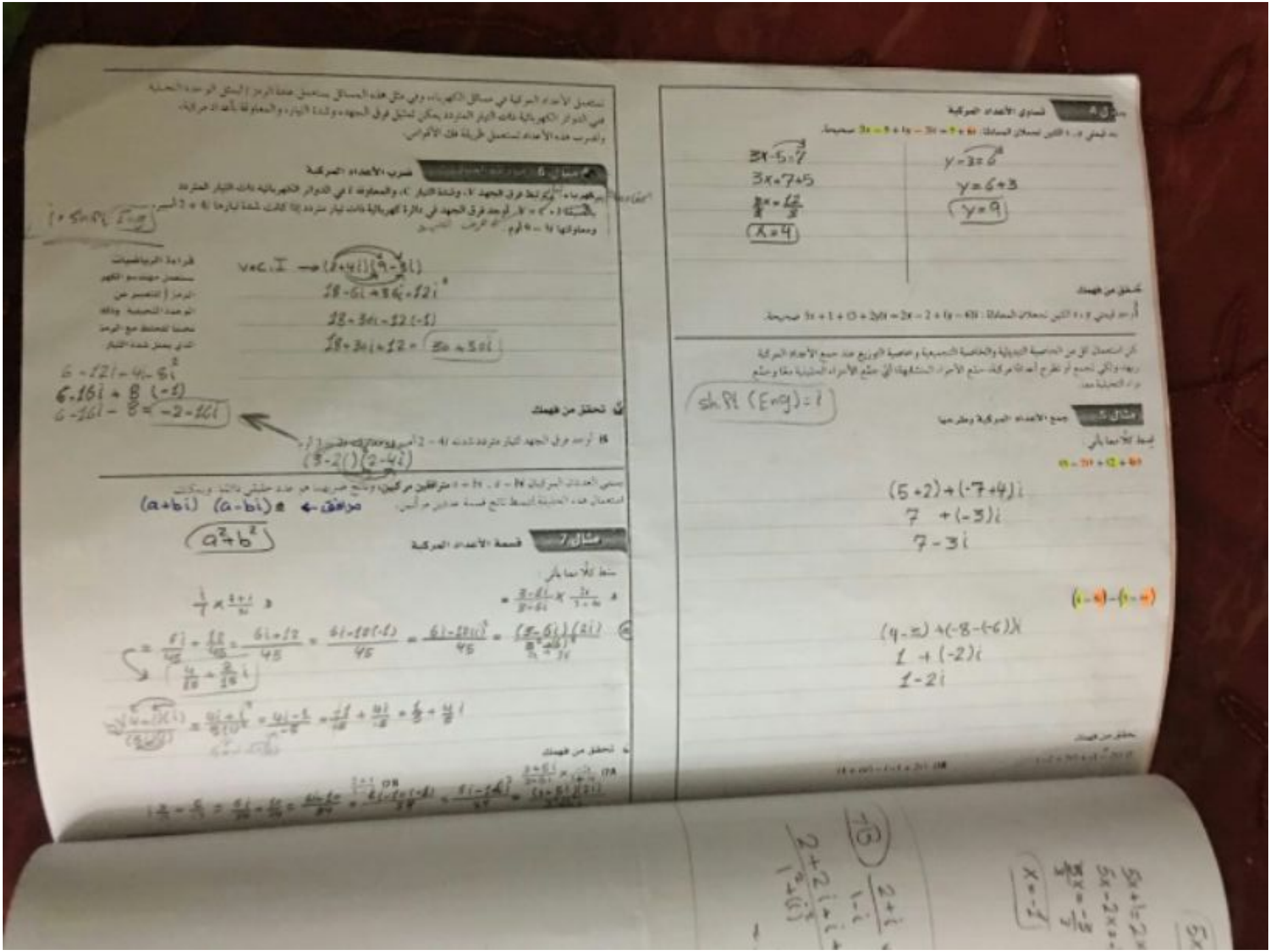


موقع المناهج الإماراتية almanahj.com

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

2-3: الصيغة التربيعية والمميز

مفهوم أساسي

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة، $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ باستعمال القانون:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: $x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$

مثال: (المعادلة لها جذر نصفي واحد)

حل كل من المعادلة التالية باستعمال القانون العام $x^2 - 16x + 64 = 0$

$a = 1 \quad b = -16 \quad c = 64$

$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 64}}{2 \times 1} = \frac{16 \pm 0}{2} = 8$

