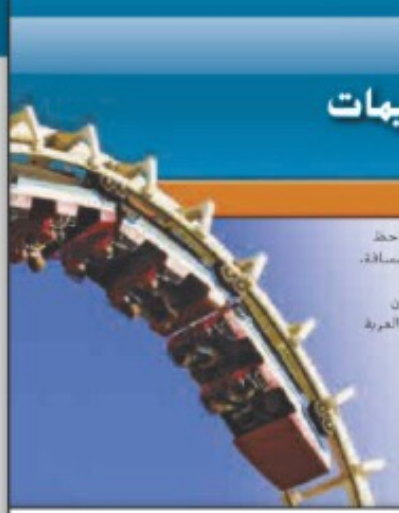
2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- لماذا تم إنشاء جانبي المسار متوازيين عند جميع النقاط؟ الإجابة النموذجية: لن تتمكن السيارات من التحرك بأمانٍ على المسار إذا لم يكن الجانبان متوازيين.
- إذا كان أحد القضبان الداعمة التي تربط جانبي المسار متعامدًا على أحد جانبي المسار، فما قياس الزاوية المتكوّنة من هذا القضيب والجانب الآخر من المسار؟ 90°



11-5 إثبات توازي المستقيمات

السابق..

- استخدمت الميول لتحديد المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الحالي..

1 التعرف على أزواج الزوايا التي تتكوّن مع المستقيمات المتوازية.

2 إثبات أن مستقيمين متوازيان.

لماذا؟..

- عندما ترى قضبان لعبة الأفعوانية. تلاحظ أن طرفي القضبان دائمًا على نفس المسافة. وهذا بالرغم من أن القضبان تنحرف وتنعطف. فالقضبان مبنية بعناية لتكون متوازية على كل النقاط بحيث تكون العربة ثابتة على القضبان.

ممارسات في الرياضيات

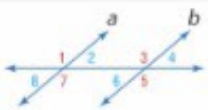
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 تحديد المستقيمات المتوازية طرقا قضبان لعبة الأفعوانية متوازيان. وكل الدعامات على طول القضبان هي أيضًا متوازية. وكل زاوية من الزوايا المتشكلة بين القضبان والدعامات هي زاوية متناظرة. وقد عرفنا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما تكون المستقيمات متوازية. ومعكوس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

المسلمة 11.4 مسلمة معكوس الزوايا المتناظرة

إذا قُطع مستقيمان بواسطة قاطع بحيث تكون الزوايا المتناظرة متطابقة، إذا فالمستقيمان متوازيان.

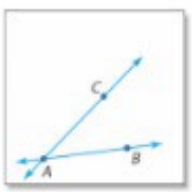


أمثلة إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$ و $\angle 4 \cong \angle 2$ و $\angle 7 \cong \angle 5$ و $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $a \parallel b$.

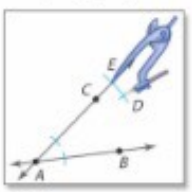
معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة يمكن استخدامها لإنشاء مستقيمات متوازية.

الإنشاء مستقيم متوازٍ عن طريق نقطة ليست موجودة على المستقيم

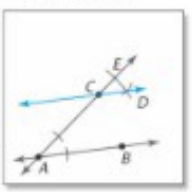
الخطوة 1 استخدم مسطرة تقويم لرسم $\overrightarrow{AB}$، وارسم النقطة C بحيث لا تكون على $\overrightarrow{AB}$ وارسم $\overrightarrow{CA}$.



الخطوة 2 انسخ $\angle CAB$ بحيث تكون C هي رأس الزاوية الجديدة. وسمِّ نقاط التقاطع بالحرفين D و E.



الخطوة 3 ارسم $\overrightarrow{CD}$. ولأن $\angle ECD \cong \angle CAB$ حسب معطيات الشكل. وهما زاويتان متناظرتان. فإن $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$.



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 تحديد المستقيمات المتوازية

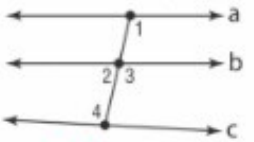
المثالان 1 و 2 يوضحان طريقة تحديد توازي المستقيمات. ويتعين على الطلاب أن يكونوا قادرين على استخدام النظريات والمسلّمات المعروفة لتحديد المستقيمات المتوازية.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 بعد إعطائك المعلومات التالية، هل من الممكن إثبات أنّ أيا من المستقيمات الموضحة متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فحددْ المسلّمة أو النظرية التي تثبت صحة إجابتك.



a. $\angle 3 \cong \angle 1$ حسب $a \parallel b$ معكوس نظرية الزوايا المتناظرة

b. $m\angle 1 = 103$ و $m\angle 4 = 100$ a ليس متوازيًا مع c حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

يثبت الشكل أن هناك مستقيم واحد على *الأقل* يمر عبر النقطة C ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ وتؤكد المسلمة التالية أن هذا المستقيم هو *المستقيم الوحيد*.

نصيحة دراسية

مسلمات إقليدس أدرك إقليدس، أبو الهندسة الحديثة، (حوالي 300 ق.م.) أنه لا يلزم سوى القليل من المسلمات لإثبات النظريات في أيامه. والمسلمة 11.5 هي إحدى مسلمات إقليدس الأصلية الخمسة.

المسلمة 11.5 مسلمة المتوازيات

لديك مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم. إذًا هناك بالضبط مستقيم واحد يمر بالنقطة موازٍ للمستقيم المعطى.

المستقيمان المتوازيان اللذان يقطعهما قاطع يُشكلان أزواجًا متعددة من الزوايا المتطابقة. ويمكن استخدام هذه الزوايا الخاصة أيضًا من أجل إثبات أن زوجًا من المستقيمات متوازٍ.

نظريات إثبات توازي المستقيمات

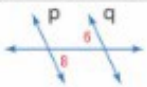
11.5 معكوس الزوايا الخارجية المتبادلة
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا المتبادلة الخارجية متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $\angle 3 \cong \angle 1$، إذًا $p \parallel q$

11.6 معكوس الزوايا الداخلية المتتالية
إذا قُطع مستقيمان على مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكاملاً، فإن المستقيمين متوازيان.

إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، إذًا $p \parallel q$

11.7 معكوس الزوايا الداخلية المتبادلة
إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقًا، فإن المستقيمين متوازيان.



إذا كان $\angle 8 \cong \angle 6$، إذًا $p \parallel q$

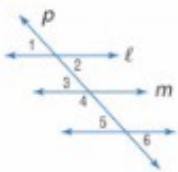
11.8 معكوس القاطع العمودي
في مستوى، إذا كان مستقيمان عموديين على المستقيم نفسه، فإنهما متوازيان.

إذا كان $r \perp q$، $r \perp p$، إذًا $p \parallel q$

ستثبت النظريات 11.5 و 11.6 و 11.7 و 11.8 في التمارين 6 و 23 و 31 و 30، على الترتيب.

مثال 1 تحديد المستقيمات المتوازية

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 6$

$\angle 1$ و $\angle 6$ هما زاويتان خارجيتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و n.

بما أن $\angle 6 \cong \angle 1$، فإن $\ell \parallel n$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ و $\angle 3$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين ℓ و m.

بما أن $\angle 3 \cong \angle 2$، فإن $\ell \parallel m$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج شجّع الطلاب على تكوين روابط مع المفاهيم السابقة من خلال مقارنة النظريات والمسلّمات الواردة في هذا الدرس بتلك الموجودة في الدرس 2-11. اطلب من الطلاب أن يشرحوا أي روابط في المنطق الذي يجدونه.

1A. $a \parallel b$:معكوس نظرية الزوايا الداخلية ≅ المتبادلة

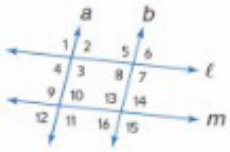
1B. $\ell \parallel m$:معكوس مسلمة الزوايا ≅ المتناظرة

1C. $a \parallel b$:معكوس نظرية الزوايا الخارجية ≅ المتبادلة

1D. غير ممكن

1E. $\ell \parallel m$:معكوس نظرية الزوايا الداخلية ≅ المتتالية

1F. غير ممكن



تمرين موجّه

1A. $\angle 2 \cong \angle 8$ 1B. $\angle 3 \cong \angle 11$

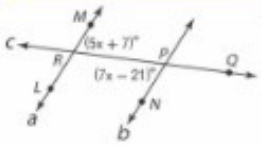
1C. $\angle 12 \cong \angle 14$ 1D. $\angle 1 \cong \angle 15$

1E. $m\angle 8 + m\angle 13 = 180$ 1F. $\angle 8 \cong \angle 6$

يمكن استخدام علاقات الزوايا من أجل حل المسائل التي تشمل قيمًا مجهولة.

مثال 2 على الاختبار المعياري **استخدام علاقات الزوايا**

مسألة غير محددة الإجابة أوجد $m\angle MRQ$ بحيث يكون $a \parallel b$. اكتب الحل هنا.



قراءة فقرة الاختبار

من الشكل، تعرف أن $m\angle MRQ = 5x + 7$ وأن $m\angle RPN = 7x - 21$. والمطلوب منك هو إيجاد قياس $\angle MRQ$.

حل فقرة الاختبار

$\angle MRQ$ و $\angle RPN$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان. وليكون المستقيمان a متوازيين، ينبغي أن تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. لذا $\angle RPN \cong \angle MRQ$. وبحسب تعريف التطابق، فإن $m\angle MRQ = m\angle RPN$. أدرج قياسات الزوايا المعطاة في هذه المعادلة وأوجد قيمة x.

$m\angle MRQ = m\angle RPN$	الزوايا الداخلية المتبادلة
$5x + 7 = 7x - 21$	التعويض
$7 = 2x - 21$	اطرح $5x$ من كل طرف.
$28 = 2x$	اجمع 12 على كل طرف
$14 = x$	اقسم كل طرف على 2.

والآن، استخدم قيمة x لإيجاد $\angle MRQ$.

$m\angle MRQ = 5x + 7$	التعويض
$= 5(14) + 7$	$x = 14$
$= 77$	بسّط.

التحقق راجع إجابتك باستخدام قيمة x لإيجاد $m\angle RPN$.

$m\angle RPN = 7x - 21$

$= 7(14) - 21 = 77$ ✓

بما أن $m\angle MRQ = m\angle RPN$، $\angle MRQ \cong \angle RPN$ و $a \parallel b$ ✓

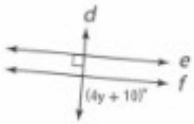
نصيحة دراسية

إيجاد ما هو مطلوب

تأكد من إعادة قراءة أسئلة الاختبار بعناية لتتأكد من إجابتك على السؤال المطروح. وفي المثال 2، قد يكون من الأخطاء الشائعة التوقف بعد أن وجدت قيمة x والقول بأن حل المسألة هو 14.

تمرين موجّه

2. أوجد y بحيث يكون $e \parallel f$. اكتب الحل هنا.

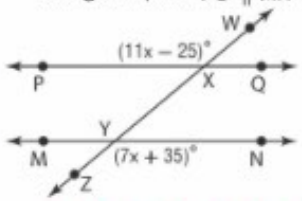


20

مثال إضافي

2 تمرين على الاختبار المعياري

أوجد $m\angle ZYN$ حيث إنّ $\overleftrightarrow{PQ} \parallel \overleftrightarrow{MN}$. اكتب الحل هنا.



$x = 15$, $m\angle ZYN = 140$

التركيز على محتوى الرياضيات

الاستنتاج يعتقد العديد من الطلاب أنّ المسلّمات والنظريات الموجودة في هذا الدرس هي نفسها الموجودة في الدرس 2-11. ساعدهم في التركيز على الاختلاف الموجود؛ ففي هذا الدرس **سيستنتجون** أنّ المستقيمات متوازية (العبارة **إذا**). بينما كانوا في الدرس 2-11 **يبدؤون** بتوازي المستقيمات (العبارة **إذا كان**).

التدريس باستخدام التكنولوجيا

كاميرا المستندات اعرض على الطلاب متوازي أضلاع على مستوى إحداثي. وحدّد اتجاهه بحيث لا يكون أي ضلع من الأضلاع عبارة عن قطعة مستقيمة أفقيّة أو رأسيّة. أخبر الطلاب أن عليهم إثبات توازي الأضلاع المتقابلة في الشكل. اختر أربعة طلاب، واطلب من كل واحد منهم إيجاد ميل أحد أضلاع الشكل ثم اختر طالبًا آخر ليشرح كيف تثبت هذه الميول توازي الأضلاع المتقابلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز AL OL BL

أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بأن يرسموا مستقيمَين يقطعهما قاطع بمعايير معينة معطاة لقياس الزاوية. ويمكن للطلاب أن يعملوا معًا في مجموعات صغيرة من 3 أو 4 لمناقشة مدى ضرورة أن يكون المستقيمان متوازيين. أدِرْ النقاش بحيث يميّز الطلاب حقيقة إمكانية وجود قياسات زوايا عند توازي المستقيمين تفوق تلك التي تنشأ عندما لا يكون هناك توازٍ.

2 إثبات توازي المستقيمات

المثال 3 يصف كيف يتم إثبات توازي المستقيمات باستخدام مثال من الحياة اليومية.

مثال إضافي

3 **الإنشاء** في النافذة الموضحة، تم إنشاء نموذج الشبكة الماسية يدويًا. فهل من الممكن التأكد من أن القطع الخشبية التي تسير في نفس الاتجاه متوازية؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح طريقة عمل ذلك. وإذا لم يكن كذلك، فاشرح السبب.

قِسْ الزوايا المتناظرة المتكوّنة من خلال خطين شبكيين متتاليين والخط الشبكي القاطع المار في الاتجاه المقابل. وإذا كانت هذه الزوايا متطابقة، فإن خطوط الشبكة التي تسير في نفس الاتجاه تكون متوازية حسب معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة.

إجابة إضافية (تمرين موجّه)

3. من غير الممكن: فالزوايا الخارجية المتبادلة، أو الزوايا الداخلية المتبادلة، أو الزوايا المتناظرة ليست متطابقة، إذًا المستقيمات ليست متوازية. والزوايا الداخلية المتتالية لا تكون متكاملة، ولذا فالمستقيمات ليست متوازية.

إجابات إضافية

1. $m \parallel \ell$: الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
2. $m \parallel \ell$: الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
3. $k \parallel j$: الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
4. $k \parallel j$: الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.

نصيحة دراسية

إثبات توازي المستقيمات عندما يقطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع، فأزواج الزوايا المتكونة هي إما متطابقة أو متكاملة. وعندما يكوّن زوج من المستقيمات زوايا لا تفي بهذا المعيار، فليس من المحتمل أن تكون المستقيمات متوازية.

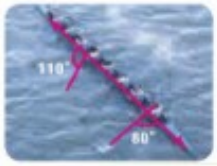
2 إثبات توازي المستقيمات يمكن استخدام علاقات أزواج الزوايا المتكونة بواسطة قاطع لإثبات أن مستقيمين متوازيان.

مثال 3 من الحياة اليومية **إثبات توازي المستقيمات**

الأثاث المنزلي في السلم الموضح، كل درجة عمودية على قضيبي الدرابزين. فهل من الممكن إثبات أن قضيبي الدرابزين متوازيان وأن كل الدرجات متوازية؟ وإذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا.

بما أن كلا قضيبي الدرابزين عمودي على كل درجة، فإن القضيبين متوازيان استنادًا إلى معكوس نظرية القاطع العمودي. وبما أن أي زوج من الدرجات عمودي على قضيبي الدرابزين، فإنهما متوازيتان أيضًا.

