كل ما يحتاجه الطالب في جميع الصفوف من أوراق عمل واختبارات ومذكرات، يجده هنا في الروابط التالية لأفضل مواقع تعليمي إماراتي 100 %

تطبيق المناهج الإماراتية | الاجتماعيات | الرياضيات

الصفحة الرسمية على التلغرام | الاسلامية | العلوم

الصفحة الرسمية على الفيسبوك | الانجليزية

التربية الاخلاقية لجميع الصفوف | اللغة العربية

التربية الرياضية

مجموعات التلغرام.	مجموعات الفيسبوك	قنوات تلغرام	قنوات الفيسبوك
الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول	الصف الأول
الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني	الصف الثاني
الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث	الصف الثالث
الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع	الصف الرابع
الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس	الصف الخامس
الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس	الصف السادس
الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع	الصف السابع
الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن	الصف الثامن
الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام	الصف التاسع عام
الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	الصف التاسع متقدم	تاسع متقدم
الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	الصف العاشر عام	عاشر عام
الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	الصف العاشر متقدم	عاشر متقدم
الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	الحادي عشر عام	حادي عشر عام
الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	الحادي عشر متقدم	حادي عشر متقدم
ثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام	الثاني عشر عام
ثاني عشر متقدم	الثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم	ثاني عشر متقدم

دائـــرة التـعـلـيـم والـمـعـرفـة
DEPARTMENT OF EDUCATION AND KNOWLEDGE

الفصل الدراسي الثالث
2019-2018

الوحدة العاشرة (الإحصاء الإستقرائي)

alManahj.com/ae

الصف الثاني عشر (عام)

اسم الطالب/ .....

مدرسة / .....

شعبة / .....

1. تحديد أشكال التوزيعات من أجل اختيار إحصاء أكثر ملاءمة.

1 وصف التوزيعات فيما سبق، لقد وصفتَ التوزيعات **أحادية المتغير** أو ذات المتغير الوحيد رقميًا. وأجريتَ ذلك باستخدام حساب عنصرَي التوزيع التاليين:

- مقاييس النزعة المركزية(التمركز) باستخدام الوسط والوسيط
- مقاييس التشتت(الانتشار) أو التباين باستخدام الانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة (الأرباع).

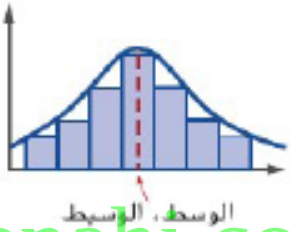
لتحديد ملخص الإحصاءات التي ينبغي استخدامها لوصف تمركز مجموعة بياناتٍ وانتشارها بالصورة الأمثل، فيجب عليك تحديد شكل التوزيع. ونعطي فيما يلي ثلاثة أشكالٍ شائعةٍ للتوزيع.

المفهوم الأساسي التوزيعات المتماثلة والملتوية

التوزيع الملتو نحو اليسار

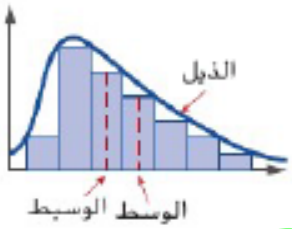
في **التوزيع الملتو نحو اليسار**، يكون الوسط أقل من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليمنى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليسرى.

التوزيع المتماثل



في **التوزيع المتماثل**، تتوزع البيانات بصورةٍ متساويةٍ على كلا طرفي الوسط. ويكون الوسط والوسيط متساويين تقريبًا.

التوزيع الملتو نحو اليمين



في **التوزيع الملتو نحو اليمين**، يكون الوسط أكبر من الوسيط، وتقع معظم البيانات إلى الجهة اليسرى، بينما يمتد الذيل إلى الجهة اليمنى.

alManahj.com/ae

عندما يكون توزيعٌ متماثلاً على نحوٍ معقول، فيكون الوسط والوسيط قريبين بعضهما إلى بعض. ولكن في التوزيعات الملتوية، يكون الوسط أقرب إلى الذيل من الوسيط. وتؤدي القيم المتطرفة، وهي القيم شديدة الارتفاع أو الانخفاض في مجموعات البيانات، إلى انحراف الوسط باتجاه الذيل. ويتأثر الوسيط بصورةٍ أقل بوجود القيم المتطرفة. ولهذا السبب، يطلق على الوسيط اسم **القيمة الإحصائية المقاومة** ويطلق على الوسط اسم القيمة الإحصائية غير المقاومة.

بما أن الانحراف المعياري يقيس انتشار توزيعٍ في ضوء بعد قيم البيانات عن الوسط، فإن هذه القيمة الإحصائية ليست مقاومةً أيضًا لتأثير القيم المتطرفة. ويقودنا هذا إلى الإرشادات التالية بشأن وصف ملخصات البيانات لوصف التوزيعات.

المفهوم الأساسي اختيار ملخصات الإحصاء

عند اختيار مقياسين للنزعة المركزية (للتمركز) والانتشار(التشتت) لوصف توزيعٍ ما، ادرس أولا شكل التوزيع.

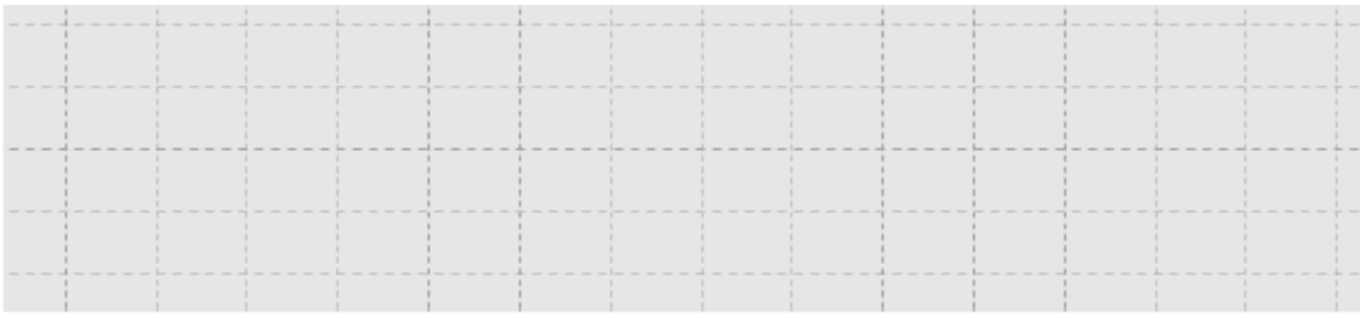
- فإذا كان التوزيع متماثلاً على نحوٍ معقولٍ وخاليًا من القيم المتطرفة، فاستخدم الوسط والانحراف المعياري.
- وإذا كان التوزيع ملتويًا أو كانت له قيمٌ متطرفةٌ قوية، فإن ملخص الأعداد الخمسة (القيمة الصغرى، الربيع 1، الوسيط، الربيع 3، القيمة العظمى) يعطي تلخيصًا أفضل للنمط الكلي للبيانات.

