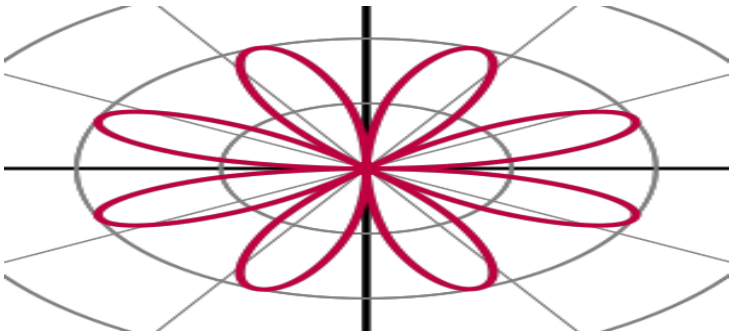


الفصل الدراسي الثالث

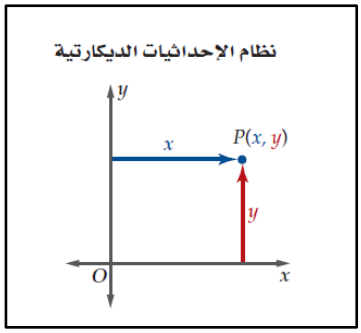
www.almanahj.com

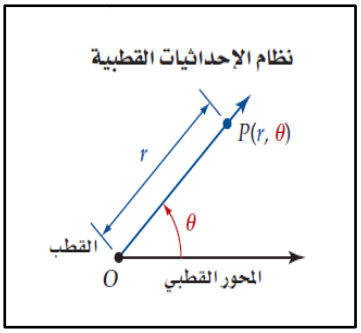
العام الدراسي 2016 – 2017 م

الوحدة الثامنة

الإحداثيات القطبية و الأعداد المركبة

الصف الحادي عشر المتقدم





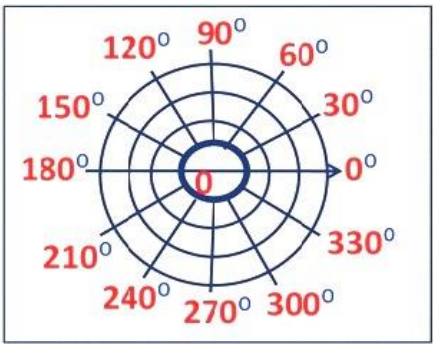
السؤال الأول مثل كل نقطة من النقاط الآتية بالمستوى القطبي .

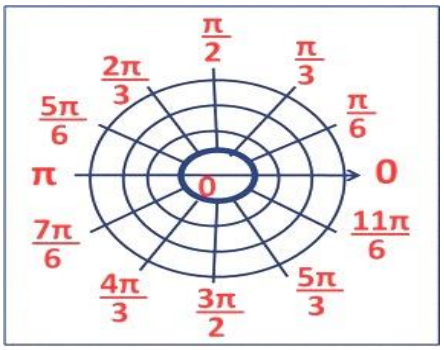
$$A(-2,\frac{\pi}{2}) \quad , \quad B(3,210^\circ) \quad , \quad C(2.5,-\frac{2\pi}{3}) \quad , \quad D(-3,-60^\circ)$$

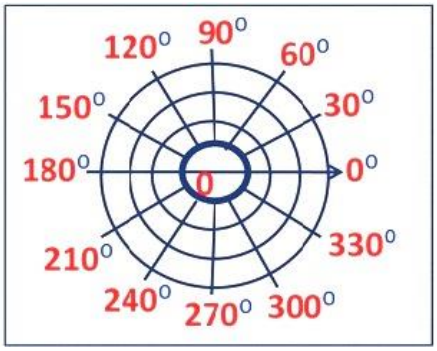
www.almanahj.com

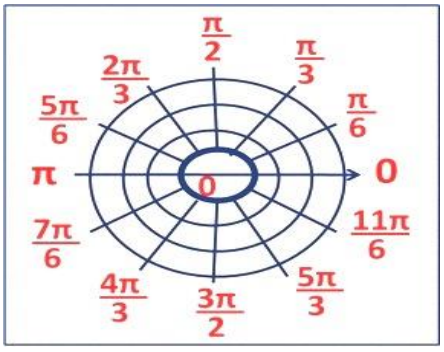
السؤال الثاني مثل كل نقطة من النقاط الآتية بيانيا على الشبكة القطبية .