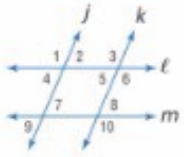
تمرين موجّه



3. **التحدي** من أجل الحركة في خط مستقيم بفعالية قصوى، ينبغي أن تكون مجاديف التجذيف متوازية. ارجع إلى الصورة على اليسار. هل من الممكن إثبات أن أيًا من المجاديف متوازٍ؟ إذا كان الأمر كذلك، فاشرح الكيفية. وإن لم يكن، فاشرح السبب في هذا. **انظر الهامش.**

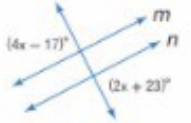
التحقق من فهمك

مثال 1 **بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.** **4–1. انظر الهامش.**



1. $\angle 6 \cong \angle 10$
2. $\angle 4 \cong \angle 7$
3. $\angle 1 \cong \angle 6$
4. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$

مثال 2



5. **إجابة مختصرة** أوجد x بحيث يكون $m \parallel n$. اكتب الحل هنا. $x = 20$

مثال 3

6. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 11.5.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. $\angle 1 \cong \angle 2$	a. المعطيات
b. $\angle 2 \cong \angle 3$	b. ____؟____ رأسي ∠ هي ≅.
c. $\angle 1 \cong \angle 3$	c. خاصية التعدي إذا كانت الزوايا المتناظرة
d. ____؟____ $\ell \parallel m$	d. ____؟____ ∠ ≅، فإن المستقيمين ∥

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجرو هيل التعليمية McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

التوسع كلّف الطلاب بإعادة تشكيل بعض البراهين المأخوذة من هذا الدرس. ويمكنهم إنشاء البرهان من المثال 3 على شكل فقرة برهانية أو برهان متسلسل.

7. **الإنشاء** هل من الممكن إثبات أن المقاعد على طاولة الرحلات هذه موازية لبعضها البعض؟ فإذا كان الأمر كذلك، فاشرح. وإن لم يكن، فاشرح لم لا.

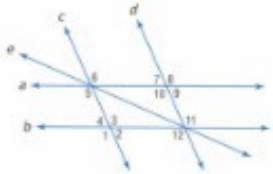
نعم، هذا ممكن. وقد يكون أحد التفسيرات المحتملة هو قياس الزوايا المتكونة بواسطة الإطار والمقعد. فإذا كانت بالقياس نفسه (90°) على كلا الجانبين، فإن المقاعد متوازية.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وُجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تعلل إجابتك.

8–15. انظر الهامش.

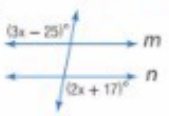


8. $\angle 8 \cong \angle 11$
9. $\angle 8 \cong \angle 12$
10. $\angle 3 \cong \angle 5$
11. $m\angle 2 + m\angle 12 = 180$
12. $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
13. $\angle 6 \cong \angle 10$
14. $\angle 1 \cong \angle 9$
15. $\angle 6 \cong \angle 8$

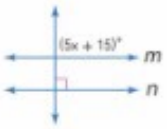
مثال 2

أوجد x بحيث يكون $m \parallel n$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها. **16–21. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

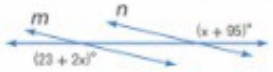
16.



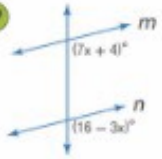
17.



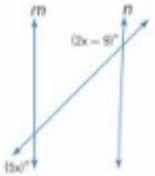
18.



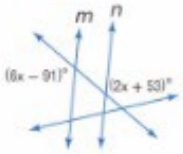
19.



20.



21.



22. **إطارات خشبية** غالبًا ما يتم تصنيع إطارات الأبواب الخشبية باستخدام صندوق أو منشار مخصص لعمل أسطح مشطوبة زاويًا. وهناك الأدوات تسمحان لك بالقطع بزاوية ذات قياس محدد. فإذا كانت كل قطعة من القطع الثلاث من مواد التأطير قد قُطعت بزاوية بقياس 45°، فهل سيكون جانبا إطار الباب متوازيين؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

مثال 3

23. **الإثبات** انسخ وأكمل إثبات النظرية 11.6.

المعطيات: $\angle 1$ و $\angle 2$ متكاملتان.

المطلوب: $\ell \parallel m$

البرهان:

العبارات	المبررات
a. ؟	a. المعطيات
b. $\angle 2$ و $\angle 3$ يكوّنان زوجًا خطيًا.	b. ؟ **تحديد الزوج الخطي.**
c. ؟	c. ؟ **نظرية التكامل.**
d. $\angle 1 \cong \angle 3$	d. ؟ **≅ نظرية التكامل.**
e. $\ell \parallel m$	e. ؟

23a. $\angle 1$ و $\angle 2$ **متكاملتان.**
23c. $\angle 2$ و $\angle 3$ **متكاملتان.**
23e. معكوس مسلمة الزوايا المتناظرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 7–1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

8. $b \parallel a$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
9. $b \parallel a$؛ الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
10. $b \parallel a$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
11. $k \parallel j$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
12. $b \parallel a$؛ الزوايا الداخلية الموجودة على نفس الجانب من القاطع متكاملة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
13. $d \parallel c$؛ الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
14. معلومات غير كافية لإثبات وجود أي مستقيمات متوازية.
15. $d \parallel c$؛ الزوايا المتناظرة متطابقة، إذًا فالمستقيمان متوازيان.
22. جوانب إطار الباب ستكون متوازية. والزوايا المتكوّنة بواسطة هذه الجوانب مع الحافة العلوية ستساوي 90°. وإذا كان المستقيمان متعامدين على نفس المستقيم، فحينها سيكونان متوازيين.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	8-30, 37-40, 42-55	9-29 ,فردي 44-47	8-30 ,زوجي 37-40, 42, 43, 48-55
OL أساسي	9-35 ,فردي 36-40, 42-55	8-30, 47-44	13-40, 42, 43, 55-48
BL متقدم	13-55		

إجابة إضافية

29. الفتحتان موازيتان لبعضهما. وإذا كان المستقيمان متعامدين على المستقيم نفسه، فحينها يكونان متوازيين.

24. قياس الزاوية القائمة 90°. وبما أن كل زاوية بقياس 45°، فبوضع زاويتين معًا لعمل ركن من أركان الإطار يؤدي إلى مجموع بقيمة 90°. إذا كان المستقيمان عموديين على نفس المستقيم، إذًا فهما موازيان لبعضهما.

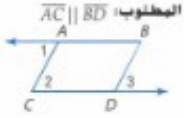
24. تصنع هالة إطارًا لملصقها المفضل. فاشترت طقم إطار مقطعي. وبينما تجمع الإطار، لاحظت أن الأركان مقطوعة بزوايا قياسها 45°. فكيف ستعرف أن الأركان هي زوايا قائمة وأن كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

الإثبات اكتب إثباتًا من عمودين لكلٍّ مما يلي.

25. **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 3$

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

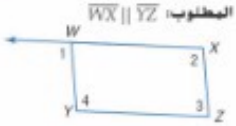
المطلوب: $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$



26. **المعطيات:** $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$

$\angle 2 \cong \angle 4$

المطلوب: $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$



25–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

27. **المعطيات:** $\angle TQR \cong \angle TSR$

$m\angle R + m\angle TSR = 180$

المطلوب: $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$

28. **المعطيات:** $\angle DAB \cong \angle DCB$

$\overline{AD} \perp \overline{AB}$

المطلوب: $\overline{DC} \perp \overline{BC}$

29 **التخزين** القطع الصغيرة غالبًا ما تُحفظ في أدراج لجعل العثور على المقاس الصحيح أسهل. وفي صندوق التخزين المبين، إطار كل درج عمودي على كل ضلع من الأضلاع. فبما الذي يمكنك استنتاجه بشأن الأدراج؟ اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

30. **الإثبات** اكتب فقرة إثبات للنظرية 11.8.

30–31. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

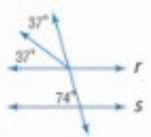
31. **إثبات** اكتب إثباتًا من عمودين للنظرية 11.7.

32. **درجات السلم** بناءً على المعلومات المعطاة في صورة السلم على اليسار، ما العلاقة بين كل درجة؟ اشرح استنتاجك.

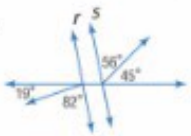
الدرجتان p موازيتان لبعضهما، والدرجتان عموديتان على المستقيم نفسه، إذًا فهما موازيتان لبعضهما.

حدد ما إذا كان المستقيمان r متوازيين. علل إجابتك.

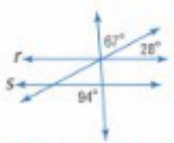
33.



34.



35.

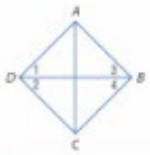


33–35. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

حقوق الطبع والتأليف © مجموعة ماكجروهيل تعليم

682 | الدرس 5-11 | إثبات توازي المستقيمات

36. **تحليل الخطأ** منال ومها أخبرتا أنه في الشكل على اليسار $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. ومنال تقول إن هذا لا يصح إلا في حالة $\angle 4 \cong \angle 1$. ومها تختلف معها وتقول إن هذا لا يكون صحيحًا إلا في حالة $\angle 3 \cong \angle 2$. فهل أيّ منهما على صواب؟ اشرح.



منال محقة لأن الزاويتين 1 و 4 هما زاويتان داخليتان متبادلتان في المستقيمين $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ حيث يكون $\overline{DB}$ هو القاطع.

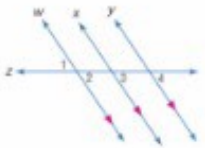
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

37. **تحدٍّ** المسافة من مستقيم إلى نقطة هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم البادئ من هذه النقطة. المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة بين أي نقطة على أحد المستقيمين والمستقيم الآخر. فأوجد المسافة بين المستقيمين $y = 2x + 5$ و $y = 2x - 1$. إرشاد: استخدم قانون المسافة.

انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

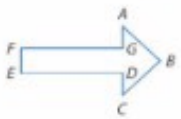
38. **التبرير** هل النظرية 11.8 لا تزال صحيحة إذا كان المستقيمان ليسا متحدي المستوى؟ ارسم الشكل لتبرير إجابتك. **انظر الهامش.**

39. **تحدٍّ** استخدم الشكل على اليسار لإثبات أن المستقيمين المتوازيين لمستقيم ثالث متوازيان لبعضهما البعض.



انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

40. انسخ الشكل على اليسار إلى ورقتك. **انظر الهامش.**



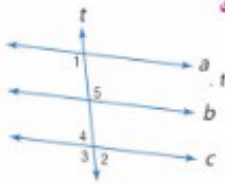
a. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ عبر النقطة A.

b. استخدم القياس لتبرير أن المستقيم الذي رسمته متوازٍ مع $\overline{FG}$.

c. ارسم مستقيمًا متوازيًا مع $\overline{FG}$ عبر النقطة C.

d. خمّن فرضية بشأن العلاقة بين المستقيمين الذين رسمتهما. اشرح.

41. **تحدٍّ** ارجع إلى الشكل على اليسار.



a. إذا كان $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$، فأثبت أن $b \parallel c$.

b. بافتراض أن $a \parallel b$. وإذا كان $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$، فأثبت أن $t \perp b$.

41–43. انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

42. **الكتابة في الرياضيات** لخّص الطرق الخمس المستخدمة في هذا الدرس لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

التبرير حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم مطلقًا. اشرح استنتاجك.

43. الزوج الخطي من الزوايا متكامل كما هو متطابق.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 36. يستخدم الطلاب رسومات هندسية وجدولاً ووصفًا كلاميًا لاستكشاف أقصر مسافة بين مستقيمين متوازيين.

انتبه!

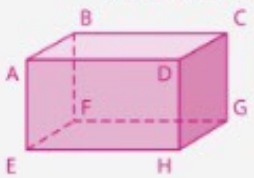
تحليل الخطأ في التمرين 37 . على الطلاب إدراك أن $\overline{WZ}$ يمكن أن يكون قاطعًا للمستقيمات $\overline{WY}$ و $\overline{XZ}$ بالإضافة إلى $\overline{WX}$ و $\overline{YZ}$. وفي كلتا الحالتين، فإن الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ زاويتان داخليتان متبادلتان متطابقتان. إذًا $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$ و $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$. إذًا. إجابتا إيمان ومريم صحيحتان.

ملاحظات لحل التمرين

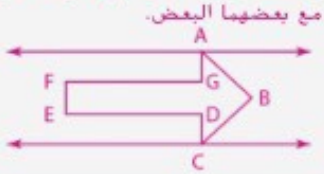
فرجار ومسطرة تقويم يتطلب التمرين 40 استخدام فرجار ومسطرة تقويم.

إجابات إضافية

38. لا، الإجابة النموذجية: في الشكل الموضح، $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ و $\overline{GC} \perp \overline{BC}$، لكن $\overline{AB} \perp \overline{GC}$.



40. يجب أن يرسم الطلاب صورة مشابهة لهذه الصورة: وعليهم أن يستخدموا مسطرة لقياس المسافة بين المستقيم الأحمر و المستقيم FG. والمستقيمان اللذان تم إنشاؤهما للتو متوازيان مع بعضهما البعض.



4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب
أثناء مغادرة الطلاب لغرفة الصف، اطلب منهم أن يكتبوا على ورقة خطوات إنشاء مستقيم يوازي مستقيمًا مَعطًى آخر من خلال نقطة لا تنتمي للمستقيم.

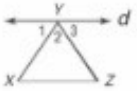
إجابات إضافية

52.

53.

تمرين على الاختبار المعياري

44. أي من الحقائق التالية ستكون كافية لإثبات أن المستقيم d متوازٍ مع $\overline{XZ}$؟ **B**

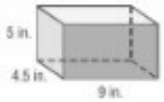


A $\angle 1 \cong \angle 3$
B $\angle 3 \cong \angle Z$
C $\angle 1 \cong \angle Z$
D $\angle 2 \cong \angle X$

45. **الجبر** التعبير $\sqrt{52} + \sqrt{117}$ متساوٍ مع **G**

F 13
G $5\sqrt{13}$
H $6\sqrt{13}$
J $13\sqrt{13}$

46. ما مساحة السطح التقريبية للشكل؟ **D**



A $101.3\ cm^2$
B $108\ cm^2$
C $202.5\ cm^2$
D $216\ cm^2$

47. **SAT/ACT** إذا كان $y^2 = 9$ و $x^2 = 25^2$، فما هي أكبر قيمة محتملة لـ $(x - y)^2$؟ **J**

F 4
G 16
H 58
J 64
K 70

مراجعة شاملة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي له الميل المعطى ونقطة تقاطعه مع المحور y.

48. m: 2.5, (0, 0.5) $y = 2.5x + 0.5$ 49. m: $\frac{4}{5}$, $(0, -9)$ $y = \frac{4}{5}x - 9$ 50. m: $-\frac{7}{8}$, $\left(0, -\frac{5}{6}\right)$ $y = -\frac{7}{8}x - \frac{5}{6}$

51. **رحلة على الطريق** تقطع ميسون بسيارتها مسافة 600 كيلومتر لزيارة شلالات نياجرا. وتمكنت من قطع أول 150 كيلومترا من رحلتها في ساعتين. فإذا استمرت على هذا المعدل، فكم من الوقت ستستغرق لكي تقطع المسافة المتبقية؟ **6 ساعات**

أوجد محيط ومساحة كل شكل. قرّب لأقرب جزء من عشرة.

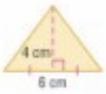
52.

≈25.1 cm; ≈50.3 cm^2

53.

8.6 m; ≈3.5 m^2

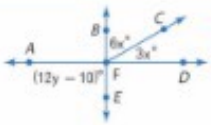
54.



16 cm; 12 cm^2

مراجعة المهارات

55. أوجد x بحيث يكون $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين. **8.3**



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11-6 المتعامدات والمسافة

السابق	الحالي	لماذا؟
• أثبت أن مستقيمين متوازيان باستخدام العلاقات بين الزوايا.	1 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. 2 إيجاد المسافة بين المستقيمات المتوازية.	• الشاقول (ثقل العادن) مصنوع من خيط موصل به ثقل مصمم خصيصًا. وعندما يُعلّق الثقل ويُسمح له بالتأرجح بحرية، فطرف الثقل سيكون بالضبط أسفل الطرف الذي ثُبّت عليه الخيط. الشاقول مفيد في تعيين الخط الرأسي أو العمودي الحقيقي عند بناء جدار أو عند تعليق ورق حائط.

المفردات الجديدة

مسافة متساوية equidistant

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكمية. استخدام نماذج الرياضيات.

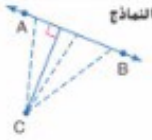
1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

يشير الشاقول كذلك إلى أقصر مسافة بين النقطة التي عُلّق عليها في السقف و الأرض المستوية أسفلها. وهذه المسافة العمودية بين نقطة ومستقيم هي الأقصر في كل الحالات.