أوجد المدى والمنوال والوسيط والمتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مما يأتي:-

1, 2, 2, 5, 7, 9, 10, 10, 11, 11, 11, 11 , **13**

أوجد المدى الربيعي وملخص النقاط الخمس ثم ارسم الصندوق ذو العارضين للبيانات السابقة وحدد نوع الالتواء

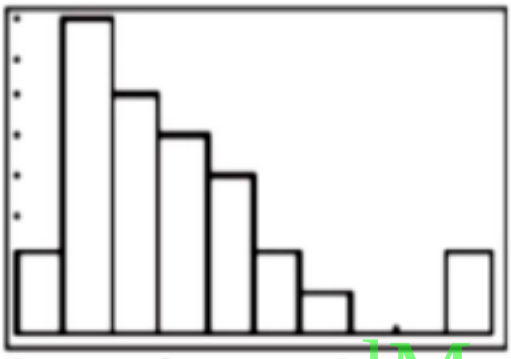
alManahj.com/ae



العقارات يعرض الجدول أسعار بيع عينةٍ من المنازل الجديدة في أحد الأحياء المحلية.

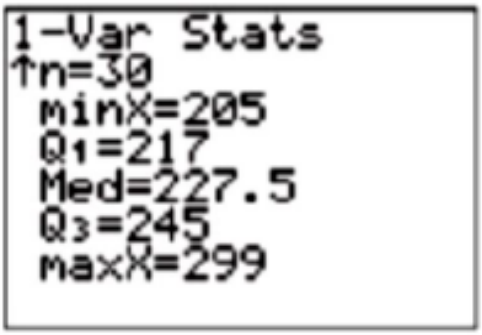
أسعار بيع المنازل الجديدة (آلاف الدراهم)				
248	219	234	250	225
299	205	212	215	245
257	228	221	233	212
220	213	231	212	266
238	249	292	223	235
218	227	209	242	217

a. أنشئ مدرجًا إحصائيًا واستخدمه لوصف شكل التوزيع.



alManahj.com/ae

صِف تمركز البيانات وانتشارها باستخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص الأعداد الخمسة. علل اختيارك.



إجمالي مجموع الدرجات الدراسية يوضح الجدول توزيع التكرار الخاص بإجمالي مجموع الدرجات لـ 200 طالبة في مدرسة عبير الثانوية.

الفئات الخاصة بالفصل	f	الفئات الخاصة بالفصل	f
2.00–2.25	10	3.00–3.25	36
2.25–2.50	28	3.25–3.50	32
2.50–2.75	30	3.50–3.75	26
2.75–3.00	32	3.75–4.00	6

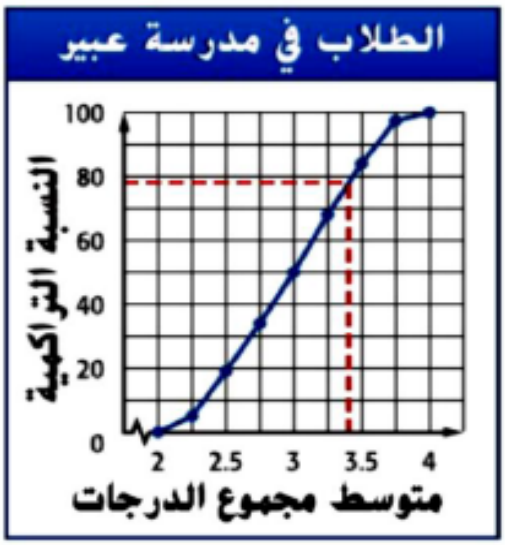
أنشئ تمثيلاً بيانيًّا للمراكز المئوية للبيانات.

أولاً. أوجد التكرارات التراكمية. ثم أوجد النسب المئوية التراكمية بالتعبير عن التكرارات التراكمية في صورة نسب مئوية. موضح هنا الحسابات الخاصة بأول صفّين دراسيين.

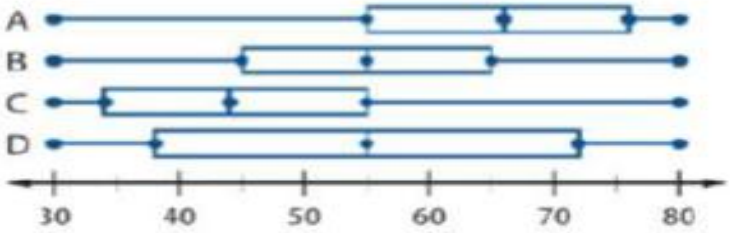
الفئات الخاصة بالفصل	f	التكرار التراكمي	النسب المئوية التراكمية
2.00–2.25	10	10	5% أو $\frac{10}{200}$
2.25–2.50	28	38 أو 10 + 28	
2.50–2.75	30		
2.75–3.00	32		
3.00–3.25	36		
3.25–3.50	32		
3.50–3.75	26		
3.75–4.00	6		100%

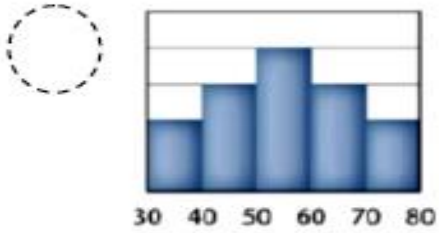
alManahj.com/ae

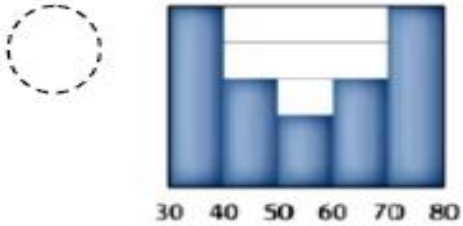
b. قدّر المركز المئوي الذي يعطيه معدّل تكراري يساوي 3.4 في هذا التوزيع، وفسّر معناه.

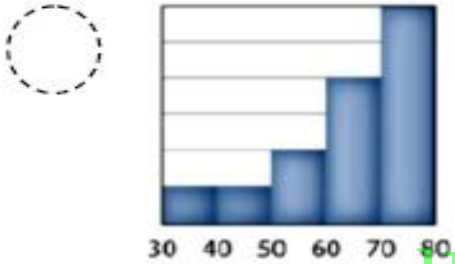


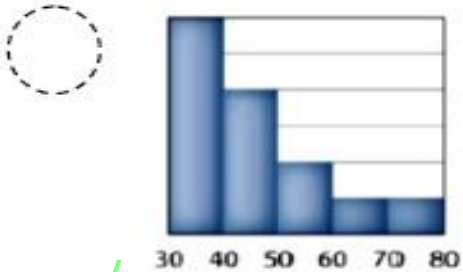
اكتب حرف المخطط الصندوقي المقابل لكل مدرج إحصائي مما يلي.











alManahj.com/ae

التوزيعات الاحتمالية

1 إنشاء توزيع احتمالي وحساب ملخص الإحصاء.

2 إنشاء واستخدام توزيع ذي حدّين وحساب ملخص الإحصاء ذي الصلة.

المفهوم الأساسي المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة

يمكن أن يأخذ **متغير عشوائي منفصل** عددًا محددًا أو معدودًا من القيم المحتملة.

مثال

عدد حوادث السيارات بالسنة، X

يمكن أن يأخذ **المتغير العشوائي المتصل** عددًا لا نهائيًا من القيم المحتملة ضمن فترةٍ محددة.