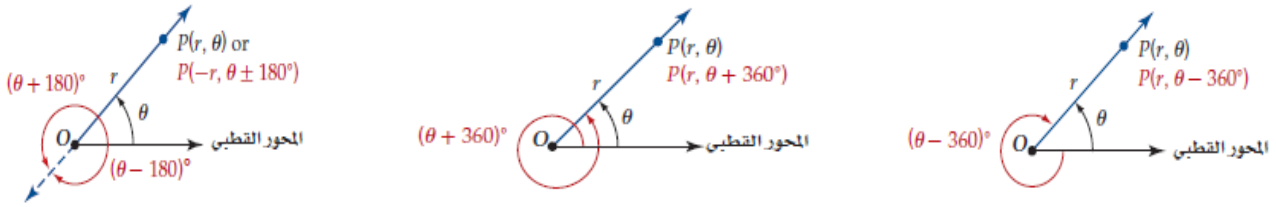
$$E(3,-\frac{\pi}{2}) \quad , \quad F(-2,150^\circ) \quad , \quad G(4,\frac{5\pi}{4}) \quad , \quad H(-3.5,-120^\circ)$$











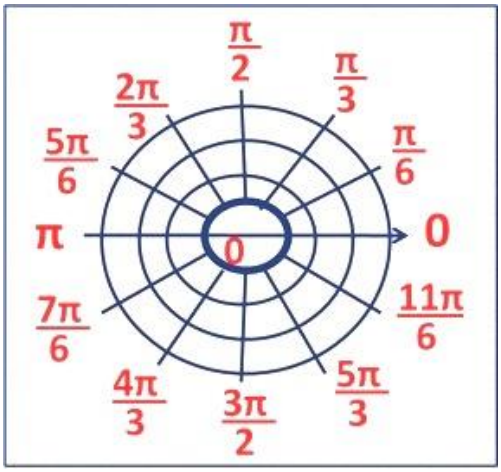
السؤال الثالث اذا كانت $-360^\circ \le \theta \le 360^\circ$ فأوجد ثلاثة أزواج مختلفة كل منها يمثّل إحداثيين قطبيين للنقطة

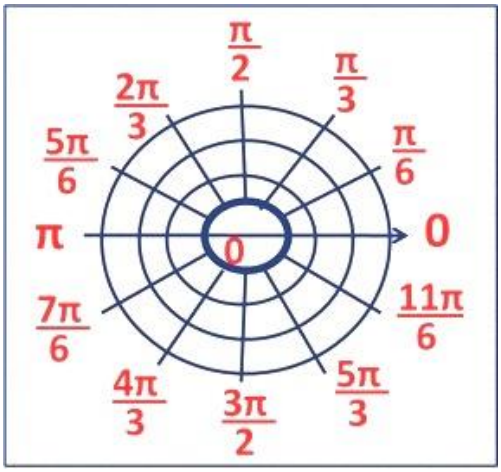
$Z(2, 210^\circ)$ ، $T(4, \frac{\pi}{3})$

www.almanahj.com

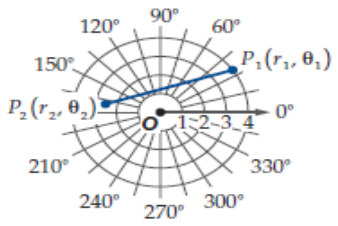
السؤال الرابع مثل كل معادلة من المعادلات القطبية الآتية بيانيا .

