# الأدهم

هدية مجانية

في

# الإستاتيكا

## الصف الثانى الثانوى

٢٠١٨

اسم الطالب /

المدرســـة /

الفصـــــل /

إعداد أ/ محمد أدهم

ت / ٠١٠٠٧٤٥١٩٥٧

# الدرس الاول
## محصلة قوتين تمر بنقطة

### القوانين

**١ محصلة قوتين**

$$ع = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1 ق_2 \text{جتا} \theta}$$

**أو**

$$ع^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1 ق_2 \text{جتا} \theta$$

**٢ زاوية ميل المحصلة على $ق_1$**

$$\text{ظا} \alpha = \frac{ق_2 \text{جا} \theta}{ق_1 + ق_2 \text{جتا} \theta}$$

### حالات خاصة

**١ القوتان فى نفس الاتجاة**

تكون المحصلة قيمتها عظمى وتساوى مجموع القوتين وتكون الزاوية بينهم $\theta = 0$ درجة

**٢ القوتان فى عكس الاتجاة**

تكون المحصلة = الفرق بين القوتين وتكون قيمتها صغرى وتكون الزاوية بينهم $\theta = 180°$

والمحصلة فى اتجاة القوة الاكبر

$ع = |ق_1 - ق_2|$

**مثال ١**

قوتان مقدارهما ٣، ٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بينهم ٦٠° اوجد مقدار واتجاة المحصلة.

**الحل**

$ق_1 = 5$ نيوتن $ق_2 = 3$ نيوتن

$\theta = 60°$

$ع = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + 2ق_1 ق_2 \text{جتا} \theta}$

$\therefore ع = \sqrt{5^2 + 3^2 + 2 \times 5 \times 3 \times \text{جتا} 60°}$

$= 7$ نيوتن.

$\text{ظا} \alpha = \frac{ق_2 \text{جا} \theta}{ق_1 + ق_2 \text{جتا} \theta}$

$\text{ظا} \alpha = \frac{3 \text{جا} 60}{5 + 3 \text{جتا} 60}$

shift tan ووووه

$\therefore \alpha = 21° 47'$ حيث $\alpha$ زاوية ميل المحصلة على القوة الأولى

## ٣ القوتان متصاورتان

$$ح = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$$

$$ظا\theta = \frac{ق_2}{ق_1}$$

## ٤ القوتان متساويتان

$$ح = 2ق \, جتا(\frac{ي}{2})$$

$\theta = \frac{ي}{2}$ ← المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

على فكرة إذا كانت الزاوية بين القوتين $120°$ والقوتين متساويتين فإن المحصلة = أحد القوتين

## ٥ المحصلة عمودية على احد القوتين

تكون عمودية على القوة المطلوب $ق_1$

$$ح^2 = ق_2^2 - ق_1^2$$

$$جتا\theta = \frac{-ق_1}{ق_2}$$

## المثل

١ إذا كانت ٥، ٣ نيوتن قوتين فإن $ح \in [2، 8]$

الفرق بينهم ← قيمة صغرى

مجموعهم ← قيمة عظمى

٢ إذا كانت محصلة ٤، ٦ نيوتن = ١٠ نيوتن فإن الزاوية بينهم = صفر

لأن المحصلة قيمة عظمى

٣ إذا كانت محصلة قوتين ٤، ٦ = ٢ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهم = $180°$

قيمة صغرى [في عكس الاتجاه]

٤ إذا كانت ٦، ٦ نيوتن محصلتهم = ٦ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهم = ... = $120°$

**مثال ٢**

إذا كانت ح محصلة قوتين و [٣٢٦١٢] فأوجد القوتين ثم أوجد الحصلة إذا كانت الزاوية بينهما = ٦٠°

**الحل**

$$\text{ق}_1 - \text{ق}_2 = 12 \quad (1)$$

$$\text{ق}_1 + \text{ق}_2 = 32 \quad (2)$$

بالجمع

$$2\text{ق}_1 = 44$$

$$\therefore \text{ق}_1 = \frac{44}{2} = 22 \text{ نيوتن}$$

بالتعويض فى (1)

$$\therefore 22 - \text{ق}_2 = 12$$

$$22 - 12 = \text{ق}_2$$

$$\therefore \text{ق}_2 = 10 \text{ نيوتن}$$

إذا كان ى = ٦٠°

خاصية

$$\text{ح} = \sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$$

$$= \sqrt{(22)^2 + (10)^2 + 2 \times 22 \times 10 \times \text{جتا } 60}$$

$$= 2\sqrt{201} \text{ نيوتن}$$

**مثال ٣**

قوتان مقدارهما ٦، ٧ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار الحصلة إذا كانت تميل بزاوية ٤٥° على ق

**الحل**

ق$_1$ = ٦ نيوتن  ق$_2$ = ق

ى = ١٣٥°  ميل ح على ق = ٤٥°

$$\therefore \text{ظا} = \frac{\text{ق}_1 \text{جا ى}}{\text{ق}_2 + \text{ق}_1 \text{جتا ى}} \quad \therefore \text{ظا } 45 = 1$$

$$\therefore 1 = \frac{6 \text{ جا } 135°}{\text{ق} + 6 \text{ جتا } 135°}$$

$$\therefore \text{ق} + 6 \text{ جتا } 135° = 6 \text{ جا } 135°$$

$$\therefore \text{ق} = 6 \text{ جا } 135° - 6 \text{ جتا } 135°$$

$$\therefore \text{ق} = 6\sqrt{2} \text{ نيوتن}$$

وبتعويض بخاصية ح

$$\text{ح} = \sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}^2 + 2\text{ق}_1\text{ق} \text{ جتا ى}}$$

$$\text{ح} = \sqrt{6^2 + (6\sqrt{2})^2 + 2 \times 6 \times 6\sqrt{2} \text{ جتا } 135°}$$

$$= 6 \text{ نيوتن}$$

**مثال ٤** قوتان مقدارهما ١٧٦٣٠ ث.جم فإذا كان مقدار محصلتهم = ٢٦ ث.جم أوجد قياس الزاوية بينهما

**الحل**

$ق_1 = ٣٠$ ث.جم  $ق_2 = ١٧$ ث.جم

$ح = ٢٦$ ث.جم  $ى = ؟$

$ح^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2$ جتا ى

$(٢٦)^2 = (٣٠)^2 + (١٧)^2 + ٢ \times ٣٠ \times ١٧$ جتا ى

$(٢٦)^2 - (٣٠)^2 - (١٧)^2 = ٢ \times ٣٠ \times ١٧$ جتا ى

$-٤٨٠ = ٩٦٠$ جتا ى

$\therefore$ جتا ى $= \frac{-٤٨٠}{٩٦٠}$

shift cos

$\therefore ى = ١٢٠^\circ$

**الحل**

الفكرة هنجيب محصلتين الاولى والتانية ونعتبرهم قوة واحدة وبعدها التالتة يبقى كده قوتين مرة مجموعهم ومرة نظرهم.

$ح_{١,٢} = \sqrt{٥^2 + ١٠^2 + ٢ \times ٥ \times ١٠ \times$ جتا ٦٠$}$

$= \sqrt{٧٥}$ نيوتن.

$\therefore$ القيمة لنفس الجديدة

$= \sqrt{٧٥} + \sqrt{٧٤} = \sqrt{٧٩}$ نيوتن

القيمة الصغرى الجديدة

$= \sqrt{٧٥} - \sqrt{٧٤} = \sqrt{٧}$ نيوتن

**مثال ٥** إذا اثرت القوى الثلاث التى مقاديرها ١٠، ٥، $\sqrt{٧٤}$ نيوتن فى نقطة مادية وكان قياس الزاوية بين الاولى والتانية = ٦٠° أوجد القيمة العظمى والصغرى لمحصلتهم

**ملحوظة** مدخلات القوة تحتاج

① مقدار ② إتجاه

③ نقطة تأثير

**مثال ٦**

قوتان مقدارهما ١٢، ١٥ نيوتن وجيب تمام الزاوية بينهما $\frac{٤}{٥}$ أوجد مقدار محصلتهما وزاوية ميلها على $ق_١$

**الحل**

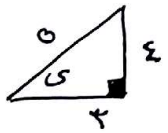
$ق_١ = ١٢$ نيوتن  $ق_٢ = ١٥$ نيوتن

جتا $\theta = \frac{٤}{٥}$

$ح = \sqrt{ق_١^٢ + ق_٢^٢ + ٢ ق_١ ق_٢ \text{ جتا } \theta}$

$ح = \sqrt{(١٢)^٢ + (١٥)^٢ + ٢ \times ١٢ \times ١٥ \times \frac{٤}{٥}}$

$\therefore ح = ٩$ نيوتن




فى المثلث القائم الزاوية المقابلة

جتا $\theta = \frac{٤}{٥}$  جا $\theta = \frac{٣}{٥}$

ظا $\theta = \frac{ق_٢ \text{ جا } \theta}{ق_١ + ق_٢ \text{ جتا } \theta} = \frac{١٥ \times \frac{٣}{٥}}{١٢ + ١٥ \times \frac{٤}{٥}}$ بالقسمة على ٥

$\therefore \theta = ٩٠°$

* وعلى فكرة يا شباب *

لو لاحظت إن جتا $\theta = \frac{٤}{٥} = \frac{١٢}{١٥}$

$= \frac{ق_١}{ق_٢}$

$\therefore$ المحصلة عمودية على القوة الأولى

$\therefore \theta = ٩٠°$

**مثال ٧**

قوتان متساويتان فى المقدار ومحصلتهما ٣٦٠ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠° أوجد مقدار كل من القوتين.

**الحل**

$ق_١ = ق_٢ = ق$

$ح = ٣٦٠$  $\theta = ٦٠°$

$\because ح = ٢ ق \text{ جتا } \frac{\theta}{٢}$

$٣٦٠ = ٢ ق \text{ جتا } ٣٠$

$٣٦٠ = ق \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢$

$\therefore ق_١ = ق_٢ = ٢٠٠\sqrt{٣}$ نيوتن.

