ستاتيكا

تحليل الشبكيات (الجمالونات) البسيطة

الفصل السادس : تحليل الجمالونات (أو الشبكيات)

الجـــدارة:

معرفة أنواع الجمالونات (Trusses) المستعملة في المباني والأسقف والجسور، والتحليل الإنشائي للجمالونات المحدّدة ستاتيكيّا باستعمال طريقة المفاصل (Method of joints) وطريقة المقاطع (Method of sections) لإيجاد القوى الدّاخليّة في كلّ عنصر من الجمالون.

الأهـــداف:

عندما تكتمل هذه الوحدة يكون لديك القدرة على:

- معرفة أنواع الجمالونات المستعملة في المباني والأسقف والجسور
- معرفة كيفيّة تأثير الأحمال على الجمالونات
- تصنيف الجمالونات ستاتيكيّا (مقرّرة، غير مقرّرة أو غير مستقرّة)
- التحليل الإنشائي للجمالون باستعمال طريقة المفاصل لإيجاد القوى المحوريّة الداخليّة في كل عناصر الجمالون
- التحليل الإنشائي للجمالون باستعمال طريقة القطع لإيجاد القوى المحوريّة الداخليّة في بعض عناصر الجمالون

مستوى الأداء المطلوب : أن يصل المتدرّب إلى إتقان هذه الجدارة بنسبة ١٠٠٪.

الوقت المتوقع للفصل: ٨ ساعات

الوســـائل المساعدة :

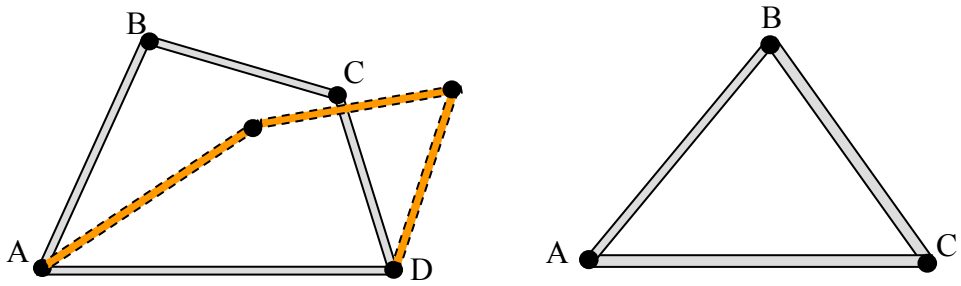
- آلة حاسبة ومسطرة وطقم مثلّثات
- ورق ميليمتري وأقلام ملوّنـة

مـــتطلبات الجـدارة:

معرفة ما سبق دراسته في الرياضيات الأساسيّة والتخصصية وإتقان تحليل القوى والعزوم وأنواع الركائز ومعادلات الاتزان وحساب مركّبات ردود فعل الركائز كما تمّت دراستها في الفصول السابقة من هذه الحقيبة التدريبية.

٦- ١- تعريف الشبكيات (Trusses):

هذا النوع من الإنشاءات يسمّى كذلك: **جمالونات**، أو جيزان شبكيّة، أو أسنمة، أو هياكل مفصليّة.
يتكوّن الجمالون (Truss) من مجموعة أعضاء (members) مستقيمة يرتبط بعضها ببعض بمفصلات عند الأطراف بحيث تكوّن جسما صلدا. وقد تتكوّن هذه الأعضاء من كمرات حرف I (I-beams) أو بشكل زاوية، أو من قضبان أو غيرها.
إنّ الوحدة الرئيسه في الجمالون هو مثلّث ثلاثي المفاصل وثلاثي الأعضاء، ولذا تتكوّن الجمالونات من عدّة خلايا مثلّثيّة. فإذا تم ربط ثلاثة قضبان من نهاياتها بمفاصل فإنّها تشكّل هيكلا صلدا rigid (شكل ٦- ١- أ) ولكن عند ربط أربعة أعضاء (شكل ٦- ١- ب) أو أكثر على شكل مضلّع فإن الهيكل الناتج لا يكون صلدا لأنّه قابل للتشوّه الكبير أو للطوي (نعني بالصلادة أن الهيكل غير قابل للإنهيار أو الطوي).

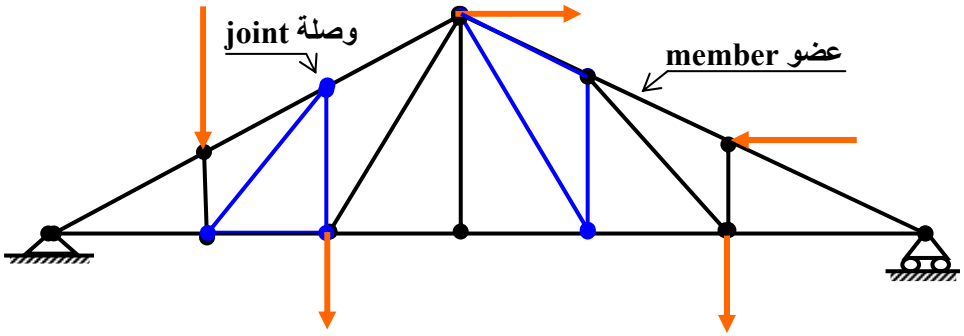


(ب) (أ)

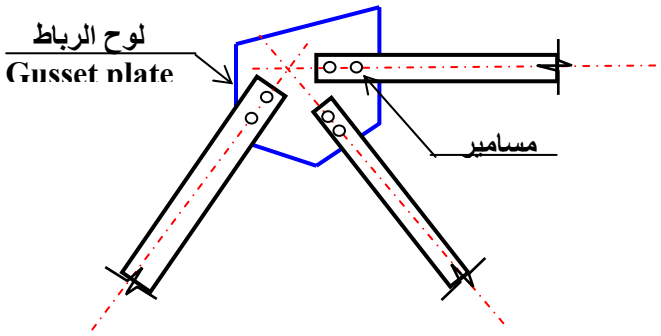
شكل (٦ – ١)

تمثّل الجمالونات هندسيّا بخطوط مستقيمة على طول محاور أعضائها. ويعتبر الجمالون مستويا إذا وقع جميع أعضائه في مستوى واحد. كما يضمّ أيضا الأحمال الخارجيّة كما في شكل (٦- ٢).
إنّ أعضاء الجمالون خفيفة الوزن بالنسبة للأحمال الواقعة على الجمالون. وبافتراض أنّ جميع الأحمال الخارجيّة تؤثّر على الجمالون عند الوصلات (joints) فقط، فتصبح جميع أعضاء الجمالون حلقيّة (link member) معرّضة إما لشدّ (Tension) أو لضغط (Compression) محوري، فتعمل إما سواند أو شدّادات.
تنفّذ الوصلات بربط الأعضاء المتلاقية عند أي وصلة، أو عقدة، (joint) في لوح رباط (gusset plate) بمسامير برشام (rivets) أو مسامير لولبيّة (bolts) أو باللّحام (welding) كما في الشكل (٦- ٣).
وبالرغم من ذلك، يفترض عند تحليل الجمالون أنّه يتكوّن من أعضاء منفصلة مرتبطة عند الوصلات

بمفصلات، إذ أنّ جميع القوى المؤثّرة على المفصل تلتقي عند هذه النقطة، وبالتالي مجموع عزوم القوى حول المفصل تساوي صفرا ($\Sigma M_{\text{مفصل}} = 0$).



شكل (٦ – ٢)



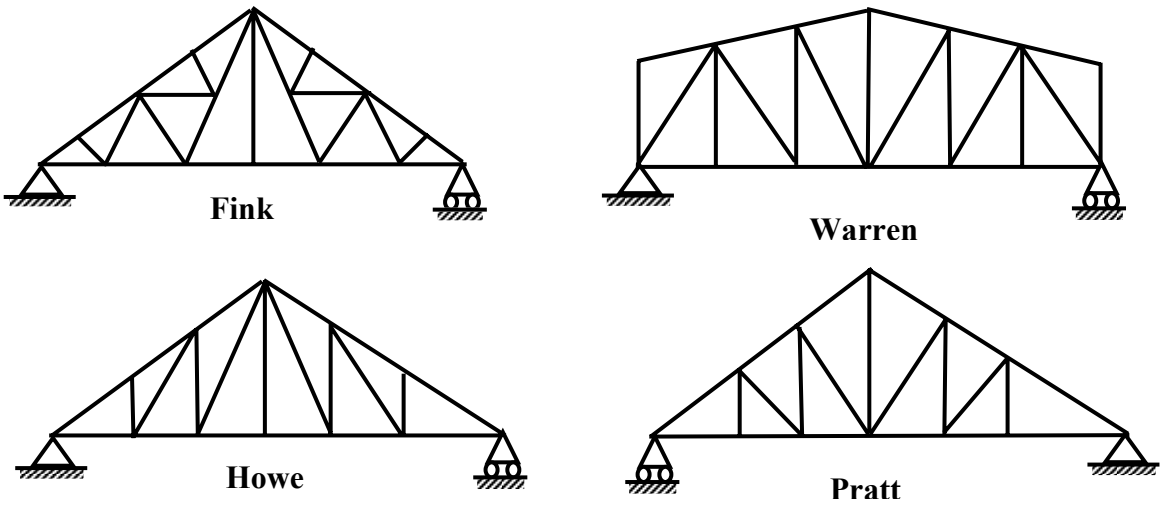
شـكل (٦ – ٣)