المفهوم الأساسي المسافة بين نقطة ومستقيم

الشرح المسافة بين مستقيم ونقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.

استخدام النماذج



من خلال إنشاء مستقيم عمودي على مستقيم موجود بالفعل عبر نقطة ليست على المستقيم الموجود كما هو موضح في درس التوسع 5-10. يتم إثبات أنه هناك على الأقل مستقيم واحد يمر عبر نقطة P وهو عمودي على مستقيم AB. والمسلمة التالية توضح أن هذا المستقيم هو المستقيم الوحيد المار عبر النقطة P والعمودي على $\overline{AB}$.

المسلمة 11.6 مسلمة التعامد

الشرح إذا أُعطيت مستقيمًا ونقطة ليست على هذا المستقيم، يوجد مستقيم واحد بالضبط يمر عبر النقطة العمودية على المستقيم المعطى.

استخدام النماذج

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 6-11 استخدام العلاقات بين الزوايا لإثبات توازي مستقيمين.

الدرس 6-11 إيجاد المسافة بين نقطة ومستقيم. وإيجاد المسافة بين مستقيمين متوازيين.

بعد الدرس 6-11 وضع تخمينات حول المستقيمات وتحديد مدى صحة هذه التخمينات.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

كلّف الطلاب بقراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- ما المهن الأخرى التي قد تستخدم الشاقول؟ يُستخدم الشاقول بواسطة النجّار والمسّاح.
- لماذا من المهم استخدام أداة تضمن دقة التخطيط الرأسي الصحيح لأي مبنى؟ تكون المباني أكثر استقرارًا وثباتًا ودقة من الناحية الهيكلية عندما تتم المحاذاة الرأسية والأفقية بشكل صحيح.
- ما الأداة المكافئة للشاقول التي تمكننا من التأكد من المحاذاة الأفقية الصحيحة للمبنى؟ ميزان البناء

1 المسافة من نقطة إلى مستقيم

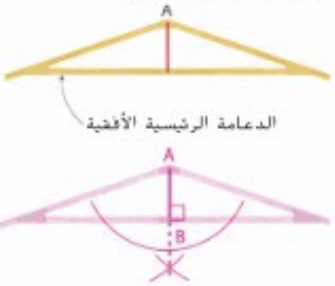
المثال 1 يوضح طريقة تحديد المسافة بين مستقيم ونقطة لا تنتمي إليه بإنشاء قطعة مستقيمة متعامدة على المستقيم الأصلي. **المثال 2** يوضح طريقة استخدام هندسة الإحداثيات لإيجاد المسافة من مستقيم إلى نقطةٍ لا تنتمي إليه.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 الإنشاء تمّ تصميم جمالون حديدي لسقفٍ ما بحيث يمتد العمود المركزي من قمة السقف (النقطة A) إلى الدعامة الرئيسية الأفقية. قم بإنشاء وتسمية القطعة المستقيمة التي يمثّل طولها أقصر طول للقطعة الخشبية المطلوبة لربط قمة السقف بالدعامة الرئيسية الأفقية. AB

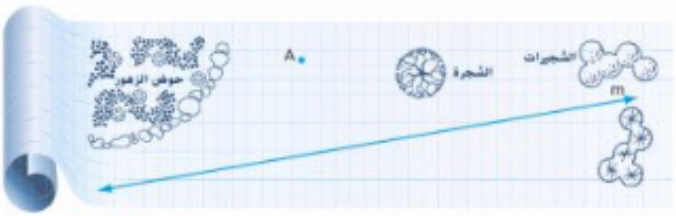


إجابة إضافية (تمرين موجّه)

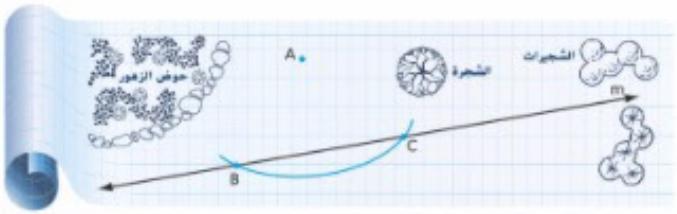
1. $\overline{QT}$ يمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$.

مثال 1 من الحياة اليومية إنشاء مسافة من نقطة إلى مستقيم

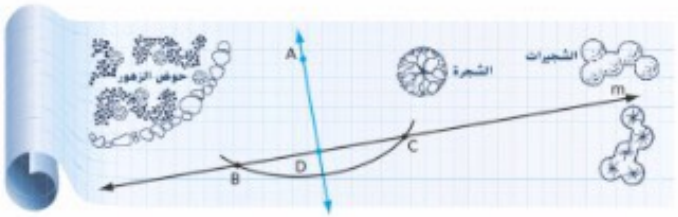
تنسيق الحدائق لاحظتْ مهندسة تنسيق حدائق أن أحد أجزاء قطعة بطول متر من المواسير لا يُصرِّف المياه على نحو جيد. وترغبُ المهندسة في الاستفادة من ماسورة موجودة بالفعل تحت الأرض مُمثلة بالمستقيم m. فأنشئ وسمّ القطعة المستقيمة ذات الطول الذي يمكّن أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة إلى وضعها لتوصيل ماسورة الصرف هذه إلى النقطة A.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة. حدد مكان النقطتين B و C على المستقيم m الواقعتين على مسافة واحدة من النقطة A.



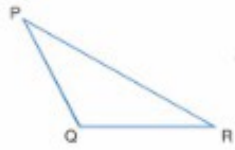
حدد مكان نقطة ثالثة على المستقيم m بحيث تكون واقعة على مسافة واحدة من النقطة B والنقطة C. سمّ هذه النقطة D. ثم ارسم $\overleftrightarrow{AD}$ بحيث يكون $\overleftrightarrow{AD} \perp \overleftrightarrow{BC}$.



قياس $\overline{AD}$ يمثل أقصر مقاس من المواسير ستحتاج المهندسة لوضعه لتوصيل ماسورة الصرف إلى النقطة A.

تمرين موجّه

1. انسخ الشكل. ثم أنشئ وسمّ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من Q إلى $\overleftrightarrow{PR}$. **انظر الهامش.**



مهنة من الحياة اليومية

مهندس تنسيق الحدائق

يستمتع مهندسو تنسيق الحدائق بالعمل بأيديهم ويمتلكون مهارات تحليلية قوية. كما أن الرؤية الإبداعية والموهبة الفنية من الصفات المطلوبة في هذه المهنة. وفي المعتاد، يُطلب من مهندسي تنسيق الحدائق الحصول على درجة البكالوريوس. ولكن قد تكون درجة الماجستير مطلوبة من أجل تخصصات مثل تصميم ملاعب الجولف.

نصيحة دراسية

رسم أقصر مسافة يمكنك استخدام أدوات مثل زاوية قطعة ورق لمساعدتك على رسم قطعة مستقيمة عمودية من نقطة إلى مستقيم. ولكن لا يمكن استخدام سوى فرجار ومسطرة عدلة لإنشاء هذه القطعة المستقيمة.

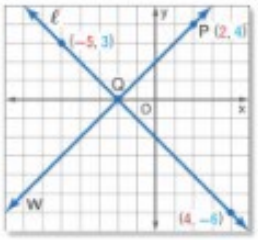
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون بالطريقة الحسية الحركية حدد بعض الأمثلة على مستقيمات متوازية في حجرة الصف، مثل الخطوط الأسمنتية في بلاط الأرضية أو إطار اللوحة. اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لقياس المسافة من نقاط عديدة على طول أحد المستقيمات إلى نقطة ثابتة على مستقيم آخر. كلف الطلاب بمناقشة النتائج التي حصلوا عليها. وأدِرْ المناقشات بحيث يتمكّن الطلاب من ملاحظة علاقات القطع المستقيمة والمسافات بين المستقيمات المتوازية.

مثال 2 المسافة من نقطة إلى مستقيم على المستوى الإحداثي

الهندسة الإحداثية المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في $(-5, 3)$ و $(4, -6)$. فأوجد المسافة بين المستقيم ℓ والنقطة $P(2, 4)$.



الخطوة 1 أوجد معادلة هذا المستقيم ℓ.

ابدأ بإيجاد ميل المستقيم المار عبر النقطتين $(-5, 3)$ و $(4, -6)$.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 3}{4 - (-5)} = \frac{-9}{9} = -1$$

ثم اكتب معادلة هذا المستقيم باستخدام النقطة $(4, -6)$ الموجودة على هذا المستقيم.

$y = mx + b$	صيغة الميل و التقاطع
$-6 = -1(4) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (4, -6)$
$-6 = -4 + b$	بسّط.
$-2 = b$	اجمع 4 على كل طرف.

معادلة المستقيم ℓ هي $y = -x + (-2)$ أو $y = -x - 2$.

الخطوة 2 اكتب معادلة المستقيم w العمودي على المستقيم ℓ المار عبر $P(2, 4)$.

بما أن ميل المستقيم ℓ هو -1 وميل المستقيم p هو 1. فاكتب معادلة المستقيم w المار عبر $P(2, 4)$ بميل قيمته 1.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$4 = 1(2) + b$	$m = -1$ و $(x, y) = (2, 4)$
$4 = 2 + b$	بسّط.
$2 = b$	اطرح 2 من كل طرف.

معادلة المستقيم w هي $y = x + 2$.

الخطوة 3 حل نظام المعادلات لتحديد نقطة التقاطع.

المستقيم ℓ	$y = -x - 2$
المستقيم w	$(+)\ y = x + 2$
	اجمع المعادلتين.
$2y = 0$	
$y = 0$	اقسم كل طرف على 2.

أوجد حل x.

$0 = x + 2$	عوّض 0 عن y في المعادلة الثانية.
$-2 = x$	اطرح 2 من كل طرف.

نقطة التقاطع هي $(-2, 0)$. لنفترض أن هذه النقطة هي Q.

الخطوة 4 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $P(2, 4)$ و $Q(-2, 0)$.

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	قانون المسافة
$= \sqrt{(-2 - 2)^2 + (0 - 4)^2}$	$x2 = -2$ و $x1 = 2$ و $y2 = 0$ و $y1 = 4$
$= \sqrt{32}$	بسّط.

المسافة بين النقطة والمستقيم هي $\sqrt{32}$ أو حوالي 5.66 وحدة.

نصيحة دراسية

المسافة إلى المحاور لاحظ أن المسافة من نقطة إلى المحور الأفقي x يمكن تحديدها من طريق النظر إلى الإحداثي y. والمسافة من نقطة إلى المحور الرأسي y يمكن تحديدها من طريق النظر إلى الإحداثي x.

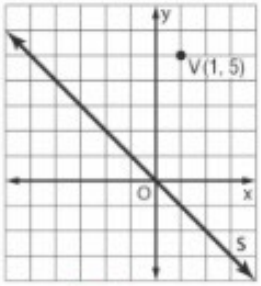
محتوى الكتاب © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التركيز على محتوى الرياضيات

الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة حسب التعريف، فإن المستقيمات المتعامدة تكوّن زوايا قائمة. وبسبب تطابق الزوايا القائمة، فإن الزوايا الناتجة عن المستقيمات المتعامدة تكون متطابقة ومتجاورة. وفي المقابل، إذا نتج عن المستقيمين زوايا متطابقة ومتجاورة، فحينها يكون المستقيمان متعامدين.

مثال إضافي

2 **الهندسة الإحداثية** يحتوي المستقيم S على نقطتين عند $(0, 0)$ و $(-5, 5)$. فأوجد المسافة بين المستقيم S والنقطة $V(1, 5)$.



الإجابة النموذجية: $d = \sqrt{18}$ أو حوالي 4.24 وحدات

التدريس باستخدام التكنولوجيا

التسجيل الصوتي كلّف الطلاب باستخدام تعبيراتهم الخاصة لشرح السبب وراء اعتبار المسافة من نقطة إلى مستقيم هي طول القطعة المستقيمة المتعامدة التي تمتد من النقطة حتى هذا المستقيم. ثم أرفع الملفات الصوتية على موقع الويب الخاص بالصف الدراسي.

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

يعني التعبير "على نفس المسافة" أن المسافة المقيسة بين مستقيمين بطول أي مستقيم متعامد على كلا المستقيمين تكون واحدة دائمًا. في **المثال 3**، سيعمل الطلاب على إيجاد المسافة بين مستقيمات متوازية جبريًا.

مثال إضافي

3 أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b باستخدام المعادلتين $y = 2x + 3$ و $y = 2x - 1$. بالترتيب.

حوالي 1.79 وحدة

إرشاد للمعلمين الجدد

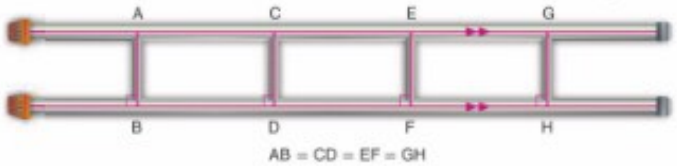
روابط من الحياة اليومية كلّف الطلاب بتحديد طريق مستقيم داخل حديقة أو ملعب أو حقل. ويجب عليهم تصوّر أي نقطة في الحديقة لا تقع على الطريق. وافتراض ذهابهم من هذه النقطة مباشرةً إلى الطريق. ثمّ عليهم إثبات أنّ انتقالهم إلى الطريق تمّ بشكلٍ متعامد عليه.

تمرين موجّه

2. المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين في $(1, 2)$ و $(5, 4)$. فأنشئ خطًا عموديًا على ℓ ويمر عبر $P(1, 7)$. ثم أوجد المسافة من P إلى ℓ. $\sqrt{20} \approx 4.47$

2 المسافة بين المستقيمات المتوازية

حسب التعريف، فالمستقيمات المتوازية لا تتقاطع. ويذكر تعريف بديل أن مستقيمين في مستوى يكونان متوازيين إذا كانا على **مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان**. وعلى مسافة واحدة تعني أن المسافة بين مستقيمين مقيسين بامتداد مستقيم عمودي على المستقيمين هي نفسها دائمًا.

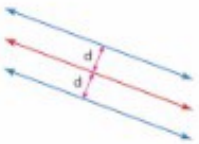


$AB = CD = EF = GH$

وهذا يؤدي إلى تعريف المسافة بين مستقيمين متوازيين.

المفهوم الأساسي المسافة بين المستقيمات المتوازية

المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

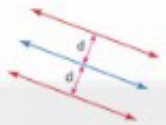


تذكّر من الدرس 1-10 أن المحل الهندسي هو مجموع كل النقاط التي تحقق شرطًا معطى. والمستقيمات المتوازية يمكن وصفها على أنها المحل الهندسي لنقاط في مستوى على مسافة واحدة من مستقيم معطى.

نصيحة دراسية

المحل الهندسي للنقاط على مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين

على العكس، المحل الهندسي للنقاط في مستوى وعلى مسافة واحدة من مستقيمين متوازيين هو مستقيم ثالث متوازٍ مع المستقيمين المتوازيين ومتمركز بينهما.



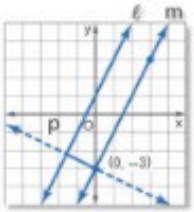
النظرية 11.9 مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث

في مستوى، إذا كان مستقيمان على مسافة واحدة من مستقيم ثالث، فإن المستقيمين متوازيان.

سوف تثبت النظرية 11.9 في التمرين 30.

مثال 3 المسافة بين المستقيمات المتوازية

أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين ℓ و m باستخدام المعادلتين $y = 2x + 1$ و $y = 2x - 3$ على الترتيب.



سنحتاج إلى حل نظام معادلات لإيجاد النقطتين الطرفيتين لقطعة مستقيمة عمودية على كل من ℓ و m. ومن معادلتيهما، نعرف أن ميل المستقيم ℓ والمستقيم m هو 2.

ارسم المستقيم p المار عبر التقاطع مع المحور y للمستقيم m $(0, -3)$. والعمودي على المستقيمين m و ℓ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

688 | الدرس 6-11 | المتعامدات والمسافة

الخطوة 1 اكتب معادلة للمستقيم p. مع العلم أن ميل p هو المعكوس الضربي المقابل لـ 2، أو $-\frac{1}{2}$. استخدم التقاطع مع المحور y للمستقيم m، والنقطة $(0, -3)$. يوصفها إحدى النقطتين الطرفيتين للقطعة المستقيمة العمودية.