مثال

عدد الأميال المقطوعة، X

1 صنّف كل متغير عشوائي X على أنه *منفصل* أو *متصل*. اشرح استنتاجك.

a. يمثل X وزن الحبوب في عبوة حبوب وزنها فارغةً 450 جرامًا تختار عشوائيًا من العبوات في خطِ إنتاجي.

b. يمثّل X عدد السيارات في موقف سيارات المدرسة والمختارة في توقيتٍ عشوائي خلال يوم الدوام المدرسي.

المفهوم الأساسي التوزيع الاحتمالي

إن **التوزيع الاحتمالي** لمتغير عشوائي X هو جدول أو معادلة أو تمثيل بياني يربط كل قيمة ممكنة لـ X باحتمال وقوع الحدث. ونُحدّد هذه الاحتمالات نظريًا أو بالرصد.

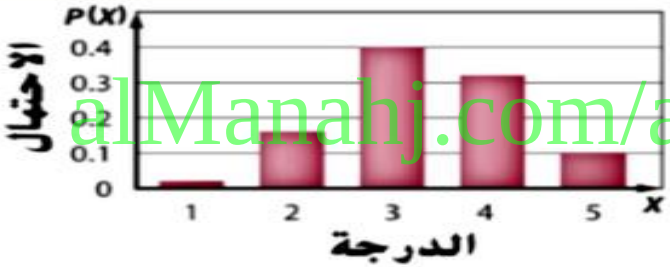
يجب أن يحقق التوزيع الاحتمالي الشروط التالية.

- يجب أن تقع احتمال كل قيمة لـ X بين 0 و 1. أي $0 \le P(X) \le 1$.
- يجب أن يساوي مجموع جميع احتمالات كل قيم X العدد 1. أي $\sum P(X) = 1$.

2 **تقييم المعلّم** **طُلب من الطلاب أن يقيّموا شرح معلم أحد المقررات الدراسية على استمارة تقييم باستخدام مقياس تتراوح درجاته بين 1 و 5، حيث يشير العدد 1 إلى أن الشرح مبسّط جدًا ويشير العدد 5 إلى أن الشرح على درجة عالية جدًا من التقنية. استخدم التوزيع التكراري الموضح لإنشاء توزيع احتمالي للمتغير العشوائي X وتمثيله بيانيًا.**

الدرجة، X	التكرار
1	1
2	8
3	20
4	16
5	5

الدرجة، X	1	2	3	4	5
$P(X)$					



alManahj.com/ae

المفهوم الأساسي متوسط التوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد متوسط توزيع احتمالي لـ X، اضرب كل قيمة لـ X في احتمالها وأوجد مجموع نواتج الضرب.

الرموز يعطى متوسط متغير عشوائي X بالعلاقة $\mu = \sum[X \cdot P(X)]$، حيث $X_1, X_2, \dots, X_n$ هي قيم X و $P(X_1), P(X_2), \dots, P(X_n)$ هي الاحتمالات المقابلة.

3 **تقييم المعلم** **يعرض الجدول أدناه التوزيع الاحتمالي الخاص بسؤال تقييم المعلم الوارد في المثال 2. أوجد الدرجة الوسطية مقربة إلى أقرب جزء من مئة، وفسّر معناه في سياق حالة المسألة.**

الدرجة، X	$P(X)$
1	0.02
2	0.16
3	0.40
4	0.32
5	0.10

الدرجة، X	$P(X)$	$X \cdot P(X)$
1	0.02	$1 \cdot 0.02 = 0.02$
2	0.16	
3	0.40	
4	0.32	
5	0.10	

المفهوم الأساسي التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي

الشرح لإيجاد تباين توزيع احتمالي X. اطرح متوسط توزيع العينة من كل قيمة لـ X ورتع الفرق. ثم اضرب كل فرق باحتماليته المقابلة لإيجاد مجموع نواتج الضرب. والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين.

الرموز يعطى تباين متغير عشوائي X من خلال $\sigma^2 = \sum[(X-\mu)^2 \cdot P(X)]$. ويعطى الانحراف المعياري من خلال $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

الدرجة، X	$P(X)$
1	0.02
2	0.16
3	0.40
4	0.32
5	0.10

4 **تقييم المعلم** **أوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي الخاص بسؤال تقييم المعلم في المثال 2 مقرّبين إلى أقرب جزءٍ في المئة.**

اطرح كل قيمة لـ X من المتوسط الذي وجدته في المثال 3. والمساوي 3.32. ورتع الفرق. ثم اضرب كل فرقٍ باحتماليته المقابلة وأوجد مجموع نواتج الضرب.

الدرجة، X	$P(X)$	$(X-\mu)^2$	$(X-\mu)^2 \cdot P(X)$
1	0.02	$(1-3.32)^2 \approx 5.38$	$5.38 \cdot 0.02 \approx 0.1076$
2	0.16		
3	0.40		
4	0.32		
5	0.10		
			$\sum[(X-\mu)^2 \cdot P(X)] =$

alManahj.com/ae

6 **جمع التبرعات** **خلال حفل لجمع التبرعات، بيعت 500 بطاقة بقيمة 1 AED للبطاقة الواحدة وذلك للفوز بثلاث جوائز قيمتها AED 100 و AED 50 و AED10. فما قيمة التوقع للربح الصافي إن اشتريت بطاقة واحدة؟**

أنشئ توزيعًا احتماليًا لكل من الأرباح الصافية الممكنة. ثم أوجد قيمة التوقع.
والربح الصافي لكل جائزة هو قيمة الجائزة مطروحًا منها ثمن البطاقات المشتراة.

الربح X	AED 100 − 1 أو AED 99	AED 50 − 1 أو AED 49	AED 10 − 1 أو AED 9	AED 0 − 1 أو AED 1−
الاحتمال، $P(X)$	$\frac{1}{500}$ أو 0.002			

$$E(X) = \sum[X \cdot P(X)]$$

المفهوم الأساسي التجربة ذات الحدّين

التجربة ذات الحدّين عبارة عن تجربة لاحتمالات بحيث تتوافق مع الشروط التالية.

- تُكرّر التجربة لعددٍ ثابتٍ من المحاولات المستقلة n.
- لكل محاولةٍ مخرجان محتملان اثنان فقط. وهما النجاح S أو الفشل F.
- يتساوى احتمال النجاح $P(S)$ أو p في كل محاولة. ويساوي احتمال الفشل $P(F)$ أو q القيمة $1 - p$.
- يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n محاولة.

7 **ممارسة التمارين الرياضية** **قال 35% من مراهقين خلال استقصاءٍ جرى مؤخرًا إنهم يمارسون التمارين الرياضية بصورةٍ دورية. ثم سُئل خمسة مراهقين اختيروا عشوائيًا إن كانوا يمارسون التمارين الرياضية على نحوٍ دوري. أنشئ توزيعًا احتماليًا للمتغير العشوائي X الذي يمثل عدد المراهقين الذين أجابوا بنعم ومثّله بيانيًا. ثم أوجد الاحتمال في أن ثلاثةً من أولئك المراهقين على الأقل أجابوا بنعم.**

هذه تجربة ذات حدّين فيها $n = 5$ و $p = 0.35$ و $q = 1 - 0.35$ أو 0.65. استخدم حاسبةً لحساب احتمال كل قيمةٍ ممكنةٍ لـ X باستخدام صيغة الاحتمال ذات الحدّين.

