



الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم



McGraw-Hill Education

الفيزياء

نسخة الإمارات العربية المتحدة

للف 12 المتقدم

مجلد 2

**Mc
Graw
Hill**
Education

المحتويات الموجزة

الصورة العامة

الجزء 1 ميكانيكا الجسيمات النقطية

- 1 نظرة عامة
- 2 الحركة في بعد واحد
- 3 الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد
- 4 القوة
- 5 الطاقة الحركية والشغل والقدرة
- 6 طاقة الوضع وحفظ الطاقة
- 7 كمية الحركة والتصادمات

الجزء 2 الأجسام غير النقطية والمادة

والحركة الدائرية

- 8 الأجسام الجاسئة
- 9 الحركة الدائرية
- 10 الحركة الدورانية
- 11 الاتزان السكوني
- 12 الجاذبية
- 13 النسبية

الملحق A: تمهيد الرياضيات

الملحق B: خواص العناصر

المحتويات

كيفية استخدام هذا الكتاب XV
شكر والتقدير XIX

الصورة العامة 1

الجزء 1: ميكانيكا الجسيمات النقطية

1 نظرة عامة

- 1.1 لماذا ندرس الفيزياء 2
- 1.2 التعامل مع الأعداد 3
- 1.3 النظام الدولي للوحدات 4
- 1.4 المقاييس في عالمنا 8
- 1.5 الاستراتيجية العامة لحل المسائل 10
- 1.6 المتجهات 17
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 26
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 27

2 الحركة في بعد واحد 38

- 2.1 مقدمة إلى علم الكينماتيكا 33
- 2.2 متجه الموقع ومتجه الإزاحة والمسافة 33
- 2.3 متجه السرعة المتجهة والسرعة المتجهة المتوسطة والسرعة 36
- 2.4 متجه العجلة 39
- 2.5 حلول الكمبيوتر وصيغ الفرق 41
- 2.6 إيجاد الإزاحة والسرعة المتجهة من العجلة 42
- 2.7 الحركة بعجلة ثابتة 43
- 2.8 المسقوط الحُرّ 50
- 2.9 نظيم الحركة في أكثر من بعد إلى بعد واحد 55
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 58
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 59

3 الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد 66

- 3.1 أنظمة الإحداثيات لثلاثة الأبعاد 67
- 3.2 السرعة المتجهة والعجلة في بعدين أو ثلاثة أبعاد 68
- 3.3 حركة المذوفات المثالية 68
- 3.4 أقصى ارتفاع ومدى للمذوف 72
- 3.5 حركة المذوفات الواقعية 79
- 3.6 الحركة النسبية 80
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 84
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 85

4 القوة 91



- 4.1 أنواع القوى 92
- 4.2 متجه قُوّة الجاذبيّة والوزن والكتلة 94
- 4.3 محشلة القوة 96
- 4.4 قوانين نيوتن 97
- 4.5 الحبال والبكرات 99
- 4.6 تطبيق قوانين نيوتن 103
- 4.7 قوة الاحتكاك 108
- 4.8 تطبيقات قوة الاحتكاك 113
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 119
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 120

5 الطاقة الحركية والشغل والقدرة 128



- 5.1 الطاقة في حياتنا اليومية 129
- 5.2 الطاقة الحركية 131
- 5.3 الشغل 132
- 5.4 الشغل المبذول من قوة ثابتة 133
- 5.5 الشغل المبذول من قوة متغيرة 139
- 5.6 قوة الزنبرك 140
- 5.7 القدرة 144
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 148
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 150

6 طاقة الوضع وحفظ الطاقة 154



- 6.1 طاقة الوضع 155
- 6.2 القوى المحافظة والقوى غير المحافظة 157
- 6.3 الشغل ومطابقة الوضع 160
- 6.4 طاقة الوضع والقوة 161
- 6.5 حفظ الطاقة الميكانيكية 164
- 6.6 الشغل والطاقة لقوة الزنبرك 168
- 6.7 القوى غير المحافظة ونظرية الشغل - الطاقة 173
- 6.8 طاقة الوضع والاستقرار 178
- ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 181
- أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمحطات متعددة 182



11 الاتزان السكوني 323

- 11.1 شروط الاتزان 324
 11.2 أمثلة تتضمن الاتزان السكوني 326
 11.3 استقرار الهياكل 336
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 341
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 342



12 الجاذبية 350

- 12.1 قانون نيوتن للجاذبية 351
 12.2 الجاذبية بالقرب من سطح الأرض 356
 12.3 الجاذبية داخل الأرض 358
 12.4 طاقة الوضع الجاذبية 360
 12.5 قوانين كبلر وحركة الكواكب 365
 12.6 مدارات القمر الصناعي 370
 12.7 المادة المظلمة 374
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 376
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 377



13 النسبية 384

- 13.1 المكان والزمن وسرعة الضوء 385
 13.2 تمدد الزمن وتقلص الطول 389
 13.3 تحويل لورنتز 396
 13.4 كمية الحركة والطاقة النسبيتين 402
 13.5 النسبية العامة 409
 13.6 النسبية في حياتنا اليومية، نظام GPS 411
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 412
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 413



7 كمية الحركة والتصادمات 188

- 7.1 كمية الحركة الخطية 189
 7.2 الدفع 191
 7.3 حفظ كمية الحركة الخطية 194
 7.4 التصادمات المرنة في بعد واحد 196
 7.5 التصادمات المرنة في بعدين أو ثلاثة أبعاد 199
 7.6 التصادمات اللامرنة تمامًا 203
 7.7 التصادمات اللامرنة جزئيًا 211
 7.8 البلياردو والغوصي 212
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 214
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 215

الجزء 2: الأجسام غير النقطية والمادة والحركة الدائرية



8 الأجسام الجاسئة 225

- 8.1 مركز الكتلة ومركز الثقل 226
 8.2 كمية حركة مركز الكتلة 229
 8.3 حركة السواروخ 233
 8.4 تحديد مركز الكتلة 237
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 246
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 247



9 الحركة الدائرية 254

- 9.1 الإحداثيات القطبية 255
 9.2 الإحداثيات الزاوية 256
 9.3 السرعة الزاوية والتردد الزاوي والزمن الدوري 258
 9.4 المعجلة الزاوية والمركزية 261
 9.5 القوة المركزية 264
 9.6 الحركة الدائرية والخطية 269
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 276
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 278

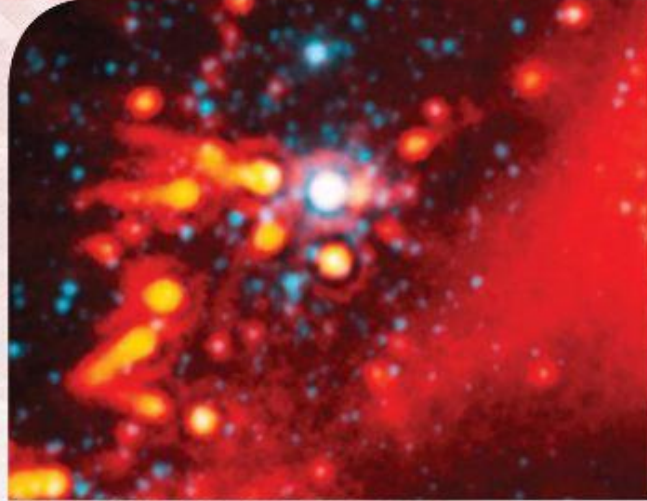


10 الحركة الدورانية 284

- 10.1 الطاقة الحركية للدوران المحوري 258
 10.2 حساب عزم القصور الذاتي 286
 10.3 التدرج دون انزلاق 293
 10.4 عزم الدوران 297
 10.5 قانون نيوتن الثاني للدوران المحوري 298
 10.6 الشغل المبذول من عزم الدوران 303
 10.7 كمية الحركة الزاوية 306
 10.8 الميادرة 313
 10.9 كمية الحركة الزاوية المكمية 314
 ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار 314
 أسئلة الاختبار من متعدد/أسئلة مفاهيمية/تمارين/تمارين بمعطيات
 متعددة 316

نظرة عامة

2	ما سنتعلمه
2	1.1 لماذا ندرس الفيزياء؟
3	1.2 التعامل مع الأعداد
3	الترميز العلمي
3	الأرقام المعنوية
4	1.3 النظام الدولي للوحدات SI
7	مثال 1.1 وحدات مساحة الأرض
	علم الفيزياء، بحث حول
7	المعايير والمعايير
8	1.4 المقاييس في عالمنا
8	مقاييس الطول
9	مقاييس الكتلة
9	مقاييس الزمن
10	1.5 الاستراتيجية العامة لحل المسائل
11	مسألة محلولة 1.1 حجم الأسطوانة
12	مثال 1.2 حجم برميل النفط
12	مسألة محلولة 1.2 منظر من
13	أعلى برج ويليس
14	إرشادات حل المسائل، النهايات
15	إرشادات حل المسائل، النسب
15	مثال 1.3 النقر في الحجم
16	إرشادات حل المسائل، التقدير
16	مثال 1.4 إنتاج غازات الدفيئة
17	1.6 المتجهات
17	النظام الإحداثي الديكارتي
18	التمثيل الديكارتي للمتجهات
18	جمع المتجهات وطرحها بيانياً
19	جمع المتجهات باستخدام المركبات
20	ضرب متجه في كمية قياسية
20	متجهات الوحدة
21	طول المتجه واتجاهه
21	الضرب القياسي للمتجهات
22	مثال 1.5 الزاوية بين متجهين موقع
23	الضرب الاتجاهي
24	مسألة محلولة 1.3 النزء سيرا
24	على الأقدام
26	ما تعلمناه/دليل المذاكرة للاختبار
26	إرشادات حل المسائل
27	أسئلة الاختبار من متعدد
27	أسئلة مفاهيمية
18	تمارين
30	تمارين بمحظيات متعددة



الشكل 1.1 صورة لمنطقة تكوّن نجم WS.

إن الصورة المذهلة في الشكل 1.1 قد تكون توضيحاً لعدة أشياء: سائل ملون يتشرب في كوب من المياه أو ربما نشاط بيولوجي في كائن حي أو تصور لغتان عن الجبال على كوكب غير معروف. إذا قلنا إن المنظر بلغ عرضه 70، فهل سيساعدك ذلك في تحديد ما الذي تعرضه الصورة؟ ربما لا، فأنت بحاجة إلى معرفة ما إذا كنا نعني، على سبيل المثال، 70 متراً أم 70 جزءاً من المليون من السنتيمتر أم 70 ألف كيلومتر. في الواقع، تعرض هذه الصورة التي التقطها تلسكوب سبيتزر الفضائي بالأشعة تحت الحمراء غيوفا ضخمة من الغاز والغبار عرضها حوالي 70 سنة ضوئية. (السنة الضوئية هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة، حوالي 10 كوادريليون متراً). تبعد هذه الغيوم عن الأرض حوالي 6500 سنة ضوئية ويحتوي على نجوم حديثة التكوّن من المناطق المتوهجة. ونفع التكنولوجيا التي تمكننا من رؤية مثل هذه الصور في معدمة أولويات علم الفلك المعاصر، لكنها تعتمد في الواقع على الأفكار الأساسية للأرقام والوحدات والمتجهات الواردة في هذه الوحدة. ليس بالضرورة أن تمثل الأفكار الموضحة في هذه الوحدة مبادئ في الفيزياء، إلا أنها تساعدنا على صياغة الأفكار والملاحظات الفيزيائية ومشاركتها. سنستخدم مفاهيم الوحدات والترميز العلمي والأرقام المعنوية والكميات المتجهة طوال المقرر. وبمجرد فهمك لهذه المفاهيم، يمكننا المضي قدماً لمناقشة المفاهيم الفيزيائية للحركة وأسبابها.

ما سنتعلمه

- يمثل استخدام الترميز العلمي والأرقام المعنوية أهمية كبيرة في علم الفيزياء.
- سنتعرف على النظام الدولي للوحدات و ما يحتويه من كميات أساسية إضافة إلى طرق التحويل بين أنظمة الوحدات المختلفة.
- سنتستخدم مقاييس الطول والكتلة والزمن المتاحة لإنشاء نقاط مرجعية لاستيعاب التنوع الكبير في أنظمة الفيزياء.
- سنطبق استراتيجيات معينة في حل و تحليل المسائل والتي ستساعدنا في فهم المقرر و يمكن الاستعانة بها في التطبيقات العلمية و الهندسية.
- سنتعامل مع المتجهات، جمع المتجهات وطرحها وضرب المتجهات و متجهات الوحدة وطول المتجهات واتجاهها.

1.1 لماذا ندرس الفيزياء؟

ربما يمكنك اختصار سبب دراستك للفيزياء في جملة موجزة سريعة "لأنها مادة ضرورية لتخصصي الدراسي!" وبينما يكون هذا الدافع مقنعاً بالتأكيد، فإن دراسة العلوم، وخاصة الفيزياء، تقدم بعض الفوائد الأخرى.

الفيزياء هي العلم الذي بُنيت عليه جميع العلوم الطبيعية والهندسية الأخرى. وتعود جميع التطورات التكنولوجية الحديثة - من الجراحة بالليزر وصولاً إلى التلغز ومن أجهزة الكمبيوتر وصولاً إلى التلاجات ومن السيارات وصولاً إلى الطائرات - إلى الفيزياء الأساسية بشكل مباشر. فالفهم الجيد لمفاهيم الفيزياء الأساسية يمنحك أساساً صلباً يمكنك بناء معرفة متطورة في جميع العلوم اعتماداً عليه. على سبيل المثال، تعد قوانين الحفظ ومبادئ التبادل في الفيزياء صالحة لجميع الظواهر العلمية والكثير من جوانب الحياة اليومية.

ستساعدك دراسة الفيزياء على فهم مقاييس المسافة والكتلة والزمن، بداية من أصغر المكونات داخل نوى الذرات وصولاً إلى المجرات التي تُشكل الكون. وتتبع جميع الأنظمة الطبيعية القوانين الأساسية للفيزياء نفسها، حيث توفر مفهومًا موحدًا لفهم كيف تتكيف مع الخخطط العام للكون.

ترتبط الفيزياء ارتباطاً وثيقاً بالرياضيات لأنها توضح المفاهيم المجردة المستخدمة في حساب المثلثات والجبر والتفاضل والتكامل. إن التفكير التحليلي والأساليب العامة لحل المسائل التي نتعلمها هنا ستعود عليك بالنفع بغية حياتك.

تساعد العلوم، وبالأخص الفيزياء، على التخلص من الأمور غير المنطقية في تفسيراتنا للعالم من حولنا. ولقد لجأ التفكير في زمن ما قبل العلم إلى الأساطير لتفسير الظواهر الطبيعية. وإذا قرأت الأخبار اليومية، فسنترى أن بعض المفاهيم الخاطئة التي تعود إلى عصر ما قبل العلم لا تزال قائمة حتى يومنا هذا. قد لا نجد إجابة عن معنى الحياة في هذا المقرر، ولكن على الأقل سنتعرف على بعض الأدوات الفكرية التي تمكنك من التخلص من النظريات والمفاهيم الخاطئة غير المتناسبة المنافية للمنطق التي تتناقض مع الحقائق التي تُثبت التجارب صحتها. وقد ساهم التقدم العلمي على مدار الألفية الأخيرة تفسيراً منطقيًا لغالبية الظواهر التي تحدث في العالم الطبيعي من حولنا.

ساعدتنا الفيزياء، من خلال النظريات المتسقة والتجارب المُعدة جيدًا، على التوصل إلى فهم أفضل للأشياء من حولنا ومنحتنا قدرة أفضل على التحكم فيها. وفي الوقت الذي هددت فيه عواصف تلوث الهواء والمياه ومصادر الطاقة المحدودة والاحتباس الحراري استمرار أجزاء كبيرة من الحياة على وجه الأرض، ازدادت بدرجة كبيرة الحاجة إلى فهم نتائج تفاعلاتنا مع البيئة. نستند معظم العلوم البيئية إلى الفيزياء الأساسية، وحرك الفيزياء جزءاً كبيراً من التكنولوجيا اللازمة للتقدم في الكيمياء وعلوم الحياة. وقد يُطلب منك يوماً المساعدة في اتخاذ قرار بشأن السياسة العامة في هذه المجالات، سواء كعالم أو مهندس أو ميساطة كمواطن. لذا يمثل امتلاك فهم موضوعي للأمر العلمية الأساسية عاملاً ذا أهمية حيوية في اتخاذ مثل هذه القرارات. ومن ثم، نحتاج إلى اكتساب معرفة علمية، حيث إنها أداة أساسية لكل مواطن في مجتمعنا الذي حركه التكنولوجيا. لا يمكنك أن تصبح مثقفاً من الناحية العلمية دون القدرة على استخدام الأدوات الابتدائية الضرورية، تماماً كاستحالة تأليف مقطوعة موسيقية دون القدرة على العزف على إحدى الآلات. وهذا هو الفرض الأساسي

من هذا الكتاب، تزويدك على نحو ملائم بما يلزمك لتقديم إسهامات صحيحة في المناقشات والقرارات المهمة في عصرنا. ستكتسب من قراءة هذا الكتاب والتعامل معه إدراكاً أعمق للفوائد الأساسية التي تحكم الكون والأدوات التي طورتها البشرية للكشف عنها. الأدوات التي نسمو فوق الثقافات والعصور التاريخية.

1.2 التعامل مع الأعداد

وضع العلماء قواعد منطقية لتحكم طريقة نقل المعلومات الكمية. إذا كنت ترغب في الإبلاغ عن نتيجة قياس — على سبيل المثال، المسافة بين مدينتين أو وزنك أو طول المحاضرة — فعليك تحديد هذه النتيجة كمضاعفات لوحدة قياسية. ومن ثم، فإن القياس هو مزيج بين عدد ووحدة. للوهلة الأولى، لا تبدو عملية كتابة الأعداد عملية بالغة الصعوبة. لكن في الفيزياء، نحتاج إلى التعامل مع مشكلتين: كيفية التعامل مع الأعداد الكبيرة للغاية أو الصغيرة للغاية وكيفية تحديد الدقة.

الترميز العلمي

إذا كنت تحتاج إلى الإبلاغ عن عدد كبير بالفعل، فسيصبح تدوينه أمراً مملاً. على سبيل المثال، يحتوي جسم الإنسان على حوالي 7,000,000,000,000,000,000,000,000 ذرة. إذا كنت تستخدم هذا العدد بشكل متكرر، فستحتاج بلا شك إلى ترميز أصغر بكثير له. وهذا ما نطلق عليه تحديداً **الترميز العلمي**. حيث يتم تمثيل الرقم كحاصل x عدد $1 \leq x < 10$ (يسمى الجزء العشري) مضروباً في عشرة مرفوعة إلى قوة (الأس = عدد منازل الأصفار)

$$(1.1) \quad 10^x \times \text{الجزء العشري} = \text{العدد}$$

ومن ثم يمكننا كتابة عدد الذرات في جسم الإنسان باختصار في شكل 7×10^{27} ، حيث يمثل الرقم 7 الجزء العشري و 27 الأس.

ومن الميزات الأخرى للترميز العلمي أنه يُسهّل من ضرب الأعداد الكبيرة وقسمتها. لضرب عددين مكتوبين بالترميز العلمي، نضرب الأجزاء العشرية للعددين ثم نجمع الأسس. فعلى سبيل المثال، إذا أردنا تقدير عدد الذرات الموجودة في أجسام جميع البشر على الأرض، يمكننا إجراء هذه العملية الحسابية بسهولة. يضم كوكب الأرض حوالي 7 مليارات (7×10^9) شخص. كل ما علينا فعله لإيجاد الإجابة هو ضرب 7×10^9 في 7×10^{27} ، فنقوم بذلك من خلال ضرب الجزأين العشريين وجمع الأسين.

$$(1.2) \quad (7 \times 10^9) \times (7 \times 10^{27}) = (7 \times 7) \times 10^{9+27} = 49 \times 10^{36} = 4.9 \times 10^{37}$$

في الخطوة الأخيرة، تتبع القاعدة المعروفة لإبقاء رقم واحد فقط قبل النقطة العشرية للجزء العشري وتعديل الأس وفقاً لذلك. (ولكن لتعلم أنه سيتعين علينا تعديل هذه الإجابة — واصل القراءة!) تسم القسمة باستخدام الترميز العلمي بالمهولة نفسها؛ إذا أردنا حساب A/B ، فإننا نقوم بقسمة الجزء العشري من العدد A على الجزء العشري من العدد B وطرح أس B من أس A .

الأرقام المعنوية

عندما حددنا عدد الذرات في متوسط الجسم البشري على أنه 7×10^{27} ، كنا نعني الإشارة إلى أننا نعلم أنها لا تقل عن 6.5×10^{27} لكنها أقل من 7.5×10^{27} لكن إذا كنا كتبنا 7.0×10^{27} ، فكنا سنعطي إيحاءً بأننا نعلم أن العدد الصحيح يقع بين 6.95×10^{27} و 7.05×10^{27} وهذه العبارة أدق من العبارة السابقة. كقاعدة عامة، يحدد عدد الأرقام التي نكتبها في الجزء العشري مدى دقة ما ندعي معرفته. فكلما كان عدد الأرقام المحدد أكبر، زاد مقدار الدقة الذي نوحى به (انظر الشكل 1.2). نطلق على عدد الأرقام في الجزء العشري عدد **الأرقام المعنوية**. فيما يلي بعض قواعد استخدام الأرقام المعنوية ويتبع كل حالة مثال:

- عدد الأرقام المعنوية هو عدد الأرقام الموثوق في معرفتها. على سبيل المثال، يتضمن العدد 1.62 ثلاثة أرقام معنوية؛ والعدد 1.6 رقمين معنويين.

مراجعة المفاهيم 1.1

يبلغ إجمالي مساحة سطح الأرض

$$A = 4\pi R^2 = 4\pi(6370 \text{ km})^2$$

$$= 5.099 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$$

بفرض أن ثمة 7 مليارات إنسان على

الكوكب، ما مساحة السطح المتاحة

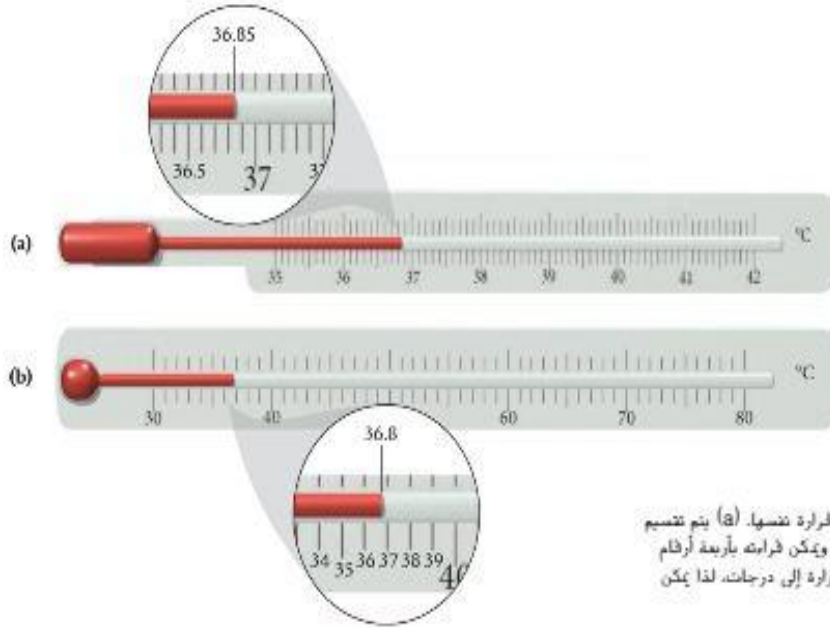
لكل شخص؟

$$7.3 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ (a)}$$

$$3.6 \times 10^{24} \text{ m}^2 \text{ (c)}$$

$$7.3 \times 10^{24} \text{ m}^2 \text{ (b)}$$

$$3.6 \times 10^4 \text{ m}^2 \text{ (d)}$$



الشكل 1.2 مقياس حرارة يقيس درجة الحرارة نفسها. (a) يتم تقسيم مقياس الحرارة إلى أجزاء من عشرة من الدرجة ويمكن قراءته بأربعة أرقام معنوية (36.85°C). (b) يتم تقسيم مقياس الحرارة إلى درجات، لذا يمكن قراءته بثلاثة أرقام معنوية فقط (36.8°C).

- إذا ذكرت عددًا في صورة عدد صحيح، فإنك تحده بدقة لانهائية. على سبيل المثال، إذا قال أحدهم إن لديه 3 أطفال، فهذا يعني أن لديه 3 أطفال لا أكثر ولا أقل.
- الأصفار على يسار العدد ليست أرقامًا معنوية. فالعدد 1.62 به عدد الأرقام المعنوية نفسه الموجود في 0.00162. حيث ثمة ثلاثة أرقام معنوية في العددين. وبدأ عد الأرقام المعنوية من اليسار بداية من أول رقم غير صفري.
- وعلى العكس، الأصفار على يمين العدد أرقام معنوية. فالعدد 1.620 به أربعة أرقام معنوية. توجي كتابة صفر على اليمين بدقة أعلى!
- الأعداد المكتوبة بالترميز العلمي بها عدد أرقام معنوية مماثل لعدد الأرقام المعنوية في أجزائها العشرية. على سبيل المثال، يتضمن العدد 9.11×10^{-31} ثلاثة أرقام معنوية لأن الجزء العشري (9.11) فيه يتضمن ثلاثة أرقام معنوية، وليس لمقدار الأس أي تأثير.
- في عمليات الضرب و القسمة النتيجة النهائية تتضمن العدد الأقل من الأرقام المعنوية الموجودة في الأعداد المستخدمة. على سبيل المثال، $1.23/3.4461$ لا يساوي 0.3569252 قد تُحطيك الآلة الحاسبة تلك الإجابة، إلا أن الآلات الحاسبة لا تفرض العدد الصحيح من الأرقام المعنوية تلقائيًا. الإجابة الصحيحة هي $1.23/3.4461 = 0.357$ حيث يتعين عليك تقريب نتيجة الآلة الحاسبة إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية - في هذه الحالة، ثلاثة أرقام معنوية، وهو عدد الأرقام المعنوية في البسط (الأقل في الأرقام المعنوية).
- يمكنك الجمع أو الطرح بحيث يحتوي الناتج النهائي على العدد الأقل من الأرقام الموجودة على يمين الفاصلة العشرية (مع مراعاة التقريب). على سبيل المثال، $1.23 + 3.4461 = 4.68$ ، وليس 4.6761 كما تعتقد. تتطلب هذه القاعدة تحديدًا بعض التدريب عليها.

نظام هذه المناقشة حول الأرقام المعنوية، دعنا نعد النظر في إجمالي عدد الذرات الموجود في أجسام جميع الأشخاص على سطح الأرض. بدأنا بكميتين، أي رقم معنوي واحد فقط. لذلك، يجب تقريب نتيجة عملية الضرب بشكل صحيح إلى رقم معنوي واحد. ومن ثم يكون العدد الإجمالي الصحيح للذرات في جميع الأجسام البشرية هو 5×10^{37} .

1.3 النظام الدولي للوحدات

في المدرسة الثانوية، ربما تعرفت على النظام الدولي للوحدات وقارنته بالنظام البريطاني للوحدات الذي يشيع استخدامه في الولايات المتحدة. ربما قيمت بالقيادة على الطريق السريع الذي تُعلق عليه لافتات المسافات بالأميال والكيلومترات أو اشترت طعامًا ثم تسجيل سعره حسب الرطل والكيلو جرام.

مراجعة المفاهيم 1.2

ما عدد الأرقام المعنوية في كل من الأعداد التالية؟

- (a) 2.150 (b) 0.000215
(c) 215.00 (d) 0.215000
(e) $0.215 + 0.21$

مراجعة المفاهيم 1.3

بالنسبة إلى العددين $x = 0.43$ و $y = 3.53$ ، أي مما يلي به أكبر عدد من الأرقام المعنوية؟

- (a) مجموع: $x + y$ (d) العدد x
(b) ناتج ضرب: xy (e) العدد y
(c) ناتج طرح: $x - y$

الوحدة	الرمز	الكمية الأساسية
التر	m	الطول
الكيلوجرام	kg	الكتلة
الثانية	s	الزمن
أمبير	A	التيار الكهربائي
الكلفن	K	درجة الحرارة
المول	mol	كمية المادة
شمعة	cd	شدة الإشعاع



الشكل 1.3 تم تعريف المتر، في الأصل، على أنه جزء واحد من عشرة ملايين من طول خط الطول الذي يمر بباريس من القطب الشمالي إلى خط الاستواء.

عادة ما يُختصر النظام الدولي للوحدات بالحرفين SI (إشارة إلى النظام الدولي بالفرنسية). وأحياناً يُطلق على الوحدات في هذا النظام مصطلح *الوحدات المترية*. والنظام الدولي للوحدات هو المعيار المستخدم للوحدات العلمية حول العالم. يتضمن الجدول 1.1 الوحدات السبع الأساسية للنظام الدولي للوحدات. تقدم الأحرف الأولى من الوحدات الأساسية الأربع أسماً آخر شائع الاستخدام للنظام الدولي للوحدات: نظام MKSA. لن نستخدم إلا الوحدات الثلاث الأولى (المتر والكيلوجرام والثانية) في الجزء الأول بأكمله من هذا الكتاب وفي علم الميكانيكا ككل. وفي ما يلي التعريفات الحالية لهذه الوحدات الأساسية.

- المتر (m) هو المسافة التي يقطعها شعاع ضوء في الفراغ في 1/299,792,458 من الثانية. وفي الأصل، كان المتر مرتبطاً بحجم الأرض (الشكل 1.3).
- يعترف الكيلوجرام (kg) بأنه كتلة النموذج الدولي للكيلوجرام. يُحتفظ بهذا النموذج خارج العاصمة الفرنسية باريس، في ظروف بيئية خاضعة لرقابة دقيقة.
- الثانية (s) هي المدة الزمنية التي يحدث خلالها 9,192,631,770 ذبذبة من الموجة الكهرومغناطيسية (انظر الوحدة 31) والتي توافق الانتقال بين حالتين محددتين لذرة السيزيوم 133. حتى عام 1967، كان معيار الثانية 1/86,400 من متوسط اليوم الشمسي، إلا أن التعريف الذي أكثر دقة وأكثر موثوقية من حيث الغالبية للتحكرار.

قواعد الترميز. من الشائع استخدام الأحرف الرومانية لاختصارات الوحدات والأحرف المائلة للكميات الفيزيائية. وتتبع هذه القواعد في هذا الكتاب. على سبيل المثال، يرمز الحرف *m* إلى وحدة المتر. بينما يُستخدم *m* لكمية الكتلة المادية. حيث، يعني التعبير $m = 17.2 \text{ kg}$ أن كتلة جسم ما تساوي 17.2 كيلوجراماً.

ويمكن اشتقاق وحدات جميع الكميات الفيزيائية الأخرى من الوحدات السبع الأساسية الواردة في الجدول 1.1. على سبيل المثال، وحدة المساحة هي m^2 . ووحدات الحجم وكثافة الكتلة هي m^3 و kg/m^3 . على التوالي. ووحدات السرعة المتجهة والعجلة هي m/s و m/s^2 . على التوالي. وكانت بعض الوحدات المشتقة تستخدم بشكل متكرر حتى أصبح من الملائم أن نطلق عليها أسماء ورموزاً خاصة بها. عادة ما يكون الاسم اسم عالم فيزياء شهير. يسرد الجدول 1.2 وحدات النظام الدولي للوحدات المشتقة البالغ عددها 20 وحدة بأسمائها الخاصة. وفي العمودين أقصى يسار الجدول، تُدرج الوحدات المسماة بدلالة وحدات مسمية أخرى ثم بدلالة الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات. كما يتضمن هذا الجدول الراديان والستراديان وهي وحدات بلا أبعاد للزاوية والزاوية الجسمة، على التوالي.

يمكنك الحصول على مضاعفات معترف بها من النظام الدولي للوحدات الأساسية والوحدات المشتقة عن طريق ضربها في معاملات مختلفة للـ 10 ولهذه المعاملات اختصارات بالأحرف مقبولة عالمياً تُستخدم كبادئات، موضحة في الجدول 1.3. إن استخدام بادئات قياسية (معاملات 10) يجعل من السهل تحديد عدد الستيمترات (cm) في الكيلومتر (km) مثلاً.

$$(1.3) \quad 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} = 10^3 \text{ m} \cdot (10^{-2} \text{ cm/m}) = 10^5 \text{ cm}.$$

وبالمقارنة، لاحظ مدى الجهود المتعلق بتحديد عدد البوصات في الميل:

$$(1.4) \quad 63,360 \text{ بوصة} = (12 \text{ بوصة/قدم}) \cdot (5,280 \text{ أقدام/ميل}) = 1 \text{ ميل}$$

كما تلاحظ، لا يتعين عليك حفظ معاملات تحويل معينة في النظام البريطاني فحسب، بل إن العمليات الحسابية أصبحت أكثر تعقيداً كذلك، بالنسبة إلى العمليات الحسابية في النظام الدولي للوحدات، ما عليك سوى معرفة البادئات القياسية الموضحة في الجدول 1.3 وكيفية جمع أعداد صحيحة بغوي 10 أو طرحها.



الشكل 1.4 النموذج الدولي للكيلوجرام.

الجدول 1.2 الوحدات المشتقة الشائعة ووحدات قياسها في النظام الدولي (SI)				
الكمية	اسم الوحدة	رمز الوحدة	ما يكافئ الوحدة	الوحدة بالنظام الدولي
الجرعة الممتصة	جراي	Gy	J/kg	$m^2 s^{-2}$
الزاوية	الراديان	rad	—	—
السعة	الفراد	F	C/V	$m^2 kg^{-1} s^4 A^2$
النشاط التحفيزي	كاتال	kat	—	$s^{-1} mol$
الجرعة المكافئة	سيفرت	Sv	J/kg	$m^2 s^{-2}$
الشحنة الكهربائية	كولوم	C	—	s A
النوسيل الكهربائي	سيمنر	S	A/V	$m^2 kg^{-1} s^3 A^2$
الجهد الكهربائي	فولت	V	W/A	$m^2 kg s^{-3} A^{-1}$
المقاومة الكهربائية	أوم	Ω	V/A	$m^2 kg s^{-3} A^{-2}$
العلاقة	جول	J	N m	$m^2 kg s^{-2}$
القوة	نيوتن	N	—	$m kg s^{-2}$
التردد	هرتز	Hz	—	s^{-1}
الاستضاءة	لوكس	lx	lm/m ²	$m^{-2} cd$
الحث	هنري	H	Wb/A	$m^2 kg s^{-2} A^{-2}$
الندفق الضوئي	لومن	lm	cd sr	cd
الندفق المغناطيسي	ويبر	Wb	V s	$m^2 kg s^{-2} A^{-1}$
الحقل المغناطيسي	تسلا	T	Wb/m ²	$kg s^{-2} A^{-1}$
القدرة	واط	W	J/s	$m^2 kg s^{-3}$
الضغط	باسكال	Pa	N/m ²	$m^{-1} kg s^{-2}$
النشاط الإشعاعي	بيكريل	Bq	—	s^{-1}
الزاوية الجسمية	ستراديان	sr	—	—
درجة الحرارة	درجة سيليزية	C°	—	K

الجدول 1.3 بادئات القياس للكميات الفيزيائية في النظام الدولي للوحدات					
المعامل	البادئة	الرمز	المعامل	البادئة	الرمز
10^{24}	يوتا	Y	10^{-24}	يوكنو	y
10^{21}	زيتا	Z	10^{-21}	زيبو	z
10^{18}	إكسا	E	10^{-18}	أتو	a
10^{15}	بيتا	P	10^{-15}	فيمتو	f
10^{12}	ترا	T	10^{-12}	بيكو	p
10^9	جيجا	G	10^{-9}	نانو	n
10^6	ميغا	M	10^{-6}	مايكرو	μ
10^3	كيلو	k	10^{-3}	ملي	m
10^2	هكتو	h	10^{-2}	سنتي	c
10^1	ديكا	da	10^{-1}	ديسي	d

اعتمدت فرنسا النظام الدولي للوحدات عام 1799 ويُستخدم الآن في جميع دول العالم تقريبًا بشكل يومي، والاستثناء الوحيد البارز في الولايات المتحدة. ونظرًا لأننا نستخدم الوحدات البريطانية في حياتنا اليومية، سيُشير هذا الكتاب إلى الوحدات البريطانية عندما يكون ذلك مناسبًا، وذلك للربط بالحياة اليومية. قد يكون استخدام الوحدات البريطانية أمرًا مكلفًا، وقد تتراوح التكلفة بين نفقات بسيطة، مثل تلك التي يتكدها ميكانيكي السيارات الذي يريد شراء مجموعتين من أدوات الربط، إحداهما مجموعة مترية والأخرى بريطانية، وخسائر باهظة كتلك التي تتجت عن تحطم المركبة الفضائية مارس كليمنت أوربيتر (الشكل 1.5) في سبتمبر عام 1999. ولقد تم إرجاع سبب تحطم المركبة الفضائية إلى حفيظة استخدام إحدى الفرق الهندسية لنظام الوحدات البريطانية في حين استخدم الفريق الآخر النظام الدولي للوحدات. واعتمد الفريقان على أرقام بعضهم، دون إدراك أن الوحدات مختلفة.



الشكل 1.5 مارس كليمنت أوربيتر، ضخمة التحويل الخاطئ للوحدات.

إن استخدام البادئات العشرية ليست الطريقة الوحيدة للتحويل في النظام الدولي للوحدات، و تمثل وحدات الزمن استثناء بارز للموضوع، والتي لا يتم تحويلها بضرب الوحدة الأساسية (الثانية) في معاملات 10،

- حيث أن العام به 365 يوماً.
- واليوم به 24 ساعة.
- وكل ساعة تحتوي على 60 دقيقة.
- وتتكون الدقيقة من 60 ثانية.

حاول رواد القياس المترى الأوايل وضع مجموعة موحدة لوحدات الزمن المترية، إلا أن محاولاتهم باءت بالفشل، وتمتد الطبيعة المترية غير موحدة لوحدات الزمن إلى بعض الوحدات المشتقة. على سبيل المثال، لا يعرض عداد السرعة في سيارات سيدان الأوروبية السرعات بالأمطار في الثانية، لكن بالكيلومترات في الساعة.

وحدات مساحة الأرض

مثال 1.1

وحدة مساحة الأرض المستخدمة في الدول التي تتبع النظام الدولي للوحدات هي الهكتار. وبعادل $10,000 \text{ m}^2$. في الولايات المتحدة، تُقاس مساحة الأرض بالفدان، والفدان يعادل $43,560 \text{ ft}^2$.

المسألة

اشترت لنتو قطعة أرض بأبعاد 2.00 km في 4.00 km . فما مساحة الأرض الجديدة التي اشترتها بالهكتار والفدان؟

الحل

يتم تحديد المساحة A من العلاقة

$$A = \text{العرض} \times \text{الطول} = (2.00 \text{ km})(4.00 \text{ km}) = (2.00 \times 10^3 \text{ m})(4.00 \times 10^3 \text{ m})$$

$$A = 8.00 \text{ km}^2 = 8.00 \times 10^6 \text{ m}^2.$$

وعندئذ تكون مساحة قطعة الأرض هذه بالهكتار هي

$$A = 8.00 \times 10^6 \text{ m}^2 \frac{1 \text{ هكتار}}{10,000 \text{ m}^2} = 8.00 \times 10^2 \text{ هكتار} = 800 \text{ هكتار}.$$

لإيجاد مساحة الأرض بالفدان، نحتاج إلى معرفة الطول والعرض بالوحدات البريطانية،

$$\text{الطول} = 2.00 \text{ km} \frac{1 \text{ mi}}{1.609 \text{ km}} = 1.24 \text{ mi} \frac{5,280 \text{ ft}}{1 \text{ mi}} = 6,563 \text{ ft}$$

$$\text{العرض} = 4.00 \text{ km} \frac{1 \text{ mi}}{1.609 \text{ km}} = 2.49 \text{ mi} \frac{5,280 \text{ ft}}{1 \text{ mi}} = 13,130 \text{ ft}.$$

ومن ثم تكون المساحة

$$A = \text{العرض} \times \text{الطول} = (1.24 \text{ mi})(2.49 \text{ mi}) = (6,563 \text{ ft})(13,130 \text{ ft})$$

$$A = 3.09 \text{ mi}^2 = 8.61 \times 10^7 \text{ ft}^2$$

وبالفدان، تكون

$$A = 8.61 \times 10^7 \text{ ft}^2 \frac{1 \text{ فدان}}{43,560 \text{ ft}^2} = 1980 \text{ فدان}.$$

علم القياس: بحث حول المقاييس والمعايير

لم تكتمل بالتأكيد الأعمال المتعلقة بتعريف معايير الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات. ويخصص قدر كبير من الأبحاث لتحسين تفتيات القياس ورفع دقتها إلى مستويات أعلى. ويُطلق على مجال البحث هذا اسم **علم القياس**، وفي الولايات المتحدة، المختبر المسؤول بشكل أساسي عن هذا العمل هو المعهد الوطني للمعايير والتكنولوجيا (NIST). يتعاون معهد NIST مع معاهد مشابهة في دول أخرى لتحسين المعايير المقبولة للوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات.

يعمل أحد المشروعات البحثية الحالية على إيجاد تعريف للكيلوجرام يستند إلى كميات قابلة للتجدد في الطبيعة. وسيحل هذا التعريف محل التعريف الحالي للكيلوجرام، الذي يستند إلى كتلة جسم فياسي يُحتفظ به في بلدية سيجر في ضواحي باريس. ومن الواضح أن أكثر الجهود الواعدة في هذا الصدد هو مشروع أفوجادرو، الذي يحاول تعريف الكيلوجرام باستخدام بلورات السيليكون عالية النقا. من بين المهام الرئيسة الأخرى لمعهد NIST والمعاهد المماثلة بحث حول الحفاظ على أقصى دقة ممكنة للزمن.

لثة حاجة إلى دقة أكبر في ضبط الوقت للعديد من التطبيقات في مجتمعنا القائم على المعلومات، حيث يمكن للإشارات الاتصالية حول العالم في أقل من 0.2 ثانية. ويُعد نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) مثالاً على التكنولوجيا التي كان من المستحيل تخيلها بدون دقة الساعات الذرية والأبحاث الفيزيائية التي تدخل في بنيتها. ويعتمد نظام GPS كذلك على نظرية النسبية لأينشتاين، التي ستندرسها في الوحدة 13.

1.4 المقاييس في عالمنا

الحقيقة المذهلة عن الفيزياء هي أن قوانينها تحكم كل جسم، من أصغر جسيم إلى أكبر جسم. إن مقاييس الأنظمة التي يمكن أن تتنبأ بها الفيزياء تمتد لتشمل العديد من القيم الأساسية (قوى العدد 10)، كما سترى في هذا القسم.

ملاحظة: ستقرأ عبارة "في حدود" عدة مرات، وهذه العبارة تعني "في نطاق المعامل 2 أو 3".

مقاييس الطول

يعرف الطول بأنه قياس المسافة بين نقطتين في الفضاء. ويوضح الشكل 1.6 بعض مقاييس الطول للأجسام والأنظمة الشائعة التي تمتد لأكثر من 40 قيمة أسية.

لتبدأ بأنفسنا، في الولايات المتحدة، يبلغ متوسط طول المرأة 1.62 m (5 ft و 4 in) ويبلغ متوسط طول الرجل 1.75 m (5 ft و 9 in). ومن ثم يكون طول الإنسان في حدود المتر. إذا قلت مقياس الطول لجسم الإنسان بمعامل المليون، فستصل إلى الميكرومتر. وهذا هو القطر الفيزيائي خلية في جسمك أو البكتيريا. وإذا قلت طول عصا القياس بمعامل آخر يبلغ 10,000، فسيكون المقياس 10^{-10} m. ويساوي القطر الفيزيائي لذرة واحدة، وهذا هو أصغر حجم يمكننا التوصل إليه بالاستعانة بالجواهر الأكثر تقدماً.

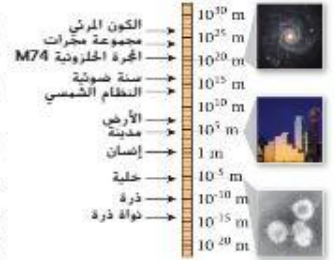
بينما يصل قطر نواة الذرة إلى 1/10,000 من قطر الذرة، أي في حدود 10^{-14} m. ويبلغ قطر البروتونات والنيوترونات الفردية التي تُشكل نواة الذرة حوالي $1 \text{ fm} = 10^{-15}$ m (فيمتو متر).

بالتعكير في الأجسام الأكبر منا، يمكننا النظر إلى مقياس مدينة، في حدود كيلومترات. يتجاوز قطر الأرض 10,000 km قليلاً (12,760 km). لتكون أكثر دقة، وكما ذكرنا سابقاً، فإنه يتم تحديد المتر الآن بدلالة سرعة الضوء. إلا أنه تم تعريف المتر في الأصل بأنه جزء واحد من عشرة ملايين جزء من طول خط الطول المر يباريس من القطب الشمالي إلى خط الاستواء. إذا كان طول الخوص لربع دائرة هو 10 ملايين متر (10,000 km)، فسيكون محيط الدائرة ككل 40,000 km بالضبط. باستخدام التعريف الحديث للمتر، فإن المحيط الاستوائي للأرض يبلغ 40,075 km، والمحيط على طول خط الطول يبلغ 40,008 km.

تبلغ المسافة من الأرض إلى القمر 384,000 km، والمسافة من الأرض إلى الشمس أكبر من ذلك الرقم بمعامل يبلغ قرابة 400 مرة، أو قرابة 150 مليون km. ويُطلق على هذه المسافة وحدة فلكية ويُشار إليها بالرمز AU. استخدم علماء الفلك هذه الوحدة قبل معرفة المسافة بين الأرض والشمس بدقة، إلا أنها لا تزال ملائمة حتى يومنا هذا. في وحدات النظام الدولي للوحدات، الوحدة الفلكية تساوي

$$(1.5) \quad 1 \text{ AU} = 1.49598 \times 10^{11} \text{ m.}$$

يقال عادة إن قطر نظامنا الشمسي يبلغ قرابة 10^{13} m، أو 60 AU. وقد أشردنا بالفعل إلى أن الضوء يتغلغل في الفراغ بسرعة 300,000 km/s تقريباً، لذا، تُغطي المسافة بين الأرض والقمر بالضوء في أكثر من ثانية واحدة فقط، ويستغرق وصول الضوء من الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريباً.



الشكل 1.6 نطاق مقاييس الطول للأنظمة الفيزيائية. الصور من أعلى إلى أسفل هي: مجرة الحلزونية M74، تابلعة سحب دالاس وفيروس السارس.

ولتخطية مقاييس المسافة خارج نظامنا الشمسي، ابتكر علماء الفلك وحدة السنة الضوئية (غير تابعة للنظام الدولي للوحدات، لكنها مناسبة)، وهي المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ في عام.

$$(1.6) \quad 1 \text{ light-year} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m.}$$

يبعد أقرب نجم من الشمس ما يزيد عن 4 سنوات ضوئية. وتبعد مجرة المرأة المسلسلة، المجرة الشبيهة بمجرة درب التبانة، حوالي 2.5 مليون سنة ضوئية $= 2 \times 10^{22} \text{ m}$ وأخيراً، يصل قطر العالم المرئي إلى 14 مليار سنة ضوئية $= 1.5 \times 10^{26} \text{ m}$ تقريباً. لذا، ثمة قرابة 41 قيمة أسية تمتد بين حجم البروتون الفردي وحجم الكون المرئي بأكمله.

مقاييس الكتلة

الكتلة هي مقدار المادة الموجودة في الجسم. عند التفكير في نطاق كتل الأجسام المادية، نحصل على امتداد للقيم الأسية (الشكل 1.7) أكثر إثارة من امتداد القيم الأسية للأطوال.

الذرات وأجزائها لها كتل بالغة الصغر. حيث تبلغ كتلة الإلكترون $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ فقط. وتبلغ كتلة البروتون $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. أي تزيد بحامل 2000 تقريباً عن كتلة الإلكترون. وتبلغ كتلة ذرة الرصاص الواحدة $3.46 \times 10^{-25} \text{ kg}$.

تكون كتلة الخلية الواحدة في الجسم البشري في حدود 10^{-13} kg إلى 10^{-12} kg . حتى الذبابة لها كتلة أكبر من كتلة الخلية بأكثر من 100 مليون مرة، أي قرابة 10^{-4} kg .

كتلة السيارة في حدود 10^3 kg وكتلة طائرة الركاب في حدود 10^5 kg . وعادة تتراوح كتلة جبل ما بين 10^{12} kg و 10^{14} kg . وتقدر الكتلة الإجمالية للماء الموجود في جميع محيطات الأرض بحوالي 10^{21} kg .

ويمكن تحديد كتلة الأرض بأكملها بدقة وتصل إلى $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ وتبلغ كتلة الشمس $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$. أو تساوي 300,000 مرة كتلة الأرض تقريباً. ويقدر عدد النجوم في مجرتنا، درب التبانة، بحوالي 200 مليار نجمة ومن ثم تبلغ كتلتها حوالي $3 \times 10^{41} \text{ kg}$ وأخيراً، يحتوي الكون بأكمله على مليارات المجرات. وفقاً للافتراضات حول المادة المظلمة، وهو موضوع بحثي جارٍ العمل عليه حالياً (انظر الوحدة 12)، فإن كتلة الكون بأكمله تبلغ 10^{51} kg تقريباً. إلا أنه يتعين عليك معرفة أن هذا العدد مجرد تقدير وقد يتغير بحامل يصل إلى 100.

من المثير أن بعض الأجسام ليست لها كتلة. فعلى سبيل المثال، فإن كتلة الفوتونات، "الجسيمات" التي تتكون منها الضوء، صفر.



الشكل 1.7 نطاق مقاييس الكتلة للأنظمة الفيزيائية.

مقاييس الزمن

الزمن هو المدة بين حدثين. وتتراوح مقاييس الزمن لدى البشر بين الثانية (مدة قياسية لنبضة قلب الإنسان) والقرن (متوسط العمر المتوقع لإنسان وُلد الآن). وبالمقاييس، فإن متوسط العمر المتوقع للإنسان يزداد بمعدل أسرع من ذي قبل. فخلال عصر الإمبراطورية الرومانية، قبل 2000 عام، كان عمر الإنسان المتوقع 25 عامًا فقط. وفي عام 1850، أظهرت جداول خبراء التأمين أن متوسط عمر الإنسان بلغ 39 عامًا. ووصل هذا الرقم الآن إلى 80 عامًا. ومن ثم، استغرق الأمر نحو 2000 عام لزيادة متوسط العمر المتوقع للإنسان 50%. ولكن خلال آخر 150 عامًا، تضاعف متوسط العمر المتوقع مجددًا. وربما يكون هذا هو أكثر الأدلة المباشرة على أن العلوم لها مزايا أساسية تستعيد منها شيئًا. تساهم الفيزياء في هذا التقدم بالمساعدة في تطوير أجهزة تصوير طبي وأجهزة علاجية أكثر تقدمًا، وستنتقل الأبحاث الأساسية اليوم إلى مرحلة الممارسة الإكلينيكية غدًا. إن جراحة الليزر والعلاج الإشعاعي للسرطان والتصوير بالرنين المغناطيسي والتصوير المقطعي بالإنبعاث البوزيتروني ما هي إلا بضعة أمثلة على التطورات التكنولوجية التي ساعدت على زيادة متوسط العمر المتوقع.

يدرس مؤلفو هذا الكتاب في أبحاثهم تصادم الأيونات الثقيلة بسرعات نسبية تقارب سرعة الضوء. تحدث التصادمات أثناء فترات زمنية في حدود $s \cdot 10^{22}$. أي أقصر من الفترات الزمنية التي يمكننا قياسها مباشرة بمليون مرة. خلال هذا المخر، ستعرف أن المقياس الزمني لذبذبة الضوء المرئي هو $s \cdot 10^{15}$. والمقياس الزمني للصوت المسموع هو $s \cdot 10^3$.

كعد أطول فترة زمنية يمكننا قياسها بشكل غير مباشر أو استنتاجها هي عمر الكون. وتعرض الأبحاث الحالية أن هذا الرقم يبلغ 13.7 مليار سنة، ولكن نسبة عدم يقين تصل إلى 0.2 مليار سنة. لا يمكننا ترك هذا الموضوع دون ذكر حقيقة مثيرة للاهتمام للتأمل فيها خلال الحصة الدراسية التالية. عادة ما تستغرق الحصة 50 دقيقة في معظم المدارس. وبالطاقة، يتألف القرن من $100 \times 365 \times 24 \times 60$ $\approx 50.000.000$ دقيقة. ومن ثم تستغرق الحصة حوالي جزء من المليون من القرن، الأمر الذي ينتج عنه وحدة زمنية مناسبة (غير تابعة للنظام الدولي للوحدات). الميكروقرن - مدة حصة واحدة.