٦ – ٢ - أنواع الجمالونات:

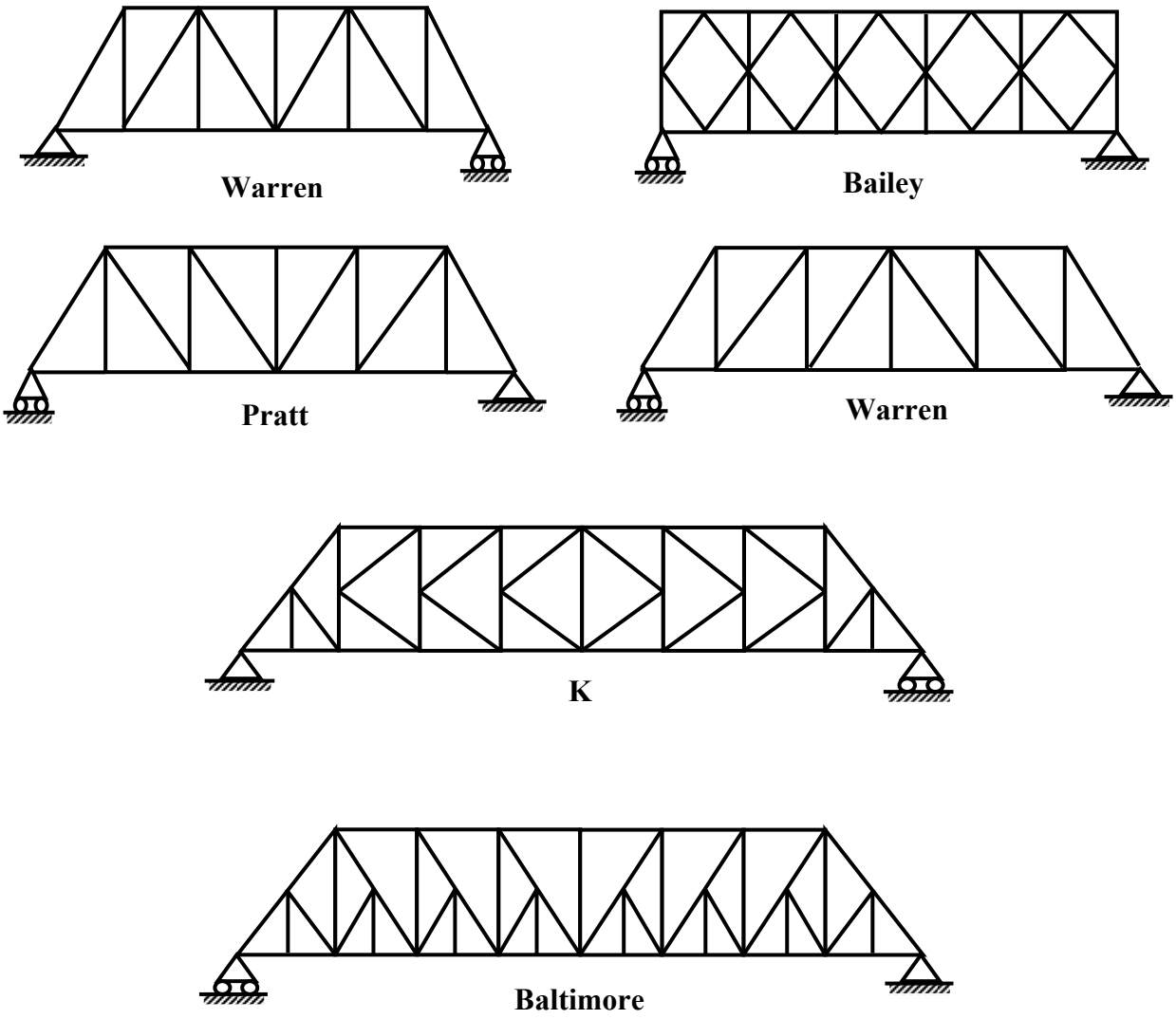
يكثر استخدام الجمالونات لعمل أسقف المباني الصناعيّة والجسور والكباري كما في الشكل (٦-٤). وكذلك تستخدم في تشييد الأبراج المعدنيّة العالية و وبعض المدرجات، وغيرها من المنشآت المماثلة. وفي معظم جمالونات الجسور (bridge trusses) تكون الأرضيات محمّلة على كمرات عرضيّة (cross beams) ترتكز على الجمالونات الرئيسه عند الوصلات. كما أن في معظم جمالونات الأسقف (roof trusses) يحمّل غطاء السقف على كمرات مستمرّة ترتكز هي الأخرى على الجمالونات الرئيسه عند الوصلات فقط. وتبعا لذلك فإن جميع الأحمال الخارجيّة تؤثّر على الجمالونات عند الوصلات فقط.

هناك العديد من أنواع الجمالونات المستعملة في الأسقف والجسور ومنشآت أخرى ومن أهمّها الأنواع المبيّنة في الشكلين (٦- ٥) و (٦- ٦).

شـكـل(٦- ٤)



شـكـل (٦- ٥): بعض أنواع الجمالونات المستعملة في الأسقف (roof trusses).



شـكل (٦- ٦): بعض أنواع الجمالونات المستعملة في الجسور (bridge trusses).

٦- ٣- تـصـنيف الجـمالونـــات:

كما هو في شأن تصنيف الكمرات الموضّح في الفصل السابق، يمكن تصنيف الجمالونات إلى محدّدة (أو مقرّرة) إستاتيكيّا وغير محدّدة إستاتيكيّا.

فعلي سبيل المثال: جمالونا عدد أعضائه m وعدد مركّبات ردّ الفعل عند الركائز r ، فإنّ:

عدد مجاهيل الجمالون = m + r :

m : عدد أعضاء الجمالون (القوى المحوريّة)

r : عدد مركّبات ردود الفعل عند الركائز.

وتحليل الجمالونات يتمثّل في إيجاد مركّبات ردود الفعل عند الركائز وإيجاد القوي المحوريّة (قوى داخليّة) في أعضاء الجمالون. بحكم التعريف، يتعرّض كلّ عضو(member) في الجمالون إلى قوّة محوريّة فقط.

من ناحية أخرى، تتعرّض كل وصلة (joint) من وصلات الجمالون لمجموعة من القوى المتلاقية المتّزنة، وبالتالي يكون هناك معادلتين اتّـزان في كلّ وصـلة وهما :

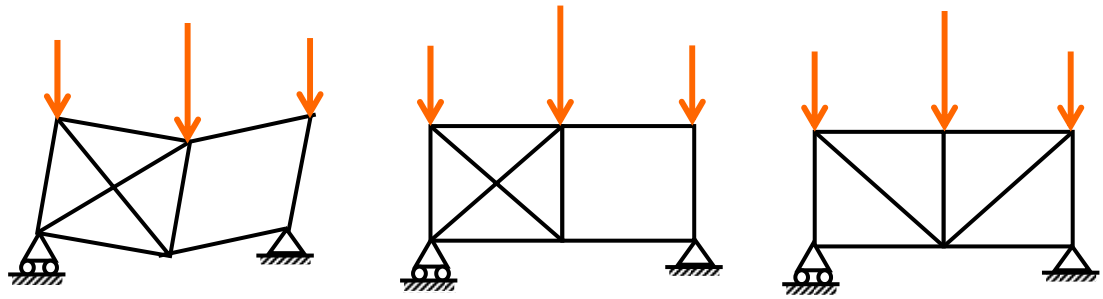
$$\sum F_y = 0 \quad و \quad \sum F_x = 0$$

ويصبح **عدد معادلات الاتزان الإجمالي** للجمالون = **2j**.