**مثال ٨**

قوتان مقدارهما ٦، ٦ ث.كجم وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° أوجد مقدار المحصلة إذا كانت خط عمل المحصلة يميل بزاوية ٤٠° على $ق_١$

**الحل**

أى رأيك نشاركك فى الخطوات

$ق_١ = ق$  $ق_٢ = ٦$

$\theta = ١٣٥°$  $\alpha = ٤٠°$

$\because$ ظا $\alpha = \frac{ق_٢ \text{ جا } \theta}{ق_١ + ق_٢ \text{ جتا } \theta}$  $\therefore$ ظا $٤٠° = \frac{٦ \text{ جا } ١٣٥°}{ق + ٦ \text{ جتا } ١٣٥°}$

$١ = \frac{٦ \text{ جا } ١٣٥°}{ق + ٦ \text{ جتا } ١٣٥°}$

$\therefore ق = ٣\sqrt{٢} - ٣\sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$  $\frac{٣\sqrt{٢}}{ق - ٣\sqrt{٢}} = ١$

$\therefore ح = ٣\sqrt{٢} + ٣\sqrt{٢} = ٦\sqrt{٢}$ ث.كجم

∴ ق = √(ق١² + ق٢² + ٢ ق١ ق٢ جتا α)

∴ ق = √(٦ √٢)² + (٦)² + ٢ × (٦ √٢) × ٦ × جتا ١٣٥°

∴ ق = ٦ ث. كجم

**مثال ٩** قوتان متساويتا فى المقدار "ق" بينهما زاوية ١٢٠° وإذا ضوعفت القوتان وأصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠° زادت المحصلة بمقدار ١١ ث. كجم فى الحالة الأولى أوجد مقدار ق

**الحل**

∴ ق١ = ق٢ = ق ، α = ١٢٠°

∴ ق١ = ٢ ق جتا α/٢

ق١ = ٢ ق جتا ٦٠°

ق١ = ق

وعندما ق١ = ق٢ = ٢ ق ، α = ٦٠°

ق٢ = √(٢ ق)² + (٢ ق)² + ٢ (٢ ق)(٢ ق) جتا ٦٠°

ق٢ = ٢ ق √٣

∵ ق٢ − ق١ = ١١

٢ √٣ ق − ق = ١١

ق (٢ √٣ − ١) = ١١

∴ ق = ١١ / (٢ √٣ − ١)

∴ ق = ١ + ٢ √٣ ث. كجم

## الواجب

١) قوتان مقدارهما ٧٫٥ نيوتن وتحصرا بينهما زاوية ١٢٠° أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى.

٢) أوجد مقدار واتجاه قوتين ٨٫٦٨٠ نيوتن إذا كانت الزاوية بينهما ١٢٠°

٣) قوتان مقدارهما ٦٠٫٣٠ نيوتن ومقدار محصلتهما ٦٢ نيوتن أوجد قياس الزاوية بينهما

٤) قوتان مقدارهما ١٢ ، ق ث. كجم تؤثران فى نقطة وتحصران بينهما زاوية ١٢٠° أوجد مقدار ق إذا كانت المحصلة تميل على القوة ١٢ بزاوية قياسها ٣٠°

٥) قوتان متساويتان مقدارهما (٢ق − ٥) ، (ق + ٤) أوجد مقدار كل منهما إذا كانت المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين

٦) قوتان مثلا قياسه فى نقطة ومقدار احداهما ضعف مقدار الأخرى فإذا كانت اتجاه المحصلة عمودياً على الصغرى فأوجد قياس الزاوية بينهما

٧ ثلاث قوى متلاقية فى نقطة واحدة مقاديرهم ٣ ، ٥ ، ٧ نيوتن فإذا كان قياس الزاوية بينهم ٦٠° فأوجد القيمة العظمى والصغرى لمحصلة القوى الثلاثة

---

٨ قوتان مقدارهما ٥ ، ٨ نيوتن ومحصلتهما ∈ [٣ ، ١٣] حيث ٥ ، ٨ أوجد قيمة ٥ ، ٨ ثم أوجد مقدار المحصلة عندما تكون الزاوية بينهما ١٢٠°

---

٩ قوتان متساويتان فى المقدار ومحصلتهما فى نقطة ومقدار محصلتهما ١٢ ث.جم وإذا عكس اتجاه احداهما فإن مقدار محصلتهما ٦ ث.جم أوجد مقدار كل منهما.

---

## اختر الاجابة الصحيحة

١٠ قوتان مقدارهما ٣ ، ٥ ومقدار محصلتهما ٥ فإن قياس الزاوية بينهما

( صفر ، ٦٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° )

١١ قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٥ ، ٧ وقياس الزاوية بينهما ٦٠° فإن مقدار المحصلة = ...

( ٢ ، ٨ ، ٧ ، ٥ )

١٢ إذا تلاقت محصلة قوتين فى عظمى فإن قياس الزاوية بينهما = ...

( ٦٠° ، ٩٠° ، صفر ، ١٨٠° )

---

١٢ إذا كانت لقوتان ٨ ، ٥ محصلتهما ٣ فإن قياس الزاوية بينهما = ...

( ١٨٠° ، ١٢٠° ، صفر ، ٩٠° )

---

١٤ القيمة العظمى والصغرى على الترتيب لمحصلة قوتين ٨ ، ١٣ هما ...

( ٨ ، ١٣ ، ٥ ، ٢١ ، ٨ ، ٢١ )

---

١٥ قوتان متساويتان فى المقدار قياس الزاوية بينهما $\frac{2\pi}{3}$ ومقدار محصلتهما = ٨ نيوتن فأوجد مقدار كل منهما

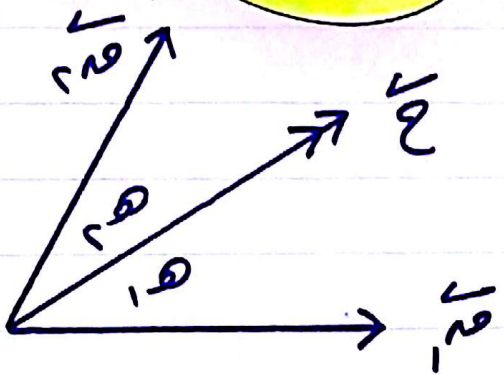
( ٨ ، ٤ ، ٤√٣ ، ٤√٢ )

---

قال رسول الله صلى الله عليه وسلم

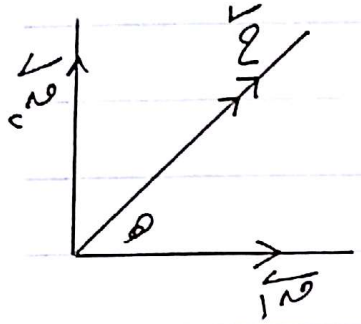
كلمتان خفيفتان على اللسان ثقيلتان فى الميزان حبيبتان للرحمن سبحان الله وبحمده سبحان الله العظيم.

# الدرس الثانى
# تحليل القوة إلى مركبتين




$$\frac{ق_1}{جا\theta_2} = \frac{ق_2}{جا\theta_1} = \frac{ق}{جا(\theta_1+\theta_2)}$$

## إذا كانت القوتان متعامدتان

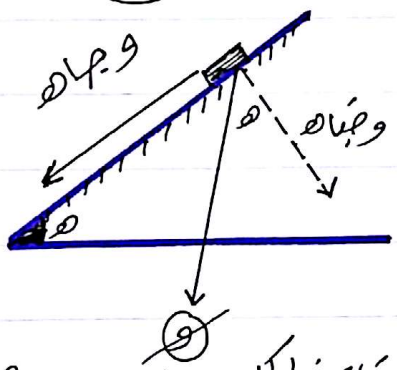



$ق_1 = ق\ جتا\theta$

$ق_2 = ق\ جا\theta$

مجموع الزاويتين تساوى ٩٠ فى جميع الحالات

## فى حالات المستوى المائل



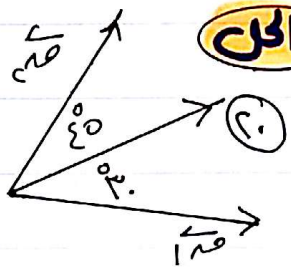

مركبة الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى = وجاه

// // // // // العمودى على المستوى = وجتاه

## مثال ١

حلل قوة مقدارها ٢٠ نيوتن إلى مركبتين تميلان على القوة بزاويتين $٣٠^\circ$ ، $٤٥^\circ$

**الحل**




$$\frac{ق_1}{جا٤٥} = \frac{ق_2}{جا٣٠} = \frac{٢٠}{جا(٤٥+٣٠)}$$

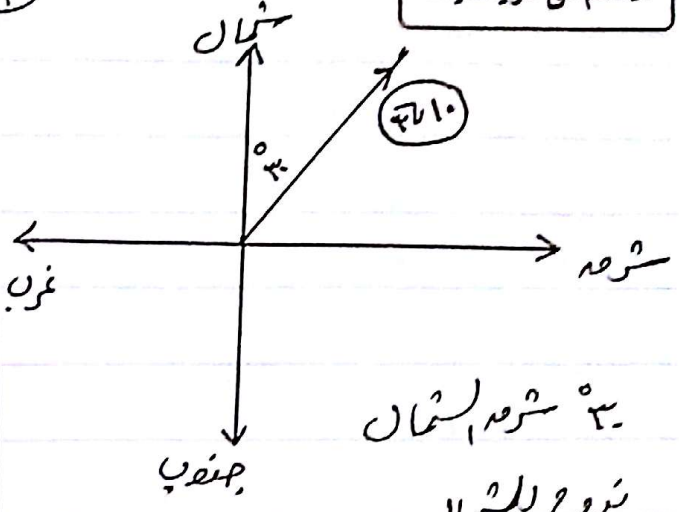
$$ق_1 = \frac{٢٠\ جا٤٥}{جا٧٥} \approx ١٤,٦ \text{ نيوتن}$$

$$ق_2 = \frac{٢٠\ جا٣٠}{جا٧٥} \approx ١٠,٤ \text{ نيوتن}$$

## مثال ٢

حلل قوة مقدارها ١٠ √٣ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شرق الشمال فى اتجاه الشمال والشرق