1) $r = 3$ ، 2) $\theta = \frac{5\pi}{3}$





مفهوم أساسي **المسافة بالصيغة القطبية**



افترض أن $P_1(r_1, \theta_1)$, $P_2(r_2, \theta_2)$ نقطتان في المستوى القطبي، تُعطى المسافة P_1P_2 ، بالصيغة:

$$P_1P_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

السؤال الخامس أوجد المسافة بين كل زوج من النقاط فيما يأتي :-

1) $(1, 30^\circ)$, $(\sqrt{3}, 150^\circ)$

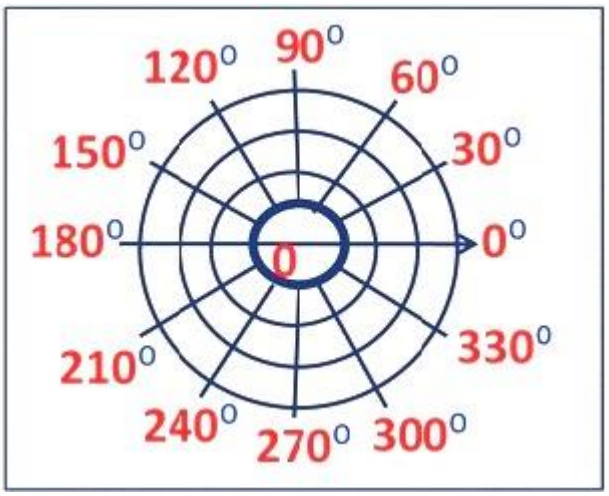
2) $(3, \pi)$, $(4, \frac{2\pi}{3})$

www.almanahj.com

السؤال السادس يرصُد رادار بحري حركة قاربين، إذا كانت إحداثيات موقعي القاربين $(6, 150^\circ), (8, 60^\circ)$ حيث r بالأميال .

1) فمثّل هذا الموقف في المستوى القطبي

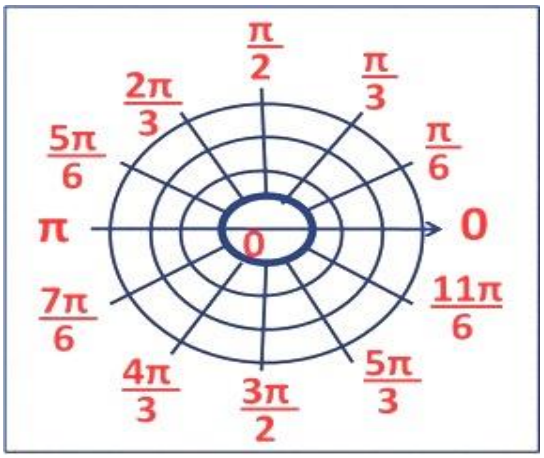
2) ما المسافة بين القاربين؟



السؤال الأول مثل المعادلات الآتية بيانيا , قرب قيمة r الى أقرب جزء من العشرة

1) $r = -2\cos\theta$

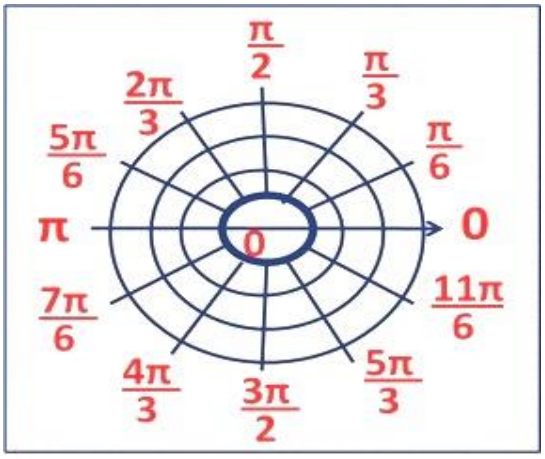
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$r=-2\cos\theta$													



www.almanahj.com

2) $r = 3\sin\theta$

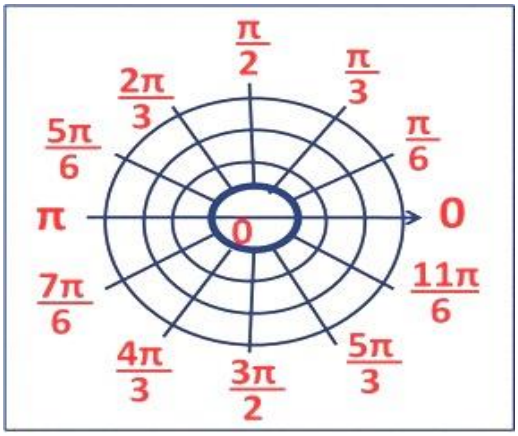
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$r=3\sin\theta$													