وكما سبق بالنسبة للكمرات، يمكن تصنيف أي جمالون على أساس المقارنة بين عدد المعادلات المتاح (2j) وعدد المجاهيل (m+r)، والجدول التالي يبيّن حالات الجمالون:

الشـــرط	حـالـة الجمالـون
$2j > m + r$	الجمالون غير مستقر (unstable).
$2j = m + r$	الجمالون محدد إستاتيكيّا (statically determinate)، مع شرط أن يكون مستقرّ (stable).
$2j < m + r$	الجمالون غير محدد إستاتيكيّا (statically indeterminate) : أي لايمكن إيجاد جميع المجاهيل بواسطة معادلات الإتّزان فقط . وإذا كانت d^0h ترمز لدرجة عدم التحديد الإستاتيكي، تكون: $d^0h = (m + r) - 2j$

مع ملاحظة أنّ الشرط ($2j = m + r$) لا يضمن إستقرار الجمالون، إذ قد يساوي عدد المعادلات المتاح عدد المجاهيل، ولكن يكون الجمالون غير مستقرّ (unstable). فعلى سبيل المثال الجمالونين المبيّنين في شكل (٦- ٧- أ) وشكل (٦- ٧- ب) كلاهما يحقّق العلاقة $2j = m+r = 12$ إلاّ أن فالجمالون في شكل (٦- ٧- ب) غير مستقرّا إذ لا يوجد ما يمنعه من الإنهيار(collapse) على النحو المبيّن في شكل (٦- ٧- ج) تحت تأثير حالة عامّة من التحميل.

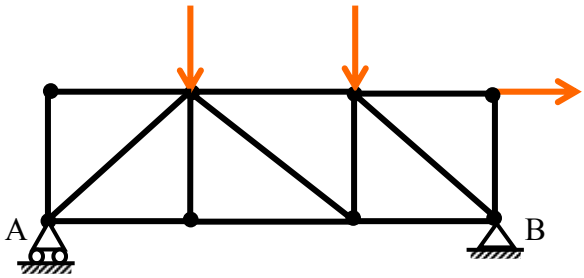


(أ) (ب) (ج)

شـكـل (٦- ٧)

مـثـال ٦- ١:

صـنّـف الجمالون المبين في الشكل رقم (٦- ٨).



شـكـل (٦ – ٨)

الـحـل:

الركيزة A منزلقة ولها مركّبة ردّ فعل واحدة: A_y

الركيزة B مفصليّة ولها مركّبتين: B_x و B_y

عدد مركّبات ردود الفعل : $r = 3$

عدد أعضاء الجمالون : $m = 13$

عدد الوصلات : $j = 8$

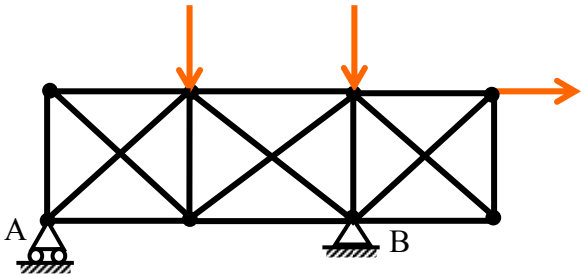
عدد مجاهيل الجمالون : $m + r = 3+13 = 16$

عدد معادلات الاتّزان المتاحة : $2j = 2\times8 = 16$

إذا : $m + r = 2j$ فـهـذا الجمالون محدّد إستاتيكيّا ، وهو مستقرّا.

مـثـال ٦- ٢:

صـنّـف الجمالون المبين في الشكل رقم (٦- ٩).



شـكـل (٦ – ٩)

الـحـل:

الركيزة A منزلقة ولها مركّبة ردّ فعل واحدة: A_y

الركيزة B مفصليّة ولها مركّبتين ردّ فعل: B_x و B_y

عدد مركّبات ردود الفعل : $r = 3$

عدد أعضاء الجمالون : $m = 16$

عدد الوصلات : $j = 8$

عدد مجاهيل الجمالون : $m + r = 3+16 = 19$

عدد معادلات الاتّزان المتاحة : $2j = 2\times8 = 16$

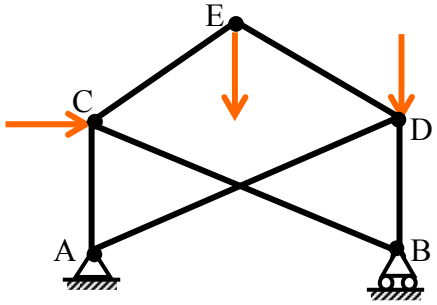
إذا : $m + r > 2j$

درجة عدم التحديد الإستاتيكي : $d^0h = (m + r) – 2j = 18 – 16 = 3$

فـالجمالون المبيّن في الشكل (٦- ٩) غير محدّد إستاتيكيّا من الدرجة الثالثة، وهو مستقرّا.

مـثـال ٦- ٣:

صـنّـف الجمالون المبين في الشكل رقم (٦- ١٠).



شـكـل (٦ – ١٠)

الـحـل:

الركيزة A مفصليّة ولها مركّبتين ردّ فعل: B_x و B_y

الركيزة B منزلقة ولها مركّبة ردّ فعل واحدة: A_y

عدد مركّبات ردود الفعل : $r = 3$

عدد أعضاء الجمالون : $m = 6$

عدد الوصلات : $j = 5$

عدد مجاهيل الجمالون : $m + r = 3+6 = 9$

عدد معادلات الاتّزان المتاحة : $2j = 2\times5 = 10$

إذا : $m + r < 2j$

فـالجمالون المبيّن في الشكل (٦- ١٠) غير مستقرّا (unstable).

وحتى يصبح مستقرّا و مقرّر إستاتيكيّا، يجب إضافة عضوا يربط بين الوصلتين C وD.

٦ – ٤ – طـرق تـحـلـيل الجـمـالـونـات:

يمكن إيجاد القوى الدّاخليّة في أعضاء الجمالونات بطرق حسابيّة (analytical) أو طرق بيانيّة (graphical) أو طرق مشتركة. كل هذه الطرق ترتكز على مبدأ الجسم المقتطع، والذي تم إيضاحه في فصل سابق.

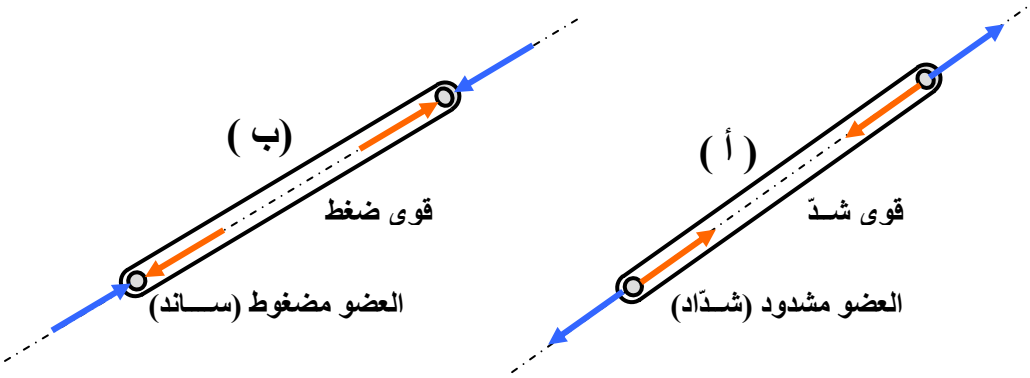
يعتبر أي جمالون جسما صلدا (rigid body) في حالّة اتّزان تحت تأثير الأحمال الخارجيّة ومركّبات ردّ الفعل عند الركائز. وعموما، تكوّن هذه القوى مجموعة من القوى غير المتلاقية التي لها ثلاثة معادلات اتّزان تمكّن من إيجاد مركّبات ردود الأفعال.

كلّ عضو في الجمالون هو عضو حلقي، وعليه يمكن استبداله بقوّتين متساويتين في المقدار ومتضادتين في الإتجاه تؤثّران عند طرفيه.

ستقتصر الدّراسة في هذا الفصل على الجمالونات المستوية والمحدّدة ستاتيكيّا. كما ستقتصر على طريقتين وهما الأكثر استخداما: طريقة الوصلات (method of joints) التي تنبني على اتّزان الوصلات، وطريقة المقاطع (method of sections) التي تنبني على اتّزان جزء مقطوع من الجمالون.