**الحل**




٣٠° شرق الشمال

نروح الشمال

ونلف ونتحرك ٣٠° باتجاه الشرق

فى اتجاه الشمال = ١٠ ث ن جا ٣٠ = ٥ نيوتن

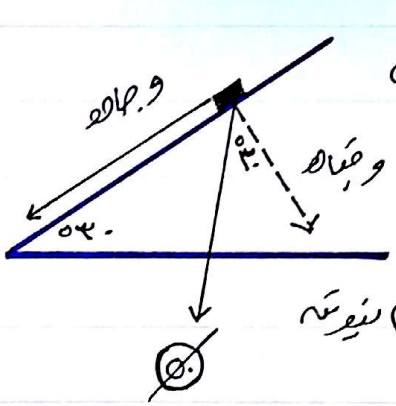
فى اتجاه الشرق = ١٠ ث ن جتا ٣٠ = ٥√٣ نيوتن

---

**مثال ٢**

وضع جسم وزنه ٥٠ نيوتن على مستوى مائل على الأفقى بزاوية ٣٠° أوجد مركبتى الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والعمودى عليه

**الحل**




فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى

= و جا هـ

= ٥٠ جا ٣٠ = ٢٥ نيوتن

فى الاتجاه العمودى على المستوى

= و جتا هـ = ٥٠ جتا ٣٠ = ٢٥√٣ نيوتن

---

**مثال ٤**

أوجد مركبتى $\overrightarrow{ق}$ فى اتجاهى المحورين فى كل مما يلى

---

**١** $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص}$

**الحل**

٣ وحدة فى اتجاه $\overrightarrow{س}$

، ٢ وحدة فى اتجاه $\overleftarrow{ص}$

---

**٢** $\overrightarrow{ق} = (٨ \text{ ذا } ١٣٥°)$

**الحل**

نأخذ التمثيل من الصورة القطبية إلى الصورة الإحداثية

$\overrightarrow{ق} = س\overrightarrow{س} + ص\overrightarrow{ص}$

س = المقدار × جتا الزاوية

ص = المقدار × جا الزاوية

س = ٨ جتا ١٣٥° = -٤√٢ $\overleftarrow{س}$

ص = ٨ جا ١٣٥° = ٤√٢ $\overrightarrow{ص}$

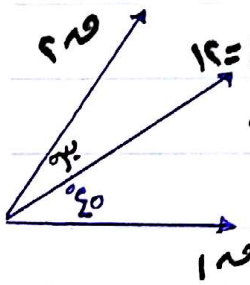
أى أن

٤√٢ وحدة فى اتجاه $\overrightarrow{س}$

و ٤√٢ وحدة فى اتجاه $\overleftarrow{ص}$

---

اختر: $ق_١$ = ....




(أ) ١٢ جا ٧٥°

(ب) ١٢ جتا ٤٥°

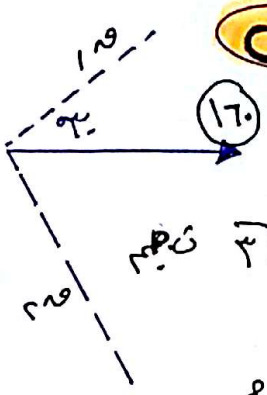
(ج) ٦√٢ جتا ٧٥°

(د) ٦√٢ جتا ٤٥°

**مثال ٥**

حلل قوة أفقية ١٦٠ ث.جم فى اتجاهين متعامدين أحدهما يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° لأعلى

**الحل**




ق١ لأعلى = ١٦٠ جتا ٣٠°

= ٨٠√٣ ث.جم

ق٢ لأسفل = ١٦٠ جا ٣٠

= ٨٠ ث.جم

**مثال ٦**

حُلّلت قوة مقدارها ١٠√٣ نيوتن إلى مركبتين متعامدتين مقدار أحدهما ١٥ نيوتن فأوجد مقدار المركبة الأخرى

**الحل**

طبقاً لمثال ده بفكرة الدرس السابق الحل

المعطيات ق = ١٠√٣ ، ى = ٩٠°

ق١ = ١٥ نيوتن

∴ ق = √(ق١² + ق٢²)

(١٠√٣)² = (١٥)² + ق٢²

٣٠٠ = ٢٢٥ + ق٢²

ق٢² = ٣٠٠ − ٢٢٥ = ٧٥

∴ ق٢ = √٧٥ = ٥√٣ نيوتن

## الواجب

١ حلل قوة مقدارها ٨٠٠ نيوتن إلى اتجاهين متعامدين أحدهما يصنع ٣٠° ، ٦٠°

٢ حلل قوة مقدارها ١٠٠ نيوتن إلى اتجاهين متعامدين أحدهما يصنع ٣٠°

٣ قوة مقدارها ١٨ نيوتن تعمل فى اتجاه الجنوب أوجد مركبتيها فى اتجاهى ٦٠° شرق الجنوب ، ٣٠° غرب الجنوب.

٤ حلل قوة مقدارها ٩٠ نيوتن إلى قوتين متعامدتين فى المقدار وقياس الزاوية بينه واتجاهيهما ٦٠°

٥ أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين لقوة مقدارها ٨٠ نيوتن موضوع على مستوى مائل على الأفقى بزاوية ٣٠° فط أكبر ميل والعمودى

٦ سقوط مائل ثقله ٣٠√٣ وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم وزنه ٣٩٠ نيوتن أوجد مركبتى الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للسقوط والاتجاه العمودى عليه.

# الدرس الثالث
## محصلة عدة قوى مستوية فى نقطة

الشرط اللازم والكافى لاتزان مجموعة من القوى المستوية التى تمثل جميعاً بأضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى اتجاة دورى واحد هو $\sum س = 0$ ، $\sum ص = 0$

## خطوات حل المسألة

١ ترسم المسألة فى نظام احداثى متعامد ولو فيه اتجاهات تكتب الاتجاهات على الاسهام

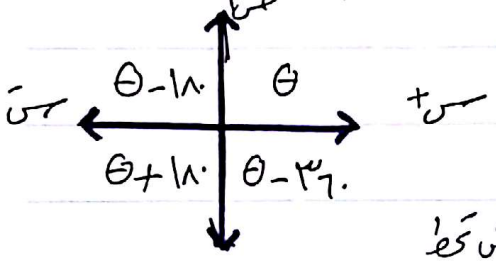
٢ تحدد كل قوة والزاوية التى تصنعها مع الاتجاة الموجب لمحور السينات

٣ تجيب $\sum س = \sum$ مقدار القوة × جتا الزاوية
، $\sum ص = \sum$ مقدار القوة × جا الزاوية

٤ تجيب $ح = \sqrt{(\sum س)^2 + (\sum ص)^2}$

٥ وبقسمة $ظا\theta = \frac{\sum ص}{\sum س}$ مع مراعاة اشارة $\sum س$ و $\sum ص$ وتحدد الربع الذى تقع فيه $\theta$

ونحاول تحليلها لزاوية نسبة

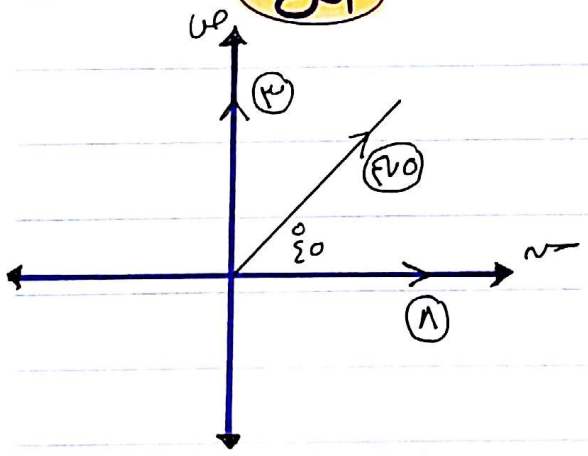



متناسش نحط القوة فى دائرة

## مثال ١

ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة فإذا كانت الزاوية بين الاولى والثانية = ٤٥°
وبين الثانية والثالثة = ٤٥°
فأوجد مقدار واتجاة المحصلة حيث القوى ٨ ، ٥√٢ ، ٣ نيوتن

**الحل**




| القوة | ١ | ٨ | ٥√٢ | ٣ |
|---|---|---|---|---|
| قياس زاوية الاتجاه | صفر° | ٤٥° | ٩٠° | |

$ن = ٨ جتا ٠° + ٧٥ جتا ٤٥° + ٩ جتا ٣٠°$

$= ١٣$ نيوتن

$ص = ٨ جا ٠° + ٧٥ جا ٤٥° + ٩ جا ٣٠°$

$= ٨$ نيوتن

$ح = \sqrt{ن^٢ + ص^٢} = \sqrt{(١٣)^٢ + (٨)^٢}$

$= \sqrt{٢٣٣} \approx ١٥,٢٦٤$ نيوتن

ظا $هـ = \frac{ص}{ن} = \frac{٨}{١٣}$ فى الربع الاول

$\therefore هـ \approx ٣١° ٣٦'$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $ح$ | ٧ | ٧٧ | ٧٥ | ٩ | ١٢ | $ن$ |
| $\theta$ | $٢٧٠°$ | $٢٢٥°$ | $١٣٥°$ | $٩٠°$ | صفر | $ص$ |