$(y - y_1) = m(x - x_1)$ صيغة الميل والنقطة

$[y - (-3)] = -\frac{1}{2}(x - 0)$ $x_1 = 0$ و $y_1 = -3$ و $m = -\frac{1}{2}$

$y + 3 = -\frac{1}{2}x$ بسّط.

$y = -\frac{1}{2}x - 3$ اطرح 3 من كل طرف.

الخطوة 2 استخدم نظام معادلات لتحديد نقطة تقاطع المستقيمين ℓ و p.

ℓ: $y = 2x + 1$

p: $y = -\frac{1}{2}x - 3$

$2x + 1 = -\frac{1}{2}x - 3$ عوّض $2x + 1$ من y في المعادلة الثانية.

$2x + \frac{1}{2}x = -3 - 1$ اجمع الحدود المتشابهة في كل طرف.

$\frac{5}{2}x = -4$ بسّط.

$x = -\frac{8}{5}$ اضرب كل طرف في $\frac{2}{5}$.

$y = -\frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right) - 3$ عوّض $-\frac{8}{5}$ من x في معادلة p.

$= -\frac{11}{5}$ بسّط.

نقطة التقاطع هي $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{11}{5}\right)$ أو $(-1.6, -2.2)$.

الخطوة 3 استخدم قانون المسافة لتحديد المسافة بين $(0, -3)$ و $(-1.6, -2.2)$.

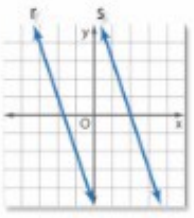
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة

$= \sqrt{(-1.6 - 0)^2 + [-2.2 - (-3)]^2}$ $x_2 = -1.6$ و $x_1 = 0$ و $y_2 = -2.2$ و $y_1 = -3$

≈ 1.8 بسّط باستخدام حاسبة.

المسافة بين المستقيمين تبلغ حوالي 1.8 وحدة.

تمرين موجّه



3A. أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين r و s اللذين معادلتاهما $y = -3x - 5$ و $y = -3x + 6$ على الترتيب. $\sqrt{12.1} \approx 3.48$

3B. أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين a و b اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$ و $x + 3y = -14$ على الترتيب. $\sqrt{40} \approx 6.32$

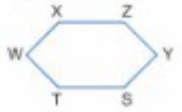
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

689

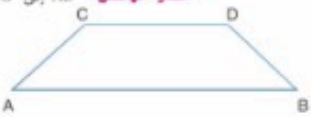
التحقق من فهمك

مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها.

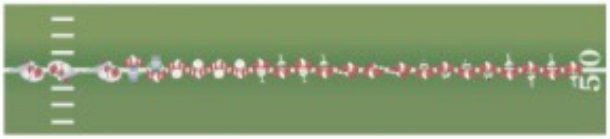
1. Y إلى $\overleftrightarrow{TS}$ **انظر الهامش.**



2. C إلى $\overline{AB}$ **انظر الهامش.**



3. **البنية** بعد تكوين صف. يستدير كل عضو يحمل عددًا زوجيًا من فرقة موسيقية ليواجه الطرف الأيمن من الملعب ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. وفي الوقت نفسه، يستدير كل عضو يحمل عددًا فرديًا نحو الاتجاه المقابل ويسير 5 خطوات للأمام مباشرة. ويفرض أن كل عضو في الفرقة يغطي المسافة نفسها. فأي شكل سينتج؟ برر إجابتك.



مثال 2 **الهندسة الإحداثية** أوجد المسافة من P إلى ℓ.

4. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(4, 3)$ و $(-2, 0)$، والنقطة P لها إحداثيات $(3, 10)$. **وحدات $3\sqrt{5}$**

5. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-6, 1)$ و $(-4, 9)$، والنقطة P لها إحداثيات $(4, 1)$. **وحدات $\sqrt{10}$**

6. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(4, 18)$ و $(-2, 9)$، والنقطة P لها إحداثيات $(-9, 5)$. **وحدات $\sqrt{13}$**

مثال 3 أوجد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.

7. $y = -2x + 4$ و $y = -2x + 14$ **وحدات $2\sqrt{5}$**

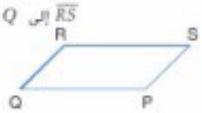
8. $y = 7$ و $y = -3$ **وحدات 10**

9. **يجب أن يكون الشكل عبارة عن مستقيمين متوازيين، ومتوازيين أيضًا مع خط منتصف الملعب؛ لكل أعضاء الفرقة مستقيمين على مسافة واحدة من خط منتصف الملعب. إذًا حسب النظرية 3.9، سيكون المستقيمان المُتكوّنان متوازيين.**

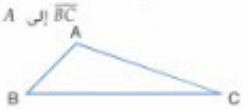
التمرين وحل المسائل

مثال 1 انسخ كل شكل. أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها. **12–9 انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

9. Q إلى $\overline{RS}$



10. A إلى $\overline{BC}$



11. H إلى $\overline{FG}$

12. K إلى $\overline{LM}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 8-1 للتحقق من استيعاب الطلاب.

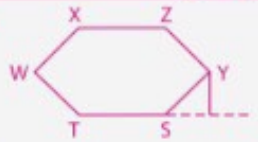
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

ملاحظات لحل التمرين

فرجار ومسطرة تقويم تتطلب التمارين من 9 إلى 12 استخدام فرجار ومسطرة تقويم. بالإضافة إلى ذلك، قد يحتاج الطلاب إلى استخدام ورق صغير الحجم أو ورق شفاف لنسخ الأشكال الموجودة في هذه التمارين.

إجابات إضافية

1.



2.

30. **المعطيات:** ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m.

المطلوب: إثبات أنّ $n \parallel \ell$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. ℓ على نفس المسافة من m، و n على نفس المسافة من m. (مُعطى)
2. $m \parallel n$ و $\ell \parallel m$ (تعريف المسافة المتساوية)
3. ميل ℓ = ميل m (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)
   ميل m = ميل n
4. ميل ℓ = ميل n (بالتعويض)
5. $n \parallel \ell$ (تعريف توازي المستقيمات $\parallel$)

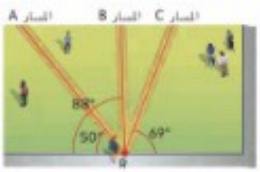
34. تستطيع نجاة قياس المسافة العمودية بين الملصقات في مكانين مختلفين كما هو موضّح. وإذا كانت هذه المسافات متساوية، فحينها ستكون الملصقات متوازية.

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار اليومين	
AL مبتدئ	9-29, 41, 42, 44-64	9-29, فردي, 48-51	10-28, زوجي, 41, 42, 47-44, 64-52
OL أساسي	9-33, فردي, 34-42, 44-64	9-29, 48-51	30-42, 44-47, 52-64
BL متقدم	30-59, (اختياري: 60-64)		

13. **ممرات السيارات** في الرسم التخطيطي على اليسار، هل ممر السيارات الموضح هو أقصر ممر محتمل من المنزل إلى الطريق ؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.

لا؛ ممر السيارات العمودي على الطريق سيكون الأقصر. والزاوية التي يشكلها ممر السيارات مع الطريق أقل من 90° . لذا فهو ليس أقصر ممر سيارات محتمل.



14. **تمثيل النماذج** تعتبر تمرين الفناء الموجود أمام مدرستها. وثمة ثلاثة مسارات موضحة في الرسم التخطيطي على اليسار. فأيّ من المسارات الثلاثة الموضحة هو الأقصر؟ اشرح استنتاجك.

المسار B ؛ ستكون أقصر مسافة محتملة هي المسافة العمودية من أحد طرفي الفناء إلى الطرف الآخر. وبما أن المسار B هو الأقرب للزاوية 90°، فهو الأقصر بين المسارات الثلاثة الموضحة.

مثال 2 **الهندسة الإحداثية** أوجد المسافة من P إلى ℓ.

15. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(0, -3)$ و $(4, 7)$، والنقطة P لها إحداثيات $(3, 4)$. **وحدتان $\sqrt{2}$**

16. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(11, -1)$ و $(-3, -11)$، والنقطة P لها إحداثيات $(1, -1)$. **وحدة $\sqrt{74}$**

17. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-2, 1)$ و $(4, 1)$، والنقطة P لها إحداثيات $(5, 7)$. **6 وحدات**

18. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-1, 4)$ و $(4, 9)$، والنقطة P لها إحداثيات $(1, 6)$. **3 وحدات**

19. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(1, 5)$ و $(4, -4)$، والنقطة P لها إحداثيات $(-1, 1)$. **وحدات $\sqrt{10}$**

20. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(-8, 1)$ و $(3, 1)$، والنقطة P لها إحداثيات $(-2, 4)$. **3 وحدات**

مثال 3 **أوجد المسافة بين كل زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام المعادلات المعطاة.**

21. $y = -2$, $y = 4$ **6 وحدات**

22. $x = 3$, $x = 7$ **4 وحدات**

23. $y = 5x - 22$, $y = 5x + 4$ **وحدة $\sqrt{26}$**

24. $y = \frac{1}{3}x - 3$, $y = \frac{1}{3}x + 2$ **وحدات $1.5\sqrt{10}$**

25. $x = 8.5$, $x = -12.5$ **21 وحدة**

26. $y = 15$, $y = -4$ **19 وحدة**

27. $y = \frac{1}{4}x + 2$, $4y - x = -60$ **وحدة $4\sqrt{17}$**

28. $3x + y = 3$, $y + 17 = -3x$ **وحدات $2\sqrt{10}$**

29. $y = -\frac{5}{4}x + 3.5$, $4y + 10.6 = -5x$ **وحدات $\sqrt{14.76}$**

30. **البرهان** اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 11.9 . **انظر الهامش.**

أوجد المسافة من المستقيم إلى النقطة المعطاة.

31. $y = -3$, $(5, 2)$ **5 وحدات**

32. $y = \frac{1}{6}x + 6$, $(-6, 5)$ **0 وحدات**

33. $x = 4$, $(-2, 5)$ **6 وحدات**

34. **مُلصقات** تُعلّق نجاة ملصقين على الحائط في غرفتها كما هو موضح. فكيف يمكن لنجاة استخدام المسافات العمودية لتأكيد أن الملصقين متوازيان؟ **انظر الهامش.**

محقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

691

التمثيلات المتعددة

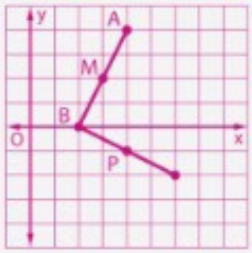
في التمرين 39. يستخدم الطلاب رسمًا هندسيًا ووصفًا لفظيًا لاستكشاف مساحة المثلثات الناتجة عن النقاط الواقعة على مستقيمات متوازية.

إجابات إضافية

35. يستطيع أن يستنتج أنّ الضلعين الأيمن والأيسر للوحة الإعلانات غير متوازيين، لأنّ المسافة العمودية بين أحد المستقيمات وأي نقطة على المستقيم الآخر لا بد أن تكون متساوية وتكون واحدة من أي مكان على المستقيمين حتى يكون المستقيمان متوازيين.

36. المستقيمان متعامدان، وميل ℓ يساوي -1 وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1، وبما أنّ الميول هي معكوسات ضربية سالبة، فالمستقيمان متعامدان.

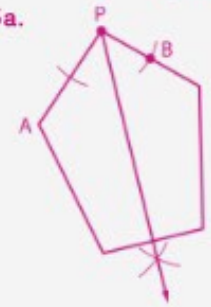
38a.



43. $a = \pm 1;\ y = \frac{1}{2}x + 6$ و

$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ أو $y = -\frac{1}{2}x + 6$ و $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

45a.



35 روح الدعم بالمدارس تزين عيسى لوحة إعلانات في رواق المدرسة لعرض صور لطلاب يُظهرون روح الدعم بالمدرسة. ويقطع طولاً واحدًا من الطرف ليتوافق مع عرض الطرف العلوي من اللوحة. ثم يستخدم هذا الشريط المقطوع كقالب لقطع شريط ثانٍ تمامًا بنفس الطول من أجل الطرف السفلي.

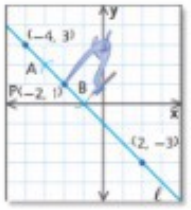
وعند تعليق الطرف السفلي في مكانه، لاحظ أن الشريط الذي قطعه أقصر بقرابة نصف سنتيمتر. فصف ما الذي يمكنه استنتاجه بشأن لوحة الإعلانات. اشرح استنتاجك. **انظر الهامش.**

الإنشاء المستقيم ℓ يحتوي على نقطتين عند $(-4, 3)$ و $(-2, 1)$. وتقع النقطة P على الإحداثي $(-2, 1)$ على المستقيم ℓ. أكمل الشكل التالي.

الخطوة 1

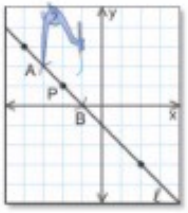
مثّل بيانيًا المستقيم ℓ والنقطة P.

ضع المنقلة عند النقطة P. وباستخدام وضعية الفرجار نفسها، ارسم أقواسًا على يسار ويمين النقطة P. وسمّ هاتين النقطتين A و B.



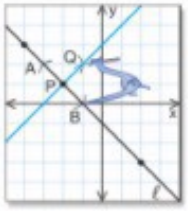
الخطوة 2

افتح الفرجار على وضعية أكبر من AP، وضع الفرجار عند النقطة A وارسم قوسًا فوق المستقيم ℓ.



الخطوة 3

باستخدام وضعية الفرجار نفسها، ضع الفرجار عند النقطة B وارسم قوسًا فوق المستقيم ℓ. وسمّ نقطة التقاطع Q. ثم ارسم $\overleftrightarrow{PQ}$.



36. ما العلاقة بين المستقيم ℓ و $\overleftrightarrow{PQ}$؟ تحقق من تخمينك باستخدام ميل المستقيمين. **انظر الهامش.**

37. كرر الشكل أعلاه باستخدام مستقيم مختلف ونقطة على ذلك المستقيم. **راجع عمل الطلاب.**

38. الاستنتاج المنطقي $\overline{AB}$ لها ميل بقيمة 2 ونقطة منتصف $M(3, 2)$. والقطعة المستقيمة العمودية على $\overline{AB}$ لها نقطة منتصف $P(4, -1)$ وتشترك في نقطة طرفية B مع $\overline{AB}$.

a. مثّل بيانيًا القطعتين المستقيمتين. **انظر الهامش.**

b. أوجد إحداثيات النقطة A والنقطة B. $A(4, 4), B(2, 0)$

C

39. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سنستكشف مساحات المثلثات المتشكلة بواسطة نقاط على مستقيمات متوازية.

a. هندسيًا ارسم مستقيمين متوازيين وسمّيهما كما هو موضح. **راجع عمل الطلاب.**

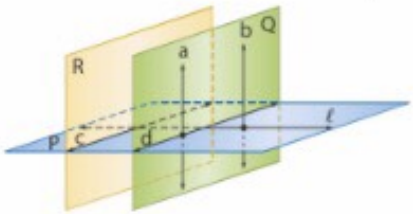
39b. ضع النقطة C في أي مكان على المستقيم m. فمساحة المثلث هي $\frac{1}{2}$ ارتفاع المثلث مضروبًا في طول قاعدته. تظل الأعداد ثابتة بغض النظر عن مكان النقطة C على المستقيم m.

b. لفظيًا أين ستضع النقطة C على المستقيم m لضمان أن المثلث ABC ستكون له أكبر مساحة؟ اشرح استنتاجك.

c. تحليليًا إذا كان $AB = 11$ سنتيمترًا، فما المساحة القصوى للمثلث $\triangle ABC$؟ **16.5 سم^2**

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40. التعامدية والمستويات اصنع نسخة من الرسم التخطيطي أدناه للإجابة عن كل سؤال. مع وضع علامات على الرسم التخطيطي باستخدام المعلومات المعطاة.



a. إذا كان مستقيمان عموديين على المستوى نفسه، فهما متحدا المستوى. وإذا كان كلّ من المستقيم a و المستقيم b عموديين على المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **المستقيمان a و b متحدا المستوى.**

b. إذا قطع مستوى مستويين متوازيين، فإن التقاطعات تُشكل مستقيمين متوازيين. وإذا كان المستويان R و Q متوازيين وقطعا المستوى P، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **$c \parallel d$**

c. إذا كان مستويان عموديين على المستقيم ذاته، فهما إذًا متوازيان. وإذا كان كلا المستويين Q و R عموديين على المستقيم ℓ، فماذا ينبغي أن يكون صحيحًا أيضًا؟ **$R \parallel Q$**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

41. حسام: المسافة بين النقطتين A و C هي 1.2 cm. والمسافة بين النقطتين B و D هي 1.35 cm. وبما أن المستقيمين ليسا على مسافة واحدة من بعضهما البعض من كل مكان، فسوف يتقاطع المستقيمان في النهاية إذا تم تمديدهما.

