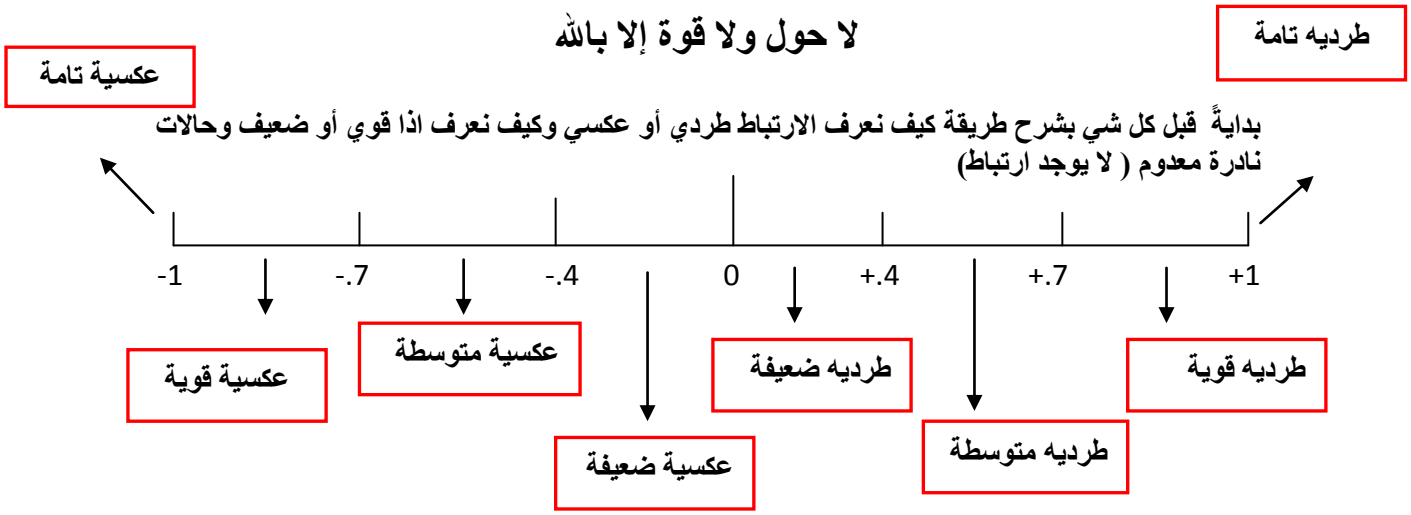
اللقاء السابع ،، السبت ٤,٥٥ م ،، 1433/5/15 هـ ،، 2012/4/7 م ،،

لا حول ولا قوة إلا بالله



١/ اذا كانت الاشارة موجبه على طول نقول طرديه ،،
٢/ اذا الاشارة سالبة على طول نقول عكسية ،،،
التصنيف اللي ذكرته مشروح بالمحاضرات وبينته هنا يعني تحفظ متى تكون قويه متى تكون ضعيفه ع العموم اذا قريبه من الواحد سواء 1- أو 1+ بتكون العلاقة قويه إذا بعيده شوي متوسطه اذا قريبه للصفر ضعيفة ،،
٣/ اذا العلاقة طلعت صفر يعني لا يجود علاقة أو نقول العلاقة معدومة كلاهما صحيح ،،

طيب اذا كانت العلاقة مثلاً .4+ نقول متوسطه يعني نضمها للي أكبر منها ،، اذا مثلا .7- نقو قويه نفس الشي ضميناها للأكبر منها ،، اذا واحد تامة سواء طردي أو عكسي تحدده الإشارة ،،

س ٣١ / البيانات التالية تمثل الدخل (x) والأنفاق (y) لعينة من موظفين :

x	10	12	8	9	11
y	7	10	7	9	7

والمطلوب : قياس معامل الارتباط بين الدخل والأنفاق .

هنا المطلوب معامل الارتباط ،، معامل الارتباط له قانون يحفظ للتطبيق واللي يهمنا في معامل الارتباط نوع العلاقة طردية أو عكسية ، قوية أو ضعيفه ونحددها عن طريق الناتج .