تعرف تكمل انت

$ن =$

$ص =$

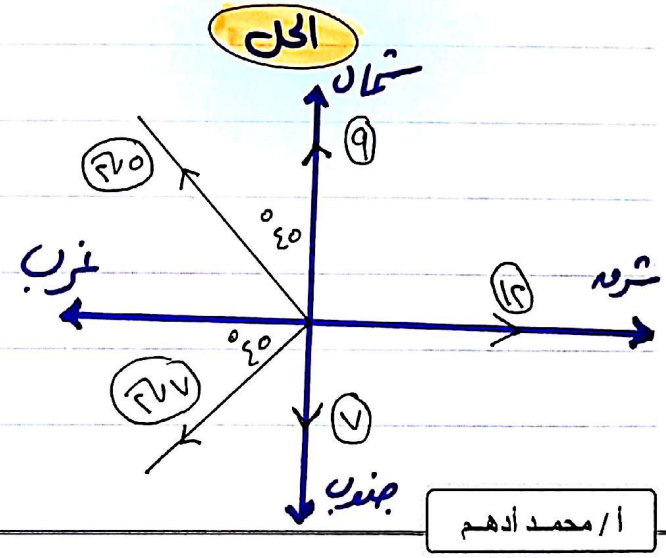
$ح =$

ظا $هـ =$

**مثال ٢**

خمس قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة مقاديرها ١٢ ، ٩ ، ٧٥ ، ٧٧ ، ٧ نيوتن تعمل فى الشرق ، الشمال ، الشمال الغربى ، الجنوب الغربى والجنوب على الترتيب أثبت أن المجموعة متزنة

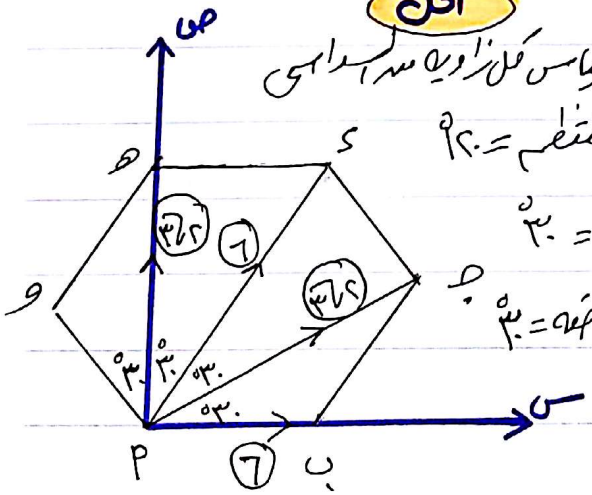
**الحل**




**مثال ٣**

P ب هـ د و مسدس منتظم أثرت القوى $٣\sqrt{٢}$ ، ٦ ، $٣\sqrt{٢}$ ، ٦ ، $٣\sqrt{٢}$ نيوتن فى $\overrightarrow{ب P}$ ، $\overrightarrow{هـ P}$ ، $\overrightarrow{د P}$ ، $\overrightarrow{و P}$ ، $\overrightarrow{هـ P}$ على الترتيب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

**الحل**




قياس كل زاوية من زوايا المسدس المنتظم $= ١٢٠°$

$\frac{١٢٠}{٤} = ٣٠°$

كل $هـ = ٣٠°$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\vec{ق}$ | ٦ | $٣\sqrt{٢}$ | ٦ | $٣\sqrt{٢}$ |
| $\theta$ | صفر° | ٣٠° | ٦٠° | ٩٠° |

$\vec{ن} = ٦ جتا ٠° + ٣\sqrt{٢} جتا ٣٠° + ٦ جتا ٦٠°$
$+ ٣\sqrt{٢} جتا ٩٠° = ١٢$ نيوتن

$\vec{ص} = ٦ جا ٠ + ٣\sqrt{٢} جا ٣٠ + ٦ جا ٦٠°$
$+ ٣\sqrt{٢} جا ٩٠° = ٦ + ٣\sqrt{٢}$ نيوتن

$ق = \sqrt{ن^٢ + ص^٢} = \sqrt{(١٢)^٢ + (٦ + ٣\sqrt{٢})^٢}$
$= ٦\sqrt{٨}$ نيوتن

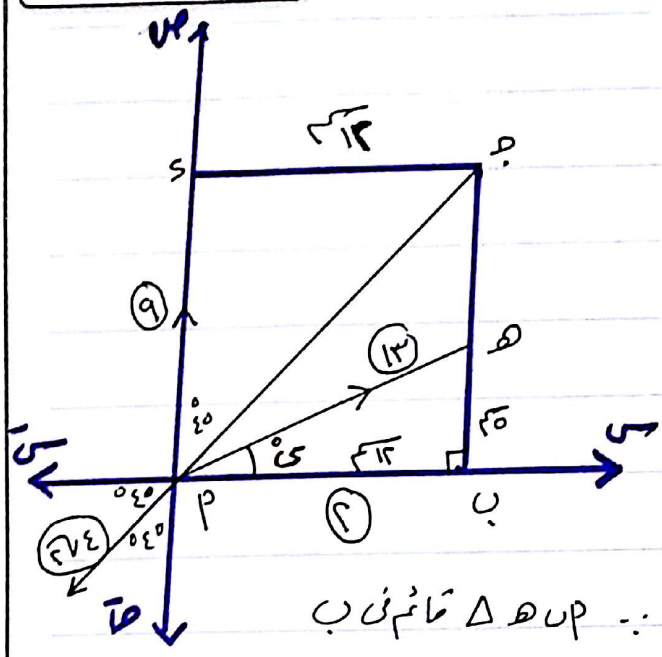
$ظا هـ = \frac{ص}{ن} = \frac{٦ + ٣\sqrt{٢}}{١٢} = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

$\therefore هـ = ٣٥° ١٦' ٣٦''$

**مثال ٤**

$أ ب ج د$ مربع طول ضلعه $١٢$ سم، $هـ \in ج ب$ بحيث $ب هـ = ٥$ سم، أثرت قوى مقاديرها $٢، ١٣، ٤\sqrt{٢}، ٩$ ث.جم فى الاتجاهات $\overrightarrow{أب}$، $\overrightarrow{ج هـ}$، $\overrightarrow{هـ أ}$، $\overrightarrow{د ج}$ على الترتيب أوجد محصلة هذه القوى

**الحل**




$\therefore \Delta أ هـ ب$ قائم فى $ب$

$\therefore أ هـ = \sqrt{١٢^٢ + ٥^٢} = ١٣$ سم

$جتا ى = \frac{١٢}{١٣}$ $\quad$ $ظا ى = \frac{٥}{١٢}$

ملاحظة: $\overleftarrow{ص أ}$ يصنع فى الربع الثالث
وعندما قطر المربع ينصف الزاوية يصنع ٤٥°
فى الربع الثالث مستقيم $١٨٠ + ٤٥ = ٢٢٥°$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\vec{ق}$ | ٢ | ١٣ | $٤\sqrt{٢}$ | ٩ |
| $\theta$ | صفر° | ى° | ٢٢٥° | ٩٠° |

$\vec{ن} = ٢ جتا ٠ + ١٣ جتا ى + ٤\sqrt{٢} جتا ٢٢٥°$
$+ ٩ جتا ٩٠°$
$= ٢ جتا ٠ + ١٣ \times (\frac{١٢}{١٣}) + ٤\sqrt{٢} جتا ٢٢٥°$
$+ ٩ جتا ٩٠° = ١٠$ ث.جم

$\vec{ص} = ٢ جا ٠ + ١٣ جا ى + ٤\sqrt{٢} جا ٢٢٥°$
$+ ٩ جا ٩٠° = ١٠$ ث.جم

$ق = \sqrt{ق_{س}^{٢} + ق_{ص}^{٢}} = \sqrt{١٠^{٢} + ١٠^{٢}} = ١٠\sqrt{٢}$ ث.جم

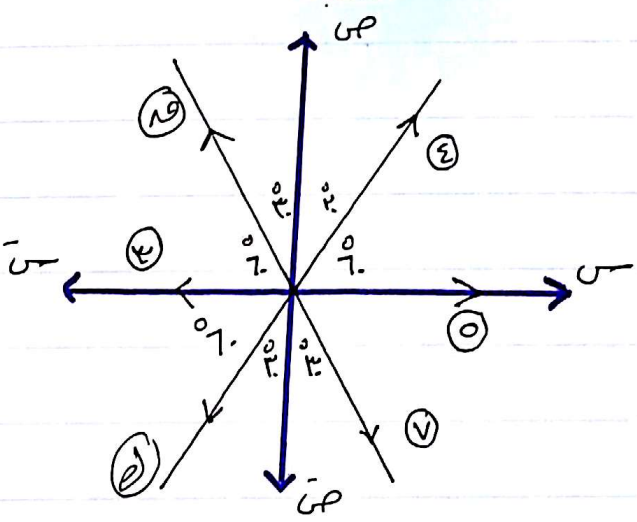
$ظا هـ = \frac{ق_{ص}}{ق_{س}} = \frac{١٠}{١٠} = ١$

$\therefore هـ = ٤٥^{\circ}$ وفى إتجاة $\overleftarrow{ق_{هـ}}$

**مثال ٥**

أثرت القوى المستوية $٥، ٤، ق_{هـ}، ٣، ل، ٧$ نيوتن فى نقطة مادية والزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها $٦٠^{\circ}$ أوجد قيمة $ق_{هـ}$ حتى تكون المجموعة متزنة

**الحل**




| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $ق_{هـ}$ | ٥ | ٤ | $ق_{هـ}$ | ٣ | ل | ٧ |
| $\theta$ | صفر° | ٦٠° | ١٢٠° | ١٨٠° | ٢٤٠° | ٣٠٠° |