41. تحليل الخطأ يرسم عبدان القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ الموضحتين أدناه باستخدام مسطرة عدلة. ويزعم أن هذين المستقيمين، إذا تم تمديدهما، فلن يتقاطعا أبدًا. ويزعم حسام أنهما سيتقاطعان. فهل أيّ منهما محق؟ برر إجابتك.

42. تحدٍّ صف الحل الهندسي للنقاط التي على مسافة واحدة من مستقيمين متقاطعين، وارسم مثالاً. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

43. تحدٍّ لنفترض أن مستقيمًا عموديًا على زوج من المستقيمات المتوازية يقطع المستقيمين عند النقطتين $(a, 4)$ و $(0, 6)$. فإذا كانت المسافة بين المستقيمين المتوازيين هي $\sqrt{5}$، فأوجد قيمة a ومعادلات المستقيمين المتوازيين. **انظر الهامش.**

44. الاستنتاج حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة مطلقًا. اشرح. يمكن إيجاد المسافة بين مستقيم ومستوى. **أحيانًا؛ لا يمكن إيجاد المسافة إلا في حالة ما إذا كان المستقيم متوازيًا مع المستوى.**

45. مسألة غير محددة الإجابة ارسم مضلعًا خماسيًا غير منتظم باستخدام مسطرة عدلة. **a–c. انظر الهامش.**

a. استخدم فرجارًا ومسطرة عدلة لإنشاء مستقيم بين رأس وضلع مقابل لهذه الرأس.

b. استخدم الفياس لتبرير أن المستقيم المُنشأ عموديٌ على الضلع المختار.

c. استخدم صيغ الرياضيات لتبرير هذا الاستنتاج.

46. الاستنتاج المنطقي أعد كتابة النظرية 11.9 بدلالة أن مستويين يقعان على مسافة واحدة من مستوى ثالث. ارسم مثالاً. **انظر الهامش.**

47. الكتابة في الرياضيات لخّص الخطوات اللازمة لإيجاد المسافة بين زوج من المستقيمات المتوازية باستخدام معادلات المستقيمين المعطاة. **انظر الهامش.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز BL

المتعلمون أصحاب النمط المنطقي كلّف الطلاب بإثبات أنه إذا تقاطع مستويان متوازيان مع مستوى ثالث، فإنّ المستقيمات القاطعة تكون متوازية. واطلب منهم الرجوع إلى الرسم التوضيحي في التمرين 40. وعلى الطلاب أن يدركوا أن المستوى الثالث يتقاطع مع المستويين المتوازيين في مستقيم. ولأن المعطيات تقول إنّ المستويين متوازيان، فأي زوج من المستقيمات الناشئة عن تقاطع مستوى ثالث ستكون متوازية أيضًا.

انتبه!

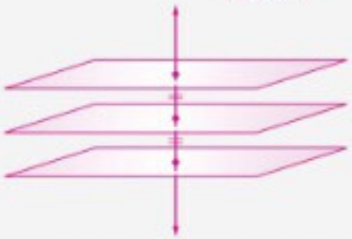
تحليل الخطأ في التمرين 41، يجب أن يدرك الطلاب أنّ المستقيمين لا يتوازيان إلّا في حالة تحقيق مسلّمة المسافة بين مستقيمين متوازيين. كلّف الطلاب بقياس المسافة العمودية بين المستقيمين من عدة مواضع. وتختلف هذه القياسات قليلاً، ولذا فالمستقيمان غير متوازيين. إذًا، حسام على صواب.

إجابات إضافية

45b. الإجابة النموذجية: باستخدام المنقلة، ستجد أنّ قياس الزاوية الناتجة يساوي 90. إذًا، المستقيم المُنشأ من الرأس P عمودي على الضلع غير المتجاور المُختار.

45c. الإجابة النموذجية: تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء النقطتين A و B. بعد ذلك، تمّ استخدام نفس وضعية الفرجار لإنشاء المستقيم المتعامد على الضلع المُختار. ولأن وضعية الفرجار كانت على نفس المسافة في كلتا الخطوتين، تمّ إنشاء مستقيم متعامد.

46. إذا كان كل مستوى من مستويين على مسافة واحدة من مستوى ثالث، فحينها يكون المستويان متوازيين.



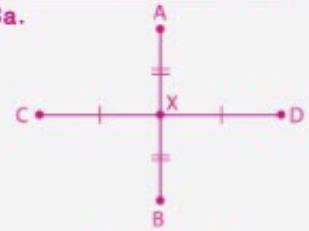
47. الإجابة النموذجية: أولاً يتم إيجاد المستقيم المتعامد على المستقيمين المتوازيين. بعد ذلك، يتم إيجاد نقطة التقاطع بين المستقيم المتعامد والمستقيم الذي لم يُستخدَم في الخطوة الأولى. وأخيرًا، يتم استخدام صيغة المسافة لتحديد المسافة بين نقطتي التقاطع. وهذه القيمة تساوي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

4 التقويم

تعيين مصطلح الرياضيات يجب على كل طالب أن يعيّن نقطةً على ورقة ويضع مسطرة على نفس الورقة لكي تمثّل مستقيمًا. ثم عليهم بعد ذلك أن يكتبوا تعليمات خاصة بطريقة إيجاد المسافة من النقطة إلى المستقيم (المسطرة). ويجب على الطلاب قياس المسافة وتعليل إجاباتهم.

إجابات إضافية

48a.



52. ميل a: $m = \frac{(-4-2)}{(1+3)} = -\frac{3}{2}$،

ميل b: $m = \frac{(-1-2)}{(5-3)} = -\frac{3}{2}$،

وبما أن الميول متساوية. إذًا $a \parallel b$.

57. المعطيات: $AB = BC$

المطلوب إثباته: $AC = 2BC$

العبارات (المبررات)

1. $AB = BC$ (مُعطى)
2. $AC = AB + BC$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)
3. $AC = BC + BC$ (بالتعويض)
4. $AC = 2BC$ (بالتعويض)

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}$, $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$, $\overline{HJ} \cong \overline{KL}$

المطلوب إثباته: $\overline{JK} \cong \overline{GH}$

العبارات (المبررات)

1. $\overline{HJ} \cong \overline{KL}, \overline{KL} \cong \overline{JK}$ (مُعطى)
2. $\overline{HJ} \cong \overline{JK}$ (خاصية التعدي في التطابق)
3. $\overline{GH} \cong \overline{HJ}$ (مُعطى)
4. $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ (خاصية التعدي في التطابق)
5. $\overline{JK} \cong \overline{GH}$ (خاصية التماثل في التطابق)

تمرين على الاختبار المعياري

48. إجابة موسعة القطعة المستقيمة AB عمودية على القطعة المستقيمة CD. والقطعة المستقيمة AB والقطعة المستقيمة CD ينصفان بعضهما عند النقطة X.

a. انظر الهامش.

a. ارسم شكلاً لتمثيل المسألة.

b. أوجد CD إذا كان $AB = 12$ و $\overline{BD}$ 10

c. أوجد CD إذا كان $AB = 24$ و $\overline{BD}$ 51

49. متنزه المدينة مربع الشكل ومساحته 81,000 متر مربع. فأيّ مما يلي هو الأقرب لطول أحد أضلاع شكل المتنزه؟ **C**

A 100 m
B 200 m
C 300 m
D 400 m

50. الجبر اشترى حسن كنزة صوفية كان عليها تخفيض بنسبة 25% من السعر الأصلي وتخفيض آخر بنسبة 40% من السعر المخفّض. فإذا كانت الكنزة تكلف في الأصل AED 48. فماذا كان السعر النهائي للكنزة؟ **G**

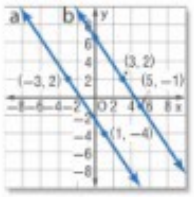
F AED 14.40
G AED 21.60
H AED 31.20
J AED 36.00

51. SAT/ACT يعد تقسيم عدد N من قطع البسكويت بالتساوي بين 8 أطفال، يفيت 3 قطع. فكم سيكون عدد القطع المتبقية إذا قُسّم عدد $(N + 6)$ من قطع البسكويت بالتساوي بين الأطفال الثمانية؟ **B**

A 0
B 1
C 2
D 4
E 6

مراجعة شاملة

52. ارجع إلى الشكل على اليسار. وحدد ما إذا كان $a \parallel b$ ترر إجابتك. انظر الهامش.



اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يحتوي على النقطة المعطاة.

53. m: $\frac{1}{4}$, $(3, -1)$ $y + 1 = \frac{1}{4}(x - 3)$

54. m: 0, $(-2, 6)$ $y - 6 = 0$

55. m: -1, $(-2, 3)$ $y - 3 = -(x + 2)$

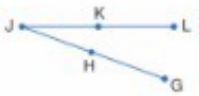
56. m: -2, $(-6, -7)$ $y + 7 = -2(x + 6)$

أثبت ما يلي.

57. إذا كان $AB = BC$ فإن $AC = 2BC$ **انظر الهامش.**

58. المعطيات: $\overline{JK} \cong \overline{KL}$, $\overline{HJ} \cong \overline{GH}$, $\overline{KL} \cong \overline{HJ}$ **انظر الهامش.**

المطلوب: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$



مراجعة المهارات

استخدم قانون المسافة لإيجاد المسافة بين كل زوج من النقاط.

59. $A(0, 0)$, $B(15, 20)$ **25**

60. $O(-12, 0)$, $P(-8, 3)$ **5**

61. $C(11, -12)$, $D(6, 2)$ $\sqrt{221} \approx 14.9$

62. $R(-2, 3)$, $S(3, 15)$ **13**

63. $M(1, -2)$, $N(9, 13)$ **17**

64. $Q(-12, 2)$, $T(-9, 6)$ **5**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

التقاطع

- عندما يقطع قاطع مستقيمين. فتتكون الأنواع التالية من الزوايا: خارجية. وداخلية. وداخلية متتالية. وداخلية متبادلة. وخارجية متبادلة. ومتناظرة.
- إذا قُطع مستقيمان متوازيان بواسطة قاطع. فإن:
  - كل زوج من الزوايا المتناظرة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة يكون متطابقًا
  - كل زوج من الزوايا الداخلية المتتالية يكون متكاملاً
  - كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة يكون متطابقًا

الميل

- الميل m الخاص بمستقيم يحتوي على نقطتين بإحداثيات (x_1, y_1) و (x_2, y_2) هو $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. حيث $x_1 \neq x_2$.

إثبات توازي المستقيمات

- إذا قُطع مستقيمان في مستوى بواسطة قاطع بحيث يكون أيّ مما يلي صحيحًا. فإن المستقيمين متوازيان.
  - زوج من الزوايا المتناظرة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتبادلة متطابق. أو
  - زوج من الزوايا الداخلية المتتالية متكامل
  - في مستوى. إذا تعامد مستقيمان على المستقيم نفسه. فإنهما متوازيان.

المسافة

- المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من هذه النقطة.
- المسافة بين مستقيمين متوازيين هي المسافة العمودية بين أحد المستقيمين وأي نقطة على المستقيم الآخر.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدرجة في المطوية.

المفردات الأساسية

زوايا خارجية متبادلة alternate exterior angles

زوايا داخلية متبادلة alternate interior angles

زوايا داخلية متتالية consecutive interior angles

زوايا متناظرة corresponding angles

مسافة متساوية equidistant

مستقيمات متوازية parallel lines

مستويات متوازية parallel planes

صيغة نقطة الميل point-slope form

معدل التغير rate of change

مستقيمات متخالفة skew lines

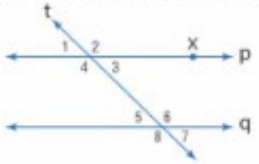
ميل slope

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

قاطع transversal

مراجعة المفردات

اذكر إذا ما كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. فإذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العدد الذي تحته خط لتكوين عبارة صحيحة.



1. إذا كان $\angle 5 \cong \angle 1$. فإن المستقيمين p و q متخالفان. **خاطئة؛ متوازيان**
2. الزاويتان 4 و 6 زاويتان داخليتان متبادلتان. **صواب**
3. الزاويتان 1 و 7 زاويتان خارجيتان متبادلتان. **صواب**
4. إذا كان المستقيمان p و q متوازيين. فإن الزاويتين 3 و 6 متطابقتان. **خاطئة؛ متكاملتان**
5. المسافة من النقطة X إلى المستقيم q هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم q من X. **صواب**
6. المستقيم t يعتبر قاطع المستقيمين p و q. **صواب**
7. إذا كان $q \parallel p$. فإن $\angle 2$ و $\angle 8$ متكاملتان. **خاطئة؛ متطابقتان**
8. الزاويتان 4 و 8 زاويتان متناظرتان. **صواب**

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التقويم التكويني

المفردات الأساسية إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن التمارين من 1 إلى 8. فذكّرهم بأنهم يمكنهم مراجعة الدروس لإنعاش ذاكراتهم بشأن المفردات.

مطويات منظّم الدراسة

مطويات دينا زايك®

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى كل جزء، أو تبويب في مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة. وضح أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة من أجل المذاكرة لاختبار الوحدة.

مراجعة درس بدرس

التدخل التقويمي اليومي إذا كانت الأمثلة المعطاة غير كافية لعرض الموضوعات التي تناولها الأسئلة، فذكر الطلاب بأن مراجع الدروس ترشدهم إلى مكان مراجعة الموضوع في كتبهم المدرسية.

إجابات إضافية

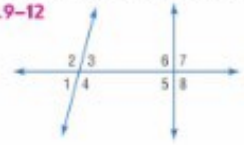
9. متناظرة
10. داخلية متبادلة
11. خارجية متبادلة
12. داخلية متتالية
14. 123؛ نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
15. $\angle 13$; 57 $\cong \angle 5$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 13$ و $\angle 14$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
16. $\angle 14$; 57 $\cong \angle 16$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 9$ و $\angle 16$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
17. $\angle 5$; 123 $\cong \angle 11$ حسب نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة. و $\angle 1 \cong \angle 5$ حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.
18. $\angle 5$; 57 $\cong \angle 1$ حسب نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة. والزاويتان $\angle 4$ و $\angle 5$ تكوّنان زوجًا خطيًا.
19. $\angle 3$; 57 $\cong \angle 1$ حسب مسلّمة الزوايا المتناظرة. والزاويتان $\angle 3$ و $\angle 6$ تكوّنان زوجًا خطيًا.

مراجعة درس بدرس

11-1 المستقيمات المتوازية والمتقاطعات

صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

12–9. انظر الهامش.

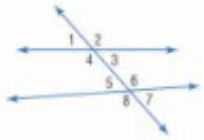


9. $\angle 1$ و $\angle 5$
10. $\angle 4$ و $\angle 6$
11. $\angle 2$ و $\angle 8$
12. $\angle 4$ و $\angle 5$

13. **الجسور** يمتد جسر روبليتج المعلق فوق نهر أوهايو رابطًا مدينة سينسيناتي في ولاية أوهايو بمدينة كوفينجتون بولاية كنتاكي. فصف نوع المستقيمات المتشكلة بواسطة الجسر والنهر. **مستقيمات متخالفة**

مثال 1

ارجع إلى الشكل أدناه. صنّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوج زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو زوايا داخلية متتالية.

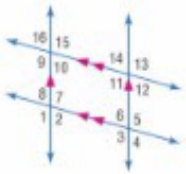


a. $\angle 3$ و $\angle 6$ متتالية داخلية
b. $\angle 2$ و $\angle 6$ متناظرة
c. $\angle 1$ و $\angle 7$ متبادلة خارجية
d. $\angle 3$ و $\angle 5$ متبادلة داخلية

11-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

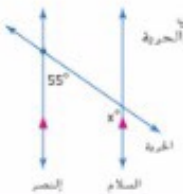
في الشكل، $m\angle 1 = 123$. أوجد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلّمة(مسلمات) أو نظرية (نظريات) قد استخدمتها.