السؤال الثاني استخدم التناظر في تمثيل المعادلات الآتية بيانيا

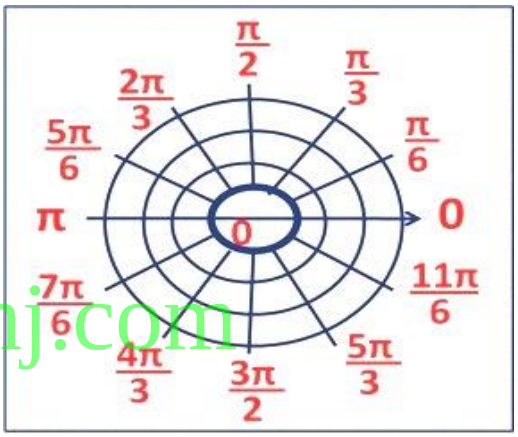
1) $r = 1 - 3\cos\theta$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$r = 1 - 3\cos\theta$							



2) $r = 3 + 2\sin\theta$

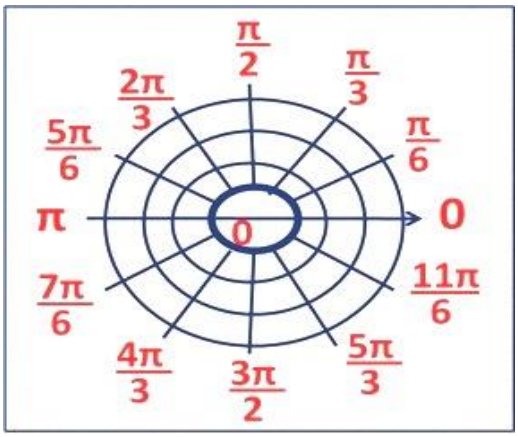
θ									
$r = 3 + 2\sin\theta$									



www.almanahj.com

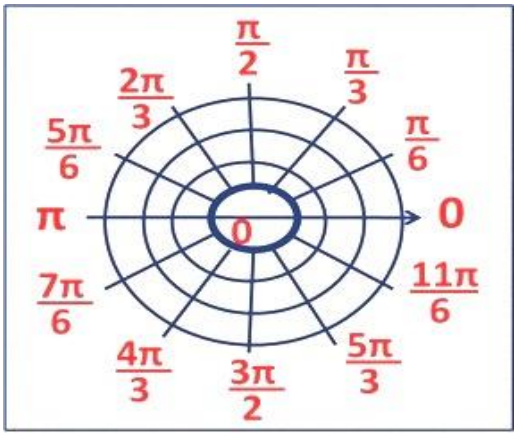
السؤال الثالث استخدم التناظر و الأصفار و قيم r العظمى في تمثيل الدالة الآتية بيانيا

1) $r = 2\sin 2\theta$

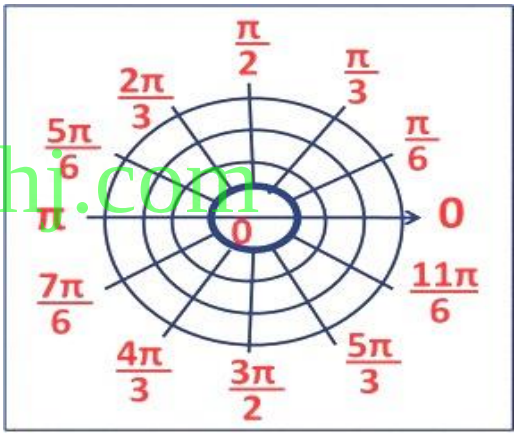


السؤال الرابع حدد نوع المنحنى الناتج عن كل معادلة ثم استخدم التناظر و الأصفار و قيم r العظمى في تمثيل الدوال الآتية بيانيا.