٦- ٤- ١- إتّـفـاق الإشـارات (sign convention):

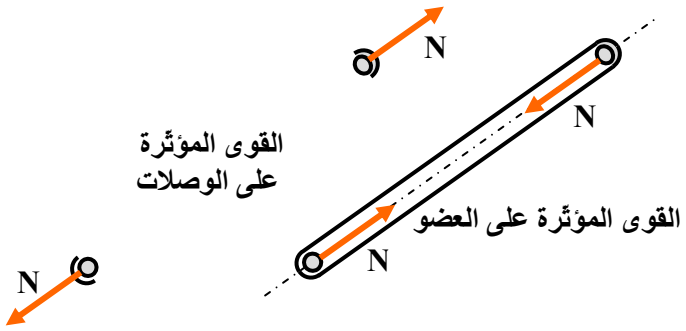
عند اعتبار اتّزان الوصلات المختلفة في الجمالون، يفضّل افتراض جميع القوى المحوريّة (الدّاخـليّة) في الأعضاء قوى شـدّا (Tension)، أي أنّ القوى تجذب الوصلات. وكذلك عند كتابة معادلات الإتّزان لأي جزء من الجمالون، يستحسن افتراض أنّ جميع الأعضاء المقطوعة في حالة شدّ، أي أنّ القوى المحوريّة في هذه الأعضاء تجذب الوصلات. وبهذه الطريقة، تدلّ قيمة القوى المحوريّة الموجبة على أنّ القوّة هي قوّة شدّ (tension) والعضو المناظر يكون في حالة شدّ، أي يعمل شدّادا كما في الشكل (٦- ١١ أ).



شـكـل (٦ – ١١)

وتدلّ الإشارة السالبة على أنّ القوّة ضغط (compression) وتكون وجهتها إلى الوصلة محلّ الإعتبار، والعضو المناظر يكون في حالة ضغط أي يعمل ساندا كما في الشكل (٦- ١١ ب).

إن القوى الدّاخليّة بين العضو والمفصل (الوصلة) تتّبع قانون الفعل وردّة الفعل، أي أنّ المفصل يؤثّر مثلا بقوّة N والعضو يؤثّر بقوّة عكسها ومساوية لها على المفصل كما في الشكل (٦- ١٢).



شـكـل (٦ – ١٢)

٦- ٤- ٢- ترقيم الوصلات:

قبل البدء في عمليّة تحليل الجمالون، يتمّ تعريف أو تسمية الوصلات بترقيمها، وتأخذ عادة الأحرف : A، B، C، D، ... إلخ.

وبالتالي يقع الإشارة إلى كل عضو من أعضاء الجمالون بالحرفين المتواجدين في مفصليه (طرفيه): العضو AB ، العضو CD ، وهكذا.

كما يمكن ترقيم الأعضاء بأرقام عدديّة من واحد (١) إلى عدد الأعضاء في الجمالون (m).

٦- ٥- طريقة الوصلات (method of joints):

إن طريقة الوصلات (أو طريقة العقد)، تعتبر كلّ وصلة (أو عقدة) من وصلات الجمالون كجسم مقتطع، في حالة اتّزان تحت تأثير القوى الخارجيّة التي قد تؤثّر عند هذه الوصلة والقوى الداخليّة في الأعضاء المتلاقية عندها. وتكوّن هذه القوى مجموعة من القوى المتلاقية التي لها معادلتا اتّزان. فعندما يتلاقى عدد من الأعضاء عند الوصلة وتكون جميع القوى المتلاقية ما عدا اثنتين معلومة، يمكن إيجاد هاتين القوّتين المجهولتين بتطبيق معادلتي الاتّزان المتاحتين وهما :

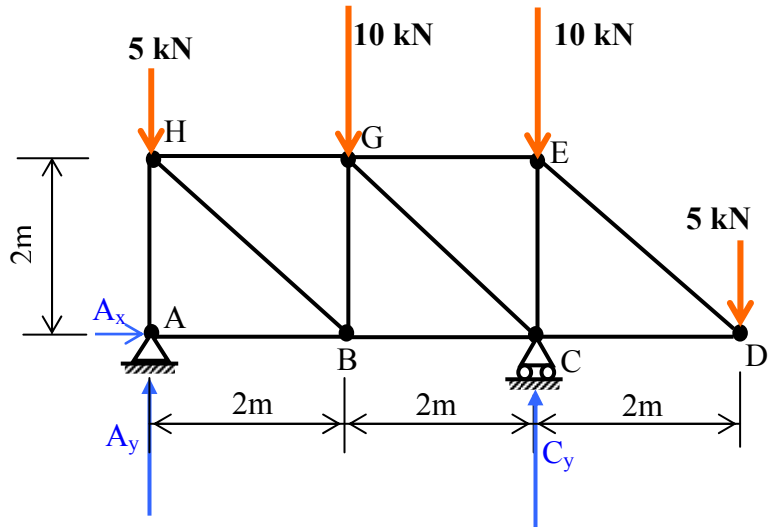
$$\Sigma F_x = 0 \quad \text{و} \quad \Sigma F_y = 0.$$

وبما أنّ جميع أعضاء أي جمالون تكون غير معلومة، لذا يجب أن يبدأ التحليل عند وصلة لا يتلاقى فيها أكثر من عضوين. وبعد إيجاد القوّتين الدّاخليتين في هذين العضوين بحل معادلتي الاتّزان المتاحتين، يمكن الإنتقال إلى وصلة مجاورة لا تتضمّن أكثر من عضوين جديدين. ويمكن إيجاد القوّتين الداخليّتين في هذين العضوين الجديدين بطريقة مماثلة مع ملاحظة أن أي عضو في الجمالون يؤثّر على الوصلتين عند طرفيه بقوّتين متساويتين في المقدار ومتضادتين في الإتجاه. تستمرّ عمليّة اتّزان الوصلات، باعتبار وصلة بعد أخرى حتّى يتمّ تحديد جميع القوى الدّاخليّة في جميع أعضاء الجمالون. ويتمّ اعتبار اتّزان آخر وصلة وسيلة لتدقيق الحلّ لأنّ جميع القوى المتلاقية عندها يكون قد سبق تحديدها.

وعموما يجب أوّلا تحديد مركّبات ردّ الفعل عند الركائز. والمثال التالي يبين كيفية استعمال طريقة الوصلات لتحليل الجمالونات.

مثـال ٦ - ٤ :

احسب جميع القوى الدّاخليّة (أو القوى المحوريّة) في أعضاء الجمالون المبيّن في الشكل رقم (٦ – ١٣) باستخدام طريقة الوصلات.



شـكـل (٦- ١٣)

الـحـل:

ـ الخطوة الأولى تتمثّل في إيجاد مركّبات ردود الأفعال عند ركائز الجمالون:

$$\Sigma F_x = A_x = 0$$
$$A_x = 0$$
$$\Sigma M_A = 10\times2 + 10\times4 + 5\times6 - 4\times C_y = 0$$
$$4C_y = 90$$
$$C_y = 22.5 \text{ kN}$$
$$\Sigma F_y = A_y + C_y - 5 - 10 - 10 - 5 = 0$$
$$A_y = 30 - C_y = 30 - 22.5$$
$$A_y = 7.5 \text{ kN}$$

ـ الخطوة الثانية هي إيجاد القوى الداخلية في أعضاء الجمالون:

يلاحظ من خلال الأبعاد أنّ جميع الزوايا عند مفاصل الأعضاء المائلة متساوية، وسيرمز لها بالرمز α حيث:

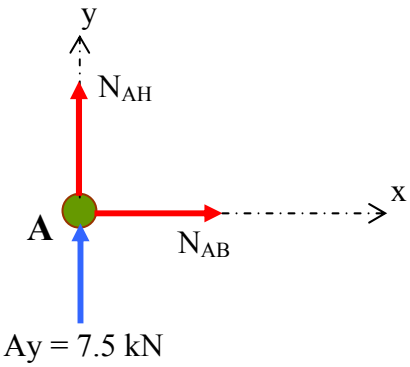
$$Tan\ \alpha = \frac{2m}{2m} = 1 \Rightarrow \alpha = Tan^{-1}(1) = 45^0$$

$$\sin\alpha = \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

عند اعتبار اتّزان الوصلات المختلفة في الجمالون، وعملا باتفاق الإشارات، يفترض أن جميع القوى الدّاخليّة شدّا (tension)، أي أنّ القوى تجذب الوصلات.

ويمكن البدأ بالوصلة D أو الوصلة A. فالوصلة A يوجد بها مجهولين: القوّة الداخليّة (أو المحوريّة) في العضو AB : N_{AB} و القوّة المحوريّة في العضو AH : N_{AH}.

الـوصـلـــة A :



$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow N_{AB} = 0$$

أي أنّ العضو AB عديم القوّة (zero member).

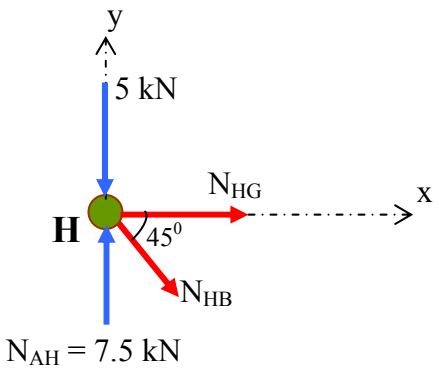
$$\Sigma F_y = 7.5 + N_{AH} = 0 \rightarrow$$

$$N_{AH} = -7.5\ kN$$

وهذا يعني أنّ N_{AH} عكس الإتّجاه المفروض، فهي قوّة ضغط (compression) والعضو AH مضغوطا.