مثال: (الجذور غير النسبية)

حل باستخدام القانون العام $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(a) (b) (c)

$a = 3, b = 5, c = 1$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

مثال: (الجذور المركبة)

حل باستخدام القانون العام $3x^2 + 5x + 4 = 0$

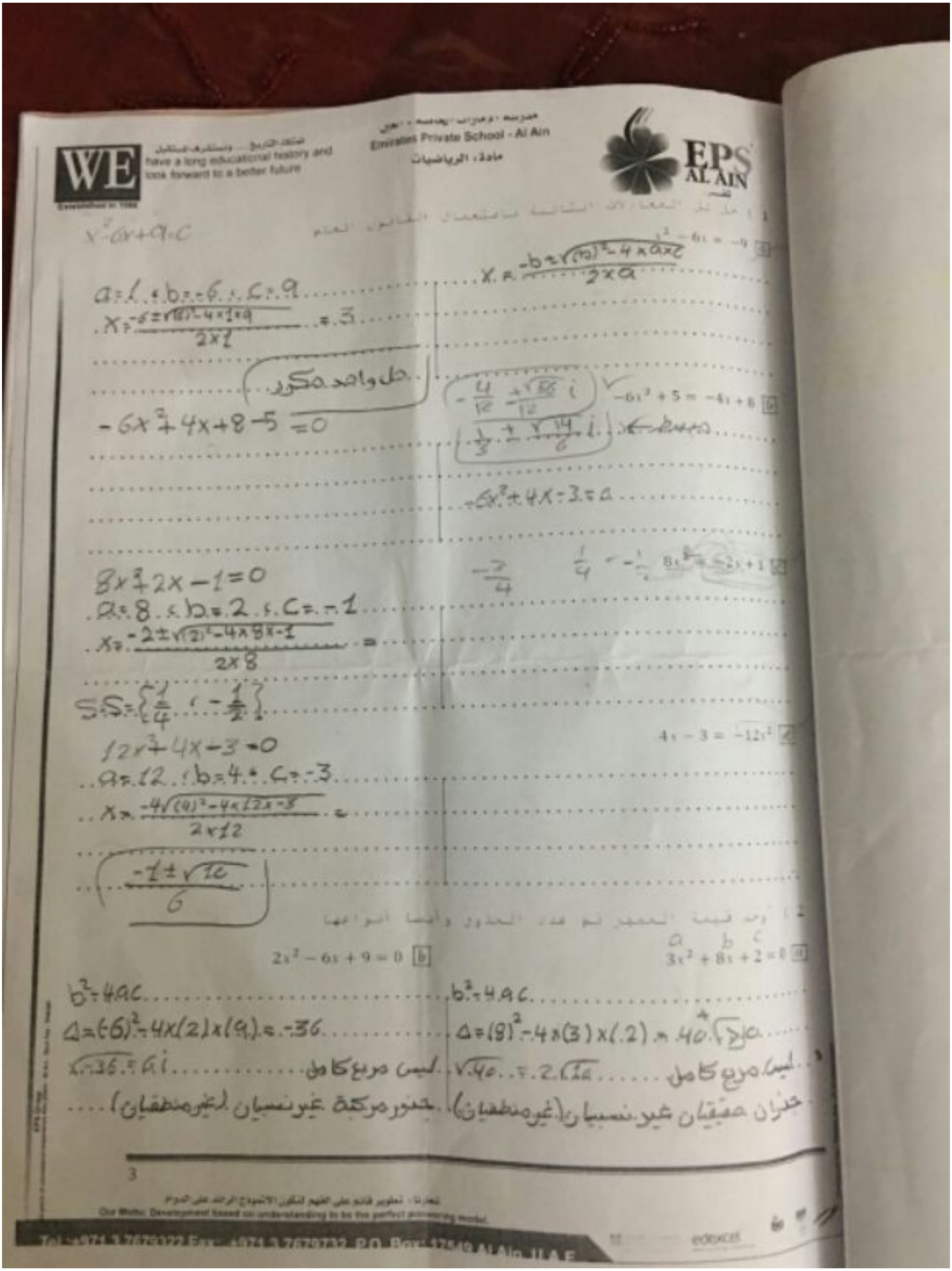
(a) (b) (c)

$a = 3, b = 5, c = 4$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3} = \frac{-5}{6} \pm \frac{\sqrt{23}}{6} i$