1.5 الاستراتيجية العامة لحل المسائل

لا تقتصر العيزياء على حل المسائل فحسب إلا أن حل المسائل يشكل جزءًا كبيرًا منها. وبينما تؤدي واجباتك المنزلية قد يبدو أحيانًا أن هذا هو كل ما تقوم به، إلا أن التكرار والممارسة تمثل أجزاء مهمة من التعلم.

فلا عب كرة السلة يفضي ساعات في التدريب على أساسيات الرمية الحرة. ويؤدي تكرار الإجراء نفسه عدة مرات إلى جعل اللاعب متمكنًا في مهمته. أدت حاجة إلى أنواع النهج نفسه في حل المسائل الرياضية والعيزيائية، يتعين عليك التدريب على الأساليب الجيدة لحل المسائل. وسيعود عليك هذا الأمر بالنفع، ليس فقط خلال بقية مقرر العيزياء هذا أو خلال الامتحانات فحسب أو حتى خلال صفوف العلوم الأخرى التي تدرسها، لكن طوال حياتك المهنية أيضًا.

ما العوامل التي تمثل استراتيجية جيدة لحل المسائل؟ يضع كل منا نظامه المعتاد وإجراءاته المنبئة والاختصارات الخاصة به. إلا أننا نعرض هنا مخططًا عامًا من شأنه مساعدتك على البدء.

1. **اقرأ المسألة بعناية.** أسأل نفسك عن الكميات المعروفة والكميات التي قد تكون مفيدة لكنها غير معروفة والكميات المطلوبة لحل هذه المسألة. اكتب هذه الكميات ومثلها برموزها الشائعة. وحولها إلى وحدات النظام الدولي. إذا لزم الأمر.

2. **ارسم مخطط الرسم أو الرسم التخطيطي** العيزيائي لمساعدتك على تصور المشكلة. بالنسبة إلى العديد من أساليب التعلم، يعد التمثيل المرئي أو البياني عاملاً مهمًا، وغالبًا ما يكون ضروريًا لتحديد المتغيرات.

3. **ابحث** اكتب المبادئ أو القوانين العيزيائية التي تنطبق على المسألة. استخدم معادلات تمثل هذه المبادئ للربط بين الكميات المعروفة وغير المعروفة. وفي بعض الحالات، ستجد مباشرة معادلة لا تتضمن إلا الكميات التي تعرفها والكمية الوحيدة التي لا تعرفها والتي من المفترض أن تحسبها. ولن تحتاج إلى شيء آخر. وغالبًا قد تضطر إلى إجراء القليل من الاستنتاج. بالجمع بين معادلتين معروفتين أو أكثر في المعادلة التي تحتاج إليها. إلا أن هذا الأمر يقتضي بعض الخبرة، أكثر من أي خطوات أخرى مذكورة هنا. بالنسبة إلى المبتدئ، قد تبدو مهمة استنتاج معادلة جديدة أمرًا شاقًا، إلا أن أدراك سينجسن كلما تدربت أكثر.

4. **بسط** لا تقم بالتعويض بالأعداد في معادلتك الآن! لكن بسط النتيجة جبريًا قدر الإمكان. على سبيل المثال، إذا كانت النتيجة في صورة كسرية، فاشطب العوامل المشتركة في البسط والمقام. وهذه الخطوة مفيدة خاصة إذا كنت بحاجة إلى حساب أكثر من كمية.

5. **احسب** ضع الأرقام مع الوحدات في المعادلة واستكمل العمل بالآلة الحاسبة. عادة، ستحصل على الإجابة في صورة عدد ووحدة فيزيائية.

6. **قرب** حدّد عدد الأرقام المعنوية التي تريدها في النتيجة. كقاعدة عملية، ينبغي تقريب النتيجة الناتجة عن الضرب أو القسمة إلى عدد الأرقام المعنوية نفسه الموجود في الكمية التي بها أقل عدد من الأرقام المعنوية. ينبغي ألا تقرب في الخطوات الوسطى، حيث إن التقريب في البدايات

قد يمنحك حلًا خاطئًا.

7. عَمَّقْ ثانية ارجع إلى البداية وتعمق النتيجة. احكم بنفسك على ما إذا كانت الإجابة (كل من الرقم والوحدات) تبدو منطقية أم لا. يمكنك دومًا جَرِّب تسليم حل خاطئ، بإجراء هذه المراجعة النهائية. أحيانًا تكون وحدات إجابتك خاطئة، وتعرف أنك قد ارتكبت خطأ ما بلا شك. وفي أحيان أخرى، تكون القيمة الأسية خاطئة تمامًا. على سبيل المثال، إذا كانت مهمتك هي حساب كتلة الشمس (سنقوم بذلك لاحقًا في هذا الكتاب)، وكانت إجابتك تقارب 10^6 kg (فقط بضعة آلاف من الأطنان)، فستتأكد أنك قد ارتكبت خطأ في خطوة ما.

فلنطبق هذه الاستراتيجية في المثال التالي.

حجم الأسطوانة

مسألة محلولة 1.1

المسألة

يتم تخزين الخلفات النووية في مختبر فيزيائي في أسطوانة ارتفاعها $\frac{4}{10}$ بوصات ومحيطها $\frac{8}{10}$ بوصات. فما حجم هذه الأسطوانة، مقيسًا بالوحدات المترية؟

الحل

لممارسة مهارات حل المسائل، سنقوم بكل خطوة من خطوات الاستراتيجية الموضحة أعلاه.

فكّر من السؤال، يتضح لنا أن ارتفاع الأسطوانة، عندما يتحول إلى سنتيمترات، يكون

$$h = 4 \frac{13}{10} \text{ in} = 4.8125 \text{ in}$$

$$= (4.8125 \text{ m}) \cdot (2.54 \text{ cm/in})$$

$$= 12.22375 \text{ cm.}$$

وكذلك، يكون محيط الأسطوانة

$$c = 8 \frac{2}{10} \text{ in} = 8.1875 \text{ in}$$

$$= (8.1875 \text{ in}) \cdot (2.54 \text{ cm/in})$$

$$= 20.79625 \text{ cm.}$$

وعلى الرغم من أنه من الواضح أن عدد الأرقام المعنوية في القيم المحولة إلى وحدات النظام الدولي لكل من h و c مرتفعة للغاية، فإننا نحتفظ بهما للعمليات الحسابية الوسطى. ونضرب إجابتنا النهائية إلى عدد الأرقام المعنوية المناسب.

ارسم بعد ذلك، نرسم مخططًا يشبه الشكل 1.8. لا حظ أن الكميات المعطاة موضحة بتمثيلاتها الرمزية، وليس بنظيرها العددية. ونُمثل المحيط بالدائرة الأسمك (وفي الواقع هي بيضاوية في هذا التخطيط).

ابحث بتعين علينا الآن إيجاد حجم الأسطوانة بدلالة ارتفاعها ومحيطها. إلا أن هذه العلاقة ليست مدرجة عادةً في مجموعات القوانين الهندسية. لكن، حجم الأسطوانة هو حاصل ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع:

$$V = \pi r^2 h.$$

بمجرد أن نجد طريقة للربط بين نصف القطر والمحيط، سنصل إلى الصيغة التي نريدها. المساحتان العلوية والسفلية للأسطوانة عبارة عن دائرتين، وبالتسوية إلى الدائرة، نعرف أن

$$c = 2\pi r.$$

بسّط تذكر، أننا لم نعوض بالأرقام حتى الآن! لتبسيط مهمتنا العددية، يمكننا حل المعادلة الثانية لإيجاد r وكتابة هذه النتيجة في المعادلة الأولى:

$$c = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{c}{2\pi}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{c}{2\pi} \right)^2 h = \frac{c^2 h}{4\pi}$$

نتبع



الشكل 1.8 رسم لأسطوانة قائمة.

احسب جان وقت استخدام الآلة الحاسبة والتعويض بالأرقام:

$$V = \frac{c^2 h}{4\pi}$$

$$= \frac{(20.79625 \text{ cm})^2 \cdot (12.22375 \text{ cm})}{4\pi}$$

$$= 420.69239 \text{ cm}^3$$

قرب إن النتيجة التي تقدمها الآلة الحاسبة جعلت نتيجتنا تبدو أكثر دقة من النتيجة التي يمكننا التوصل إليها في الواقع. نحتاج إلى التقريب. نظرًا لأن أقل كمية بها ثلاثة أرقام معنوية فقط، يجب تقريب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية. إجابتنا النهائية هي $V = 421 \text{ cm}^3$.

تحقق ثانية تمثل خطواتنا الأخيرة في التحقق من أن الإجابة منطقية. أولاً، تفكر في الوحدة التي حصلنا عليها في النتيجة. المستدير المكعب هو وحدة للحجم، لذا فإن نتيجتنا نجحت في أول اختبار لها. والآن دعونا نفكر في مقدار النتيجة. قد ندرك أن ارتفاع الأسطوانة ومحيطها المذكورين قريبان من أبعاد علبة المياه الغازية. إذا تأملت علبة مشروبك الغازي المفضل، فسترى أنه مدون عليها أن محتواها 12 أوقية من السوائل كما ستتمكن من معلومات تفيد بأن هذا يعادل 355 mL. ونظرًا لأن $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$ ، فإن إجابتنا قريبة من الناحية المنطقية من حجم علبة المياه الغازية. ليكن في اعتبارك أن هذا لا يعني أن حساباتنا صحيحة، إلا أنه يوضح أننا لسنا على الطريق الخطأ.

لتعرض أن الباحثين قرروا أن هذه العلبة الأسطوانية ليست كبيرة بما يكفي لاستيعاب النعاب في المختبر واستبدالها بحاوية أسطوانية أكبر ارتفاعها 44.6 cm ومحيطها 62.5 cm. إذا أردنا حساب حجم هذه الأسطوانة البديلة، فلن نضطر إلى إعادة جميع خطوات المسألة المحلولة 1.1 مجددًا. لكن يمكننا الانتقال مباشرة إلى الصيغة الجبرية التي اشتقناها في الخطوة بسط والتعويض بالبيانات الجديدة فيها، وستوصل إلى أن الحجم هو $13,900 \text{ cm}^3$ عند تقريبه إلى ثلاثة أرقام معنوية. يوضح هذا المثال قيمة الانتظار للتعويض بالأعداد حتى استكمال عملية التبسيط الجبري.

في المسألة المحلولة 1.1، يمكنك ملاحظة أننا اتبعنا الخطوات السبع الموضحة في الاستراتيجية العامة. من المفيد للغاية أن تدرب عقلك على اتباع إجراء معين في التعامل مع جميع أنواع المسائل. هذا لا يتعارض مع اتباع الروتين نفسه كلما سددت رمية حرة في كرة السلة، حيث يساعد التكرار المستمر على تكوين الذاكرة العضلية اللازمة لتحقيق النجاح المستمر، حتى عندما تكون المباراة على المحك. ربما الأمر الأكثر أهمية هو أن مقرر الفيزياء التمهيدية يجب أن يتمكن من تطوير أساليب للتوصل إلى حلول لمجموعة متنوعة من المسائل، مما يفرض على الحاجة إلى قبول إجابات "قاطعة" دون فقد. تعتبر الطريقة التي استخدمناها في المسألة المحلولة 1.1 مفيدة للغاية، وستدرب عليها مرارًا وتكرارًا في هذا الكتاب. لكن لتوضيح نقطة بسيطة، في المسألة التي لا تتطلب اتباع جميع الخطوات المستخدمة في المسألة المحلولة، سنستخدم مثالًا توضيحيًا أحيانًا.

حجم برميل النفط

المثال 1.2

المسألة

يبلغ حجم برميل النفط 159 L، ونحتاج إلى تصميم حاوية أسطوانية تستوعب هذه الكمية من النفط. ويجب أن يكون ارتفاع الحاوية 1.00 m حتى يتسنى حملها على ناقلة الحاويات. ما المحيط المطلوب للحاوية الأسطوانية؟

الحل

عند البدء بالمعادلة التي اشتقناها في الخطوة بسط في المسألة المحلولة 1.1، يمكننا الربط بين محيط الحاوية c وارتفاعها h وحجمها V .

$$V = \frac{c^2 h}{4\pi}$$

عند إيجاد المحيط، توصل إلى

$$c = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}}$$

يكون الحجم بوحدة النظام الدولي

$$V = 159 \text{ L} \frac{1000 \text{ mL} \cdot 1 \text{ cm}^3}{1 \text{ L} \cdot 1 \text{ mL}} \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 0.159 \text{ m}^3$$

ومن ثم يكون المحيط المطلوب

$$c = \sqrt{\frac{4\pi V}{h}} = \sqrt{\frac{4\pi (0.159 \text{ m}^3)}{1.00 \text{ m}}} = 1.41 \text{ m}$$

كما عرفت بالفعل من المسألة والمثال السابقين، تعد المعرفة الجيدة بالجبر أمراً ضرورياً للنجاح في منهج الفيزياء التمهيدية. بالنسبة إلى المهندسين والعلماء، تشترط معظم الجامعات والكليات الإلمام بحساب التفاضل والتكامل كذلك، لكن في الكثير من المدارس، يمكن تدريس مفرد الفيزياء التمهيدية وحساب التفاضل والتكامل في الوقت نفسه. لا تتضمن هذه الوحدة الأولى أي حساب تفاضل وتكامل، وستستعرض الوحدات التالية مفاهيم حساب التفاضل والتكامل ذات الصلة حسب الحاجة. إلا أن ثمة مجالاً آخر من الرياضيات يُستخدم على نطاق واسع في الفيزياء التمهيدية وهو، حساب المثلثات. نستخدم جميع وحدات هذا الكتاب تقريباً المثلثات قائمة الزاوية بطريقة ما. لذلك، من الجيد مراجعة قوانين الجيب وجيب التمام وما شابه، إضافة إلى نظرية فيثاغورس التي لا غنى عنها. فلتلق نظرة على مسألة محلولة أخرى تستعين بمفاهيم حساب المثلثات.

منظر من أعلى برج ويليس

مسألة محلولة 1.2

المسألة

من الواضح أن المرء يمكنه الرؤية لمسافة أبعد من البرج عنها من مستوى الأرض؛ فكلما زاد ارتفاع البرج، كانت مسافة الرؤية أبعد. يتضمن برج ويليس (كان يعرف مسبقاً باسم برج سيرز) في شيكاغو منصة مراقبة، تطلو عن الأرض مسافة 412 m. إلى أي مدى يمكن للشخص رؤية بحيرة ميشيغان من منصة المراقبة هذه في ظل الظروف المناخية المثالية؟ (لتفترض أن مستوى العين يعلو مستوى البحيرة مسافة 4.13 m.)

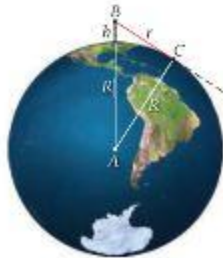
الحل

فكر كما أكدنا مسبقاً، هذه هي أهم خطوة في عملية حل المسألة. فالغليل من التحضير في هذه المرحلة يمكن أن يوفر الكثير من العمل في مرحلة لاحقة. تم تحديد ظروف مناخية مثالية، ومن ثم لا يوجد ضباب أو غيوم تحجب الرؤية. ما العوامل الأخرى التي من شأنها تحديد نطاق رؤيتك؟ إذا كان الهواء نظيفاً، فيمكن للمرء رؤية جبال بعيدة جداً. لماذا الجبال بعيدة؟ لأنها شاهقة الارتفاع. لكن الأراضي المحيطة بشيكاغو مسطحة. ما العوامل التي يمكنها الحد من نطاق الرؤية إذاً؟ في الواقع لا شيء؛ يمكن للمرء رؤية كل شيء في الأفق. وما العامل الذي يحدد مدى الأفق؟ إنه درجة انحناء الأرض. فلنرسم ذلك لتوضيح الأمر أكثر.

ارسم ليس من الضروري أن يكون الرسم مفصلاً، لكن يجب أن يعرض نسخة مبسطة من برج ويليس على سطح الأرض. وليس من الضروري أن يكون الرسم مقياساً، لكننا نرجح المبالغة في ارتفاع البرج بالنسبة إلى حجم الأرض. انظر الشكل 1.9.

يتضح من هذا الرسم أن أبعد نقطة (النقطة C) يمكن للمرء رؤيتها من أعلى برج ويليس (النقطة B) هي حيث يلامس خط الرؤية سطح الأرض عماسياً. بينما أي نقطة على سطح الأرض بعيدة عن برج ويليس محجوبة عن الرؤية (أسفل الخط المنقطع). يُشار إلى نطاق الرؤية بالمسافة r بين نقطة السطح C ومنصة المشاهدة (النقطة B) أعلى البرج، على ارتفاع h. يتضمن الرسم كذلك خطاً من مركز الأرض (النقطة A) حتى قاعدة برج ويليس. طول الخط هو R، وهو نصف قطر الأرض. ويُرسم خط آخر بالطول نفسه، R، إلى نقطة تلا مس خط الرؤية مع سطح الأرض عماسياً.

- يتبع



الشكل 1.9 المسافة من قمة برج ويليس (B) إلى الأفق (C).

ابحث كما نرى من الرسم، سيشكل الخط المرسوم من مركز الأرض إلى نقطة تلاصق خط الرؤية مع السطح (A إلى C) زاوية قائمة مع خط الرؤية (B إلى C). بمعنى أن النقاط الثلاث A و B و C تشكل زوايا مثلث قائم. هذه هي الفكرة الأساسية، التي نستخدمها من حساب المثلثات ونظرية فيثاغورس للتوصل إلى حل لهذه المسألة. يخصص الرسم في الشكل 1.10. نجد أن

$$r^2 + R^2 = (R + h)^2.$$

نشاط نذكر أننا نريد إيجاد المسافة إلى الأفق، التي رمزنا إليها بالرمز r في المعادلة السابقة. يعزل هذا المتغير في أحد طرفي المعادلة، نحصل على

$$r^2 = (R + h)^2 - R^2.$$

الآن، يمكننا تبسيط المربع والحصول على

$$r^2 = R^2 + 2hR + h^2 - R^2 = 2hR + h^2.$$

أخيرًا، نحسب الجذر التربيعي ونحصل على الإجابة الجبرية النهائية،

$$r = \sqrt{2hR + h^2}.$$

احسب نحن الآن جاهزون للتمويض بالأرقام. القيمة المقبولة لنصف قطر الأرض هي $R = 6.37 \times 10^6$ m. ونذكر أن $h = 413$ m - 4.13×10^2 m في المسألة. ومن ثم نحصل على

$$r = \sqrt{2(4.13 \times 10^2 \text{ m})(6.37 \times 10^6 \text{ m}) + (4.13 \times 10^2 \text{ m})^2} = 7.25382 \times 10^4 \text{ m}.$$

قرب تم ذكر نصف قطر الأرض مقربًا إلى ثلاثة أرقام، وكذلك ارتفاع مستوى عين المشاهد. لذا تقرب إلى ثلاثة أرقام وتكون إجابتنا النهائية هي

$$r = 7.25 \times 10^4 \text{ m} = 72.5 \text{ km}.$$

تحقق ثانية احرص دومًا على التحقق من الوحدات أولًا. نظرًا لأن السؤال المطروح في المسألة هو "إلى أي مدى"، فيجب أن تكون الإجابة مسافة، والتي يكون بعدها الطول ومن ثم تكون الوحدة الأساسية هي المتر. اجتازت إجابتنا هذا الاختبار الأول. ماذا عن مقدار الإجابة؟ نظرًا لأن ارتفاع برج ويليس يبلغ 0.5 كيلومتر، فإننا نتوقع ألا يظل نطاق الرؤية عن عدة كيلومترات؛ ومن ثم فإن الإجابة بنطاق متعدد الكيلومترات يبدو أمرًا منطقيًا. يزيد عرض بحيرة ميشيغان عن 80 كيلومترًا قليلًا، إذا نظرت باتجاه الشرق من شيكاغو. إذا نزل إجابتنا على أنه لا يمكننا رؤية شاطئ بحيرة ميشيغان إذا وقفت أعلى برج ويليس، نوضح التجارب أن هذا أمر صحيح، مما يمنحنا مزيدًا من الثقة في إجابتنا.

مراجعة المفاهيم 1.4

يوجد بخاران على قمة ساري سحبتيهما في الخيط المتوج. وارتفاع ساري السحبتين A ضعف ارتفاع ساري السحبتين B. ما مقدار المسافة التي يمكن للبحار A رؤيتها أبعد من البحار B؟

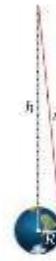
(a) المسافتان متساويتان	(d) ما يقرب من ثلاثة أضعاف
(b) مسافة أبعد من 740 يميل	(e) أربعة أضعاف
(c) ضعف البعد	(f) البعد

إرشادات حل المسائل: النهايات

في المسألة المحلولة 1.2، أوجدنا صيغة مناسبة، $r = \sqrt{2hR + h^2}$ بشأن نطاق الرؤية الذي يمكن للمرء رؤيته على سطح الأرض من ارتفاع h . حيث R نصف قطر الأرض. ثمة اختبار آخر يمكننا إجراؤه للتحقق من صحة هذه الصيغة، لكننا لم ندرجه في خطوة تحقق ثانية، لأنه يستحق أن يُدرس على حدة. وهذا الأسلوب العام لحل المسائل هو دراسة نهايات المعادلة.

ما المقصود "بدراسة النهايات"؟ بالنسبة إلى المسألة المحلولة 1.2، يعني أنه بدلًا من مجرد إدخال الرقم المعطى لقيمة h في الصيغة وحساب الحل، فإنه يمكننا الرجوع والتفكير في ما يمكن أن يحدث للمسافة r التي يمكن للشخص رؤيتها إذا أصبحت قيمة h كبيرة للغاية أو صغيرة للغاية. من الواضح أن أقل ما يمكن أن تصل إليه قيمة h هو الصفر. في هذه الحالة، ستقرب قيمة r كذلك من الصفر. هذا متوقع بالطبع، لأنه إذا كان مستوى عينيك عند مستوى الأرض، فلن يمكنك الرؤية لمسافة بعيدة. على الجانب الآخر، يمكننا أن نفكر في ما قد يحدث إذا أصبحت قيمة h كبيرة مقارنة بنصف قطر الأرض (انظر الشكل 1.10). (بالطبع من المستحيل بناء برج بهذا الطول لكن يمكن أن يمثل h ارتفاع قمر صناعي عن سطح الأرض). في هذه الحالة، نتوقع أن يصبح مدى الرؤية في النهاية هو الارتفاع h . تؤكد الصيغة التي استخدمناها هذا التوقع، نظرًا لأنه عندما تصبح

قيمة h كبيرة مقارنة بقيمة R ، يمكن تجاهل الحد الأول في الجذر التربيعي ثم نوجد $\lim_{h \rightarrow \infty} \sqrt{2hR + h^2} = h$.



الشكل 1.10 مدى الرؤية عند نهاية h كبيرة جدًا.

ما قمنا بتوضيحه بهذا المثال هو توجيهات عامة، إذا كنت تشتق صيغة، فيمكنك التحقق من صحتها من خلال التعويض بالقيم القصوى للمتغيرات في الصيغة والتحقق مما إذا كانت هذه النهايات تتوافق مع المنطق أم لا. غالباً ما يتم تبسيط الصيغة بدرجة كبيرة عند النهاية. وإذا كان سلوك النهاية للصيغة صحيحاً، فلا يعني هذا بالضرورة أن الصيغة نفسها صحيحة، لكن ذلك يمنحك مزيداً من الثقة في صحتها.

إرشادات حل المسائل: التنسب

ثمة فئة أخرى شائعة جداً من مسائل الفيزياء تسأل ماذا يحدث لكمية تعتمد على متغير معين إذا تغير هذا المتغير بمعامل معروف. تقدم هذه المسائل رؤية ممتازة للمفاهيم الفيزيائية ولا تستغرق وقتاً طويلاً. وهذا صحيح بشكل عام، إذا تحقق شرطان وهما: أولاً، يتعين عليك معرفة القانون الذي تستخدمه؛ ثانياً، يتعين عليك معرفة كيفية حل هذه الفئة العامة من المسائل. ولكن هذا شرط كبير. حيث ستتمكّن الدراسة بالقوانين الصحيحة، لكنك ستحتاج إلى اكتساب مهارة حل المسائل من هذا النوع العام. إليك الخدعة، دُون القانون الذي يربط الكمية التابعة بالمتغير. اكتبه مرتين، مرة مع وضع الدليل 1 للكمية التابعة والمتغيرات ومرة مع وضع الدليل 2 لهما. ثم كوّن نسبةً للكميات الموضوع لها الدليل من خلال قسمة الأطراف اليمنى والأطراف اليسرى للمعادلتين. ثم، أدخل معامل تغير المتغير (المعبر عنه كنسبة) وأجر العملية الحسابية لإيجاد معامل تغير الكمية التابعة (يُعبّر عنه كنسبة أيضاً). إليك مثال يوضح هذه الطريقة.

مثال 1.3 التغير في الحجم

المسألة

إذا ازداد نصف قطر أسطوانة بمعامل 2.73، فما معامل تغير الحجم؟ مع افتراض أن ارتفاع الأسطوانة سيظل كما هو.

الحل

القانون الذي يربط بين حجم الأسطوانة، V ، ونصف قطرها، r ، هو

$$V = \pi r^2 h.$$

من صياغة المسألة، نعلم أن V هو الكمية التابعة و r هو المتغير الذي تعتمد عليه. كما يظهر ارتفاع الأسطوانة، h ، في المعادلة لكنه يظل ثابتاً. وفقاً لنص المسألة.

باتباع التوجيهات العامة لحل المسألة، نكتب المعادلة مرتين، مرة بالدليل 1 ومرة أخرى بالدليل 2.

$$V_1 = \pi r_1^2 h$$

$$V_2 = \pi r_2^2 h.$$

والآن بنسبة المعادلة الثانية على الأولى، نحصل على

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi r_2^2 h}{\pi r_1^2 h} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2.$$

كما ترى، لم يتم وضع دليل لـ h لأنه يظل ثابتاً في هذه المسألة، ويتم شطبها في النسبة. ننص المسألة على أن التغير في نصف القطر يحدد من خلال:

$$r_2 = 2.73r_1$$

بالتعويض عن r_2 في النسبة، نحصل على:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{2.73r_1}{r_1}\right)^2 = 2.73^2 = 7.4529$$

أو

$$V_2 = 7.45V_1$$

حيث قمنا بتقريب الحل إلى أقرب ثلاثة أرقام معنوية مثل الكمية المعطاة في المسألة. لذا تكون الإجابة أن حجم الأسطوانة يزداد بمعامل قدره 7.45 عند زيادة نصف قطرها بمعامل قدره 2.73.

إرشادات حل المسائل: التقدير

أحيانًا لا نحتاج إلى حل مسألة فيزيائية بصورة دقيقة. عندما يكون المطلوب هو التقدير فقط، تكون معرفة القيمة الأسية لكمية ما أمرًا كافيًا. على سبيل المثال، الإجابة $1.24 \times 10^{20} \text{ km}$ لا تختلف كثيرًا عن $1 \times 10^{20} \text{ km}$ في معظم الأحوال. في مثل هذه الحالات، يمكنك تقريب كل الأعداد في المسألة إلى أقرب قوى 10 وإجراء العمليات الحسابية اللازمة. على سبيل المثال، العملية الحسابية في المثال المحلول 1.1 تُختزل إلى

$$\frac{(20.8 \text{ cm})^2 \cdot (12.2 \text{ cm})}{4\pi} \approx \frac{(2 \times 10^1 \text{ cm})^2 \cdot (10 \text{ cm})}{10} = \frac{4 \times 10^3 \text{ cm}^3}{10} = 400 \text{ cm}^3$$

وهو ناتج قريب إلى حد ما من إجابتنا $420. \text{ cm}^3$. حتى الإجابة 100 cm^3 (بتقريب 20.8 cm إلى 10 cm) تكون قيمتها الأسية صحيحة بالنسبة إلى الحجم. لاحظ أنه بإمكانك في الغالب تقريب العدد π إلى 3 أو تقريب π^2 إلى 10 مع التقريب. يمكنك اكتشاف المزيد من حيل التقريب مثل تلك الأفكار التي يمكنك جعل التقديرات أبسط وأسرع.

اشتهر أسلوب الحصول على نتائج معقدة عبر التقدير الدقيق على يد عالم الفيزياء إرنست فيرمي (1901-1954) في القرن العشرين. والذي قدر الطاقة المنطلقة من انفجار ترينيتي النووي في 16 يوليو 1945. بالقرب من سوروكو، نيو ميكسيكو. من خلال ملاحظة المسافة التي قطعتها قطعة من الورق بفعل الرياح الصادرة عن الانفجار. توجد فئة من مسائل التقدير يُطلق عليها **مسائل فيرمي** تحلّي نتائج مثيرة عند وضع افتراضات معقولة عن الكميات غير المعروفة بشكل دقيق.

تعتبر التقديرات معقدة لاكتساب فكرة عامة عن المسألة قبل الانتقال إلى طرق أكثر تعقيدًا لحساب الإجابة الدقيقة. على سبيل المثال، يمكن لشخص تقدير أعداد سندوقيات التاكو التي يأكلها الأشخاص وعدد محلات التاكو في مدينة ما قبل الاستثمار في خطة عمل تجاري كاملة لإنشاء محل تاكو. لممارسة مهارات التقدير. دعنا نقدر كمية ثاني أكسيد الكربون التي تُضاف إلى الغلاف الجوي للأرض سنويًا عن طريق تنفس البشر.

مثال 1.4

إنتاج غازات الدفيئة

المسألة

يتزايد تركيز غازات الدفيئة، ومنها ثاني أكسيد الكربون (CO_2)، في الغلاف الجوي للأرض. قدر كمية CO_2 التي تُضاف إلى الغلاف الجوي كل سنة من تنفس البشر.

الحل

حيث إن المطلوب منا إجراء تقدير، فعلينا التوصل إلى القيمة الأسية للكمية. ولا يمثل الرقم الدقيق أهمية كبيرة، فلنبدأ بكمية CO_2 في التنفس الواحد، ونقدّر عدد الأنفاس التي يتنفسها كل منا في السنة، ثم نضرب في عدد الأشخاص على الكوكب.

عندما نتنفس، فإننا نستنشق هواء هو مزيج من 21% من الأكسجين و78% من النيتروجين (بالإضافة إلى مقدار ضئيل من غازات أخرى). وفي الزفير، نطلق هواء يحتوي على 16% من الأكسجين و5% من CO_2 تقريبًا. على الرغم من أن سعة الرئة تتراوح بين 3 L و 5 L، فإننا نستخدم ما يقرب من 10% فقط من هذه السعة في التنفس العادي. لذا، فلنظن إن نفسًا واحدًا من الهواء يساوي 0.4 L تقريبًا. إذا، 5% من 0.4 L يساوي $2 \times 10^{-2} \text{ L}$. قد تتذكر من مادة العلوم في المرحلة الثانوية أن 22.4 L من الغاز يحتوي على مول واحد، وأن المول الواحد من CO_2 كتلته $44 \text{ g} = 12 \text{ g} + 16 \text{ g} \times 2$. هذا يعني أن التنفس الواحد ينتج

$$m_1 = \frac{(2 \times 10^{-2} \text{ L})(44 \text{ g})}{22.4 \text{ L}} \approx 4 \times 10^{-2} \text{ g}$$

من CO_2 .

نتنفس الهواء مرة واحدة كل 4 ثوان تقريبًا. يمكنك استخدام ساعة توقيت لتتجنب بصحة ذلك، أو يمكنك إحصاء الأنفاس التي تلتقطها في الدقيقة الواحدة. هذا يعني أننا نتنفس 1000 مرة تقريبًا في الساعة الواحدة، وحيث إن السنة تحتوي على 10,000 ساعة تقريبًا، فإننا نتنفس $N = 10^7$ أنفاس في السنة.

والآن، يمكننا تجميع كل ما سبق معًا والتوصل إلى التقدير. ينتج البشر (7 مليارات، أو 7×10^9 أشخاص تقريبًا) ما يقرب من

$$M = Nm_1N_{\text{إنسان}} = 10^7(4 \times 10^{-2} \text{ g})(7 \times 10^9) \approx 3 \times 10^{15} \text{ g} = 3 \times 10^{12} \text{ kg}$$

من CO_2 .

مراجعة المفاهيم 1.5

قدر عدد لترات الغازولين التي يستهلكها القاهيون إلى العمل بالسيارات يوميًا في الولايات المتحدة.

- | | |
|-----------------------|---------------------|
| (a) 37,584 لتر | (d) 37,854,118 لتر |
| (b) 378,541 لتر | (e) 378,541,178 لتر |
| (c) 3,785,411,784 لتر | |

يعني آخر، يشير تقديراً إلى أن البشر يضيغون 3 مليارات طن متري تقريباً من CO_2 إلى الغلاف الجوي للأرض كل سنة عن طريق التنفس فقط. نذكر أن هذا مجرد تقدير؛ فلا يمكننا التحقق من الجزء العشري ولكننا نتق بدرجة معقولة في الأساس. ستكون إجابتنا بالتأكيد هي مليارات الأطنان، لكن لا يمكننا التأكد ما إذا كانت ملياراتاً واحداً أم 3 مليارات.

للمقارنة، تشير القياسات إلى أن كمية CO_2 في الغلاف الجوي تزيد بمقدار 15 مليار طن متري تقريباً في السنة. هذه الكمية أكبر بكثير من تقديراتنا، ولكن يعود ذلك في الأساس إلى حرق الوقود الأحفوري.

1.6 المتجهات

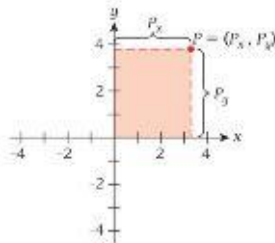
المتجهات هي أوصاف رياضية لكميات لها مقدار واتجاه. ومقدار المتجه هو عدد موجب دائماً، وغالباً ما يكون مصحوباً بوحدة فيزيائية. تمثل العديد من الكميات المتجهة أهمية في الفيزياء وفي كل العلوم. لذا قبل بدء دراسة الفيزياء، يجب أن نتعرف على المتجهات وبعض عمليات المتجهات الأساسية.

المتجهات لها نقطة بدء ونقطة نهاية. على سبيل المثال، فكر في رحلة طيران من سياتل إلى نيويورك. لتبثيل التقير في موضع الطائرة، يمكننا رسم سهم من نقطة إقلاع الطائرة إلى وجهتها (الشكل 1.11). مسارات الطيران الحقيقية ليست خطوطاً مستقيمة تماماً نظراً لحقيقة كون الأرض كروية ونظراً لوجود قيود على المجال الجوي ولوائح حركة المرور الجوي، ولكن يعتبر الخط المستقيم تقريباً معقولاً بغي بفرصنا). يمثل هذا السهم متجه الإزاحة، والذي يتجه دوماً من مكان ما إلى مكان آخر. ولأي كمية متجهة مقدار واتجاه، فإذا كان المتجه يمثل كمية فيزيائية، مثل الإزاحة، فستكون لها وحدة فيزيائية أيضاً. يُطلق على الكمية التي يمكن تمثيلها دون ذكر اتجاه **كمية قياسية**، والكمية القياسية لها مقدار فقط ويمكن أن تكون لها وحدة فيزيائية. وبعد الزمن ودرجة الحرارة من أمثلة الكميات القياسية.

يرمز هذا الكتاب إلى الكمية المتجهة بحرف فوقه سهم أصغر يشير إلى اليمين. على سبيل المثال عند رسم رحلة من سياتل إلى نيويورك (الشكل 1.11)، يتم تمثيل متجه الإزاحة بالرمز \vec{c} سنتعلم في بقية هذا القسم كيفية التعامل مع المتجهات، كيفية جمعها وطرحها وكيفية ضربها. لإجراء هذه العمليات، من المفيد للغاية التعرف على النظام الإحداثي الذي يتم تمثيل المتجهات فيه.

النظام الإحداثي الديكارتي

يُعرف **النظام الإحداثي الديكارتي** بأنه مجموعة من محورين أو أكثر بين كل محورين زاوية 90° ويُقال إن هذه المحاور متعامدة على بعضها. في الفضاء ثنائي الأبعاد، يُطلق على محوري الإحداثيات عادة x و y . ويمكننا تحديد أي نقطة P بشكل فريد في الفضاء ثنائي الأبعاد من خلال تحديد إحداثياتها P_x و P_y على طول محوري الإحداثيات، كما هو موضح في الشكل 1.12. وستستخدم الرمز (P_x, P_y) لتحديد نقطة ما بدلالة إحداثياتها. في الشكل 1.12، يكون موضع النقطة P مثلاً هو $(3.3, 3.8)$. لأن قيمة الإحداثي x لها هي 3.3 وقيمة الإحداثي y لها هي 3.8 لا حظ أن كل إحداثي هو عدد ويمكن أن تكون قيمته موجبة أو سالبة أو صفراً.



الشكل 1.12 تمثيل النقطة P في فضاء ثنائي الأبعاد بدلالة إحداثياتها الديكارتية.



الشكل 1.11 مسار رحلة طيران من سياتل إلى نيويورك كمتثال على متجه.

كما يمكننا أيضًا تحديد نظام إحداثي أحادي البعد، والذي تقع أي نقطة فيه على خط مستقيم واحد، يُطلق عليه عادة المحور x . ويتم تحديد أي نقطة في هذا الفضاء أحادي البعد على نحو فريد بتحديد رقم واحد، وهي قيمة الإحداثي x ، والتي قد تكون أيضًا قيمة سالبة أو صغرا أو موجبة (الشكل 1.13). قيمة الإحداثي x للنقطة P في الشكل 1.13 هي $P_x = -2.5$.

من الواضح أنه من السهل رسم الأنظمة الإحداثية أحادية البعد وثلاثية الأبعاد. نظرًا لأن سطح الورقة له بعدان. في النظام الإحداثي ثلاثي الأبعاد، يكون محور الإحداثي الثالث متعامدًا على الاثنين الآخرين؛ لذا، ليم تمثيله بدقة، يجب أن يمتد في خط مستقيم خارج مستوى الصفحة. لرسم نظام إحداثي ثلاثي الأبعاد، يجب علينا الاعتماد على قواعد تستخدم أساليب الرسومات المنظورية. فتمثل المحور الثالث بخط يُكوّن زاوية 45° مع المحورين الآخرين (الشكل 1.14).

في الفضاء ثلاثي الأبعاد، علينا تحديد ثلاثة أرقام لتحديد إحداثيات نقطة بشكل فريد. ويستخدم الرمز $P = (P_x, P_y, P_z)$ لتحقيق هذا الهدف. ويمكن إنشاء الأنظمة الإحداثية الديكارتية بأكثر من ثلاثة محاور متعامدة، بالرغم من أنه من المستحيل تصور ذلك. يتم عادة إنشاء نظريات الأوتار الحديثة، على سبيل المثال، في فضاء من 10 أبعاد. لكن لأغراض هذا الكتاب ولجميع جوانب الفيزياء تقريبًا، تكون الثلاثة أبعاد كافية. وفي الحقيقة، في معظم التطبيقات، يمكن تحريك الفهم الرياضي والفيزيائي الأساسي من التمثيلات ثلاثية الأبعاد.

التمثيل الديكارتي للمتجهات

رتب مثال الرحلة بالطائرة من سياتل إلى نيويورك فكرة أن المتجهات تتميز بنقطتين، بداية ونهاية، يتم تمثيلها بذيل ورأس السهم على التوالي. باستخدام التمثيل الديكارتي للنقاط، يمكننا تعريف التمثيل الديكارتي لمتجه الإزاحة على أنه الفرق بين إحداثيات نقطة النهاية ونقطة البداية. نظرًا لأن الفرق بين نقطتي المتجه هو ما يهم، يمكننا تبديل موضع المتجه في الفضاء كيف نشاء. ما دمتا لم تغير طول السهم أو اتجاهه، يظل المتجه كما هو من الناحية الرياضية. أمعن النظر في المتجهين الموضحين في الشكل 1.15. يوضح الشكل 1.15a متجه الإزاحة \vec{A} الذي يتجه من النقطة $P = (-2, -3)$ إلى النقطة $Q = (3, 1)$. من خلال الرمز المذكور لتو، تكون **مركبتنا** \vec{A} هما إحداثيات النقطة Q مطروحة منها إحداثيات النقطة P $\vec{A} = (3 - (-2), 1 - (-3)) = (5, 4)$. يوضح الشكل 1.15b متجهًا آخر من النقطة $R = (-3, -1)$ إلى النقطة $S = (2, 3)$. الفرق بين هذين الإحداثيين هو $(5, 4) = (3 - (-1), 3 - (-3))$. وهو مثال آخر على \vec{A} الذي يتجه من P إلى Q .

للتبسيط، يمكننا نيل بداية متجه إلى نقطة أصل النظام الإحداثي، وتكون مركبتنا المتجه هما إحداثيات نقطة النهاية (الشكل 1.16). ونتيجة لذلك نرى أنه بإمكاننا تمثيل متجه بالإحداثيات الديكارتية على النحو التالي

$$(1.7) \quad \vec{A} = (A_x, A_y) \text{ في فضاء ثنائي الأبعاد}$$

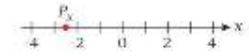
$$(1.8) \quad \vec{A} = (A_x, A_y, A_z) \text{ في فضاء ثلاثي الأبعاد}$$

حيث A_x و A_y و A_z أعداد. لاحظ أن رمز نقطة بالإحداثيات الديكارتية يشبه رمز متجه بالإحداثيات الديكارتية. وسيصبح من السياق المرجعي ما إذا كان الرمز يحدد نقطة أو متجهًا.

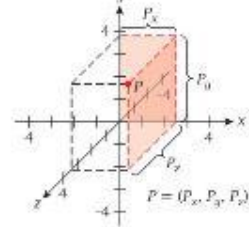
جمع المتجهات وطرحها بيانيًا

بفرض أن رحلة الطيران المباشرة من سياتل إلى نيويورك الموضحة في الشكل 1.11 لم تكن متاحة، وستعين عليك استغلال رحلة تمر عبر دالاس (الشكل 1.17). فيكون متجه الإزاحة \vec{C} لرحلة الطيران من سياتل إلى نيويورك هو مجموع متجه الإزاحة \vec{A} من سياتل إلى دالاس ومتجه الإزاحة \vec{B} من دالاس إلى نيويورك:

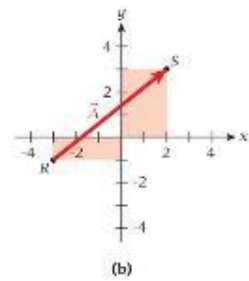
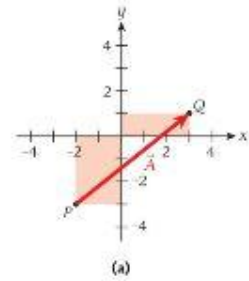
$$(1.9) \quad \vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



الشكل 1.13 تمثيل النقطة P في نظام إحداثي ديكارتي أحادي البعد.

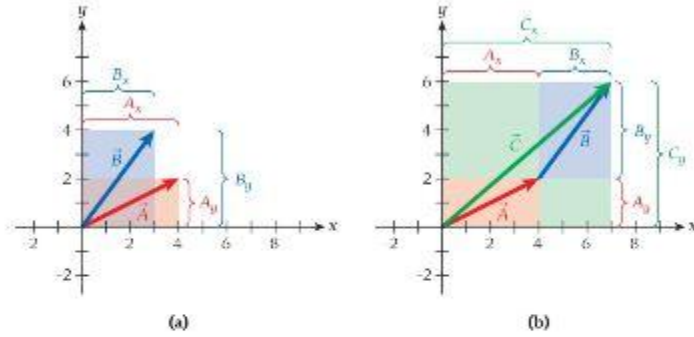


الشكل 1.14 تمثيل النقطة P في فضاء ثلاثي الأبعاد بدلالة إحداثياتها الديكارتية.



الشكل 1.15 التمثيلات الديكارتية

- للمتجه \vec{A} .
(a) متجه الإزاحة من P إلى Q .
(b) متجه الإزاحة من R إلى S .



الشكل 1.20 جمع المتجهات باستخدام المركبات. (a) مركبات المتجهين \vec{A} و \vec{B} . (b) مركبات متجه المجموع \vec{C} ومركبات المتجه الفردي.

يوضح الشكل 1.20 العلاقة بين الطريقة البيانية وطريقة المركبات. يوضح الشكل 1.20a متجهين $\vec{A} = (4, 2)$ و $\vec{B} = (3, 4)$ في فضاء ثنائي الأبعاد ويوضح الشكل 1.20b متجه المجموع $\vec{C} = (4+3, 2+4) = (7, 6)$. يثبت الشكل 1.20b بوضوح أن $\vec{C}_x = \vec{A}_x + \vec{B}_x$. نظراً لأن المجموع الكلي يساوي مجموع المركبات معاً. وبالطريقة نفسها، يمكننا حساب متجه الفرق $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ ويمكن التوصل إلى المركبات الديكارتية لمتجه الفرق بواسطة

$$\begin{aligned} D_x &= A_x - B_x \\ D_y &= A_y - B_y \\ D_z &= A_z - B_z. \end{aligned} \quad (1.14)$$

ضرب متجه في كمية قياسية

ما نتيجة $\vec{A} + \vec{A} + \vec{A}$ ؟ إذا كانت إجابتك عن هذا السؤال هي $3\vec{A}$ ، فقد فهمت ضرب المتجه في كمية قياسية بالفعل. المتجه الناتج عن ضرب المتجه \vec{A} في الكمية القياسية 3 هو متجه يشير في اتجاه المتجه الأصلي \vec{A} نفسه ولكنه أطول بمقدار 3 مرات. ينتج عن ضرب متجه في كمية قياسية موجبة عشوائية - أي عدد موجب - متجه آخر يشير إلى الاتجاه نفسه لكن مقداره هو ناغ ضرب مقدار المتجه الأصلي في قيمة الكمية القياسية. ينتج عن ضرب متجه في كمية قياسية سالبة يشير إلى الاتجاه المعاكس للمتجه الأصلي ومقداره هو ناغ ضرب مقدار المتجه الأصلي في مقدار الكمية القياسية.

نؤكد مجدداً على قاعدة رمز المركبة. بالنسبة إلى ضرب متجه \vec{A} في كمية قياسية s ، نحصل على:

$$\vec{E} = s\vec{A} = s(A_x, A_y, A_z) = (sA_x, sA_y, sA_z). \quad (1.15)$$

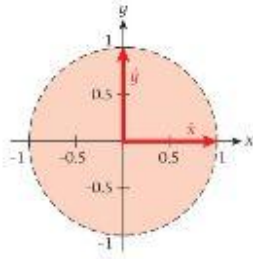
بمعنى آخر، يتم ضرب كل مركبة للمتجه \vec{A} في الكمية القياسية للتوصل إلى مركبات متجه ناغ الضرب:

$$\begin{aligned} E_x &= sA_x \\ E_y &= sA_y \\ E_z &= sA_z. \end{aligned} \quad (1.16)$$

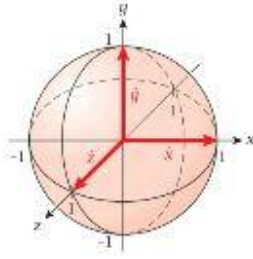
متجهات الوحدة

توجد مجموعة من المتجهات الخاصة تجعل الكثير من الرياضيات المرتبطة بالمتجهات أسهل. تُسمى **متجهات الوحدة**، وهي متجهات مقدارها 1 تمتد على طول المحاور الإحداثية الأساسية للنظام الإحداثي. في حالة البعدين، تكون هذه المتجهات في اتجاه x الموجب واتجاه y الموجب. وفي حالة الثلاثة أبعاد، يكون متجه الوحدة الثالث في اتجاه z الموجب. ولتمييز هذه المتجهات كمتجهات وحدة، نشير إليها بالرموز \hat{x} و \hat{y} و \hat{z} . ويكون تمثيل مركباتها

$$\begin{aligned} \hat{x} &= (1, 0, 0) \\ \hat{y} &= (0, 1, 0) \\ \hat{z} &= (0, 0, 1). \end{aligned} \quad (1.17)$$

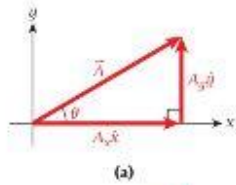


(a)

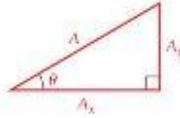


(b)

الشكل 1.21 متجهات الوحدة الديكارتية (a) في بعدين و (b) في ثلاثة أبعاد.



(a)



(b)

الشكل 1.22 طول متجه واتجاهه. (a) المركبتان الديكارتيتان A_x و A_y . (b) الطول A والزاوية θ .

يوضح الشكل 1.21a متجهات الوحدة في بُعدين ويوضح الشكل 1.21b متجهات الوحدة في ثلاثة أبعاد. ما فائدة متجهات الوحدة؟ يمكننا كتابة أي متجه كمجموع لمتجهات الوحدة هذه بدلاً من استخدام رمز المركبات، ويتم ضرب كل متجه وحدة في مركبة المتجه الديكارتية المطابقة.

$$\begin{aligned}\vec{A} &= (A_x, A_y, A_z) \\ &= (A_x, 0, 0) + (0, A_y, 0) + (0, 0, A_z) \\ &= A_x(1, 0, 0) + A_y(0, 1, 0) + A_z(0, 0, 1) \\ &= A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}.\end{aligned}\quad (1.18)$$

في حالة البُعدين، نحصل على

$$\vec{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y}.\quad (1.19)$$

سيكون تمثيل متجه الوحدة هذا مفيداً بشكل خاص في ضرب متجهين.

طول المتجه واتجاهه

إذا كنا نعلم تمثيل المركبات لمتجه ما، فكيف يمكننا إيجاد طوله (المقدار) واتجاهه؟ فلنلق نظرة على الحالة الأهم: متجه في بُعدين. في بُعدين، يمكن تحديد المتجه \vec{A} بطريقة فريدة عن طريق تحديد المركبتين الديكارتيتين A_x و A_y . ويمكننا كذلك تحديد المتجه نفسه من خلال عددين آخرين: طوله A وزاويته θ مع محور x الموجب.

فلنلق نظرة على الشكل 1.22 لتري كيفية تحديد A و θ من A_x و A_y . يوضح الشكل 1.22a التمثيل البياني للمعادلة 1.19. المتجه \vec{A} هو مجموع المتجهين $A_x\hat{x}$ و $A_y\hat{y}$. وبما أن متجهي الوحدة \hat{x} و \hat{y} حسب التعريف متعامدان على بعضهما، فإن هذين المتجهين يشكلان زاوية 90° ومن ثم تكون المتجهات الثلاثة \vec{A} و $A_x\hat{x}$ و $A_y\hat{y}$ مثلثاً قائم الزاوية أطوال أضلاعه A و A_x و A_y . كما هو موضح في الشكل 1.22b. الآن يمكننا استخدام حساب المثلثات الأساسي لإيجاد θ و A . ينتج عن استخدام نظرية فيثاغورس

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}.\quad (1.20)$$

يمكننا إيجاد الزاوية θ من تعريف دالة الظل

$$\theta = \tan^{-1} \frac{A_y}{A_x}.\quad (1.21)$$

عند استخدام المعادلة 1.21، يجب توخي الحذر للتأكد من أن θ في الربع الصحيح. يمكننا كذلك قلب المعادلتين 1.20 و 1.21 للحصول على المركبات الديكارتية لمتجه بطول واتجاه محددين:

$$A_x = A \cos \theta\quad (1.22)$$

$$A_y = A \sin \theta.\quad (1.23)$$

ستقابل علاقات حساب المثلثات هذه مراراً وتكراراً خلال مقرر الفيزياء التمهيدية. إذا أردت التعرف على حساب المثلثات أكثر، فراجع تمهيد الرياضيات في الملحق A.