عند الإنتقال إلى وصلة أخرى ذو مجهولين (H) ، يمكن أن تأخذ القوّة N_{AH} نفس الإشارة السالبة وهي تجذب الوصلة H، أو أخذها موجبة مع عكس إتّجاهها.

الـوصـلـــة H :



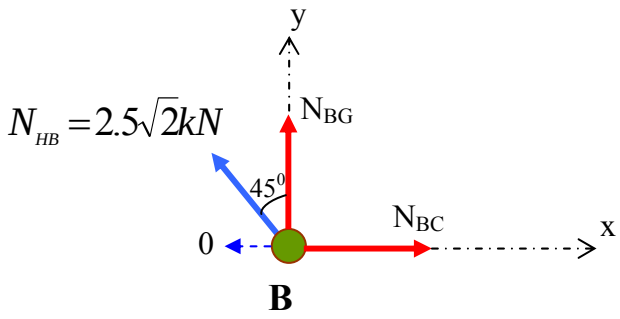
$$\Sigma F_y = N_{AH} - 5 - N_{HB} \times \sin 45^0 = 0$$
$$= 0 \frac{\sqrt{2}}{2} 7.5 - 5 - N_{HB} \times$$
$$N_{HB} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 5\frac{\sqrt{2}}{2} = 2.5\sqrt{2} kN$$

وهذا يعني أنّ الإتّجاه المفروض هو الإتجاه الصحيح وأنّ القوّة N_{HB} هي فعلا قوّة شدّ، وعليه العضو HB مشدودا.

$$\Sigma F_x = N_{HB} \times \cos 45^0 + N_{HG} = 0$$
$$N_{HG} = - N_{HB} \times \cos 45^0$$
$$N_{HG} = - 2.5 \text{ kN}$$

وهذا يعني أنّ N_{HG} عكس الإتّجاه المفروض، فهي قوّة ضغط (compression) والعضو HG مضغوطا.

الـوصـلـــة **B** :



$$\Sigma F_x = -N_{HB} \times \sin 45^0 + N_{BC} = 0$$

$$N_{BC} = N_{HB} \times \sin 45^0$$

$$N_{BC} = 2.5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2.5kN$$

ويلاحظ أن القوّة N_{BC} قوّة شدّ والعضو BC مشدودا.

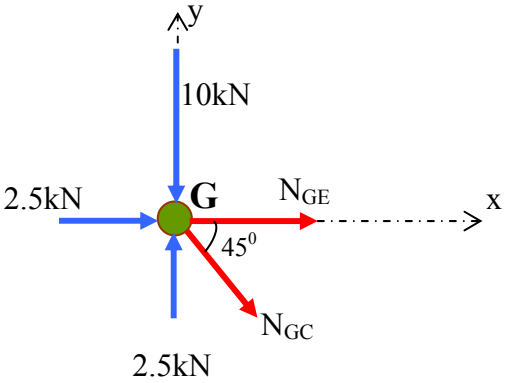
$$\Sigma F_y = N_{HB} \text{ x } \cos 45^0 + N_{BG} = 0$$

$$N_{BG} = - N_{HB} \times \cos 45^0$$

$$N_{BG} = -2.5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -2.5kN$$

ويتبيّن أن القوّة N_{BG} قوّة ضـغـط والعضو BG مـضـغـوطـا.

الـوصـلـــة **G** :



$$\Sigma F_y = -10 + 2.5 - N_{GC} \times \sin 45^0 = 0$$

$$= 0\frac{\sqrt{2}}{2} - 7.5 - N_{GC} \times$$

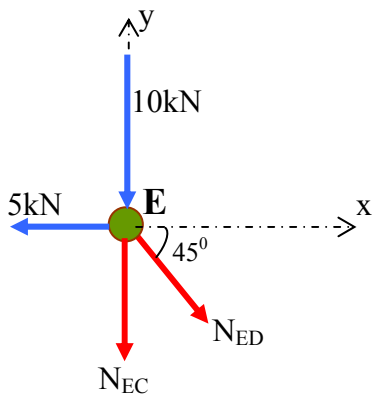
$$N_{GC} = \frac{-7.5 \times 2}{\sqrt{2}} = -15\frac{\sqrt{2}}{2} = -7.5\sqrt{2}kN$$

وهذا يعني أنّ N_{GC} عكس الإتّجاه المفروض، فهي قوّة ضغط والعضو GC مضغوطا.

$$\Sigma F_x = 2.5 + N_{GC} \text{ x } \cos 45^0 + N_{GE} = 0$$
$$N_{GE} = -2.5 - N_{GC} \times \cos 45^0$$
$$N_{GE} = -2.5 + 7.5 = 5 \text{ kN}$$

وهذا يعني أنّ الإتّجاه المفروض هو الإتجاه الصحيح وأنّ القوّة N_{GE} هي فعلا قوّة شدّ، وعليه العضو GE مشدودا.

الـوصـلـــة E :



$$\Sigma F_x = -5 + N_{ED} \times \cos 45^0 = 0$$

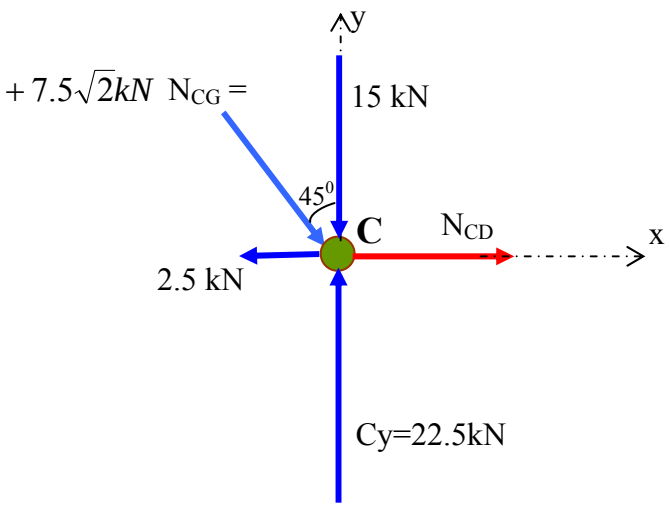
$$\frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}kN \quad N_{ED} = 5/\cos 45^0 =$$

وهذا يوضّح أن القوّة N_{ED} قوّة شـدّ والعضو ED مـشـدودا.

$$\Sigma F_y = -10 - N_{ED} \times \sin 45^0 - N_{EC} = 0$$
$$N_{EC} = -10 - N_{ED} \times \sin 45^0$$
$$N_{EC} = -10 - 5 = -15 \text{ kN}$$

أي أن القوّة N_{EC} هي قوّة ضـغـط، وعليه العضو EC مضـغـوطا.

الـوصـلـــة C :



$$\Sigma F_x = N_{CD} - 2.5 + N_{CG} \times \sin 45^0 = 0$$
$$N_{CD} = 2.5 - N_{CG} \times \sin 45^0$$
$$N_{CD} = 2.5 - 7.5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -5kN$$

إذن فالقوّة N_{CD} قوّة ضـغـط والعضو CD مـضـغـوطـا.

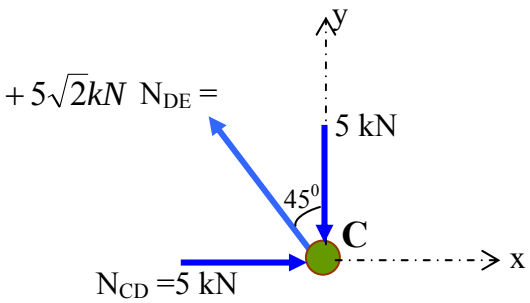
بهذا يكون قد تمّ تحديد القوى الدّاخليّة في جميع أعضاء الجمالون. وقد تبقّت معادلة ΣF_y بالنسبة للوصلة C ، كما تبقّى من الوصلات فقط الوصلة الأخيرة D .

وعليه من خلال الوصلة C واتّـزان الوصلة الأخيرة D التحقّق من صحّة النتائج.