الحل :

لحساب معامل الارتباط ، يلزم تكوين الأعمدة الثلاث الأخيرة كما هو موضح في الجدول التالي:

x	y		X^2	Y^2	X y
10	7		100	49	70
12	10		144	100	120
8	7		64	49	56
9	9		81	81	81
11	7		121	49	77
Σ = 50	Σ = 40		Σ = 510	Σ = 328	Σ = 404

ضرب قيم X في Y ، مثلاً القيمة الاولى ، 10 x 7 =70 ضربنا القيمة الأولى من X في القيمة الاولى من Y ،، وهكذا

هذي احنا نوجدها X^2 نربع قيم X مثلا القيمة الاولى X= 10 , 10^2 = 100 نفس الطريقة Y نربع قيمها

معامل الارتباط r هو :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

$$r = \frac{5\times 404 \; - \; 50\times 40}{\sqrt{\left[5\times 510 - (50)^2\right]\left[5\times 328 - (40)^2\right]}} = \frac{2020 - 2000}{\sqrt{(2550 - 2500)\,(1640 - 1600)}}$$

م

$$= \frac{20}{\sqrt{50\times 40}} = \frac{20}{44.72} = 0.447$$

أي أن هناك ارتباط طردي متوسط .

*تنبيه / لا ننسى الجذر القيم بالبسط تخضع للجذر ،، العمليات الأول الضرب بعدها الطرح كل طرف يضرب بعدين يطرح بعدين الناتج نضربه في بعض بعدها نطلع الجذر ،، دائماً عملية الضرب هي الأقوى والأول اللي يتم لها الحساب ،،

٢/ الناتج لازم يكون محصور بين سالب واحد وبين واحد بهالطريقة ،، $-1 \leq r \leq 1$

- اذا طلع الناتج اكثر من واحد لو برقم بسيط الحل أكيد غلط أو اكبر من سالب واحد
- البسط دائماً أقل من المقام (بكذا يكون محصور بين واحد وسالب واحد)
-

٣/ معامل الارتباط اهو عبارة علاقة بين متغيرين بصورة رقم ،، يعني احنا نحط القانون ونطبق عليه ويطلع عندنا رقم نحدد من خلاله نوع العلاقة .

س ٣٢ / استخدم البيانات التالية في إيجاد معامل الارتباط بين x , y :

$\Sigma x = 20$, $\Sigma y = 15$, $\Sigma x^2 = 80$, $\Sigma y^2 = 50$
$\Sigma xy = 60$, $n = 10$

الحل :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

$$r = \frac{10\times 60 \;-\; 20\times 15}{\sqrt{\left[10\times 80-(20)^2\right]\left[10\times 50-(15)^2\right]}} = \frac{600-300}{\sqrt{(800-400)\,(500-225)}}$$

$$= \frac{300}{\sqrt{400\times 275}} = \frac{300}{331.66} = 0.90$$

أي أن هناك ارتباط طردي قوي . (سبق شرحنا ببداية التلخيص كيف اعرف نوع العلاقة)

هنا المثال أوضح أو بالأحرى أسهل من السابق بكثير اهو معطينا القيم جاهزة اللي علي بس اني اطبق القانون وننتبه للقانون الاشارات نلاحظ كلها طرح ما فيه جمع وننتبه للجذر والتربيع ،، تعويض مباشر بالقانون مثلاً

($n\sum x^2$) مجموع اكس تربيع ،، مجموع اكس = ٢٠ الاكس نربعها تصير ٨٠ نضربها ب ١٠ اللي اهي عدد القيم n والباقي نفس التعويض ،،

س ٣٣ / البيانات الآتية تمثل الإنتاج y في عدد من المصانع مع اختلاف عدد العمال x :

x	1	4	2	4	3
y	2	6	3	6	4

اوجد قيمة b في معادلة خط الانحدار : y = a + b x

الحل :

لإيجاد قيمة b يلزم تكوين الجدول التالي :