الضرب القياسي للمتجهات

رأينا أعلاه كيفية ضرب متجه في كمية قياسية، سنتعرف الآن على طريقة واحدة لضرب متجه في متجه والحصول على **الضرب القياسي**. يعرّف الضرب القياسي للمتجهين \vec{A} و \vec{B} بأنه

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha\quad (1.24)$$

حيث α هي الزاوية بين المتجهين \vec{A} و \vec{B} . كما هو موضح في الشكل 1.23. لاحظ استخدام النقطة الأكبر (-) كعلامة للضرب في الضرب القياسي بين المتجهات. في معادلتي الأصفري (1) التي تستخدم لضرب الكميات القياسية. ويصعب التغطية. يتم غالباً الإشارة إلى الضرب القياسي باسم الضرب

النقطي. إذا كَوْن المتجهان زاوية 90° . فسيكون ناتج الضرب القياسي صفراً. في هذه الحالة، يكون المتجهان متعامدين على بعضهما. إذا ناتج الضرب القياسي لمتجهين متعامدين هو صفر. إذا تم تحديد \vec{B} و \vec{A} بالإحداثيات الديكارتية $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ و $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ فسيكون ناتج الضرب القياسي:

$$(1.25) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) \cdot (B_x, B_y, B_z) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

من المعادلة 1.25. نرى أن الضرب القياسي تبادلي:

$$(1.26) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}.$$

هذه النتيجة ليست معجزة، لأن خاصية التبادل تسري كذلك على ضرب كميتين قياسيتين. بالنسبة إلى الضرب القياسي لأي متجه في نفسه، باستخدام المركبات، يكون لدينا $\vec{A} \cdot \vec{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2$. من المعادلة 1.24. نجد أن $\vec{A} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| |\vec{A}| \cos \alpha = |\vec{A}|^2$ (لأن الزاوية بين المتجه \vec{A} ونفسه هي صفر، يكون جيب تمام تلك الزاوية 1). ودمج هاتين المعادلتين، نحصل على تعبير لطول المتجه الذي تم تحديده في القسم الفرعي السابق:

$$(1.27) \quad |\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}.$$

يمكننا كذلك استخدام تعريف الضرب القياسي لحساب الزاوية بين متجهين عشوائيين في فضاء ثلاثي الأبعاد:

$$(1.28) \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \right)$$

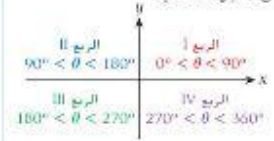
بالتسوية إلى الضرب القياسي، تسري عليه خاصية التوزيع التي تسري على الضرب التبادلي للأعداد:

$$(1.29) \quad \vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

يوضح المثال التالي الضرب القياسي.

مراجعة المفاهيم 1.6

إلى أي ربع يتجه كل متجه من المتجهات التالية؟



(a) $\vec{A} = (-15, 4)$ حيث $A_x = -15$ cm و $A_y = 4$ cm

(b) متجه بطول 2.3 cm و زاوية اتجاه 131°

(c) المتجه العكس لـ $\vec{B} = (0.5, 1.0)$ cm

(d) مجموع متجهات الوحدة في الاتجاهين x و y



الشكل 1.23 المتجهان \vec{A} و \vec{B} والزاوية α بينهما.

مثال 1.5 الزاوية بين متجهي موقع

المسألة

ما الزاوية α بين متجهي الموقع الموضحين في الشكل 1.24. $\vec{A} = (4.00, 2.00, 5.00)$ cm و $\vec{B} = (4.50, 4.00, 3.00)$ cm

الحل

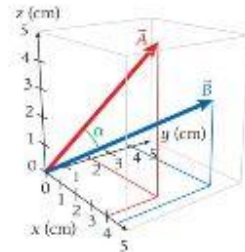
لحل هذه المسألة، يجب التعويض بأعداد مركبات كل متجه في المعادلة 1.27 والمعادلة 1.25 ثم استخدام المعادلة 1.28.

$$|\vec{A}| = \sqrt{4.00^2 + 2.00^2 + 5.00^2} \text{ cm} = 6.71 \text{ cm}$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{4.50^2 + 4.00^2 + 3.00^2} \text{ cm} = 6.73 \text{ cm}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = (4.00 \times 4.50 + 2.00 \times 4.00 + 5.00 \times 3.00) \text{ cm}^2 = 41.0 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1} \left(\frac{41.0 \text{ cm}^2}{6.71 \text{ cm} \times 6.73 \text{ cm}} \right) = 24.7^\circ$$



الشكل 1.24 حساب الزاوية بين متجهي موقع.

سؤال الاختبار الذاتي 1.1

أثبت صحة المعادلتين 1.30 و 1.31 باستخدام المعادلة 1.25 وتعريفات متجهات الوحدة.

الضرب القياسي لمتجهات الوحدة. أوضحتنا في الصفحة 21 متجهات الوحدة في نظام الإحداثيات الديكارتية ثلاثية الأبعاد: $\hat{x} = (1, 0, 0)$ و $\hat{y} = (0, 1, 0)$ و $\hat{z} = (0, 0, 1)$ ومن خلال تعريفنا (1.25) للضرب القياسي، سنجد أن

$$(1.30)$$

$$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1$$

$$(1.31)$$

$$\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{x} \cdot \hat{z} = \hat{y} \cdot \hat{z} = 0$$

$$\hat{y} \cdot \hat{x} = \hat{z} \cdot \hat{x} = \hat{z} \cdot \hat{y} = 0$$

نعم الآن 1.1 سميت متجهات الوحدة بهذا الاسم، لأن ناتج ضرب القياسي لها في نفسها يساوي 1 لذا يكون طول متجهات الوحدة 1. أو طول وحدة، وفقاً للمعادلة 1.27 بالإضافة إلى ذلك، إذا كان ناتج الضرب القياسي لأي متجهي وحدة مختلفين يساوي الصفر، فيعني هذا أن المتجهين متعامدان على بعضهما. تنص المعادلتان 1.30 و 1.31 على أن متجهات الوحدة \hat{x} و \hat{y} و \hat{z} تشكل مجموعة متجهات متعامدة، مما يجعلها مفيدة للغاية لوصف الأنظمة الإحداثية.

التفسير الهندسي للضرب القياسي. في تعريف الضرب القياسي $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$ (المعادلة 1.24)، يمكننا تفسير $|\vec{A}| \cos \alpha$ على أنه مسقط المتجه \vec{A} على المتجه \vec{B} (الشكل 1.26a). في هذا الرسم، يتم تدوير الخط $|\vec{A}| \cos \alpha$ بزواوية 90° لتوضيح التفسير الهندسي للضرب القياسي كمساحة مستطيل أضلاعه $|\vec{A}| \cos \alpha$ و $|\vec{B}|$ وبالطريقة نفسها، يمكننا تفسير $|\vec{B}| \cos \alpha$ كمسقط المتجه \vec{B} على المتجه \vec{A} وإنشاء مستطيل أطوال أضلاعه $|\vec{A}|$ و $|\vec{B}| \cos \alpha$ (الشكل 1.26b). مساحة المستطيلين الأصغرين في الشكل 1.25 متطابقة وتساوي ناتج الضرب القياسي للمتجهين \vec{A} و \vec{B} .

وأخيراً، إذا عوضنا من المعادلة 1.28 عن جيب تمام الزاوية بين المتجهين، فيمكن كتابة المسقط $|\vec{A}| \cos \alpha$ للمتجه \vec{A} على المتجه \vec{B} كما يلي

$$|\vec{A}| \cos \alpha = |\vec{A}| \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{B}|}$$

ويمكن التعبير عن المسقط $|\vec{B}| \cos \alpha$ للمتجه \vec{B} على المتجه \vec{A} على النحو التالي

$$|\vec{B}| \cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|}$$

الضرب الاتجاهي

يعرّف **الضرب الاتجاهي** بين المتجهين $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ و $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$ بأنه

$$(1.32)$$

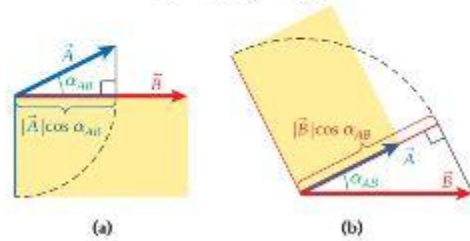
$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

$$C_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$C_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$C_z = A_x B_y - A_y B_x$$

الشكل 1.25 التفسير الهندسي للضرب القياسي كمساحة. (a) مسقط \vec{A} على \vec{B} . (b) مسقط \vec{B} على \vec{A} .



بالنسبة إلى الضرب الاتجاهي لمتجهات الوحدة الديكارتية على وجه الخصوص، يتضمن هذا التعريف

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$$

$$(1.33) \quad \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$$

$$\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

يتم تحديد المقدار المطلق للمتجه \vec{C} من خلال

$$(1.34) \quad |\vec{C}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta.$$

تمثل α هنا الزاوية بين \vec{A} على \vec{B} و كما هو موضح في الشكل 1.26. تدل هذه النتيجة على أن مقدار الضرب الاتجاهي لمتجهين يصل إلى الحد الأقصى عندما يكون $\vec{A} \perp \vec{B}$ ويكون صفرًا عندما يكون $\vec{A} \parallel \vec{B}$. يمكننا كذلك تفسير الطرف الأيمن لهذه المعادلة على أنه ناتج ضرب مقدار المتجه \vec{A} في مركبة \vec{B} العمودية على \vec{A} أو ناتج ضرب مقدار \vec{B} في مركبة \vec{A} العمودية على \vec{B} . كلا التفسيرين صحيح.

يمكن إيجاد اتجاه المتجه \vec{C} باستخدام قاعدة اليد اليمنى. إذا كان المتجه \vec{A} يشير في اتجاه الإبهام والمتجه \vec{B} في اتجاه السبابة، فسيكون الضرب الاتجاهي عموديًا على كلا المتجهين في اتجاه الإصبع الأوسط. كما هو موضح في الشكل 1.26.

من الضروري معرفة أن ترتيب العوامل مهم بالنسبة إلى الضرب الاتجاهي:

$$(1.35) \quad \vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}.$$

لذا، يختلف الضرب الاتجاهي عن الضرب المعتاد للكميات القياسية وضرب المتجهات لتكوين ناتج ضرب قياسي.

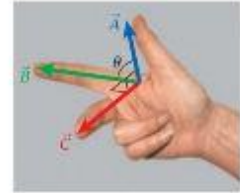
سنلاحظ على الفور من تعريف الضرب الاتجاهي أنه بالنسبة إلى أي متجه \vec{A} ، يكون ناتج الضرب الاتجاهي له في نفسه صفرًا دائمًا.

$$(1.36) \quad \vec{A} \times \vec{A} = 0.$$

أخيرًا، توجد قاعدة بسيطة للضرب الاتجاهي المزدوج لثلاثة متجهات. الضرب الاتجاهي للمتجه \vec{A} مع الضرب الاتجاهي للمتجهين \vec{B} و \vec{C} هو مجموع متجهين، أحدهما يكون في اتجاه المتجه \vec{B} ومضروبًا في ناتج الضرب القياسي $\vec{A} \cdot \vec{C}$ والآخر يكون في اتجاه المتجه \vec{C} ومضروبًا في $-\vec{A} \cdot \vec{B}$.

$$(1.37) \quad \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B}).$$

تعتبر قاعدة $BAC-CAB$ هذه طريقة مباشرة لإثبات استخدام المركبات الديكارتية في تعريفات الضرب الاتجاهي والضرب القياسي، لكن الإثبات مرهق ولذلك قمنا بحذفه. لكن أحيانًا تكون القاعدة مفيدة وعملية، خاصة عند التعامل مع عزم الدوران وكمية الحركة الزاوية. وسنقل الرموز $BAC-CAB$ نذكرها.



الشكل 1.26 الضرب الاتجاهي.

مسألة محلولة 1.3 التنزه سيرًا على الأقدام

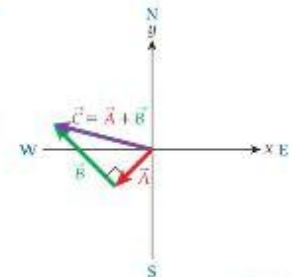
المسألة

أنت تنزه سيرًا في منطقة إيفرجلادز في فلوريدا متجهًا من الخيم الأساسي إلى الجنوب الغربي مسافة 1.72 km ثم وصلت إلى نهر لا يمكنك عبوره بسبب عمقه البالغ، فاستدرت جهة اليمين بزاوية 90° وسرت مرة أخرى مسافة 3.12 km لتصل إلى جسر. كم تبعد عن الخيم الأساسي؟

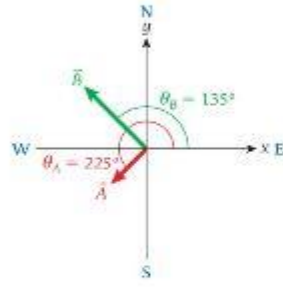
الحل

فكر إذا كنت تسير، فأنت تتحرك في مستوى ثنائي الأبعاد، سطح الأرض (لأن منطقة إيفرجلادز مسطحة). لذا، يمكننا استخدام المتجهات ثنائية الأبعاد لوصف أجزاء رحلة السير المختلفة. إن السير في خط مستقيم ثم الاستدارة ومتابعة السير في خط مستقيم مرة أخرى يشبه مسألة جمع متجهات نطلب إيجاد طول متجه المحصلة.

ارسم يمثل الشكل 1.27 نظامًا إحداثيًا يشير فيه المحور y إلى الشمال ويشير المحور x إلى الشرق، كما المعتاد. يُشار إلى الجزء الأول من رحلة السير الذي كان في اتجاه الجنوب الغربي، بالمتجه \vec{A} والجزء الثاني بالمتجه \vec{B} . يوضح الشكل أيضًا متجه المحصلة $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ الذي نريد تحديده طول.



الشكل 1.27 رحلة السير مع الانعطاف بزاوية 90°



الشكل 1.28 زوايا جزأي رحلة السير.

ابحث إذا رسمت الرسم بدقة كافية، بحيث تناسب أطوال المتجهات في الرسم مع أطوال أجزاء رحلة السير (كما في الشكل 1.27)، فيمكنك عندئذ قياس طول المتجه C لتحديد المسافة من الخيم الأساسي إلى نهاية الجزء الثاني من رحلة السير. لكن المسافات المعطاة تُقرب إلى ثلاثة أرقام معنوية، لذا يجب أن تحتوي الإجابة على ثلاثة أرقام معنوية كذلك. لذلك لا يمكننا الاعتماد على الطريقة البيانية بل يجب استخدام طريقة المركبات لجمع المتجهات.

حساب مركبات المتجهات، نحتاج إلى معرفة زواياها بالنسبة إلى محور x الموجب. بالنسبة إلى المتجه A ، الذي يشير نحو الجنوب الغربي، تكون هذه الزاوية $\theta_A = 225^\circ$ ، كما هو موضح في الشكل 1.28. وزاوية المتجه B هي 90° بالنسبة إلى A ، لذا تكون $\theta_B = 135^\circ$ بالنسبة إلى محور x الموجب. لتوضيح هذه النقطة، تم نقل نقطة بداية B إلى نقطة أصل النظام الإحداثي في الشكل 1.28. (نذكر، يمكننا نقل المتجهات كما نريد، ويظل المتجه كما هو طالما حافظنا على اتجاه المتجه وطوله.)
الآن لدينا كل ما نحتاج إليه لبدء العملية الحسابية. فلدينا أطوال المتجهين واتجاهاتهما، مما يسمح لنا بحساب المركبات الديكارتية. ثم نجمع مركباتها لحساب مركبات المتجه C ، ومن ذلك يمكننا حساب طول هذا المتجه.

بسط مركبات المتجه C هي:

$$C_x = A_x + B_x = A \cos \theta_A + B \cos \theta_B$$

$$C_y = A_y + B_y = A \sin \theta_A + B \sin \theta_B$$

لذا فإن طول المتجه C هو (قارن مع المعادلة 1.20)

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \\ &= \sqrt{(A \cos \theta_A + B \cos \theta_B)^2 + (A \sin \theta_A + B \sin \theta_B)^2} \end{aligned}$$

احصب كل ما تبقى الآن هو التعويض بالأعداد للحصول على طول المتجه،

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{((1.72 \text{ km}) \cos 225^\circ + (3.12 \text{ km}) \cos 135^\circ)^2 + ((1.72 \text{ km}) \sin 225^\circ + (3.12 \text{ km}) \sin 135^\circ)^2} \\ &= \sqrt{(1.72 \times (-\sqrt{1/2}) + 3.12 \times (-\sqrt{1/2}))^2 + (1.72 \times (-\sqrt{1/2}) + 3.12 \times \sqrt{1/2})^2} \text{ km} \end{aligned}$$

يُدخال هذه الأعداد في الآلة الحاسبة، نحصل على:

$$C = 3.562695609 \text{ km}$$

قرب نظرًا لأن المسافات الابتدائية المعطاة بها ثلاثة أرقام معنوية، يجب أن تكون إجابتنا النهائية بالدقة نفسها (على أقصى تقدير). بالتقريب إلى ثلاثة أرقام معنوية نحصل على الإجابة النهائية:

$$C = 3.56 \text{ km}$$

تحقق ثانية كان القرض من هذه المسألة هو التدريب على مفاهيم المتجهات. ولكن إذا سميت للحظة أن الإزاحات هي متجهات ولاحظت أنها تكون مثلثًا قائم الزاوية، فيمكنك على الفور حساب طول الضلع C باستخدام نظرية فيثاغورس كما يلي:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{1.72^2 + 3.12^2} \text{ km} = 3.56 \text{ km}$$

لقد قمنا هنا أيضًا بتقريب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية، ودرى أنها تتوافق مع الإجابة التي حصلنا عليها باستخدام إجراء جمع المتجهات المطول.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- يمكن تمثيل الأرقام الكبيرة والصغيرة باستخدام الترميز العلمي، الذي يتكون من جزء عشري وعشرة مرفوعة إلى قوة.
- توصف الأنظمة الفيزيائية بواسطة النظام الدولي للوحدات (SI). تعتمد هذه الوحدات على معايير قابلة للتجديد وتوفر طرقًا ملائمة للقياس والحساب. تتضمن الوحدات الأساسية للنظام الدولي للوحدات المتر (m) والكيلوجرام (kg) والثانية (s) والأمبير (A) والكلفن (K) والمول (mol) و شعبة (cd).
- تحتوي الأنظمة الفيزيائية على مجموعة كبيرة متنوعة من الأحجام والكتل ومقاييس الزمن. لكن حكمها جميعًا الفوائد الفيزيائية نفسها.
- يجب دمج عدد (الذي به عدد معين من الأرقام المعنوية) أو مجموعة أعداد (مثل مركبات المتجه) مع وحدة أو وحدات لوصف الكميات الفيزيائية.
- يمكن تحديد المتجهات ثلاثية الأبعاد بثلاثة مركبات ديكارتية. $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ ويمثل كل مركب ديكارتي من هذه المركبات عددًا.
- يمكن جمع المتجهات أو طرحها. في المركبات الديكارتية. $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x, A_y, A_z) + (B_x, B_y, B_z) = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$.
- ينتج عن عملية ضرب المتجه في كمية قياسية متجه آخر في الاتجاه نفسه أو الاتجاه المعاكس لكن بمقدار مختلف. $\vec{E} = s\vec{A} = s(A_x, A_y, A_z) = (sA_x, sA_y, sA_z)$
- متجهات الوحدة هي متجهات طولها 1 ويُرمز إلى متجهات الوحدة في الأنظمة الإحداثية الديكارتية بالرمز \hat{x} و \hat{y} و \hat{z} .
- يمكن تحديد طول متجه ثنائي الأبعاد واتجاهه من مركباته الديكارتية: $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ و $\theta = \tan^{-1}(A_y/A_x)$.
- يمكن حساب المركبات الديكارتية لمتجه ثنائي الأبعاد عن طريق طول المتجه وزاويته بالنسبة إلى المحور x . $A_x = A \cos \theta$ و $A_y = A \sin \theta$.
- ينتج عن الضرب القياسي أو الضرب النقطي، لمتجهين كمية قياسية تُحدد على النحو التالي $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$
- ينتج عن الضرب الاتجاهي لمتجهين متجه آخر يُحدد على النحو التالي $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

المعادلة 1.131

$$\begin{aligned}\hat{x} \cdot \hat{y} &= (1,0,0) \cdot (0,1,0) = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 0 \\ \hat{x} \cdot \hat{z} &= (1,0,0) \cdot (0,0,1) = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0 \\ \hat{y} \cdot \hat{z} &= (0,1,0) \cdot (0,0,1) = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0 \\ \hat{y} \cdot \hat{x} &= (0,1,0) \cdot (1,0,0) = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 0 \\ \hat{z} \cdot \hat{x} &= (0,0,1) \cdot (1,0,0) = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0 \\ \hat{z} \cdot \hat{y} &= (0,0,1) \cdot (0,1,0) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 0\end{aligned}$$

المعادلة 1.130

$$\begin{aligned}\hat{x} \cdot \hat{x} &= (1,0,0) \cdot (1,0,0) = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 = 1 \\ \hat{y} \cdot \hat{y} &= (0,1,0) \cdot (0,1,0) = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 = 1 \\ \hat{z} \cdot \hat{z} &= (0,0,1) \cdot (0,0,1) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 1\end{aligned}$$

إرشادات حل المسائل: الأرقام والوحدات والمتجهات

4. قد يكون تقدير حل للمسألة معيّنًا للغاية في الحصول على فكرة عن القيمة الأسية للحل. ويمكن استخدام التقدير غالبًا في إعادة التحقق.
5. عند التعامل مع المتجهات، ينبغي استخدام النظام الإحداثي الديكارتي بشكل عام. استعد من معرفتك بحساب المثلثات عند حل مسائل المتجهات!
6. تعتبر الطريقة البيانية لجمع المتجهات وطرحها مفيدة في إنشاء الرسومات. لكن طريقة المركبات أكثر دقة، لذا يُفضل استخدامها إذا أردت التوصل إلى إجابة رقمية.

1. جُزِب استخدام استراتيجيات السبع خطوات لحل المسائل. حتى إذا لم يكن لديك أدنى فكرة عن كيفية الوصول إلى الحل النهائي. أحيانًا قد يمنحك الرسم أفكارًا عن الخطوة التالية.
2. بشكل عام، ينبغي لك تجربة تحويل جميع الوحدات المعطاة إلى وحدات النظام الدولي للوحدات قبل بدء التعامل مع الأعداد. حيث يؤدي العمل باستخدام كميات بوحدات النظام الدولي إلى تبسيط العمليات الحسابية.
3. في معظم الأحيان، يكون عدد الأرقام المعنوية الذي ينبغي تقريب الحل النهائي إليه هو عدد الأرقام المعنوية في الكمية المعطاة الأقل دقة.

أسئلة الاختيار من متعدد

- 1.1 أي من الترددات التالية يقسم التوتة الموسيقية CS؟
 (a) 376 g (b) 483 m/s (c) 523 Hz (d) 265 J
- 1.2 إذا كان \vec{A} و \vec{B} متجهين و $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ ، فأي العبارات التالية صحيحة؟
 (a) مقدار \vec{B} يساوي سالب مقدار \vec{A} .
 (b) \vec{A} و \vec{B} متعامدان.
 (c) زاوية اتجاه \vec{B} تساوي زاوية اتجاه \vec{A} زائد 180° .
 (d) $\vec{A} + \vec{B} = 2\vec{A}$
- 1.3 قارن بين ثلاث وحدات من النظام الدولي للوحدات: الملليمتر والكيلوجرام والميكرو ثانية، أي منها أكبر؟
 (a) ملليمتر (c) ميكرو ثانية
 (b) كيلوجرام (d) لا يمكن مقارنة الوحدات.
- 1.4 ما الاعتلاف (الاعتلافات) بين 3.0 و 3.0000؟
 (a) 3.0000 يمكن أن يكون نتيجة عطفة متوسطة في عملية حسابية، بينما 3.0 يجب أن ينتج عن عطفة نهائية.
 (b) 3.0000 يمثل كمية معروفة على نحو أدق من 3.0
 (c) لا يوجد اختلاف.
 (d) يمثلان الأرقام نفسها، لكن يفضل استخدام 3.0 للتسهيل في الكتابة.
- 1.5 السرعة البالغة 7 mm/μs تساوي _____
 (a) 7000 m/s (b) 70 m/s (c) 7 m/s (d) 0.07 m/s
- 1.6 يُستخدم جسم مستدير، قطره 3 سنتيمترات تقريباً، في تحديد قيمة π مقربة إلى ثلاثة أرقام عشرية عن طريق قياس قطره ومحيطه بتناوب لإجراء هذه العملية الحسابية بشكل صحيح. يجب تقريب القياسات إلى أقرب _____
 (a) جزء من المئة من mm (c) mm
 (b) جزء من العشرة من mm (d) cm
 (e) in
- 1.7 ما مجموع 5.786×10^7 m و 3.19×10^4 m
 (a) 6.02×10^{22} m (c) 8.976×10^3 m
 (b) 3.77×10^4 m (d) 8.98×10^3 m
- 1.8 ما عدد ذرات الكربون في 0.5 نايومول من الكربون؟ يحتوي المول الواحد على 6.02×10^{23} من الذرات.
 (a) 3.2×10^{24} ذرات (d) 3.2×10^{17} ذرات
 (b) 3.19×10^{24} ذرات (e) 3.19×10^{17} ذرات
 (c) 3.0×10^{24} ذرات (f) 3.0×10^{17} ذرات
- 1.9 تقع محصلة المتجهات ثابتة الأبعاد (0.7 m، 1.5 m) و (1.7 m، -3.2 m) و (1.2 m، -3.3 m) في الربع _____
 (a) I (b) II (c) III (d) IV
- 1.10 ما مقدار تغير حجم أسطوانة إذا انخفض نصف القطر إلى النصف وتضاعف الارتفاع؟
 (a) يقل الحجم إلى الربع. (d) يتضاعف الحجم.
 (b) يقل الحجم إلى النصف. (e) يتضاعف الحجم أربع مرات.
 (c) لا يحدث تغير في الحجم.
- 1.11 كيف يتم التعبير عن العدد 0.009834 بالترميز العلمي؟
 (a) 9.834×10^4 (c) 9.834×10^7
 (b) 9.834×10^{-4} (d) 9.834×10^{-7}
- 1.12 كم عدد الأرقام المعنوية التي يتضمنها العدد 0.4560؟
 (a) خمسة (c) ثلاث (e) واحد
 (b) أربعة (d) اثنان
- 1.13 كم عدد وحدات الوابض الموجود في 1 جيجا واط (GW)؟
 (a) 10^3 (b) 10^4
 (c) 10^9 (d) 10^{12} (e) 10^{15}
- 1.14 ما نهاية $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$ ، إذا كان c يتناقص $v \rightarrow 0$ ؟
 (a) $\gamma - 1$ (c) $\gamma - 2$ (e) $\gamma - v/2$
 (b) $\gamma - 0$ (d) $\gamma - v$
- 1.15 بالنسبة إلى المتجهين $\vec{A} = (0, 1, 2)$ و $\vec{B} = (2, 1, 0)$ ، ما ناتج الضرب القياسي لهما، $\vec{A} \cdot \vec{B}$ ؟
 (a) 3 (b) 6 (c) 2 (d) 0 (e) 1
- 1.16 بالنسبة إلى المتجهين $\vec{A} = (0, 1, 2)$ و $\vec{B} = (2, 1, 0)$ ، ما الضرب الاتجاهي لهما، $\vec{A} \times \vec{B}$ ؟
 (a) (2, 4, -2) (c) (2, 0, 2) (e) (0, 0, 0)
 (b) (1, 0, 1) (d) (1, 2, -3)

أسئلة مفاهيمية

- 1.20 إذا كان \vec{A} و \vec{B} متجهين محددتين من حيث المقدار والاتجاه، وتريد إيجاد $\vec{A} + \vec{B}$ و $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ والتعبير عنه من حيث المقدار والاتجاه، فكيف يمكننا القيام بذلك؟ بعض ما الإجراء المنبع لجميع المتجهات المذكورة من حيث المقدار والاتجاه؟
- 1.21 فلنتفكر، أنك قمت بحل مسألة وتظهر على شاشة الآلة الحاسبة العدد 0.0000000036. هل لا تكتب هذا العدد حسب ما هو عليه أي فائدة لاستخدام الترميز العلمي؟
- 1.22 لماذا يُستخدم النظام الدولي للوحدات (SI) في العمل العلمي في الولايات المتحدة بالرغم من أن نظام الوحدات البريطاني معروف بشكل أكبر للعظم الأخصائي هناك؟
- 1.23 هل يمكن جمع ثلاثة متجهات متساوية في الطول والحصول على متجه مجموع صفراً؟ إذا كان الأمر كذلك فارسم ترتيب الثلاثة متجهات. وإذا لم يكن ذلك، فاشرح السبب.
- 1.24 هل الكتلة كمية متجهة؟ لماذا أو لم؟
- 1.25 توجد ذبائبان مستقرتان في مواجهة بعضهما على سطح بالون كروي. إذا تضاعف حجم البالون، فما العامل الذي ستتغير به المسافة بين الذبائبان؟
- 1.17 في أوروبا، يتم قياس استهلاك السيارات للغاز بالنترات لكل 100 كيلومتر. وفي الولايات المتحدة الأمريكية، الوحدة المستخدمة هي الميال لكل جالون.
 (a) ما العلاقة بين تلك الوحدات؟
 (b) ما عدد الأميال لكل جالون التي تنطعها سيارتك إذا استهلكتك 12.2 لتراً لكل 100 كيلومتر؟
 (c) ما استهلاك سيارتك من الغاز بالنترات لكل 100 كيلومتر إذا قطعت 27.4 ميلاً لكل جالون؟
 (d) هل يمكنك رسم منحني يوضح عدد الأميال لكل جالون مقابل اللترات لكل 100 كيلومتر؟ إذا كانت الإجابة نعم، فارسم المنحنى.
- 1.18 إذا رسمت متجهاً على ورقة، فما عدد المركبات المطلوبة لوصفه؟ كم عدد المركبات لجهة في فضاء حقيقي؟ كم عدد مركبات الجهة في عالم رياضي الأبعاد؟
- 1.19 نلاحظ أن المتجهات لها أكثر من مركبة واحدة بشكل عام ويُستخدم أكثر من عدد واحد لوصفها، يكون من الواضح أن جمعها وطرحها أصعب من الأعداد الفردية. إذا لماذا تُستخدم المتجهات؟

- 1.30** تجاوز التعداد السكاني للعالم 6.5 مليارات نسمة في 2006 ذكر مساحة الأرض المطلوبة إذا وقف كل شخص بطريقة تمنعه من ملاصقة الشخص الآخر. قارن هذه المساحة بمساحة ولاية تكساس (أو بولاية أخرى).
- 1.31** ساعدت التطورات في مجال تكنولوجيا النانو في إمكانية تكوين سلاسل من ذرات معدنية فردية ترتبط فيها الذرة بالذرة. يهتم علماء الفيزياء بشكل خاص بتقنية هذه السلاسل، على توصيل الكهرباء بتقنية تقليدية. فكر عدد ذرات الذهب المطلوبة لإنشاء مثل هذه السلسلة بطول مناسب يكفي لارتدادها ككثافة. كم العدد المطلوب لإنشاء سلسلة غيبط الكرة الأرضية؟ إذا كان الذرة الواحد من مادة يساوي $2 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ذرة تقريباً، فما عدد مولات الذهب المطلوبة لكل كغ؟
- 1.32** تعد مناقشة تقريب البقرة كجسم كروي إحدى العبارات القياسية المتكررة في دروس الفيزياء. ما حجم الجسم الكروي الذي يعطي أفضل تقريب لبقرة حلوب منسوخة؟ أي قطر نصف قطر الجسم الكروي الذي تكون كتلته وكتافته لكافة لكتلة وكتافة بقرة حلوب.
- 1.33** قدر كتلة رأسك. وافترض أن كثافتها تساوي كثافة المياه 1000 kg/m^3 .
- 1.34** قدر عدد شعرات رأسك.

- 1.26** ما نسبة حجم مكعب طول ضلعه F إلى حجم جسم كروي نصف قطره F ؟ هل تعتمد إجابتك على قيمة F بالتحديد؟
- 1.27** إذا كان لدينا جسم كروي نصف قطره r ، فما طول ضلع مكعب مساحة سطحه تساوي مساحة سطح الجسم الكروي؟
- 1.28** كتلة الشمس تساوي $2 \times 10^{30} \text{ kg}$ ، وغنوي الشمس على أكثر من 99% من إجمالي كتلة النظام الشمسي. يقدر علماء الفلك وجود قرابة 100 مليار نجم في مجرة درب التبانة وقرابة 100 مليار مجرة في الكون. تتكون الشمس والنجوم الأخرى من الهيدروجين بشكل أساسي، وتساوي كتلة ذرة الهيدروجين إلى $2 \times 10^{-27} \text{ kg}$ تقريباً.
- (a) بافتراض أن الشمس نجم متوسط ومجرة درب التبانة مجرة متوسطة، ما الكتلة الكلية للكون؟
- (b) بما أن الكون يتكون في الأساس من الهيدروجين، هل يمكنك تقدير العدد الكلي للذرات في الكون؟
- 1.29** من الأقوال المأثورة عن اللهبة عديمة الجدوى أنها "مثل محاولة إفراغ الخيط بملعقة الشاي". ما مدى عدم جدوى هذه اللهبة؟ فكر عدد ملاعق الشاي المطلوبة بملء في محيطات الكرة الأرضية.

تجارب

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقط الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 1.2

- 1.35** ما عدد الأرقام المعنوية في كل من الأعداد التالية؟
- (a) 4.01 (b) 4.010 (c) 4 (d) 2.00001 (e) 0.00001 (f) 1.10042 (g) 7.01×3.1415
- 1.36** تم قياس قوتين مختلفتين تؤثران في الجسم نفسه، مقدار الأولى 2.0031 N والقوة الثانية في الاتجاه نفسه ومقدارها 3.12 N وهما القوتان الوحيدتان اللتان تؤثران في الجسم. أوجد إجمالي القوة المؤثرة في الجسم مقرباً إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية.
- 1.37** سينجم جمع ثلاث كميات، وهي نتائج قياسات. وهذه الكميات هي 2.0600 و 3.163 و 1.12 أوجد مجموعها مقرباً إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية.
- 1.38** بافتراض المعادلة $w = xyz$ ، $x = 1.1 \times 10^3$ و $y = 2.48 \times 10^{-2}$ و $z = 6.000$ ، اكتب w بالترميز العلمي وبالعدد الصحيح للأرقام المعنوية.
- 1.39** اكتب هذه الكمية بالترميز العلمي، جزء من عشرة ملايين جزء من السنتمتر.
- 1.40** اكتب هذا العدد بالترميز العلمي، مئة وثلاثة وخمسون مليوناً.

القسم 1.3

- 1.41** كم سنتمتراً في 30.7484 كيلومتراً؟
- 1.42** ما البادئات المترية التي تتوافق مع قوى 10 التالية؟
- (a) 10^3 (b) 10^{-2} (c) 10^{-3}
- 1.43** كم مليمتر في الكيلومتر؟
- 1.44** الهكتار يساوي مئة آر، والآر يساوي مئة متر مربع. كم عدد الهكتارات في الكيلومتر المربع؟
- 1.45** وحدة الضغط في النظام الدولي للوحدات هي الباسكال. ما الاسم الذي يطلق على جزء من الألف من باسكال حسب النظام الدولي للوحدات؟
- 1.46** تم قياس كتل أربعة كميات من السكر وكانت النتيجة 25.3 g و 24.7 g و 26.0 g و 25.8 g أجب عن الأسئلة التالية بالترميز العلمي وحسب وحدات النظام الدولي للمعاملة وبالعدد المناسب من الأرقام المعنوية.

- (a) إذا تم تقسيم كميات السكر الأربعة وتجميع كل السكر، فما الكتلة الإجمالية للسكر، بالكيلوجرام؟
- (b) ما متوسط الكتلة لكميات السكر الأربعة بالكيلوجرام؟
- 1.47** ما مساحة سطح أسطوانة قائمة ارتفاعها 20.5 cm ونصف قطرها 11.9 cm ؟

القسم 1.4

- 1.48** وقم على الميزان المترية الرقمي الحديث وكانت قراءته 125.4 وخطأ ما كتلتك بالكيلوجرام؟
- 1.49** تتراوح المسافة من مركز القمر إلى مركز الكرة الأرضية بين $356,000 \text{ km}$ و $407,000 \text{ km}$ تقريباً.
- (a) ما أقل مسافة إلى القمر بالكيلومترات؟
- (b) ما أقصى مسافة إلى القمر بالكيلومترات؟
- 1.50** في دوري كرة البيسبول، يسدد اللاعب ضرباته من مسافة 60 قدمًا. 6 يوشات من القاعدة الرشيف. كم تبلغ المسافة بالأمتر؟
- 1.51** يقفز برغوث في مسار مستقيم على طول مصطرة مترية، بدأ عند 0.7 cm ثم قام بقفزات متعاقبة، وجد أن قياسها 3.2 cm و 6.5 cm و 8.3 cm و 10.0 cm و 11.5 cm أجب عن الأسئلة التالية بالترميز العلمي بوحدة الأمتر وبالعدد المناسب من الأرقام المعنوية. ما إجمالي المسافة التي قطعها البرغوث في الست قفزات؟ ما متوسط المسافة التي قطعها البرغوث في القفزة الواحدة؟
- 1.52** يساوي السنتمتر المكعب من المياه على كتلة مقدارها جرام واحد. والمليتر يساوي سنتمتراً مكعباً. ما كتلة لتر من المياه بالكيلوجرام؟ المطن المترى يساوي ألف كيلوجرام. ما عدد السنتمترات المكعبة من المياه في المطن المترى من المياه؟ إذا وضع طن مترى من المياه في خزان مكعب الشكل جدرانته رقيقة، فما طول كل جانب من جوانب الخزان بالأمتر؟
- 1.53** يبلغ حد السرعة على امتداد طريق معين 45 كيلومتراً في الساعة. عبر عن حد السرعة بالمليمتروغ لكل ميكروثورتايت. الفورتوغ يساوي كيلومتر والفورتايت هي مدة أسبوعين.
- 1.54** احسب وزن نصف لتر من المياه، بفرض أن كثافة المياه تساوي 1000 kg/m^3 ووزن 1.00 kg من مادة ما يساوي 2.21 رطلاً. والحجم البالغ 1.00 أوقية سائلة يساوي 29.6 mL

1.69● توجد مصطحات يوناني للخطية في ولاية يوتا بالقرب من حدود نيفادا، وليست بعيدة عن الطريق السريع 180. وتغطي مساحة تزيد عن 30,000 فدان. يتجه سائق سيارة سباق هناك أولاً شمالاً مسافة 4.47 km، ثم يصطف بشكل حاد ويوجه نحو الجنوب الغربي مسافة 2.49 km، ثم يصطف مجدداً ويوجه نحو الشرق مسافة 3.59 km. كم بعد عن نقطة البداية؟

1.70● توضع خريطة في سجل سفينة الأبحاث المؤدية إلى موقع كنز مدفون. ونقطة البداية شجرة بلوط قديمة، ووفقاً للخريطة، يمكن العثور على موقع الكنز بالتقدم 20 خطوة شمال شجرة البلوط ثم 30 خطوة نحو الشمال الغربي. في هذا الموقع، انقسم نيبس حديدي في الأرض. سر مسافة 10 خطوات جنوباً من النيبس الحديدي وأبداً الحفر. كم بعد موقع الحفر (بالخطوات) عن شجرة البلوط؟

1.71● تتضمن الصفحة التالية من سجل السفينة مجموعة من الأبحاث تختلف عن تلك الموجودة على الخريطة في المسألة 1.70 وتشير إلى أنه يمكن العثور على موقع الكنز بالتقدم 20 خطوة شمال شجرة البلوط القديمة ثم 30 خطوة نحو الشمال الغربي. بعد العثور على النيبس الحديدي، يقضي السير 12 خطوة شمالاً ثم الحفر أسفل مسافة 3 خطوات للعثور على صندوق الكنز. ما النجدة التي يتجه من قاعدة شجرة البلوط القديمة إلى صندوق الكنز؟ وما طول هذا النجدة؟

1.72● نصف قطر مدار الأرض 15×10^3 m، ونصف قطر كوكب الزهرة يساوي 1.1×10^4 m. اعتبر المدارين دائريين متطابقين (على الرغم من كونهما في الحقيقة قطعان ناقصين ذوي انحراف بسيط). اكتب اتجاه المنح من كوكب الأرض إلى كوكب الزهرة وطوله (بافتراض أن الأجزاء من الأرض إلى الشمس يساوي 0°) عندما يبلغ كوكب الزهرة الحد الأقصى للانحراف الزاوي في السماء بالنسبة إلى الشمس.

1.73● أبعاد صندوق عتك مسافة 550 m، ثم انعطفت بزوايا مجهولة. ثم سار إلى مسافة 178 m إضافية في الاتجاه الجديد فاستخدمت محدد مسافات يعمل بالليزر ووجدت أن المسافة النهائية بينكما تساوي 432 m. فما مقياس الزاوية بين اتجاه تحركه الابتدائي واتجاه موقعه النهائي؟ وما الزاوية التي انعطفت بها؟ (افتراضاً).

تجارب إضافية

1.74 نصف قطر الأرض 6378 km. فما محيطها مقرباً إلى ثلاثة أرقام معنوية؟

1.75 كتّر ناغ ضرب 4,308,229 في 44 مع التقريب إلى رقم معنوي واحد (أظهر طريقة عملك ولا تستخدم الآلة الحاسبة). وعثر عن النتيجة بالترميز العلمي.

1.76 أوجد المتجه \vec{C} الذي يحقق المعادلة

$$3\vec{x} + 6\vec{y} - 10\vec{z} + \vec{C} = -7\vec{x} + 14\vec{y}$$

1.77 متجه موقع مركبته $x = 34.6$ m، $y = -53.5$ m. أوجد طول النجدة وزاوية مع محور x .

1.78 بالنسبة إلى كوكب المريخ، احسب المسافة المحيطة بخط الاستواء ومساحة السطح والحجم. نصف قطر كوكب المريخ يساوي 3.39×10^6 m.

1.79● أوجد مقدار واتجاه (a) $3\vec{A} - 9\vec{B}$ و (b) $5\vec{A} + 8\vec{B}$. حيث $\vec{A} = (23.0, 59.0)$ ، $\vec{B} = (90.0, -150.0)$.

1.80● عثر عن المتجهين $(-30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و (A_x, A_y) و $(30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و (B_x, B_y) بتحديد مقدارهما واتجاههما وفقاً للقياس من محور x الموجب.

1.81● القوة F هي القوة التي يبذلها الزئبق عليك وتتناسب طردياً مع المسافة x وهي مسافة شتاك له من طول الاسلحة (موقع الاتزان). لتفترض أنه عند شد الزئبق 8.00 cm فإنه يبذل قوة قدرها 200 N عليك. ما مقدار القوة التي يبذلها عليك في حالة شد مسافة 140.0 cm؟

1.82● تتناسب مسافة سقوط جسم يسقط سقوطاً حراً، بدءاً من السكون، مع مربع زمن السقوط. ما معامل تغير تكبير مسافة السقوط إذا تضاعف زمن السقوط ثلاث مرات؟

1.83● قرر طيار قيادة طائرته السفيرة في رحلة مسار يوم الأحد. أولاً طار بالطائرة نحو الشمال مسافة 155.3 كيلومتراً، ثم انعطفت بزوايا 90° إلى اليمين وطار في خط مستقيم مسافة 62.5 كيلومتراً، ثم انعطفت مجدداً بزوايا 90° إلى اليمين وطار إلى مسافة 47.5 كيلومتراً في خط مستقيم.

(a) كم بعد الطيار عن المطار الذي انطلق منه؟
(b) في أي اتجاه يجب أن يقود طائرته من هذه النقطة ليصل إلى نقطة الانطلاق في خط مستقيم؟
(c) ما أبعد مسافة وصل إليها الطيار عن المطار الذي انطلق منه؟

القسم 1.5

1.55 إذا كان نصف قطر كوكب ما أكبر من نصف قطر الأرض بعامل 8.7، فكم تكبر مساحة سطح الكوكب عن مساحة سطح الأرض؟

1.56 إذا كان نصف قطر كوكب ما أكبر من نصف قطر الأرض بعامل 5.8، فكم يكبر حجم الكوكب عن حجم الأرض؟

1.57 ما أقصى مسافة يمكن بعدها لبحار يطلي صاري السفينة 1، بارتفاع 34 m فوق سطح المحيط، أن يرى يachtsman آخر يطلي صاري السفينة 2، بارتفاع 26 m فوق سطح المحيط؟

1.58 إذا كنت في طائرة تائهة على ارتفاع 10,668 m، فكم بعد الأفق؟

1.59 كم ستبتئزاً مكثاً في 156 يوماً من العمل؟

1.60 خزان البنزين في سيارة ما على شكل مستطوق مستطيل قائم بقاعدة مربعة طول أضلاعها 62 cm وتبلغ سعته 52 L. فإذا كان للبنزين في الخزان 15 L فقط، فما عمق البنزين في الخزان. بافتراض أن السيارة تقف على أرض مستوية؟

1.61● يتم حساب حجم جسم كروي ما باستخدام الصيغة $\frac{4}{3}\pi r^3$ ، حيث r نصف قطر الجسم الكروي، ومتوسط كثافة جسم ما هي نسبة كتلته إلى حجمه. باستخدام البيانات الرقمية الموجودة في الجدول 12.1، عثر عن إجابات الأسئلة التالية بالترميز العلمي، ووحدة النظام الدولي والعدد المناسب من الأرقام المعنوية.

(a) ما حجم الشمس؟

(b) ما حجم الأرض؟

(c) ما متوسط كثافة الشمس؟

(d) ما متوسط كثافة الأرض؟

1.62● خزان على شكل مخروطي معكوس، ارتفاعه $h = 2.5$ m، ونصف قطر قاعدته $r = 0.75$ m. إذا تم صب المياه في الخزان بمعدل 15 L/s، فما المدة التي يستغرقها ملء الخزان؟

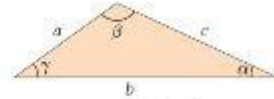
1.63● تتدفق المياه إلى خزان مكعب الشكل بمعدل 15 L/s إذا كان السطح العلوي للمياه داخل الخزان يرتفع بمعدل 15 cm كل ثانية، فما طول كل جانب من جوانب الخزان؟

1.64● يبلغ وزن الغلاف الجوي 6.8 كيلوجرامات تقريباً لكل سنتيمتر مربع من سطح الأرض. ومتوسط كثافة الهواء على سطح الأرض 1.275 kg/m^3 تقريباً. إذا كان الغلاف الجوي ذا كثافة موحدة (وهو ليس كذلك) — حيث تختلف الكثافة بشكل ملحوظ تماماً حسب الارتفاع، فكم يبلغ سمكها؟

القسم 1.6

1.65 متجه موقع طولها 40.0 m وزاوية 57.0° فوق محور x . أوجد مركبات النجدة.

1.66 في المثلث الموضح في الشكل، أطوال الأضلاع $a = 6.6$ cm، $b = 13.7$ cm، و $c = 9.2$ cm. ما قيمة الزاوية γ ؟ (تطبيق، راجع الملحق A للاطلاع على قانون Cosine).

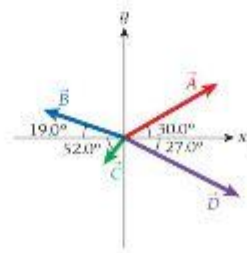


1.67 أوجد مركبات المتجهات \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} و \vec{D} إذا كانت أطوالها $A = 75.0$ ، $B = 60.0$ ، و $C = 25.0$ ، و $D = 90.0^\circ$ وزوايا الأضلاع موضحة في الشكل. اكتب المتجهات بدلالة متجهات الوحدة.

1.68● استخدم مركبات المتجهات من المسألة 1.67 لإيجاد

(a) مجموع $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$ بدلالة مركباتها

(b) مقدار المجموع واتجاهه $\vec{A} - \vec{B} + \vec{D}$



1.88● يبلغ طول ملعب كرة القدم 100 متر، وعرضه 53 متراً. يقف اللاعب عند مركز الملعب بالضبط ويمر الكرة إلى زميله في الفريق الذي يقف في إحدى زوايا الملعب. افترض أن تتطه الأضلاع للأحداثيات في منتصف ملعب كرة القدم وأخبر x في اتجاه الجانب الأطول للملعب، واتجاه y مواز للجانب الأقصر من الملعب.

(أ) اكتب اتجاه ومقدور المتجه الذي ينتج من اللاعب إلى زميله في الفريق.

(ب) ذكر في الإحداثيات الثلاثة الأخرى لواقع زميله في الفريق في زوايا الملعب ثم كرر الجزء (أ) لكل منها.

1.89● محيط حلقة تخزين الإلكترونات في كورنيل يساوي 768.4 m. عثر عن القطر بالمستقيم، مقررًا إلى العدد المناسب من الأرقام المعنوية.

1.90● يمثل ثاني أكسيد الكربون 4% إلى 5% تقريبًا من الزفير الذي تطلقه. يفرض أن حجم المول الواحد (6.02×10^{23} جزيئات) من ثاني أكسيد الكربون يساوي 22.4 L وأنت تزفر 0.5 L في النفس الواحد.

(أ) قدر عدد جزيئات ثاني أكسيد الكربون التي تطلقها في الزفير يوميًا.

(ب) إذا كانت كتلة المول الواحد من ثاني أكسيد الكربون 44.0 g، فكم كيلوجرامًا من ثاني أكسيد الكربون تطلقها في الزفير في العام؟

1.91● نصف قطر مدار الأرض 1.5×10^{11} m، ونصف قطر مدار كوكب عطارد يساوي 4.6×10^{10} m. اعتبر المدارين دائريين مثاليين (على الرغم من كونهما في الحقيقة قطعان ناقصين ذوي انحراف بسيط). اكتب اتجاه المتجه من كوكب الأرض إلى كوكب عطارد وطوله (افترض أن الاتجاه من الأرض إلى الشمس يساوي 0°) عندما يبلغ كوكب عطارد الحد الأقصى للانفصال الزاوي في السماء بالنسبة إلى الشمس.

1.92● التجم (اختلاف الشمس) الأقرب إلى الأرض هو بروكسيميا مستوري. يمكن قياس بعده عن كوكب الأرض باستخدام اختلاف زاوية النظر. اختلاف زاوية النظر هو نصف الإزاحة الزاوية الظاهرة للتجم عند ملاحظته من كوكب الأرض عند تقاطع على الجهات المتقابلة للشمس. يبلغ اختلاف زاوية النظر لبروكسيميا مستوري 769 مليار ثانية قوسية. كم بعد بروكسيميا مستوري؟ (حدد إجابتك بالمتين الشوية مع العدد الصحيح من الأرقام المعنوية).



كسوف الشمس الكلي.

1.84● تظهر الشمس والقمر للمشاهد بالحجم نفسه تقريبًا أثناء الكسوف الكلي كما توضح الصورة. نسفاً قطر الشمس والقمر هما 6.96×10^8 m و 1.74×10^6 m، وعلى التوالي. المسافة بين الأرض والقمر $d_{\text{Moon}} = 3.84 \times 10^8$ m.

(أ) حدد المسافة من الأرض إلى الشمس أثناء الكسوف.

(ب) في الجزء (أ)، هناك افتراض شين أن المسافة من المشاهد إلى مركز القمر تساوي المسافة بين مركز الأرض والقمر. ما مدى عدم صحة هذا الافتراض. إذا كان مشاهد الكسوف عند خط الاستواء وقت الظهيرة؟ لتبسيط، غير عن هذا كميًا بحساب الخطأ النسبي على هيئة نسبة، (المسافة المقترضة من المشاهد إلى القمر - المسافة الفعلية من المشاهد إلى القمر)/(المسافة الفعلية من المشاهد إلى القمر).

(ج) استخدم المسافة الصحيحة من المشاهد إلى القمر لتحديد المسافة الصحيحة من الأرض إلى الشمس.

1.85● سار شخص على الأقدام مسافة 150 km شمالًا وانحرف بزاوية 20.0° إلى الشمال الغربي ثم سار 150 km في ذلك الاتجاه ثم انحرف إلى الشمال مجددًا وسار مسافة 150 km أخرى. كم بعد عن نقطة انطلاقه الأصلية، وما الاتجاه بالنسبة إلى نقطة البداية؟

1.86● يفرض أن المول الواحد (6.02×10^{23} جزيئات) من غاز مثالي يبلغ حجمه 22.4 L في درجة الحرارة والضغط القياسيين وأن النيتروجين، الذي يكون 78% من الهواء الذي نتنفسه، يُعد غازًا مثاليًا. فكم عدد جزيئات النيتروجين الموجودة في متوسط النفس البالغ 0.5 L في درجة الحرارة والضغط القياسيين؟

1.87● في 27 أغسطس 2003، اقترب كوكب المريخ من كوكب الأرض كما لم يفعل منذ 50,000 عام. إذا لم قياس حجمه الزاوي (قطر الكوكب، المقاس عن طريق الزاوية المتقابلة لنصف القطر) في ذلك اليوم بواسطة عالم ذلك ليحده 24.9 ثانية قوسية، وقطره 6,784 km، فكم تبلغ المسافة التي اقتربها؟ تأكد من استخدام عدد مناسب من الأرقام المعنوية في إجابتك.

تمارين معطيات متعددة

1.101 ارسم المنهات باستخدام المركبات $(-30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و $(30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و $(-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و $(30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$. وأوجد متناظير هذه المنهات.