$P(0) =$

$P(1) =$

$P(2) =$

$P(3) =$

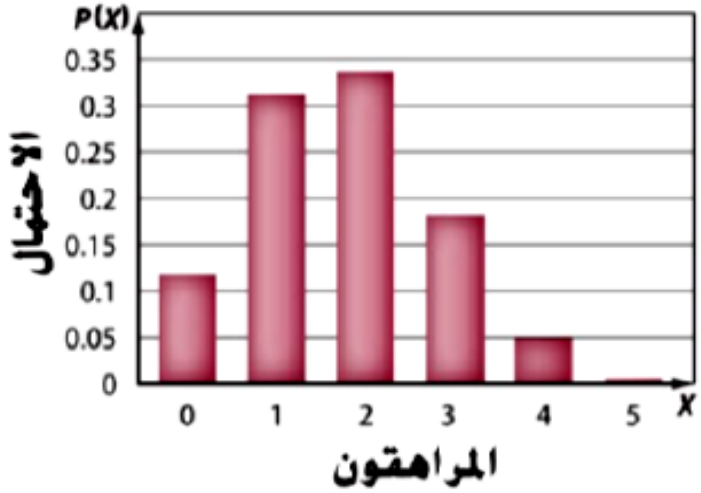
$P(4) =$

$P(5) =$

alManahj.com/ae

نجد أدناه التوزيع الاحتمالي لـ X وتمثيله البياني.

$P(X)$	X
	0
	1
	2
	3
	4
	5



لإيجاد الاحتمال في أن يكون ثلاثة *على الأقل* من الطلاب يمارسون التمارين الرياضية بصورةٍ دورية. أوجد مجموع $P(3)$ و $P(4)$ و $P(5)$.

المفهوم الأساسي متوسط توزيع ذي حدّين وانحرافه المعياري

ويعطى المتوسط والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي X له توزيع احتمالي بالصيغ التالية:

المتوسط $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ أو $\sqrt{npq}$

8 **ممارسة** **التمارين الرياضية** يعرض الجدول التوزيع ذا الحدّين الوارد في المثال 7. أوجد المتوسط والتباين والانحراف المعياري لهذا التوزيع. وفسّر المتوسط في سياق حالة المسألة.

X	0	1	2	3	4	5
$P(X)$	0.116	0.312	0.336	0.181	0.049	0.005

$$\mu = \sum[X \cdot P(X)]$$

alManahj.com/ae

$$\sigma^2 = \sum[(X - \mu)^2 \cdot P(X)]$$

طريقة أخرى

استخدم صيغ إيجاد المتوسط والتباين والانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي ذي الحدّين. في هذه التجربة ذات الحدّين، لديك $n = 5$ ، $p = 0.35$ ، $q = 0.65$.

$$\mu = np$$

$$\sigma^2 = npq$$

التوزيع الطبيعي

1 إيجاد المساحة أسفل منحنيات التوزيع الطبيعية.

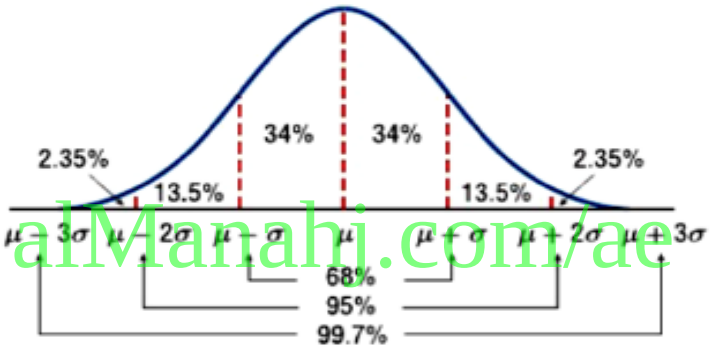
2 إيجاد الاحتمالات للتوزيعات الطبيعية، وإيجاد قيم البيانات للاحتمالات المعطاة.

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي

- يتسم التمثيل البياني للمنحنى بأنه متصل ويشبه شكل الجرس ومتماثل بالنسبة للوسط.
- يتسم الوسط والوسيط والمنوال بالمساواة والمركزية.
- يُعَد المنحنى متصلاً.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.
- المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.

المفهوم الأساسي القاعدة التجريبية

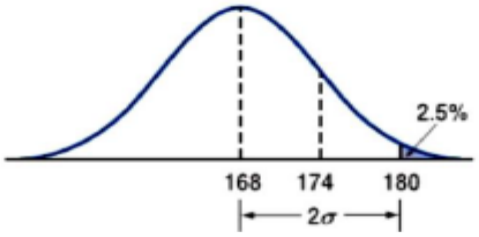
في التوزيع الطبيعي ذي الوسط μ والانحراف المعياري σ. ينطبق ما يلي:



alManahj.com/ae

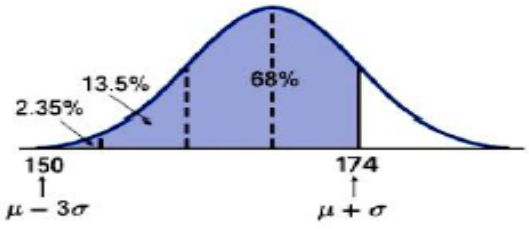
- تقع تقريبًا 68% من قيم البيانات فيما بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$.
- تقع 95% من البيانات بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$.
- تقع 99.7% من قيم البيانات بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$.

1 **الارتفاع** يتوزع طول 880 طالبًا بمدرسة الشرق الثانوية توزيعًا طبيعيًا بوسط 168 cm وانحراف معياري 6 cm.



a. كم عدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن 180 cm تقريبًا؟

b. ما النسبة المئوية للطلاب الذين يتراوح طولهم بين 150 cm و 174 cm؟



2 **التصنيع** توزّع آلةٌ لتعبئة قوارير الماء كمياتٍ مختلفةً قليلاً من الماء في كل قارورة. افترض أن حجم الماء في 120 قارورةً له توزيعٌ طبيعيٌ وسطه 1.1 l وانحرافٌ معياريٌ يساوي 0.02 l.

A. ما العدد التقريبي لقوارير الماء التي تمتلأ بكميةٍ أقل من 1.06 l؟

B. ما النسبة المئوية من القوارير التي تضم ما بين 1.08 و 1.14 l؟

المفهوم الأساسي صيغة قيم z

قيمة z الخاصة بقيمة البيانات في مجموعة بيانات محددة من خلال $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$، حيث X هي قيم البيانات، و μ هو الوسط، و σ هو الانحراف المعياري.