14–19. انظر الهامش.



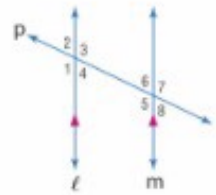
14. $\angle 5$
15. $\angle 14$
16. $\angle 16$
17. $\angle 11$
18. $\angle 4$
19. $\angle 6$

20. **الخرائط** يوضح الرسم التخطيطي تخطيط الشوارع النصر والسلام والحرية فأوجد قيمة x. **125**



مثال 2

الجبر إذا كان $m\angle 5 = 7x - 5$ وكان $m\angle 4 = 2x + 23$، فأوجد x. اشرح استدلالك.



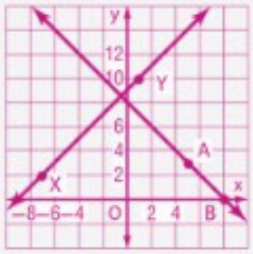
تعريف تكامل الزوايا	$m\angle 4 + m\angle 5 = 180$
التعويض	$(2x + 23) + (7x - 5) = 180$
بسّط.	$9x + 18 = 180$
اطرح.	$9x = 162$
اقسم.	$x = 18$

بما أن المستقيمين ℓ و m متوازيان والزاويتين $\angle 4$ و $\angle 5$ متكاملتان باستخدام نظرية الزوايا الداخلية المتتالية.

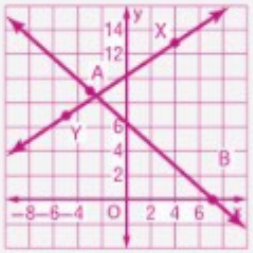
حقوق الطبع والتأليف © تعود لملكيتها لشركة مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابات إضافية

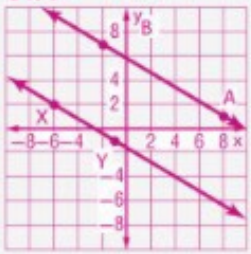
21. متعامدان



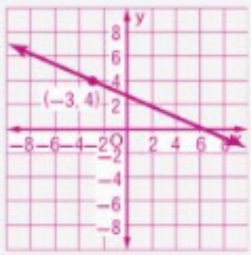
22. ليس أيا منهما



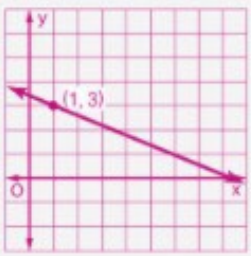
23. متوازيان



24.



25.



11-3 ميول الخطوط المستقيمة

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أم متعامدين أم ليس أيا منهما. مثّل كل مستقيم بيانيًا للتحقق من صحة إجابتك.

21–23. انظر الهامش.

21. $A(5, 3)$, $B(8, 0)$, $X(-7, 2)$, $Y(1, 10)$

22. $A(-3, 9)$, $B(0, 7)$, $X(4, 13)$, $Y(-5, 7)$

23. $A(8, 1)$, $B(-2, 7)$, $X(-6, 2)$, $Y(-1, -1)$

مثّل المستقيم الذي يستوفي كل الشروط بيانيًا.

24. يحتوي على النقطة $(-3, 4)$ ومتوازٍ مع $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(2, 5)$ و $B(9, 2)$

24–25. انظر الهامش.

25. يحتوي على النقطة $(1, 3)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{PQ}$ بالإحداثي $P(4, -6)$ و $Q(6, -1)$

26. الطائرات تطير طائرتا خطوط جوية عابرة للمحيطات على الارتفاع نفسه. وباستخدام صور الأقمار الصناعية، يمكن تحديد موضع الطائرة على مستوى إحداثي. وخدمت الرحلة رقم 815 على النقطة $(23, 17)$ والنقطة $(5, 11)$ بينما خدمت الرحلة رقم 44 على النقطة $(3, 15)$ والنقطة $(9, 17)$. فحدد ما إذا كان مساراهما متوازيين أم متعامدين أم ليس أيا منهما. **متوازيان**

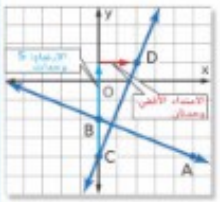
مثال 3

مثّل بيانيًا المستقيم الذي يحتوي على النقطة $C(0, -4)$ وعمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ بالإحداثي $A(5, -4)$ و $B(0, -2)$.

ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{-2-(-4)}{0-5}$ أو $-\frac{2}{5}$.

بما أن $-\frac{2}{5}\left(\frac{5}{2}\right) = -1$، فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{AB}$ الذي يمر عبر C هو $\frac{5}{2}$.

لتمثيل المستقيم بيانيًا، ابدأ عند النقطة C. انتقل لأعلى بمقدار 5 وحدات ثم لليمين بمقدار وحدتين. وسمِّ النقطة D وارسم $\overleftrightarrow{CD}$.



11-4 معادلات الخطوط المستقيمة

اكتب معادلة بصيغة نقطة وميل للمستقيم ذي الميل المعطى الذي يحتوي على النقطة المعطاة.

27. $m = 2$, $(4, -9)$ $y + 9 = 2(x - 4)$

28. $m = -\frac{3}{4}$, $(8, -1)$ $y + 1 = -\frac{3}{4}(x - 8)$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم ذي الميل المعطى والتقاطع مع المحور y.

29. m: 5. التقاطع مع المحور y: -3 $y = 5x - 3$

30. m: $\frac{1}{2}$. التقاطع مع المحور y: 4 $y = \frac{1}{2}x + 4$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم.

31. $(-3, 12)$ و $(15, 0)$ $y = -\frac{2}{3}x + 10$

32. $(-7, 2)$ و $(5, 8)$ $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

33. تنظيف النوافذ تكلف شركة "إيس لخدمة تنظيف النوافذ" مبلغ AED 50 مقابل طلب الحصول على الخدمة و AED 20 مقابل كل ساعة يقضونها في العمل. اكتب معادلة بصيغة الميل والتقاطع تمثل التكلفة الإجمالية C من حيث عدد الساعات h.

$C = 20h + 50$

مثال 4

اكتب معادلة للمستقيم المار عبر النقطة $(2, 5)$ والنقطة $(6, 3)$ بصيغة الميل والتقاطع.

الخطوة 1 أوجد ميل المستقيم المار عبر النقطتين.

قانون الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$x1 = 2$ و $y1 = 5$ و $x2 = 6$ و $y2 = 3$ $= \frac{3-5}{6-2}$

بسّط. $= \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

الخطوة 2 اكتب معادلة للمستقيم.

صيغة الميل والنقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

$m = -\frac{1}{2}$ و $(x1, y1) = (2, 5)$ $y - 5 = -\frac{1}{2}[x - (2)]$

بسّط. $y - 5 = -\frac{1}{2}x + 1$

اجمع 5 على كل طرف. $y = -\frac{1}{2}x + 6$

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

11 دليل الدراسة والمراجعة تابع

11-5 إثبات توازي المستقيمات

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

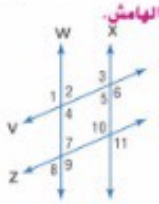
34. $\angle 7 \cong \angle 10$

35. $\angle 2 \cong \angle 10$

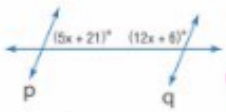
36. $\angle 1 \cong \angle 3$

37. $\angle 3 \cong \angle 11$

34-37. انظر الهامش.



38. أوجد x بحيث يكون $p \parallel q$. حدد المسلمة أو النظرية التي استخدمتها.

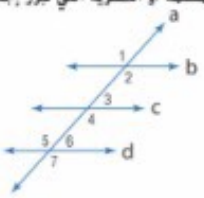


9. معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية ⚠

39. **تنسيق الحدائق** أوجد القياس الضروري لـ $m\angle ADC$ بحيث يجعل $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذا كان $m\angle BAD = 45$. **135**

مثال 5

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.



a. $\angle 1 \cong \angle 7$

$\angle 7$ و $\angle 1$ هما زاويتان داخليتان خارجيتان على المستقيمين b و d.

بما أن $\angle 7 \cong \angle 1$ و $d \parallel b$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة.

b. $\angle 4 \cong \angle 5$

$\angle 4$ و $\angle 5$ هما زاويتان داخليتان متبادلتان على المستقيمين c و d.

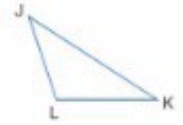
بما أن $\angle 5 \cong \angle 4$ و $c \parallel d$ بناءً على معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة.

11-6 المتعامدات والمسافة

انسخ كل شكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة المشار إليها. 40-42. انظر الهامش.

40. X إلى $\overline{VW}$

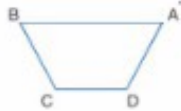
41. L إلى $\overline{VW}$



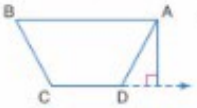
42. **ديكور المنزل** يرغب خالد في تعليق صفين من الصور المؤطرة في خطوط متوازية على جدار غرفة معيشته. في البداية، باعد بين المسامير على الجدار في صورة خط مستقيم للصف العلوي. بعد ذلك، علق خيطًا بثقل لتحديد المسقط الرأسي من كل مسمار وقاس مسافة متساوية أسفل كل مسمار من أجل تحديد الصف الثاني. فلماذا يضمن هذا أن صفي الصور سيكونان متوازيين؟

مثال 6

انسخ الشكل. ارسم القطعة المستقيمة التي تمثل المسافة من النقطة A إلى $\overline{CD}$.



المسافة من مستقيم إلى نقطة ليست على هذا المستقيم هي طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم المار عبر هذه النقطة.



وسّع $\overline{CD}$ وارسم القطعة المستقيمة العمودية على $\overline{CD}$ من A.

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة حقوق الطبع والتأليف © محفوظ

إجابات إضافية

34. $x \parallel w$؛ حسب معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

35. لا شيء

36. $x \parallel w$؛ معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة

37. $z \parallel v$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة

40.

41.

42. يقع الصف الثاني على مسافة متساوية في جميع النقاط من الصف الأوّل.

إجابات إضافية (تمرين على الاختبار)

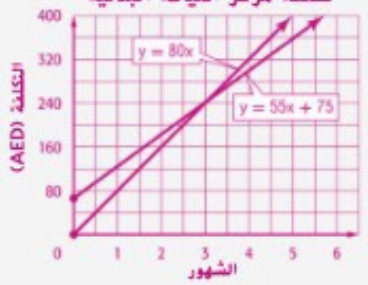
8. 84؛ نظرية الزوايا الداخلية المتتالية

9. 138؛ نظرية الزوايا المتكاملة

10. 42؛ نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة

12a. فيت آن تريم: $y = 80x$. فيت فور لايف: $y = 55x + 75$

تكلفة مركز اللياقة البدنية



12b. لا؛ يتقاطع المستقيمان لأن ميول المستقيمين، 80 و 55، غير متساويين.

12c. يبدو من التمثيل البياني أنه إذا كان حضورك للمركز لأقل من 3 أشهر، فإن "فيت آن تريم" يعرض سعرًا أقل. وإذا كنت تنوي الحضور لمدة تزيد عن 3 أشهر، فمركز "فيت فور لايف" يعرض سعرًا أفضل.

11 تمرين على الاختبار

صنِّف العلاقة بين كل زوج من الزوايا باعتباره زوايا داخلية متبادلة أو خارجية متبادلة أو متناظرة أو داخلية متتالية.

1. $\angle 6$ و $\angle 3$ خارجية متبادلة
2. $\angle 4$ و $\angle 7$
3. $\angle 5$ و $\angle 4$

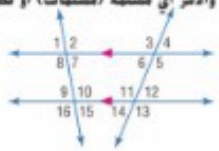
2. داخلية متتالية
3. داخلية متبادلة

حدد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقاط المعطاة. 4. غير محدد

4. $G(8, 1), H(8, -6)$
5. $A(0, 6), B(4, 0)$ $-\frac{3}{2}$
6. $E(6, 3), F(-6, 3)$ 0
7. $B(5, 4), R(8, 1)$ -1

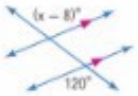
في الشكل، $m\angle 8 = 96$ و $m\angle 12 = 42$. أوجد قياس كل زاوية. واذكر أي مسلمة (مسلمات) أو نظرية(نظريات) استخدمتها.

8. $\angle 9$
9. $\angle 11$
10. $\angle 6$



8-10. انظر الهامش.

11. أوجد قيمة x في الشكل أدناه.



128

12. **اللياقة البدنية** ترغب في الالتحاق بمركز لياقة بدنية. ويكلف مركز "فيت آن ترم" AED 80 لكل شهر. ويكلف مركز "فيت فور لايف" رسم عضوية لمرة واحدة بقيمة AED 75 و AED 55 لكل شهر. a–c. انظر الهامش.
   a. اكتب ومثّل بيانيًا معادلتين بصيغة الميل والمقطع لتمثيل التكلفة y للحضور في كل مركز لياقة بدنية في فترة x شهر/شهور.
   b. هل المستقيمات التي مثلتها بيانيًا في الجزء a متوازية؟ اشرح لماذا أو لماذا لا.
   c. أي مركز لياقة بدنية يقدم السعر الأفضل؟ اشرح.

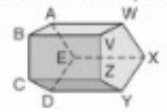
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل مستقيم موصوف.

13. يمر بالنقطة $(-8, 1)$، وعمودي على $y = 2x - 17$ $y = -\frac{1}{2}x - 3$
14. يمر بالنقطة $(0, 7)$، ومتوازٍ مع $y = 4x - 19$ $y = 4x + 7$
15. يمر بالنقطة $(-12, 3)$، وعمودي على $y = -\frac{2}{3}x - 11$ $y = \frac{3}{2}x + 21$

أوجد المسافة بين كل زوج من الخطوط المتوازية ذات المعادلات المعطاة.

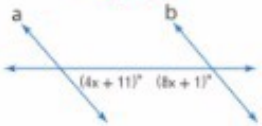
16. $y = x - 11$, $y = x - 7$ $\sqrt{8} \approx 2.8$
17. $y = -2x + 1$, $y = -2x + 16$ $\sqrt{45} \approx 6.7$

18. **الاختيار من متعدد** أي قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{CD}$؟ D



A $\overline{ZY}$
C $\overline{DE}$
B $\overline{AB}$
D $\overline{VZ}$

19. أوجد x بحيث يكون $a \parallel b$. حدد البسلة أو النظرية التي استخدمتها. 14: معكوس نظرية الزوايا الداخلية المتتالية



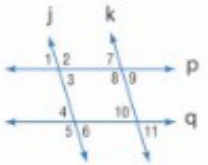
الهندسة الإحداثية أوجد المسافة من P إلى ℓ.

20. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(2, -4)$ و $(-5, 3)$. النقطة P لها الإحداثي $(1, 2)$. $\frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 3.5$
21. المستقيم ℓ يحتوي على النقطتين $(5, 6)$ و $(3, 2)$. النقطة P لها الإحداثي $(2, 6)$. $\frac{6\sqrt{5}}{5} \approx 2.7$

بناءً على المعلومات التالية، حدد أي المستقيمات، إن وجدت، متوازية. اذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.

22-24. انظر الهامش.

22. $\angle 4 \cong \angle 10$
23. $\angle 9 \cong \angle 6$
24. $\angle 7 \cong \angle 11$



25. **الوظائف** يعمل محمود في متجر للهدايا ويأجره AED 10 لكل ساعة بالإضافة إلى عمولة بنسبة 15% على البضاعة التي يبيعها. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع بحيث تمثل ما يكسبه خلال أسبوع إذا باع بضاعة بقيمة AED 550. انظر الهامش.

إجابات إضافية

22. $k \parallel j$؛ معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة
23. لا يمكن إثبات توازي $\parallel$ أي من المستقيمات.
24. $q \parallel p$؛ معكوس نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة
25. $y = 10x + 82.5$، حيث x = عدد ساعات العمل

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

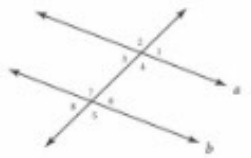
11 تمرين على الاختبار المعياري

تراكمي: الوحدات من 1 إلى 11

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي قدمها المعلم أو في ورقة أخرى.