1.102 ما الزاوية التي يكونها مع محور x المنهات $(30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و $(-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ مع محور x الموجب؟ ما الزاوية التي يكونها مع محور y الموجب؟

1.103 أوجد مقدار واتجاه كل متجه من المنهات التالية، المعطى بدلالة مركبتها x و y .

$$1.104 \text{ أوجد مقدار } \vec{A} + \vec{B} \text{ واتجاهه، حيث } \vec{A} = (23.0, 59.0) \text{ و } \vec{B} = (90.0, -150.0).$$

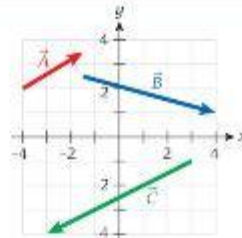
$$1.105 \text{ أوجد مقدار } \vec{A} - \vec{B} \text{ واتجاهه، حيث } \vec{A} = (23.0, 59.0) \text{ و } \vec{B} = (90.0, -150.0).$$

$$1.106 \text{ أوجد مقدار } 3\vec{A} + 7\vec{B} \text{ واتجاهه، حيث } \vec{A} = (23.0, 59.0) \text{ و } \vec{B} = (90.0, -150.0).$$

1.107 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أكبر قيمة مطلقة للضرب النقطي للمنجهين \vec{A} و \vec{B} ؟

1.108 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أصغر قيمة مطلقة للضرب النقطي للمنجهين \vec{A} و \vec{B} ؟

1.109 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أكبر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمنجهين \vec{A} و \vec{B} ؟



شكل للمساكن من 1.93 إلى 1.98

1.93 اكتب المنهات \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} بالاجداثيات الديكارية.

1.94 احسب طول المنهات \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} واتجاهها.

1.95 اجمع الثلاثة منهات \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} بيانيًا.

1.96 حدد منجه الفرق $\vec{E} = \vec{B} - \vec{A}$ بيانيًا.

1.97 اجمع الثلاثة منهات \vec{A} و \vec{B} و \vec{C} باستخدام طريقة المركبات، وأوجد منجه المجموع لها \vec{D} .

1.98 استخدم طريقة المركبات لتحديد طول المنجه $\vec{F} = \vec{C} - \vec{A} - \vec{B}$.

1.99 ارسم المنهات باستخدام المركبات $(30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و $(-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و $(-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ و $(30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$.

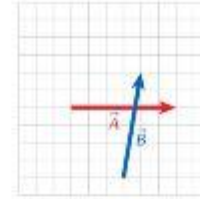
1.100 ما الزاوية التي يكونها $(30.0 \text{ m}, -50.0 \text{ m})$ و $(-30.0 \text{ m}, 50.0 \text{ m})$ مع محور x الموجب؟ وما الزاوية التي يكونها مع محور y السالب؟

1.115 عندما تقتر ب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلتفرض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد حجم النجم بمعامل 872، فما معاملات تغير القيم التالية:

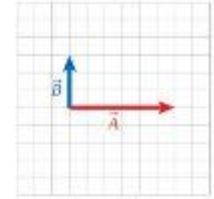
- (a) مساحة سطحه.
(b) محيطه.
(c) قطره؟

1.116 عندما تقتر ب العديد من النجوم من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلتفرض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازدادت مساحة سطح النجم بمعامل 274، فما معاملات تغير القيم التالية:

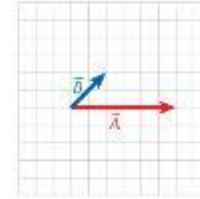
- (a) نصف قطره.
(b) حجمه.
(c) كثافته؟



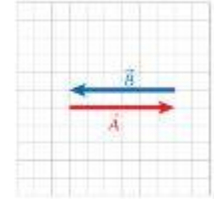
(a)



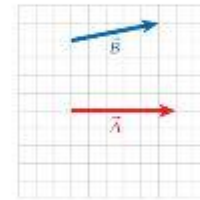
(b)



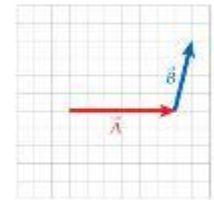
(c)



(d)



(e)



(f)

شكل للمسائل من 1.107 إلى 1.112

1.110 أي من الحالات الست الموضحة في الشكل لها أسفر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمتجهين \vec{A} و \vec{B} ؟

1.111 رتب الحالات الست الموضحة في الشكل من أسفر قيمة مطلقة إلى أكبر قيمة مطلقة للضرب القياسي للمتجهين \vec{A} و \vec{B} .

1.112 رتب الحالات الست الموضحة في الشكل من أسفر قيمة مطلقة إلى أكبر قيمة مطلقة للضرب الاتجاهي للمتجهين \vec{A} و \vec{B} .

1.113 عندما تقتر ب العديد من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلتفرض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد نصف قطر النجم بمعامل 11.4، فما معاملات تغير القيم التالية:

- (a) مساحة سطحه.
(b) محيطه.
(c) حجمه؟

1.114 عندما تقتر ب العديد من النجوم من النجوم من نهاية دورة حياتها، تصبح أكبر بكثير. فلتفرض أنها تبقى كروية الشكل وأن كتلتها لا تتغير أثناء هذه العملية. إذا ازداد محيط النجم بمعامل 12.5، فما معاملات تغير القيم التالية:

- (a) مساحة سطحه.
(b) نصف قطره.
(c) حجمه؟

2

الحركة في بعد واحد



الشكل 2.1 قطار سريع الحركة يمر بتقاطع على الشبكة الحديدية.

يمكن أن نرى أن القطار في الشكل 2.1 يتحرك بشكل سريع جدًا عند ملاحظة عدم وضوح صورته مقارنة بإشارة العبور الفاتحة وعمود الهاتف. لكن هل يمكنك معرفة ما إذا كانت سرعة القطار تزداد أم تقل أم يسير بسرعة ثابتة؟ يمكن للصورة الفوتوغرافية نقل سرعة الجسم لأن الجسم يتحرك خلال زمن التعرض. لكن لا يمكننا إظهار التغير في السرعة، الذي يُشار إليه باسم العجلة. لكن للعجلة أهمية كبيرة في الفيزياء لا تقل عن أهمية السرعة ذاتها.

في هذه الوحدة، سنتناول المصطلحات المستخدمة في الفيزياء لوصف حركة الجسم وهي: الإزاحة والسرعة المتجهة والعجلة. وسندرس في هذه الوحدة الحركة على طول خط مستقيم (الحركة في بُعد واحد) وفي الوحدة التالية الحركة على مسار منحني (الحركة في خط مستقيم أو الحركة في بعدين). ومن أهم مزايا الفيزياء أن قوانينها عامة. لذلك نطبق المصطلحات والأفكار العامة ذاتها على مجموعة كبيرة من المواقف، ومن ثم يمكننا استخدام المعادلات نفسها لوصف اندفاع كرة سلة في الهواء وانطلاق صاروخ في الفضاء من الأرض إلى المريخ. في هذه الوحدة، سنستخدم بعض أساليب حل المسائل التي تمت مناقشتها في الوحدة 1 إلى جانب بعض الأساليب الجديدة.

بمتابعة دراسة هذا المقرر، ستري أن كل شيء تقريبًا يتحرك بالنسبة إلى الأجسام الأخرى وفي مخيلنا معين أو آخر، سواء أكان ذلكنا يقف في الفضاء بسرعة عدة كيلومترات في الثانية أو ذرات في جسم يبدو ثابتًا وهو يهتز ملايين المرات في الثانية. وستكون المصطلحات التي نقدمها في هذه الوحدة جزءًا من دراستك لبقاى المقرر وما بعده.

32	ما سنتعلمه
33	2.1 مقدمة إلى علم الكينماتيكا
33	2.2 متجه الموقع ومتجه الإزاحة والمسافة
34	التنبؤات البيانية للموقع
34	الإزاحة
34	المسافة
35	مسألة محلولة 2.1 أجزاء الرحلة
36	2.3 متجه السرعة المتجهة والسرعة المتجهة المتوسطة والسرعة
38	مثال 2.1 تغير السرعة المتجهة مع الزمن
38	السرعة
39	مثال 2.2 السرعة والسرعة المتجهة
39	2.4 متجه العجلة
41	2.5 حلول الكمبيوتر وصيغ الفرق
41	مثال 2.3 الرقم القياسي العالمي لسباق 100 m
41	2.6 إيجاد الإزاحة والسرعة المتجهة من العجلة
42	2.7 الحركة بعجلة ثابتة
45	مسألة محلولة 2.2 إقلاع الطائرة
46	مثال 2.4 سباق السرعة القسوى
46	مسألة محلولة 2.3 السباق مع أسدفة الانطلاق
47	مسألة محلولة 2.4 تسارع السيارة
50	2.8 السقوط الحر
52	مثال 2.5 زمن التفاعل
52	مسألة محلولة 2.5 إسقاط البليارد
53	2.9 تقليص الحركة في أكثر من بُعد إلى بُعد واحد
55	مثال 2.6 سباق أكواثلون
58	ما تعلمناه / دليل المذاكرة للاختبار
59	إرشادات حل المسائل
59	أسئلة الاختبار من متعدد
60	أسئلة مفاهيمية
61	تمارين
65	تمارين محظيات متعددة

ما سنتعلمه

- سنتعلم وصف حركة جسم يتحرك في خط مستقيم أو في بُعد واحد.
- سنتعلم تحديد الموقع والإزاحة والمسافة.
- سنتعلم وصف حركة جسم في خط مستقيم بعجلة ثابتة.
- سنتعلم أن الجسم قد يكون في وضع سقوط حر في بُعد واحد، عندما يخضع لعجلة ثابتة بسبب الجاذبية.
- سنتعرف على مفاهيم السرعة المتجهة اللحظية والسرعة المتجهة المتوسطة.
- سنتعرف على مفاهيم العجلة اللحظية والعجلة المتوسطة.
- سنتعلم حساب الموقع والسرعة المتجهة وعجلة جسم يتحرك في خط مستقيم.

2.1 مقدمة إلى علم الكينماتيكا

تنقسم دراسة الغزياء إلى عدة أجزاء كبيرة، منها الميكانيكا. وعادةً تنقسم الميكانيكا، أو دراسة الحركة وأسبابها، إلى أقسام فرعية، وفي هذه الوحدة وما يليها، سنتناول جزء الكينماتيكا من الميكانيكا. والكينماتيكا هي دراسة حركة الأجسام، وقد تكون هذه الأجسام، على سبيل المثال، سيارات أو كرات بيسبول أو أشخاضاً أو كواكب أو ذرات. ولن نتناول السؤال المتعلق بأسباب هذه الحركة حالياً، وستعود إليه عند دراسة القوى.

لن ندرس أيضاً الدوران في هذه الوحدة، لكن سنركز فقط على الحركة الانتقالية (الحركة بدون دوران). علاوة على ذلك، سنتجاهل التركيب الداخلي للجسم المتحرك تماماً وستعتبره جسماً نقطياً أو جسماً يشبه النقطة، بمعنى أنه لتحديد معادلات الحركة لجسم ما، فإننا نتصور أنه موجود في نقطة واحدة في الفضاء في كل لحظة من الزمن. ما النقطة التي يجب علينا اختيارها من جسم ما لتمثل موقعه؟ في البداية، سنستخدم ببساطة المركز الهندسي، المنتصف. (سنستخدم الوحدة 8، التي نتناول أنظمة الجسيمات والأجسام غير النقطية، تعريفاً أكثر دقة عن موقع نقطة الجسم، الذي يسمى مركز الكتلة).

مراجعة المفاهيم 2.1

القطار في الشكل 2.1

- ترداد سرعته.
- نقل سرعته.
- يتحرك بسرعة ثابتة.
- يتحرك بمعدل لا يمكن تحديده من خلال الصور.

2.2 متجه الموقع ومتجه الإزاحة والمسافة

إن أبسط حركة يمكننا استكشافها هي حركة جسم في خط مستقيم. ومن أمثلة هذه الحركة شخص يجري في سباق 100 m، وسيارة تسير على جزء مستقيم من الطريق وحجر يسقط مباشرة من منحدر. وستدرس في الوحدات القادمة الحركة في بعدين أو أكثر كما سنرى أن المفاهيم التي سنتنتجها هنا للحركة في بُعد واحد لا تزال سارية.

إذا كان الجسم يوجد في نقطة معينة على خط، فيمكننا أن نرسم إلى هذه النقطة باستخدام متجه الموقع، كما هو موضح في القسم 1.6، وفي هذا الكتاب، نستخدم الرمز \vec{r} لنشير إلى متجه الموقع. ونظراً لأننا نتناول الحركة في بُعد واحد فقط، في هذه الوحدة، فسيكون لمتجه الموقع مركبة واحدة فقط. فإذا كانت الحركة في اتجاه أفقي، فستكون هذه المركبة هي مركبة x . (بالنسبة إلى الحركة في اتجاه رأسي، سنستخدم مركبة y ؛ انظر القسم 2.7). وبشكل مميز، يحدد رقم واحد، الإحداثي x أو مركبة x لمتجه الموقع (مع وحدة مناسبة)، متجه الموقع في الحركة في بُعد واحد. ومن الطرق الصحيحة لكتابة موقع $x = 4.3 \text{ m}$ و $x = 7 \frac{1}{2}$ و $x = -2.04 \text{ km}$ ؛ ويفهم من ذلك أن هذه المواصفات تشير إلى مركبة x لمتجه الموقع. لاحظ أن المركبة x لمتجه الموقع يمكن أن يكون لها قيمة موجبة أو سالبة. وفقاً لموقع النقطة واتجاه المحور الذي نختار أن يكون موجباً. وتعتمد قيمة المركبة x أيضاً على موقع تحديد نقطة الأصل للنظام الإحداثي - الصفر في الخط المستقيم.

يمكن أن يتغير موقع الجسم كدالة للزمن، t ؛ بمعنى أنه يمكن أن يتحرك الجسم، ولذلك يمكننا كتابة متجه الموقع بشكل رسمي برمز الدالة، $\vec{r} = \vec{r}(t)$ ؛ بالنسبة إلى البعد الواحد، يعني هذا أن مركبة x لمتجه هي دالة زمن، $x = x(t)$. إذا أردنا تحديد الموقع في زمن محدد t_1 ، فنستخدم الرمز $x_1 = x(t_1)$.

التمثيلات البيانية للموقع

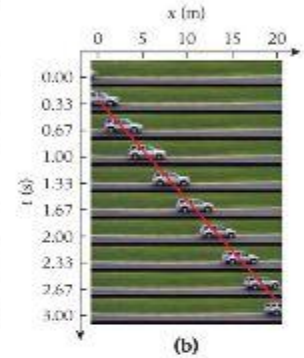
قبل أن نتميق، سنُعد تمثيلاً بيانياً لموقع جسم ما كدالة زمن. يوضح الشكل 2.2a المبدأ المذكور عن طريق توضيح عدة صور من فيديو لسيارة تسير على طريق، ولم التقاط الصور في فترات زمنية مدتها $\frac{1}{30}$ ثانية.

لدينا حرية اختيار نقاط الأصل للقياسات الزمنية والتنظام الإحداثي. وفي هذه الحالة، نختار زمن الصورة الثالثة ليكون $t = \frac{1}{30}$ s وموقع مركز السيارة في الصورة الثانية ليكون $x = 0$ ويمكننا الآن رسم محاور الإحداثيات والتمثيل البياني فوق الصور (الشكل 2.2b). يقع موقع السيارة كدالة زمن على خط مستقيم. ومرة أخرى، ضع في اعتبارك أننا نُمثل السيارة بنقطة واحدة.

وعند رسم تمثيلات بيانية، من المعتاد رسم المتغير المستقل - في هذه الحالة، الزمن t - على المحور الأفقي ورسم x ، الذي يسمى المتغير التابع لأن قيمته تعتمد على قيمة t ، على المحور الرأسي. الشكل 2.3 عبارة عن تمثيل بياني لموقع السيارة كدالة زمن مرسومة بهذه الطريقة المعتادة. (لاحظ أنه عند تدوير الشكل 2.2b بزاوية 90° في اتجاه عكس عقارب الساعة وإزالة صور السيارة، سيصبح التمثيلان البيانيان متطابقين).



(a)



(b)

الإزاحة

الآن بعد أن حددنا متجه الموقع، سنخطو خطوة أخرى إلى الأمام ونعرّف الإزاحة. **الإزاحة** هي الفرق بين متجه الموقع النهائي، $\vec{r}_2 \equiv \vec{r}(t_2)$ في نهاية الحركة ومتجه الموقع الابتدائي، $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}(t_1)$ ، ويُكتب متجه الإزاحة على النحو التالي

$$(2.1) \quad \Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

سنستخدم الرمز \vec{r} لمتجه الإزاحة للإشارة إلى أنه فرق بين متجهي موقع. لاحظ أن متجه الإزاحة مستقل عن موقع نقطة أصل التنظام الإحداثي. لماذا؟ إن أي تحول في التنظام الإحداثي سيضيف إلى متجه الموقع \vec{r}_2 الكمية نفسها التي يضيفها إلى متجه الموقع \vec{r}_1 وبذلك، لن يتغير الفرق بين متجهي الموقع. $\Delta \vec{r}$. وكما هو الحال مع متجه الموقع، يكون لمتجه الإزاحة في بُعد واحد مركبة x فقط، وهي الفرق بين مركبتَي x لمتجهي الموقع النهائي والابتدائي.

$$(2.2) \quad \Delta x = x_2 - x_1$$

وكما هو الحال مع متجهي الموقع أيضاً، قد تكون متجهات الإزاحة موجبة أو سالبة. وعلى وجه التحديد، يكون متجه الإزاحة $\Delta \vec{r}_{ba}$ للانتقال من النقطة a إلى النقطة b هو سالب $\Delta \vec{r}_{ab}$ للانتقال من النقطة b إلى النقطة a .

$$(2.3) \quad \Delta \vec{r}_{ba} = \vec{r}_b - \vec{r}_a = -(\vec{r}_a - \vec{r}_b) = -\Delta \vec{r}_{ab}$$

وربما يتضح لك عند هذه النقطة أن هذه العلاقة تنطبق أيضاً على المركبة x لمتجه الإزاحة.

$$\Delta x_{ba} = x_b - x_a = -(x_a - x_b) = -\Delta x_{ab}$$

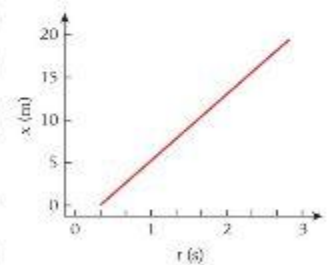
المسافة

بالنسبة إلى الحركة في خط مستقيم دون تغيير الاتجاهات، تكون **المسافة**، ℓ ، التي يقطعها جسم متحرك هي القيمة المطلقة لمتجه الإزاحة:

$$(2.4) \quad \ell = |\Delta \vec{r}|$$

بالنسبة إلى الحركة في بُعد واحد، تكون هذه المسافة أيضاً هي القيمة المطلقة للمركبة x لمتجه الإزاحة. $\ell = |\Delta x|$ (بالنسبة إلى الحركة متعددة الأبعاد، نحسب طول متجه الإزاحة كما هو موضح في الوحدة 1). ودائماً ما تكون المسافة أكبر من أو تساوي صفراً ونُقاس بوحدة قياس الموقع والإزاحة نفسها. لكن، المسافة كمية قياسية، وليست متجهة. إذا لم تكن الإزاحة في خط مستقيم أو إذا لم تكن كلها في اتجاه واحد، فسيجب تقسيم الإزاحة إلى أجزاء مستقيمة وأحادية الاتجاه تقريباً، ثم تُجمع مسافات الأجزاء المتنوعة للحصول على المسافة الكلية. توضح المسألة المحلولة التالية الفرق بين المسافة والإزاحة.

الشكل 2.2 (a) سلسلة صور من فيديو لسيارة متحركة التقطت كل $\frac{1}{30}$ ثانية، (b) السلسلة نفسها لكن مع نظام إحداثي وخط أحمر يصل بين مركز السيارة في الصور المتتالية.



الشكل 2.3 التمثيل البياني نفسه للشكل 2.2b، لكن مع تدويره حتى يكون محور الزمن أفقياً ويدون صور للسيارة.

أجزاء الرحلة

مسألة محلولة 2.1

تبلغ المسافة بين دي موين وآيو سيتي 170.5 km بطول الطريق السريع 80. وكما يتضح من الخريطة (الشكل 2.4)، أن الطريق خط مستقيم تقريبًا. وفي منتصف الطريق تقريبًا بين المدينتين، حيث يتقاطع مع الطريق السريع US63، تقع مدينة مالكوم، التي تبعد 89.9 km عن دي موين.



الشكل 2.4 الطريق 80 بين دي موين وآيو سيتي.

مراجعة المفاهيم 2.2

تقع غرفة نومك على بُعد 0.25 كيلومترًا من متجر الألبان. فتسير من غرفتك ذاهبًا إلى متجر الألبان وعائدًا معه. أي العبارات التالية سواء بالنسبة إلى رحلتك؟

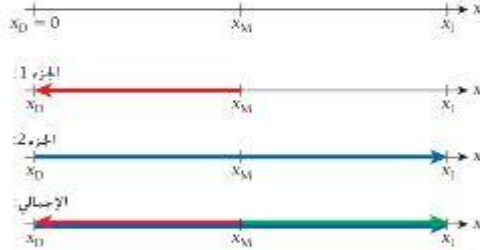
- تبلغ المسافة 0.50 كيلومترًا والإزاحة 0.50 كيلومترًا.
- تبلغ المسافة 0.50 كيلومترًا والإزاحة 0.00 كيلومترًا.
- تبلغ المسافة 0.00 كيلومترًا والإزاحة 0.50 كيلومترًا.
- تبلغ المسافة 0.00 كيلومترًا والإزاحة 0.00 كيلومترًا.

المسألة

إذا قمنا بالقيادة من مالكوم إلى دي موين ثم انتقلنا إلى آيو سيتي، فما المسافة الكلية والإزاحة الكلية لهذه الرحلة؟

الحل

فكر المسافة والإزاحة غير متطابقتين. إذا تكوت الرحلة من جزء واحد في اتجاه واحد، فستكون المسافة هي القيمة المطلقة للإزاحة. وفقًا للمعادلة 2.4 ولكن، هذه الرحلة مكونة من أجزاء مع تغير في الاتجاه، لذلك يجب أن نتوخى الحذر، حيث ستعامل مع كل جزء على حدة ثم نجمع الأجزاء في النهاية.



ارسم نظرًا لأن الطريق 80 يمثل خطًا مستقيمًا تقريبًا، يكفي رسم خط أفقي مستقيم ليكون المحور الإحداثي. ودخل مواقع المدن الثلاث على النحو التالي x_1 (آيو سيتي) و x_M (مالكوم) و x_0 (دي موين). ولنا الحرية دائمًا لتحديد نقطة أصل النظام الإحداثي، لذا نختار أن نضعها عند دي موين. ومن ثم تكون $x_0 = 0$ وكالمعتاد، نحدد الاتجاه الموجب ناحية اليمين، في الاتجاه الشرقي. انظر الشكل 2.5. نرسم أيضًا سهمًا لإزاحة جزئي الرحلة. تمثل الجزء 1 من مالكوم إلى دي موين بالسهم الأحمر والجزء 2 من دي موين إلى آيو سيتي بالسهم الأزرق. وفي النهاية، نرسم مخططًا للرحلة الكلية كمجموع للرحلتين.

الشكل 2.5 النظام الإحداثي وأجزاء الرحلة من مالكوم إلى دي موين وآيو سيتي.

ابحث بعد تحديد $x_0 = 0$ ، تصبح دي موين هي نقطة أصل النظام الإحداثي. ووفقًا للمعلومات المعطاة، تكون مالكوم عند $+89.9 \text{ km}$ و x_M وآيو سيتي عند $+170.5 \text{ km}$ ، لاحظ أننا نكتب علامة زائد أمام العددين x_M و x_1 لتذكركم بأنهما مركبتان للمتجهات الموجبة وقد تكون لهما قيم موجبة أو سالبة. بالنسبة إلى الجزء الأول، يمكن إيجاد الإزاحة من

$$\Delta x_1 = x_M - x_0.$$

وبذلك، تكون المسافة المغطاة لهذا الجزء

$$\ell_1 = |\Delta x_1| = |x_M - x_0|.$$

وبالمثل، تكون الإزاحة والمسافة للجزء الثاني كالتالي

$$\Delta x_2 = x_1 - x_M$$

$$\ell_2 = |\Delta x_2| = |x_1 - x_M|.$$

تتبع

للحصول على مجموع الجزأين، أي إجمالي الرحلة، نستخدم عملية جمع بسيطة لإيجاد الإزاحة.

$$\Delta x_{\text{إجمالي}} = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

وإجمالي المسافة.

$$l_{\text{إجمالي}} = l_1 + l_2.$$

نشاط يمكننا تبسيط المعادلة قليلًا للحصول على الإزاحة الكلية بالتعويض بتعابير الإزاحات للجزأين،

$$\begin{aligned}\Delta x_{\text{إجمالي}} &= \Delta x_1 + \Delta x_2 \\ &= (x_{D_2} - x_{M_1}) + (x_1 - x_{D_1}) \\ &= x_1 - x_{M_1}.\end{aligned}$$

هذه النتيجة مثيرة للاهتمام - بالنسبة إلى الإزاحة الكلية للرحلة بأكملها، لا يهم على الإطلاق في أي وقت بدأنا أو أين بدأنا. الإزاحة الكلية هي ناتج جمع متجه أحادي البعد، ويُشار إليها في الجزء السفلي من الشكل 2.5 بالسهم الأخضر.

احسب يمكننا الآن التعويض بالأعداد لمواقع المدن الثلاث في نظامنا الإحداثي. ثم نحصل على صافي الإزاحة في رحلتنا

$$\Delta x_{\text{إجمالي}} = x_1 - x_{M_1} = (+170.5 \text{ km}) - (+89.9 \text{ km}) = +80.6 \text{ km}.$$

بالنسبة إلى المسافة الكلية المقطوعة، نحصل على

$$l_{\text{إجمالي}} = |89.9 \text{ km}| + |170.5 \text{ km}| = 260.4 \text{ km}.$$

تذكر، أن المسافة بين دي مويين ومالكوم، أو Δx_1 ، والمسافة بين دي مويين وأيو سيتي، أو Δx_2 ، معطاة في المسألة، لذلك ليس علينا حسابها مرة أخرى من الفرق في اتجاهات الموقع للمدن.

قرب في البداية، كانت الأعداد الخاصة بالمسافات مفرجة إلى جزء من عشرة من الكيلومتر، وبما أن عملياتنا الحسابية بأكملها تساوي جمع هذه الأعداد أو طرحها، فلا عجب أننا نتوصل إلى أعداد بدقة جزء من عشرة من الكيلومتر، ولا حاجة إلى مزيد من التقريب.

تحقق ثانية كالمعتاد، نتأكد أولاً من أن وحدات الإجابة صحيحة. ونظراً لأننا نبحث عن كميات يُعد الطول، فمن الأسهل أن تكون وحدات إجابتنا بالكيلومترات. ولكن من الوهلة الأولى، قد نندهش أن صافي الإزاحة للرحلة 80.6 km فقط، وهي قيمة أصغر كثيراً من المسافة الكلية المقطوعة. وهنا نتذكر أن العلاقة بين القيمة المطلقة للإزاحة والمسافة (المعادلة 2.4) تصلح فقط إذا لم يغير الجسم المتحرك اتجاهه (لكنه قد غير اتجاهه في هذا المثال).

يتضح هذا الاختلاف بشكل أكبر في حالة الرحلة ذهاباً وإياباً. في هذه الحالة، تكون المسافة الكلية المقطوعة بالسيارة ضعف المسافة بين المدينتين، لكن الإزاحة الكلية صفر، لأن نقطة بداية الرحلة هي نفسها نقطة النهاية.

سؤال الاختبار الذاتي 2.1

افترض أننا اخترنا وضع نقطة أصل النظام الإحداثي في المسألة المخطوطة 2.1 عند مالكوم بدلاً من دي مويين. فهل سيتغير الناتج النهائي لعملياتنا الحسابية؟ وإذا كان سيتغير، فكيف؟ وإذا لم يتغير، فما السبب؟

هذه النتيجة عامة، إذا كان الموقع الأول هو نفسه الموقع النهائي، فإن الإزاحة الكلية 0 يبدو أن مثال الرحلة واضح، لكنه قد يكون صعباً في كثير من أسئلة الاختبار. لذلك يجب أن نتذكر أن الإزاحة متجه، بينما المسافة كمية قياسية موجبة.

2.3 متجه السرعة المتجهة والسرعة المتجهة المتوسطة والسرعة

ليس الاختلاف بين المسافة (كمية قياسية) والإزاحة (كمية متجهة) فقط في العيزاء، لكن معدلات تغيرهما مع الزمن تختلف أيضاً. وعلى الرغم من أن كلمتي "السرعة" و"السرعة المتجهة" تُستخدمان كثيراً للإشارة إلى شيء واحد في حديثنا اليومي، تشير كلمة "السرعة" في الفيزياء إلى كمية تغير قياسية وكلمة "السرعة المتجهة" إلى متجه.

نعرف v_x المركبة x لمتجه السرعة، بأنه التغير في الموقع (أي مركبة الإزاحة) في فترة زمنية محددة مقسومًا على هذه الفترة الزمنية، $\Delta x/\Delta t$. ويمكن أن تتغير السرعة المتجهة من لحظة إلى أخرى. والسرعة المتجهة المحسوبة عن طريق تحديد نسبة الإزاحة في فترة زمنية معينة هي متوسط السرعة المتجهة خلال هذه الفترة الزمنية، أو المركبة x للسرعة المتجهة المتوسطة، \bar{v}_x .

$$(2.5) \quad \bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

الرمز: الحظ القصير أعلى الرمز هو رمز حساب المتوسط خلال فترة زمنية محددة. في حساب التفاضل والتكامل، يتم الحصول على مشتقة الزمن بحساب النهاية عند اقتراب الفترة الزمنية من صفر. وتستخدم المفهوم نفسه هنا لتعريف **السرعة المتجهة اللحظية**، التي يُشار إليها عادة باسم **السرعة المتجهة**، كمشتقة الزمن للإزاحة. وبالنسبة إلى المركبة x لمتجه السرعة المتجهة، يتضمن ذلك

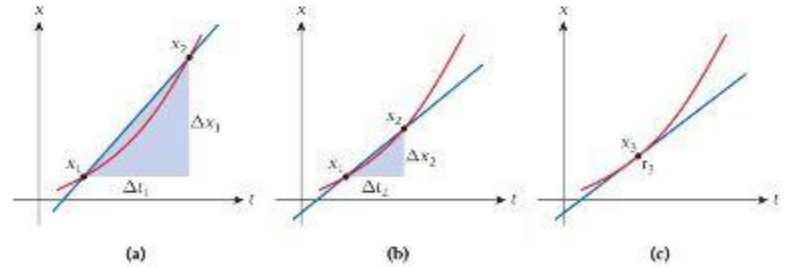
$$(2.6) \quad v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v}_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx}{dt}$$

يمكننا الآن تعريف متجه السرعة، \vec{v} ، بأنه المتجه الذي تكون كل مركبة له هي مشتقة الزمن لمركبة متجه الموقع المناظرة.

$$(2.7) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

مع العلم أن عملية الاشتقاق تنطبق على كل مركبة من مركبتي المتجه. في حالة البعد الأحادي، يكون لمتجه السرعة هذا \vec{v} للمركبة x فقط، v_x . وتكون السرعة المتجهة مكافئة لمركبة سرعة متجهة واحدة في الاتجاه x المكاني.

يعرض الشكل 2.6 ثلاثة تمثيلات بيانية لموقع جسم ما بالنسبة إلى الزمن. ويوضح الشكل 2.6a أنه يمكننا حساب السرعة المتجهة المتوسطة للجسم بإيجاد التغير في موقع الجسم بين نقطتين وقسمته على الزمن الذي يستغرقه للانتقال من x_1 إلى x_2 . هذا يعني أن السرعة المتجهة المتوسطة تُحدد من الإزاحة، Δx_1 ، مقسومة على الفترة الزمنية، Δt_1 . أو $\bar{v}_1 = \Delta x_1/\Delta t_1$ في الشكل 2.6b. تُحدد السرعة المتجهة المتوسطة، $\bar{v}_2 = \Delta x_2/\Delta t_2$ ، خلال فترة زمنية أقل، Δt_2 وفي الشكل 2.6c. تمثل السرعة المتجهة اللحظية، $v(t) = dx/dt$ ، ميل المستقيم الأزرق المماس للمنحنى الأحمر عند $t = t_0$. ونظرًا لأن الموقع $x(t)$ والسرعة المتجهة هي متجه، يشير في اتجاه متجه الإزاحة متناهية الصغر نفسه، dx . ونظرًا لأن الموقع $x(t)$ والإزاحة $\Delta x(t)$ دالتان للزمن، فإن السرعة المتجهة مثلها. ونظرًا لأن متجه السرعة المتجهة يعترف بأنه مشتقة الزمن لمتجه الإزاحة، فستسري عليه جميع قواعد التفاضل الموضحة في حساب التفاضل والتكامل. إذا احتجت إلى تنشيط ذاكرتك، فراجع الملحق A.



الشكل 2.6 السرعة اللحظية كحد لنسبة الإزاحة إلى الفترة الزمنية، (a) سرعة متوسطة خلال فترة زمنية كبيرة، و(b) سرعة متوسطة خلال فترة زمنية صغيرة، و(c) سرعة لحظية عند زمن محدد، t_0 .

مثال 2.1 تغير السرعة المتجهة مع الزمن

المسألة

خلال الفترة الزمنية من 0.0 إلى 10.0 s، يتحدد متجه الموقع لسيارة تسير على الطريق من المعادلة $x(t) = a + bt + ct^2$ ، حيث $a = 17.2$ m و $b = -10.1$ m/s و $c = 1.10$ m/s². ما السرعة المتجهة للسيارة كدالة زمن؟ ما السرعة المتجهة المتوسطة للسيارة خلال هذه الفترة الزمنية؟

الحل

وفقاً لتعريف السرعة المتجهة في المعادلة 2.6، توجد مشتقة الزمن لدالة متجه الموقع لنحصل إلى الحل:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(a + bt + ct^2) = b + 2ct = -10.1 \text{ m/s} + 2 \cdot (1.10 \text{ m/s}^2)t.$$

من المعيد تمثيل هذا الحل بيانياً. في الشكل 2.7، يظهر الموقع كدالة زمن باللون الأزرق، وتظهر السرعة المتجهة كدالة زمن باللون الأحمر. في البداية، تبلغ قيمة السرعة المتجهة -10.1 m/s. وعند $t = 10$ s، تبلغ قيمة السرعة المتجهة $+11.9$ m/s.

لاحظ أن السرعة المتجهة تكون في البداية سالبة، وتبلغ صفراً عند $t = 4.59$ s (يشار إليها بإخط المتقطع الرأس في الشكل 2.7). ثم تصبح موجبة بعد 4.59 s. وعند $t = 4.59$ s، يوضح التمثيل البياني للموقع $x(t)$ قيمة قصوى (الحد الأدنى في هذه الحالة). كما هو متوقع تماماً من حساب التفاضل والتكامل، بما أن

$$\frac{dx}{dt} = b + 2ct_0 = 0 \Rightarrow t_0 = -\frac{b}{2c} = -\frac{-10.1 \text{ m/s}}{2 \cdot 2.20 \text{ m/s}^2} = 4.59 \text{ s}.$$

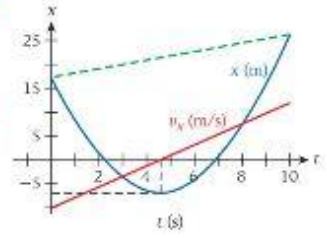
من تعريف السرعة المتجهة المتوسطة، نعرف أنه لتحديد السرعة المتجهة المتوسطة خلال فترة زمنية، فإننا نحتاج إلى طرح الموقع في بداية الفترة الزمنية من الموقع في نهاية الفترة الزمنية. وبالتحديد بـ $t = 0$ و $t = 10$ s في المعادلة الخاصة بمتجه الموقع كدالة زمن. نحصل على $x(t = 0) = 17.2$ m و $x(t = 10 \text{ s}) = 26.2$ m. وبذلك،

$$\Delta x = x(t = 10) - x(t = 0) = 26.2 \text{ m} - 17.2 \text{ m} = 9.0 \text{ m}.$$

ثم نحصل على السرعة المتجهة المتوسطة خلال هذه الفترة الزمنية:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9.0 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 0.90 \text{ m/s}.$$

يكون ميل المستقيم المتقطع الأخضر في الشكل 2.7 هو السرعة المتجهة المتوسطة خلال هذه الفترة الزمنية.



الشكل 2.7 التمثيل البياني للموقع x والسرعة المتجهة v_x كدالة للزمن t . يمثل ميل الخط المتقطع السرعة المتوسطة لفترة زمنية من 0 إلى 10 s.

السرعة

السرعة هي القيمة المطلقة لمتجه السرعة المتجهة. وبالنسبة إلى الجسم المتحرك، تكون السرعة دائماً موجبة. وتستخدم "السرعة" و"السرعة المتجهة" في الحياة اليومية للإشارة إلى شيء واحد، لكنهما مختلفان جداً في المصطلحات الفيزيائية، فالسرعة المتجهة متجه، أي لها اتجاه، ففي حالة الحركة في بُعد واحد، يمكن أن يتجه متجه السرعة المتجهة إلى الاتجاه الموجب أو السالب، أي، يمكن أن تكون مركبته بأي من الإشارتين. أما السرعة فهي المقدار المطلق لمتجه السرعة المتجهة ولذلك فهي كمية قياسية:

$$(2.8) \quad \text{السرعة} = v = |\vec{v}| = |v_x|.$$

يستفيد الجزء الأخير من هذه المعادلة من حقيقة أن متجه السرعة المتجهة له مركبة x فقط في حالة الحركة في بُعد واحد.

في التجربة اليومية، ندرك أن السرعة لا يمكن أن تكون سالبة؛ تُنشر حدود السرعة دائماً كأعداد موجبة، وتعرض شاشات الرادار التي تقيس سرعة السيارات المارة أعداداً موجبة دائماً (الشكل 2.8). في البداية، تم تعريف المسافة بأنها القيمة المطلقة للإزاحة لكل جزء من خط مستقيم لا تعكس فيه الحركة اتجاهياً (انظر المناقشة عقب المعادلة 2.4). ويبلغ متوسط السرعة عند قطع المسافة ℓ خلال الفترة الزمنية Δt

$$(2.9) \quad \text{متوسط السرعة} = \bar{v} = \frac{\ell}{\Delta t}.$$



الشكل 2.8 قياس سرعات السيارات للتردد.

2.3 مراجعة المفاهيم

يعرض عداد السرعة في سيارتك

- (a) متوسط السرعة.
- (b) السرعة اللحظية.
- (c) متوسط الإزاحة.
- (d) الإزاحة اللحظية.



الشكل 2.9 اختيار محور x في حمام سباحة.

السرعة والسرعة المتجهة

مثال 2.2

يفرض أن سباحة تكمل أول 50 m من 100 m في سباق السباحة الحرة في 38.2 s. وبعد أن تصل إلى الجانب البعيد من حمام السباحة الذي يبلغ طوله 50 m، تستدير وتعاود السباحة رجوعًا إلى نقطة البداية خلال 42.5 s.

المسألة

ما السرعة المتجهة المتوسطة للسباحة ومتوسط السرعة لـ (a) المرحلة من بداية حمام السباحة إلى الجانب البعيد له و(b) مرحلة العودة و(c) الدورة الكلية؟

الحل

نبدأ بتعريف نظامنا الإحداثي، كما هو مبين في الشكل 2.9. يُشير المحور x الموجب إلى أسفل الصفحة.

(a) المرحلة الأولى للسباحة: نبدأ السباحة من $x_1 = 0$ ونسبح إلى $x_2 = 50$ m. وتستغرق $\Delta t = 38.2$ s لإتمام هذه المرحلة. وتبلغ سرعتها المتجهة المتوسطة في المرحلة 1، وفقًا لتعريفنا

$$\bar{v}_{x1} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{50 \text{ m} - 0 \text{ m}}{38.2 \text{ s}} = \frac{50}{38.2} \text{ m/s} = 1.31 \text{ m/s}.$$

متوسط سرعتها هو المسافة مقسومة على الفترة الزمنية، والتي تبلغ قيمتها في هذه الحالة الغبية المطلقة لـ $\bar{v}_{x1} = 1.31 \text{ m/s}$ ، أو

(b) المرحلة الثانية للسباحة:

نستخدم النظام الإحداثي نفسه للمرحلة 2 كما في المرحلة 1. هذا الاختيار يعني أن السباحة تبدأ من $x_1 = 50$ m وتنتهي عند $x_2 = 0$ m. وتستغرق $\Delta t = 42.5$ s لإتمام هذه المرحلة. وتبلغ سرعتها المتجهة المتوسطة لهذه المرحلة

$$\bar{v}_{x2} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m} - 50 \text{ m}}{42.5 \text{ s}} = \frac{-50}{42.5} \text{ m/s} = -1.18 \text{ m/s}.$$

لاحظ الإشارة السالبة للسرعة المتجهة المتوسطة لهذه المرحلة. السرعة المتوسطة مرة أخرى هي المقدار المطلق للسرعة المتجهة المتوسطة، أو $|\bar{v}_{x2}| = |-1.18 \text{ m/s}| = 1.18 \text{ m/s}$ ، أو

(c) الدورة الكاملة:

يمكننا إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة بطريقتين، كما يوضح أن الإجابة الناتجة عنهما واحدة. أولاً، نظرًا لأن السباحة بدأت من $x_1 = 0$ وانتهت عند $x_2 = 0$ ، يكون الفرق 0 ومن ثم، يبلغ صافي الإزاحة 0. ومن ثم تكون السرعة المتجهة المتوسطة 0 أيضًا. يمكننا أيضًا إيجاد السرعة المتجهة المتوسطة للدورة الكاملة عن طريق حساب مجموع مركبات السرعات المتجهة المتوسطة للجولات الفردية خلال فترة زمنية معينة:

$$\bar{v}_x = \frac{\bar{v}_{x1} \cdot \Delta t_1 + \bar{v}_{x2} \cdot \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{(1.31 \text{ m/s})(38.2 \text{ s}) + (-1.18 \text{ m/s})(42.5 \text{ s})}{(38.2 \text{ s}) + (42.5 \text{ s})} = 0.$$

ما النتيجة التي نتوصل إليها لمتوسط السرعة؟ متوسط السرعة، وفقًا لتعريفنا، هو المسافة الكلية مقسومة على الزمن الكلي. تبلغ المسافة الكلية 100 m والزمن الكلي 38.2 s زائد 42.5 s أو 80.7 s. ومن ثم،

$$\bar{v} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{100 \text{ m}}{80.7 \text{ s}} = 1.24 \text{ m/s}.$$

يمكننا أيضًا أن نستخدم مجموع متوسط السرعات المحسوب خلال فترة زمنية، لتصل إلى النتيجة نفسها. لاحظ أن متوسط السرعة للدورة الكاملة يقع بين قيمة سرعة المرحلة 1 والمرحلة 2، إلا أنه لا يقع في منتصف هاتين القيمتين بالضبط، لكنه أقرب إلى الغيبة الأقل لأن السباحة أمضت زمانًا كبيرًا في إكمال المرحلة 2.

2.4 متجه العجلة

منظما تم تعريف السرعة المتجهة المتوسطة بأنها الإزاحة في فترة زمنية معينة، يتم تعريف مركبة x للعجلة المتوسطة بأنها تغير السرعة المتجهة في فترة زمنية معينة:

$$(2.10) \quad \bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}.$$

مراجعة المفاهيم 2.4

تعريف العجلة المتوسطة بأنها

- (a) التغير في الإزاحة في فترة زمنية معينة.
 (b) التغير في الموقع في فترة زمنية معينة.
 (c) التغير في السرعة المتجهة في فترة زمنية معينة.
 (d) التغير في السرعة في فترة زمنية معينة.

مراجعة المفاهيم 2.5

عندما تقود سيارة على طريق مستقيم، فقد تسير في الاتجاه الموجب أو السالب، وربما تكون حركتك بعجلة موجبة أو عجلة سالبة. صل المجموعات التالية المكونة من السرعة المتجهة والعجلة بقائمة النتائج.

- (a) سرعة متجهة موجبة، عجلة موجبة
 (b) سرعة متجهة موجبة، عجلة سالبة
 (c) سرعة متجهة سالبة، عجلة موجبة
 (d) سرعة متجهة سالبة، عجلة سالبة
- (1) تقليل السرعة في الاتجاه الموجب
 (2) زيادة السرعة في الاتجاه السالب
 (3) زيادة السرعة في الاتجاه الموجب
 (4) تقليل السرعة في الاتجاه السالب

مراجعة المفاهيم 2.6

من أمثلة الحركة في بعد واحد بعجلة ثابتة

- (a) حركة السيارة في سباق ناسكار.
 (b) دوران الأرض حول الشمس.
 (c) سقوط جسم ما سقوطاً حراً.
 (d) لا شيء مما سبق يسف الحركة في بعد واحد بعجلة ثابتة.

الشكل 2.10 العجلة اللحظية كحد

نسبة التغير في السرعة المتجهة إلى الفترة الزمنية. (a) العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية كبيرة، و (b) العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية أصغر، و (c) العجلة اللحظية كنهاية عند وصول المدة الزمنية إلى صفر.

بالمثل، يتم تعريف المركبة x للعجلة اللحظية بأنها نهاية العجلة المتوسطة عند اقتراب الفترة الزمنية من 0.

$$(2.11) \quad a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{a}_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

يمكننا الآن تعريف متجه العجلة كما يلي

$$(2.12) \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

حيث تعمل عملية الاشتقاق على المركبة، كما هو الحال في تعريف متجه السرعة المتجهة. ويوضح الشكل 2.10 هذه العلاقة بين السرعة المتجهة والفترة الزمنية والعجلة المتوسطة والعجلة اللحظية كنهاية للعجلة المتوسطة (لفترة زمنية متناصفة). في الشكل 2.10a، تتحدد العجلة المتوسطة بالتغير في السرعة المتجهة، Δv_1 ، مقسوماً على الفترة الزمنية Δt_1 ، وفي الشكل 2.10b، تتحدد العجلة المتوسطة خلال فترة زمنية أقل، Δt_2 ، في الشكل 2.10c، يتم تمثيل العجلة اللحظية، $\vec{a}(t_3) = dv/dt|_{t=t_3}$ ، بميل المستقيم الأزرق للمماس للمنحنى الأحمر عند $t = t_3$ ، الشكل 2.10 يشبه الشكل 2.6 كثيراً، ولم يحدث ذلك صدفة، حيث يؤكد الشبه على أن العمليات الحسابية والعلاقات الفيزيائية التي تربط متجهات السرعة المتجهة والعجلة هي نفسها تلك التي تربط متجهات الموقع والسرعة المتجهة. العجلة هي مشتقة الزمن للسرعة المتجهة، والسرعة المتجهة هي مشتقة الزمن للإزاحة، والعجلة هي المشتقة الثانية للإزاحة.

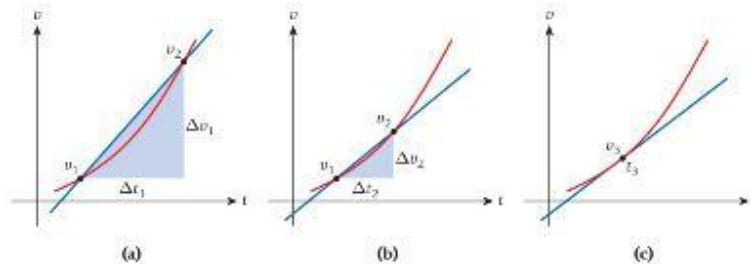
$$(2.13) \quad a_x = \frac{d}{dt} v_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} x \right) = \frac{d^2}{dt^2} x$$

لا توجد كلمة في لغتنا اليومية تعبر عن القيمة المطلقة للعجلة.

لا حظ أننا غالباً ما نشير إلى تباطؤ الجسم بأنه تناقص سرعة الجسم بمرور الزمن، وهو يتناسب مع العجلة في الاتجاه العكس لحركة الجسم.

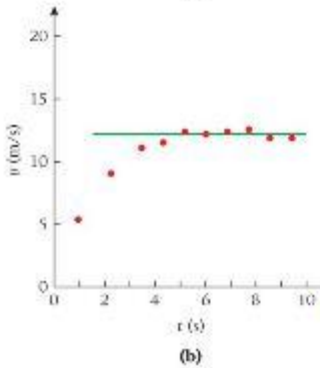
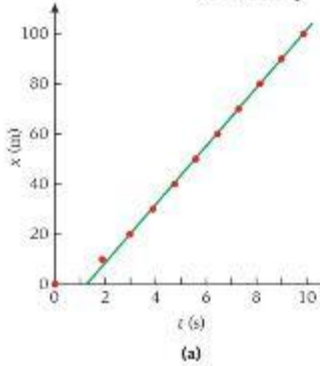
عند الحركة في بعد واحد، تستلزم العجلة، وهي التغير في السرعة المتجهة، تغيراً في مقدار السرعة المتجهة - أي، السرعة، لكن، في الوحدة التالية، سندرس الحركة في أكثر من بعد مكاني، حيث يمكن أن يغير متجه السرعة المتجهة اتجاهه أيضاً، وليس مقداره فقط. في الوحدة 9، سندرس الحركة في دائرة بسرعة ثابتة؛ في هذه الحالة، توجد عجلة ثابتة تحافظ على حركة الجسم في مسار دائري وتترك السرعة ثابتة.

كما يتضح من مراجعة المفاهيم 2.5، حتى في البعد الواحد، العجلة الموجبة لا تعني بالضرورة زيادة السرعة، والعجلة السالبة لا تعني ضرورة أن يظل الجسم من سرعته، بل، تتحدد الحركة من التوافق بين السرعة المتجهة والعجلة، إذا كانت السرعة المتجهة والعجلة في الاتجاه نفسه، فإن الجسم يتحرك بشكل أسرع؛ وإذا كانتا في الاتجاهين متعاكسين، فإن سرعة الجسم تنخفض. وسندرس هذه العلاقة أكثر في الوحدة التالية.



(s)	x(m)	v _x (m/s)	a _x (m/s ²)
0.00	0	5.12	5.66
1.88	10	9.26	2.66
2.96	20	10.87	1.61
3.88	30	11.24	0.40
4.77	40	11.90	0.77
5.61	50	11.76	-0.17
6.46	60	11.90	0.17
7.30	70	12.05	0.17
8.13	80	11.49	-0.65
9.00	90	11.49	0.00
9.87	100		

الشكل 2.11 الزمن والموقع والسرعة المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة أثناء تسجيل كارل لويس رقمه القياسي العالمي في سباق 100 m



الشكل 2.12 تحليل سباق كارل لويس لسباق 100 m سنة 1991. (a) موقعه كدالة للزمن، (b) سرعته المتجهة كدالة للزمن.

2.5 حلول الكمبيوتر وصيغ الفرق

في بعض الحالات، تغير العجلة كدالة للزمن، لكن شكل الدالة الدقيق غير معلوم مسبقًا. ومع ذلك، لا يزال بإمكاننا حساب السرعة المتجهة والعجلة حتى إذا كان الموقع معلومًا عند نقاط زمنية معينة فقط. ويوضح المثال التالي هذا الإجراء.

مثال 2.3 الرقم القياسي العالمي لسباق 100 m

في بطولات ألعاب القوى العالمية المتعددة عام 1991 في طوكيو، باليابان، حقق كارل لويس لاعب الولايات المتحدة رقمًا قياسيًا عالميًا جديدًا في سباق 100 m. ويوضح الشكل 2.11 الأزمنة التي وصل فيها إلى علامة 10 m وعلامة 20 m وهكذا، بالإضافة إلى قيم سرعته المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة، المحسوبة من الصيغ الواردة في المادلتين 2.5 و 2.10. ويتضح من الشكل 2.11 أنه بعد مرور حوالي 3 s، وصل لويس إلى سرعة متوسطة ثابتة تقريبًا تتراوح بين 11 m/s و 12 m/s.