3 **أوجد كلاً مما يلي.**

alManahj.com/ae

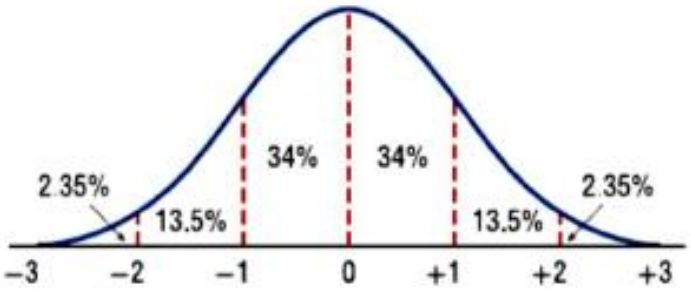
a. z إذا كان $X = 24$ و $\mu = 29$ و $\sigma = 4.2$

X إذا كان $z = -1.73$ و $\mu = 48$ و $\sigma = 2.3$

z . إذا كان $X = 32$ و $\mu = 28$ و $\sigma = 1.7$

X إذا كان $z = 2.15$ و $\mu = 39$ و $\sigma = 0.4$

المفهوم الأساسي خواص التوزيع الطبيعي المعياري



- المساحة الإجمالية تحت المنحنى تساوي 1 أو 100%.
- تقع المنطقة كلها بين $z = -3$ و $z = 3$.
- التوزيع متماثل.
- الوسط يساوي 0 والانحراف المعياري يساوي 1.
- يقترب المنحنى من المحور الأفقي x ولكنه لا يتلامس معه أبدًا.

استخدام جدول التوزيع لإيجاد المساحة المقابلة لقيمة z=1.42 الموجبة

- نُحدد جدول قيم z الموجبة.
- نُحدد في العمود الأول القيمة 1.4 ونُحدد في الصف الأول القيمة 0.02.
- المساحة المقابلة لقيمة $z = 1.42$ هي القيمة الواقعة في تقاطع الصف والعمود المُحددين أي 0.9222.

alManahj.com/ae

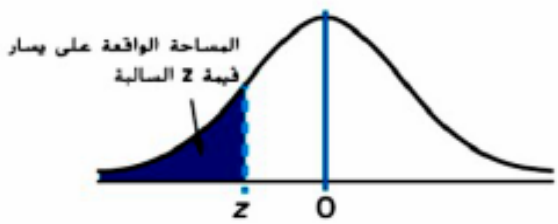
الجدول A التوزيع الطبيعي المعياري

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

لقيم z التي تقل عن −3.49 استخدم 0.0001

alManahj.com/ae

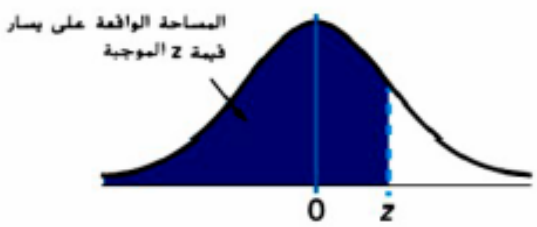


الجدول A (تابع)

التوزيع الطبيعي المعياري التراكمي

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

لقيم z التي تزيد عن 3.49 استخدم 0.9999



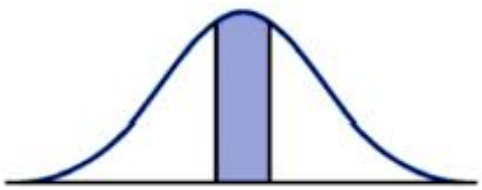
alManalj.com/ae

4 **الاتصالات** بلغ متوسط المكالمات التي يستقبلها مندوب خدمة العملاء كل يوم خلال شهر 30 يومًا 105 مكالمات بالانحراف المعياري 12. أوجد عدد الأيام التي تقل المكالمات فيها عن 110 مكالمات. افترض أن عدد المكالمات يتم توزيعه طبيعيًا.

5 **كرة السلة** بلغ متوسط عدد النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة خلال موسم واحد 63 مع انحراف معياري 18. إذا كانت هناك 15 مباراة خلال الموسم، فأوجد النسبة المئوية للمباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 70 نقطة. افترض أن توزيع عدد النقاط كان طبيعيًا. **35%**

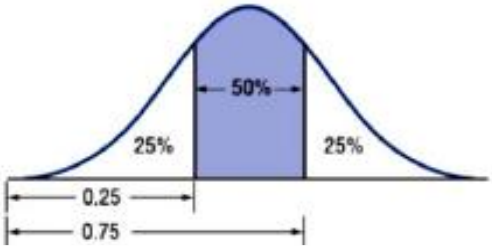
alManahj.com/ae

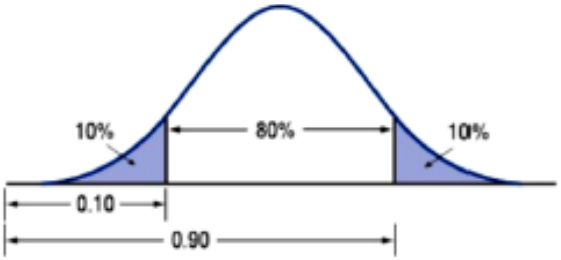
في المثال 3، يمكنك إيجاد المنطقة تحت المنحنى الطبيعي التي تتطابق مع قيمة z. يمكنك أيضًا إيجاد قيم z التي تتطابق مع مناطق معينة. على سبيل المثال، يمكنك إيجاد قيمة z التي تتطابق مع منطقة تجميعية بنسبة 1% أو 20% أو 99%. يمكنك أيضًا إيجاد فترات قيم z التي تحتوي أو تكون بين نسبة مئوية معينة من البيانات.



6 **أوجد فترة قيم z المرتبطة بكل منطقة.**

a. النسبة الوسطى 50% من البيانات





b. النسبة الخارجية 20% من البيانات

c نسبة 25% الوسطى من البيانات

alManahj.com/ae

D النسبة الخارجية 60% من البيانات

2 الاحتمال والتوزيع الطبيعي لقد رأيت كيف أن المنطقة تحت المنحنى الطبيعي تتطابق مع تناسب قيم البيانات في إحدى الفترات. تتطابق المنطقة أيضًا مع احتمال وقوع قيم البيانات داخل فترة معينة. إذا تم اختيار قيمة z عشوائيًا، فاحتمال اختيار قيمة بين 0 و 1 ستكون مكافئة للمنطقة تحت المنحنى بين 0 و 1.00. وهي 0.3413. وبالتالي، فاحتمال اختيار قيمة بين 0 و 1 ستكون حوالي 34%.