نعمل: لتطوير قادة على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering Model

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية



almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

2-3 :الصيغة التربيعية والمميز

مفهوم أساسي

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

التمهير التخطي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة، $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ باستعمال القانون،

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: $x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$

مثال: (المعادلة ليها حلين حقيقيين واحد)

حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام $x^2 - 16x + 64 = 0$

أ = 1 ، ب = -16 ، ج = 64

$$x = \frac{16 \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 64}}{2 \times 1} = \frac{16 \pm 0}{2} = 8$$

مثال: (الحلول على الصورة)

حل المعادلة التالية باستخدام القانون العام $3x^2 + 5x + 1 = 0$

(a) (b) (c)

(a) = 3 ، (b) = 5 ، (C) = 1

$$X = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 3 \times 1}}{2 \times 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

مثال: (الحلول المركبة)

حل المعادلة التالية باستعمال القانون العام $3x^2 + 5x + 4 = 0$

(a) (b) (c)

a = 3 ، b = 5 ، C = 4

$$X = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \times 3 \times 4}}{2 \times 3} = \frac{-5}{6} \pm \frac{\sqrt{23}}{6} i$$

نعمل ... لتطوير قائم على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

مريم هشام فاروق
مدرسة الإمارات الخاصة - العين
Emirates Private School - Al Ain
WE
have a long educational history and look forward to a better future
EPS AL AIN

المادة: رياضيات
مادة: الرياضيات
الصف: العاشر C1

حل المعادلة التربيعية بالتحليل الى عوامل

أولا: التحليل بالعامل المشترك:

تحليل العامل المشترك الأكبر

حل $16x^2 + 8x = 0$

$(8x)[2x+1]=0$

$\frac{8x}{8}=0 \rightarrow x=0$ or $2x+1=0 \rightarrow 2x=-1 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$

مجموعة الحل $S.S\{0,-\frac{1}{2}\}$

2A. $20x^2 + 15x = 0$

$(5x)[4x+3]=0$

$\frac{5x}{5}=\frac{0}{5} \rightarrow x=0$ or $4x+3=0 \rightarrow x=-\frac{3}{4}$ $S.S\{0,-\frac{3}{4}\}$

2B. $4y^2 + 16y = 0$

$(4y)[y+4]=0$

$\frac{4y}{4}=\frac{0}{4} \rightarrow y=0$ or $y+4=0 \rightarrow y=0-4 \rightarrow y=-4$

- **التحليل بأخذ العامل المشترك وتجميع الحدود المتشابهة:** حلل ما يلي الى عوامل

5. $18x^2 - 3x + 24x - 4$

$(3x)[6x-1]+(4)[6x-1]$

$[6x-1][3x+4]$

25 $48cg + 36cf - 4dg - 3df$

$(12c)[4g+3f]-(d)[4g+3f]$

$[4g+3f][12c-d]$

22. $32xy + 40bx - 12ay - 15ab$

$(8x)[4y+5b]-(3a)[4y+5b]$

$[4y+5b][8x-3a]$

شعارنا: تطوير قائم على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model

Tel.:+971 3 7679322 Fax: +971 3 7679732 P.O. Box: 17549 Al Ain, U.A.E.

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

تذكير: تحليل ثلاثيات الحدود إلى عوامل:

حلل ثلاثيات الحدود إلى العوامل

حل كل من المعادلات.

a. $x^2 + 9x + 20 = 0$ — عددين ضربهم 20 ومجموعهم 9

$(x+4)(x+5)=0$ ... $x+4=0$ أو $x+5=0$ ... $x=-4$ أو $x=-5$ ... S.S $\{-4, -5\}$

4A. $x^2 - 11x + 30 = 0$

$(x-5)(x-6)=0$ ... $x-5=0$ أو $x-6=0$ ... $x=5$ أو $x=6$ ... S.S $\{5, 6\}$

4B. $x^2 - 4x - 21 = 0$

$(x+3)(x-7)=0$ ... $x+3=0$ أو $x-7=0$ ... $x=-3$ أو $x=7$ ... S.S $\{-3, 7\}$

b. $6y^2 - 23y + 20 = 0$

① $(y-\frac{4}{3})(y-\frac{5}{2})=0$ ... ③ $3y-4=0$ أو ④ $2y-5=0$ ... $3y=4$ أو $2y=5$ ... $y=\frac{4}{3}$ أو $y=\frac{5}{2}$ ... S.S $\{\frac{4}{3}, \frac{5}{2}\}$