1. إذا كان $a \parallel b$ في الرسم التخطيطي أدناه. فأيّ مما يلي قد لا يكون صحيحًا؟ D

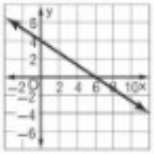


A $\angle 1 \cong \angle 3$
C $\angle 2 \cong \angle 5$
B $\angle 4 \cong \angle 7$
D $\angle 8 \cong \angle 2$

2. في المتحف، تبلغ تكلفة دخول كل طفل AED 5.75 وكل شخص بالغ AED 8.25. فكم تبلغ تكلفة دخول أسرة تتألف من فردين بالغين و 4 أطفال؟ B

A AED 34.50
C AED 44.50
B AED 39.50
D AED 49.50

3. ما ميل المستقيم؟ A



A $-\frac{2}{3}$
C $-\frac{2}{5}$
B $-\frac{1}{2}$
D $-\frac{1}{6}$

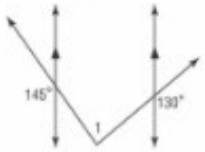
4. المستقيم k يحتوي على نقطتين عند $(4, 1)$ وعند $(-5, -5)$. فأوجد المسافة بين المستقيم k والنقطة $(0, -4)$. G

F 3.3 وحدات
H 4.0 وحدات
G 3.6 وحدات
J 4.2 وحدات

5. ما التمثيل البياني لأي من المعادلات يمر عبر النقطتين $(-1, -3)$ و $(-2, 3)$؟ F

F $y = -6x - 9$
G $y = -\frac{1}{4}x + 3$
H $y = 4x - 5$
J $y = \frac{2}{3}x + 1$

6. ما قيمة $m\angle 1$ في الشكل أدناه؟ F



F 85
H 95
G 90
J 100

7. يدخر راشد المال لشراء جهاز إستيريو سيارة. وقد ادخر مبلغ AED 45. ويمكنه ادخار مبلغ AED 15 كل أسبوع. فإذا كان جهاز الإستيريو الذي يريده بسعر AED 210. فكم أسبوعًا سيستغرق راشد لشراء جهاز الإستيريو؟ B

A 10
C 12
B 11
D 13

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 5 ارسم رسمًا تخطيطيًا يمكنك الاستعانة به في حل المسائل. ارسم مستقيمًا موازيًا ثالثًا يمر عبر رأس الزاوية 1. ثم استخدم خصائص المستقيمات المتوازية والقواطع لحل المسألة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

702 | الوحدة 11 | تمرين على الاختبار المعياري

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

اكتب إجاباتك في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو في ورقة أخرى.

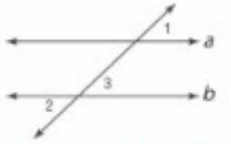
8. **إجابة شبكية** بالنسبة لمستقيم معطى ونقطة ليست على هذا المستقيم. كم عدد المستقيمات الموجودة التي تمر عبر النقطة وتتوازى مع المستقيم المعطى؟ 1

9. **إجابة شبكية** أوجد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين $(-2, -5)$، $(4, 3)$. $4/3$

10. أكمل البرهان.

المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $a \parallel b$



البرهان: 2. الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.

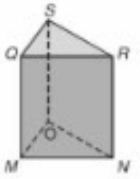
العبارات	المبررات
1. $\angle 1 \cong \angle 2$	1. معطى
2. $\angle 2 \cong \angle 3$	2. ؟
3. $\angle 1 \cong \angle 3$	3. خاصية التعدي
4. $a \parallel b$	4. إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن المستقيمين متوازيان.

11. اكتب تعبيرًا يصف المساحة بالبوصات المربعة لمثلث ارتفاعه $4c^3d^2$ وقاعدته $3cd^4$. $6c^4d^6$

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة.
اكتب الحل هنا.

12. ارجع إلى الشكل لتحديد كل مما يلي.

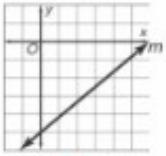


a. كل القطع المستقيمة المتوازية مع $\overline{MQ}$ **القطعتان المستقيمتان NR**

b. كل المستويات المتقاطعة مع المستوى SRN **المستويات QMN و SOM و OMN**

c. قطعة مستقيمة متخالفة مع $\overline{ON}$ **القطعة المستقيمة MQ**

13. استخدم هذا التمثيل البياني للإجابة عن كل سؤال.



a. ما معادلة المستقيم m؟ $y = \frac{5}{6}x - 5$

b. ما ميل المستقيم المتوازي مع المستقيم m؟ $\frac{5}{6}$

c. ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم m؟ $-\frac{6}{5}$

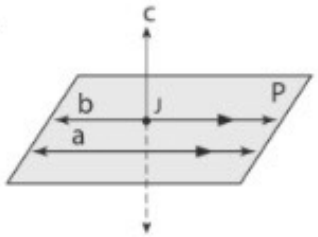
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي

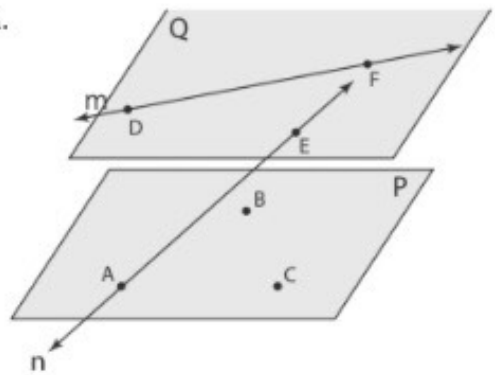
الاستعداد للوحدة 12 عين للطلاب تمارين في الصفحة 705 كواجب منزلي لتقويم مستواهم لمعرفة هل حققوا المهارات المطلوبة للوحدة التالية أم لا.

الدرس 1-11

46.



47a.



50. لا يمكن للمستويات أن تكون متخالفة لأن تعريف المستقيمات المتخالفة ينص على أن هذه المستقيمات يجب ألا تتقاطع ولا تكون مطلقًا في مستوى واحد. ولا يمكن للمستويات المختلفة أن تكون في مستوى واحد، بل هي متوازية أو متقاطعة دائمًا. ولذا، فلا بد للمستقيمات المتخالفة أن تكون في مستويات متوازية أو متقاطعة. ولا يمكن أن تكون في مستويات متخالفة.

الاستكشاف 2-11

1. الزوايا ∠FAC و ∠GAB و ∠JBA و ∠KBD متساوية في القياس. كما أن الزوايا ∠CAG و ∠FAB و ∠ABK و ∠JBD متساوية في القياس.

2. الإجابة النموذجية:

الزاوية	∠FAC	∠CAG	∠GAB	∠FAB	∠JBA	∠ABK	∠KBD	∠JBD
القياس الأول	114	66	114	66	114	66	114	66
القياس الثاني	87	93	87	93	87	93	87	93
القياس الثالث	45	135	45	135	45	135	45	135
القياس الرابع	122	58	122	58	122	58	122	58
القياس الخامس	150	30	150	30	150	30	150	30

3a. زوايا متناظرة: ∠FAC و ∠JBA، و ∠CAG و ∠ABK، و ∠GAB و ∠KBD، و ∠FAB و ∠JBD؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن أزواج الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.

3b. زوايا داخلية متبادلة: ∠FAB و ∠ABK، و ∠GAB و ∠JBA؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

3c. زوايا خارجية متبادلة: ∠FAC و ∠KBD، و ∠CAG و ∠JBD؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الخارجية المتبادلة تكون متطابقة.

3d. زوايا داخلية متتالية: ∠FAB و ∠JBA، و ∠GAB و ∠ABK؛ إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية تكون متطابقة.

4a. الإجابة النموذجية: جميع الزوايا قياسها 90.

4b. الإجابة النموذجية: إذا تم قطع مستقيمين متوازيين بقاطع بحيث يكون متعامدًا على أحد المستقيمين، فإن القاطع يصبح متعامدًا على المستقيم الآخر.

الدرس 2-11 (تمرين موجّه)

1A. 105°؛ مسلّمة الزوايا المتناظرة

1B. 75°؛ ∠2 متكاملة مع ∠1؛ نظرية التكامل

1C. 75°؛ ∠2 ≅ ∠3؛ نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس

الدرس 2-11

23. $y = 117$ ؛ الزوايا المتناظرة متطابقة؛ $x = 51$ زاويتان متكاملتان.

24. $x = 39$ الزوايا المتناظرة متطابقة؛ $y = 41$ زاويتان متكاملتان.

25. $x = 42$ زاويتان متكاملتان.

26. $x = 43$ زاويتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان؛ $y = 18$ زاويتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان.

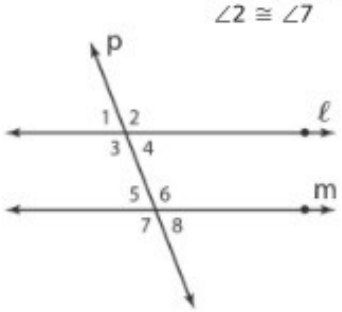
27. $x = 60$ الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة؛ $y = 14$ زاويتان داخليتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان.

28. $x = 70$ زاويتان داخليتان على نفس الجهة من القاطع متكاملتان؛ $y = 33$ الزوايا المتناظرة متطابقة.

34. المعطى: $\ell \parallel m$

المطلوب إثباته: ∠8 ≅ ∠1

∠2 ≅ ∠7



البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $m \parallel \ell$ (معطى)
2. ∠6 ≅ ∠2, ∠5 ≅ ∠1 (مسلّمة الزوايا المتناظرة ⚠)
3. ∠7 ≅ ∠6, ∠8 ≅ ∠5 (نظرية الزوايا المتقابلة بالرأس ⚠)
4. ∠7 ≅ ∠2, ∠8 ≅ ∠1 (خاصية التعدي)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35a. الزوايا زوجية الترقيم متطابقة لأن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

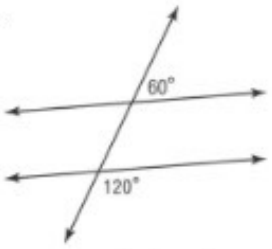
35b. الزوايا فردية الترقيم متطابقة لأن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.

35c. ستكون الزاويتان متتامتين. وإذا تعامد مستقيم على أحد مستقيمين متوازيين، فإنه يكون متعامدًا على المستقيم الآخر. وتكوّن المستقيمات المتعامدة زوايا قائمة.

40. المستقيمان b و c متعامدان. وبما أن الزاويتين 5 و 6 تكوّنان زوجًا خطيًا، إذًا $m\angle 5 + m\angle 6 = 180$. و $\angle 5 \cong \angle 6$، إذًا $m\angle 5 = m\angle 6$. ومن خلال التعويض، تكون $m\angle 5 + m\angle 5 = 180$. إذًا $m\angle 5 = 90$ و $m\angle 6 = 90$. إذًا فالمستقيمان b و c متعامدان. وبما أن القاطع c يكون متعامدًا على المستقيم a والمستقيمان a و b متوازيان، فإن المستقيم c يكون متعامدًا على المستقيم a.

41. في كلتا النظريتين، يتكوّن زوج من الزوايا عندما يمر قاطع عبر مستقيمين متوازيين. ومع ذلك، في نظرية الزوايا الخارجية المتبادلة، يكون كل زوج من الزوايا الخارجية المتبادلة المتكوّنة متطابقًا، بينما يكون كل زوج من الزوايا المتكوّنة متكاملاً في نظرية الزوايا الخارجية المتتالية.

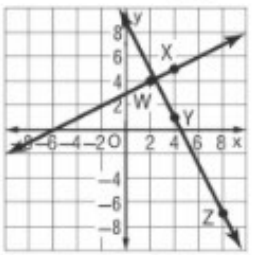
42.



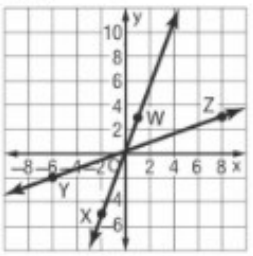
زوايا خارجية متتالية أو زوايا خارجية لنفس الضلع

الصفحات من 662 إلى 665، الدرس 3-11

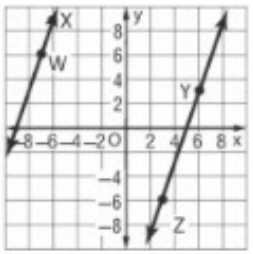
5.



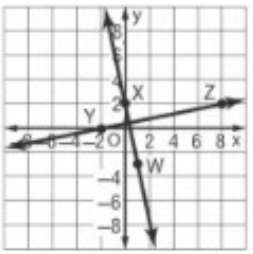
6.



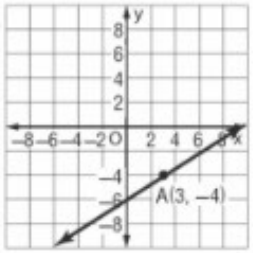
7.



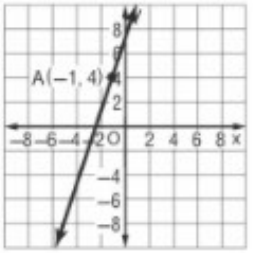
8.



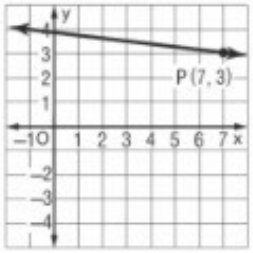
9.



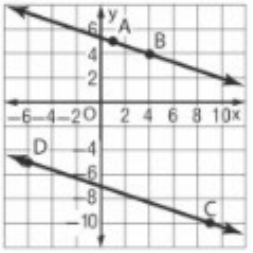
10.



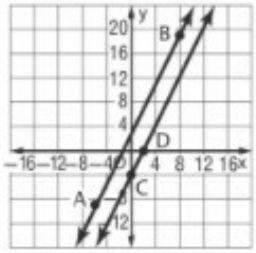
11.



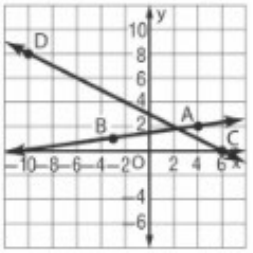
28.



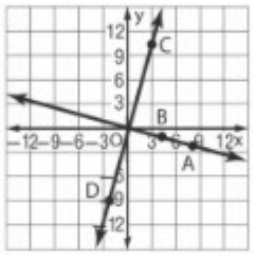
29.



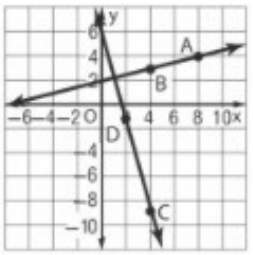
30.



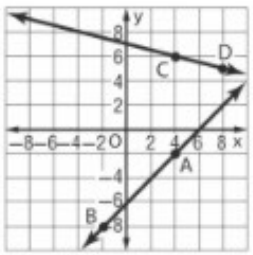
31.



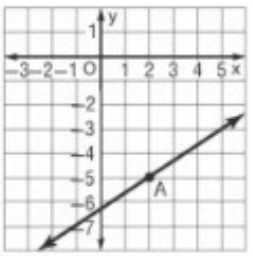
32.



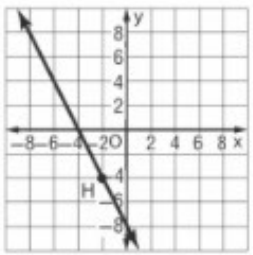
33.



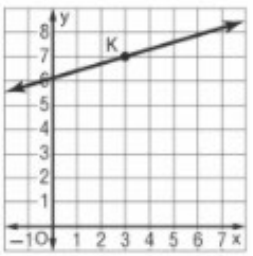
34.



35.

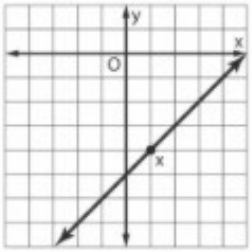


36.

