

الامتحان الثاني

الجبر والهندسة الفراغية (باللغة الألمانية)

نموذج أسئلة

(النموذج «أ»)

تعليمات مهمة

- ١ - عدد أسئلة كراسة الامتحان (١٩) سؤالاً.
 - ٢ - عدد صفحات كراسة الامتحان (٢٨) صفحة.
 - ٣ - تأكد من ترقيم الأسئلة، ومن عدد صفحات كراسة الامتحان، فهي مسئوليتك.
 - ٤ - زمن الاختبار (ساعتان).
 - ٥ - الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.
- عزيزي الطالب .. اقرأ هذه التعليمات بعناية :

اقرأ التعليمات جيداً سواء في مقدمة كراسة الامتحان أو مقدمة الأسئلة، وفي ضوئها أجب عن الأسئلة. اقرأ السؤال بعناية، وفكر فيه جيداً قبل البدء في إجابته.

إن الأسئلة مترجمة للإيضاح ، والمطلوب الإجابة بلغة واحدة فقط عن كل سؤال. استخدم القلم الجاف الأزرق للإجابة ، والقلم الرصاص في الرسومات، وعدم استخدام مزبل الكتابة . عند إجابتك للأسئلة المقالية، أجب في المساحة المخصصة للإجابة وفي حالة الحاجة لمساحة أخرى يمكن استكمال الإجابة في صفحات المسودة مع الإشارة إليها ، وإن إجابتك بأكثر من إجابة سوف يتم تقديرها .

مثال:

.....

.....

.....

عند إجابتك عن الأسئلة المقالية الاختيارية أجب عن (A) أو (B) فقط.
عند إجابتك عن أسئلة الاختيار من متعدد إن وجدت:
ظلل الدائرة ذات الرمز الدال على الإجابة الصحيحة تظليلاً كاملاً لكل سؤال.
مثال: الإجابة الصحيحة (C) مثلاً

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

الإجابة الصحيحة مثلاً

- في حالة ما إذا أجببت إجابة خطأ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة صحيحة تحسب الإجابة صحيحة.
- وفي حالة ما إذا أجببت إجابة صحيحة ، ثم قمت بالشطب وأجبت إجابة خطأ تحسب الإجابة خطأ.
ملحوظة :

في حالة الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) إذا تم التظليل على أكثر من رمز أو تم تكرار الإجابة ؛ تعتبر الإجابة خطأ.

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة.

$i^2 = -1$, $(1, \omega, \omega^2)$ sind die Kubikwurzeln der Einheit .

$(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ sind die Haupteinheitsvektoren im Raum .

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

1 Die Anzahl der Möglichkeiten, 8 verschiedene Geschenke an 4 Studenten gleich zu verteilen, ist gleich

(a) 112

(b) 2520

(c) 224

(d) 165

The number of ways of distributing 8 different awards equally among 4 students equals

(a) 112

(b) 2520

(c) 224

(d) 165

3

Sei

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$$

die Gleichung einer Kugel, deren

Mittelpunkt M ist und deren Radius r ist,

dann gilt

(a) $M(-2, -3, -4), r = 5$ Einheit

(b) $M(2, 3, 4), r = 25$ Einheit

(c) $M(-2, -3, -4), r = 25$ Einheit

(d) $M(2, 3, 4), r = 5$ Einheit

If

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$$

is the equation of a sphere whose

center C and radius r ,

then

(a) $C(-2, -3, -4), r = 5$ units

(b) $C(2, 3, 4), r = 25$ units

(c) $C(-2, -3, -4), r = 25$ units

(d) $C(2, 3, 4), r = 5$ units

4

Beantworten Sie nur (A) oder (B):

(A) Setzen Sie die Zahl $Z = \frac{-8}{1+\sqrt{3}i}$ in der trigonometrischen Form, dann finden Sie die zwei quadratische Wurzeln von Z in der exponentiellen Form.