8 **الأرصاد الجوية** ينم توزيع درجات الحرارة لأحد الشهور في إحدى مدن دولة الإمارات حيث $\mu = 81°$ و $\sigma = 6°$. أوجد كل احتمال. واستخدم حاسبة التمثيل البياني لرسم المنطقة المطابقة تحت المنحنى.

a. $P(70° < X < 90°)$

b. $P(X \geq 95°)$

alManahj.com/ae

$P(X < 89)$

الارتباط والانحدار الخطي

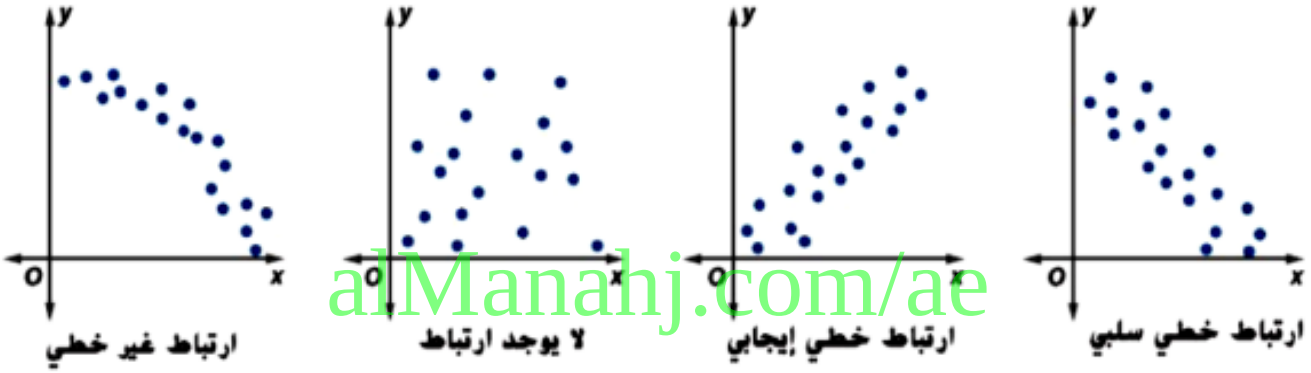
1 قياس الارتباطات الخطية لمجموعات من البيانات ذات المتغيرين باستخدام معامل الارتباط، وتحديد ما إذا كانت الارتباطات ذات دلالة.

2 إنشاء خطوط انحدار المربعات الصغرى لمجموعات البيانات ذات المتغيرين، واستخدام الخطوط لتقديم تنبؤات.

1 الارتباط

حتى الآن في هذه الوحدة، قمتَ بعمل تمثيل بياني لبعض الإحصائيات المختصرة ووصفتَ خصائصها واستخدمتها من أجل وصف التوزيعات الخاصة ببعض مجموعات البيانات أحادية المتغير. واستخدمت، بالإضافة إلى ذلك، عينة إحصائية لمثل هذه البيانات أحادية المتغير لعمل تداخلات في المجتمع الإحصائي عن طريق تطوير فترات الثقة وأداء اختبارات الفرضية. **والارتباط** هو مجال آخر من الإحصاء الاستدلالي الذي ينطوي على تحديد احتمال وجود علاقة بين متغيرين في مجموعة من **البيانات** ذات المتغيرين.

يمكن تمثيل البيانات ذات المتغيرين في صورة أزواج مرتبة (x, y)، حيث يمثل x المتغير المستقل أو **التفسيري** ويمثل y المتغير التابع أو **متغير الاستجابة**. ولكي تحدد ما إذا كان هناك ارتباط خطي أو غير خطي أو عدم وجود ارتباط بين المتغيرات، يمكنك استخدام مخطط انتشار بياني.



alManahj.com/ae

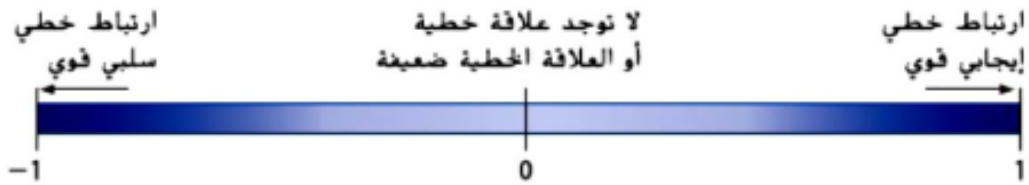
المفهوم الأساسي معامل الارتباط

لعدد n من أزواج عينات البيانات الخاصة بالمتغيرين x وy، فإن معامل الارتباط r بين x و y يتم استنتاجه بالمعادلة

$$r = \frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right).$$

حيث x_i و y_i يمثلان قيمتي زوجي البيانات ذوي الترتيب i، و $\bar{x}$ و $\bar{y}$ يمثلان وسطي المتغيرين و s_x و s_y يمثلان الانحرافين المعياريين للمتغيرين.

يمكن لمعامل الارتباط أن يتضمن قيمًا من -1 إلى 1. وتوضح هذه القيمة قوة الارتباط الخطي ونوعه بين x و y كما هو موضح في المخطط أدناه.



2 **دراسة العلاقة بين النوم والدرجات الدراسية** إن معادلة الانحدار لمتوسط ساعات النوم x وإجمالي مجموع الدرجات y من مثال 3 كانت $\hat{y} = 0.457x - 0.667$. استخدم هذه المعادلة لتتنبأ بإجمالي مجموع الدرجات المتوقعة (لأقرب جزء من عشرة) للطالب الذي يبلغ معدل ساعات نومه ما يلي، واذكرْ ما إذا كان هذا التنبؤ صحيحا. اشرح.

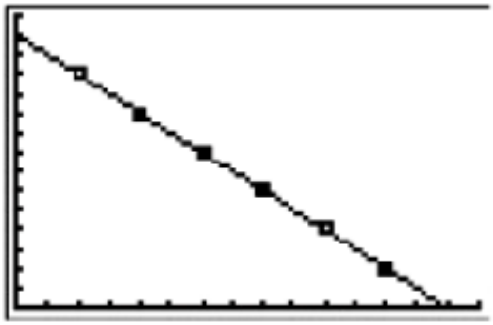
a. 8 ساعات

b. 10.5 ساعات

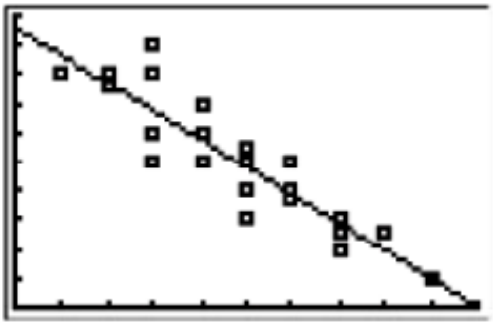
صِل بين كل من الرسوم البيانية التالية ومعامل الارتباط المقابل.

alManahj.com/ae

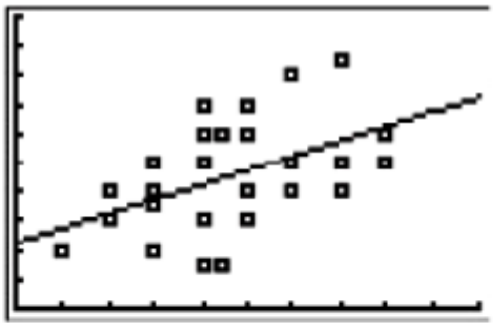
a.



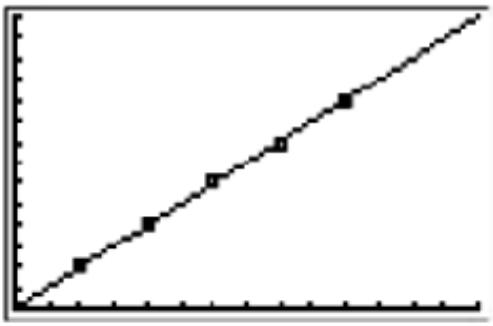
b.



c.



d.



$r = -0.90$

$r = 0.50$

$r = 1.00$

$r = -1.00$

1 إيجاد احتمال وقوع حدث.