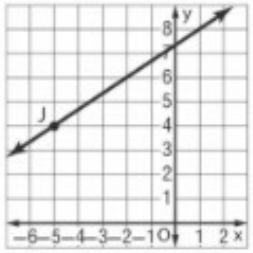


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

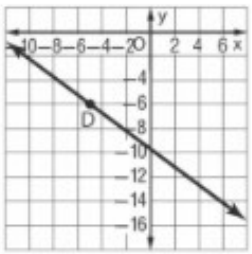
37.



38.

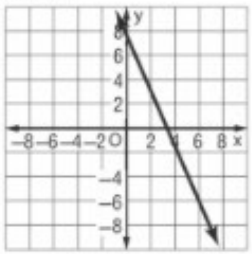


39.

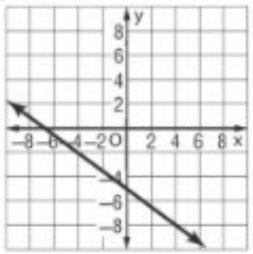


45b.

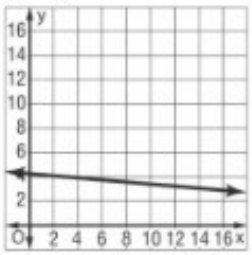
46. $x = 6$;



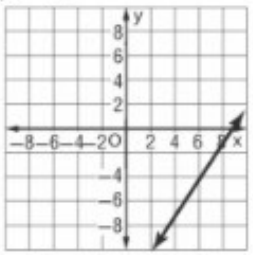
47. $y = -8$;



48. $x = 15$;



49. $y = 0$;



56. الإجابة النموذجية:

المعطى: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

المطلوب إثباته: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

البرهان:

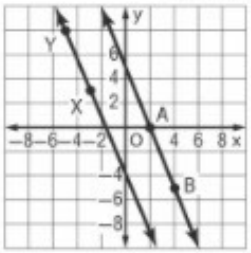
العبارات (المبررات)

1. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (معطى)
2. $m = \frac{-(y_2 - y_1)}{-(x_2 - x_1)}$ (خاصية الضرب)
3. $m = \frac{-y_2 + y_1}{-x_2 + x_1}$ (خاصية التوزيع)
4. $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ (خاصية الجمع والتبديل)

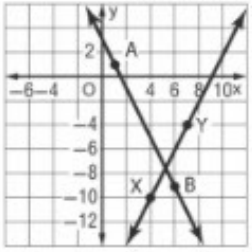
57. الإجابة النموذجية: النقطتان (−3, 4) و (−5, 5) تقعان على نفس المستقيم مثل النقطتين X و Y. والميل بين كل نقطتين يساوي 2−. لإيجاد نقاط إضافية، يمكنك تحديد أي نقطة على المستقيم وطرح 2 من الإحداثي y وإضافة 1 إلى الإحداثي x.

اختبار نصف الوحدة

15. متوازيان:

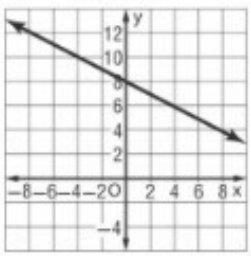


16. ليس أيا منهما:

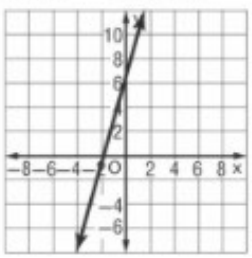


الدرس 4-11 (تمرين موجّه)

1. $y = \frac{1}{2}x + 8$

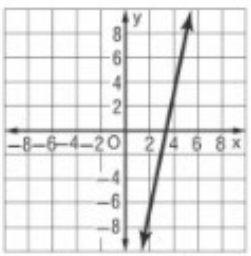


2. $y + 6 = 4(x + 3)$

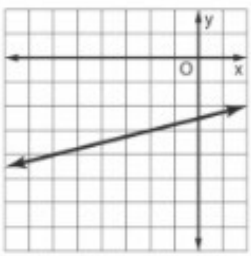


الدرس 4-11

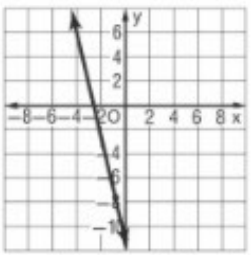
4.



5.



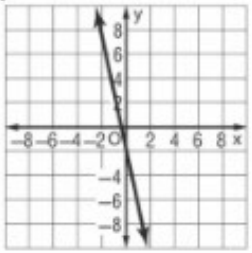
6.



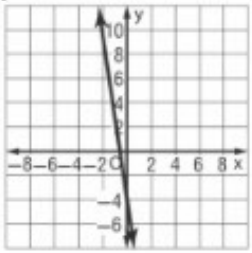
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

12b. تكلفة خدمة الموسيقى

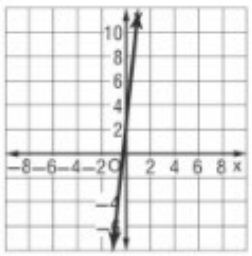
13. $y = -5x - 2$



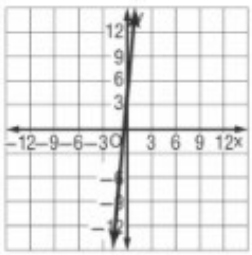
14. $y = -7x - 4$



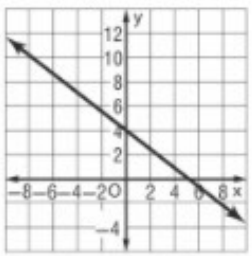
15. $y = 9x + 2$



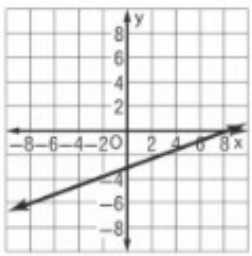
16. $y = 12x + \frac{4}{5}$



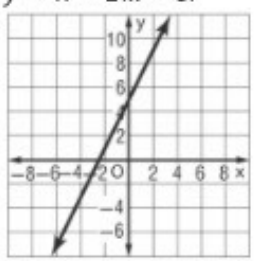
17. $y = -\frac{3}{4}x + 4$



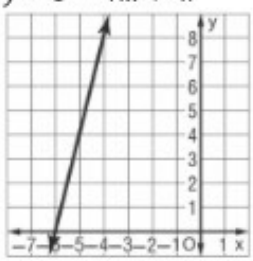
18. $y = \frac{5}{11}x - 3$



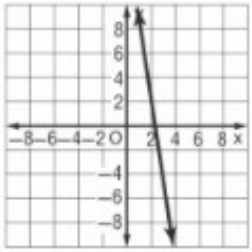
19. $y - 11 = 2(x - 3)$



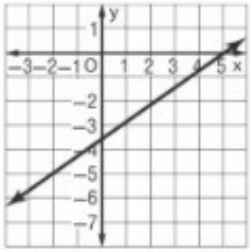
20. $y - 8 = 4(x + 4)$



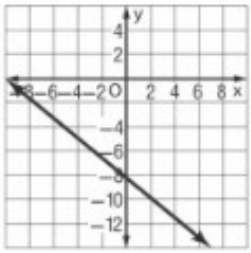
21. $y - 9 = -7(x - 1)$



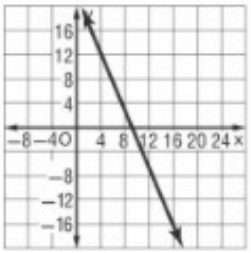
22. $y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$



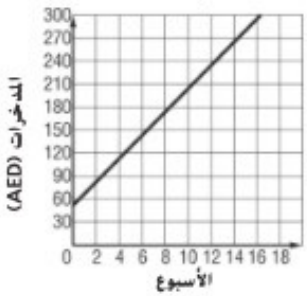
23. $y + 6 = -\frac{4}{5}(x + 3)$



24. $y + 12 = -2.4(x - 14)$



42b. مدخرات أحمد



42d. 15 ؛ إذا بدأ أحمد عملية التوفير منذ أسبوعين، فسيكون بالفعل معه AED 15 + AED 15 + AED 50 أو AED 80. وهو في حاجة إلى توفير 12(AED 10) + AED 180 أو AED 300. وهو لا يزال في حاجة إلى توفير AED 80 − AED 300 أو AED 220. وبقسمة AED 220 على AED 15، سيستغرق الأمر 15 أسبوعًا آخر من أحمد لتوفير ما يكفيه من النقود.

56. نعم؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين (2, −2) و (5, 2) يساوي $\frac{3}{4}$. وميل المستقيم المار بالنقطتين (5, 2) و (8, 6) يساوي $\frac{3}{4}$. ونظرًا لأنّ هذين المستقيمين لهما نفس الميل ولهما نقطة مشتركة، فمعادلتهما ستكونان متماثلتين. ولذا، جميع النقاط تقع على نفس المستقيم وجميعها على استقامةٍ واحدة.

الدرس 5-11

16. $x = 42$. الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

17. $x = 15$. الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

18. $x = 72$. الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

19. $x = 40$. الزوايا الداخلية الموجودة على جهة واحدة من القاطع متكاملة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

20. $x = 27$. الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان. والزاويتان الداخليتان الموجودتان على جهة واحدة من القاطع متكاملتان. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

21. $x = 36$. الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.

25. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $\angle 1 \cong \angle 3$ (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان متوازيين. فحينها تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.)
3. $\angle 3 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)
4. $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

26. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$; $\angle 2 \cong \angle 4$ (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 1$ (إذا كان المستقيمان متوازيين. فحينها تكون الزوايا المتناظرة متطابقة.)
3. $\angle 4 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)
4. $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$ (إذا كانت الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة. فحينها يكون المستقيمان متوازيين.)

27. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle TQR \cong \angle TSR$; $m\angle R + m\angle TSR = 180$ (معطى)
2. $m\angle TQR = m\angle TSR$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
3. $m\angle R + m\angle TQR = 180$ (التعويض)
4. $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$ (إذا كانت الزاويتان الداخليتان الموجودتان على جهة واحدة من القاطع متكاملتين. إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

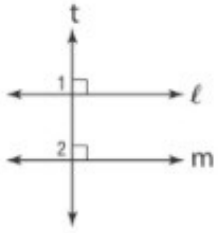
28. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\angle DAB \cong \angle DCB$; $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ (التعويض)
2. $\angle DAB$ هي زاوية قائمة (المستقيمات المتعامدة تكوّن زوايا قائمة.)
3. $m\angle DAB = 90$ (تعريف الزاوية القائمة.)
4. $m\angle DAB = m\angle DCB$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
5. $m\angle DCB = 90$ (التعويض)
6. $\overline{DC} \perp \overline{BC}$ (تعريف المستقيمات المتعامدة.)

30. المعطى: $\ell \perp t$, $m \perp t$

المطلوب إثباته: $\ell \parallel m$

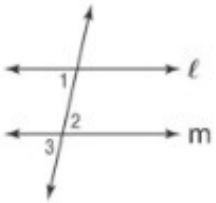


البرهان:

بما أنّ $t \perp \ell$ و $t \perp m$، فإن مجموع قياسي الزاويتين $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90. وبما أنّ $\angle 1$ و $\angle 2$ لهما نفس القياس، إذًا فهما متطابقتان. وحسب معكوس مسلّمة الزوايا المتناظرة، فإن $\ell \parallel m$.

31. المعطى: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب إثباته: $\ell \parallel m$



العبارات (المبررات)

1. $\angle 1 \cong \angle 2$ (معطى)
2. $\angle 2 \cong \angle 3$ (الزوايا المتقابلة بالرأس ≅ تكون متطابقة ≅)
3. $\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي)
4. $\ell \parallel m$ (إذا كانت الزاويتان المتناظرتان ≅ متطابقتين ≅. إذًا فالمستقيمان متوازيان ||.)

33. هذه المستقيمات متوازية لأن الزوايا المتناظرة متطابقة.

34. هذه المستقيمات متوازية لأن الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة.

35. هذه المستقيمات ليست متوازية لأن الزوايا الخارجية المتبادلة ليست متطابقة.

37. تقع النقطة (0, 5) على المستقيم $y = 2x + 5$. والمستقيم المتعامد على المستقيم $y = 2x + 5$ يكون له ميل يساوي $\frac{1}{2}$. ومعادلة المستقيم المتعامد تكون $y = \frac{1}{2}x + 5$. ونقطة التقاطع للمستقيمين $y = \frac{1}{2}x + 5$ و $y = 2x - 1$ هي (4, 7). استخدم صيغة المسافة لإيجاد المسافة بين (0,5) و (4,7). المسافة تساوي $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ أو تقريبًا 4.47 وحدات.

39. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $w \parallel x$; $x \parallel y$ (معطى)
2. $\angle 4 \cong \angle 3$; $\angle 3 \cong \angle 2$ (إذا مرّ قاطعٌ بمستقيمات متوازية، فإنّ الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.)
3. $\angle 4 \cong \angle 2$ (خاصية التعدي)
4. $y \parallel w$ (إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة. إذًا فالمستقيمان متوازيان.)

41a. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $m\angle 5 + m\angle 2 = 180$ (معطى)
2. $m\angle 2 + m\angle 3 = 180$ (تعريف الزوج الخطي.)
3. $\angle 3 \cong \angle 5$ (الزاويتان المتكاملتان مع نفس الزاوية تكونان متطابقتين مع بعضهما البعض.)
4. $b \parallel c$ (إذا كانت الزوايا الخارجية المتبادلة متطابقة. فحينها يكون المستقيمان متوازيين.)

41b. البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $a \parallel b$; $m\angle 1 + m\angle 5 = 180$ (معطى)
2. $\angle 5 \cong \angle 1$ (إذا مرّ قاطعٌ بمستقيمين متوازيين، فإن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة.)
3. $m\angle 1 = m\angle 5$ (تعريف الزوايا المتطابقة)
4. $m\angle 5 + m\angle 5 = 180$ (التعويض)
5. $2m\angle 5 = 180$ (خاصية الجمع)
6. $m\angle 5 = 90$ (خاصية القسمة في المعادلة)
7. $b \perp t$ (المستقيمان المتعامدان يتكونان من زوايا قائمة.)

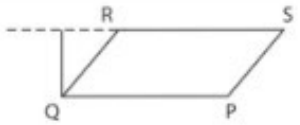
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

42. الإجابة النموذجية: استخدم زوجًا من الزوايا الخارجية المتبادلة والمتطابقة ويقطعهما قاطع؛ ووضّح أنّ الزاويتين الداخليتين المتتاليتين تكونان متكاملتين؛ ووضّح أيضًا أن الزوايا الداخلية المتبادلة تكون متطابقة؛ ووضّح أنّ مستقيمين في مستوى واحد يكونان متعامدين على نفس المستقيم؛ ووضّح أنّ الزوايا المتناظرة تكون متطابقة.

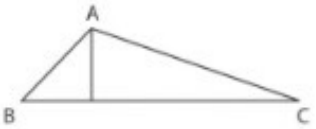
43. هذه العبارة صحيحة أحيانًا. وكان من الممكن أن تكون صحيحةً لو كانت الزاويتان قائمتين. وإلا، فإن الزاويتين المتكاملتين لن تكونا متطابقتين.

الدرس 6-11

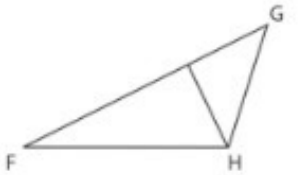
9.



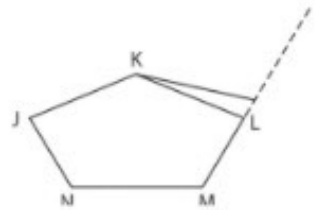
10.



11.

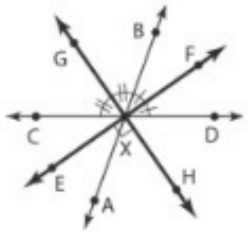


12.



الدرس 6-11

42. الإجابة النموذجية: المحل الهندسي للنقاط الموجودة على بُعد واحد من المستقيمين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ اللذين يتقاطعان عند النقطة X هي النقاط التي تقع على طول المستقيم $\overline{EF}$، والذي ينصف الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\angle BXD$ و $\angle CXA$. والمستقيم $\overline{GH}$، الذي ينصف الزاويتين المتقابلتين بالرأس $\angle CXB$ و $\angle AXD$. ويكوّن المستقيمان $\overline{EF}$ و $\overline{GH}$ زوجًا من المستقيمات المتعامدة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education