1) $r = 2\theta \quad , \quad \theta > 0$

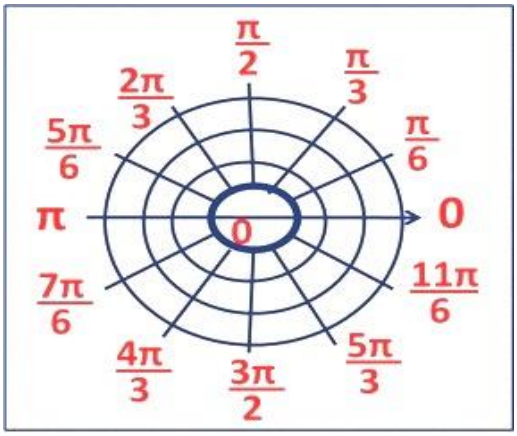


2) $r^2 = 8\sin 2\theta$

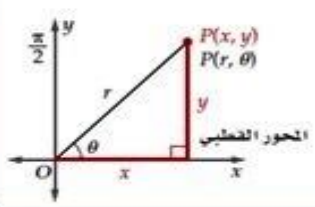


www.almanahj.com

3) $r = 3\cos 4\theta$



مفهوم أساسي تحويل الإحداثيات القطبية إلى الإحداثيات الديكارتية



إذا كان للنقطة P الإحداثيات القطبية (r, θ) ، فإن الإحداثيات الديكارتية (x, y) للنقطة P هي:

$x = r\cos\theta \quad , \quad y = r\sin\theta$

أي أن $(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)$.

السؤال الأول حوّل الإحداثيات القطبية إلى إحداثيات (متعامدة) ديكارتية، لكل نقطة مما يأتي :

1) $(6, \frac{\pi}{3})$

2) $(-4, -120^\circ)$

3) $(-8, 30^\circ)$

4) $(\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$

www.almanahj.com

السؤال الثاني أوجد زوجين مختلفين كل منهما يمثّل إحداثيين قطبيين لكل نقطة معطاة بالإحداثيّات (المتعامدة) الديكارتيّة في كلٍّ مما يأتي .

1) $W(1, \sqrt{3})$

2) $V(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$

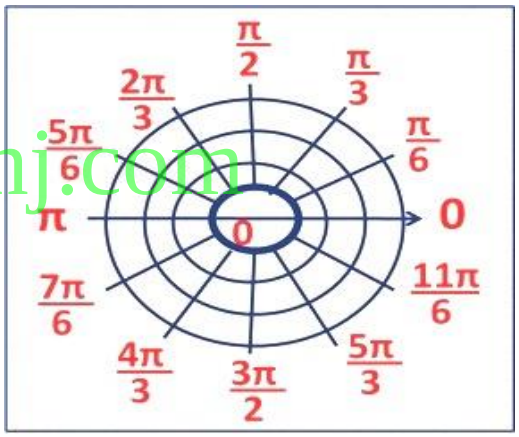
السؤال الثالث اكتب كلّ معادلة مما يأتي على الصورة القطبية .

1) $x^2 - y^2 = 1$

2) $(x-3)^2 + y^2 = 9$

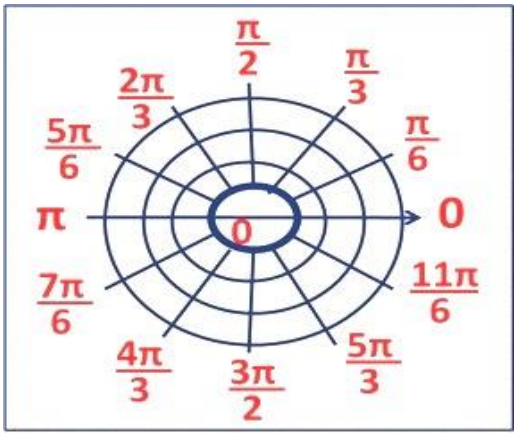
السؤال الرابع حدد التمثيل البياني لكل معادلة متعامدة . ثم أكتبها بصورة قطبية . أدعم إجابتك بتمثيل بياني للصورة القطبية للمعادلة .