∵ المجموعة متزنة ∴ $ق_{س} = ٠$ ، $ق_{ص} = ٠$

$ق_{س} = ٥ جتا ٠^{\circ} + ٤ جتا ٦٠^{\circ} + ق_{هـ} جتا ١٢٠^{\circ} + ٣ جتا ١٨٠^{\circ} + ل جتا ٢٤٠^{\circ} + ٧ جتا ٣٠٠^{\circ} = ٠$

$٥ + ٢ - \frac{١}{٢} ق_{هـ} - ٣ - \frac{١}{٢} ل + \frac{٧}{٢} = ٠$

$٥,٥ - \frac{١}{٢} ق_{هـ} - \frac{١}{٢} ل = ٠$ (×٢)

$ق_{هـ} + ل = ١٥$ ← (١)

$ق_{ص} = ٥ جا ٠^{\circ} + ٤ جا ٦٠^{\circ} + ق_{هـ} جا ١٢٠^{\circ} + ٣ جا ١٨٠^{\circ} + ل جا ٢٤٠^{\circ} + ٧ جا ٣٠٠^{\circ} = ٠$

$٠ + ٢\sqrt{٣} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} ق_{هـ} + ٠ + (-\frac{\sqrt{٣}}{٢}) ل + ٠ = ٠$

بالضرب × ٢ $\quad ٤\sqrt{٣} + \sqrt{٣} ق_{هـ} - \sqrt{٣} ل = ٠$

بالقسمة على $\sqrt{٣}$ $\quad ق_{هـ} - ل = -٤$

$ق_{هـ} + ل = ١٥$ ← (١)

$٢ق_{هـ} = ١١ \quad \therefore ق_{هـ} = \frac{١١}{٢} = ٩,٥$ ث.جم

بالتعويض فى (١) $\quad ل + ٩,٥ = ١٥$

$\therefore ل = ١٥ - ٩,٥ = ٥,٦$ ث.جم

**مثال ٦**

إذا كان $\overrightarrow{ق_1} = \overrightarrow{س} + 2\overrightarrow{ص} + 3\overrightarrow{ع}$

$\overrightarrow{ق_2} = 6\overrightarrow{س} + 7\overrightarrow{ص} + \overrightarrow{ع}$

$\overrightarrow{ق_3} = 4\overrightarrow{س} + 5\overrightarrow{ص} - 14\overrightarrow{ع}$

وكانت $\overrightarrow{ق}$ = (١٠ ، ٢ ، $\frac{3}{4}$ ط)

فأوجد قيمتى أ ، ب

**الحل**

$\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3}$

$\overrightarrow{ق} = (أ + 6 + 4)\overrightarrow{س} + (2 + 7 + 5)\overrightarrow{ص} + (3 + 1 - 14)\overrightarrow{ع}$

$\therefore \overrightarrow{ق} = (أ + 10)\overrightarrow{س} + 14\overrightarrow{ص} - 10\overrightarrow{ع}$

وكذلك $\overrightarrow{ق} = 10$ جتا ١٣٥ $\overrightarrow{س}$

$+ 10$ جا ١٣٥ $\overrightarrow{ص}$

$= -10\overrightarrow{س} + 10\overrightarrow{ص}$

$\therefore أ + 10 = -10$

$أ = -10 - 10 = -20$

$\therefore ب + 14 = 10$

$ب = 10 - 14 = -4$

$\therefore$ أ = -٢٠ ، ب = -٤

**مثال ٧**

إذا كان $\overrightarrow{ق_1} = 2\overrightarrow{س} + 3\overrightarrow{ص}$

$\overrightarrow{ق_2} = \overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$

فأوجد مقدار المحصلة

**الحل**

$\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} = 3\overrightarrow{س} + 4\overrightarrow{ص}$

$||\overrightarrow{ق}|| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$ وحدة قوة

## الواجب

١ أثرت ثلاث قوى متلاقية مقاديرها ٢ ، ٣ ، ٤ نيوتن فى نقطة مادية وكانت الزاوية بين كل قوتين متتاليتين ٦٠° ، ١٢٠° ، ١٥٠° أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٢ أربع قوى مستوية الأولى ٤ نيوتن فى اتجاه الشرق والثانية ٢ نيوتن فى اتجاه ٣٠° شرق الشمال والثالثة ٥ نيوتن ٦٠° شمال الغرب والرابعة ٣√٢ فى اتجاه ٦٠° غرب الجنوب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٣ أ ب ج د هـ و سداسى منتظم أثرت القوى ٨ ، ٦√٢ ، ٥ ، ٤√٣ نيوتن فى اتجاه $\overrightarrow{أب}$ ، $\overrightarrow{أج}$ ، $\overrightarrow{أد}$ ، $\overrightarrow{أهـ}$ ، $\overrightarrow{أو}$ على الترتيب أوجد مقدار واتجاه المحصلة

٤ القوى ٢٠ ، ١٠ ، هـ ، ك نيوتن تؤثر فى نقطة مادية وقياس الزاوية بين الأولى والثانية ٤٥° وبين الثانية والثالثة ٩٠° وبين الثالثة والرابعة ١٣٥° . فإذا كان مقدار المحصلة ١٠ نيوتن فى اتجاة القوة هـ فأوجد قيمة هـ ، ك

---

معلم طلب لجلا حصر للبيانى وشد اللحاف وقال أنا مالى

# الدرس الرابع
# اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى

## ملاحظات هامة

**١ شروط اتزان جسم تحت تأثير قوتين**
١- متساويتين فى المقدار
٢- مستويهما واحد من الاتجاه
٣- تؤثر عليهما على استقامة واحدة

**٢ إذا كانت البكرة ملساء فإنه**
الشد فى فرعى الخيط يكون متساوى

**٣ قاعدة مثلث القوى**
كل قوة تتناسب مع طول الضلع المقابل لها

**٤ قاعدة الجذع اللى اسمه لامى**
كل قوة تتناسب مع جيب الزاوية بين القوتين الأخريين

**٥ مثلث القوى العمودى**
كل قوة تتناسب مع طول الضلع العمودى عليه

**٦ المثلث القائم الزاوية ٣٠° ٦٠° ٩٠°**
النسبة بين أضلاعه ١ : √٣ : ٢
٣٠° مقابل ١
٦٠° مقابل √٣
٩٠° مقابل ٢

**٧ المثلث القائم المتساوى الساقين**
١ : ١ : √٢

**٨ طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°**
فى المثلث القائم = ½ طول الوتر

**٩ طول متوسط المثلث القائم**
والخارج من رأس القائمة = ½ طول الوتر

**١٠ إذا رسم مستقيم يوازى أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين فإنه المثلث الناتج يشابه المثلث الأصلى**

**١١ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث**
توازى الضلع الثالث وتساوى ½ طوله

**١٢** القطعة المستقيمة المرسومة من منتصف أحد الضلعين موازية أحد الأضلاع فإنها تنصف الضلع الآخر

**١٣**
$$\text{ظا}(١٨٠ - \theta) = -\text{ظا}\theta$$
$$\text{جتا}(١٨٠ - \theta) = -\text{جتا}\theta$$

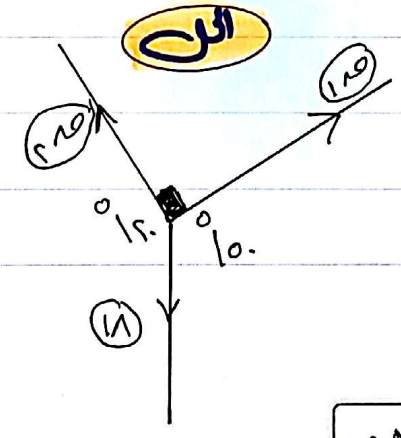
**١٤**
$$\text{ظا}(٩٠ + \theta) = -\text{ظا}\theta$$
$$\text{جتا}(٩٠ + \theta) = -\text{جتا}\theta$$

كفاية ملاحظات

**مثال ١**

ثلاث قوى مستوية مقاديرها $ق_١ ، ق_٢ ، ق_٣$ ١٨ نيوتن متلاقية فى نقطة واقعة وتزنه فإذا كان قياس الزاوية بين خطى عمل القوتين الأولى والثانية ٩٠° وبين الثانية والثالثة ١٢٠° أوجد $ق_١ ، ق_٢$

**الحل**




$$\frac{ق_١}{\text{جا}١٢٠^\circ} = \frac{ق_٢}{\text{جا}١٥٠^\circ} = \frac{١٨}{\text{جا}٩٠^\circ}$$

$$ق_١ = \frac{١٨ \times \text{جا}١٢٠^\circ}{\text{جا}٩٠^\circ} = ٣\sqrt{٩} \text{ نيوتن}$$

$$ق_٢ = \frac{١٨ \times \text{جا}١٥٠^\circ}{\text{جا}٩٠^\circ} = ٩ \text{ نيوتن}$$

**مثال ٢**

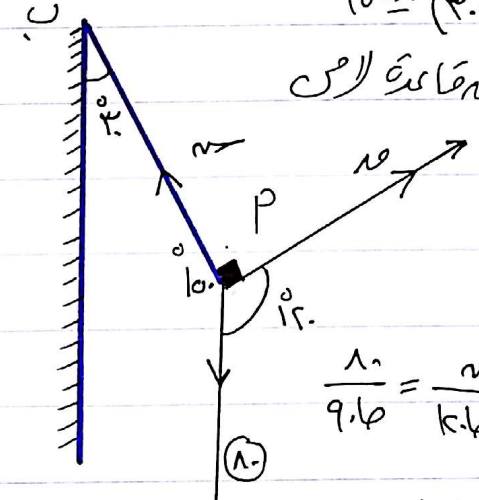
علق ثقل مقداره ٨٠ نيوتن فى طرف خيط مشتت طرفه الآخر فى حائط رأسى، أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح مائلاً على الحائط بزاوية ٣٠° أوجد مقدار القوة والشد فى الخيط