عدد العمال:X	الإنتاج : Y	X^2	X Y
1	2	1	2
4	6	16	24
2	3	4	6
4	6	16	24
3	4	9	12
Σ X = 14	Σ Y = 21	46	68

أولاً نوجد X^2 XY نلاحظ ما نحتاج نوجد قيمة Y^2 (يعني نحتاج نفس معطيات معامل الارتباط r بس اللهم اننا ما نحتاج Y^2)

طلب قيمة b نوجدها عن طريق القانون (حفظ) $$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

هنا قانون معامل الارتباط قانون b نفسه بس نحذف الجذر والحد الثاني من المقام

$$= \frac{n\sum xy - \sum x\sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]}}$$

نحذف الجذر البسط نفسه ما يتغير

عندنا بالانحدار العلاقة بين متغيرين بصورة معادلة

$y = a + b\,x$ ،، y اهو التابع ،، a ثابت ،، b ميل خط الانحدار ، x المستقل ،،
اذا عرفت x اتنبأ بـ y ،،

لتوضيح المستقل والتابع ،، انا عندي دخل كل ما زاد دخلي زاد انفاقي (مثلاً اللي عنده فلوس كثيره يصرف كثير واللي عنده فلوس قليله يصرف قليل يعني الفلوس اهي اللي تتحكم بالصرف)

الدخل = المستقل ،، الانفاق = التابع ،، اذا زاد الدخل زاد الانفاق واذا قل الدخل قل الانفاق ،،
لازم أعرف من المستقبل لاني بنتبأ (عن طريق القانون) بالتابع ،،

قيمة a , b في معادلة الانحدار $y = a + b\,x$ تأخذ الشكل التالي :

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \quad , \quad a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$$

هنا مطلوب قيمة b فقط :

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{5\times 68 - 14\times 21}{5\times 46 - (14)^2}$$

$$= \frac{340 - 294}{230 - 196} = \frac{46}{34} = 1.35$$

نلاحظ أن قيمة b يمكن أن تكون اكبر أو اقل من 1 أي ليس لها علاقة بمعامل الارتباط.
(معامل الارتباط r لازم ما يتجاوز ١ والا يعتبر الحل خطأ هنا لا عادي اذا b أكبر أو اقل من ١ عادي ما عليه قيود)..

س ٣٤ / مستخدما بيانات السؤال السابق ، ما هي قيمة الثابت a في معادلة الانحدار ؟

الحل :

قيمة a كما بينا من قبل هي :

$$a = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n}$$

ومن البيانات السابقة نصل الى :

$$a = \frac{21}{5} - 1.35 \times \frac{14}{5} = 4.2 - 1.35 \times 2.8 = 4.2 - 3.78 = 0.42$$

تطبيق مباشر ما يحتاج الشرح =) ،،

س ٣٥ / بفرض أن : $a = 5 , b = 2$ فما هو شكل معادلة خط الانحدار ؟ وما هي قيمة y عندما تكون قيمة $x = 10$ ؟

الحل :

معادلة الانحدار هي : $y = a + b\,x$ وبالتعويض عن قيمتي a , b في تلك المعادلة
نصل الى : $y = 5 + 2\,x$ << حل الفقرة الأولى
وعند $x = 10$ فان y تصبح :

$Y = 5 + 2\times 10 = 5 + 20 = 25$ >> تعويض مباشر بس لحد يستسهل الموضوع
القانون احنا اللي بنكته لأننا بكون حافظينه ونعوض فيه اهو بالاختبار بيجيب المعطيات بس والقوانين احنا نعرفها من خلال المذاكرة والحفظ ،،
(مثل ما احنا نعرف عملية الضرب أقوى من الطرح والجمع دايم اذا عندنا ضرب وعمليات جمع او طرح اولا نبدأ بالضرب)

- معادلة الانحدار تحفظ ،، $y = a + b\,x$

س ٣٦ / بفرض أنة توفرت البيانات التالية :

$\Sigma x = 50$, $\Sigma y = 30$, $\Sigma x^2 = 300$

$\Sigma\, x\, y = 200$, $n = 10$

فما هى قيمة b في معادلة الانحدار $y = a + b\,x$ ؟

الحل :