الـــتـــدقـــيـق :

$$\Sigma F_y = Cy - 15 - N_{CG} \times \cos 45^0$$
$$\Sigma F_y = 22.5 - 15 - N_{CG} \times \cos 45^0$$
$$\Sigma F_y = 22.5 - 15 - 7.5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Sigma F_y = 22.5 - 15 - 7.5 = 0 \qquad \text{ok}$$

الـوصـلـــة C :



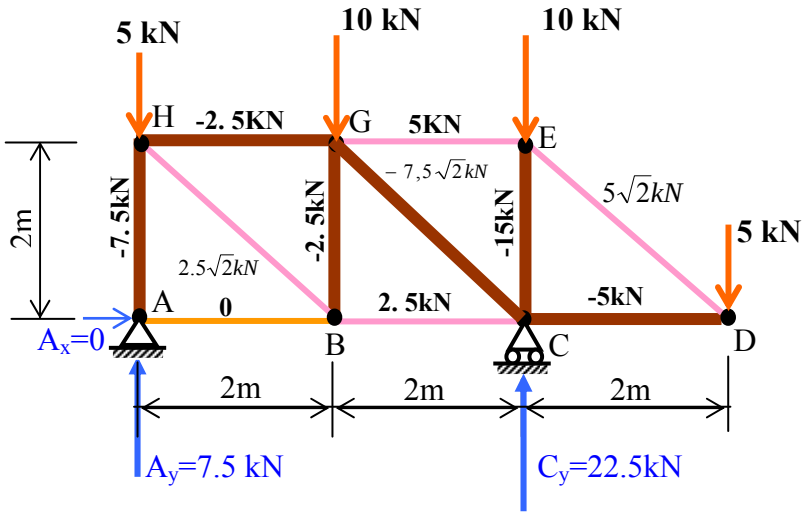
$$\Sigma F_x = N_{CD} - N_{DE} \times \sin 45^0 = 0$$

$$= 0 \quad \text{ok} \quad 5 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Sigma F_x = 5 -$$

$$\Sigma F_y = -5 + N_{DE} \times \cos 45^0 = 0$$

$$= 0 \quad \text{ok} \quad 5 \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Sigma F_y = -5 +$$

يبيّن الشكل رقم (٦- ١٤) قيم القوى الدّاخليّة (قوى محوريّة) في كلّ عضو من أعضاء الجمالون.
مع التذكير أنّ القيمة الموجبة (+) تعني قوّة شـدّ (والعضو يكون مشدودا)، والقيمة السالبة (-) تعني قوّة ضـغـط (والعضو يكون مضغوطـا).



شـكـل (٦- ١٤)

٦- ٦ – طريقـة الـمـقاطـع (method of sections):

في بعض الأحيان، يلزم إيجاد القوّة الدّاخليّة في عضو معيّن من الجمالون. ولعمل ذلك بطريقة الوصلات، يلزم إيجاد القوى الدّاخليّة في جميع أعضاء الجمالون ابتداء من أحد طرفيه حتّى العضو المطلوب. ومن المزايا الرئيسه لطريقة المقاطع (method of sections)، أو طريقة القطع، إمكان إيجاد القوّة المطلوبة في العضو مباشرة وبعمليّة واحدة..

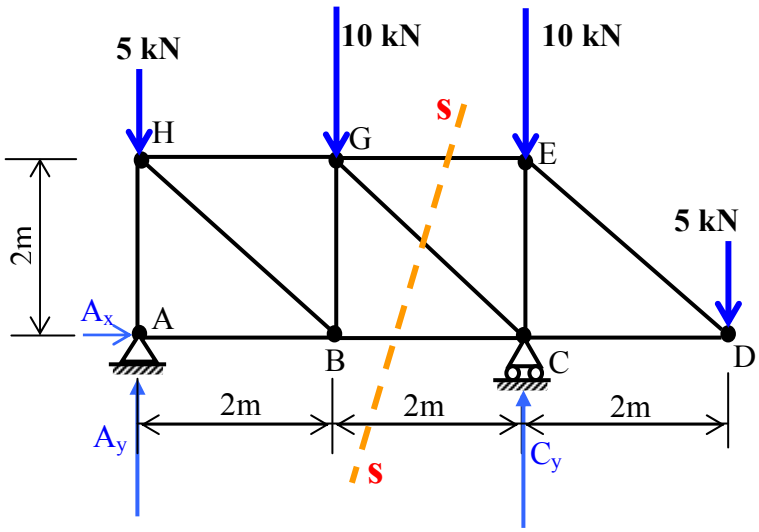
ترتكز طريقة المقاطع على مبدأ الجسم المقتطع: " يعتبر أي جزء من الجمالون جسما صلدا في حالة إتّزان تحت تأثير الأحمال الخارجيّة، بما فيها مركّبات ردّ الفعل، التي تؤثّر على هذا الجزء بالإضافة إلى تأثيرات الجزء المتبقّي من الجمالون".

وتتلخّص الطريقة في أخذ مقطع (وهمي) في الجمالون يقسّمه إلى جزأين منفصلين، ثمّ اعتبار اتّزان أي من الجزأين. ويراعي عند اختيار المقطع أن لا يقطع أكثر من ثلاثة أعضاء مجهولة القوى الدّاخليّة. ويمكن عندئذ حساب القوى الداخليّة في الأعضاء المقطوعة بكتابة معادلات الاتّزان الثلاثة لأيّ من الجزأين، وذلك بعد أن يقع حساب مركّبات ردود الفعل بتطبيق معادلات الاتزان على الجمالون ككل. ويمكن تغيير مكان القطع واستمرار الحلّ حتّى الحصول على القوى الدّاخليّة في جميع أعضاء الجمالون.

ستمثّل طريقة المقاطع بالجمالون الموضّح في الشكل (٦- ١٥) والذي أستخدم في شرح طريقة الوصلات حتّى يتم مطابقة القوى الدّاخليّة في الأعضاء المطلوبة.

مثـال ٦- ٥ :

احسب القوى الدّاخليّة (أو القوى المحوريّة) في الأعضاء BC و GC و GE من الجمالون المبيّن في الشكل رقم (٦ – ١٥) باستخدام طريقة الـمـقاطع.



شـكـل (٦- ١٥)

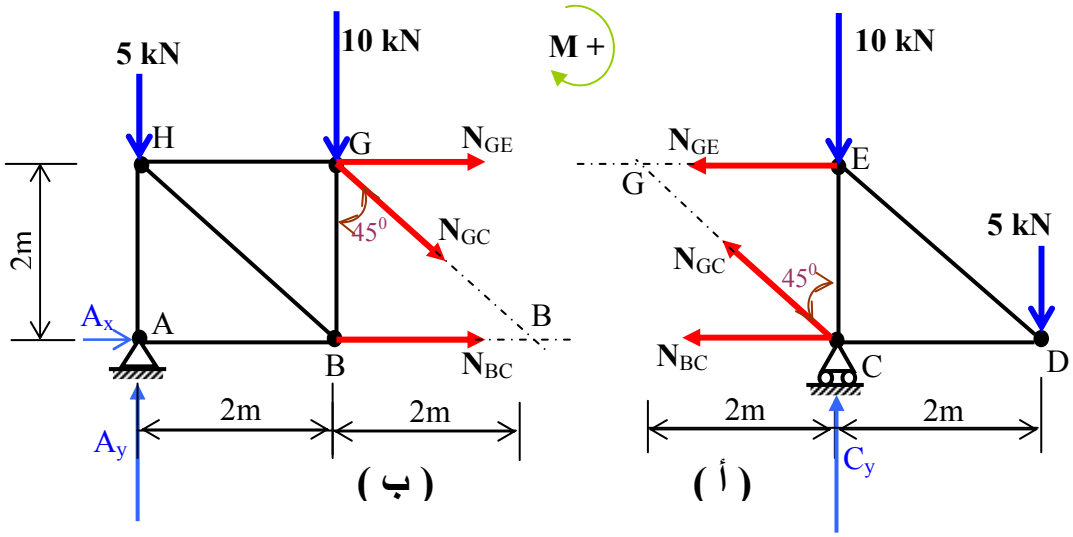
الـحـل:

ـ الخطوة الأولى: كما في طريقة الوصلات، تتمثّل في إيجاد مركّبات ردود الأفعال عند ركائز الجمالون:

$$A_x = 0$$
$$C_y = 22.5\ kN$$
$$A_y = 7.5\ kN$$

ـ الخطوة الثانية: إختيار مكان المقطع ليمرّ بالأعضاء المراد إيجاد القوى الداخلية فيها: المقطع S-S يمر على العناصر المطلوبة كما هو مبين في الشكل رقم (٦- ١٥).

ينتج عن المقطع S-S تقسيم الجمالون إلى جزأين منفصلين تمام الإنفصال مع استبدال الأعضاء المقطوعة بقواها الدّاخليّة: جزء واقع على يمين المقطع، والآخر واقع على يساره كما هو مبيّن في الشكل (٦- ١٦). ولإيجاد القوى الدّاخليّة في الأعضاء المقطوعة، تكتب ثلاثة معادلات اتّزان لإحدى الجزأين.