كما يشير الشكل 2.11 إلى كيفية الحصول على قيم السرعة المتجهة المتوسطة والعجلة المتوسطة. خذ، على سبيل المثال، المربعين العلويين ذوي اللونين الأخضرين، اللذين يحتويان على أزمنة ومواقع القياسين. من هذين المربعين نحصل على $\Delta x = 20 \text{ m} - 10 \text{ m} = 10 \text{ m}$ و $\Delta t = 2.96 \text{ s} - 1.88 \text{ s} = 1.08 \text{ s}$ وتصبح السرعة المتجهة المتوسطة في هذه الفترة الزمنية $\bar{v} = \Delta x / \Delta t = 10 \text{ m} / 1.08 \text{ s} = 9.26 \text{ m/s}$ وقد قربنا هذه النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية، لأن الأزمنة كانت معطاة بهذه الدقة. ويمكننا افتراض أن دقة المسافات أفضل، لأن هذه البيانات مستخرجة من تحليل الفيديو الذي أوضح الأزمنة التي عبر عندها لويس العلامات الموجودة على الأرض.

في الشكل 2.11 توجد السرعة المتجهة المتوسطة المحسوبة في المنتصف بين خطي الزمن والمسافة. وبذلك يتضح أنه تقدير جيد للسرعة المتجهة اللحظية في منتصف الفترة الزمنية.

تم الحصول على السرعات المتجهة المتوسطة للفرات الزمنية الأخرى بالطريقة نفسها. باستخدام الأعداد الموجودة في المربعين الأخضرين الثاني والثالث في الشكل 2.11، حصلنا على سرعة متجهة متوسطة تبلغ 10.87 m/s للفترة الزمنية من 2.96 s إلى 3.88 s ومع وجود قيمتين للسرعة المتجهة، يمكننا استخدام صيغة الفرق للعجلة لحساب العجلة المتوسطة. وهنا نفترض أن السرعة المتجهة اللحظية في زمن يعادل منتصف المسافة بين المربعين الأخضرين الأولين (2.42 s) تساوي السرعة المتجهة المتوسطة خلال الفترة الزمنية بين المربعين الأخضرين الأولين، أو 9.26 m/s وبالمثل، نأخذ السرعة المتجهة اللحظية عند 3.42 s (منتصف الطريق بين المربعين الثاني والثالث) لتكون 10.87 m/s. إذاً، العجلة المتوسطة بين 2.42 s و 3.42 s هي

$$\bar{a}_x = \Delta v_x / \Delta t = (10.87 \text{ m/s} - 9.26 \text{ m/s}) / (3.42 \text{ s} - 2.42 \text{ s}) = 1.61 \text{ m/s}^2.$$

من الإدخالات في الشكل 2.11 التي تم الحصول عليها بالطريقة نفسها، يمكننا أن نرى أن لويس بلغ أقصى عجلة له بين بداية السباق وعلامة 30-m، حيث بلغ أقصى سرعة متجهة له بين 11 m/s و 12 m/s ثم قام بالعدو بتلك السرعة المتجهة تقريبًا حتى وصل إلى خط النهاية. تظهر هذه النتيجة بشكل أوضح في العرض البياني لوقته مقابل الزمن خلال السباق (الشكل 2.12a). تمثل النقاط الحمراء نقاط البيانات من الشكل 2.11، ويمثل الخط المستقيم الأخضر سرعة متجهة ثابتة تبلغ 11.58 m/s في الشكل 2.12b. زسيت السرعة المتجهة للويس كدالة للزمن، ويمثل الخط الأخضر مرة أخرى سرعة متجهة ثابتة تبلغ 11.58 m/s حتى النقاط الست الأخيرة، حيث لم يعد لويس يزيد من عجلته بل يعدو بسرعة ثابتة.

هذا النوع من التحليل العددي الذي يتعامل مع السرعات المتجهة المتوسطة والعجلات كتقريبات للقيم اللحظية لهذه الكميات شائع في جميع أنواع التطبيقات العلمية والهندسية، ولا غنى عنه في حالة عدم معرفة التبعيات الدالية الدقيقة للزمن ولكن على الباحثين الاعتماد على التقريبات العددية للمشتقات التي تم الحصول عليها من خلال صيغ الفرق. وتم الاستعانة من صيغ الفرق، مثل تلك الصيغ المقدمة هنا في معظم الحلول العملية للمسائل العلمية والهندسية التي تم التوصل إليها بمساعدة أجهزة الكمبيوتر. يُخصص مجال التحليل العددي بالكامل لإيجاد تقريبات عديدة أفضل تتيح إجراء العمليات الحسابية بالكمبيوتر ومحاكاة العمليات الطبيعية بشكل أكثر دقة وسرعة. وهناك صيغ فروق تشبه الصيغ الموضحة في هذه الوحدة ولها أهمية في العمل اليومي للعلماء والمهندسين مثل التعابير التحليلية لحساب التفاضل والتكامل. وقد جاءت هذه الأهمية نتيجة لثورة الكمبيوتر في العلوم والتكنولوجيا، التي، مع ذلك، لم تظل من أهمية محتويات هذا الكتاب المدرسي. ولاستنباط حل صحيح لمسألة هندسية أو علمية، لا بد من فهم المبادئ

الفيزيائية الأساسية، بصرف النظر عن التقنيات الحاسوبية التي نستخدمها. ويعرف هذه الحقيقة جيداً مصممو أعلام الرسوم المتحركة المتطورة ومصممو التأثيرات الرقمية الخاصة، الذين يجب أن يحصلوا على دروس في الفيزياء الأساسية لضمان ظهور دوائج عمليات المحاكاة الحاسوبية التي يقدمونها بشكل واقعي أمام الجمهور.

2.6 إيجاد الإزاحة والسرعة المتجهة من العجلة

'تعرف حقيقة أن التكامل هو العملية العكسية للتفاضل باسم النظرية الأساسية لحساب التفاضل والتكامل. ونتيج لنا عكس عملية التفاضل التي تبدأ من الإزاحة إلى السرعة المتجهة إلى العجلة ليتم بدلاً من ذلك إجراء تكامل لمعادلة السرعة المتجهة (2.6) للحصول على الإزاحة ومعادلة العجلة (2.13) للحصول على السرعة المتجهة. لنبدأ بمعادلة المركبة x للسرعة المتجهة:

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_{t_0}^t v_x(t') dt' = \int_{t_0}^t \frac{dx(t')}{dt'} dt' = x(t) - x(t_0) \Rightarrow$$

$$(2.14) \quad x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v_x(t') dt'$$

الرمز: مرة أخرى استخدمنا هنا قاعدة أن $x(t_0) = x_0$ الموقع الابتدائي. علاوة على ذلك، استخدمنا الرمز t' في التكامل المحدد في المعادلة 2.14، وبيدكرنا هذا الرمز الأولي بأن متغير التكامل متغير وهمي، يُستخدم لتحديد الكمية الفيزيائية التي نريد إجراء تكامل لها. وفي هذا الكتاب، سنحتفظ بالرمز الأولي لمتغيرات التكامل الوهمية في عمليات التكامل المحدود. (لاحظ أن بعض الكتب تستخدم كلمة أولي للإشارة إلى مشتق مكاني، لكن لتجنب اللبس، لن نستخدمها في هذا الكتاب). وبالمثل، نقوم بإجراء تكامل للمعادلة 2.13 لمركبة x للعجلة للحصول على تعبير لمركبة x للسرعة المتجهة:

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_{t_0}^t a_x(t') dt' = \int_{t_0}^t \frac{dv_x(t')}{dt'} dt' = v_x(t) - v_x(t_0) \Rightarrow$$

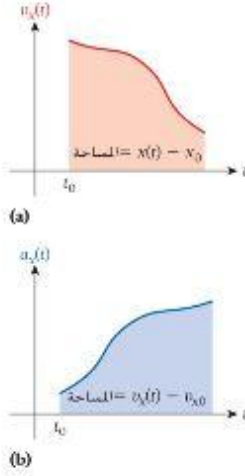
$$(2.15) \quad v_x(t) = v_{x0} + \int_{t_0}^t a_x(t') dt'$$

هنا نجد أن $v_x(t_0) = v_{x0}$ هو مركبة السرعة المتجهة الابتدائية في الاتجاه x ، وكما هو الحال مع عملية الاشتقاق، فهنا أن التكامل يعمل على المركبة، لذا يمكننا كتابة علاقات التكامل للمتجهات من علاقات التكامل للمركبات الواردة في المعادلتين 2.14 و 2.15، إذاً لدينا

$$(2.16) \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \int_{t_0}^t \vec{v}(t') dt'$$

$$(2.17) \quad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \int_{t_0}^t \vec{a}(t') dt'$$

تعني هذه النتيجة أنه يمكننا حساب متجه السرعة المتجهة لأي تغير في متجه العجلة مع الزمن، بشرط وجود القيمة الابتدائية لمتجه السرعة المتجهة. كما يمكننا حساب متجه الإزاحة، إذا عرفنا قيمته الابتدائية ومقدار تغير متجه السرعة مع الزمن.



الشكل 2.13 التفسير الهندسي لتكامل (a) السرعة المتجهة و (b) العجلة بالنسبة إلى الزمن.

أما في حساب التعاضل والتكامل، فربما عرفت أن التفسير الهندسي للتكامل المحدد هو مساحة أسفل منحني. وهذا صحيح بالنسبة إلى المعادلتين 2.14 و 2.15، حيث يمكننا أن نفسر المساحة أسفل المنحني $v_x(t)$ بين t_0 و t على أنها الفرق في الموضع بين هذين الزمتين، كما هو موضح في الشكل 2.13a. ويوضح الشكل 2.13b أن المساحة أسفل المنحني $a_x(t)$ في الفترة الزمنية بين t_0 و t هي فرق السرعة المتجهة بين هذين الزمتين.

2.7 الحركة بعجلة ثابتة

في كثير من المواقف الفيزيائية، تكون العجلة التي يتعرض لها الجسم ثابتة تقريباً أو ربما تكون ثابتة بالفعل. ويمكننا استنباط معادلات مفيدة لهذه الحالات الخاصة للحركة بعجلة ثابتة. إذا كانت العجلة، a_x ، ثابتة، فسنتكون نتيجة تكامل الزمن المستخدم للحصول على السرعة المتجهة في المعادلة 2.15 كما يلي

$$v_x(t) = v_{x0} + \int_0^t a_x dt' = v_{x0} + a_x \int_0^t dt' \rightarrow$$

$$(2.18) \quad v_x(t) = v_{x0} + a_x t.$$

حيث افترضنا أن الحد السفلي للتكامل $t_0 = 0$ للتبسيط. ويعني هذا أن السرعة المتجهة دالة خطية للزمن.

$$x = x_0 + \int_0^t v_x(t') dt' = x_0 + \int_0^t (v_{x0} + a_x t') dt'$$

$$= x_0 + v_{x0} \int_0^t dt' + a_x \int_0^t t' dt' \Rightarrow$$

$$(2.19) \quad x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2.$$

إذا، مع العجلة الثابتة، تكون السرعة المتجهة دائماً دالة خطية للزمن، ويكون الموقع دالة تربيعية للزمن. ويمكن استنباط ثلاث معادلات أخرى مفيدة باستخدام المعادلتين 2.18 و 2.19 كنقاط بداية. بعد أن نذكر هذه المعادلات الثلاث، سنتناول اشتقاقاتها.

السرعة المتجهة المتوسطة في الفترة الزمنية من 0 إلى t هي متوسط السرعات المتجهة في بداية الفترة الزمنية وفي نهايتها:

$$(2.20) \quad \bar{v}_x = \frac{1}{2}(v_{x0} + v_x).$$

تؤدي السرعة المتجهة المتوسطة من المعادلة 2.20 إلى طريقة بديلة للتعبير عن الموقع:

$$(2.21) \quad x = x_0 + \bar{v}_x t.$$

في النهاية، يمكننا كتابة معادلة لمربع السرعة المتجهة لا تتضمن الزمن صراحة،

$$(2.22) \quad v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0).$$

الاشتقاق 2.1

من الناحية الرياضية، للحصول على المتوسط الزمني لكمية خلال فترة زمنية معينة Δt ، يجب علينا حساب تكامل هذه الكمية خلال الفترة الزمنية ثم القسمة على الفترة الزمنية:

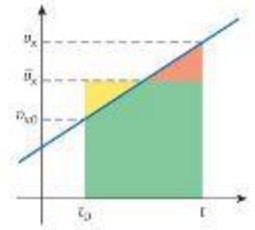
$$\bar{v}_x = \frac{1}{t} \int_0^t v_x(t') dt' = \frac{1}{t} \int_0^t (v_{x0} + a_x t') dt'$$

$$= \frac{v_{x0}}{t} \int_0^t dt' + \frac{a_x}{t} \int_0^t t' dt' = v_{x0} + \frac{1}{2}a_x t$$

$$= \frac{1}{2}v_{x0} + \frac{1}{2}(v_{x0} + a_x t)$$

$$= \frac{1}{2}(v_{x0} + v_x).$$

يتبع



الشكل 2.14 التمثيل البياني للسرعة المتجهة مقابل الزمن للحركة بعجلة ثابتة.

يوضح الشكل 2.14 الإجراء المتبع لحساب متوسط العترة الزمنية t_0 إلى t . يمكنك أن ترى أن مساحة شبه المنحرف الذي تشكله من الخط الأزرق الذي يمثل $v(t)$ والخطين الرأسين عند t_0 و t تساوي مساحة المربع الذي يشكله الخط الأفقي إلى \bar{v}_x والخطين الرأسين. وخط الأساس لكلتا المساحتين هو المحور الأفقي t . ويتضح تساوي المساحتين إذا لاحظت أن الثلث الأصغر (جزءاً من المربع) والمثلث البرتقالي (جزءاً من شبه المنحرف) متساويان في الحجم. (جربها). مساحة المربع $(t - t_0)$ ومساحة شبه المنحرف $\frac{1}{2}(v_{x0} + v_x)(t - t_0)$ ، وبمساواة هاتين المساحتين، نحصل على المعادلة 2.20 مرة أخرى. ولاستنباط معادلة الموقع، نفرض $t_0 = 0$. ونستخدم التعبير $\bar{v}_x = v_{x0} + \frac{1}{2}a_x t$ ونضرب الطرفين في الزمن:

$$\begin{aligned}\bar{v}_x &= v_{x0} + \frac{1}{2}a_x t \\ \Rightarrow \bar{v}_x t &= v_{x0} t + \frac{1}{2}a_x t^2.\end{aligned}$$

نقارن الآن هذه النتيجة بالتعبير الذي حصلنا عليه لـ x (المعادلة 2.19) ونوصل إلى:

$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 = x_0 + \bar{v}_x t.$$

بالنسبة إلى اشتقاق المعادلة 2.22 لمربع السرعة المتجهة، نحل المعادلة $v_x = v_{x0} + a_x t$ للزمن. لنحصل على $t = (v_x - v_{x0})/a_x$. ثم ن عوض في التعبير الخاص بالموقع. وهو المعادلة 2.19.

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ &= x_0 + v_{x0} \left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x} \right) + \frac{1}{2} a_x \left(\frac{v_x - v_{x0}}{a_x} \right)^2 \\ &= x_0 + \frac{v_x v_{x0} - v_{x0}^2}{a_x} + \frac{1}{2} \frac{v_x^2 + v_{x0}^2 - 2v_x v_{x0}}{a_x}.\end{aligned}$$

بعد ذلك، نطرح x_0 من طرفي المعادلة ثم نضرب في a_x :

$$\begin{aligned}a_x (x - x_0) &= v_x v_{x0} - v_{x0}^2 + \frac{1}{2} (v_x^2 + v_{x0}^2 - 2v_x v_{x0}) \\ \Rightarrow a_x (x - x_0) &= \frac{1}{2} v_x^2 - \frac{1}{2} v_{x0}^2 \\ \Rightarrow v_x^2 &= v_{x0}^2 + 2a_x (x - x_0).\end{aligned}$$

في ما يلي المعادلات الكينماتيكية الخمسة التي حصلنا عليها للحالة الخاصة للحركة بعجلة ثابتة (لو اعتبرنا أن الزمن الابتدائي عند $x = x_0$ و $v = v_{x0}$ يساوي 0).

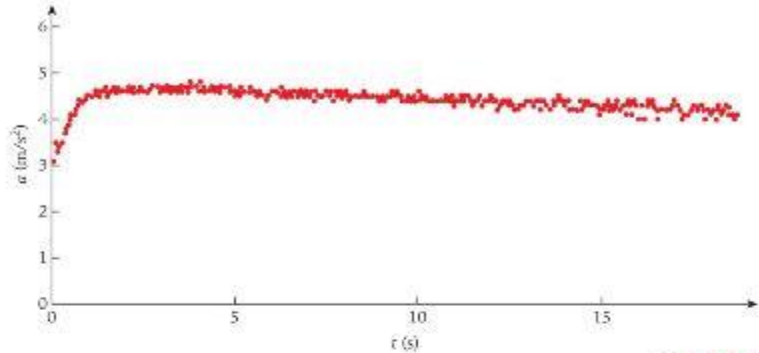
$$\begin{aligned}(i) \quad x &= x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ (ii) \quad x &= x_0 + \bar{v}_x t \\ (2.23) \quad (iii) \quad v_x &= v_{x0} + a_x t \\ (iv) \quad \bar{v}_x &= \frac{1}{2} (v_x + v_{x0}) \\ (v) \quad v_x^2 &= v_{x0}^2 + 2a_x (x - x_0)\end{aligned}$$

نتيح لنا هذه المعادلات الخمس حل الكثير من أنواع مسائل الحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة. لكن، تذكر أنه إذا لم تكن العجلة ثابتة، فلن تُغطي هذه المعادلات الحلول الصحيحة.

تتضمن الكثير من مسائل الحياة اليومية الحركة في خط مستقيم بعجلة ثابتة. وفي هذه الحالات، تقدم المعادلات 2.23 نموذجاً للإجابة عن أي سؤال عن الحركة. ستوضح المسألة المحلولة والمثال التاليين مدى فائدة هذه المعادلات الكينماتيكية. لكن، اعلم أن الفيزياء ليست مجرد إيجاد معادلة مناسبة والتعويض فيها بالأعداد، لكنها تتعلق باستيعاب المفاهيم. لذلك إذا استوعبت الأفكار الأساسية، فسيكون بإمكانك الاستنتاج من أمثلة معينة واكتساب المهارات في حل المزيد من المسائل العلمية.

مسألة محلولة 2.2 إقلاع الطائرة

عندما تسير طائرة على مدرج الطيران للوصول إلى سرعة الإقلاع، فإنها تستخدم محركاتها الثلاثة لتنتسار. وفي رحلة طيران معينة، فأس أحد مؤلفي هذا الكتاب العجلة الناتجة عن الحركات الثلاثة للطائرة. ويوضح الشكل 2.15 العيانات.



الشكل 2.15 عيانات عجلة الطائرة العجلة قبل الإقلاع.

يمكنك أن ترى أن افتراض العجلة الثابتة ليس صحيحاً تماماً في هذه الحالة. لكن، العجلة المتوسطة $a_x = 4.3 \text{ m/s}^2$ خلال الزمن 18.4 s (المفيس باستخدام ساعة التوقيت) الذي استغرقته الطائرة للإقلاع تعتبر قيمة تقريبية جيدة.

المسألة

إذا افترضنا أن الطائرة بدأت من السكون وحركت بعجلة ثابتة $a_x = 4.3 \text{ m/s}^2$ ، فما السرعة المتجهة للإقلاع الطائرة بعد 18.4 s ؟ وما المسافة التي قطعتها الطائرة على مدرج الطيران قبل وقت إقلاعها؟

الحل

فكر إن حرك الطائرة على مدرج الطيران قبل إقلاعها بعد مثالاً جيداً للحركة المتسارعة في بعد واحد. ونظراً لأننا نعرف أن العجلة ثابتة، نعلم أن السرعة المتجهة تزيد خطياً مع الزمن، وأن الإزاحة تزداد ككوة الثانية للزمن. ونظراً لأن الطائرة تبدأ من السكون، تكون القيمة الأولية للسرعة المتجهة 0 وكما تعودنا، يمكن تحديد نقطة الأصل للنظام الإحداثي عند أي موقع؛ لكن الأفضل وضعها عند نقطة بدء حركة الطائرة.

ارسم يوضح الرسم في الشكل 2.16 كيف تتوقع زيادة السرعة المتجهة والإزاحة لهذه الحالة من العجلة الثابتة، حيث تُحدد الظروف الأولية عند $x_0 = 0$ و $v_{x0} = 0$ لا حظ عدم وضع أي مقاييس على المحاور، لأن الإزاحة والسرعة المتجهة والعجلة قيمت بوحدهات مختلفة، ولذلك، فإن النقاط التي تتقاطع عندها المنحنيات الثلاثة عشوائية تماماً.

ابحث إن إيجاد السرعة المتجهة للإقلاع عبارة عن تطبيق مباشر للعقل للمعادلة 2.23(iii).

$$v_x = v_{x0} + a_x t.$$

بالمثل، يمكن الحصول على المسافة التي قطعها الطائرة على مدرج الطيران قبل الإقلاع من المعادلة 2.23(i).

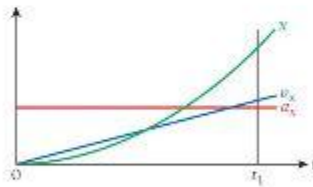
$$x = x_0 + v_{x0} t + \frac{1}{2} a_x t^2.$$

يشط تتسارع الطائرة من وضع السكون، لذلك تكون السرعة المتجهة الأولية $v_{x0} = 0$ وباعتبارنا لنقطة أصل النظام الإحداثي، تكون قد حددنا $x_0 = 0$ ومن ثم، يتم تبسيط معادلات السرعة المتجهة للانطلاق والمسافة كما يلي

$$v_x = a_x t$$

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2.$$

تبع



الشكل 2.16 عجلة الطائرة وسرعتها المتجهة وإزاحتها قبل الإقلاع.

احسب لم يتبق أمامنا سوى التعويض بالأعداد:

$$v_x = (4.3 \text{ m/s}^2)(18.4 \text{ s}) = 79.12 \text{ m/s}$$

$$x = \frac{1}{2}(4.3 \text{ m/s}^2)(18.4 \text{ s})^2 = 727.904 \text{ m}$$

قرب تم تقريب العجلة إلى رقمين معنويين، والزمن إلى ثلاثة أرقام. وعند ضرب هذين الرقمين، يجب أن تتضمن الإجابة رقمين معنويين. ومن ثم تكون إجاباتنا النهائية كما يلي

$$v_x = 79 \text{ m/s}$$

$$x = 7.3 \times 10^2 \text{ m}$$

لاحظ أن الزمن المقيس للإقلاع الذي يبلغ 18.4 s ربما لم يكن بهذه الدقة. إذا سبق لك أن حاولت تحديد لحظة بدء تسارع الطائرة على مدرج الطيران، فستكون قد لاحظت أن تحديد هذه النغمة الزمنية بدقة إلى 0.1 s محال تقريبًا.

تحقق ثانية كما أكد هذا الكتاب مرارًا وتكرارًا، فإن أبسط طريقة للتحقق من أي إجابة عن مسألة فيزيائية هي التأكد من أن الوحدات مناسبة للحالة. وهذا هو الحال هنا، لأننا حصلنا على الإزاحة بوحدة الأمتار والسرعة المتجهة بوحدة الأمتار في الثانية. أحيانًا، قد تتجاوز المسائل المحلولة في الجزء المتبقي من الكتاب هذا الاختبار البسيط؛ لكن، إذا كنت تريد التحقق سريعًا من الأخطاء الجبرية في عملياتك الحسابية، فقد يكون من المفيد النظر أولًا إلى وحدات الإجابة.

سنتحقق الآن من صحة المقدار في إجاباتنا. بالنسبة إلى إزاحة الإقلاع التي تبلغ 730 m (~0.5 mi) فهي معقولة، لأنها في حدود طول مدرج الطيران. نحول السرعة المتجهة للإقلاع التي تبلغ $v_x = 79 \text{ m/s}$ إلى

$$(79 \text{ m/s})(1 \text{ mi}/1609 \text{ m})(3600 \text{ s}/1 \text{ h}) \approx 289.7 \text{ km/h أو } 180 \text{ mi/h}$$

تظهر هذه الإجابة أيضًا في النطاق المعقول.

حل بديل

يمكن حل الكثير من المسائل في الفيزياء بعدة طرق. لأنه يمكن غالبًا استخدام أكثر من علاقة بين الكميات المعروفة والمجهولة. في هذه الحالة، مجرد الحصول على السرعة المتجهة النهائية، يمكننا استخدام هذه المعلومات وحل معادلة الحركة (2.23v) للوصول إلى x . ينتج عن هذه الطريقة البديلة

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \Rightarrow$$

$$x = x_0 + \frac{v_x^2 - v_{x0}^2}{2a_x} = 0 + \frac{(79 \text{ m/s})^2}{2(4.3 \text{ m/s}^2)} = 7.3 \times 10^2 \text{ m}$$

وبذلك، نصل إلى الإجابة نفسها للمسألة بطريقة مختلفة، مما يمنحنا مزيدًا من الثقة بأن الحل الذي توصلنا إليه معقول.

كانت المسألة المحلولة 2.2 سهلة جدًا، لأن حلها لم يزد إلا قليلًا عن التعويض بالأعداد. وبالرغم من ذلك، نوضح أن المعادلات الكينماتيكية التي استنبطناها يمكن تطبيقها في مواقف من واقع الحياة وتؤدي إلى إجابات لها دلالة فيزيائية. يتناول المثال القصير التالي، المستمد هذه المرة من رياضة سباق السيارات، مفاهيم السرعة المتجهة والعجلة، لكن من منظور مختلف قليلًا.

سباق السرعة القصوى

مثال 2.4

عند التسارع من وضع السكون، تستطيع السيارة في سباق السرعة القصوى الوصول إلى 333.2 mi/h (148.9 m/s). وهو الرقم القياسي المسجل في عام 2003، في نهاية ربع الميل (402.3 m). بالنسبة إلى هذا المثال، سنفترض أن العجلة ثابتة.

المسألة 1

ما قيمة العجلة الثابتة لسيارة السباق؟

الحل 1

نظرًا لأن القيم الابتدائية والنهائية للسرعة المتجهة معطاة والمسافة معروفة، ستبحث عن علاقة بين هذه الكميات الثلاث والعجلة، وهي الغاية المجهولة.



الشكل 2.17 سيارة سباق السرعة القصوى NHRA.

في هذه الحالة، من الأسب استخدام المعادلة الكينماتيكية 2.23(v) والحل لإيجاد قيمة العجلة، a_x :

$$v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0) \Rightarrow a_x = \frac{v_x^2 - v_{x0}^2}{2(x - x_0)} = \frac{(148.9 \text{ m/s})^2}{2(402.3 \text{ m})} = 27.6 \text{ m/s}^2.$$

المسألة 2

ما المسافة التي تقطعها سيارة السباق لإكمال سباق ربع ميل من نقطة البدء؟

الحل 2

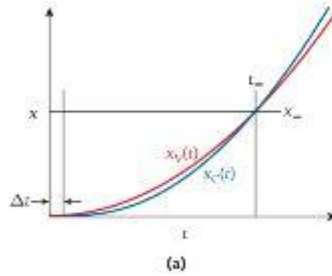
نظراً لأن السرعة المتجهة النهائية تبلغ 148.9 m/s ، فإن السرعة المتجهة المتوسطة [باستخدام المعادلة 2.23(iv)]، $\bar{v}_x = \frac{1}{2}(148.9 \text{ m/s} + 0) = 74.45 \text{ m/s}$ ، يربط هذه السرعة المتجهة المتوسطة بالإزاحة والزمن باستخدام المعادلة 2.23(ii)، نحصل على:

$$x = x_0 + \bar{v}_x t \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{\bar{v}_x} = \frac{402.3 \text{ m}}{74.45 \text{ m/s}} = 5.40 \text{ s}.$$

لاحظ أننا قد نحصل على النتيجة نفسها باستخدام المعادلة الكينماتيكية 2.23(iii). لأننا حسبنا العجلة من قبل في الحل 1

إذا كنت من مشجعي سباقات السرعة القصوى، فلا بد أنك تعرف أن الزمن القياسي الفعلي لربع الميل أقل قليلاً من 4.5 s ، ويرجع السبب في أن إجابتنا المحسوبة أعلى قليلاً من ذلك إلى أن افتراض العجلة الثابتة ليس صحيحاً تماماً. إن عجلة السيارة في بداية السباق أعلى بالفعل من القيمة التي حسبناها سابقاً، والعجلة الفعلية نحد و نهاية السباق أقل من القيمة المتاحة لدينا.

عما سبق، يتضح تقريباً أن جميع المسائل التي تتضمن عجلة ثابتة يمكن حلها باستخدام المعادلات 2.23 لكن من المهم أن نتذكر أنه يجب عدم تطبيق هذه المعادلات عشوائياً. تتضح هذه النقطة من المسألتين المحلولتين التاليين.



التسابق مع أسبقية الانطلاق

مسألة محلولة 2.3

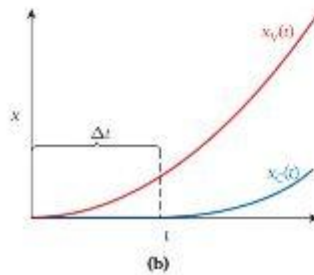
لدى سلطان سيارة دودج تشارجر جديدة بمحرك نصف كروي وقد تجدي خالداً، الذي يمتلك سيارة فولكس فاجن جي تي أي معدلة، غرض سباق في مضمار محلي. ولكن خالد يعلم أن سيارة سلطان (تشارجر) مصنفة لقطع مسافة من 0 إلى 100 kph في 5.3 s ، بينما تحتاج سيارة فولكس فاجن التي يمتلكها إلى 7.0 s . وطلب خالد أن يكون السباق بأسبقية الانطلاق ووافق سلطان على إعطائه 1.0 s بالضبط.

المسألة

ما المسافة التي قطعها خالد على المضمار قبل أن يبدأ سلطان السباق؟ في أي زمن لحق سلطان بخالد؟ ما مدى بعدهما عن نقطة البداية عند حدوث ذلك؟ (افترض عجلة ثابتة لكل سيارة خلال السباق).

الحل

فكر هذا السباق مثال جيد للحركة في بُعد واحد بعجلة ثابتة. درغب في إلغاء نظرية على المعادلات الكينماتيكية 2.23 وتحديد المعادلة التي يمكننا تطبيقها. ولكن، علينا توخي الحذر قليلاً هنا، لأن التأخير الزمني بين بداية خالد وبداية سلطان يزيد من التعقيد. وفي الحقيقة، إذا حاولت حل هذه المسألة باستخدام المعادلات الكينماتيكية مباشرة، فلن نحصل على الإجابة الصحيحة، بل، تتطلب هذه المسألة تحديد الإحداثيات الزمنية لكل سيارة بعناية.



الرسم في هذا الرسم، نرسم الزمن على المحور الأفقي والموقع على المحور الرأسي. تسير كلتا السيارتين بعجلة ثابتة من نقطة البدء، لذا نتوقع أن يشكل مسارهما قطعاً مكافئاً بسيطاً في هذا الرسم.

نظراً لأن عجلة سيارة سلطان أكبر، يتخذ قطعها المكافئ (المنحنى الأزرق في الشكل 2.17) انحناءً أكبر، ومن ثم ارتفاعاً أكثر حدة. وبذلك، يتضح أن سلطاناً سيلحق بخالد عند نقطة ما، لكن مكان هذه النقطة لم يتضح بعد.

الشكل 2.17 التوقع مقابل الزمن في السباق بين سلطان وخالد. يوضح الجزء (a) اللدة الكاملة للسباق ويوضح الجزء (b) صورة مكررة للبداية.

ابحث تُعد المسألة كميًا. ونشير إلى التأخير الزمني قبل أن يبدأ سلطان بالرمز Δt . ثم نستخدم الدليلين (الرمزين السفليين) C لسيارة تشارجر الخاصة بسلطان و V لسيارة فولكس فاغن الخاصة بخالد. ونضع نقطة الأصل للنظام الإحداثي عند خط البداية. لذا يكون الموقع الابتدائي للسيارتين $x_C(t=0) = x_V(t=0) = 0$. ونظرًا لأن السيارتين ساكنتان في البداية، فإن السرعة المتجهة الابتدائية للسيارتين صفر. وبذلك تكون معادلة الحركة لسيارة خالد الفولكس فاغن كما يلي

$$x_V(t) = \frac{1}{2} a_V t^2.$$

هنا نستخدم الرمز a_V للتعبير عن عجلة سيارة فولكس فاغن. ويمكننا حساب قيمتها من الزمن المعطى من 0 إلى 100 kph في نص المسألة، لكننا سنؤجل هذه الخطوة حين التعويض بالأعداد. للحصول على معادلة الحركة لسيارة سلطان (تشارجر)، يجب أن نتوخى الحذر، لأن عليه أن ينتظر Δt حتى ينطلق خالد. ويمكننا توضيح هذا التأخير بزمّن ظل السرعة، $t = t - \Delta t$ ، وبمجرد وصول t إلى القيمة Δt ، تكون قيمة الزمن t صفرًا ويستطيع سلطان الانطلاق. وبذلك تكون معادلة حركة سيارة تشارجر كما يلي

$$x_C(t) = \frac{1}{2} a_C t^2 = \frac{1}{2} a_C (t - \Delta t)^2 \quad t \geq \Delta t.$$

مثل a_V تمامًا، سيتم إيجاد قيمة العجلة الثابتة a_C لسيارة سلطان (تشارجر) في ما يلي.

نشاط عندما يلحق سلطان بخالد، تكون قيمة إحداثياتهما واحدة. نشير إلى زمن حدوث ذلك بالرمز t_* . وإلى الإحداثي الذي وقع عنده ذلك بالرمز $x_* = x(t_*)$. ونظرًا لأن الإحداثيين متماثلان، نحصل على

$$x_* = \frac{1}{2} a_V t_*^2 = \frac{1}{2} a_C (t_* - \Delta t)^2.$$

يمكننا حل هذه المعادلة للوصول إلى t_* بالقسمة على العامل المشترك $\frac{1}{2}$ ثم حساب الجذر التربيعي لطرفي المعادلة.

$$\begin{aligned} \sqrt{a_V} t_* &= \sqrt{a_C} (t_* - \Delta t) \Rightarrow \\ t_* (\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}) &= \Delta t \sqrt{a_C} \Rightarrow \\ t_* &= \frac{\Delta t \sqrt{a_C}}{\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}}. \end{aligned}$$

لماذا نستخدم الجذر الموجب وتجاهل الجذر السالب هنا؟ قد يؤدي الجذر السالب إلى حل مستحيل فيزيائيًا. ننصب اهتمامنا على زمن التمام السيارتين بعد مفادتهما لنقطة البداية، وليس على القيمة السالبة التي تطوي على زمن قبل انطلاقهما.

احسب يمكننا الآن الحصول على إجابة عددية لكل سؤال من الأسئلة التي تم طرحها. أولًا، سنتوصل إلى قيم العجلة الثابتة للسيارات من المواصفات المعطاة من 0 إلى 100 kph. نستخدم $a = (v_x - v_{x0})/t$ ونحصل على

$$\begin{aligned} a_V &= \frac{100 \text{ kph}}{7.0 \text{ s}} = \frac{27.7778 \text{ m/s}}{7.0 \text{ s}} = 3.96826 \text{ m/s}^2 \\ a_C &= \frac{100 \text{ kph}}{5.3 \text{ s}} = \frac{27.7778 \text{ m/s}}{5.3 \text{ s}} = 5.24109 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

مرة أخرى، سنؤجل تقريب نتائجنا حتى نستكمل جميع الخطوات في عملياتنا الحسابية. ولكن، باستخدام قيم العجلة، يمكننا في الحال حساب المسافة التي يقطعها خالد خلال الزمن $\Delta t = 1.0 \text{ s}$.

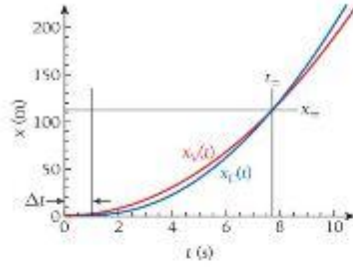
$$x_V(1.0 \text{ s}) = \frac{1}{2} (3.96826 \text{ m/s}^2)(1.0 \text{ s})^2 = 1.98413 \text{ m}.$$

يمكننا الآن حساب الزمن الذي لحق فيه سلطان بخالد.

$$t_* = \frac{\Delta t \sqrt{a_C}}{\sqrt{a_C} - \sqrt{a_V}} = \frac{(1.0 \text{ s}) \sqrt{5.24109 \text{ m/s}^2}}{\sqrt{5.24109 \text{ m/s}^2} - \sqrt{3.96826 \text{ m/s}^2}} = 7.70070 \text{ s}.$$

في هذا الزمن، تكون كلتا السيارتين قد انتقلت إلى النقطة نفسها. ومن ثم، يمكننا إدخال هذه القيمة في معادلة الحركة لإيجاد هذا الموقع:

$$x_* = \frac{1}{2} a_V t_*^2 = \frac{1}{2} (3.96826 \text{ m/s}^2)(7.70070 \text{ s})^2 = 117.660 \text{ m}.$$



الشكل 2.18 تمثيل بياني لتغيرات ومعادلات الحركة في السباق بين سلميخان وخالد.

قَرِّب كانت البيانات الأولية مغربة إلى رقمين معنويين فقط، وتبغريب نتائجنا إلى الدقة نفسها. نتوصل في النهاية إلى إجاباتنا، يحصل خالد على أسبعية الانطلاق لمسافة 1.9 m ، وسيحقق سلطان به بعد 7.7 s ، في ذلك الزمن، سيكونان قد قطعوا $1.2 \times 10^2 \text{ m}$ في سباقهما.

عَمِّقْ ثانية قد يبدو غريبًا لك أن سيارة خالد تمكنت من السير لمسافة 1.9 m فقط، أو ما يقرب من نصف طول السيارة، خلال الثانية الأولى. هل يوجد أي خطأ في عملياتنا الحسابية؟ الإجابة لا، فمن نقطة البدء، تتحرك السيارتان لمسافة قصيرة نسبيًا خلال الثانية الأولى للعجلة. تتضمن المسألة الخطوة التالية دليلًا واضحًا على هذه العبارة.

يوضح الشكل 2.18 تمثيلًا لمعادلات الحركة لكلتا السيارتين، لكن بالوحدات الصحيحة هذه المرة.

تسارع السيارة

مسألة محلولة 2.4

المسألة

يوضح الشكل 2.19 سلسلة صور، وتوجد فترة زمنية قدرها 0.333 s بين الصور المتتالية، هل يمكنك تحديد مدى السرعة التي تسارعت بها هذه السيارة (التي يبلغ طولها 4.442 m) من وضع السكون؟ وهل يمكنك أيضًا تقدير الزمن الذي تستغرقه هذه السيارة للانتقال من 0 إلى 100 kph ؟

الحل

فَقِّر تُعَدُّ العجلة بأبعاد الطول لكل فترة زمنية. لإيجاد عدد لعظمة العجلة، يجب معرفة مقاييس الزمن والطول في الشكل 2.19. يعتبر المقياس الزمني دقيقًا لأن المعلومات المحطاة تفيد بأنه تمر 0.333 s بين الصور المتتالية. ويمكننا الحصول على مقياس الطول من أبعاد السيارة المحددة. على سبيل المثال، إذا ركزنا على طول السيارة وقارناه بالعرض الكلي للصورة، فيمكننا إيجاد المسافة التي قطعتها السيارة بين الصورة الأولى والأخيرة (والتي يفصل بينهما 3.000 s).

ارسم نرسم خطوطًا رأسية صفراء على الشكل 2.19، كما هو موضح في الشكل 2.20، ونضع منتصف السيارة على الخط بين الناقتين الأمامية والخلفية (الموقع الدقيق غير مهم. طالما استخدمنا النمط نفسه في القياس). يمكننا الآن استخدام مسطرة لقياس المسافة العمودية بين الخطين الأصفرين، المشار إليهما بالسهم الأصفر ذي الرأسين في الشكل. كما يمكننا قياس طول السيارة، المشار إليه بالسهم الأحمر ذي الرأسين.

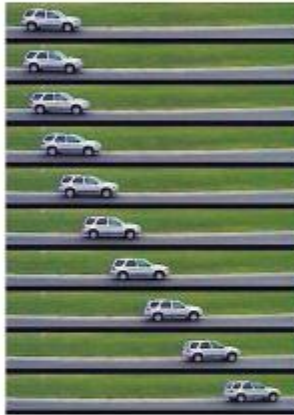
ابحث عند قسمة طول السهم الأصفر ذي الرأسين الذي تم قياسه على طول السهم الأحمر نتج لنا النسبة 3.474 يحدد الخطان الأصفران الرأسيان موقع منتصف السيارة عند 0.000 s و 3.000 s ، وبذلك نعرف أن السيارة اجتازت مسافة قدرها 3.474 مرة من طول السيارة في هذه الفترة الزمنية. وطول السيارة المحطى 4.442 m ، وبذلك، يبلغ إجمالي المسافة التي قطعتها السيارة $15.4315 \text{ m} = 3.474 \cdot 4.442 \text{ m} = 3.474 \cdot \ell_{\text{car}}$ (نذكر أننا نضرب إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية في النهاية).

بسط لدينا خياران لكيفية المتابعة. الخيار الأول أكثر تعقيدًا، يمكننا قياس موقع السيارة في كل صورة ثم استخدام صيغ العرق، مثل تلك الموجودة في المثال 2.3 هناك طريقة أخرى أسرع لمتابعة العمل وهي افتراض عجلة ثابتة ثم استخدام قياسات مواقع السيارة في الصورة الأولى والأخيرة فقط. سنستخدم الطريقة الثانية، ولكن في النهاية سنحتاج إلى التحقق ثانيةً للتأكد من أن افتراضنا للعجلة الثابتة له مبرر. بالنسبة إلى العجلة الثابتة من نقطة البدء، لدينا

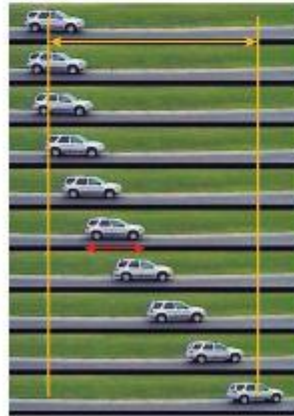
$$x = x_0 + \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow$$

$$d = x - x_0 = \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow$$

$$a_x = \frac{2d}{t^2}$$



الشكل 2.19 تسلسل متتابع فيديو لسيارة تسارع من نقطة البدء.



الشكل 2.20 تحديد مقياس الطول للشكل 2.19.

تتبع

هذه هي العجلة التي نريد إيجادها. وبمجرد إيجاد العجلة، يمكننا تقدير الزمن من 0 إلى 100 kph باستخدام $v_x = v_{x0} + at \Rightarrow t = (v_x - v_{x0})/a_x$. ونظمت البدء تعني أن $v_{x0} = 0$. ولذلك تكون المعادلة كالتالي

$$t(0 - 100 \text{ kph}) = \frac{100 \text{ kph}}{a_x}.$$

احسب نعوض بالأعداد لإيجاد العجلة.

$$a_x = \frac{2d}{t^2} = \frac{2 \cdot (15.4315 \text{ m})}{(3.000 \text{ s})^2} = 3.42922 \text{ m/s}^2.$$

وبالنسبة إلى الزمن من 0 إلى 100 kph، نحصل على

$$t(0 - 100 \text{ kph}) = \frac{100 \text{ kph}}{a_x} = \frac{(100 \text{ kph})(1000 \text{ m/km})(1 \text{ h}/3600 \text{ s})}{3.42922 \text{ m/s}^2} = 8.10032 \text{ s}.$$

تقريب يحدد طول السيارة مقياس الطول. وكان متفرقا إلى أربعة أرقام معنوية. وكان الزمن متفرقا إلى ثلاثة أرقام معنوية. فهل يجب علينا تقدير نتائجنا مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية؟ الإجابة لا. لأننا أجرينا القياسات في الشكل 2.20. وكانت دقيقة عند تقريبها إلى رقمين فقط على أفضل تقدير. بالإضافة إلى ذلك، يمكنك رؤية مجال الرؤية وانحرافات العدسات في سلسلة الصورة، في الصورة الطليقة الأولى، ترى جزءا صغيرا من الجزء الأمامي للسيارة. وفي الصور الطليقة الأخيرة، ترى جزءا صغيرا من مؤخرة السيارة. باعتبار ما سبق، يجب تقريب نتائجنا إلى رقمين معنويين. لذلك تكون إجابتنا النهائية للعجلة كالتالي

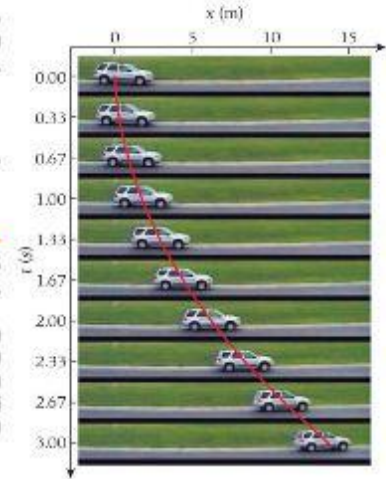
$$a_x = 3.4 \text{ m/s}^2.$$

بالنسبة إلى الزمن من 0 إلى 100 kph، نحصل على

$$t(0 - 100 \text{ kph}) = 8.1 \text{ s}.$$

تحقق ثانية إن الأعداد التي توصلنا إليها للعجلة والزمن من 0 إلى 100 kph نموذجية إلى حد كبير للسيارات أو السيارات الرياضية متعددة الأغراض، انظر أيضا المسألة المحلولة 2.3. ومن ثم، نتحقق في أن إجابتنا ليست بعيدة عن المقدار الصحيح.

لكن علينا أن نتحقق ثانية من افتراض العجلة الثابتة. بالنسبة إلى العجلة الثابتة من نقطة البدء، يجب أن تقع النقاط $x(t)$ على القطع المكافئ $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2$. ومن ثم، إذا رسمنا x على المحور الأفقي و t^2 على المحور الرأسي، كما في الشكل 2.21، فيجب أن تتبع النقاط $x(t)$ الجذر التربيعي، $t(x) = \sqrt{2x/a_x}$. يوضح المنحنى الأحمر في الشكل 2.21 هذه التبعية الدالية، ويمكننا أن نرى المنحنى يمر بالنقطة ذاتها للسيارة في كل صورة. وبذلك نتأكد من أن فرضية العجلة الثابتة معقولة.



الشكل 2.21 غليل بياني لمسألة تسارع السيارة.

2.8 السقوط الحر

تكون العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية ثابتة في أحسن تقدير لها بالقرب من سطح الأرض. إذا كانت هذه العبارة صحيحة، فيجب أن يكون لها نتائج ملحوظة. لنفترض أن الأمر صحيح وستنتج النتائج المترتبة على حركة الأجسام تحت تأثير الجذب الناتج عن قوة الجاذبية الأرضية. ثم نطرح نتائجنا بالملاحظات التجريبية ونرى ما إذا كان ثبات العجلة الناتجة عن الجاذبية معقولا أم لا.

تبلغ قيمة العجلة الناتجة عن الجاذبية بالقرب من سطح الأرض $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. ونشير إلى المحور الرأسي بالمحور y كما نحدد الاتجاه الموجب بالاتجاه لأعلى. إذا متجه العجلة \vec{a} له مركبة y غير صفرية، تحدد من العلاقة

$$(2.24) \quad a_y = -g.$$

هذه الحالة عبارة عن تطبيق محدد للحركة بعجلة ثابتة، التي ناقشناها في بداية هذا القسم. وستُعدّل المعادلات 2.23 بالتعويض عن العجلة من المعادلة 2.24 كما نستخدم y بدلاً من x للإشارة إلى أن الإزاحة تتم في الاتجاه y . ونحصل على:

$$(i) \quad y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$(ii) \quad y = y_0 + \bar{v}_y t$$

$$(2.25) \quad (iii) \quad v_y = v_{y0} - gt$$

$$(iv) \quad \bar{v}_y = \frac{1}{2}(v_y + v_{y0})$$

$$(v) \quad v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

نسمى الحركة تحت تأثير عجلة الجاذبية وحدها **السقوط الحر** وتتيح لنا المعادلات 2.25 حل مسائل الأجسام التي تسقط سقوطاً حراً.

لنتفكر الآن في تجربة اختبرت فرضية عجلة الجاذبية الثابتة. صعد المؤلفون إلى ارتفاع قدره 12.7 m وأسقطوا كمبيوتراً من السكون ($v_{y0} = 0$) في ظل ظروف متحكم فيها. وسجلوا سقوط الكمبيوتر بكاميرا فيديو رقمية. ونظراً لأن الكاميرا تسجل بسرعة 30 إطاراً في الثانية، تتوفر لدينا معلومات عن الزمن. يعرض الشكل 2.22 14 إطاراً تتصلها فترات زمنية متساوية، من هذه التجربة. مع تمييز الزمن بعد الإسقاط على المحور الأفقي لكل إطار. ويكون للمتحني الأصغر المركب على الإطارات الصيغة

$$y = 12.7 \text{ m} - \frac{1}{2}(9.81 \text{ m/s}^2)t^2,$$

وهو ما تتوقعه للشروط الأولية $y_0 = 12.7 \text{ m}$ و $v_{y0} = 0$ وافترض العجلة الثابتة، $a_y = -9.81 \text{ m/s}^2$ وكما ترى، فإن سقوط الكمبيوتر يتبع هذا المنحنى بشكل كامل تقريباً. وبالطبع لا يشكل هذا التوافق دليلاً قاطعاً، لكنه إشارة قوية إلى أن عجلة الجاذبية ثابتة بالقرب من سطح الأرض. ولها القيمة المحددة. بالإضافة إلى ذلك، تكون قيمة عجلة الجاذبية واحدة لجميع الأجسام. وهذا البيان ليس هيناً بأي حال من الأحوال. وترتطم الأجسام ذات الأحجام والكتل المختلفة بالأرض في الزمن نفسه، إذا تم إسقاطها من الارتفاع نفسه. هل يتفق ذلك مع تجاربنا اليومية؟ حسناً، ليس تمامًا! في عرض توضيحي خاضرة عامة، تم إسقاط ريشة وقطعة نمد معدنية من ارتفاع واحد. يمكننا بسهولة ملاحظة وصول قطعة النمد إلى الأرض أولاً. بينما تهبط الريشة ببطء. ويرجع الفرق إلى مقاومة الهواء. إذا أجريت هذه التجربة في أنبوب زجاجي مفرغ، فستسقط قطعة النمد والريشة بالسرعة نفسها. وستعود إلى مقاومة الهواء في الوحدة 4. ولكن يمكننا الآن استنتاج أن عجلة الجاذبية ثابتة بالقرب من سطح الأرض، وقيمتها المطلقة $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ وهي واحدة لجميع الأجسام إذا ما تجاهلنا مقاومة الهواء. في الوحدة 4، سندرس الظروف التي تثبت فرضية أن مقاومة الهواء صفر.

لمساعدتك في فهم الإجابة عن مراجعة المفاهيم 2.7، ففكر في قذف كرة لأعلى مباشرة، كما هو موضح في الشكل 2.23. في الشكل 2.23a، يتم قذف الكرة لأعلى بسرعة متجهة v_1 وعند إطلاق الكرة، لا تؤثر فيها

مراجعة المفاهيم 2.7

بعد قذف الكرة لأعلى بشكل مستمر في الهواء مثلاً على حركة السقوط الحر. في اللحظة التي تسقط فيها الكرة إلى أقصى ارتفاع لها، أي من العبارات التالية يكون صواباً؟

(a) يشير متجه عجلة الكرة إلى أسفل ومتجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

(b) تكون عجلة الكرة صفراً ويشير متجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

(c) يشير متجه عجلة الكرة إلى أعلى ومتجه سرعتها المتجهة إلى أعلى.

(d) يشير متجه عجلة الكرة إلى أسفل وتكون سرعتها المتجهة صفراً.

(e) يشير متجه عجلة الكرة إلى أعلى وتكون سرعتها المتجهة صفراً.

(f) تكون عجلة الكرة صفراً ويشير متجه سرعتها المتجهة إلى أسفل.