1) $(x+2)^2 + y^2 = 4$



www.almanahj.com

2) $y = 4 - x^2$



السؤال الخامس اكتب كلّ معادلة قطبيّة مما يأتي على الصورة الديكارتية (المتعامدة) ثم حدد التمثيل البياني لها

1) $r = -4$

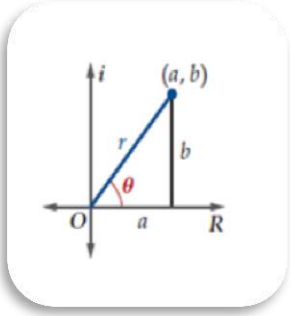
2) $\theta = \frac{5\pi}{4}$

3) $r = 5\cos\theta$

4) $r = -3\sin\theta$

www.almanahj.com

السؤال السادس اكتب المعادلة القطبيّة $r = \frac{5(\cos\theta + \sin\theta)}{\cos^2\theta - \sin^2\theta}$ على الصورة الديكارتية (المتعامدة):

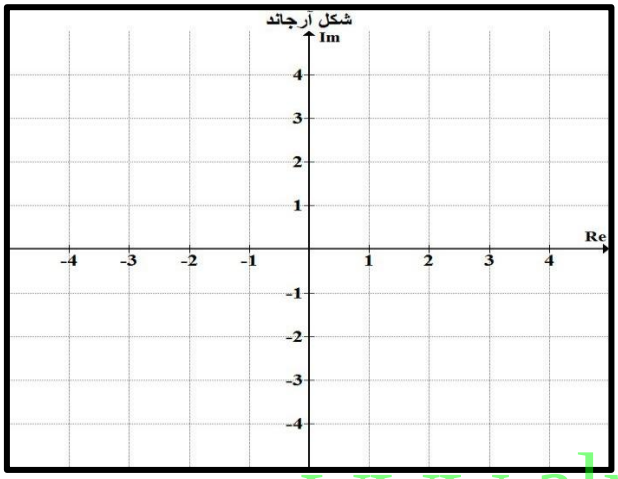


الصورة القطبية (المثلثية) للعدد المركب $z = a + ib$ هي $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

حيث تسمي θ بالسعه الأساسية $|Z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\tan\theta = \frac{b}{a}$

و يسمي r بالقيمة المطلقة (المقياس) .

السؤال الأول مثل الأعداد المركبة الآتية بالمستوى المركب :-



$z_1 = 3i$, $z_2 = -1 - 2i$

$z_3 = -1$, $z_4 = 3 - 2i$

$z_5 = 1$, $z_6 = -2 + 3i$

$z_7 = -2i$, $z_8 = 3 + 4i$

www.almanahj.com

السؤال الثاني عبّر عن كلّ عدد مركب مما يأتي بالصورة القطبية:

$z = (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i)$

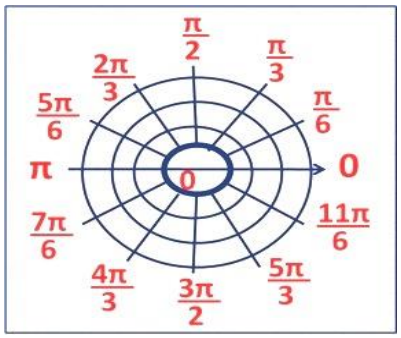
$z = -\sqrt{3} - i$

$z = \frac{-4}{1 + \sqrt{3}i}$

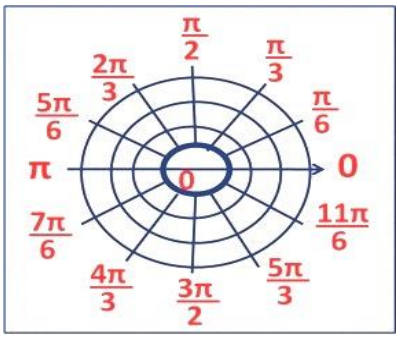
$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