(B) Beweisen Sie, dass

$$\cos^3 \theta = \frac{1}{4} (\cos 3\theta + 3 \cos \theta) \text{ gilt.}$$

Answer only one of the following two questions :

A) Put the number $Z = \frac{-8}{1+\sqrt{3}i}$ in the trigonometric form, then find the two square roots of Z in the exponential form.

B) Prove that :

$$\cos^3 \theta = \frac{1}{4} (\cos 3\theta + 3 \cos \theta).$$

6 Sei $\vec{A} = (-2, 4, 6)$, $\vec{B} = (0, k, 3)$,
wobei $k \in \mathbb{Z}^+$, $\|\vec{AB}\| = 7$ dann ist der Wert
von $k = \dots\dots\dots$

- (a) 10 (b) 8
(c) 6 (d) 4

If $\vec{A} = (-2, 4, 6)$, $\vec{B} = (0, k, 3)$,
where $k \in \mathbb{Z}^+$, $\|\vec{AB}\| = 7$,
then the value of
 $k = \dots\dots\dots$

- (a) 10 (b) 8
(c) 6 (d) 4

7 Sei $\vec{A} = (2, 1, -2)$ und $\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} \times \vec{B}$, If $\vec{A} = (2, 1, -2)$,

dann ist $\vec{B} = \dots$

$\vec{A} + \vec{B} = \vec{A} \times \vec{B}$,

then $\vec{B} = \dots$

(a) $(2, -1, -2)$

(b) $(2, 1, -2)$

(a) $(2, -1, -2)$

(b) $(2, 1, -2)$

(c) $(-2, -1, 2)$

(d) $(-2, -1, 3)$

(c) $(-2, -1, 2)$

(d) $(-2, -1, 3)$

8 Beantworten Sie nur (A) oder (B):

(A) Wenn $\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$, dann beweisen Sie, dass

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\|^2 + |\vec{A} \cdot \vec{B}|^2 = \|\vec{A}\|^2 \|\vec{B}\|^2.$$

(B) Wenn $\vec{A} = (2 \cos \theta, \log_2 x, \sin \theta)$,

$$\vec{B} = (\cos \theta, \log_3 27, 2 \sin \theta) \text{ und}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 11, \text{ finden Sie den Wert von } x,$$

wobei θ das Maß des Winkels zwischen

den zwei Vektoren \vec{A} und \vec{B} ist.

Answer only one of the following two questions :

A) If $\vec{A}, \vec{B} \in \mathbb{R}^3$,

then prove that:

$$\|\vec{A} \times \vec{B}\|^2 + |\vec{A} \cdot \vec{B}|^2 = \|\vec{A}\|^2 \|\vec{B}\|^2$$

B) If

$$\vec{A} = (2 \cos \theta, \log_2 x, \sin \theta),$$

$$\vec{B} = (\cos \theta, \log_3 27, 2 \sin \theta)$$

and $\vec{A} \cdot \vec{B} = 11$, find the value of

x , where θ is the measure of the angle

between the two vectors \vec{A} and \vec{B}

9 Die Konjugierte der Zahl $1 + \omega$
ist

(a) $1 - \omega$

(b) $-\omega^2$

(c) $1 + \omega^2$

(d) $1 - \omega^2$

The conjugate of the number $1 + \omega$
is

(a) $1 - \omega$

(b) $-\omega^2$

(c) $1 + \omega^2$

(d) $1 - \omega^2$

10 Wenn $\left(\frac{1}{c}, \frac{2}{c}, \frac{-2}{c}\right)$ die Richtungskosinusse einer Geraden in Raum sind, dann gilt

- (a) $c > 0$ (b) $0 < c < 1$
(c) $c = \pm 3$ (d) $-1 \leq c \leq 1$

If $\left(\frac{1}{c}, \frac{2}{c}, \frac{-2}{c}\right)$ are the direction cosines of a straight line in space, then