مراجعة المفاهيم 2.8

قُذفت كرة لأعلى بسرعة v_1 . كما هو موضح في الشكل 2.23، ووصلت الكرة إلى أقصى ارتفاع لها $y = h$ ما نسبة سرعة الكرة، v_2 ، عند $y = h/2$ في الشكل 2.23b، إلى سرعتها الابتدائية v_1 عند $y = 0$ في الشكل 2.23a؟

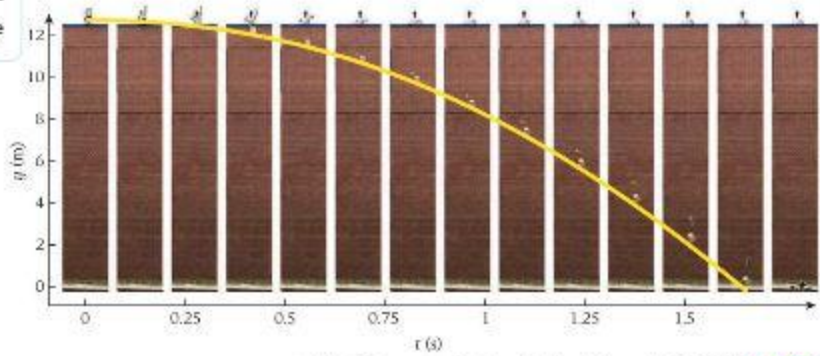
$$v_2/v_1 = 0 \quad (a)$$

$$v_2/v_1 = 0.50 \quad (b)$$

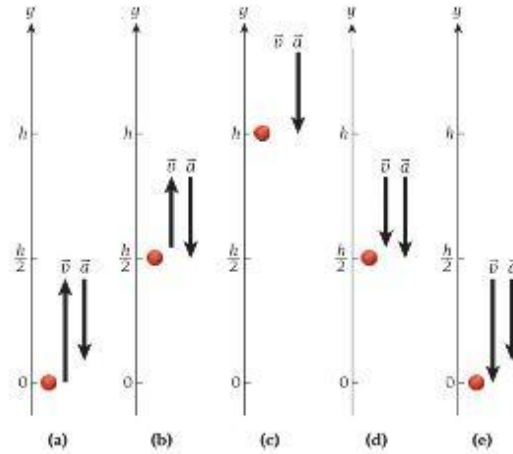
$$v_2/v_1 = 0.71 \quad (c)$$

$$v_2/v_1 = 0.75 \quad (d)$$

$$v_2/v_1 = 0.90 \quad (e)$$



الشكل 2.22 تجربة السقوط الحر، إسقاط جهاز كمبيوتر من فوق أحد المباني.



الشكل 2.23 متجه السرعة المتجهة ومتجه العجلة لكرة قُذفت لأعلى بشكل مستقيم في الهواء. (a) قُذفت الكرة بدايةً لأعلى عند $y = 0$. (b) سمحت الكرة لأعلى إلى ارتفاع $y = h/2$ ووصلت الكرة إلى أقصى ارتفاع $y = h$. (d) هبطت الكرة إلى أسفل عند ارتفاع $y = h/2$. (e) سقطت الكرة عائدةً إلى $y = 0$.

إلا قوة الجاذبية فقط. وبذلك تتسارع هبوطاً إلى الأسفل بالعجلة الناتجة عن الجاذبية، والتي تُحدد من العلاقة $\vec{a} = -g\hat{y}$. وأثناء ارتفاع الكرة لأعلى، تعمل العجلة الناتجة عن الجاذبية على إبطاء الكرة. في الشكل 2.23b، تتحرك الكرة لأعلى وتصل إلى نصف ارتفاعها الأقصى، h ، وتتباطأ حركة الكرة، ولكن لا تزال عجلتها كما هي. وتصل الكرة إلى أقصى ارتفاع لها في الشكل 2.23c. هنا تكون السرعة المتجهة للكرة صفراً، ولكن تظل العجلة $\vec{a} = -g\hat{y}$. تبدأ الكرة الآن في التحرك لأسفل. وتعمل العجلة الناتجة عن الجاذبية على زيادة سرعتها. في الشكل 2.23d، يكون اتجاه السرعة المتجهة للكرة إلى الأسفل وتظل العجلة كما هي. في النهاية، تعود الكرة إلى $y = 0$. في الشكل 2.23e، مقدار السرعة المتجهة للكرة الآن هو مقدارها نفسه عند قذفها لأعلى في البداية ولكن صار اتجاهها لأسفل الآن. لكن لا تزال العجلة هي نفسها. لاحظ أن العجلة تظل ثابتةً ومتجهةً إلى أسفل حتى ولو تغيرت السرعة المتجهة من الأعلى إلى الصفر ثم إلى الأسفل.

مثال 2.5 زمن التفاعل

يستغرق الشخص زمناً ليتفاعل مع أي مؤثر خارجي. على سبيل المثال، في بداية سباق 100 m في منافسات ألعاب القوى، يتم إطلاق إشارة البدء. فيحدث تأخير زمني طفيف قبل أن يتحرك العدّائون من نقطة الانطلاق. وذلك بسبب زمن تفاعلهم الذي لا يساوي الصفر. وفي الواقع، لحسب على العدّاء بداية خاطئة إذا غادر نقطة الانطلاق في أقل من 0.1 s بعد إطلاق الإشارة. فيشير أي زمن أقل من ذلك إلى أن العدّاء قد "استبق الإشارة".
 نمة اختيار بسيط. موضح في الشكل 2.24، يمكنك إجراء تحديد زمن تفاعلك. أمسك زميلك مسطرة مترية وستعد أنت لا تفاعلها عندما يفتحها، كما هو موضح في الإطار الأيسر من الشكل. ومن المسافة h التي تسقطها المسطرة المترية بعد إفلاتها حتى تلتقطها (كما هو موضح في الإطار الأيمن)، يمكنك تحديد زمن تفاعلك.

المسألة

إذا سقطت المسطرة المترية مسافة 0.20 m قبل أن تلتقطها، فكم يكون زمن تفاعلك؟

الحل

تُعد هذه الحالة من سيناريوهات المسقوط الحر. وبالنسبة إلى هذه المسائل، يمكننا التوصل إلى الحل دائماً باستخدام إحدى معادلات 2.25. تتضمن المسألة التي نريد حلها هنا الزمن كطرف مجهول. لدينا الإزاحة، $y = h$. كما أننا نعلم أن السرعة المتجهة الابتدائية للمسطرة المترية تساوي صفراً لأنها سقطت من السكون. يمكننا استخدام المعادلة الكينماتيكية (2.25(i))، $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$ وبالتعويض بـ $y = h$ و $v_{y0} = 0$ ، تصبح هذه المعادلة



الشكل 2.24 تجربة بسيطة لقياس زمن التفاعل.

2.2 سؤال الاختبار الذاتي

ارسم تمثيلًا بيانيًا لزمن التفاعل في صورة دالة للمسافة التي سقطتها العسا الفرية. تأمّن ما إذا كانت هذه الطريقة أكثر دقة بالنسبة إلى أزمنة التفاعل التي تطرب 0.1 s أم تطرب 0.3 s

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\rightarrow h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.20 \text{ m}}{9.81 \text{ m/s}^2}} = 0.20 \text{ s}$$

ومن كم كان زمن تفاعلك يساوي 0.20 s وهو زمن تفاعل نموذجي. للمقارنة، عندما سجل يوسين بولت رقمًا قياسيًا عالميًا بطولعه مسافة 100 m في 9.69 s وذلك في أغسطس 2008، تم قياس زمن تفاعله الذي بلغ 0.165 s (وبعدما بسنة قطع بولت مسافة 100 m في 9.58 s، وهو الرقم القياسي العالمي الحالي).

فلفكر في سيناريو آخر للسقوط الحر. وفي هذه المرة مع جسمين متحركين.

إسقاط البطيخة

مسألة محلولة 2.5

مراجعة المفاهيم 2.9

إذا تحدد زمن تفاعل الشخص B باستخدام طريقة العسا الفرية بأنه ضعف زمن تفاعل الشخص A، فستكون الإزاحة h_B التي يتم قياسها للشخص B بدلالة الإزاحة h_A للشخص A

$$h_B = 2h_A \quad (a)$$

$$h_B = \frac{1}{2}h_A \quad (b)$$

$$h_B = \sqrt{2}h_A \quad (c)$$

$$h_B = 4h_A \quad (d)$$

$$h_B = \sqrt{\frac{1}{2}}h_A \quad (e)$$

فلفترض أنك قررت إسقاط بطيخة من وضع السكون من منصة المراقبة الأولى لبرج إيفل. يبلغ الارتفاع الابتدائي h الذي يتم إسقاط البطيخة منه 58.3 m فوق رأس صديقك خالد، الذي يقف على الأرض تحتك مباشرة. وفي اللحظة نفسها التي تسقط فيها البطيخة، يطلق خالد سهمًا لأعلى بشكل مستقيم وبسرعة متجهة ابتدائية تبلغ 25.1 m/s (بالطبع، خالد على يقين من أن المنطقة الخيطة به خالية وأنه سيخلي الطريق سريعًا بعد إطلاق السهم).

المسألة

(a) ما اللمة التي سيستغرقها السهم ليصطدم بالبطيخة بعد أن تسقطها؟ (b) عند أي ارتفاع سيحدث التصادم فوق رأس خالد؟

الحل

فكر من أول وهلة، تبدو هذه المسألة معقدة. سنقوم بحلها باستخدام مجموعة الخطوات الكاملة ثم ندرس حلًا مختصرًا كان بإمكاننا استخدامه. لا شك أن البطيخة الساقطة في حالة سقوط حر. ومع ذلك، نظرًا لأن السهم قد أطلق لأعلى بشكل مستقيم، فسيكون في حالة سقوط حر أيضًا، ولكن بسرعة متجهة ابتدائية لأعلى فقط.

ارسم نقوم بإعداد نظام إحداثي بحيث يشير المحور y رأسيًا إلى أعلى. كالمعتاد، ونحدد موضع نقطة أصل النظام الإحداثي عند رأس خالد (الشكل 2.25). ومن كم، يكون السهم قد أطلق من موقع ابتدائي $y = h$ والبطيخة من $y = 0$.

ابحث نستخدم الرمز السفلي M للإشارة إلى "البطيخة" و A للإشارة إلى "السهم". نبدأ بمعادلة السقوط الحر العامة، ونستخدم الشروط الأولية المحددة للبطيخة ($y_0 = 0$ ، $v_{y0} = 0$) وللشهم ($y_0 = h = 58.3 \text{ m}$ ، $v_{y0} = 25.1 \text{ m/s}$) لإعداد معادلتين حركة السقوط الحر:

$$y_M(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_A(t) = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

تمثل الفكرة الأساسية في أمه عند t_c ، لحظة تصادم البطيخة والسهم، تطابق إحداثياتهما:

$$y_A(t_c) = y_M(t_c)$$

بسّط بالتعويض بـ t_c في معادلتين الحركة ومساواتهما، نجد أن

$$h - \frac{1}{2}gt_c^2 = v_{y0}t_c - \frac{1}{2}gt_c^2 \Rightarrow$$

$$h = v_{y0}t_c \Rightarrow$$

$$t_c = \frac{h}{v_{y0}}$$



الشكل 2.25 سقوط البطيخة (لم يتم رسم البطيخة والشخص بمقياس معين).

يتبع

يمكننا الآن التعويض بهذه القيمة لزمن التصادم في أي من معادلتَي السقوط الحر وإيجاد ارتفاع حدوث التصادم فوق رأس خالد. نختار معادلة البطيخة:

$$y_m(t_c) = h - \frac{1}{2}gt_c^2$$

احسب (a) كل ما تبقى هو التعويض بالأرقام المعطاة لارتفاع إسقاط البطيخة والسرعة المتجهة الابتدائية للسهم، ومن ثم نجد أن

$$t_c = \frac{58.3 \text{ m}}{25.1 \text{ m/s}} = 2.32271 \text{ s}$$

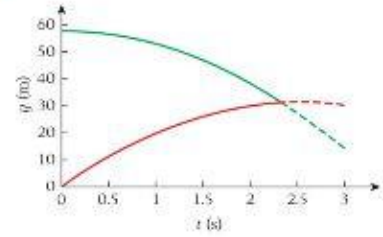
بالنسبة إلى زمن التصادم.

(b) باستخدام الرقم الذي حصلنا عليه للزمن، نوجد الموقع الذي حدث عنده التصادم:

$$y_m(t_c) = 58.3 \text{ m} - \frac{1}{2}(9.81 \text{ m/s}^2)(2.32271 \text{ s})^2 = 31.8376 \text{ m}$$

قُرْب نظرًا لأن القيم الابتدائية لارتفاع الإسقاط والسرعة المتجهة للسهم مغرية إلى ثلاثة أرقام معنوية، فيجب أن نقرّب الإجابات النهائية إلى ثلاثة أرقام. ومن ثم فإن السهم سيصلحها بالبطيخة بعد 2.32 s وسيحدث ذلك عند نقطة على ارتفاع 31.8 m فوق رأس خالد.

تحقق ثانية هل كان من الممكن التوصل إلى الحل بطريقة أسهل؟ نعم، إذا كنا قد أدركنا أن كلا من البطيخة والسهم قد سقطا تحت تأثير عجلة الجاذبية نفسها، ومن ثم لن يؤثر سقوطهما الحر في المسافة بينهما. وهذا يعني أن الزمن المستغرق للتصادم ما هو إلا ثلثي المسافة الابتدائية بينهما على الفرق بين سرعتيهما الابتدائية. وإدراك ذلك، كان بإمكاننا صياغة المعادلة $t = h/v_{00}$ مباشرة والتوصل إلى النتيجة. لكن التفكير في الحركة النسبية بهذه الطريقة سيتطلب بعض الممارسة، وستناولها مجددًا بمزيد من التفصيل في الوحدة التالية. يوضح الشكل 2.26 التمثيل البياني الكامل لموقعي السهم والبطيخة على هيئة دالتين زمنيتين. نشير الأجزاء المتقطعة في كلا التمثيلين البيانيين إلى المسار الذي كان سيسلكه كل من السهم والبطيخة إذا لم يصطدما.



الشكل 2.26 الموقع كدالة زمن للسهم (المنحنى الأحمر) والبطيخة (المنحنى الأخضر).

سؤال إضافي

ما سرعتان المتجهتان للبطيخة والسهم لحظة التصادم؟

الحل

نحصل على السرعة المتجهة من خلال حساب مشتقة الزمن للموقع. بالنسبة إلى السهم والبطيخة، نحصل على

$$y_m(t) = h - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_m(t) = \frac{dy_m(t)}{dt} = -gt$$

$$y_s(t) = v_{00}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow v_s(t) = \frac{dy_s(t)}{dt} = v_{00} - gt$$

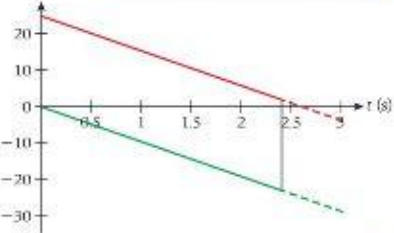
والآن، إذا عوضنا بزمن التصادم 2.32 s، فنستحصل على الإجابات. لاحظ أنه على خلاف موقعي السهم والبطيخة، لم تكن سرعتان المتجهتان للجسمين متساويتين قبل اصطدامهما مباشرة!

$$v_m(t_c) = -(9.81 \text{ m/s}^2)(2.32 \text{ s}) = -22.8 \text{ m/s}$$

$$v_s(t_c) = (25.1 \text{ m/s}) - (9.81 \text{ m/s}^2)(2.32 \text{ s}) = 2.34 \text{ m/s}$$

إضافةً إلى ذلك، يجب أن نلاحظ أن الفرق بين سرعتين المتجهتين لا يزال 25.1 m/s تمامًا كما كان عند بداية مساري الإطلاق.

تكمل هذه المسألة من خلال تمثيل (الشكل 2.27) سرعتين المتجهتين كدالة للزمن. يمكنك رؤية أن السهم ينطلق بسرعة متجهة تزيد بمقدار 25.1 m/s عن السرعة المتجهة للبطيخة. ومع مرور الزمن، يمر السهم والبطيخة بالتغير نفسه في السرعة المتجهة بموجب تأثير الجاذبية، مما يعني أن سرعتيهما المتجهة تحتفظ بالفرق الأولي.



الشكل 2.27 السرعات المتجهة للسهم (المنحنى الأحمر) والبطيخة (المنحنى الأزرق) كدالة زمن.

سؤال الاختبار الذاتي 2.3

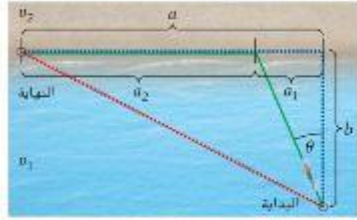
كما ترى من إجابة المسألة المغلقة 2.5، فإن السرعة المتجهة للسهم تساوي 2.34 m/s فقط عند اصطدامه بالبطيخة، وهذا يعني أنه مجرد إجابة السهم للبطيخة، انخفضت سرعته المتجهة الابتدائية بدرجة كبيرة بسبب تأثير الجاذبية. افترض أن السرعة المتجهة الابتدائية للسهم كانت أقل بـ 5.0 m/s عما الذي كان سيتغير؟ هل كان سيصطدم السهم بالبطيخة كذلك؟

2.9 تقييس الحركة في أكثر من بُعد إلى بُعد واحد

لا يقتصر علم الكينماتيكا على الحركة في بُعد مكاني واحد فقط، بل يمكننا كذلك التحقق من المزيد من الحالات العامة التي تتحرك فيها الأجسام في بُعدين مكانيين أو ثلاثة. وستقوم بذلك في الوحدات التالية. ولكن في بعض الحالات، يمكن أن نفل الحركة في أكثر من بُعد إلى حركة في بُعد واحد. لتعكّر في حالة مثيرة للغاية للحركة في بُعدين يمكن وصف كل مقطع منهما بحركة في خط مستقيم.

2.6 مثال سباق أكواثلون

الترياثلون هو سباق رياضي ابتكره نادي سان دييغو للسباق في سبعينيات القرن العشرين وأصبح من المسابقات في دورة الألعاب الأولمبية في سبدي عام 2000. وهو يتألف عادة من 1.5 km سباحة ثم 40 km سباق دراجات وينتهي بـ 10 km سباق عدو. وكما يشارك الرياضي في المنافسة، يجب أن يتمكن من السباحة مسافة 1.5 km في أقل من 20 دقيقة وينتهي سباق دراجات مسافته 40 km في أقل من 70 دقيقة ويركض في سباق مسافته 10 km في أقل من 35 دقيقة. إلا أننا في هذا المثال، سنعكّر في منافسة تكافؤاً فيها على التعكّر إلى جانب التفوق الرياضي. تتألف المنافسة من مرحلتين فقط: السباحة يتبعها العدو. (ويطلق على هذه المنافسة أحياناً أكواثلون). يبدأ الرياضيون من مسافة $b = 1.5$ km من الشاطئ. ويقع خط النهاية على مسافة $a = 3$ km على طول الساحل، كما يظهر في الشكل 2.28. فلنفترض أنه يمكنك السباحة بسرعة $v_1 = 3.5$ km/h ثم الركض عبر الرمال بسرعة $v_2 = 14$ km/h.



الشكل 2.28 هندسة مسار أكواثلون.

المسألة

ما الزاوية θ التي ستنتج في أقل زمن للإتمام في ظل هذه الظروف؟

الحل

يشير الخط الأحمر المنقطع بوضوح إلى أقصر مسافة بين نقطة البداية ونقطة النهاية. تبلغ هذه المسافة $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1.5^2 + 3^2} \text{ km} = 3.354 \text{ km}$. ونظراً لأن المسار بأكمله في الماء، فلا يمكن استخدامه في سباق أكواثلون. ولكن الزمن المستغرق لسباحة هذه المسافة يساوي

$$t_{\text{red}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{v_1} = \frac{3.354 \text{ km}}{3.5 \text{ km/h}} = 0.958 \text{ h.}$$

ونظراً لأنه يمكنك الركض أسرع من السباحة، فيمكننا كذلك استخدام الطريق المشار إليه بواسطة الخط الأزرق المنقطع، السباحة في خط مستقيم إلى الشاطئ ثم العدو. وهذا سيستغرق

$$t_{\text{blue}} = \frac{b}{v_1} + \frac{a}{v_2} = \frac{1.5 \text{ km}}{3.5 \text{ km/h}} + \frac{3 \text{ km}}{14 \text{ km/h}} = 0.643 \text{ h.}$$

ومن ثم يكون المسار الأزرق أفضل من الأحمر. ولكن هل هذا هو المسار الأفضل على الإطلاق؟ للإجابة عن هذا السؤال، سنحتاج إلى البحث في العاقل الزاوي من θ (المسار الأزرق) إلى $\tan^{-1}(3/1.5) = 63.43^\circ$ (المسار الأحمر). لتعكّر في المسار الأخضر. بزاوية تقديرية θ على الخط المستقيم إلى الشاطئ (أي العمودي على الساحل). على المسار الأخضر، يجب عليك السباحة إلى مسافة $\sqrt{a_1^2 + b^2}$ ثم العدو إلى مسافة a_2 . كما هو موضح في الشكل 2.28. ويبلغ الزمن الكلي لقطع هذا المسار

$$t = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a_2}{v_2}$$

لإيجاد أقل زمن، يمكننا التعبير عن الزمن بدلالة المسافة a_1 فقط والحصول على مشتقة هذا الزمن لهذه المسافة، ومساواة هذه المشتقة بالصفر وحساب قيمة المسافة. باستخدام a_1 ، يمكننا حساب الزاوية θ التي يجب أن يسبح الرياضي وفقاً لها.

$$\text{يمكننا التعبير عن المسافة } a_2 \text{ بدلالة المسافة المعطاة } a \text{ و} a_1 \text{،}$$

$$a_2 = a - a_1.$$

يتبع

يمكننا عندئذٍ التعبير عن الزمن اللازم لإكمال السباق بدلالة a_1 :

$$(2.26) \quad t(a_1) = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a - a_1}{v_2}$$

بحساب المشتقة بالنسبة إلى a_1 ومساواة النتيجة بالصفر نجد أن

$$\frac{dt(a_1)}{da_1} = \frac{a_1}{v_1 \sqrt{a_1^2 + b^2}} - \frac{1}{v_2} = 0.$$

ويوجد قيمة a_1 نجد أن

$$a_1 = \frac{bv_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$$

في الشكل 2.28. يمكننا رؤية أن $\tan \theta = a_1/b$ ومن ثم يمكننا كتابة

$$\tan \theta = \frac{a_1}{b} = \frac{bv_1}{b \sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = \frac{v_1}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$$

ويمكننا تبسيط هذه النتيجة بالنظر إلى المثلث لإيجاد الزاوية θ في الشكل 2.29. نتمس بنظرية فيثاغورس على أن وتر المثلث يساوي

$$\sqrt{v_1^2 + v_2^2 - v_1^2} = v_2.$$

ومن ثم يمكننا كتابة

$$\sin \theta = \frac{v_1}{v_2}.$$

هذه النتيجة مثيرة للغاية لأن المسافتين a و b لم تظهرنا فيها على الإطلاق! بل إن جيب الزاوية المثلثي لم يكن إلا النسبة بين سرعتين في المياه وعلى اليابسة. وبالنسبة إلى القيمتين المعدمتين للسرعتين، تكون الزاوية المثلثي هي

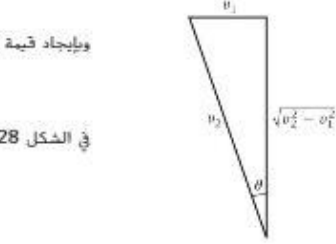
$$\theta_{\text{opt}} = \sin^{-1} \frac{3.5}{14} = 14.48^\circ.$$

بالتعويض عن $a_1 = b \tan \theta_{\text{opt}}$ في المعادلة 2.26، سنجد أن $t(\theta_{\text{opt}}) = 0.629 \text{ h}$. ويُعد هذا الزمن أسرع بحوالي 49 ثانية من السباحة في مسار مستقيم إلى الشاطئ ثم العدو (المسار الأزرق). وعلى وجه الدقة، لم يثبت لنا تمامًا أنه ينتج عن هذه الزاوية الزمن الأقل. ولإثبات ذلك، سنحتاج كذلك إلى إثبات أن المشتقة الثانية للزمن بالنسبة إلى الزاوية أكبر من الصفر. لكن بما أننا توصلنا إلى قيمة قصوى واحدة وحيث إن قيمتها أقل من قيمتي الحُدْن، فسنعلم أن هذه القيمة القصوى هي حد أدنى صحيح.

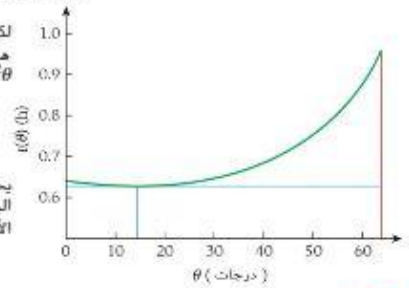
أخيرًا، يعرض الشكل 2.30 تمثيلًا للزمن، بالساعات، اللازم لإكمال السباق لكل الزوايا التي تقع بين 0° و 63.43° ، وهو المشار إليه بالمنحنى الأخضر. وقد حصلنا على هذا التمثيل البياني بالتعويض بقيمة $a_1 = b \tan \theta$ في المعادلة 2.26 واستخدام المتطابقة $\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$ ، وتكون النتيجة

$$t(\theta) = \frac{\sqrt{(b \tan \theta)^2 + b^2}}{v_1} + \frac{a - b \tan \theta}{v_2} = \frac{b \sec \theta}{v_1} + \frac{a - b \tan \theta}{v_2}.$$

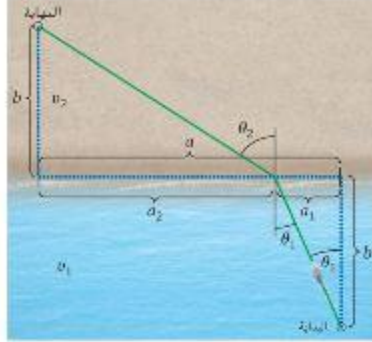
يحدد الخط الرأسى الأحمر الزاوية العظمى، وهو يتطابق مع السباحة في خط مستقيم من البداية إلى النهاية. ويحدد الخط الرأسى الأزرق الزاوية المثلثي التي قمنا بحسابها، ويحدد الخط الأفقي الأزرق الفترة الزمنية للسباق لهذه الزاوية.



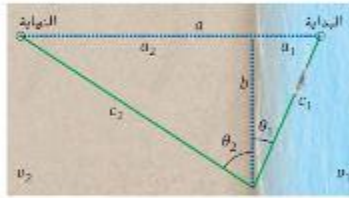
الشكل 2.29 العلاقة بين v_1 و v_2 و θ



الشكل 2.30 زمن السباق في صورة دالة للزاوية الابتدائية.



الشكل 2.31 سباق أكوابلون المعدل. حيث الإنهاء بعيداً عن الساحل.



الشكل 2.32 الشكل السابق نفسه لكن مع عكس المثلث السطلي على طول محور الأفقي.

بعد إكمال المثال 2.6، يمكننا تناول سؤال أكثر تعقيداً، إذا لم يكن خط الانتهاء عند الساحل، ولكن عند مسافة عمودية b بعيداً عن الساحل، كما يوضح الشكل 2.31، فكم تبلغ الزاويتان θ_1 و θ_2 اللتان يلزم المتناقص تحديدهما لتحقيق أقل زمن؟

ستابع بطريقة تشبه نهجنا في المثال 2.6 بدرجة كبيرة، ولكن يجب أن نتأكد الآن من أن الزمن يعتمد على الزاويتين θ_1 و θ_2 ، وهاتان الزاويتان ليستا مستقلتين عن بعضهما. يمكن أن نرى العلاقة بين الزاويتين θ_1 و θ_2 بشكل أفضل من خلال تغيير اتجاه المثلث السطلي في الشكل 2.31، كما هو موضح في الشكل 2.32.

فالآن نجد أن المثلثين قائمي الزاوية a_1bc_1 و a_2bc_2 بينهما ضلع مشترك b ، الأمر الذي يساعدنا على الربط بين الزاويتين. يمكننا التعبير عن الزمن اللازم لإكمال السباق كما يلي

$$\tau = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{a_2^2 + b^2}}{v_2}$$

وبعد أن ندرك مرة أخرى أن $a_2 = a - a_1$ ، يمكننا كتابة

$$\tau(a_1) = \frac{\sqrt{a_1^2 + b^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}}{v_2}$$

وبحساب مشتقة الزمن اللازم لإكمال السباق بالنسبة إلى a_1 ومساواة النتيجة بالصفر، نجد أن

$$\frac{d\tau(a_1)}{da_1} = \frac{a_1}{v_1 \sqrt{a_1^2 + b^2}} - \frac{a - a_1}{v_2 \sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}} = 0$$

ويمكننا إعادة ترتيب المعادلة لتحصل على

$$\frac{a_1}{v_1 \sqrt{a_1^2 + b^2}} = \frac{a - a_1}{v_2 \sqrt{(a - a_1)^2 + b^2}} = \frac{a_2}{v_2 \sqrt{a_2^2 + b^2}}$$

بالنظر في الشكل 2.32 والرجوع إلى النتيجة السابقة من الشكل 2.29، نجد أن

$$\sin \theta_2 = \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + b^2}} \quad \text{و} \quad \sin \theta_1 = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b^2}}$$

يمكننا التعويض بهاتين النتيجتين في المعادلة السابقة وستجد في النهاية أن المتساويين يلزمه، لإكمال السباق في أقل زمن، تحديد الزوايا التي تحقق

(2.27)

$$\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$$

يمكننا الآن رؤية أن النتيجة السابقة، حيث قررنا وجوب العُدو على طول الشاطئ، عبارة عن حالة خاصة من هذه النتيجة الأعم، المعادلة 2.27، والتي فيها $\theta_2 = 90^\circ$.

كما هو الحال بالنسبة إلى تلك الحالة الخاصة، نجد أن العلاقة بين الزاويتين لا تعتمد على قيمتي الإزاحتين a و b ، لكن تعتمد فقط على سرعتين التي يمكن للمتناقص التحرك بهما في المياه وعلى اليابسة. ولا تزال الزاويتان مرتبطتين بالإزاحتين a و b عن طريق القيود العامة التي يتعين على المتناقص التغلب عليها من البداية إلى النهاية، ولكن بالنسبة إلى المسار الخاص بالزمن الأقل، فإن التغيير في الاتجاه عند الحد العاصل بين المياه واليابسة، كما هو معبر عنه بالزاويتين θ_1 و θ_2 ، يتحدد بواسطة النسبة بين سرعتين v_1 و v_2 فقط.

من الشروط الأولية نعرف أن المسافة العمودية b من نقطة البداية إلى الساحل هي نفسها المسافة العمودية بين الساحل ونقطة النهاية، وقد قمنا بذلك لاختصار الفواوين الجبرية نسبياً، ولكن في الصيغة النهائية ستجد أنه لا يوجد مزيد من الإشارات إلى b ؛ حيث سيتم شطبها. وستكون المعادلة 2.27 صالحة حتى في حالة اختلاف قيمتي المسافتين العموديتين. نجد نسبة الزوايا الخاصة بمسار الزمن الأقل بواسطة سرعتين في الوسطين المختلفين فقط.

من المثير للاهتمام، أننا سنواجه العلاقة نفسها بين زاويتين وسرعتين عندما ندرس الضوء وسنرى أن اتجاهه سيتغير على السطح بين الوسطين اللذين يتحرك خلالهما بسرعات مختلفة، لاحقاً، سنكتشف أن الضوء يسلك كذلك المسار الأقل زمنًا وأن النتيجة التي حصلنا عليها في المعادلة 2.27 تُعرف بظانون ستل.

أخيراً سنذكر ملاحظة تبدو غير مهمة، لكنها ليست كذلك، لو بدأ المناقش من النقطة التي تحمل علامة "النهاية" في الشكل 2.31 وانتهى عند النقطة التي تحمل علامة "البداية"، لكان لزاماً عليه أن يسلك المسار نفسه الذي قمنا بحسابه للتو في اتجاه معاكس. فغانون سنل ينطبق في كلا الاتجاهين.

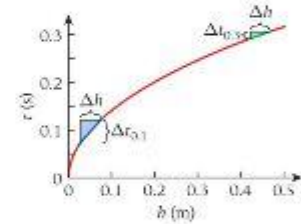
ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

- x هي مركبة x لتجه الموقع. الإزاحة هي التغير في الموقع: $\Delta x = x_2 - x_1$.
- المسافة هي القيمة المطلقة للإزاحة. $l = |\Delta x|$ وهي كمية قياسية موجبة للحركة في اتجاه واحد.
- نحصل على السرعة المتجهة المتوسطة لـ جسم في فترة زمنية محددة عن طريق $\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.
- تمثل المركبة x لتجه السرعة المتجهة (اللحظية) مشتق المركبة x لتجه الموقع كدالة زمن. $v_x = \frac{dx}{dt}$.
- السرعة هي القيمة المطلقة للسرعة المتجهة، $v = |v_x|$.
- تمثل المركبة x لتجه العجلة (اللحظية) مشتق المركبة x لتجه السرعة المتجهة كدالة زمن. $a_x = \frac{dv_x}{dt}$.
- بالنسبة إلى العجلة الثابتة، ثمة خمس معادلات كينماتيكية تصف الحركة في بُعد واحد.
 - (i) $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$
 - (ii) $x = x_0 + \bar{v}_x t$
 - (iii) $v_x = v_{x0} + a_x t$
 - (iv) $\bar{v}_x = \frac{1}{2}(v_x + v_{x0})$
 - (v) $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x(x - x_0)$
 حيث x_0 الموقع الابتدائي و v_{x0} السرعة المتجهة الابتدائية والزمن الابتدائي t_0 يساوي صفراً.
- في الحالات التي تتضمن سقوطاً حراً (عجلة ثابتة)، نستبدل العجلة بـ $-g$ و x_0 بـ y في المعادلات الكينماتيكية السابقة لنحصل على
 - (i) $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$
 - (ii) $y = y_0 + \bar{v}_y t$
 - (iii) $v_y = v_{y0} - gt$
 - (iv) $\bar{v}_y = \frac{1}{2}(v_y + v_{y0})$
 - (v) $v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$
 حيث y_0 الموقع الابتدائي و v_{y0} السرعة المتجهة الابتدائية ويشير المحور y إلى أعلى.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

2.1 لن تتغير النتيجة. نظراً لأن تغيير نقطة أصل النظام الإحداثي لا يؤثر في صافي الإزاحات أو المسافات.

2.2



تُعد هذه الطريقة أدق بالنسبة إلى أزمنة التفاعلات الأطول. حيث يقل ميل المنحنى كدالة للارتفاع، h . (في التمثيل البياني، يُشار إلى

الميل عند 0.1 s بالخط الأزرق، وعند 0.3 s بالخط الأخضر). لذا، فإن نسبة عدم اليقين المقدمة، Δh ، في قياس الارتفاع ينتج عنها نسبة عدم يقين أصغر، Δt ، في قيمة زمن التفاعل لأزمنة التفاعل الأطول.

2.3 كان السهم سيصطدم بالبطيخة كذلك، لكن في زمن التصادم سيكون للسهم سرعة متجهة سالبة ومن ثم سينحرف إلى أسفل مرة أخرى. ومن ثم، كانت البطيخة ستتحقق بالسهم أثناء سقوطها. وكان التصادم سيتأخر قليلاً. بعد

$$t = 58.3 \text{ m} / (20.1 \text{ m/s}) = 2.90 \text{ s}$$

وسيكون ارتفاع التصادم أقل قليلاً. عند

$$y_m(t_c) = 58.3 \text{ m} - \frac{1}{2}(9.81 \text{ m/s}^2)(2.90 \text{ s})^2 = 17.0 \text{ m}$$

فوق رأس خالد.

إرشادات حل المسائل: الكينماتيكا أحادية البعد

3. إذا كانت العجلة ثابتة، فتتحقق أولاً بما إذا كان بإمكان أي من المعادلات 2.23 المساعدة. بالرغم من أنه ينبغي عدم تطبيق هذه المعادلات بدون تفكير، فإنه لا فائدة من إضاعة الوقت هباءً.
4. تتضمن مسائل السقوط الحر حالات خاصة للحركة بعجلة ثابتة، حيث تبلغ قيمة العجلة 9.81 m/s^2 في الاتجاه إلى أسفل.

1. في الحركة في بعد واحد، تعد الإزاحة والسرعة المتجهة متجهين ويمكن أن تكون لهما قيم موجبة وسالبة، بينما تعد المسافة والسرعة كميتين فيزيائيتين غير سلبيةين دائماً. ومن المهم تذكر هذا الفرق.
2. بالنسبة إلى المسائل التي تتضمن حركة في بُعد واحد، حدد أولاً ما إذا كانت العجلة ثابتة أم غير ثابتة. تسري المعادلات الكينماتيكية الخمس 2.23 على الحركة بعجلة ثابتة فقط.

أسئلة الاختيار من متعدد

2.9 افترض أنك تسقط سفرة من منحدر، فإذا تجاهلنا مقاومة الهواء، فأي من العبارات التالية صواب؟

1. ستزداد سرعة السفرة.
2. ستتخفف سرعة السفرة.
3. ستزداد عجلة السفرة.
4. ستقل عجلة السفرة.

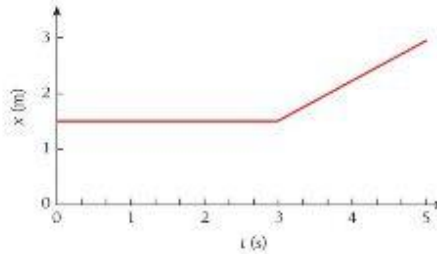
(a) 1 (b) 1 (c) 2 (d) 3
2.10 سيارة تسير بسرعة 22.0 kph لمدة 15.0 min وبسرعة 35.0 kph لمدة 30.0 min ، ما إجمالي المسافة التي تغطيها؟

- (a) 23.0 km
- (b) $3.70 \times 10^4 \text{ km}$
- (c) $1.38 \times 10^3 \text{ km}$
- (d) $3.30 \times 10^2 \text{ km}$

2.11 إذا كانت البطيخة في المسألة المغلولة 2.5 قد نُذِبت لأعلى في عطف مستقيم بسرعة متجهة ابتدائية 5.00 m/s في الزمن نفسه الذي أطلق فيه سهم لأعلى، فما الحد الأقصى قبل التصادم؟

- (a) 2.32 s
- (b) 2.90 s
- (c) 1.94 s
- (d) لا يستطيعان قبل استخدام البطيخة بالأرض.

2.12 يصف الشكل موقع جسم ما على كدالة الزمن. أي من العبارات التالية صواب؟



- (a) موقع الجسم ثابت.
- (b) السرعة المتجهة للجسم ثابتة.
- (c) يتحرك الجسم في اتجاه x الموجب حتى $t = 3 \text{ s}$ ، ثم يتوقف الجسم في وضع السكون.
- (d) يبقن موقع الجسم ثابتاً حتى $t = 3 \text{ s}$ ، ثم يبدأ الجسم في التحرك باتجاه x الموجب.
- (e) يتحرك الجسم في اتجاه x الموجب من $t = 0$ إلى $t = 3 \text{ s}$ ، ثم يتحرك في اتجاه محور x السالب من $t = 3 \text{ s}$ إلى $t = 5 \text{ s}$.

2.1 يتفجر ريشان أعلى بشكل مستقيم. وعند مغادرة الأرض، تكون سرعة آدم نصف السرعة الأولية لبوسف. فبالعقارة بآدم، يتفجر بوسف

- (a) أعلى منه بمقدار 0.50 مرة. (d) ثلاثة أضعاف ارتفاعه.
- (b) أعلى منه بمقدار 1.41 مرة. (e) أربعة أضعاف ارتفاعه.
- (c) ضعف ارتفاعه.

2.2 يتفجر ريشان أعلى بشكل مستقيم. وعند مغادرة الأرض، تكون سرعة آدم نصف السرعة الأولية لبوسف. فبالعقارة بآدم، يتفجر بوسف في الهواء فترة

- (a) أطول منه بمقدار 0.50 مرة. (d) ثلاثة أضعاف.
- (b) أطول منه بمقدار 1.41 مرة. (e) أربعة أضعاف.
- (c) ضعفه.

2.3 تسير سيارة غرباً بسرعة 20.0 m/s احسب السرعة المتجهة للسيارة بعد 3.00 s إذا كانت العجلة 1.0 m/s^2 إلى الغرب. افترض أن العجلة تظل ثابتة.

- (a) 17.0 m/s غرباً
- (b) 17.0 m/s شرقاً
- (c) 23.0 m/s غرباً
- (d) 23.0 m/s شرقاً
- (e) 11.0 m/s جنوباً

2.4 تسير سيارة غرباً بسرعة 20.0 m/s احسب السرعة المتجهة للسيارة بعد 37.00 s إذا كانت العجلة 1.0 m/s^2 إلى الشرق. افترض أن العجلة تظل ثابتة.

- (a) 17.0 m/s غرباً
- (b) 17.0 m/s شرقاً
- (c) 23.0 m/s غرباً
- (d) 23.0 m/s شرقاً
- (e) 11.0 m/s جنوباً

2.5 يتحرك إلكترونان، بدأ من وضع السكون وبعجلة ثابتة، ويقطع مسافة 1.0 cm في 2.0 ms ما مقدار هذه العجلة؟

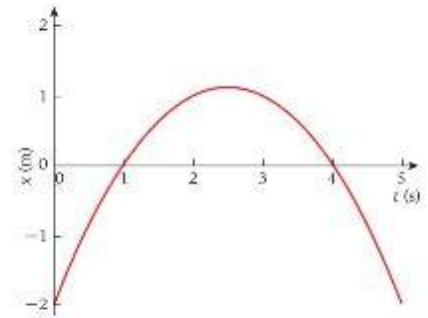
- (a) 25 km/s^2
- (b) 20 km/s^2
- (c) 15 km/s^2
- (d) 10 km/s^2
- (e) 5.0 km/s^2

2.6 تسير سيارة بسرعة 22.0 m/s شمالاً لمدة 30.0 min ثم عكست اتجاهها وسارت بسرعة 28.0 m/s لمدة 15.0 min ، ما إجمالي إزاحة السيارة؟

- (a) $1.44 \times 10^4 \text{ m}$
- (b) $6.48 \times 10^4 \text{ m}$
- (c) $3.96 \times 10^4 \text{ m}$
- (d) $9.98 \times 10^4 \text{ m}$

2.7 أي من العبارات التالية صواب؟

1. يمكن أن تكون عجلة جسم ما صفراً ويكون في وضع السكون.
 2. يمكن أن تكون عجلة جسم ما غير مساوية للصفر ويكون في وضع السكون.
 3. يمكن أن تكون عجلة جسم ما صفراً ويكون في حالة حركة.
- (a) 1 فقط
 - (b) 1 و 3
 - (c) 1 و 2
 - (d) 1 و 2 و 3
- 2.8 توقفت سيارة كانت تسير بسرعة 60 km/h في غضون 4.0 s ، فما متوسط تسارعها؟
- (a) 2.4 m/s^2
 - (b) 15 m/s^2
 - (c) 4.2 m/s^2
 - (d) 41 m/s^2



يصف هذا الشكل موقع جسم ما كدالة للزمن. فاستخدمه كمرجع للإجابة عن الأسئلة 2.13-2.16.

2.13 أي عبارة t صحيحة عندما يكون الزمن $t_f = 1$ s

- (a) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم تساوي صفراً.
 (b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفراً.
 (c) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم موجبة.
 (d) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم سالبة.

2.14 أي عبارة t صحيحة عندما يكون الزمن $t_f = 4$ s

- (a) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم تساوي صفراً.
 (b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفراً.
 (c) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم موجبة.
 (d) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم سالبة.

2.15 أي عبارة t صحيحة عندما يكون الزمن $t_f = 2.5$ s

- (a) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم تساوي صفراً.
 (b) مركبة x لعجلة الجسم تساوي صفراً.
 (c) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم موجبة.
 (d) مركبة x للسرعة المنجهة للجسم سالبة.

2.16 أي عبارة t صحيحة عندما يكون الزمن $t_f = 2.5$ s

- (a) مركبة x لعجلة الجسم صفراً.
 (b) مركبة x لعجلة الجسم موجبة.
 (c) مركبة x لعجلة الجسم سالبة.
 (d) Δ يمكن تحديد عجلة الجسم عند هذا الزمن من الشكل.

أسئلة مفاهيمية

2.17 فُكِّر في ثلاث منزجات على الجليد، حيث تتحرك مربع في اتجاه x الموجب دون عكس الاتجاه وتتحرك هند في اتجاه x السالب دون عكس الاتجاه وتتحرك فاطمة في اتجاه x الموجب ثم تعكس اتجاه حركتها. أي من هؤلاء المنزجات يكون مقدار سرعتها المنجهة المتوسطة أقل من متوسط سرعتها على مدار فترة زمنية ما؟

2.18 تقوم بركل كرة صغيرة رأسياً لأعلى في الهواء. ما اتجاه منجهي السرعة المنجهة والعجلة للكرة باعتبار كل منهما للأخر أثناء صعود الكرة وهبوطها؟

2.19 بعد استخدام المكابح، أصبحت عجلة سيارتك في الاتجاه المعاكس لسرعتها المنجهة. إذا بقيت عجلة السيارة ثابتة، كيف تحركتها؟

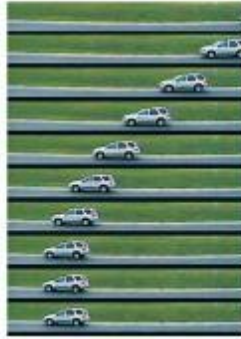
2.20 تسير سيارتان بالسرعة نفسها، ويستخدم السائقان المكابح في آن واحد. وكان تاملو إحدى السيارتين ضعف تاملو الأخرى. ما معامل اختلاف الزمنين اللذين التوقفت السيارتين؟

2.21 إذا كانت عجلة جسم ما تساوي صفراً وبعده المنجهة Δ تساوي صفراً، فكيف يمكنك وصف حركة الجسم؟ ارسم تخطيطاً بيانياً تمثل السرعة المنجهة مقابل الزمن والعجلة مقابل الزمن لدعم شرحك.

2.22 هل يمكن أن تكون عجلة جسم ما في عكس اتجاه حركته؟ اشرح ذلك.

2.23 تتدفق أنت وزميل عند حافة منحدر مغطى بالجليد. ثم تتومان في آن واحد بإسقاط كرة جليد على حافة المنحدر. ويبلغ وزن كرة الجليد الخاصة بك ضعف وزن كرة زميلك. فبمجال مقاومة الهواء، أي من كرتي الجليد ستترطم بالأرض أولاً؟ (b) أي من كرتي الجليد ستكون سرعتها أكثر؟

2.24 تتدفق أنت وزميل عند حافة منحدر مغطى بالجليد. وفي آن واحد، تتدفق كرة جليد إلى أعلى في خط مستقيم بسرعة 8.0 m/s من حافة المنحدر، بينما تسقط كرة زميلك كرة جليد لأسفل في خط مستقيم من حافة المنحدر بالسرعة نفسها. إذا كان وزن كرتك ضعف وزن كرة زميلك، ومع تجاهل مقاومة الهواء، فأي كرة ستترطم بالأرض أولاً، وأيهما ستكون سرعتها أكثر؟

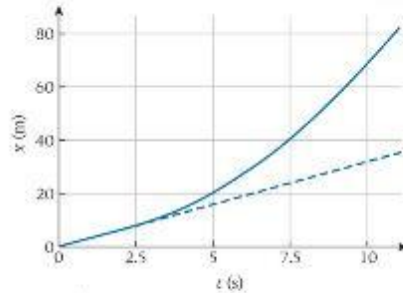


2.25 تتباعد سيارة ما حتى تتوقف تماماً. يوضح الشكل سلسلة صور متتابعة لهذه العملية. يبلغ الزمن بين الإطارات المتتالية 0.333 s والسيارة هي نفسها الموجودة في المسألة الأولى 2.4. بفرض ثبات العجلة، كم تكون قيمتها؟ هل يمكنك تقدير الخطأ في إجابتك؟ إلى أي مدى يكون افتراض ثبات العجلة مبرراً؟

2.26 تسير سيارة على طول طريق بسرعة

منجهة ثابتة، بدءاً من الزمن $t = 2.5 \text{ s}$. أخذ

السائق في التصارع بعجلة ثابتة. يمثل التمثيل الأزرق في الشكل الموقع الناتج للسيارة كدالة للزمن.



(a) ما قيمة السرعة المنجهة الثابتة للسيارة قبل الزمن $t = 2.5 \text{ s}$ (تطبيع، يمثل الخط الأزرق المتقطع المسار الذي كانت السيارة ستسلكه حال انعدام العجلة).

(b) ما السرعة المنجهة للسيارة عند $t = 7.5 \text{ s}$ استخدم أسلوب الرسم البياني (أي رسم ميل).

(c) ما قيمة العجلة الثابتة؟

2.28 يتم قذف كرة رأسياً لأعلى بسرعة v_0 . فما زمن وصولها إلى منتصف أقصى ارتفاع لها بعد قذفها؟

2.27 شحيط مسخرة من حافة منحدر على ارتفاع h . ويلقي زميلك مسخرة من الحافة من الارتفاع نفسه بسرعة v_0 رأسياً لأسفل بعد زمن t من إسقاطك لمسخرتك. ستترطم كل منهما بالأرض في الزمن نفسه. ما المدة الزمنية الفاصلة بين إسقاطك لمسخرتك وإلقاء زميلك لمسخرته؟ عبر عن إجابتك بدلالة v_0 و g .

تمارين

2.37 يُعَدِّد موقع الجسم كدالة للزمن من خلال $x = At^2 + Bt^3 + Ct + D$. والثابت $A = 2.10 \text{ m/s}^2$ و $B = 1.00 \text{ m/s}^3$ و $C = -4.10 \text{ m/s}$ و $D = 3.00 \text{ m}$.

- (a) ما السرعة للجهة للجسم عند $t = 10.0 \text{ s}$ ؟
 (b) في أي زمن يكون الجسم في وضع السكون؟
 (c) ما عجلة الجسم عند $t = 0.50 \text{ s}$ ؟
 (d) مثل العجلة بيانياً كدالة للزمن للفترة الزمنية من $t = -10.0 \text{ s}$ إلى $t = 10.0 \text{ s}$

$$x(t) = (4.35 \text{ m}) + (25.9 \text{ m/s})t - (11.79 \text{ m/s}^2)t^2$$

- (a) في أي زمن t تبلغ الإزاحة x قيمتها القصوى؟
 (b) كم تبلغ هذه القيمة القصوى؟

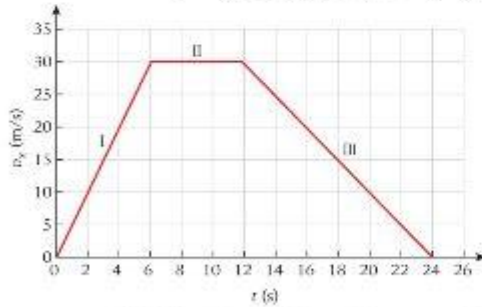
القسم 2.4

2.39 تقترب سيارة من تقاطع من تقاطع بسرعة 72 kph . ويجرد جازو السائق التقاطع. أدرك أنه بحاجة إلى ألا تعطله. ومن ثم ضغط بقوة على دواسة الكبح حتى توقفت السيارة تلقائياً. ثم أخذ يتسارع للرجوع إلى الخلف مباشرة. ووصلت سرعته 36 kph عند الرجوع إلى الخلف. وقد استغرق كل من التباطؤ والتسارع مرة أخرى في الاتجاه العكس 12.4 s . ما متوسط العجلة خلال هذا الزمن؟

2.40 تسير سيارة غرباً بسرعة 22.0 m/s . وبعد مرور 10.0 s أصبحت سرعتها المنجهة 17.0 m/s في الاتجاه نفسه. أوجد مقدار متوسط عجلة السيارة وأجهدها.

2.41 بدأ من وضع السكون. تحركت سيارة سديك مسافة 0.500 km خلال 10.0 s . فما مقدار العجلة الثابتة اللازمة لتحقيق ذلك؟

2.42 وجد أحد الطلاب الزلزال في بيانات الأداء الخاصة بسيارته الجديدة التمثيل البياني للسرعة للجهة مقابل الزمن الموضح في الشكل.



- (a) أوجد متوسط عجلة السيارة أثناء كل من الفاصلين I و II و III.
 (b) ما إجمالي المسافة التي قطعها السيارة من الزمن $t = 0 \text{ s}$ إلى $t = 24 \text{ s}$ ؟
2.43 تُعَدِّد السرعة المنجهة لجسم يتحرك على طول المحور x . عندما تكون $t < 0$. من العلاقة $v_x = (50.0t - 2.0t^2) \text{ m/s}$. حيث تكون t بالثواني. فما عجلة الجسم عندما يسأل إلى إزاحته القصوى (عند $t = 0$) في اتجاه x الموجب؟

يشير رقم المسألة الأزرق إلى توفر حل في دليل حلول الطالب. تشير علامة النجمة الواحدة والنختين إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 2.2

2.29 تسير سيارة ما في اتجاه الشمال بسرعة 30.0 m/s لمدة 10.0 min ثم تسير بعد ذلك في اتجاه الجنوب بسرعة 40.0 m/s لمدة 20.0 min ما إجمالي المسافة التي قطعها السيارة وإزاحتها؟

2.30 تسير دراجتك على طول خط مستقيم من متحرك إلى منحدر بعد 1000 m وفي طريق عودتك، توقفت عند منزل صديق لك يقع في منتصف الطريق بين متحرك والمنحدر.