السؤال الثالث مَثِّل كل عدد مركب مما يأتي في المستوى القطبي، ثم عبّر عنه بالصورة الديكارتية (المتعامدة)

1) $z = 4(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6})$



2) $z = 2(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$



www.almanahj.com

السؤال الرابع أوجد الناتج على الصورة القطبية، ثم عبّر عنه بالصورة المتعامدة لكلٍّ مما يأتي.

1) $4(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}).2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

2) $3(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}).6(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

3) $\dfrac{6(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})}{2(\cos\frac{\pi}{2} - i\sin\frac{\pi}{2})}$

4) $\dfrac{12(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})}{4(\cos\pi + i\sin\pi)}$

نظرية دي موافر اذا كان $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ فان

$$[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta) \quad , \quad n \in N \quad , \quad \theta \in R$$

مثال / اذا كان $z = 1+i$ فاوجد قيمة z^{10}

نكتب z على الصورة القطبية ثم نطبق نظرية دي موفر

$$z = \sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}))$$

$$z^{10} = (\sqrt{2})^{10}(\cos(10\frac{\pi}{4}) + i\sin(10\frac{\pi}{4}))$$

$$z^{10} = 32(\cos(\frac{5\pi}{2}) + i\sin(\frac{5\pi}{2}))$$

$$z^{10} = 32(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})) = 32i$$

السؤال الخامس أوجد الصورة القطبية و الصورة الجبرية لكل من المقادير الآتية :-

$(6+2\sqrt{3}i)^8$

www.almanahj.com

$(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{10}$

الجذور العدد المركب $z = x + iy$ يمكن ايجادها من العلاقة الآتية

$$w_k = r^{\frac{1}{n}}[\cos(\frac{\theta + 2k\pi}{n}) + i\ \sin(\frac{\theta + 2k\pi}{n})]$$

حيث $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots, n-1$

الجذور التكعيبية للعدد الواحد الصحيح

حل المعادلة $z^3 = 1$ هي الجذور الثلاثة للعدد (1) و هي $1\ ,\ -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ -\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

السؤال السادس أوجد الجذور التكعيبية للعدد - 8

www.almanahj.com

السؤال السابع أوجد الجذور الخماسية للعدد $z_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

السؤال الثامن استخدم نظرية ديموافر للتعبير عن كل من $\sin 3\theta, \cos 3\theta$ بدلالة $\sin\theta, \cos\theta$

السؤال التاسع اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الآتية :-

1) تسمي نقطة الأصل في نظام الأحداثيات القطبية بـ .....

a) السعه b) المقياس c) المحور القطبي d) القطب

www.almanahj.com

2) تسمي القيمة المطلقة للعدد المركب بـ .....

a) القطب b) المحور التخيلي c) المقياس d) السعه

3) اذا كان أحد جذور المعادلة $z^3-1=0$ هو $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ فان أحد الجذور الثلاثة يمكن ان يكون .....

a) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ b) لا شيء مما ذكر c) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ d) -1

4) القيمة المطلقة للعدد المركب $-4-3i$ تساوي .....

a) -3 b) 5 c) 7 d) 4

5) اذا كان $z=2(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})$ فان قيمة z^6 بالصورة المتعامدة تساوي .....

a) $(0,-64)$ b) لا شيء مما ذكر c) $(-64,0)$ d) $(2,90^\circ)$

6) أحد الأزواج المرتبة فيما يأتي لا يمثل احداثي قطبي للنقطة $P(5,70^\circ)$ حيث $-360^\circ \le \theta \le 360^\circ$ هو .....

a) $P(5,-290^\circ)$ b) $P(5,110^\circ)$ c) $P(-5,-110^\circ)$ d) $P(-5,250^\circ)$