② $(3y-4)(2y-5)=0$

4C. $15x^2 - 8x + 1 = 0$

① $(x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{5})=0$ ... ③ $3x-1=0$ أو ④ $5x-1=0$ ... $3x=1$ أو $5x=1$ ... $x=\frac{1}{3}$ أو $x=\frac{1}{5}$ ... S.S $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\}$

② $(3x-1)(5x-1)=0$

4D. $-12x^2 + 8x + 15 = 0$

① $(x-\frac{3}{2})(x+\frac{5}{6})=0$ ... ③ $2x-3=0$ أو ④ $6x+5=0$ ... $2x=3$ أو $6x=-5$ ... $x=\frac{3}{2}$ أو $x=-\frac{5}{6}$ ... S.S $\{\frac{3}{2}, -\frac{5}{6}\}$

② $(2x-3)(6x+5)=0$

35. $15x^2 - 84x - 36 = 0$

① $(x-6)(x+\frac{2}{5})=0$ ... ③ $x-6=0$ أو ④ $5x+2=0$ ... $x=6$ أو $5x=-2$ ... $x=-\frac{2}{5}$ ... S.S $\{6, -\frac{2}{5}\}$

② $(x-6)(5x+2)=0$

43. $-8x^2 + 46x - 30 = 0$

① $(x-5)(x-\frac{3}{4})=0$

② $(x-5)($

شعارنا: تطوير قائم على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model.
Tel.:+971 3 7679322 Fax: +971 3 7679732 P.O. Box: 17549 Al Ain, U.A.E.
edexcel

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

$x^2 - 5^2 = (x-5)(x+5)$ ← فقط

$4^2 - Z^2 = (4+Z)(4-Z)$

ثالثاً: التحليل بفرق المربعين :

مفاهيم أساسية

عرف العوامل $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

حل كل من المعادلات.

b. $x^2 = 64$

① $x^2 - 64 = 0$ ② $x^2 - 8^2 = 0$ ③ $(x-8)(x+8) = 0$

$x-8=0$ $x+8=0$

$x=8$ $x=-8$ ss $\{8, -8\}$

40. $x^2 = 121$

① $x^2 - 121 = 0$ ② $x^2 - 11 = 0$ ③ $(x-11)(x+11) = 0$

$x-11=0$ $x+11=0$

$x=11$ $x=-11$ ss $\{11, -11\}$

33. $9x^2 - 25$

① $(3x)^2 - (5)^2 = 0$ ② $(3x-5)(3x+5) = 0$

$3x-5=0$ $3x+5=0$

$\frac{3x}{3} = \frac{5}{3}$ $\frac{3x}{3} = \frac{-5}{3}$ ss $\{\frac{5}{3}, \frac{-5}{3}\}$

23. $3x^2 - 12 = 0$

① $(3)(x^2 - 4)$ ② $(3)(x+2)(x-2)$

③ $(3)(x^2 - 2^2)$

ثانياً: التحليل بالمربعات الكاملة : الأول من الثاني على 2

ثابت ← اذا موجب ضعفي الجذر ← مربع

a. $x^2 + 16x + 64 = 0$

① $(x+8)^2 = 0$

② $x+8=0 \rightarrow x=-8$ ss $\{-8\}$

الأول $x^2 \rightarrow x$ عدد أول

الثاني $64 \rightarrow 8^2 \rightarrow 8$ عدد ثاني

الحد الأوسط $2(8)(x) = 16x$

15. $2x^2 - 24x = -72$ حلول متكررة

① $2x^2 - 24x + 72 = 0$ ② $x^2 - 12x + 36 = 0$ ③ $(x-6)(x-6) = 0$

$\frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2}$

أول ثاني

④ $x-6=0$ $x=6$

$x^2 \rightarrow x$

$36 \rightarrow 6$

الحد الأوسط $(2)(6)x = 12x$

نقسم على 2

3A. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

∴ هو مربع كامل

$(2x-3)^2 = 0$

$2x-3=0$

$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$ $x = \frac{3}{2}$

$4x^2 \rightarrow (2x)^2$

$9 \rightarrow 3$

الحد الأوسط $(2)(2x)(3) = 12x$

شعارنا: تطوير قائم على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

الأعداد المركبة
Complex Numbers

مثال 1

مثال 2

مثال 3

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

70. كرة القدم عندما تركل كرة في الهواء يمكن تمثيل ارتفاعها بالأمتار فوق الأرض بـ $h(t) = -4.9t^2 + 14.7t$ ويمكن تمثيل المسافة التي تقطعها بـ $d(t) = 16t$ حيث t هو الزمن بالثانية.