قيمة b هي :

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10\times 200 - 50\times 30}{10\times 300 - (50)^2} = \frac{2000-1500}{3000-2500} = \frac{500}{500} = 1.$$

التعويض مباشر ،، فيه سؤال يجي يقول نبي قيمة y مثل سؤال ٣٥ نحل بمعادلة الانحدار ، سؤال ٣٤ و ٣٧ سأل عن a بنعوض بقانون a ،، سؤال ٣٣ و ٣٦ يطلب بالسؤال b يعني نطبق بقانون b ،

- ننتبه ونركز بالسؤال قبل الحل وش المطلوب والقانون اللي بيطلع لي الحل ،،

س ٣٧ / بفرض أنة توفرت البيانات التالية :

$\Sigma x = 50$, $\Sigma y = 30$, $\Sigma x^2 = 300$

$\Sigma\, x\, y = 200$, $n = 10$

فما هي قيمة a في معادلة الانحدار $y = a + b\,x$ إذا علمت أن قيمة b =1

الحل :

قيمة a هي : $$a = \frac{\sum y}{n} - b\frac{\sum x}{n} = \frac{30}{10} - 1\times\frac{50}{10} = 3 - 1\times 5 = 3 - 5 = -2$$

التعويض مباشر أكرر نحفظ القوانين ونعرف متى نطبق و أي قانون

مثال خارجي :: توضيحي ،، ذكر المعطيات , a= 2 , b=3 , x= 10
قال أوجد/ي ،، y
الحل ،، عن طريق معادلة الانحدار ،، $y = a + b\,x$
$Y = 2+3 \times 10 = 32$

س ٣٨ / الجدول التالي يبين المبيعات السنوية لإحدى الشركات :

السنة	1421	1422	1423	1424	1425	1426
المبيعات : y	4	6	10	12	15	13

هنا عندنا السنوات علشان كذا نسميها سلسلة زمنية لان لها علاقة بالزمن نفس معادلة الانحدار بس x تمثل زمن وتسمى معادلة خط الاتجاه العام

أوجد معادلة خط الاتجاه العام .

الحل :

هذا مثال على السلاسل الزمنية ، في السلاسل الزمنية نستبدل السنوات بعمود يسمى x يحتوي على أرقام مسلسلة تبدأ بالرقم : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، ..... حتى نهاية السلسلة المعطاة ، ثم نكون الجدول التالي:

نلاحظ استبدلنا السنوات بارقام تبدأ من ١ لان السنوات ارقامها كبيره لو نربع او نضرب علشان كذا استبدلناها نحرص الترتيب السنه الأولى ١ الثانيه ٢ وكذا

السنوات	y	x	X^2	X y
1421	4	1	1	4
1422	6	2	4	12
1423	10	3	9	30
1424	12	4	16	48
1425	15	5	25	75
1426	13	6	36	78
----	Σ= 60	Σ=21	Σ=91	Σ=247

نفس طريقة حساب الانحدار ونلاحظ ايضاً y^2 ما نطلعها لأننا ما نحتاجها

في السلاسل الزمنية تسمي معادلة الانحدار بمعادلة الاتجاه العام وهي على الصورة :

$y = a + b\,x$ وقيم a , b هى نفس قيم a , b في معادلة الانحدار السابقة أي :

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \quad , \quad a = \frac{\sum y}{n} - b \times \frac{\sum x}{n}$$

$$b = \frac{6\times 247 - 21\times 60}{6\times 91 - (21)^2} = \frac{1482 - 1260}{546 - 441} = \frac{222}{105} = 2.11$$

$$a = \frac{60}{6} - 2.11\times\frac{21}{6} = 10 - 2.11\times 3.5 = 10 - 7.385 = 2.615$$

إذن معادلة الاتجاه العام تصبح على الصورة : y = 2.615 + 2.11 x

بمعادلة الاتجاه العام ،، x تمثل زمن

بمعادلة الانحدار ،، x عبارة عن قيم انحدار

تم بحمد الله

عهود٤