- (a) احسب الإزاحة.
 (b) ما المسافة التي قطعتها؟
 (c) بعد التحدث مع صديقك، وأسكت طريقك إلى المنزل. عند عودتك إلى المنزل، كم تكون الإزاحة؟
 (d) ما إجمالي المسافة التي قطعتها؟

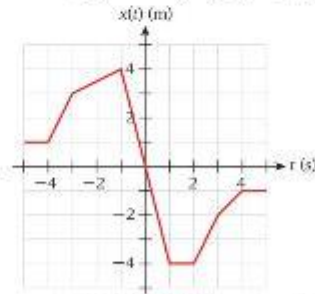
القسم 2.3

2.31 بينما كنت تسوق في مسار مستطيل أبعاد 50 m في 40 m أكملت جولة واحدة في زمن قدره 100 s . ما السرعة المنجهة المتوسطة للجولة؟

2.32 يتحرك إلكترون في اتجاه x الموجب مسافة 2.42 m في زمن قدره $2.91 \times 10^{-8} \text{ s}$. فيستخدم بروتون متحرك ثم يتحرك في الاتجاه العكس مسافة 1.69 m لمدة $3.43 \times 10^{-8} \text{ s}$.

- (a) ما هي السرعة المنجهة المتوسطة للإلكترون خلال المدة الزمنية بالكامل؟
 (b) ما السرعة المتوسطة للإلكترون خلال المدة الزمنية بالكامل؟

2.33 يصف التمثيل البياني موقع جسم ما يتحرك في بُعد واحد كدالة للزمن.



- (a) في أي مدة زمنية يسأل الجسم إلى سرعته القصوى؟ وما مقدار تلك السرعة؟
 (b) احسب السرعة المنجهة المتوسطة في الفترة الزمنية بين 5 s و 4 s .
 (c) احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية بين 5 s و 3 s .
 (d) ما نسبة السرعة المنجهة في الفترة الزمنية بين 3 s و 2 s إلى السرعة المنجهة في الفترة الزمنية بين 3 s و 4 s ؟
 (e) في أي زمن تكون السرعة المنجهة للجسم صفراً؟

2.34 يُعَدِّد موقع جسم يتحرك على طول المحور x من خلال $x = (11 + 14t - 2.0t^2) \text{ m}$. حيث يُقاس t بالثواني ولا بالأمتار. احسب السرعة المنجهة المتوسطة خلال الفترة الزمنية بين $t = 1.0 \text{ s}$ و $t = 4.0 \text{ s}$.

2.35 يُعَدِّد موقع جسم يتحرك على المحور x من خلال $x = 3.0t^2 - 2.0t^3 \text{ m}$. حيث يُقاس x بالأمتار و t بالثواني. ما موقع الجسم عندما يسأل إلى سرعته القصوى في اتجاه x الموجب؟

2.36 يكون معدل حدوث الأجراف القاري في حدود 10.0 mm/yr ما المدة الزمنية التقريبية التي استغرقها قارتا أمريكا الشمالية وأوروبا لتصل إلى الفاصل الحالي بينهما البالغ 3000 mi ؟

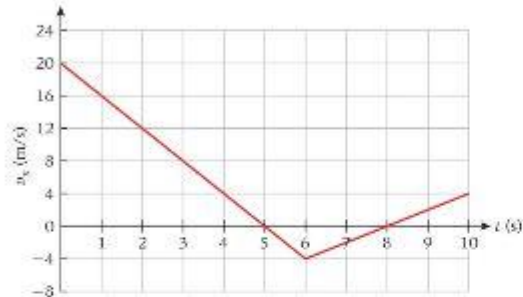
2.49 تُعَدُّ السرعة المنجهد كدالة للزمن لسيارة في ألعاب مدينة الملاهي من العلاقة $v = At^2 + Bt$ مع الثوابت $A = 2.0 \text{ m/s}^2$ و $B = 10 \text{ m/s}^2$ فإذا انطلقت السيارة من نقطة الأُسُل، فما موقعها عند $t = 3.0 \text{ s}$ ؟

2.50 يبدأ جسم من وضع السكون ويُعَدُّ عجلته من العلاقة $a = Bt^2 - \frac{1}{2}Ct$ حيث $B = 2.0 \text{ m/s}^3$ و $C = -4.0 \text{ m/s}^2$

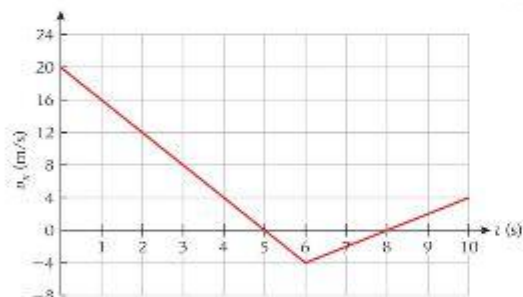
(a) فكم تكون السرعة المنجهد للجسم بعد $t = 5.0 \text{ s}$ ؟

(b) ما المسافة التي يتحركها الجسم بعد $t = 5.0 \text{ s}$ ؟

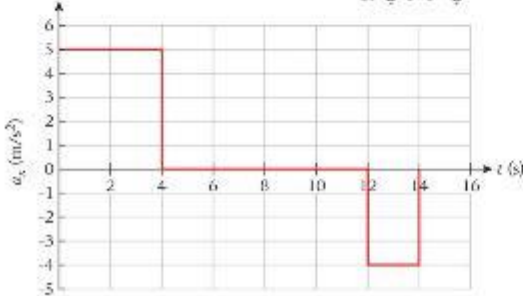
2.51 تتحرك سيارة على طول محور x وسرعتها المنجهد، v_x ، تختلف باختلاف الزمن كما هو موضح في الشكل. فإذا كان $x_0 = 2.0 \text{ m}$ عند $t_0 = 2.0 \text{ s}$ ، فما موقع السيارة عند $t = 10.0 \text{ s}$ ؟



2.52 تتحرك سيارة على طول محور x وسرعتها المنجهد، v_x ، تختلف باختلاف الزمن كما هو موضح في الشكل. ما مقدار إزاحة السيارة Δx من $t = 4 \text{ s}$ إلى $t = 9 \text{ s}$ ؟



2.53 تبدأ دراجة نارية من وضع السكون وتتسارع كما هو موضح في الشكل. حدد (a) سرعة الدراجة النارية عند $t = 4.00 \text{ s}$ وعند $t = 14.0 \text{ s}$ و (b) مقدار المسافة التي غرقتها في أول 14.0 s



القسم 2.7

2.54 ما المدة التي تستغرقها سيارة لزيادة سرعتها من نقطة البدء إلى 22.2 m/s إذا كانت العجلة ثابتة وحركت السيارة 243 m أثناء العجلة؟

2.44 كان الرقم القياسي للعام 2007 في سباق 100 m رجال 9.77 s ، وقد عبر العداء الذي حصل على المركز الثالث خط النهاية بعد مدة زمنية 10.07 s ، فعندما كان العداء يمر بخط النهاية، كم كانت المسافة بينه وبين العداء الحائز على المركز الثالث خلفه؟

(a) احسب الإجابة مع افتراض أن كل عداء كان يمدو بنفس سرعة طول مسافة السباق.

(b) احسب إجابة أخرى تستخدم نتيجة المثال 2.3. وهي أن العداء صاحب التسديد العالي يمدو بسرعة 12 m/s بعد مرحلة العجلة الابتدائية. فإذا وصل كل من العدائين في هذا السباق إلى هذه السرعة، فما المسافة الفاصلة بين العداء الحائز على المركز الثالث والعداء الحائز عند إنهاء السباق؟

القسم 2.5

2.45 يوضح غابيل بالفيديو المباركة الأزمنة التقريبية لعبور لاعب كرة القدم المخطوط المتربة المرسومة على أرض الملعب.

الوقت	1-	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
الزمن	0.00	0.23	1.16	1.80	2.33	2.87	3.37	3.87	4.33	4.80	5.27	5.73

t (s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
x (m)	12.01	11.47	10.34	9.71	9.20	8.67	8.14	7.64	7.17	6.67	6.20

(a) كم كانت سرعته المتوسطة من زمن التقاط الكرة حتى وصوله إلى وسط الملعب؟

(b) كم كانت سرعته المتوسطة من زمن عبوره وسط الملعب وحتى وصوله نقطة التوقف التي تبعد متراً خلف خط الهدف المقابل؟

(c) ما العجلة المتوسطة طوال مدة العبور؟

2.46 تلعب الطائرة F-14 Tomcat من متن حامله الطائرات

USS *Nimitz* يمدو منحنيق بقوة بخارية. يُرصد موقع الطائرة من قبرة القيادة عبر فواصل زمنية قدرها 0.20 s . وتمت جدولة هذه القياسات كما يلي:

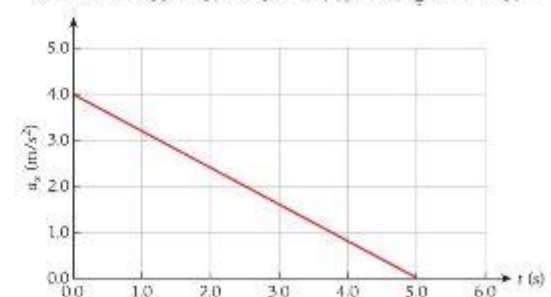
t (s)	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
x (m)	0.0	0.70	3.0	6.6	11.8	18.5	26.6	36.2	47.3	59.9	73.9

استخدم سبع الفرق لحساب السرعة المنجهد للمتوسطة للعجلة والمتوسطة لكل فترة زمنية. بعد إكمال هذا التحليل، هل يمكنك تحديد ما إذا كانت الطائرة F-14 Tomcat قد تسارعت بعجلة ثابتة تقريباً أم لا؟

القسم 2.6

2.47 يبدأ جسم من وضع السكون عند $x = 0.00$ ويتحرك لمدة 20.0 s بعجلة قدرها $+2.00 \text{ cm/s}^2$. وخلال مدة 40.0 s التالية، تبلغ عجلة الجسم -4.00 cm/s^2 . ما موقع الجسم في نهاية هذه الحركة؟

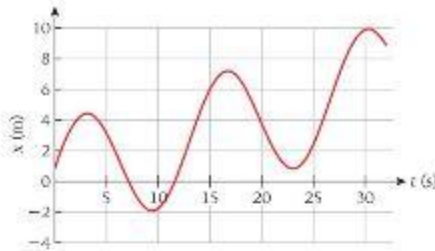
2.48 تتحرك سيارة في اتجاه x بعجلة a_x تختلف باختلاف الزمن كما هو موضح في الشكل. في اللحظة $t = 0.0 \text{ s}$ ، يكون موقع السيارة عند $x = 12 \text{ m}$ وسرعتها المنجهد 6.0 m/s في اتجاه x الموجب، ما السرعة المنجهد للسيارة عند $t = 5.0 \text{ s}$ ؟



- 2.68** أسقط حجر لأسفل بسرعة متجهة ابتدائية قدرها 10.0 m/s . وكانت عجلة الحجر ثابتة وتساوي قيمتها عجلة المقبوط الحر. 9.81 m/s^2 . فما السرعة المتجهة للحجر بعد مرور 0.500 s ؟
- 2.69** أسقطت كرة مباشرة لأسفل. بسرعة ابتدائية قدرها 10.0 m/s من ارتفاع 50.0 m . فما العاقل الزمني الذي تستغرقه الكرة حتى تستطعم بالأرض؟
- 2.70** كُثِفَ جسم رأسياً لأعلى وكانت سرعته 20.0 m/s عندما بلغ طئي أقصى ارتفاع له فوق نقطة إطلاقه. حدد أقصى ارتفاع يصل إليه.
- 2.71** ما السرعة المتجهة عند نقطة منتصف مسافة كرة يمكن أن تبلغ ارتفاع y عند قذفها لأعلى بسرعة متجهة ابتدائية قدرها $4v$ ؟
- 2.72** في 2 أغسطس 1971، أسقط رائد الفضاء ديفيد سكوت، بينما كان واقفاً على سطح القمر، مطرقةً كتلتها 13 kg وريشة سقر كتلتها 0.030 kg من ارتفاع 1.6 m . فاستطعم كل من الجسمين بسطح القمر بعد إسقاطهما بعدة 1.4 s . فما مقدار العجلة وقتاً لتوجه الجاذبية على سطح القمر؟
- 2.73** كُثِفَ جسم رأسياً وكانت سرعته المتجهة لأعلى 25 m/s عند بلوغه ربع أقصى ارتفاع له فوق نقطة إطلاقه. فما سرعة الجسم الابتدائية (الإطلاق)؟

تمارين إضافية

- 2.74** يبدأ عتار كتلته 56.1 kg العدو من وضع السكون ويتسارع بعجلة ثابتة قدرها 1.23 m/s^2 حتى تصل سرعته المتجهة إلى 5.10 m/s . ثم تابع العدو بسرعة متجهة ثابتة. ما المدة الزمنية التي يستغرقها العداء لقطع مسافة قدرها 173 m ؟
- 2.75** تحسب طائرة نفاثة على مدرج الطيران بسرعة 229.2 km/h . وبعد مرور 12.4 s توقفت الطائرة النفاثة تماماً. وبافتراض ثبات عجلة الطائرة النفاثة. كم المسافة التي قطعتها الطائرة النفاثة من موضع هبوطها على مدرج الطيران حتى توقفت؟
- 2.76** في التمثيل البياني للموقع كدالة زمن، حدد النقاط التي تكون عندها السرعة المتجهة سعةً والنقاط التي تكون عندها العجلة سعةً.



- 2.77** يتسارع سيارة تبدأ من وضع الثبات حتى سرعة 60.0 mph في مدة 4.20 s . إذا افترضنا أنّ عجلتها ثابتة.
- (a) ما مقدار العجلة؟
- (b) ما المسافة التي قطعها السيارة؟
- 2.78** إذا كانت أقل مسافة تحتاج إليها السيارة حتى تتوقف من سرعة 100.0 km/h هي 40.00 m على رصيف جاف، فما أقل مسافة لازمة لكبح هذه السيارة حتى تتوقف من سرعة 130.0 km/h على رصيف جاف؟
- 2.79** توقفت سيارة كانت تسير بسرعة 60.0 km/h في مدة $t = 4.00 \text{ s}$. إذا افترضنا ثبات التباطؤ.
- (a) فما المسافة التي قطعها السيارة أثناء التوقف؟
- (b) ما مقدار تباطؤها؟
- 2.80** أثناء القيادة بسرعة 29.1 m/s توقفت شاشة أمامك على مسافة 200.0 m من مصدر سيارتك. وكانت مكابحك في حالة سيطرة. فتابعت السيارة بحمد ثابت قدره 2.4 m/s^2 .
- (a) كم المسافة التي اقتربتها من مصدر الشاشة؟
- (b) ما المدة التي استغرقتها حتى تتوقف؟

- 2.55** تتباطأ سرعة سيارة من 31.0 m/s إلى 12.0 m/s خلال مسافة 380 m .
- (a) ما المدة التي تستغرقها بافتراض ثبات العجلة؟
- (b) ما قيمة هذه العجلة؟

- 2.56** بدأ عتار كتلته 57.5 kg العدو من وضع السكون ويتسارع بعجلة ثابتة قدرها 1.25 m/s^2 حتى وصلت سرعته المتجهة 6.3 m/s . ثم تابع العدو بهذه السرعة المتجهة التالية.

- (a) ما المسافة التي قطعها بعد مرور 59.7 s ؟
- (b) ما السرعة المتجهة للعتار عند هذه النقطة؟

- 2.57** هبطت مظلة نفاثة على سطح حامله طائراته، ولامست الأرض بسرعة 70.4 m/s وتوقفت تماماً بعد مسافة 197.4 m . فإذا حدثت تلك العملية بتباطؤ ثابت، فكم تكون سرعة النفاثة قبل موقع توقفها النهائي بمسافة 44.2 m ؟

- 2.58** أطلقت رصاصة غير لينة سمكها 10.0 cm في مسار حركة عمودي على الجزء الأمامي للوحة. فإذا دخلت الرصاصة اللوحة بسرعة 400 m/s وخرجت منها بسرعة 200 m/s . فكم تكون عجلتها أثناء مرورها عبر اللوحة؟

- 2.59** بدأت سيارة من وضع السكون وتتسارع بعجلة 10.0 m/s^2 . فما المسافة التي قطعها خلال 2.00 s ؟

- 2.60** بدأت طائرة من وضع السكون وتتسارع بعجلة 12.1 m/s^2 . فكم تكون سرعتها عند نهاية مدرج الطيران الذي يبلغ 500 m ؟

- 2.61** بدأ قارب، من وضع السكون، ثم زادت سرعته إلى 5.00 m/s بعجلة ثابتة.
- (a) ما السرعة المتوسطة للقارب؟

- (b) إذا استغرق القارب 4.00 s ليصل إلى هذه السرعة، فما المسافة التي قطعها؟
- 2.62** يقف العداء 1 في وضع السكون على مضمار سباق مستقيم، ويرى به العداء 2 الذي يعدو بسرعة ثابتة قدرها 5.1 m/s . ويجرد مرور العداء 2، أخذ العداء 1 يتسارع بعجلة ثابتة قدرها 0.89 m/s^2 . فأي بلحق العداء 1 بالعداء 2 على طول المضمار؟

- 2.63** ركب ولد دراجته، وعندما وصل إلى زاوية، توقفت لتناول المياه من زجاجة. وفي هذا الزمن، مر به سائق يتحرك بسرعة ثابتة قدرها 8.0 m/s .

- (a) بعد مرور 20 s عاد الولد إلى دراجته وغرّك بعجلة ثابتة قدرها 2.2 m/s^2 . فما المدة التي استغرقها الولد ليحقق زيميله؟

- (b) إذا ظل الولد على دراجته يتجول بسرعة 1.2 m/s عند مرور سديقه، فما العجلة الثابتة التي سيحتاج إليها ليحقق زيميله في المدة الزمنية نفسها؟

- 2.64** غرّك راكب دراجة ثارية بسرعة ثابتة 36.0 m/s عندما مر بسيارة شرطة متوقفة على جانب الطريق. ورصد الرادار الموجود في النافذة الخلفية لسيارة الشرطة سرعة الدراجة الثارية، وفور مرور الدراجة الثارية بسيارة الشرطة، بدأ شابيل الشرطة مطاردة راكب الدراجة الثارية بعجلة ثابتة قدرها 4.0 m/s^2 .

- (a) ما المدة التي يستغرقها شابيل الشرطة للحاق براكب الدراجة الثارية؟

- (b) كم تكون سرعة سيارة الشرطة عند لحاقها بالدراجة الثارية؟

- (c) ما المسافة التي سيقطها سيارة الشرطة عن موقعها الأصلي؟

- 2.65** تسير عربتا قطار على مسار أفقي مستقيم. بدأت إحدى العربتين تتحرك من وضع السكون بعجلة ثابتة قدرها 2.00 m/s^2 . وتتحرك هذه العربة باتجاه العربة الثانية التي تتجد عنها مسافة 30.0 m وتتحرك العربة الثانية بعيداً عن العربة الأولى وتسير بسرعة ثابتة قدرها 4.00 m/s .

- (a) ما موقع تصادم العربتين؟

- (b) ما الزمن الذي تستغرقه العربتان ليصلتاهما؟

القسم 2.8

- 2.66** زكّلت كرة رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية قدرها 26.4 m/s . فما المدة التي تستغرقها الكرة قبل سقوطها على الأرض؟

- 2.67** كُثِفَ حجر لأعلى من مستوى الأرض بسرعة متجهة ابتدائية قدرها 10.0 m/s .

- (a) ما السرعة المتجهة للحجر بعد مرور 0.50 s ؟

- (b) كم يبلغ ارتفاع الحجر فوق مستوى الأرض بعد مرور 0.50 s ؟

- 2.81 يتجه قطار يسير بسرعة 40.0 m/s مباشرة نحو قطار آخر كان في وضع السكون على المسار نفسه، ويتباطأ القطار المنحرك بحجلة قدرها 6.0 m/s^2 بينما يتدفق القطار الساكن على بُعد 100.0 m ، فما المسافة التي ستفصل بين القطار الساكن والقطار المنحرك عند توقفه؟
- 2.82 استخدم سائق سيارة كان يسير بسرعة 25.0 m/s المكابح وتباطأت السيارة بمعدل ثابت قدره 1.2 m/s^2 .
- (a) ما المسافة التي تسطعها خلال 3.0 s ؟
 (b) ما مقدار سرعتها المنحبة في نهاية هذه الفترة الزمنية؟
 (c) ما اللد التي تستغرقها السيارة حتى تتوقف؟
 (d) ما المسافة التي تسطعها السيارة قبل التوقف؟
- 2.83 كانت أكبر سرعة سُجلت في تاريخ سباق ناسكار 342.4 kph (حقتها بيل اليت من سنة 1987 في تالديجا)، فإذا تباطأت سيارة السباق من هذه السرعة بمعدل 8.0 m/s^2 ، فما المسافة التي ستقطعها قبل التوقف؟
- 2.84 ضاقت على متن طائرة تجارية عائداً من هيوستن، بولاية تكساس، إلى أوكلاهوما سيتي، بولاية أوكلاهوما، ويعلن الطيار أن الطائرة غلق مباشرة فوق مدينة أوستن بولاية تكساس، وتسير بسرعة ثابتة تبلغ 394 kph وسنطلق مباشرة فوق مدينة دالاس، بولاية تكساس التي تبعد 362 km ، ما اللد التي تستغرقها الطائرة قبل أن تغلق مباشرة فوق دالاس، بولاية تكساس؟
- 2.85 يُحدد موقع مرزقة صاروخية على طريق مستقيم من المعادلة $c - 3.0 \text{ m} = b t^2 + c$ ، حيث $c = 2.0 \text{ m/s}^2$ و $b = 9.0$ و $t = 4.0 \text{ s}$ و $t = 9.0$ ؟
- (a) ما موقع المرزقة بين $t = 4.0 \text{ s}$ و $t = 9.0 \text{ s}$ ؟
 (b) ما السرعة المتوسطة بين $t = 4.0 \text{ s}$ و $t = 9.0 \text{ s}$ ؟
- 2.86 يبلغ ارتفاع حافة المنحدر 100 m فوق الأرض، وكُنذت سخرة لأعلى من فوق حافة المنحدر مباشرة بسرعة 8.00 m/s .
- (a) ما اللد التي تستغرقها السخرة حتى تسقط على الأرض؟
 (b) ما سرعة السخرة قبل أن تسقط مباشرة بالأرض؟
- 2.87 وضعت وحدة مزدوجة لمرآة السرعة على طريق سريع، وتتخفي سيارة شرطة خلف إحدى اللوحات الدعائية وأخرى على مسافة ما تحت جسر، وأثناء مرور سيارة سيدان بسيارة الشرطة الأولى، تم رصدها تسير بسرعة 170.4 kph ، ولما كان لدى السائق كاشف رادار، فقد نته إلى أن سرعته قد زُمدت، فأخذ يحول إبطام سيارته تدريجياً دون المنطق على الكابح أو إشعار الشرطة بعلفه أنه كان يفود بسرعة زائفة، وكجهد رفع قدمه عن دواسة الوقود أخذ يتباطأ بمعدل ثابت، وبعد مدة قدرها 7.05 s بالضبط، مرت السيارة سيدان بسيارة الشرطة الثانية، وُزمدت سرعتها الآن بمعدل 108.0 kph فقط، أي أقل من حد السرعة على الطريق السريع المحلي مباشرة.
- (a) ما قيمة التباطؤ؟
 (b) ما المسافة بين سيارتي الشرطة؟
- 2.88 أثناء إجراء اختبار على مدرج بطير ان، بلغت سرعة سيارة سباق جديدة 258.4 mph بدا من وضع الثبات، وتتسارع السيارة بحجلة ثابتة وتبلغ علامة السرعة هذه بعد مسافة 612.5 m من نقطة البداية، فكم كانت سرعتها بعد ربع هذه المسافة ونسغها وثلاثة أرباعها؟
- 2.89 يُحدد الموقع الرأسي لكرة معلقة بشرط مطابقتي من المعادلة $y(t) = (3.8 \text{ m}) \sin(0.46 \text{ rad/s} \cdot t - 0.31) - (0.2 \text{ m/s}^2)t + 5.0 \text{ m}$
- (a) اكتب معادلات السرعة المنحبة والحجلة لهذه الكرة؟
 (b) في أي زمن بين 0 و 30 s كانت الحجلة صفراً؟
- 2.90 يختلف موقع جسم يتحرك على طول المحور x باختلاف الزمن وفقاً للتعبير $x = At^3$ ، حيث A ثابت x بالأمتر و t بالثواني.
- (a) حدد موقع الجسم عند $t = 2.00 \text{ s}$
 (b) حدد موقعه عند $t = 2.00 \text{ s} + \Delta t$
 (c) أوجد قيمة النهاية $\Delta x / \Delta t$ عندما يقترب Δt من الصفر، لإيجاد السرعة المنحبة عند $t = 2.00 \text{ s}$
- 2.91• حاول آلاف الأشخاص المذعورين من البركان الفرار بالسيارة، فتحركت سيارة نقل طلاباً جامعيين إلى الشمال مسافة 320 كيلومتراً بسرعة متوسطة 3.0 m/s في ربع اللد، ثم بسرعة 4.5 m/s في ربع آخر من اللد ثم بسرعة 6.0 m/s في باقي الرحلة.
- (a) ما اللد التي استغرقها الطلاب للوصول إلى وجهتهم؟
 (b) ارسم التمثيل البياني للموقع مقابل زمن الرحلة.
- 2.92• كُنذت كرة لأعلى مباشرة في الهواء بسرعة 15.0 m/s ، مع تجاهل مقاومة الهواء.
- (a) ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟
 (b) ما سرعة الكرة عندما تصل إلى 5.00 m ؟
 (c) ما اللد التي تستغرقها الكرة لتصل إلى 5.00 m فوق موقعها الأول عند ارتفاعها لأعلى؟
 (d) ما اللد التي تستغرقها الكرة لتصل إلى 5.00 m فوق موقعها الأول عند هبوطها إلى أسفل؟
- 2.93• يشتهر أحد الفنانين بتأثيراته الموسيقية، التي تستخدم 192 نغمة من نوع هايرشوتز لدفع المياه لثبات الأقدام في الهواء على إيقاع الموسيقى، تدفق إحدى نغمات هايرشوتز المياه إلى أعلى مباشرة حتى ارتفاع 73.2 m .
- (a) ما السرعة الابتدائية للمياه؟
 (b) ما سرعة المياه عندما تكون في منتصف هذا الارتفاع أثناء هبوطها لأسفل؟
 (c) ما اللد التي تستغرقها المياه المنسقوط مرة أخرى إلى ارتفاعها الأصلي من منتصف أقصى ارتفاع لها؟
- 2.94• تعود سرعة ثابتة قدرها 13.5 m/s لمدّة 30.0 s ، ثم تتسارع بعد ذلك بثبات لمدّة 10.0 s حتى تصل إلى سرعة 22.0 m/s ، ثم تتباطأ بملاسة للتوقف خلال 10.0 s ، فما المسافة التي قطعها؟
- 2.95• سقطت كرة من سطح أحد المباني، فاستطقت بالأرض ثم التفتت عند ارتفاعها الأصلي بعد مرور 5.0 s .
- (a) كم كانت سرعة الكرة قبل أن تسقط بالأرض مباشرة؟
 (b) كم كان ارتفاع المبنى؟
 (c) وأنت تشاهد ذلك من نافذة ترتفع عن الأرض بمسافة 2.5 m ، يبلغ ارتفاع فتحة النافذة 1.2 m من أعلاها إلى أسفلها، فما الزمن الذي شاهدت فيه الكرة لأول مرة بعد سقوطها وأنت في النافذة؟
- 2.96 يحدد موقع جسم كدالة للزمن من المعادلة $x(t) = \frac{1}{4}x_0 e^{2at}$ ، حيث x_0 ثابت موجب.
- (a) في أي زمن يكون الجسم عند $2x_0$ ؟
 (b) ما سرعة الجسم كدالة للزمن؟
 (c) ما عجلة الجسم كدالة للزمن؟
 (d) ما وحدات النظام الدولي لـ ax ؟
- 2.97 يحدد موقع جسم كدالة للزمن من المعادلة $x = At^4 - Bt^2 + C$
- (a) ما مقدار السرعة المنحبة اللحظية كدالة للزمن؟
 (b) ما مقدار العجلة اللحظية كدالة للزمن؟

تأريخ معطيات متعددة

2.102 تبلغ العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية فوق سطح المريخ عند خط الاستواء 3.699 m/s^2 . وتنفرد الصخرة التي تحرت من وضع السكون 0.8198 s للوصول إلى السطح. فما الارتفاع الذي سقطت منه الصخرة؟

2.103 سقطت كرة فولاذية من ارتفاع 12.37 m فوق الأرض. فما سرعتها عندما تسقط إلى ارتفاع 2.345 m فوق الأرض؟

2.104 سقطت كرة فولاذية من ارتفاع 13.51 m فوق الأرض. فما ارتفاع الكرة فوق الأرض عندما تسقط سرعتها إلى 14.787 m/s ؟

2.105 أسقطت كرة فولاذية وعندما وصلت إلى ارتفاع 2.387 m فوق الأرض، كانت سرعتها 15.524 m/s . فما الارتفاع الذي سقطت منه الكرة؟

2.98 كُتف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s فما المدة التي يستغرقها للوصول إلى أقصى ارتفاع له؟

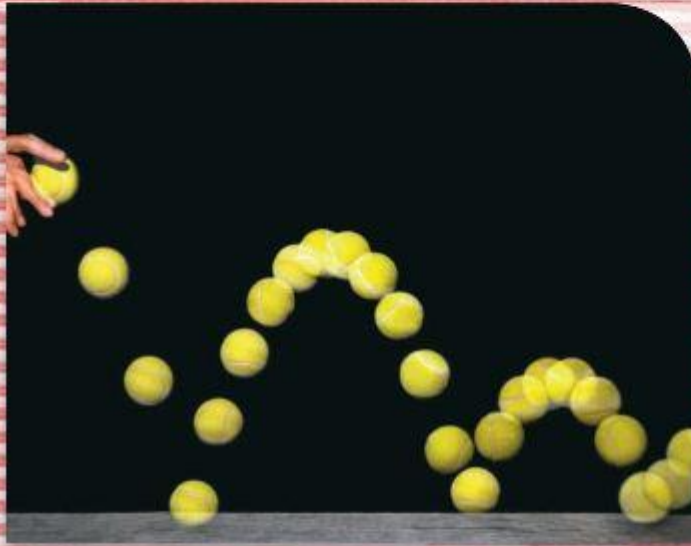
2.99 كُتف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s فما مقدار ارتفاعه فوق نقطة الإستقطاب بعد 1.00 s ؟

2.100 كُتف جسم لأعلى بسرعة 28.0 m/s ما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم فوق نقطة الإستقطاب؟

2.101 تبلغ العجلة الناتجة عن قوة الجاذبية فوق سطح المريخ عند خط الاستواء 3.699 m/s^2 . فما المدة التي تستغرقها صخرة أسقطت من ارتفاع 1.013 m لتسقط بالسطح؟

الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد

3



الشكل 3.1 تسلسل العرض المتعدد لكرة مرتدة.

شاهد الجميع كرة مرتدة، ولكن هل أمعن أحد النظر عن كثب في المسار الذي تسلكه إذا أمكنك إبطاء حركة الكرة، كما هو الحال في الصورة الواردة في الشكل 3.1، فستشاهد فوشا متصافيا لكل ارتداد للكرة، حيث يصغر هذا القوس حتى تتوقف الكرة. يُعدّ هذا المسار إحدى خصائص نوع الحركة في بعدين، المعروفة باسم حركة المقذوفات. يمكنك مشاهدة شكل القطع المكافئ نفسه في نافورة الماء والألعاب النارية ورمية كرة السلة — أي نوع من الحركة المعزولة تكون فيها قوة الجاذبية ثابتة نسبيا في حين أن الجسم المتحرك كثيف بما يكفي بحيث يمكن تجاهل مقاومة الهواء. أفوه تميل إلى إبطاء الأجسام المتحركة في عكس اتجاه الهواء.

تتبع هذه الوحدة في مناقشة موضوعات الإراحة والسرعة المتجهة والعجلة للحركة في بعدين الواردة في الوحدة 2. كما أن تعريفات هذه المتجهات في بعدين مشابهة للغاية لتعريفات البعد الواحد، ولكن يمكن أن تطبقها على مجموعة أكبر من الحالات الواقعية. ولا تزال الحركة في بعدين أكثر تشبيهاً من الحركة العامة في ثلاثة أبعاد، ولكنها تنطبق على مجموعة واسعة من الحركات الشائعة والمهمة التي سنتناقشها خلال هذا المقرر.

ما سنتعلمه

- 67
- 3.1 أنظمة الإحداثيات ثلاثية الأبعاد
- 3.2 السرعة المتجهة والعجلة في بعدين أو ثلاثة أبعاد
- 3.3 حركة المقذوفات المثالية
- مثال 3.1 التصويب على القرد
- شكل مسار المقذوف
- تأثير متجه السرعة مع الزمن
- 3.4 أقصى ارتفاع ومدى للمقذوف
- مسألة محلولة 3.1 رمي كرة بيسبول
- مثال 3.2 ضرب كرة بيسبول بالمضرب
- مسألة محلولة 3.2 زمن التحليق
- مسألة محلولة 3.3 زمن الرحلة
- 3.5 حركة المقذوفات الواقعية
- 3.6 الحركة النسبية
- مثال 3.3 طائرة في رياح متعامدة
- مثال 3.4 القيادة أثناء مدلول المنر
- مسألة محلولة 3.4 غزال متحرك

ما تعلمناه/ دليل المذاكرة للاختبار

- 84 إرشادات حل المسائل
- 85 أسئلة الاختيار من متعدد
- 85 أسئلة مطاوعة
- 86 تمارين
- 90 تمارين بمخطبات متعددة

ما سنتعلمه

- سنتعلم التعامل مع الحركة في بعدين وثلاثة أبعاد باستخدام الأساليب الموضوعة للحركة في بعد واحد.
- سنحدد مسار القطع المكافئ لحركة المقذوفات المثالية.
- سنحسب أقصى ارتفاع وأقصى مدى لمسار المقذوف المثالي بدلالة متجه السرعة الابتدائية والواقع الابتدائي.
- سنتعلم وصف متجه السرعة لمقذوف في أي وقت أثناء رحلته.
- سندرس التأثير النوعي للاحتكاك بالهواء في المسارات الحثيفية للأجسام، مثل كرة البيسبول، وكيف تتصرف هذه المسارات عن نظيرتها المكافئة.
- سنتعلم تحويل متجهات السرعة من مناطق إسناد إلى آخر.

3.1 أنظمة الإحداثيات ثلاثية الأبعاد

بعد دراسة الحركة في بعد واحد، سنتناول بعد ذلك مسائل أكثر تعقيداً في بعدين وثلاثة أبعاد مكانية. لوصف هذه الحركة، سنستخدم الإحداثيات الديكارتية. وفي النظام الإحداثي الديكارتية ثلاثي الأبعاد نختار المحورين x و y ليكونا في المستوى الأفقي والمحور z يشير رأسياً إلى أعلى (الشكل 3.2). كما أن محاور الإحداثيات الثلاثة متعامدة مع بعضها بزواوية 90° . وهذا ما يتطابقه النظام الإحداثي الديكارتية. القاعدة المتبعة دون استثناء في هذا الكتاب هي أن النظام الإحداثي الديكارتية يتم إجراؤه **باليدي اليميني**. فهذه القاعدة تعني أنه يمكنك الحصول على الاتجاه النسبي لمحاور الإحداثيات الثلاثة باستخدام يدك اليميني. لتحديد الاتجاهات الموجبة للمحاور الثلاثة، استخدم يدك اليميني بحيث يكون الإبهام مستقيماً لأعلى والسبابة مستقيمة للأمام؛ وبطبيعة الحال سيكونان زاوية 90° بالنسبة إلى بعضهما. ثم مد إصبعك الوسطى بحيث يكون زاوية قائمة مع كل من السبابة والإبهام (الشكل 3.3). يتم تعيين المحاور الثلاثة للأصابع كما هو موضح في الشكل 3.3: الإبهام هو x ، والسبابة هي y ، والوسطى هو z . يمكنك تدوير يدك اليميني في أي اتجاه، ولكن يبقى الاتجاه النسبي للإبهام والإصبعين كما هو. يمكن دائماً توجيه اليد اليميني في حيز ثلاثي الأبعاد بطريقة يمكن فيها محاكاة تعيينات المحاور على أصابعك مع محاور الإحداثيات التخيلية الموضحة في الشكل 3.2. باستخدام مجموعة الإحداثيات الديكارتية هذه، يمكن كتابة متجه موضع في صورة إحداثية على النحو التالي

$$(3.1) \quad \vec{r} = (x, y, z) = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

متجه السرعة هو

$$(3.2) \quad \vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z}$$

بالنسبة إلى المتجهات في بعد واحد، تُحدد مشتقة الزمن لمتجه الموضع متجه السرعة. وهذا ينطبق أيضاً على أكثر من بعد واحد.

$$(3.3) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y} + \frac{dz}{dt}\hat{z}$$

في الخطوة الأخيرة من هذه المعادلة، استخدمنا قواعد الجمع وحاصل الضرب الخاصة بالتفاضل، وكذلك حقيقة أن متجهات الوحدات هي متجهات ثابتة (اتجاهات ثابتة على طول محاور الإحداثيات ومقدار ثابت يساوي 1). بمقارنة المعادلتين 3.2 و 3.3، نرى أن

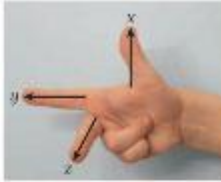
$$(3.4) \quad v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

بعودنا الإجراء نفسه من متجه السرعة إلى متجه العجلة بأخذ مشتقة الزمن للمعادلة الأولى:

$$(3.5) \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\hat{x} + \frac{dv_y}{dt}\hat{y} + \frac{dv_z}{dt}\hat{z}$$



الشكل 3.2 نظام إحداثي ديكارتية xyz باليد اليميني.



الشكل 3.3 نظام إحداثي ديكارتية xyz باليد اليميني.

ولذلك يمكننا كتابة المركبات الديكارتية لمتجه العجلة:

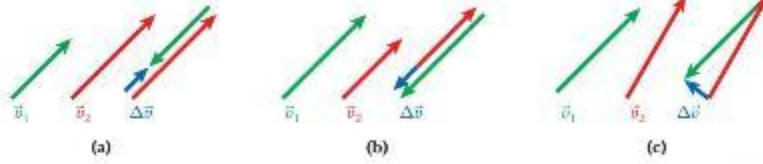
$$(3.6) \quad a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}.$$

3.2 السرعة المتجهة والعجلة في بعدين أو ثلاثة أبعاد

يُعدّ الاختلاف الملمّح للنظر بين السرعة المتجهة على طول خط مستقيم والسرعة المتجهة في بعدين أو أكثر هو إمكانية تغيّر اتجاه السرعة المتجهة في بعدين أو أكثر حتى في الحالات التي تظل فيها السرعة ثابتة. ونظرًا لأن العجلة تُعرف بأنها تغيّر في السرعة المتجهة - أي تغيّر في السرعة المتجهة - مقسوم على فاصل زمني، يمكن أن تكون شدة عجلة حتى عندما لا يتغير مقدار السرعة المتجهة. فذكر، على سبيل المثال، أنّ جسيماً يتحرك في بعدين (أي على مستوى) في الزمن t_1 كانت سرعة الجسيم المتجهة \vec{v}_1 وفي زمن لاحق t_2 كانت سرعته المتجهة \vec{v}_2 ومن ثمّ فإنّ التغيّر في سرعة الجسيم المتجهة هو $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. كما نحصل على متوسط العجلة، \vec{a}_{ave} ، للفاصل الزمني $\Delta t = t_2 - t_1$ من خلال

$$(3.7) \quad \vec{a}_{ave} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}.$$

يوضح الشكل 3.4 ثلاث حالات مختلفة للتغيّر في السرعة المتجهة لجسيم يتحرك في بعدين خلال فاصل زمني محدد. كما يوضح الشكل 3.4a أنّ السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية للجسيم لهما الاتجاه نفسه، ولكن مقدار السرعة النهائية أكبر من مقدار السرعة الابتدائية، ويكون التغيّر الناتج في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة في اتجاه السرعات المتجهة نفسه. يوضح الشكل 3.4b مرة أخرى أنّ السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية في الاتجاه نفسه، ولكن مقدار السرعة النهائية أقل من مقدار السرعة الابتدائية، ويكون التغيّر الناتج في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة في الاتجاه المعاكس للسرعات المتجهة. ويوضح الشكل 3.4c الحالة عندما يكون للسرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية المقدار نفسه ولكن اتجاه متجه السرعة النهائية مختلف عن اتجاه متجه السرعة الابتدائية. وبالرغم من أنّ مقدار السرعتين المتجهتين الابتدائية والنهائية متماثل، فإنّ التغيّر في السرعة المتجهة ومتوسط العجلة لا يساوي صفرًا، ويمكن أن يكون في اتجاه غير مرتبط باتجاهي السرعة الابتدائية أو النهائية بشكل واضح.



الشكل 3.4 في الزمن t_1 يكون للجسيم السرعة المتجهة \vec{v}_1 في زمن لاحق t_2 ، يكون للجسيم السرعة المتجهة \vec{v}_2 . نحصل على متوسط العجلة من خلال $\vec{a}_{ave} = \Delta\vec{v}/\Delta t = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)/(t_2 - t_1)$. (a) فاصل زمني متناسب مع $|\vec{v}_2| > |\vec{v}_1|$ مع وجود \vec{v}_1 و \vec{v}_2 في الاتجاه نفسه. (b) فاصل زمني متناسب مع $|\vec{v}_2| < |\vec{v}_1|$ مع وجود \vec{v}_1 و \vec{v}_2 في الاتجاه نفسه. (c) فاصل زمني مع $|\vec{v}_2| = |\vec{v}_1|$ ولكن مع وجود \vec{v}_2 في اتجاه مختلف عن \vec{v}_1 .

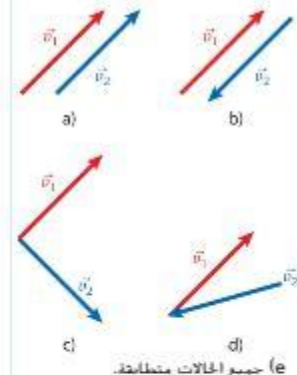
بصفة عامة، يتشأ متجه العجلة إذا تغير متجه سرعة الجسم في المقدار أو الاتجاه. ففي أي وقت يتحرك فيه الجسم على طول مسار منحني، في بعدين أو ثلاثة أبعاد، يجب أن تكون له عجلة. سندرس مركبات العجلة بمزيد من التفصيل في الوحدة 9. عند مناقشة الحركة الدائرية.

3.3 حركة المقذوفات المثالية

في بعض الحالات الخاصة للحركة في ثلاثة أبعاد، يكون الإسقاط الأفقي لمسار أو مسار رحلة خطًا مستقيمًا. يحدث هذا الموقف عندما تكون العجلة في المستوى الأفقي xy تساوي صفرًا، بحيث يكون للجسيم مركبات سرعة متجهة ثابتة v_x و v_y في المستوى الأفقي. تظهر مثل هذه الحالة جلية

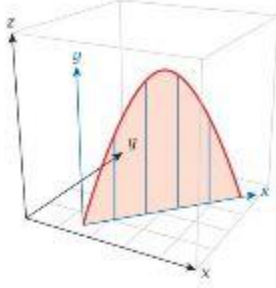
مراجعة المفاهيم 3.1

في جميع الحالات الموضحة أدناه، يكون لمتجهي السرعة \vec{v}_1 و \vec{v}_2 الطول نفسه. في أي حالة يكون لـ $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ القيمة المطلقة الأكبر؟



مراجعة المفاهيم 3.2

في جميع الحالات الموضحة في مراجعة المفاهيم 3.1، يكون لمتجهي السرعة \vec{v}_1 و \vec{v}_2 الطول نفسه. في أي حالة يكون للمتجه $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ القيمة المطلقة الأصغر؟



الشكل 3.5 مسار في ثلاثة أبعاد
اعتزل إلى مسار في بعدين.



الشكل 3.6 صورة لرمية كرة تين
ترآك مسار القطع المكافئ لكرة السلة.
تم تجميع هذه الصورة بإجراء تراكب
لـ 13 إطاراً بفواصل زمني مقدار 1/12 s
بين كل إطارين متتابعين. لاحظ أن الكرة
تتحرك المسافة الأفقية نفسها (الخطوط
الرأسية السوداء) بين كل إطارين!

في الشكل 3.5 لكرة بيسبول تم قذفها في الهواء. في هذه الحالة، يمكننا تعيين محاور إحداثيات جديدة، مثل نقاط المحور x على طول الإسقاط الأفقي للمسار في حين يكون المحور y هو المحور الرأسي. في هذه الحالة الخاصة، يمكن بشكل أساسي وصف الحركة في ثلاثة أبعاد على أنها حركة في بعدين. تندرج مجموعة كبيرة من المسائل الواقعية تحت هذه الفئة. لا سيما المسائل التي تتضمن حركة المذوفات المثالية.

المذوف المثالي هو جسم ينطلق بسرعة ابتدائية ومن ثم لا يتحرك إلا تحت تأثير عجلة الجاذبية، والتي يفترض أن تكون ثابتة وفي اتجاه رأسي إلى أسفل. ويُعتبر تنعيز رمية حرة في كرة السلة (الشكل 3.6) مثالاً جيداً على حركة المذوفات المثالية، وكذلك خروج رصاصة أو مسار سيارة عالقة بالهواء. تتجاهل **حركة المذوفات الحقيقية** مقاومة الهواء وسرعة الرياح ودوران المذوف والتأثيرات الأخرى التي تؤثر في رحلة المذوف في الهواء. لا تكفي حركة المذوفات المثالية لوصف المسار الفعلي، ويلزم إجراء المزيد من التحليل المتطور. سنناقش هذه التأثيرات في القسم 3.5، ولكن لن نتطرق إلى التفاصيل الكمية.

لنبدأ بحركة المذوفات المثالية في ظل عدم وجود تأثيرات ناجمة عن مقاومة الهواء أو قوى أخرى بجانب الجاذبية. نستخدم مرئيين ديكارتيين: x في الاتجاه الأفقي و y في الاتجاه الرأسي (الأعلى). ولذلك، يكون متجه الموقع لحركة المذوف هو

$$(3.8) \quad r = (x, y) = x\hat{x} + y\hat{y}$$

ومتجه السرعة هو

$$(3.9) \quad \vec{v} = (v_x, v_y) = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right) = \frac{dx}{dt}\hat{x} + \frac{dy}{dt}\hat{y}.$$

نظراً لاختيارنا للنظام الإحداثي، حيث يكون y هو المحور الرأسي، تتجه العجلة بفعل الجاذبية إلى أسفل. في الاتجاه y السالب؛ ولا توجد عجلة في الاتجاه الأفقي:

$$(3.10) \quad \vec{a} = (0, -g) = -g\hat{y}.$$

بالنسبة إلى هذه الحالة الخاصة حيث تكون العجلة ثابتة في الاتجاه y ، وتساوي صفراً في الاتجاه x ، يكون لدينا مسألة سقوط حر في الاتجاه الرأسي وحركة بسرعة متجهة ثابتة في الاتجاه الأفقي. نُعتبر معادلات الكينماتيكا للاتجاه x هي تلك الخاصة بجسم يتحرك بسرعة متجهة ثابتة:

$$(3.11) \quad x = x_0 + v_{x0}t$$

$$(3.12) \quad v_x = v_{x0}.$$

وعلى غرار الوحدة 2، نستخدم الرمز $v_x(t=0) \equiv v_{x0}$ للقيمة الابتدائية للمركبة x في السرعة المتجهة. في حين نُعتبر معادلات الكينماتيكا للاتجاه y هي تلك الخاصة بحركة سقوط حر في بعد واحد:

$$(3.13) \quad y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$(3.14) \quad y = y_0 + \bar{v}_y t$$

$$(3.15) \quad v_y = v_{y0} - gt$$

$$(3.16) \quad \bar{v}_y = \frac{1}{2}(v_y + v_{y0})$$

$$(3.17) \quad v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0).$$

للحفاظ على الاتساق، نكتب $v_y(t=0) \equiv v_{y0}$ وباستخدام هذه المعادلات السبع للمرئيين x و y ، يمكننا حل أي مسألة تتعلق بمذوف مثالي. لاحظ أنه نظراً لإمكانية تقسيم الحركة في بعدين إلى حركات متصلة في بعد واحد، نكتب هذه المعادلات في صورة إحداثية، دون استخدام متجهات الوحدات.

التصويب على القرد

مثال 3.1

يبين العديد من العروض التوضيحية في المحاضرات أن الحركة في الاتجاه x والحركة في الاتجاه y متصلتان تمامًا. كما يفترض في اشتقاق المعادلات لحركة المقذوفات. وأحد أشهر هذه العروض التوضيحية الذي يسمى "التصويب على القرد" مبين في الشكل 3.7. وهذا العرض التوضيحي مستلهم من قصة. حيث تسلك قرد من حديقة الحيوان هارتا وتسلق شجرة. يريد حارس الحديقة التصويب على القرد بسهم مخدر للإمساك به مجددًا. لكنه على علم بأن القرد سيرك فرع الشجرة الممسك به بمجرد سماع صوت الإطلاق من البندقية. ومن ثم، يكمن التحدي في إصابة القرد في الهواء أثناء سقوطه.

المسألة

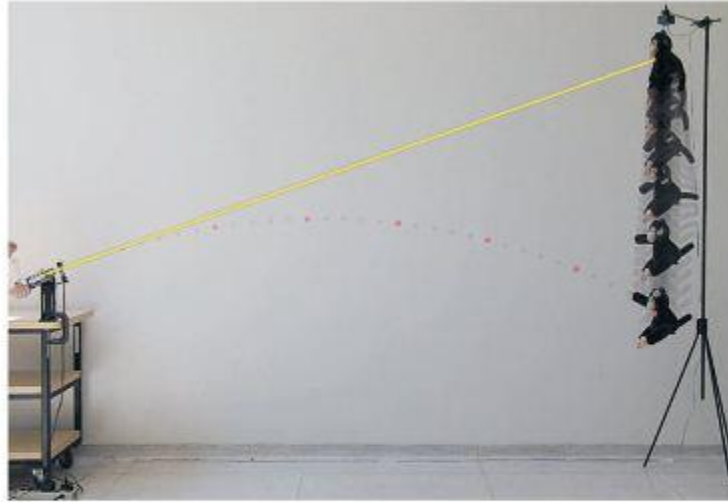
أين يحتاج حارس الحديقة إلى أن يصوب لإصابة القرد الساقط؟

الحل

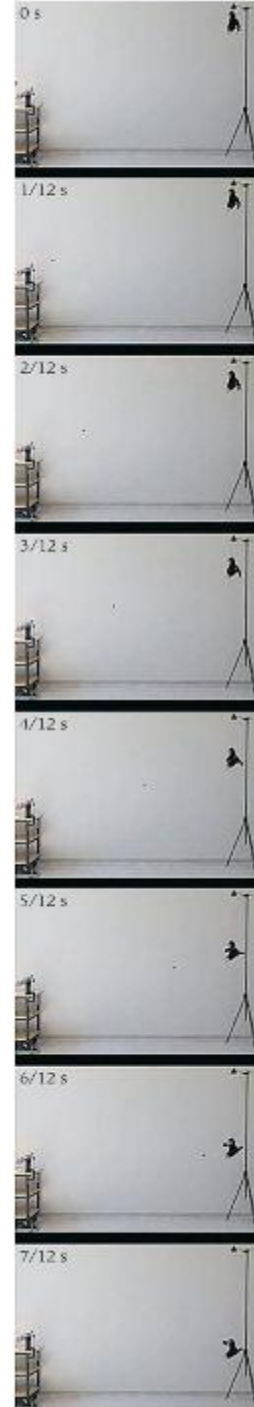
يجب أن يصوب حارس الحديقة على القرد مباشرة، كما هو موضح في الشكل 3.7. على افتراض أن زمن وصول صوت الإطلاق من البندقية إلى القرد غير مهم وأن السهم سريع بما يكفي لتغطية المسافة الأفقية إلى الشجرة. بمجرد خروج السهم من البندقية، يكون في حالة سقوط حر. تمامًا مثل القرد. ونظرًا لأن القرد والسهم في حالة سقوط حر، فإنهما يستطمان بالعجلة نفسها. بصرف النظر عن حركة السهم في الاتجاه x والسرعة المتجهة الابتدائية للسهم. السهم والقرد سيلتقيان في نقطة أسفل نقطة سقوط القرد مباشرة.