شـكـل (٦- ١٦)

بالإشارة إلى شكل (٦- ١٦ أ)الذي يبيّن جزء الجمالون الواقع يمين المقطع:

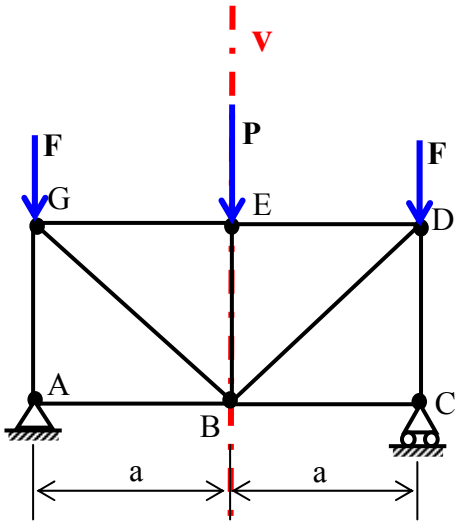
$$\Sigma F_x = N_{GC}\times\cos45^0 + C_y - 10 - 5 = 0$$
$$N_{GC} = (-22.5 + 15)/\cos45^0$$
$$\sqrt{2}kN\ N_{GC} = -7.5$$
$$\Sigma M_C = 5\times2 - N_{GE}\times 2 = 0$$
$$N_{GE} = 5\ kN$$
$$\Sigma M_G = 5\times4 + 10\times2 - Cy\times2 + NBC\times 2 = 0$$
$$N_{BC} = (22.5\times 2 - 20 - 20)/2$$
$$N_{BC} = 2.5\ kN$$

كما في طريقة الوصلات، تشير النتائج الموجبة إلى قوى شدّ، و الإشارة السالبة إلى قوّة ضغط.
وتتطابق هذه النتائج مع تلك التي سبق الحصول عليها بطريقة الوصلات. كما كان ممكنا الحصول على نفس هذه النتائج باعتبار اتّزان جزء الجمالون الواقع على يسار المقطع.

٦- ٧- حالات خاصّة مساعدة على الحل:

٦- ٧- ١- الجمالونات المتماثلة:

إذا كان الجمالون متماثلا من حيث الشكل والأحمال كما في الشكل (٦ – ١٧)، فيمكن إيجاد القوى الدّاخليّة في أعضاء الجمالون الواقعة في طرف من محور التماثل واستنتاج باقي القوى الدّاخليّة في الطرف الثاني من محور التماثل.



شكل (٦- ١٧)

فالجمالون الموضّح في الشكل (٦- ١٧) متماثلا شكلا وتحميلا بالنسبة للمحورV-V، وعليه يمكن استنتاج وأنّ:

$$N_{AB} = N_{CB}$$
$$N_{AG} = N_{CD}$$
$$N_{BG} = N_{BD}$$
$$N_{GE} = N_{DE}$$

٦- ٧- ٢- الأعضاء عديمة القوى:

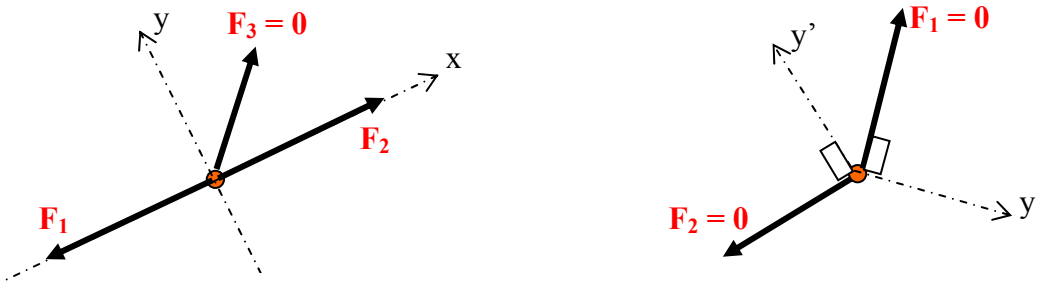
في المثال ٦- ٤ ، وجد أن القوّة الداخليّة في العضو AB تساوي صفرا ($N_{AB} = 0$)، ويطلق على مثل هذا العضو اسم عضو عديم القوّة (zero member).

عليه يمكن حذف الأعضاء عديمة القوى عند التحليل دون أن يؤثّر ذلك على القوى الدّاخليّة في باقي أعضاء الجمالون. ولا يمكن حذفها من الجمالون حفاظا على استقراره. وكما يمكن أن تستحدث بالأعضاء عديمة القوى قوى داخليّة تحت حالات أخرى من التحميل.

و يؤدّي التعرّف على الأعضاء عديمة القوى وحذفها قبل بدء عمليّة التحليل إلى تسهيل هذه العمليّة. بالإشارة إلى شكل (٦ – ١٨)، تساعد القاعدتان التاليتان في التعرّف على الأعضاء عديمة القوى:

ق١ – إذا تعرّضت وصلة إلى قوّتين فقط ليس لهما نفس خط العمل، يجب أن تساوي كلّ منهما صفرا.

ق٢ – إذا تعرّضت وصلة على ثلاثة قوى وكان لإثنتين منها نفس خط العمل، يجب أن تساوي الثالثة صفرا.

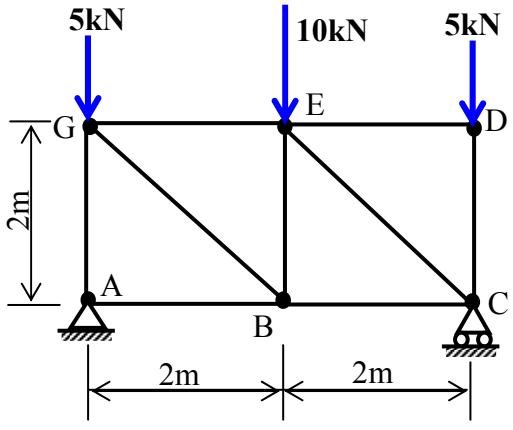


شـكـل (٦ – ١٨)

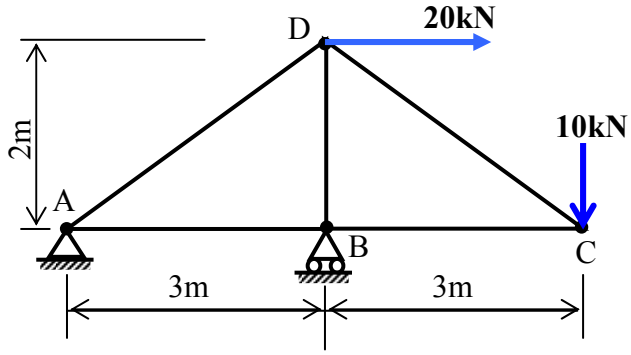
٦- ٨ : تـمـاريـــن:

(ت ٦- ١)–(ت٦- ٤) : احسب القوى الدّاخليّة في أعضاء الجمالونات المبيّنة في الأشكال من (ت٦- ١) إلى (ت٦- ٤) بطريقة الوصلات. وحدّد ما إذا كان العضو مشدودا أو مضغوطا.

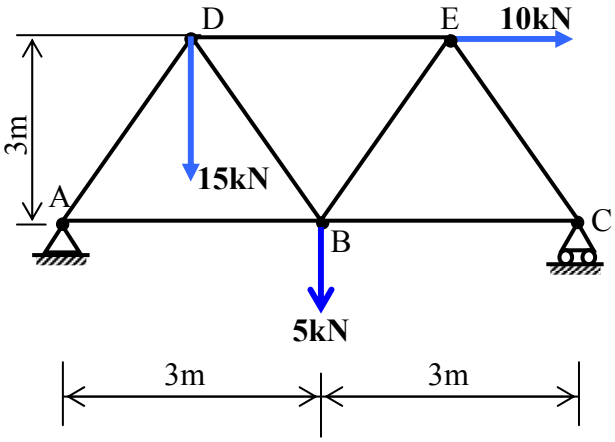
[جواب (ت٦- ٣): $N_{AB} = 17.5$ kN, $N_{AD} = 3$ kN, $N_{BC} = 17.5$ kN, $N_{BD} = 10$ kN, $N_{DC} = -21$ kN **]**



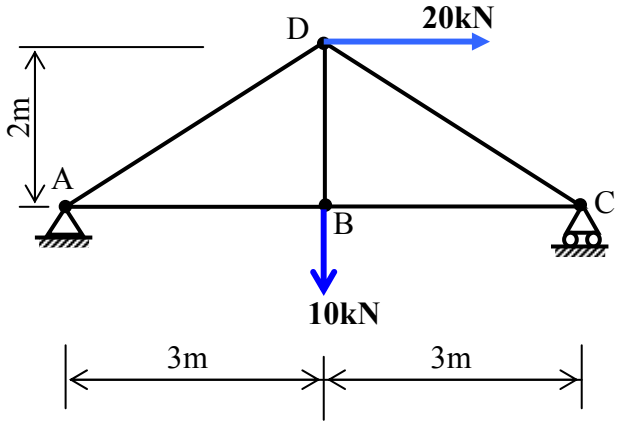
شـكـل (ت٦- ١)