- (a) $c > 0$ (b) $0 < c < 1$
(c) $c = \pm 3$ (d) $-1 \leq c \leq 1$

11 Wenn $L_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ und

$$L_2: \frac{x}{2} = \frac{y-5}{k} = \frac{z-6}{m}$$

senkrecht zueinander sind,

dann gilt $3k + 2m = \dots\dots\dots$

(a) -1

(b) 2

(c) 6

(d) 4

If $L_1: \frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ and

$$L_2: \frac{x}{2} = \frac{y-5}{k} = \frac{z-6}{m}$$
 are

perpendicular ,

then $3k + 2m = \dots\dots\dots$

(a) -1

(b) 2

(c) 6

(d) 4

12

In der Entwicklung von $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^9$, finden Sie den Wert des von x freien Terms, dann finden Sie den Wert von x , der die Summe der zwei mittleren Terme in der Entwicklung gleich Null macht.

In the expansion of $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^9$, find the value of the term free of x , then find the value of x which makes the sum of the two middle terms in the expansion equal zero.

13

Sei $Z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$,

$Z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ und sei

$\theta_1 + \theta_2 = \pi$,

dann gilt $Z_1 Z_2 = \dots$

(a) $r_1 r_2$

(b) $-r_1 r_2$

(c) $r_1 r_2 i$

(d) $-r_1 r_2 i$

If $Z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$,

$Z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ and

if $\theta_1 + \theta_2 = \pi$,

then $Z_1 Z_2 = \dots$

(a) $r_1 r_2$

(b) $-r_1 r_2$

(c) $r_1 r_2 i$

(d) $-r_1 r_2 i$

14 Wenn die zwei Ebenen: $2x - y + kz = 5$,

$x + ly + 4z = 1$ parallel sind,

dann ist $kl = \dots\dots\dots$

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) 8

(c) -4

(d) -16

If the two planes :

$2x - y + kz = 5, x + ly + 4z = 1$

are parallel, then $kl = \dots\dots\dots$

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) 8

(c) -4

(d) -16

15 Ohne die Determinante auszurechnen,
beweisen Sie, dass:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x - y)(y - z)(z - x) \text{ gilt.}$$

Without expanding the determinant,
prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \end{vmatrix} = (x - y)(y - z)(z - x)$$

16 Beweisen Sie, dass die zwei Geraden:

$$\vec{r}_1 = (1, 2, 4) + t_1(2, -1, 1) \text{ und}$$

$$\vec{r}_2 = (1, 1, 1) + t_2(-2, 7, 11)$$

zueinander senkrecht und windschief sind.

Prove that the two straight lines:

$$\vec{r}_1 = (1, 2, 4) + t_1(2, -1, 1) \text{ and}$$

$$\vec{r}_2 = (1, 1, 1) + t_2(-2, 7, 11) \text{ are}$$

orthogonal and skew.

17 Sei $Z = x + iy$, dann ist der reelle Teil der Zahl e^z gleich

(a) $e^x \cos y$

(b) $e^x \sin y$

(c) e^x

(d) $\cos y$

If $Z = x + iy$, then the real part of the number e^z is

(a) $e^x \cos y$

(b) $e^x \sin y$

(c) e^x

(d) $\cos y$

18 Finden Sie die verschiedenen Formen der Gleichung der Ebene, die durch die Punkte $A(2, -1, 0)$, $B(-1, 3, 4)$ und $C(3, 0, 2)$ verläuft.

Find the different forms of the equation of the plane passing through the points :
 $A(2, -1, 0)$, $B(-1, 3, 4)$ and $C(3, 0, 2)$.

19

Beweisen Sie, dass das folgende System eine unendliche Anzahl von Lösungen hat, und finden Sie die allgemeine Form dieser Lösung.

$$3x + y + 4z = 0$$

$$2x + 3y + 5z = 0$$

$$-x + 2y + z = 0$$

Show that the system:

$$3x + y + 4z = 0,$$

$$2x + 3y + 5z = 0,$$

$$-x + 2y + z = 0$$

has an infinite number of solutions and find the general form of this solution.