الاحتمال والفرص

2 إيجاد فرص نجاح وفشل حدث.

احتمال النجاح والفشل

1 إذا كانت إمكانية نجاح حدث بعدد s من الطرق وفشله بعدد f من الطرق. إذًا فاحتمال نجاح $P(s)$ واحتمال فشل $P(f)$ هما كما يلي.

$$P(s) = \frac{s}{s+f} \qquad P(f) = \frac{f}{s+f}$$

1 يحتوي كيس على 5 كرات زجاجية صغيرة صفراء و 6 زرقاء و 4 بيضاء.

a. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا صفراء؟

b. ما احتمال أن تكون الكرة الزجاجية الصغيرة التي يتم اختيارها عشوائيًا بيضاء؟

alManahj.com/ae

2 تحتوي لوحة دوائر إلكترونية كهربية بها 20 رقاقة حاسوب على 4 رقاقات معيبة. فإذا تم اختيار 3 رقاقات عشوائيًا، فما احتمال أن تكون الثلاثة كلها معيبة؟

3 توصلت الشركة CyberToy إلى أنه من أصل دورة إنتاج تبلغ 50 لعبة، هناك 17 لعبة معيبة. وإذا تم اختيار 5 ألعاب عشوائيًا، فما احتمال أن تكون واحدة معيبة على الأقل؟

الفرص

2 إن فرص أو أرجحية تحقق نتيجة ناجحة لحدث ما هو نسبة احتمال نجاحه إلى احتمال فشله.

$$\text{الفرص} = \frac{P(s)}{P(f)}$$

4 يجب أن تختار عائشة عشوائيًا رقاقة من صندوق لتحديد السؤال الذي ستتلقاه في مسابقة في مادة الرياضيات. وهناك 6 رقائق زرقاء و 4 رقائق حمراء في هذا الصندوق. فإذا اختارت رقاقة زرقاء، فسيتعين عليها حل مسألة حساب مثلثات. وإذا كانت الرقاقة حمراء، فسيتعين عليها كتابة برهان هندسي.

a. ما احتمال سحب عائشة رقاقة حمراء؟

b. ما الفرص التي سيتعين على عائشة فيها كتابة برهان هندسي؟

5 تم اختيار 12 طالبًا و 16 طالبة للتأمل على نحو متساوٍ لـ 6 منح دراسية جامعية. وفي حالة الاختيار العشوائي لمن سيحصلون على هذه المنح، فما فرص أن يكون منهم 3 طلاب و 3 طالبات؟

alManahj.com/ae

7 من أصل 7 هِرر صغيرات ولدتهن هرة كبيرة في بطن واحدة، كانت 4 منها مخططات. وتم اختيار 3 هِرر منها عشوائيًا. فأوجد فرص كل حدث.

الهِرر الثلاث مخططات.

واحدة فقط مخططة.

واحدة غير مخططة.

8 يتم التقاط زهرة واحدة عشوائيًا من زهرية تضم 5 أزهار حمراوات، وزهرتين بيضاوين، و 3 أزهار وردية. أوجد كل احتمال.

$P(\text{حمراء})$ $P(\text{ليست وردية})$ $P(\text{حمراء أو وردية})$

احتمالات الأحداث المركبة

1 احتمال وقوع حدثين مستقلين

إذا كان A و B حدثين مستقلين، فإن احتمال وقوع كلا الحدثين معًا هو ناتج ضرب احتمال وقوع كل منهما بمفرده.

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B)$$

1 باستخدام مجموعة بطاقات لعب قياسية، أوجد احتمال اختيار بطاقة عليها صورة، ثم وضعها في مجموعة البطاقات مرة أخرى، ثم اختيار بطاقة ملك.

alManahj.com/ae

2 **الصحة المهنية** توضح الإحصاءات التي تم جمعها في إحدى مناطق تعدين فحم أن احتمال إصابة عامل منجم بمرض الرئة السوداء هي $\frac{5}{11}$. كما أن احتمال إصابته بالربو هي $\frac{1}{5}$. وإذا لم تؤثر إحدى المشكلات الصحية على الأخرى، فما احتمال عدم إصابة عامل منجم تم اختياره عشوائيًا بمرض الرئة السوداء مع احتمال إصابته من ناحية أخرى بالتهاب المفاصل؟

احتمال وقوع حدثين غير مستقلين

إذا كان A و B حدثين غير مستقلين، فإن احتمال وقوع كلا الحدثين هي ناتج ضرب احتمال وقوع كل منهما بمفردها.

$$P(A \text{ and } B) = P(A) \cdot P(B \text{ يتبع } A)$$

3 **تمتلك فاطمة في سيارتها 3 أقراص مدمجة لأغاني الروك و 4 للأغاني الشعبية وقرصين مدمجين لموسيقى الجاز. وفي أحد الأيام، وقبل بدء القيادة،سحبت قرصين مدمجين من حاملة الأقراص المدمجة لديها دون النظر إليهما.**

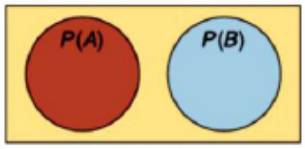
a. حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم غير مستقلين.

b. ما احتمال أن يكون كلا القرصين المدمجين لأغاني روك؟

alManahj.com/ae

احتمال الأحداث المنفصلة

إذا كان الحدثان A و B منفصلين، فإن احتمال وقوع A or B هو مجموع الاحتمالين الخاصتين بوقوعهما.



الحدثان A و B منفصلان.

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$$

4 **يشارك سالم كمتسابق في لعبة تقوم على أنه إذا اختار كرة زرقاء أو حمراء، فإنه يحصل على رحلة بحرية مدفوعة التكاليف كاملة في منطقة البحر الكاريبي. ويتعين على سالم اختيار الكرة عشوائيًا من صندوق يحتوي على كرتين زرقاوين و 3 حمراء و 9 صفراء و 10 خضراء. فما احتمال فوزه بالرحلة البحرية؟**

احتمال وقوع حدثين غير منفصلين (متقاطعان)

2 إذا كان الحدثان A و B متقاطعان، فحينها يكون احتمال وقوع A أو B هو مجموع احتماليهما مطروحاً منه احتمال وقوعهما معاً.

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

عند إلقاء مكعبي أعداد، ما احتمال أن يظهر العدد 2 على المكعب الأول أو أن يكون مجموع العددين الظاهرين على المكعبين هو 6 أو 7؟ بما أنه من الممكن أن يظهر كل مكعب أعداد بمفرده على ستة أشكال أو طرق مختلفة، وحيث إنه تم إلقاء مكعب أعداد، فإنه يمكن تمثيل الفضاء العيني من خلال وضع مخطط. ويمكن تعريف **الفضاء العيني المخفّض (مجال العينة المخفض)** بكونه المجموعة الفرعية لفضاء العيّنة التي لا تضم سوى تلك النتائج التي تحقق شرطًا معيَّنًا.