شـكـل (ت٦- ٢)

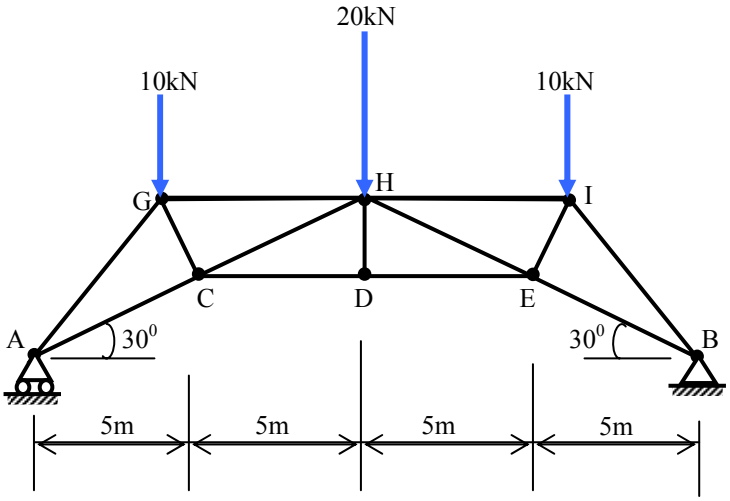


شـكـل (ت٦- ٤)



شـكـل (ت٦- ٣)

(ت ٦- ٥) : يتكوّن الجمالون السقفي من مثلّثات قائمة 30^0 و60^0 وهو واقع تحت تأثير أحمال رأسيّة كما هو في الشكل (ت٦ - ٥). أحسب القوى الدّاخليّة في أعضاء الجمالون بطريقة الوصلات مع بيان ما إذا كان العضو مشدودا أو مضغوطا. دقّق نتيجة الأعضاء GH و GC وCD بطريقة المقاطع.

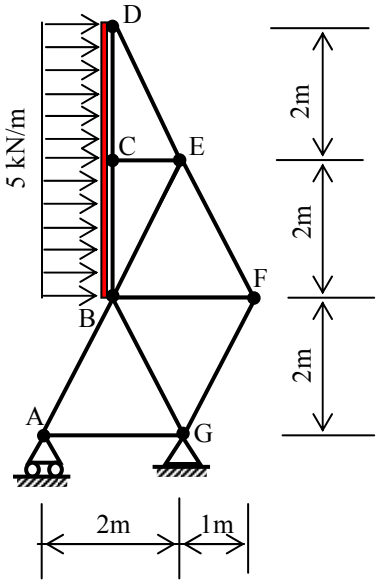


شـكـل (ت٦- ٥)

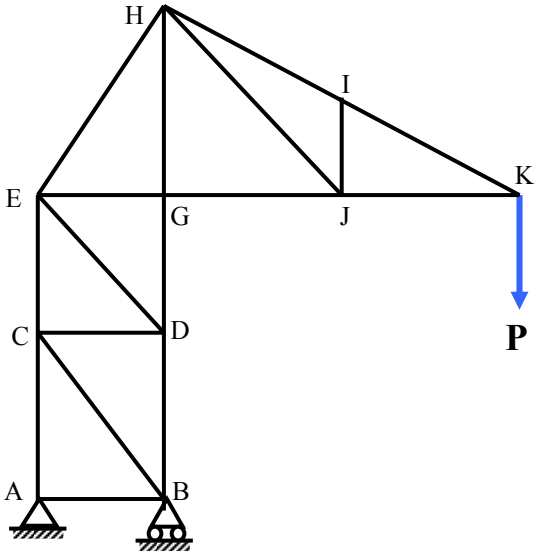
(ت٦- ٦): لقد صمّم جمالون لوحة الإعلانات المبيّنة في الشكل (ت٦ – ٦) بحيث تستطيع مقاومة قوى أفقيّة من تأثير الرياح مقدارها 5kN/m . إذا كان نصف محصّلة هذه القوى يؤثّر في الوصلة المركزيّة C والبقيّة موزّعة بالتساوي بين B وD. احسب القوى الدّاخليّة في العضوين CB و EF .

(تـ٦- ٧): بالإشارة إلى الجمالون المبيّن في الشكل (ت٦- ٧): أوجد جميع الأعضاء عديمة القوى.

[الجواب: $N_{AB} = N_{BC} = N_{CD} = N_{DE} = N_{JH} = N_{JI} = 0$ **]**



شـكـل (ت٦- ٦)

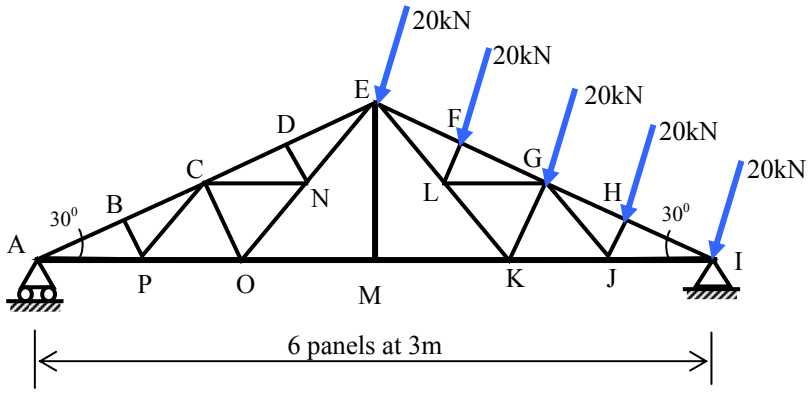


شـكـل (ت٦- ٧)

(تـ٦- ٨): بالإشارة إلى الجمالون المبيّن في الشكل (ت٦- ٨):

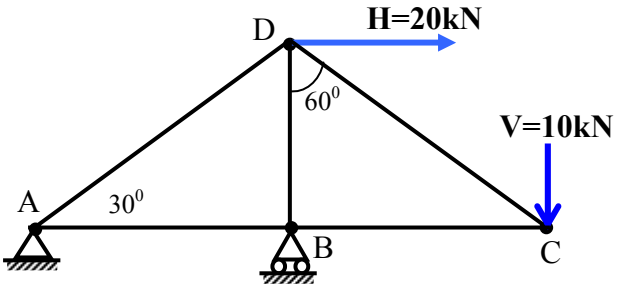
أ - أوجد جميع الأعضاء عديمة القوى (zero members).

ب – أوجد القوى في الأعضاء GH و GK و GJ .



شـكـل (ت٦- ٨)

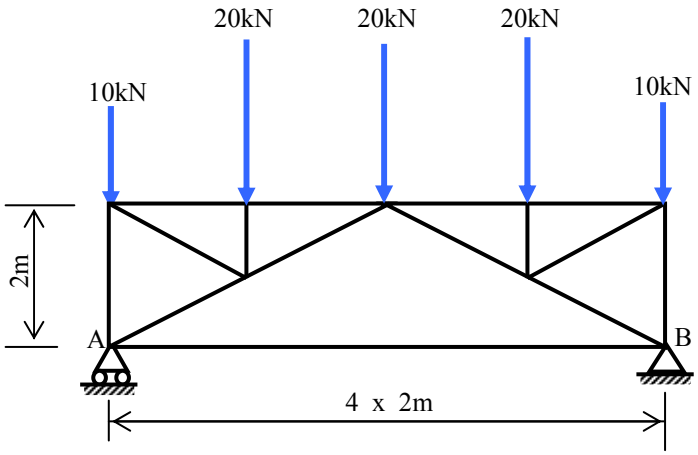
(ت٦- ٩): بالإشارة إلى الجمالون المبيّن في الشكل (ت٦- ٩)، احسب مركّبات ردود الأفعال والقوى الدّاخليّة في جميع أعضاء الجمالون وذلك باعتبار اتّزان الوصلات فقط.



شـكـل (ت٦- ٩)

(ت٦- ١٠)- احسب القوى الدّاخليّة في أعضاء الجمالون المبيّن في الشكل (ت٦- ١٠) مع بيان ما إذا كان العضو مشدودا أو مضغوطـا.

ملاحظة: مثل هذا الجمالون حيث يلتقي أكثر من عضوين في كلّ وصلة، يسمّى حالة ملتبسة (ambiguous case).



شـكـل (ت٦- ١٠)