a. ما هي المدة التي تقضيها الكرة في الهواء؟ 3 ثواني

b. ما هي المسافة التي تقطعها قبل ارتطامها بالأرض؟ (تجاهل مقاومة الهواء) 48 m

c. ما هو الارتفاع الأقصى للكرة؟ 11,025 m

a) عندما تكون على سطح الأرض $h=0$

$-4.9t^2+14.7t=0 \rightarrow t(-4.9t+14.7)=0$

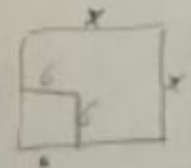
$-4.9t+14.7=0 \rightarrow -4.9t=-14.7$

$t=3s$

b) المسافة عندما $t=3$

$d(3)=16\times3=48m$

65. التصميم يقطع مربع من الشكل على اليمين. اكتب تعبيراً لمساحة الشكل الذي بقي، ومن ثم حلل التعبير إلى عوامل.



المتبقي = الكبير − المقطوع = مساحة المتبقي

$A = x^2 - 6^2 = (x-6)(x+6)$

مفاهيم أساسية

فرق المكعبين ومجموعهما

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$

فرق مكعبين
مجموع
اضرب
تربيع

حلل كلاً من التعابير الآتية إلى عواملها الأولية.

a. $x^3 + 1$ $(1+x)(1-x+x^2)$

b. $(2x)^3 - 8 \rightarrow (2x)^3-(2)^3=(2x-2)((2x)^2+(2)(2x)+2^2) \rightarrow (2x-2)(4x^2+4x+4) \rightarrow (2)(x-1)(4)(x^2+x+1) \rightarrow 8(x-1)(x^2+x+1)$

c. $u^3 - t^3$

$(u-t)(u^2+ut+t^2)$

شعارنا: تطوير قائم على الفهم لتكون الانموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model.
edexcel
Tel.:+971 3 7679322 Fax: +971 3 7679732 P.O. Box: 17549 Al Ain, U.A.E.
E-mail: emiratesas.pvt@adec.ac.ae

almanahj.com موقع المناهج الإماراتية

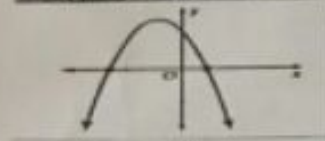
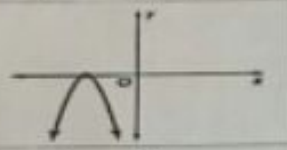
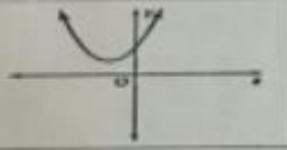
المميز Δ

$b^2 - 4ac$ تحدد عدد ونوع الجذور

مفهوم أساسي

المميز

في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a و b و c أعداد حقيقية، $a \neq 0$.

قيمة المميز	عدد الحلول (الجذور)	مثال على الرسم البياني للدالة التربيعية المرتبطة بالمعادلة
$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ و العبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيان	
$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ و العبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعا كاملا.	جذران حقيقيان غير نسبيين غير منطقيان	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي واحد	
$\Delta\ b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان	

: ...

إن قيمة المميز تقل عن المعادلة التالية تحدد نوع الجذر: وعددها

1) $-5x^2 + 8x - 1 = 0$

المميز $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (8)^2 - (4)(-5)(-1) = 44 > 0$ ... $\sqrt{44} = 2\sqrt{11}$

ليس مربع كامل

∴ جذرا هم حقيقيان غير نسبيان (غير منطقيان).

2) $-7x + 15x^2 - 4 = 0$

$a \quad b \quad c$

$15x^2 - 7x - 4 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - (4)(15)(-4) = 289 > 0$ ... $\sqrt{289} = 17$

مربع كامل

جذراه حقيقيان (منطقيان أو نسبيان)

شعارنا: تطوير قائم على الفهم لتكون الأنموذج الرائد على الدوام
Our Motto: Development based on understanding to be the perfect pioneering model.
edexcel