5

مكعب الأعداد الأول \ مكعب الأعداد الثاني	6	5	4	3	2	1
1	(1, 5)	(1, 5)	(1, 4)	(1, 3)	(1, 2)	(1, 1)
2	(2, 6)	(2, 5)	(2, 4)	(2, 3)	(2, 2)	(2, 1)
3	(3, 6)	(3, 5)	(3, 4)	(3, 3)	(3, 2)	(3, 1)
4	(4, 6)	(4□ 5)	(4, 4)	(4, 3)	(4, 2)	(4, 1)
5	(5, 6)	(5, 5)	(5□ 4)	(5, 3)	(5, 2)	(5, 1)
6	(6, 6)	(6, 5)	(6, 4)	(6, 3)	(6, 2)	(6, 1)

alManahj.com/ae

6 قرأ سعيد أن احتمال نجاح متقدم للحصول على رخصة قيادة في اختبار على الطريق في المرة الأولى هي $\frac{5}{6}$. وقرأ أيضًا أن احتمال اجتياز الاختبار التحريري في أول محاولة هي $\frac{9}{10}$. واحتمال اجتياز كل من الاختبارين التحريريين والاختبار على الطريق في أول محاولة هي $\frac{4}{5}$

a. حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أم غير منفصلة (متقاطعة).

b. ما احتمال اجتياز سعيد أي من الاختبارين في محاولته الأولى؟

7 **حدد إذا كان كل حدث منفصلاً أم غير منفصل (متقاطعاً). ثم حدد كل احتمال.**

احتمال اختيار قطعة نقد فئة ربع درهم أو قعة فئة الدرهم من 4 قطع فئة ربع درهم و 3 عملاقطع فئة نصف درهم و 6 قطع فئة الدرهم

احتمال اختيار ولد أو شخص شعره أشقر من 12 بنتًا، 5 منهن شعرهن أشقر، و 15 ولدًا، 6 منهم شعرهم أشقر

alManahj.com/ae

احتمال سحب بطاقة لعب "ملك" أو بطاقة لعب "ملكة" من مجموعة قياسية من بطاقات اللعب

8 **حدد ما إذا كان كل حدث مستقلاً أم غير مستقل. ثم حدد الاحتمال.**

احتمال اختيار كرة زجاجية صغيرة زرقاء، دون إعادتها مرة أخرى، ثم كرة صفراء من صندوق يحتوى على 5 كرات زجاجية صغيرة زرقاء و 4 كرات صفراء

الاحتمال المشروط

1 إيجاد احتمال وقوع حدث ما علمًا بوقوع حدث آخر.

يسمى احتمال وقوع حدث شريطة أن يسبقه وقوع حدث آخر باسم **الاحتمال المشروط**. ويمكن تمثيل الاحتمال المشروط لوقوع الحدث A بشرط وقوع الحدث B من خلال $P(A|B)$. وتتم قراءة $P(A|B)$ *"احتمال وقوع A علمًا بوقوع B"*.

الاحتمال المشروط

1 يتم تعريف الاحتمال المشروط لوقوع الحدث A علمًا بوقوع الحدث B من خلال

$$P(A|B) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(B)} \quad \text{حيث} \quad P(B) \neq 0.$$

1

	عدد الأشخاص الخاضعين للدراسة	
	استخدام الدواء	استخدام دواء وهمي
نمو الشعر	1600	1200
عدم نمو الشعر	800	400

الدواء ارجع إلى المثال التطبيقي أعلاه. ما احتمال نمو شعر الشخص الخاضع للاختبار، علمًا باستخدامه للدواء التجريبي؟

alManahj.com/ae

2 تلقي منال عملتين معدنيتين. فما احتمال حصولها على صورتين، علمًا بأنها قد حصلت من قبل على صورة واحدة على الأقل؟

6 **الدواء** لاختبار فاعلية لقاح جديد، أعطى الباحثون 100 متطوع العلاج التقليدي و 100 آخرين اللقاح الجديد. النتائج موضحة في الجدول التالي.

العلاج	الوقاية من الإصابة بالمرض	عدم الوقاية من الإصابة بالمرض
اللقاح الجديد	68	32
العلاج التقليدي	62	38

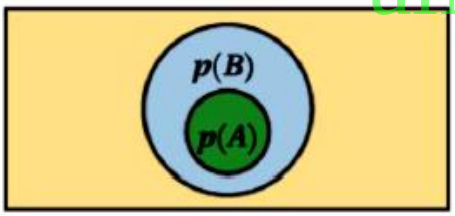
a. ما احتمال الوقاية من المرض لدى متطوع تم اختياره عشوائيًا؟

b. ما احتمال الوقاية من المرض لدى متطوع تم إعطاؤه اللقاح الجديد؟

alManahj.com/ae

في بعض الحالات، يكون الحدث A عبارة عن مجموعة جزئية من الحدث B. وعند حدوث ذلك، فإن احتمال وقوع كلا الحدثين A و B، $P(A$ و $B)$، هي نفس احتمال وقوع الحدث A.

لذلك، فإنه في مثل هذه المواقف، فإن $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$.



الحدث A مجموعة جزئية من الحدث B.

4 **يظهر على أوجه مجسم ذي الاثني عشر وجهًا الأعداد من 1 إلى 12. وإذا تم إلقاء حجر النرد مرة واحدة وتسجيل العدد الذي يظهر على الوجه العلوي، فما احتمال أن يكون هذا العدد هو مضاعف العدد 4 إذا كان من المعلوم أنه عدد زوجي؟**

نظرية ذات الحدين والاحتمال

شروط التجربة ذات الحدّين

1 تحدث التجربة ذات الحدّين إذا تحققت الشروط التالية.

- كل تجربة لها نتيجتان بالتحديد أو عدة نتائج يمكن تقليلها إلى نتيجتين.
- يجب أن يكون هناك عدد محدد من التجارب.
- يجب أن تكون نتائج كل تجربة مستقلة.
- تماثل الاحتمالات في كل تجربة.

1 **ثمانية من كل 10 مصابين بعدوى فيروسية محددة يمكن أن يتماثلوا للشفاء. فإذا أصيبت مجموعة مكونة من 7 أشخاص، فما احتمال شفاء 3 أشخاص تحديدًا من هذه العدوى؟**

alManahj.com/ae

2 **اشرح** ما إذا كان كل موقف يمثل تجربة ذات حدّين أم لا.

a. احتمال الفوز في مباراة عند رمي حجر نرد (مكعب أعداد).
وإذا كانت النتيجة 1 أو 2 أو 3، فإنك تفوز.

b. احتمال سحب كرتين زجاجيتين صغيرتين من جرة تحتوي على 10 كرات حمراء و 30 زرقاء و 5 صفراء.

3 أوجد كل احتمال إذا رميتَ حجر نرد خمس مرات.

ا(ظهور العدد 4 مرة واحدة فقط)p

(ظهور العدد 4 بما لا يزيد عن مرتين)p

5 **إذا وقع مسمار التثبيت، فإن احتمال سقوطه متجهًا لأعلى هي $\frac{2}{5}$. وأسقطت السيدة نبيلة 10 مسامير أثناء تثبيت لوحة التكاليف الأسبوعية على لوحة الإعلانات. أوجد كل احتمال.**

(جميع المسامير متجهة لأعلى)p

alManahj.com/ae

(3 مسامير فقط متجهة لأعلى)p

(5 مسامير فقط متجهة لأعلى)p