**الحل**

الحائط رأسى والوزن رأسى متوازيين

$$(١٨٠ - ٣٠)^\circ = ١٥٠^\circ$$

بتطبيق قاعدة لامى




$$\frac{٨٠}{\text{جا}٩٠^\circ} = \frac{ن}{\text{جا}١٢٠^\circ} = \frac{ق}{\text{جا}١٥٠^\circ}$$

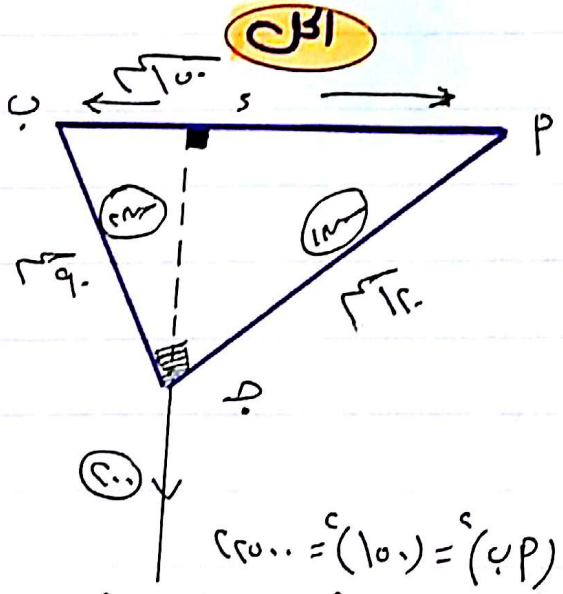
$$ق = \frac{١٥٠ \text{ جا} \times ٨٠}{\text{جا}٩٠^\circ} = ٤٠ \text{ نيوتن}$$

$$ن = \frac{١٢٠ \text{ جا} \times ٨٠}{\text{جا}٩٠^\circ} = ٤٠\sqrt{٣} \text{ نيوتن}$$

**مثال ٣**

علقت ثقل مقداره ٢٠٠ ث.جم بخيطين طولاهما ٩٠ سم ، ١٢٠ سم من نقطتين فى خط أفقى واحد البعد بينهما ١٥٠ سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين .

**الحل**




$\therefore (ب ج)^2 = (١٥٠)^2 = ٢٢٥٠٠$

$(ج ج)^2 + (ب ج)^2 = (١٢٠)^2 + (٩٠)^2 = ٢٢٥٠٠$

$\therefore$ ج ب ج قطعى قائم

$\therefore$ ق$_1$ ⊥ ب ج

ق$_2$ ⊥ ج ج

و (٢٠٠) ⊥ ج ب

$\therefore \frac{ق_1}{٩٠} = \frac{ق_2}{١٢٠} = \frac{٢٠٠}{١٥٠}$

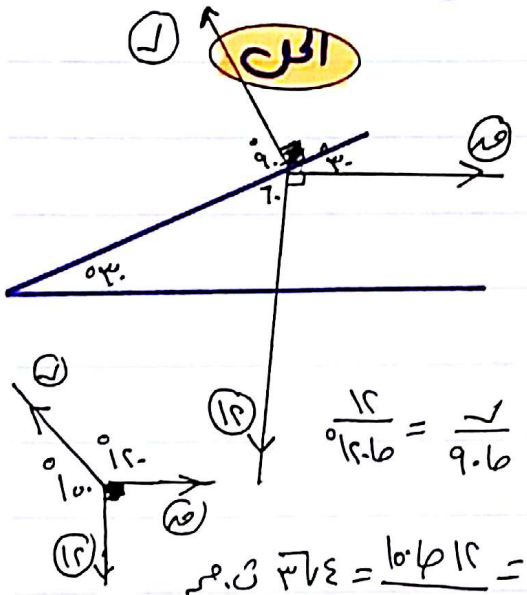
$ق_1 = \frac{٩٠ \times ٢٠٠}{١٥٠} = ١٢٠$ ث.جم

$ق_2 = \frac{١٢٠ \times ٢٠٠}{١٥٠} = ١٦٠$ ث.جم

**مثال ٤**

وضع جسم وزنه ١٢ ث.كجم على مستوى أملس يميل على الأفق بزاوية قياسها ٣٠° وحفظ توازن الجسم بواسطة قوة أفقية أوجد مقدار القوة ورد فعل المستوى

**الحل**







$\frac{ق}{ق_1} = \frac{ل}{ق_2} = \frac{١٢}{ق_1}$

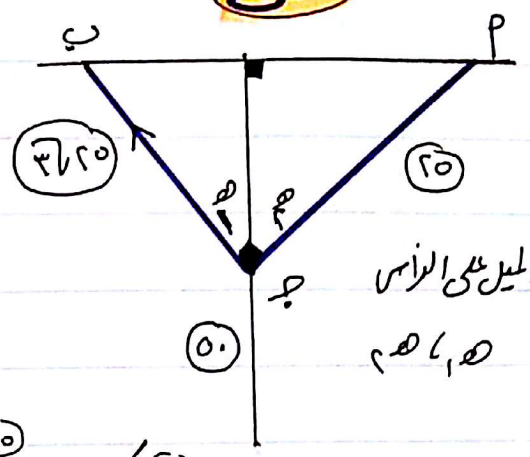
$\therefore ق = \frac{١٢ ق_1}{ق_2} = ٣٧٤$ ث.جم

$ل = \frac{١٢ ق_2}{ق_1} = ٣٧٨$ ث.جم

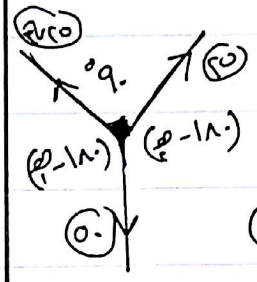
**مثال ٥**

علقت ثقل قدره ٥٠ ث.جم بواسطة خيطين متعامدين فإذا كان الشد فى الخيطين هما ٢٥٧٣ ، ٢٥٦ ث.جم فأوجد قياس الزاوية التى يميل بها كل من الخيطين على الرأسى

**الحل**




زاويتى الميل على الرأسى هما هـ١، هـ٢




$$\frac{٥٠}{\text{ج}\,٩٠^\circ} = \frac{٢٥}{\text{ج}\,(١٨٠-هـ٢)} = \frac{٢٥\sqrt{٣}}{\text{ج}\,(١٨٠-هـ١)}$$

$$\frac{٥٠}{٩٠\text{ ث}} = \frac{٢٥}{\text{ث}\,هـ١} = \frac{٢٥\sqrt{٣}}{\text{ث}\,هـ٢}$$

$$\text{ث}\,هـ١ = \frac{٢٥ \times ٩٠\text{ ث}}{٥٠} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore هـ١ = ٦٠^\circ$$

$$\text{ث}\,هـ٢ = \frac{٢٥\sqrt{٣} \times ٩٠\text{ ث}}{٥٠} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

$$\therefore هـ٢ = ٦٠^\circ$$

---

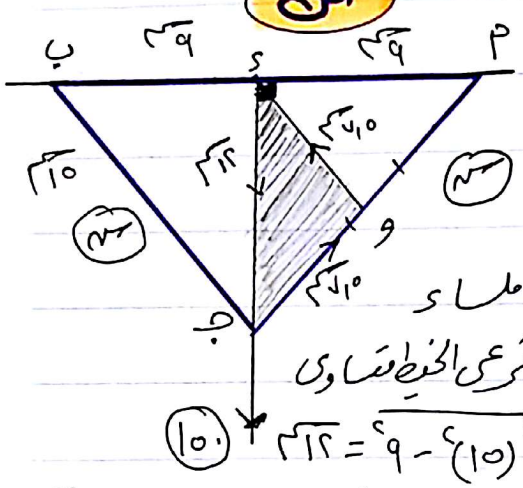
**مثال ٦**

خيط أملس طوله ٣٠ سم، ربط من طرفيه فى نقطتين م، ب بحيث كان م أ رأسياً وطول م ب = ٢٨ سم فإذا انزلقت حلقة ملساء وزنها ١٥٠ ث.جم على الخيط اثبت أنه فى وضع

---

التوازن يكون طولا فرعى الخيط متساويين ثم أوجد الشد فى كل منهما.

**الحل**




∴ الحلقة ملساء

∴ الشد فى فرعى الخيط متساوى

ء جـ = $\sqrt{(١٥)^٢ - ٩^٢}$ = ١٢ سم

∴ ء منتصف م أ ، ء و // ب جـ

فإنه ينصف م جـ ∴ و ء = $٧,٥\sqrt{٣}$ سم

∴ ء و متوسط خارج مثلث القائم

= $\frac{١}{٢}$ طول الوتر = $\frac{١}{٢} \times ١٥ = ٧,٥\sqrt{٣}$ سم

$$\therefore \frac{١٥٠}{١٢} = \frac{\text{ش}}{٧,٥} = \frac{\text{ش}}{٧,٥}$$

$$\therefore \text{ش} = \frac{٧,٥ \times ١٥٠}{١٢} = ٩٣,٧٥ \text{ ث.جم}$$

---

أضحك لنفسك خطأ فى الوقت الخاطئ مزدحم

# الواجب

**١** ثلاث قوى ٦٠ ، ٥٠ ، ٨٠ ث.نيوتن متزنة ومتلاقية فى نقطة فإذا كانت قياس الزاوية بينهما الأولى والثانية ١٢٠° وبين الثانية والثالثة ٩٠° فأوجد مقدار ق٣ ، ق١

**٢** وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وحفظ فى حالة اتزانه بتأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى . أوجد وزن الجسم ورد الفعل .

**٣** على ثقل مقداره ٢٠٠ ث.جم فخيطين طولاهما ٦٠ سم ، ٨٠ سم من نقطتين على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٠٠ سم أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين .

**٤** على ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف مثبت طرفه الآخر فى نقطة من حائط رأسى ، أثر بقوة عمودية على الخيط حتى اصبح الخيط فى وضع التقائه يميل على الحائط بزاوية ٣٠° أوجد مقدار القوة والشد فى الخيط

**٥** أثر ميت كرة بندول وزنها ٦٠٠ ث.جم حتى صار الخيط يصنع زاوية ٣٠° مع الرأسى تحت تأثير قوة فى اتجاه عمودى على الخيط أوجد مقدار القوة ، الشد فى الخيط

**٦** وضع جسم وزنه ٣٠٠ ث.جم على مستوى مائل أملس يميل على الأفق بزاوية ظاها $\frac{1}{\sqrt{3}}$ وحفظ من الانزلاق بواسطة قوة تصنع ٣٠° مع المستوى الأعلى أوجد مقدار القوة ورد الفعل

**٧** على جسم وزنه ٢٠٠ ث.جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية هـ ويميل الآخر على الرأسى بـ ٣٠° فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول ١٠٠ ث.جم فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثانى .

**٨** أكمل
ثلاث قوى متساوية فى المقدار ومتلاقية فى نقطة ومتزنة فإن قياس الزاوية بين كل قوتين = ---

اللهم أغنى بحلالك عن حرامك
واجزهم عنى خيراً .

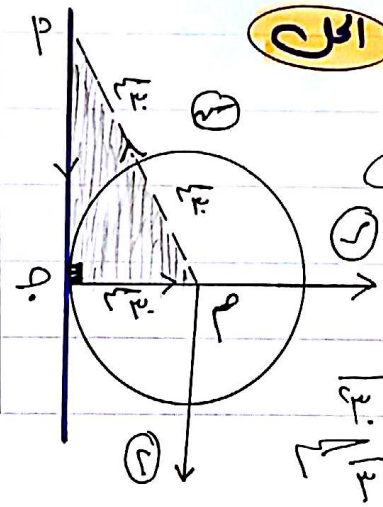
# الدرس الخامس
## تلاقى خطوط عمل القوى الثلاث

إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية ومستوية فإن خطوط عمل هذه القوى تتلاقى فى نقطة واحدة.

**مثال ١**

كرة معدنية وزنها ٢ ث.كجم وطول نصف قطرها ٣٠ سم ربطت عند إحدى نقط محيطها ب خيط طوله ٣٠ سم وربط طرفه الآخر P عند نقطة فى حائط رأسى أملس فاتزنت الكرة وهى مستندة على الحائط أوجد مقدار الشد فى الخيط ورد فعل الحائط

**الحل**




∵ الحائط أملس

∴ رد الفعل عمودى

فى Δ P ب م

$P ب = \sqrt{(٦٠)^٢ - (٣٠)^٢}$

$= ٣٠\sqrt{٣}$

$\frac{ق}{٣٠\sqrt{٣}} = \frac{ن}{٦٠} = \frac{ر}{٣٠}$

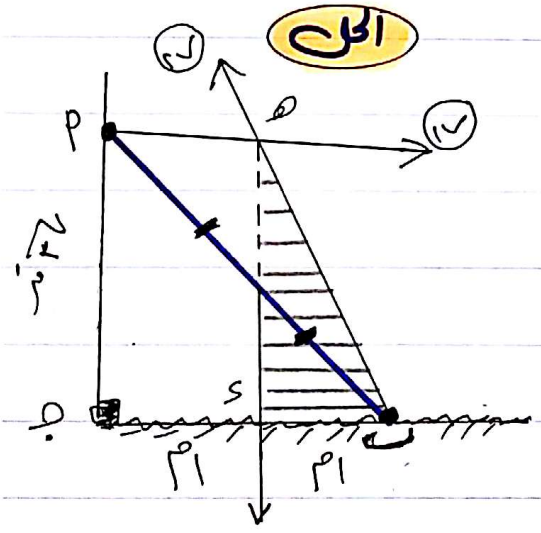
$\therefore ر = \frac{٢ \times ٣٠}{٣٠\sqrt{٣}} = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ث.كجم $= \frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$ ث.كجم

$ن = \frac{٦٠ \times ٢}{٣٠\sqrt{٣}} = \frac{٤}{\sqrt{٣}}$ ث.كجم $= \frac{٤\sqrt{٣}}{٣}$ ث.كجم

**مثال ٢**

P ب سلم منتظم وزنه ٨ ث.كجم، يرتكز بطرفه العلوى P على حائط رأسى أملس وبطرفه السفلى ب على أرض أفقية خشنة بحيث كان الطرف العلوى يبعد عن الأرض بمقدار ٣ أمتار والطرف السفلى يبعد عن الحائط مسافة ٤ أمتار أوجد مقدار الضغط على كل من الحائط والأرض.

**الحل**



∴ الخيط أملس ∴ $\overrightarrow{ر_1}$ عمودى على الخيط
والوزنه يؤثر فى المنتصف
وبما مقدار الوزنه و $\overrightarrow{ر_1}$ يلتقيا
فى نقطه هـ ∴ $\overrightarrow{ر_2}$ يمر بـ هـ

∴ Δ ب د هـ مثلث لقوى

فيه ب د = ١ م  عارفاليه ؟
د هـ = ٣√٣ م  عارفاليه ؟

ب هـ = $\sqrt{(٣\sqrt{٣})^2 + (١)^2}$ = ٢ م

∴ $\frac{١ر}{١} = \frac{٢ر}{٢} = \frac{٣\sqrt{٨}}{٣\sqrt{٣}}$

∴ $ر_1$ = $\frac{٣\sqrt{٣} \times ٨ \times ١}{٣\sqrt{٣}}$ = ٨ ث.كجم

$ر_2$ = $\frac{٣\sqrt{٣} \times ٨ \times ٢}{٣\sqrt{٣}}$ = ١٦ ث.كجم

## الحل

التفسير
متزنه تحت تأثير
ثلاث قوى

① $\overrightarrow{ر_1}$ ⊥ المستوى الأول

② $\overrightarrow{ر_2}$ ⊥ المستوى الثانى

③ وزنه يؤثر فى منتصفه وبما مقدارها
فى نقطه جـ

م د ب جـ مستطيل ⇐ م هـ نقطه تلاقى
قطرى المستطيل

∴ هـ د قطر المستطيل يمر بالنقطه م

∵ هـ د ⊥ أ ى ∴ ق(هـ د̂ ى) = ٩٠°

∴ ق (م د̂ م) = ٣٠°

∵ م د = م م ∴ ق(د م̂ م) = ٣٠°

∵ ق(ص م̂ د) = ٦٠° لأنها متبادلة مع
ق (م د̂ س) المتوازى

∴ ق(ص م̂ م) = ٣٠° ← زاوية الميل على الأفق

∴ القضيب يصنع ٣٠° مع الأفق

$\frac{ر_1}{جا ١٥٠} = \frac{ر_2}{جا ١٢٠} = \frac{٢٤}{جا ٩٠}$

$ر_1$ = $\frac{٢٤ \times جا ١٥٠}{جا ٩٠}$ = ١٢ نيوتن

$ر_2$ = $\frac{٢٤ \times جا ١٢٠}{جا ٩٠}$ = ١٢√٣ نيوتن

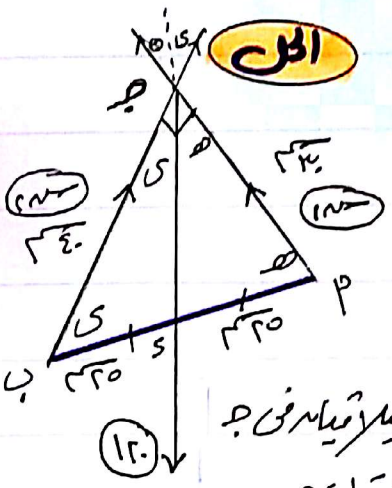
**مثال ٣**

قضيب منتظم يرتكز بطرفيه على مستويين أملسين مائلين يصنعان مع الأفق زاويتين قياسهما ٦٠°، ٣٠° أوجد قياس الزاوية التى يصنعها القضيب مع الأفق فى وضع التوازن وإذا كان مقدار وزنه ٢٤ نيوتن أوجد مقدار رد فعل كل من المستويين

**مثال ٤**

قضيب منتظم طوله ٥٠ سم ووزنه ١٢٠ ث.جم علق من طرفيه تعليقاً خالصاً بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة فإذا كان طولا الخيطين ٣٠ سم ، ٤٠ سم على الترتيب فأوجد مقدار الشد فى كل منهما.

**الحل**




∴ ش١ ، ش٢ تتلاقيان فى ج

∴ الوزن يمر بنقطة ج

∴ (أ ب)$^{٢}$ = (٥٠)$^{٢}$ = ٢٥٠٠

∴ (أ د)$^{٢}$ + (ب ج)$^{٢}$ = (٣٠)$^{٢}$ + (٩٠)$^{٢}$

= ٢٥٠٠

∴ ق(أ $\hat{د}$ ب) = ٩٠°

∴ د منتصف $\overline{أب}$ [لأن الوزن يؤثر فى المنتصف]

∴ د أ = د ب = د ج

∴ ق($\hat{أ}$) = ق(أ $\hat{ج}$ د)

ق($\hat{ب}$) = ق(ب $\hat{ج}$ د) ،

$$\frac{ش_1}{جا ى} = \frac{ش_2}{جا هـ} = \frac{١٢٠}{جا ٩٠}$$

$$جا هـ = \frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥}$$

$$جا ى = \frac{٣٠}{٥٠} = \frac{٣}{٥}$$

$$ش_1 = \frac{١٢٠ \times \frac{٣}{٥}}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠ جا ى}{جا ٩٠} = ٧٢ ث.جم$$

$$ش_2 = \frac{١٢٠ \times \frac{٤}{٥}}{جا ٩٠} = \frac{١٢٠ جا هـ}{جا ٩٠} = ٩٦ ث.جم$$

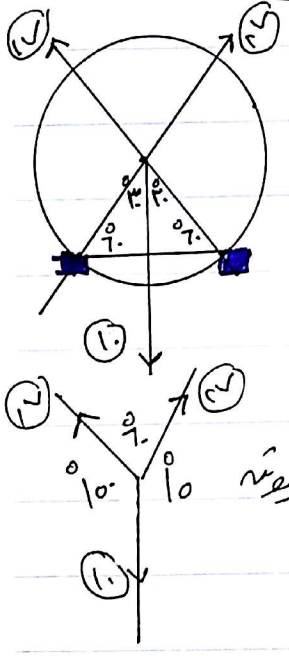
---

**مثال ٥**

كرة معدنية ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان فى مستوى أفقى واحد والمسافة بينهما = طول نصف قطر الكرة.

أوجد الضغط على كل منهما إذا كان وزن الكرة = ١٠ نيوتن

**الحل**




$$\frac{ش_1}{جا ١٥٠} = \frac{ش_2}{جا ١٥٠} = \frac{١٠}{جا ٦٠}$$

$$ش_1 = ش_2 = \frac{١٠ جا ١٥٠}{جا ٦٠}$$

$$= \frac{١٠}{٣} \text{ نيوتن}$$

$$\therefore ش_1 = ش_2 = \frac{١٠}{٣} \text{ نيوتن}$$

**مثال ٦**

علقه ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ٥٠ سم مثبت طرفه الآخر فى نقطه فى سقف حجره ، ازيح الثقل بقوه أفقيه حتى اتزن وهو على بعد ٤٠ سم اسفل السقف أوجد مقدار القوه الأفقيه والشد فى الخيط

**الحل**

∴ △ أ ب جـ قائم الزاويه فى جـ

ب جـ = ٣٠ سم

أ ب = ٥٠ سم

أ جـ = ٤٠ سم

بتطبيق قاعده مثلث القوى

$$\frac{\text{ق}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{ش}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ث}}{\text{أ جـ}}$$

$$\therefore \frac{\text{ق}}{٥٠} = \frac{\text{ش}}{٣٠} = \frac{١٦}{٤٠}$$

$$\therefore \text{ش} = \frac{١٦ \times ٣٠}{٤٠} = ١٢ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ق} = \frac{١٦ \times ٥٠}{٤٠} = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

---

**مثال ٧**

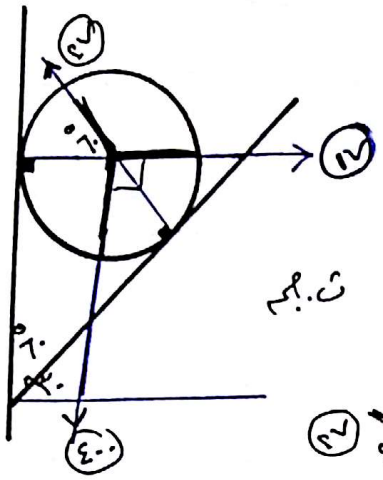
كره معدنيه وزنها ٤٠٠ ث.جم يؤثر فى مركزها موضوعه بين مستويين املسين أحدهما رأسى والآخر يميل على الرأسى بزاويه ٦٠°

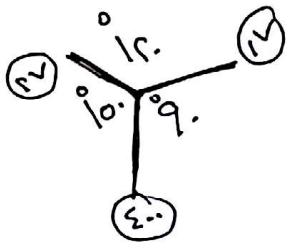
أوجد رد فعل كل من المستويين

**الحل**

الكره متزنه تحت تأثير ثلاث قوى

ث = ٤٠٠ ث.جم




$$\frac{\text{ق}}{\text{ث}} = \frac{\text{ش}}{\text{ث}} = \frac{\text{ث}}{\text{ث}}$$

$$\frac{\text{ق}}{\text{جا}\,١٥٠^\circ} = \frac{\text{ش}}{\text{جا}\,٩٠^\circ} = \frac{٤٠٠}{\text{جا}\,١٢٠^\circ}$$

$$\therefore \text{ق} = \frac{٤٠٠ \text{ جا}\,١٥٠^\circ}{\text{جا}\,١٢٠^\circ} = ٢٣٠٩ \text{ ث.جم}$$

$$\text{ش} = \frac{٤٠٠ \text{ جا}\,٩٠^\circ}{\text{جا}\,١٢٠^\circ} = ٤٦١٩ \text{ ث.جم}$$

---

**مثال ٨**

أ ب قضيب منتظم طوله ٤٠ سم ووزنه ٣٠ نيوتن متصل بمفصل فى حائط رأسى عند أ ، خيط القضيب فى وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل بطرف القضيب عند ب وبنقطة جـ تقع أ رأسياً بحيث أن جـ أ = ٤٠ سم

أوجد الشد فى الخيط ورد الفعل عند أ

**الحل**

△ أ ب جـ قائم الزاويه فى أ

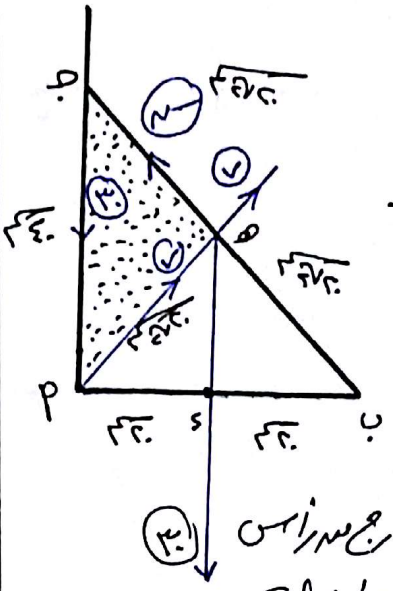
$$\therefore \text{ب جـ} = \sqrt{(٣٠)^٢ + (٤٠)^٢} = ٥٠ \text{ سم}$$

∴ ء منتصف $\overline{جب}$

∴ $\overline{هء} \parallel \overline{أp}$

∴ هـ منتصف $\overline{ب أ}$

∴ $هـ = ٢٠\sqrt{٣}$ سم




، $\overline{أp}$ متوسط خارج من رأس المثلث = نصف ضعف الوتر

$\therefore أp = ٢٠\sqrt{٣}$ سم

$\therefore \Delta أp هـ جـ$ مثلث القوى

$$\frac{٣٠}{٤٠} = \frac{٧}{٢٠\sqrt{٣}} = \frac{ن}{٣٠\sqrt{٣}}$$

$$ن = \frac{٣٠ \times ٢٠\sqrt{٣}}{٤٠} = ١٥\sqrt{٣} \text{ ث.ج} = ٧ = ن$$

**مثال ٩**

ث ق قضيب منتظم يتصل طرفه p بمفصل مثبت فى حائط رأسى . أثرت فى الطرف ب قوة أفقية ماتزن القضيب عندما كان يميل على الحائط بزاوية قياسها ٤٥° فإذا كانت وزن القضيب ٤ ث.ج ويقع فى منتصفه أوجد مقدار القوة ورد فعل المفصل على القضيب

**الحل**

∴ مجموعة القوى متزنة

و (هـ) وإوزان (٤) يمران بنقطة (هـ)

∴ رد الفعل يمر بنقطة (هـ)

نفرض أن $أp = ٢ل$

$\therefore ب هـ = ٢ل$

$\therefore هـ هـ = ل$ ، $أهـ = \sqrt{٢}\, ل$ (من نظرية فيثاغورث)

، $\therefore \Delta أp هـ$ مثلث القوى

$$\therefore \frac{هـ}{ل} = \frac{٧}{\sqrt{٢}\, ل} = \frac{٤}{٢ل}$$

$$\text{ن} = \frac{٤ \times ل\sqrt{٢}}{٢ل} = ٢\sqrt{٢} \text{ ث.ج}$$

$$هـ = \frac{ن \times ل\sqrt{٢}}{ل} = ن\sqrt{٢} = ٧ \therefore$$

# الواجب

١ كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠ ث.جم وطول نصف قطرها ٣٠ سم علقت من نقطة على سطحها بأحد طرفى خيط خفيف طوله ٣٠ سم ومثبت طرفه الآخر فى نقطة من حائط رأسى أملس. أوجد فى وضع الاتزان مقدار الشد فى الخيط ورد فعل الحائط على الكرة

٢ كرة مصمتة ترتكز على قضيبين متوازيين يقعان فى مستوى أفقى واحد والبعد بينهما يساوى طول نصف قطر الكرة.
أوجد الضغط على كلا القضيبين إذا كان وزن الكرة يساوى ٢٠ نيوتن

٣ قضيب منتظم طوله ١٠٠ سم ووزنه ١٢٠ ث جم علق من طرفيه تعليقاً حراً بواسطة خيطين مثبت طرفاهما فى نقطة واحدة فإذا كان طولا الخيطين ٦٠ سم، ٨٠ سم على الترتيب فأوجد مقدار الشد فى كل منهما.

٤ كرة مصمتة وزنها ٢٠٠ ث جم تؤثر فى مركزها موازيان مستويان أملسين أحدهما رأسى والآخر يميل على الرأسى بزاوية ٣٠° أوجد رد فعل كل منهما.

٥ قضيب منتظم وزنه ٢٠ ث جم متصل طرفه A بخيط مثبت فى حائط رأسى أثرت قوة أفقية مقدارها ٥ ث جم على القضيب عند B فاتزن وطرفه يميل على الرأسى بزاوية ٣٠° أوجد مقدار ٥ ورد فعل المفصل.

الحمد لله
ثم الانتهاء من جزء الاستاتيكا
ويقبل باقى الأجزاء
ذاكر دائماً وابحث عن مسائل
تحاكى الكتاب المدرسى وحل
امتحانات على الأجزاء التى قد
انتهينا منها
وأسأل الله العظيم رب العرش
الكريم أن يوفقكم لما فيه
صلاح لنا ولمجتمعنا

م/ محمد أدهم