مناقشة

يمكن أن يخبرك الفحص بأنه، بالنسبة إلى هدف ثابت، تحتاج إلى تعديل مهداف البندقية ليناسب حركة المقذوف الحر للمقذوف في طريقه إلى الهدف. كما يمكنك الاستدلال من الشكل 3.7. حتى الرصاصة المنطلقة من بندقية عالية الدقة لن تسلك خطًا مستقيمًا ولكن ستتحض تحت تأثير عجلة الجاذبية. لا يمكن للقرد أن يصيب الهدف مباشرة بدون إجراء تعديلات على حركة المقذوف الحر للمقذوف إلا في حالة مائلة للعرض التوضيحي للتصويب على القرد، حيث يكون الهدف في حالة سقوط حر بمجرد خروج المقذوف من فوهة البندقية.



الشكل 3.7 العرض التوضيحي التدريسي للتصويب على القرد. يوجد على اليمين بعض الإطارات الفردية للفيديو. مع معلومات حول توقيتها الزمني في الزاوية العلوية اليسرى. وعلى اليسار، تم تجميع هذه الإطارات في صورة واحدة مع وجود خط متداخل باللون الأصفر يشير إلى التصويب الابتدائي لأداة إطلاق المقذوف.



شكل مسار المتذوف

لنتناول الآن مسار المتذوف في بعدين. لإيجاد y كدالة لـ x نحل المعادلة $x = x_0 + v_{x0}t$ لنجد $t = (x - x_0)/v_{x0}$ ثم نعوّض عن t في المعادلة $y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$.

$$y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow$$

$$y = y_0 + v_{y0} \frac{x - x_0}{v_{x0}} - \frac{1}{2}g \left(\frac{x - x_0}{v_{x0}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$(3.18) \quad y = \left(y_0 - \frac{v_{y0}x_0}{v_{x0}} - \frac{gx_0^2}{2v_{x0}^2} \right) + \left(\frac{v_{y0}}{v_{x0}} + \frac{gx_0}{v_{x0}^2} \right) x - \frac{g}{2v_{x0}^2} x^2.$$

وهكذا، يتبع المسار معادلة الشكل العام $y = c + bx + ax^2$ مع الثوابت a و b و c . هذا هو شكل معادلة القطع المكافئ على المستوى xy . من المعتاد تعيين المركبة x في نقطة بداية القطع المكافئ بحيث تساوي صفراً، $x_0 = 0$. وفي هذه الحالة، تصبح معادلة القطع المكافئ

$$(3.19) \quad y = y_0 + \frac{v_{y0}}{v_{x0}} x - \frac{g}{2v_{x0}^2} x^2.$$

يتحدد مسار المتذوف تماماً بثلاثة ثوابت مدخلة. هذه الثوابت هي الارتفاع الابتدائي لإطلاق المتذوف y_0 والمركبتين x و y لمتجه السرعة الابتدائية v_{x0} و v_{y0} . كما هو موضح في الشكل 3.8.

يمكننا أيضاً التعبير عن متجه السرعة الابتدائية v_0 بدلالة مقداره v_0 واتجاهه θ_0 . يتضمن التعبير عن v_0 بهذا الأسلوب إجراء تحويل

$$(3.20) \quad v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{v_{y0}}{v_{x0}}.$$

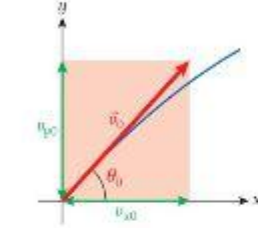
نأخذنا في الوحدة 1 هذا التحويل من الإحداثيات الديكارتية إلى طول المتجه وزاويته، وكذلك التحويل العكسي:

$$(3.21) \quad v_{x0} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \theta_0.$$

بعد التعبير بدلالة مقدار متجه السرعة الابتدائية واتجاهها، تصبح معادلة مسار المتذوف

$$(3.22) \quad y = y_0 + (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2.$$



الشكل 3.8 متجه السرعة الابتدائية v_0 ومركبتاه، v_{x0} و v_{y0} .



الشكل 3.9 نافورة تندفق منها الماء في مسارات قطع مكافئ.

توجد النافورة الموضحة في الشكل 3.9 في مطار دنبرويت مينوربوليتان وبن كاونتي. يمكنك أن ترى بوضوح أن الماء الخارج من عدة أنابيب يسلك مسارات قطع مكافئ متماثلة تقريباً.

لاحظ أنه نظراً لأن القطع المكافئ متماثل، فإن المتذوف يستغرق الزمن نفسه ويقطع المسافة نفسها عند تحركه من نقطة الإطلاق إلى أعلى مساره والرجوع مرة أخرى من أعلى مساره إلى نقطة الإطلاق. كما أن سرعة المتذوف عند ارتفاع معين أثناء الصعود إلى أعلى المسار تكون مماثلة لسرعته عند الارتفاع نفسه أثناء الهبوط لأسفل.

تغير متجه السرعة مع الزمن

تعلم من المعادلة 3.12 أن المركبة x للسرعة المنجهة ثابتة مع الزمن، $v_x = v_{x0}$. هذه النتيجة تعني أن المتذوف سيغطي المسافة الأفقية نفسها في كل فاصل زمني من العترة نفسها. وهكذا، في فيديو حركة المتذوفات، مثل تسديد لاعب كرة سلة لرمية حرة كما في الشكل 3.6، أو مسار السهم في العرض التوضيحي للتصويب على الفرد الوارد في الشكل 3.7، ستكون الإزاحة الأفقية للمتذوف من إطار إلى الإطار الذي يليه في الفيديو ثابتة.

تتغير مركبة متجه السرعة y وفقاً للمعادلة 3.15، أي $v_y = v_{y0} - gt$ ، أي أنّ المذوف يسقط بعجلة ثابتة. وعادة، تبدأ حركة المذوف بقيمة موجبة، v_{y0} . يتم الوصول إلى قمة المسار (أعلى نقطة) عند النقطة حيث $v_y = 0$ ولا يتحرك المذوف إلا في الاتجاه الأفقي. وعند القمة، تكون مركبة السرعة المتجهة y صفراً للحظة حيث تتغير علامته من موجبة إلى سالبة.

يمكننا أن نشير إلى القيم اللحظية للمركبتين x و y لمتجه السرعة على مخطط y مقابل x لمسار رحلة مذوف (الشكل 3.10). المركبات x ، v_x ، لمتجه السرعة موضحة بالأسهم الخضراء، والمركبات y ، v_y ، لمتجه السرعة موضحة بالأسهم الحمراء. لاحظ الأطوال المتماثلة للأسهم الخضراء، التي تظهر حقيقة أنّ v_x تظل ثابتة. كما أن كل سهم أزرق هو بمثابة حاصل الجمع للمتجهي لمركبتي السرعة المتجهة x و y ، كما أنه يمثل متجه السرعة اللحظية على طول المسار. لاحظ أنّ اتجاه متجه السرعة يكون دائماً مماسياً للمسار. وهذا لأن ميل متجه السرعة يكون

$$\frac{v_y}{v_x} = \frac{dy/dt}{dx/dt} = \frac{dy}{dx}$$

وهو أيضاً الميل الموضعي لمسار الرحلة. وفي قمة المسار، تكون الأسهم الخضراء والزرقاء متماثلة نظراً لأن متجه السرعة له المركبة x فقط - أي أنه يشير إلى الاتجاه الأفقي.

بالرغم من أنّ المركبة الرأسية لمتجه السرعة تساوي صفراً في قمة المسار، يكون لعجلة الجاذبية القيمة الثابتة نفسها في أي جزء آخر من المسار. انتبه إلى الاعتقاد الخاطئ الشائع بأن عجلة الجاذبية تساوي صفراً عند قمة المسار. فعجلة الجاذبية لها القيمة الثابتة نفسها في أي مكان على طول المسار.

وفي الختام، سنستكشف تأثير دالة القيمة المطلقة لمتجه مع الزمن و/أو الإحداثي y . نبدأ بتفكير $|\vec{v}|$ مع y . نستخدم حقيقة أنّ القيمة المطلقة للمتجه تكون في صورة جذر تربيعي لمجموع مربعات المركبات. ثم نستخدم معادلة الكينماتيكا 3.12 مع المركبة x ومعادلة الكينماتيكا 3.17 مع المركبة y . نحصل على

$$(3.23) \quad |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)} = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)}$$

لاحظ أنّ زاوية الإطلاق الابتدائية لا تظهر في هذه المعادلة. لا تعتمد القيمة المطلقة للسرعة المتجهة - السرعة - إلا على القيمة الابتدائية للسرعة والاختلاف بين الإحداثي y وارتفاع الإطلاق الابتدائي. ومن ثمّ، إذا أطلقنا مذوفاً من ارتفاع معين فوق سطح الأرض، وأردنا معرفة سرعته لحظة اصطدامه بالأرض، فلا يهم ما إذا تم إطلاق المذوف مستقيماً لأعلى أو أفقياً أو مستقيماً لأسفل. سنناقش في الوحدة 5 مفهوم الطاقة الحركية، وسيوضح سبب هذه الحقيقة التي تبدو غريبة.

3.4 أقصى ارتفاع ومدى للمذوف

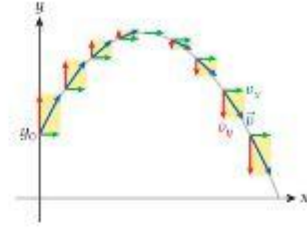
عند إطلاق مذوف، على سبيل المثال، رمي كرة، تهتم غالباً بالمدى (R)، أو مقدار المسافة التي يقطعها المذوف أفقياً قبل العودة إلى الموقع الرأسي الأصلي. وأقصى ارتفاع (H) سوف يصل إليه. هاتان الكميتان H و R موضحتان في الشكل 3.11. نجد أنّ أقصى ارتفاع وصل إليه المذوف هو

$$(3.24) \quad H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}$$

وستشتق هذه المعادلة أدناه. كما ستشتق هذه المعادلة للوصول إلى المدى:

$$(3.25) \quad R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$

حيث إنّ v_0 هي القيمة المطلقة لمتجه السرعة الابتدائية، و θ_0 هي زاوية الإطلاق. يمكن الوصول إلى أقصى مدى، لقيمة ثابتة معينة v_0 ، عندما تكون $\theta_0 = 45^\circ$.



الشكل 3.10 رسم بياني لمسار قطع مكافئ يبين متجه السرعة ومركباته الديكارتية في فواصل زمنية ثابتة.

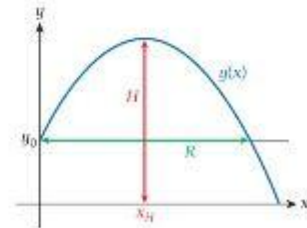
مراجعة المفاهيم 3.3

في أعلى مسار المذوف، أي العبارات التالية صحيحة، إن وجدت؟

- العجلة تساوي صفراً.
- المركبة x للعجلة تساوي صفراً.
- المركبة y للعجلة تساوي صفراً.
- السرعة تساوي صفراً.
- المركبة x للسرعة المتجهة تساوي صفراً.
- المركبة y للسرعة المتجهة تساوي صفراً.

سؤال الاختبار الذاتي 3.1

ما مدى تفكير $|\vec{v}|$ مع الإحداثي x ؟



الشكل 3.11 أقصى ارتفاع (باللون الأزرق) ومدى (باللون الأخضر) لمذوف.

الاشتقاق 3.1

لندرس أقصى ارتفاع للمقذوف أولاً. لتحديد قيمته، نحصل على تعبير للارتفاع ونوجد تقاضيه. ويجعل النتيجة تساوي صفراً. ثم نحصل على أقصى ارتفاع. افترض أن v_0 هي السرعة الابتدائية و θ_0 هي زاوية الإطلاق. بأخذ مشتقة دالة المسار $y(x)$ المعادلة 3.22، بالنسبة إلى x .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left(y_0 + (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 \right) = \tan \theta_0 - \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \theta_0} x.$$

نبحث الآن عن النقطة x_H حيث المشتقة تساوي صفراً.

$$0 = \tan \theta_0 - \frac{g}{v_0^2 \cos^2 \theta_0} x_H$$

$$\Rightarrow x_H = \frac{v_0^2 \cos^2 \theta_0 \tan \theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g}.$$

في الخط التالي أعلاه، ستستخدم المتطابقات المثلثية $\sin \theta / \cos \theta = \tan \theta$ و $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$. نعوض الآن بهذه القيمة عن x في المعادلة 3.22 ونحصل على أقصى ارتفاع H :

$$H = y(x_H) = y_0 + x_H \tan \theta_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x_H^2$$

$$= y_0 + \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0 \tan \theta_0}{2g} - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \left(\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} \right)^2$$

$$= y_0 + \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \theta_0 - \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 2\theta_0$$

$$= y_0 + \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta_0.$$

نظراً لأن $v_{y0} = v_0 \sin \theta_0$ يمكننا أيضاً كتابة

$$H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}$$

وهي المعادلة 3.24

نعرف مدى R المقذوف بأنه المسافة الأفقية بين نقطة الإطلاق والنقطة التي يصل عندها المقذوف إلى الارتفاع نفسه الذي بدأ منه. $y(R) = y_0$ التعميم $x = R$ في المعادلة 3.22.

$$y_0 = y_0 + R \tan \theta_0 - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} R^2$$

$$\Rightarrow \tan \theta_0 = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} R$$

$$\Rightarrow R = \frac{2v_0^2 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

وهي المعادلة 3.25

لاحظ أن المدى R يساوي ضعف قيمة الإحداثي x ، أي x_H ، الذي يبلغ فيه المسار أقصى ارتفاع: $R = 2x_H$.

في النهاية، سنفكر في كيفية زيادة مدى المقذوف. ثمة طريقة لزيادة المدى وهي زيادة السرعة الابتدائية v_0 . إذا كان لدينا سرعة ابتدائية محددة، فما مقدار تغير المدى مع زاوية الإطلاق θ_0 ؟ للإجابة عن هذا السؤال، بأخذ مشتقة المدى (المعادلة 3.25) بالنسبة إلى زاوية الإطلاق.

$$\frac{dR}{d\theta_0} = \frac{d}{d\theta_0} \left(\frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \right) = 2 \frac{v_0^2}{g} \cos 2\theta_0.$$

ثم نحدد أن هذه المشتقة تساوي صفرًا، ونجد الزاوية التي تحقق أقصى قيمة له. الزاوية بين 0° و 90° التي يكون لها $0 = \cos 2\theta_0$ تساوي 45° . لذا، نحصل على أقصى مدى لمخدوف مثالي من خلال

$$(3.26) \quad R_{\max} = \frac{u_0^2}{g}$$

كان بمقدورنا الحصول على هذه النتيجة مباشرة من الصيغة الخاصة بالمدى نظرًا لأنه وفقًا لهذه الصيغة (المعادلة 3.25)، يصل المدى إلى أقصى قيمة عندما تكون $\sin 2\theta_0$ لها أقصى قيمة والتي تساوي 1، كما أنه يصل إلى هذه القيمة القصوى عندما تكون $2\theta_0 = 90^\circ$ أو $\theta_0 = 45^\circ$.
تقدم معظم الألعاب الرياضية التي تستخدم الكرة أمثلة عديدة لحركة المخدوفات. سنتناول في ما يلي أمثلة لا تسيطر فيها تأثيرات مقاومة الهواء والدوران على الحركة، ومن ثم تكون النتائج قريبة بشكل معقول مما يحدث في الواقع. وستتناول في القسم التالي تأثيرات مقاومة الهواء والدوران في مخدوف.

سؤال الاختبار الذاتي 3.2

ثمة طريقة أخرى للتوصل إلى صيغة للمدى وهي باستخدام حقيقة أن الفتوف يستغرق في الوصول إلى أعلى المسار الوقت نفسه الذي يستغرقه للترول إلى أسفل، وذلك بسبب تماثل التسارع المتكافئ. وبكنا حساب الوقت للوصول إلى أعلى المسار، حيث $v_{y0} = 0$ ، ثم ضرب هذا الوقت في اثنين ثم في مركبة السرعة المتجهة الأفقية للوصول إلى المدى. هل يمكنك اشتقاق الصيغة لحساب المدى بهذه الطريقة؟

رمي كرة بيسبول

مسألة محلولة 3.1

أثناء الاستماع إلى بث إذاعي لمباراة بيسبول، كثيرًا ما نسمع عبارة "كرة سريعة مستقيمة ومنخفضة" أو "كرة سريعة مستقيمة" لوصف كرة تستخدم بقوة وبزاوية منخفضة بالنسبة إلى الأرض. بعض المذيعين يستخدمون مصطلح "كرة سريعة مستقيمة" لوصف رمية قوية بصفة خاصة من القاعدة الثانية أو الثالثة إلى القاعدة الأولى. يشير هذا التعبير الجازي إلى الحركة في خط مستقيم - ولكن نعلم أن المسار الفعلي للكرة عبارة عن قطع مكافئ.

المسألة

ما أقصى ارتفاع تصل إليه كرة بيسبول إذا زُميت من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى أو من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى، وفي كلتا الحالتين يتم ضربها من ارتفاع 6.0 ft وبسرعة 90 mi/h . ويتم الإمساك بها عند الارتفاع نفسه؟

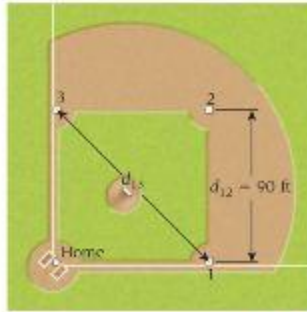
الحل

فكر أبعاد ملعب البيسبول موضحة في الشكل 3.12. (في هذه المسألة، سنحتاج إلى إجراء الكثير من تحويلات الوحدات، وبصفة عامة، يستخدم هذا الكتاب وحدات النظام الدولي، لكن كرة البيسبول مليئة بالوحدات البريطانية). ملعب كرة البيسبول مربع الشكل ويبلغ طول جوانبه 90 ft . هذه هي المسافة بين القاعدة الثانية والقاعدة الأولى، ولدينا $d_{12} = 90 \text{ ft} = 90 \cdot 0.3048 \text{ m} = 27.432 \text{ m}$. المسافة من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى هي طول الخط القطري لمربع الملعب، $d_{13} = d_{12} \sqrt{2} = 38.795 \text{ m}$. تحول السرعة 90 mi/h (سرعة رمية جيدة بدوري كرة البيسبول الرئيسي) إلى

$$u_0 = 90 \text{ mi/h} = 90 \cdot 0.44704 \text{ m/s} = 40.2336 \text{ m/s}$$

كما هو الحال مع معظم مسائل المسارات، ثمة طرق عديدة لحل هذه المسألة. وأبسط طريقة للقيام بذلك هي استخدام المدى وأقصى ارتفاع. يمكننا أن تساوي المسافة من قاعدة إلى أخرى بمدى المخدوف نظرًا لأن الكرة تم رميها وإمساكها عند الارتفاع نفسه. $y_0 = 6.0 \text{ ft} = 6.0 \cdot 0.3048 \text{ m} = 1.8288 \text{ m}$

الرسم



الشكل 3.12 أبعاد ملعب بيسبول.

ابحث من أجل الحصول على زاوية الإطلاق الابتدائية للكرة، ستستخدم المعادلة 3.25. مع جعل المدى مساوياً للمسافة بين القاعدة الأولى والثانية.

$$d_{12} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{d_{12}g}{v_0^2} \right).$$

علاوة على ذلك، لدينا بالفعل معادلة لأقصى ارتفاع:

$$H = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_0}{2g}.$$

بسط بالتعويض عن تعبير زاوية الإطلاق في المعادلة الخاصة بأقصى ارتفاع نحصل على

$$H = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{d_{12}g}{v_0^2} \right) \right)}{2g}.$$

احسب نحن جاهزون للتعويض بالأرقام.

$$H = 1.8288 \text{ m} + \frac{(40.2336 \text{ m/s})^2 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{(27.432 \text{ m})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(40.2336 \text{ m/s})^2} \right) \right)}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} = 2.40285 \text{ m}.$$

قرب كانت القيم المبسطة الناتجة مكونة من رقمين معنويين. لذا، نقرب النتيجة النهائية إلى

$$H = 2.4 \text{ m}.$$

ومن ثم، فإن أقصى ارتفاع للرمية التي سرعتها 90 mph من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى يكون 2.40 m - 1.83 m - 0.57 m. أي فوق خط مستقيم في منتصف المسار بمسافة 2 ft. وهذا الرقم أكبر في حالة الرمية من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى، حيث وجدنا أن الزاوية الابتدائية للرمية 6.8° وأقصى ارتفاع لها 3.0 m، أو 12 m (حوالي 4 ft) فوق الخط المستقيم الذي يربط نقاط الإطلاق والإسك (انظر الشكل 3.13).



الشكل 3.13 مسار كرة بيسبول زُميت من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى.

عُقِّق ثانية المنطق يقول إن الرمية الأطول من القاعدة الثالثة إلى القاعدة الأولى تحتاج إلى أقصى ارتفاع أعلى من الرمية من القاعدة الثانية إلى القاعدة الأولى، والإجابات التي حصلنا عليها تتفق مع ذلك. إذا شاهدت مباراة كرة بيسبول من المدرجات أو على شاشة التلفزيون، فقد تبدو هذه الارتفاعات المحسوبة كبيرة جداً. ومع ذلك، إذا شاهدت مباراة من مستوى سطح الأرض، فسأنتري حتماً أن اللاعبين الآخرين ينبغي لهم رفع الكرة بعض الشيء للحصول على رمية جيدة إلى القاعدة الأولى.

لنتناول مثالاً آخر على كرة البيسبول ونحسب مسار الكرة المضروبة بالمضرب.

مثال 3.2 ضرب كرة بيسبول بالمضرب

أثناء رحلة كرة بيسبول مضروبة بالمضرب، ولا سيما إذا كانت خارج حدود الملعب، يكون لمقاومة الهواء تأثير ملحوظ. أما الآن، فإننا سنهمل تأثير مقاومة الهواء. سنناقش القسم 3.5 تأثير مقاومة الهواء.

المسألة

إذا انطلقت الكرة من المضرب بزاوية إطلاق 35.0° وسرعة ابتدائية 110 mph، فما المسافة التي ستقطعها الكرة في الهواء؟ ما المدة التي ستستغرقها في الهواء؟ كم ستكون سرعتها في أعلى نقطة في مسارها؟ كم ستكون سرعتها عندما تهبط إلى الأرض؟



الشكل 3.14 ضرب كرة بيسبول بالمضرب.

يتبع

مراجعة المفاهيم 3.4

أطلق مغتوف من ارتفاع ابتدائي $0 - v_0$ بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة. إذا كانت سرعة الإطلاق متضاعفة، فمادا سيحدث للمدى R ، والوقت في الهواء t_{air} ؟

- سيضاعف كل من R و t_{air} .
- سيضاعف كل من R و t_{air} أربع مرات.
- سيضاعف R وسيبقى t_{air} كما هو.
- سيضاعف R أربع مرات وسيضاعف t_{air} .
- سيضاعف R وسيضاعف t_{air} أربع مرات.

الحل

نحتاج مرة أخرى إلى التحويل إلى وحدات النظام الدولي أولاً. $v_0 = 110 \text{ mph} = 49.2 \text{ m/s}$. نوجد المدى أولاً.

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 = \frac{(49.2 \text{ m/s})^2}{9.81 \text{ m/s}^2} \sin 70^\circ = 231.6 \text{ m}.$$

تكون هذه المسافة وهي مسافة خروج الكرة من الملعب حتى في أكبر الملاعب. ومع ذلك، لا يأخذ هذا الحساب مقاومة الهواء بعين الاعتبار. إذا وضعنا الاحتكاك الناتج عن مقاومة الهواء في الحسبان، فستنخفض المسافة إلى 122 مترًا تقريبًا. (انظر القسم 3.5 بشأن حركة المغذوفات الواقعية.) لمعرفة الفترة الزمنية التي قضتها كرة البيسبول في الهواء، يمكننا قسمة المدى على المركبة الأفقية للسرعة المتجهة، على افتراض ضرب الكرة في مستوى سطح الأرض.

$$t = \frac{R}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{231.6 \text{ m}}{(49.2 \text{ m/s}) (\cos 35^\circ)} = 5.75 \text{ s}.$$

بحسب الآن السرعات عند أعلى نقطة في المسار وعند الهبوط. في أعلى نقطة في المسار، يكون للسرعة المتجهة مركبة أفقية فقط. وهي $v_0 \cos \theta_0 = 40.3 \text{ m/s}$. عند سقوط الكرة، يمكننا حساب سرعتها باستخدام المعادلة 3.23، $|v| = \sqrt{v_0^2 - 2g(y - y_0)}$ ونظرًا لأننا نترض أن الارتفاع الذي تسقط منه هو نفسه الذي انطلقت منه، نرى أن السرعة عند نقطة السقوط هي نفسها عند نقطة الإطلاق، 49.2 m/s . لا تتبع كرة البيسبول الحضيضية المسار المحسوب هنا بدقة. إذا أطلقنا بدلًا من ذلك كرة فولاذية صغيرة بحجم كرة البيسبول بالزاوية والسرعة أنفسهما، فسيؤدي تجاهل مقاومة الهواء إلى تقريب جيد جدًا، وسيتم التحقق من معلمات المسار التي وجدت في هذه التجربة. يمكن السبب في إمكانية تجاهل مقاومة الهواء بسهولة بالنسبة إلى انطلاق الكرة الفولاذية في أن لها كثافة كتلية أعلى بكثير من كرة البيسبول ومساحة سطح أصغر منها، وبهذا تكون تأثيرات السحب (التي تعتمد على مساحة المقطع العرضي) صغيرة مقارنة بتأثيرات الجاذبية.

البيسبول ليست الرياضة الوحيدة التي تقدم أمثلة على حركة المغذوفات. لنأخذ مثالًا آخر من كرة القدم الأمريكية.

مسائل محلولة 3.2

زمن التحليق

عندما يضطر فريق كرة قدم أمريكية إلى رمي الكرة إلى الخصم، من المهم جدًا ركل الكرة بعيدًا قدر الإمكان مع تحقيق زمن تحليق طويل بشكل كافٍ أيضًا — أي ينبغي أن نظل الكرة في الهواء فترة طويلة كافية بحيث يكون لدى فريق تقطية الركلة وقت للجري في عمق الملعب والتعامل مع مستلم الكرة بعد التقاطها لها.

المسألة

ما الزاوية والسرعة الابتدائيتان اللازمتان لركل الكرة بحيث يكون زمن تحليقها 4.41 s وتقطع مسافة 49.8 m (= 54.5 yd)؟

الحل

فكر ركل الكرة قبل نزولها الأرض حالة خاصة لحركة مغذوف تكون فيها القيمتان الابتدائيتان والنهائيتان للإحداثي الرأسي صفرًا. إذا كنا نعرف مدى المغذوف، فيمكننا معرفة زمن التحليق من حقيقة أن قيمة المركبة الأفقية لمتجه السرعة تظل ثابتة؛ ومن ثم، يجب أن يكون زمن التحليق ببساطة هو المدى مقسومًا على هذه المركبة الأفقية لمتجه السرعة. تعطينا المعادلات الخاصة بزمن التحليق والمدى معادلتين بكميتين غير معروفتين نحاول إيجادهما: θ_0 و v_0 .

ارسم هذه من الحالات النادرة التي لا يوفر الرسم التخطيطي فيها معلومات إضافية.

ابحث رأينا بالفعل (المعادلة 3.25) أن مدى المغذوف يتحدد من خلال

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

وكما ذكرنا آنفًا، يمكن حساب زمن التحليق بسهولة أكثر من خلال قسمة المدى على المركبة الأفقية للسرعة المتجهة:

$$t = \frac{R}{v_0 \cos \theta_0}.$$

ومن ثمّ، لدينا معادلتان في مجهولين، v_0 و θ_0 . (تذكّر أنّ R و g معطيان في بيان المسألة).

بسّط نحل كلتا المعادلتين v_0^2 وجعلهما يساويان.

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} \Rightarrow v_0^2 = \frac{gR}{\sin 2\theta_0} \Rightarrow \frac{gR}{\sin 2\theta_0} = \frac{R^2}{v_0^2 \cos^2 \theta_0}$$

$$t = \frac{R}{v_0 \cos \theta_0} \Rightarrow v_0^2 = \frac{R^2}{t^2 \cos^2 \theta_0}$$

يمكننا الآن الحل لإيجاد قيمة θ_0 . باستخدام $\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$. نجد أنّ

$$\frac{g}{2 \sin \theta_0 \cos \theta_0} = \frac{R}{t^2 \cos^2 \theta_0}$$

$$\Rightarrow \tan \theta_0 = \frac{gt^2}{2R}$$

$$\Rightarrow \theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{gt^2}{2R} \right)$$

ثم بعد ذلك نعوض عن هذا التعبير في إحدى المعادلتين اللتين بدأنا بهما. نختار المعادلة الخاصة بزمن التحليق ونحلها لإيجاد قيمة v_0 .

$$t = \frac{R}{v_0 \cos \theta_0} \Rightarrow v_0 = \frac{R}{t \cos \theta_0}$$

احسب كل ما تبقى هو التعويض بالأرقام في المعادلات التي حصلنا عليها.

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(4.41 \text{ s})^2}{2(49.8 \text{ m})} \right) = 62.4331^\circ$$

$$v_0 = \frac{49.8 \text{ m}}{(4.41 \text{ s})(\cos 62.4331^\circ)} = 24.4013 \text{ m/s}$$

قرّب ثمّ حدّد قيمة المدى وزمن التحليق بثلاثة أرقام معنوية. وبهذا تكون القيمة المبسّطة للنتائج التي حصلنا عليها.

$$\theta_0 = 62.4^\circ$$

$$v_0 = 24.4 \text{ m/s}$$

مراجعة المفاهيم 3.5

يمكن التوصل إلى المدى نفسه كما في المسألة المخلولة 3.2 بالسرعة الابتدائية 24.4 m/s نفسها ولكن بزاوية إطلاق مختلفة عن 62.4°. ما مقدار هذه الزاوية؟

- 45.0° (c) 12.4° (a)
55.2° (d) 27.6° (b)

مراجعة المفاهيم 3.6

ما زمن التحليق لزاوية الإطلاق الأخرى تلك المحسوبة في مراجعة المفاهيم 3.5؟

- 4.41 s (c) 2.30 s (a)
5.14 s (d) 3.14 s (b)

مسألة محلولة 3.3 زمن الرحلة

ربما تكون قد شاركت في الأولمبياد العلمي خلال المرحلة المتوسطة أو الثانوية. وفي إحدى فعاليات الأولمبياد العلمي، كان الهدف هو إصابة هدف أفقي على مسافة ثابتة بكرة جولف أطلقت من منجنيق. وتقوم الفرق المتنافسة بنام الجانب الخاص بها. وقد بنى فريقك منجنيقًا قادرًا على إطلاق كرة الجولف بسرعة ابتدائية 17.2 m/s. وفقًا لاختبارات مكثفة أجريت قبل المنافسة.

المسألة

إذا كان الهدف يقع على الارتفاع نفسه الذي تم إطلاق كرة الجولف منه وعلى مسافة أفقية 22.42 m فما المدة التي ستبقيها كرة الجولف في الهواء قبل أن تصل إلى الهدف؟

الحل

فقرّ لتخلص أولًا من الأشياء التي لا جدوى منها. لا يمكننا ببساطة قسمة المسافة بين المنجنيق والهدف على السرعة الابتدائية، لأن ذلك يعني ضمناً أن متجه السرعة الابتدائية في الاتجاه الأفقي.

- يُتبع

وحيث إن المذوف في حالة سقوط حر في الاتجاه الرأسي أثناء رحلته، فقد يُخطئ الهدف، ومن ثم، يجب علينا تصويب كرة الجولف بزاوية أكبر من الصغر بالنسبة إلى الاتجاه الأفقي. ولكن ما زاوية التصويب المناسبة؟

إذا أطلقت كرة الجولف، كما ذكرنا، من ارتفاع مماثل لارتفاع الهدف، فستكون المسافة الأفقية بين المنجنيق والهدف مساوية للمدى. ونظرًا لأننا نعرف أيضًا السرعة الابتدائية، يمكننا حساب زاوية الإطلاق. وعمرقة زاوية الإطلاق والسرعة الابتدائية يمكننا تحديد المركبة الأفقية لمتجه السرعة. وحيث إن هذه المركبة الأفقية لا تتغير مع الزمن، يمكن الحصول على زمن الرحلة بمساواة من خلال قسمة المدى على المركبة الأفقية للسرعة المتجهة.

الرسم لا نحتاج إلى رسم تخطيطي في هذه المرحلة لأنه سيُعرض شكل قطع مكافئ، وهذا ينطبق على جميع أنواع حركة المذوفات. ومع ذلك، لا نعرف الزاوية الابتدائية بعد، لذا سنحتاج إلى الرسم التخطيطي لاحقًا.

ابحث نحصل على مدى المذوف من المعادلة 3.25:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

إذا كنا نعرف قيمة هذا المدى والسرعة الابتدائية، فيمكننا إيجاد الزاوية:

$$\sin 2\theta_0 = \frac{gR}{v_0^2}.$$

بمجرد معرفة قيمة الزاوية، يمكننا استخدامها لحساب المركبة الأفقية للسرعة المتجهة الابتدائية:

$$v_{x0} = v_0 \cos \theta_0.$$

في النهاية، وكما ذكرنا سابقًا، نحصل على زمن الرحلة في صورة نسبة المدى إلى المركبة الأفقية للسرعة المتجهة:

$$t = \frac{R}{v_{x0}}.$$

بسط إذا أردنا حل المعادلة لإيجاد قيمة الزاوية، $\sin 2\theta_0 = Rg/v_0^2$ ، فنسرى أن لها حلين. أحدهما تكون فيه الزاوية أقل من 45° وآخر تكون فيه الزاوية أكبر من 45° . يوضح الشكل 3.14 تمثيلًا بيانيًا للدالة $\sin 2\theta_0$ (باللون الأحمر) لجميع القيم المحتملة للزاوية الابتدائية θ_0 ويبيّن مكان تقاطع هذا المنحنى مع خط تمثيل gR/v_0^2 (الخط الأزرق). نسمي الحلين θ_a و θ_b . من الناحية الجبرية، تكون صورة هذين الحلين

$$\theta_{a,b} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{Rg}{v_0^2} \right).$$

بالتعويض عن هذه النتيجة في صيغة المركبة الأفقية للسرعة المتجهة نحصل على

$$t = \frac{R}{v_{x0}} = \frac{R}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{R}{v_0 \cos \left(\frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{Rg}{v_0^2} \right) \right)}$$

احسب عند التعويض بالأرقام، نجد أن:

$$\theta_{a,b} = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left(\frac{(22.42 \text{ m})(9.81 \text{ m/s}^2)}{(17.2 \text{ m/s})^2} \right) = 24.0128^\circ \text{ or } 65.9872^\circ$$

$$t_a = \frac{R}{v_0 \cos \theta_a} = \frac{22.42 \text{ m}}{(17.2 \text{ m/s})(\cos 24.0128^\circ)} = 1.42699 \text{ s}$$

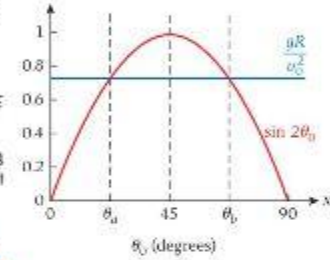
$$t_b = \frac{R}{v_0 \cos \theta_b} = \frac{22.42 \text{ m}}{(17.2 \text{ m/s})(\cos 65.9872^\circ)} = 3.20314 \text{ s}$$

قرب تم تقريب المدى إلى أربعة أرقام معنوية، والسرعة الابتدائية إلى ثلاثة أرقام، ولذلك، نذكر أيضًا النتائج النهائية مغربة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$t_a = 1.43 \text{ s}, \quad t_b = 3.20 \text{ s}$$

لاحظ أن الحلين كلاهما صحيح في هذه الحالة، ويمكن للتريق اختيار أي منهما.

تحقق ثانية لنرجع مرة أخرى إلى الطريقة التي لم تكن مناسبة، وهي حساب المسافة من المنجنيق إلى الهدف وقسمتها على السرعة. يؤدي هذا الإجراء الخاطئ إلى أن $t_{min} = d/v_0 = 1.30 \text{ s}$. نستخدم t_{min} كرمز لهذه القيمة للإشارة إلى أنها حد سفلي يمثل الحالة التي يكون فيها متجه السرعة الابتدائية أفقيًا وتجاهل حركة السقوط الحر للمذوف. ومن ثم، يكون t_{min} عبارة عن حد سفلي مطلق، ويؤكد على الملاحظة التي معادها أن الزمن الأقصر الذي حصلنا عليه أعلاه أكبر بقليل من هذا الذي يمثل أقل زمن ممكن، ولكنه غير واقعي من الناحية الفيزيائية.



الشكل 3.14 حلان للزاوية الابتدائية.

3.5 حركة المقذوفات الواقعية

إذا كنت من متابعي لعبة التنس أو الجولف أو البيسبول، فأنت تعلم أنّ نموذج القطع المكافئ لحركة مقذوف هو مجرد تقريب بسيط إلى حد ما للمسار الفعلي لأي كرة حقيقية. ولكن بتجاهل بعض العوامل التي تؤثر في المقذوفات الحقيقية، نكُنّا من التركيز على المبادئ الفيزيائية التي تُعتبر الأكثر أهمية في حركة المقذوفات. وهذا أسلوب شائع في العلوم: تجاهل بعض العوامل المتضمنة في موقف حقيقي من أجل العمل على عدد أقل من المتغيرات، ومن ثمّ استيعاب المفهوم الأساسي. ثمّ الرجوع مرة أخرى ودراسة كيفية تأثير العوامل التي لم تجاهلها في النموذج. لنتناول بإيجاز أهم العوامل التي تؤثر في حركة المقذوفات الحقيقية: مقاومة الهواء، والدوران، وخصائص سطح المقذوف.

أول التأثيرات المثيرة التي سندرّسها هو مقاومة الهواء. وعادة يمكننا وضع معلمات لمقاومة الهواء كمجسلة معتمدة على السرعة المتجهة. يتجاوز التحليل العام نطاق هذا الكتاب؛ ومع ذلك، ولكن يمكن أن نطلق على المسارات الناتجة اسم المنحنيات الباليستية.

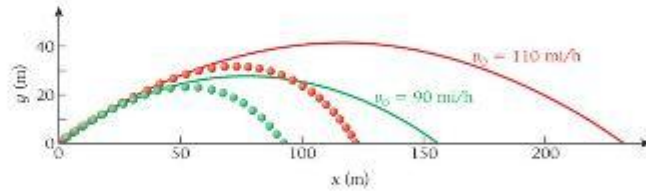
يوضح الشكل 3.15 مسارات كرات البيسبول المنطلقة بزاوية ابتدائية 35° من المستوى الأفقي بسرعات ابتدائية 90 و 110 mi/h. قارن المسار الموضح لسرعة الإطلاق 110 mi/h بالنتيجة التي حسبناها في المثال 3.2، والذي الحقيقي لهذه الكرة أكبر قليلاً من 122 m. في حين وجدناه 231.6 m عندما تجاهلنا مقاومة الهواء، ومن الواضح أنّ تجاهل مقاومة الهواء بالنسبة إلى كرة تقطع مسافة كبيرة في الهواء غير صحيح.

ثمّة تأثير مهم آخر يتجاهله نموذج القطع المكافئ وهو دوران المقذوف أثناء حركته في الهواء. عندما يرمي الظهير اليميني الكرة بشكل "حلزوني"، على سبيل المثال، في مباراة كرة القدم الأمريكية، يُعتبر الدوران مهمًا لاستقرار حركة الكرة في الهواء كما يمنع دوران طرفي الكرة. أما في لعبة التنس، فتكون الكرة عالية الدوران أسرع كثيرًا من الكرة التي ليس بها دوران ملحوظ. بالرغم من أنّ القيم الابتدائية للسرعة وزاوية الإطلاق متماثلة، وفي المقابل، "تسقط" كرة التنس منخفضة الدوران، أو ذات الدوران الخلفي، في عمق الملعب. في لعبة الجولف، يكون الدوران الخلفي مرغوبًا في بعض الأحيان حيث يؤدي إلى زاوية سقوط أكثر حدة مما يساعد الكرة على السكون بالقرب من نقطة سقوطها بخلاف الكرة المضروبة بدون دوران خلفي. وبناءً على مقدار الدوران واتجاهه، يمكن أن يسبب الدوران الجانبي لكرة الجولف انحرافًا عن مسار الخط المستقيم على طول الأرض (الضربة الدقيقة المنحنية من اليمين إلى اليسار والضربة الدقيقة المنحنية من اليسار إلى اليمين بالنسبة إلى اللاعبين البارعين، أو الضربة الخاطئة المنحنية من اليمين إلى اليسار والضربة الخاطئة المنحنية من اليسار إلى اليمين بالنسبة إلى باقي اللاعبين).

في لعبة البيسبول، الدوران الجانبي هو ما يتيح للرامي رمي كرة منحنية. وبالمقارنة، لا وجود للكرة السريعة المرتفعة في البيسبول. ومع ذلك، لا تسقط الكرات الرمية بدون دوران خلفي حاد بالسرعة التي يتوقعها الضارب، ومن ثمّ يُعتقد أحيانًا أنها مرتفعة — خداع بصري. في الرسم البياني لمسارات كرة البيسبول الباليستية الوارد في الشكل 3.15، تم افتراض دوران خلفي ابتدائي بسرعة 2000 rpm.

يأخذ الاحتماء ونظرًا جميع تأثيرات الدوران الأخرى في مسار كرة متحركة نتيجة لارتداد جزيئات الهواء بسرعات عالية على جانب الكرة (والطيفة الحدية لجزيئات الهواء) الذي يدور في اتجاه حركة الانتقال (ومن ثمّ تكون له سرعة متجهة أعلى بالنسبة إلى جزيئات الهواء القادمة) تزيد عن سرعة ارتداد جزيئات الهواء على جانب الكرة الذي يدور عكس اتجاه الانتقال.

خصائص سطح المقذوفات أيضًا لها تأثيرات مهمة في مساراتها. توجد نظرات صغيرة على سطح كرة الجولف، حتى يجعلها تحلق لمسافة أبعد. الكرات المماثلة لكرات الجولف الخيالية ولكن سطحها أملس تقطع نصف المسافة فقط عند ضربها. كما أنّ تأثير السطح يكون سببًا في طرد اللاعب الرامي من المباراة إذا ما نثر على ورق صغرة في قفازاته، نظرًا لأن كرة البيسبول التي يها خضونة في أجزاء من سطحها تتحرك بشكل مختلف عن تلك الكرات غير الخشنة.



الشكل 3.15 مسارات كرات بيسبول تم إطلاقها مبتدئًا بزاوية 35° أعلى المستوى الأفقي بسرعات تبلغ 90 mi/h (باللون الأخضر) و 110 mi/h (باللون الأحمر). تتجاهل المنحنيات الحقيقية مقاومة الهواء والدوران الخلفي، بينما تعكس المنحنيات المنقطعة مقاومة الهواء والدوران الخلفي.

3.7 مراجعة المفاهيم

بالنظر إلى الشكل 3.15، ما الذي يمكنك استنتاجه بشأن النسبة $R_{\text{real}}/R_{\text{ideal}}$ حيث يكون المدى الحقيقي للمقذوف مقسومًا على المدى المحسوب لحركة المقذوفات المثالية؟

- عدد زاوية إطلاق 35° تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.
- عدد زاوية إطلاق 35° تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.
- النسبة مستقلة عن سرعة الإطلاق.
- عدد جميع زاويا الإطلاق تزداد النسبة مع سرعة الإطلاق.
- عدد جميع زاويا الإطلاق تنخفض النسبة مع سرعة الإطلاق.

3.6 الحركة النسبية

لدراسة الحركة، سمحنا لأضفنا بتحويل نقطة أصل نظام الإحداثيات عن طريق اختيار قيم مناسبة لـ x_0 و y_0 . وبشكل عام، فإن x_0 و y_0 ثابتان ويمكن اختيارهما بحرية. وإذا كان الاختيار ذكياً، فيمكن أن يساعد في حل المسألة بطريقة أسهل. على سبيل المثال، عندما قمنا بحساب مسار المذوق، $y(x)$ ، حددنا أن $x_0 = 0$ لتبسيط عملياتنا الحسابية. تأتي الحرية في اختيار قيم لـ x_0 و y_0 من حقيقة أن قدرتنا على وصف أي نوع من الحركة لا تعتمد على موقع نقطة أصل نظام الإحداثيات. وحتى الآن، تناولنا حالات فيزيائية جعلنا فيها نقطة أصل نظام الإحداثيات في موقع ثابت أثناء حركة الجسم الذي نريد دراسته. بيد أنه في بعض الحالات الفيزيائية، من غير العملي اختيار نظام مرجعي له نقطة أصل ثابتة. فذكر، على سبيل المثال، في طائرة فنانة نهبط على حاملة طائرات تسير بأعلى سرعتها في الوقت نفسه. نريد أن نصف حركة الطائرة بنظام إحداثي ثابت بالنسبة إلى الحاملة، بالرغم من أن الحاملة تتحرك. ويمكن السبب في أهمية ذلك في أنه من الضروري أن تسكن الطائرة بالنسبة إلى الحاملة في مكان ثابت على سطح الحاملة. يترتب على مناهج الإسناد الذي دركنا عليه لرؤية الحركة اختلاف كبير في كيفية وضعنا للحركة، مما يسبب تأثيراً معروفاً باسم **السرعة المتجهة النسبية**.

نمثلة مثال آخر لموقف لا يمكننا فيه تجاهل الحركة النسبية وهو رحلة جوية عبر المحيط الأطلسي من مدينة ديترويت في ولاية ميشيغان، إلى مدينة فرانكفورت في ألمانيا. تستغرق 8 h و 10 min . وباستخدام الطائرة نفسها والسير في الاتجاه المعاكس، من فرانكفورت إلى ديترويت، تستغرق الرحلة 9 h و 10 min . بزيادة تبلغ ساعة كاملة. يكمن السبب الرئيسي لهذا الاختلاف في أن الرياح الساكنة في الارتفاعات الشاهقة، التيار الناتج، تهب غالباً من الغرب إلى الشرق بسرعة تصل إلى 67 m/s (150 mph). وبالرغم من أن سرعة الطائرة بالنسبة إلى الهواء حولها متماثلة في كلا الاتجاهين، فإن هذا الهواء يتحرك بسرعه الخاصة. ومن ثم، نعتبر العلاقة بين النظام الإحداثي للهواء داخل التيار الناتج والنظام الإحداثي الذي يظل فيه موقفاً ديترويت وفرانكفورت ثابتين مهمة في فهم الاختلاف بين فترات الرحلات.

لمثال بسيط لتحليله على نظام إحداثي متحرك، لتتناول الحركة في ممر مشاة متحرك، كما يوجد عادة في صالات المطارات. يمدّد هذا النظام مثالاً على الحركة النسبية في بعد واحد. لنفترض أن سطح ممر المشاة يتحرك بسرعة متجهة معينة، v_{wt} ، بالنسبة إلى صالة الركاب. نستخدم الرمز السفلي w لمر المشاة وألصقاً. ثم إن للنظام الإحداثي الثابت على سطح ممر المشاة سرعة متجهة v_{mw} بالنسبة إلى النظام الإحداثي المرفق بالصالة. يسير الرجل الموضح في الشكل 3.16 بسرعة متجهة v_{mw} حسب قياسها بنظام إحداثي على ممر المشاة، وسرعته المتجهة v_{wt} فيما يتعلق بصالة الركاب. وتجمع السرعتان المتجهتان v_{mw} و v_{wt} كمتجهين حيث يجمع الإزاحات المتعاقبة كمتجهات. (سوف نبين هذا بوضوح عندما نعلم الأبعاد الثلاثة).

على سبيل المثال، إذا تحرك ممر المشاة بسرعة $v_{mw} = 1.5 \text{ m/s}$ وتحرك الرجل بسرعة $v_{mw} = 2.0 \text{ m/s}$ ، فإنه سيتقدم عبر الصالة بسرعة متجهة $v_{wt} = 1.5 \text{ m/s} + 2.0 \text{ m/s} = 3.5 \text{ m/s}$. يمكن أن يحدث شخص حالة من عدم الحركة بالنسبة إلى الصالة بالمشي في الاتجاه المعاكس لحركة ممر المشاة بسرعة متجهة معاكسة تماماً للسرعة المتجهة لمر المشاة. وكثيراً ما يحاول الأطفال فعل ذلك. إذا حاولت طفلة المشي بسرعة $v_{mw} = -1.5 \text{ m/s}$ على ممر المشاة هذا، فستكون سرعتها المتجهة صفراً بالنسبة إلى الصالة.

تستلزم مناقشة الحركة النسبية أن يكون للنظامين الإحداثيين سرعة متجهة بالنسبة إلى بعضهما تكون ثابتة مع الزمن. وفي هذه الحالة، يمكن أن نثبت أن العجلتين المقيستين في كلا النظامين الإحداثيين متماثلتان. $v_{wt} = v_{mw} + v_{wt}$ نحصل على:

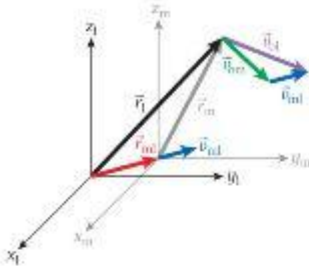
$$\frac{dv_{wt}}{dt} = \frac{d(v_{mw} + v_{wt})}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + \frac{dv_{wt}}{dt} = \frac{dv_{mw}}{dt} + 0 \quad (3.27)$$

$$\Rightarrow a_{wt} = a_{mw}$$

لذلك، تكون العجلتان المقيستتان في كلا النظامين الإحداثيين متساويتين تماماً. هذا النوع من جمع السرعات المتجهة معروف أيضاً باسم **تحويل جاليليو**. قبل أن تنتقل إلى حالات ثنائية وثلاثية الأبعاد، لاحظ أن هذا النوع من التحويل صالح فقط للسرعات الصغيرة مقارنة بسرعة الضوء. بمجرد اقتراب السرعة من سرعة الضوء، يجب أن تستخدم تحويلاً مختلفاً، وهو ما سنتناقشه بالتفصيل في الوحدة 13 الخاصة بنظرية النسبية.



الشكل 3.16 رجل يمشي على ممر مشاة متحرك لتوضيح الحركة النسبية في بعد واحد.



الشكل 3.17 تحويل مناهج الإسناد لتجهة السرعة وموجه الموقع في وقت محدد.

لتعمم الآن هذه النتيجة على أكثر من بُعد مكاني. فنفرض أن لدينا نظامين إحداثيين هما، x_1, y_1, z_1 و x_m, y_m, z_m . (سنستخدم هنا الرمز السطحي \vec{r}_m للنظام الإحداثي الثابت في المختبر m للنظام الإحداثي الذي يتحرك). عند الزمن $t = 0$ ، افترض أن نقطة أصل كلا النظامين الإحداثيين تقع عند النقطة نفسها. مع نوازي محاورهما متماثلًا. كما هو موضح في الشكل 3.17. تتحرك نقطة أصل النظام الإحداثي المتحرك x_m, y_m, z_m بسرعة متجهة انتقالية ثابتة \vec{v}_{ml} (السهم الأزرق) بالنسبة إلى نقطة أصل النظام الإحداثي للمختبر x_1, y_1, z_1 . بعد زمن t ، تقع نقطة أصل النظام الإحداثي المتحرك x_m, y_m, z_m عند النقطة $\vec{r}_{ml} = \vec{v}_{ml}t$. يمكننا الآن وصف حركة أي جسم في أي نظام إحداثي. إذا كان الجسم يقع عند الإحداثي \vec{r}_1 في النظام الإحداثي x_1, y_1, z_1 وعند الإحداثي \vec{r}_m في النظام الإحداثي x_m, y_m, z_m ، فستكون متجهات الموقع مرتبطة ببعضها عبر جمع المتجهات البسيطة:

$$(3.28) \quad \vec{r}_1 = \vec{r}_m + \vec{r}_{ml} = \vec{r}_m + \vec{v}_{ml}t.$$

توجد علاقة مماثلة لسرعات الجسم المتجهة، حسب قياسها في كلا النظامين الإحداثيين. إذا كان الجسم يتحرك بسرعة متجهة \vec{v}_{ol} في النظام الإحداثي x_1, y_1, z_1 وبسرعة متجهة \vec{v}_{om} في النظام الإحداثي x_m, y_m, z_m ، فستكون السرعتان المتجهتان مرتبطتين ببعضهما عبر:

$$(3.29) \quad \vec{v}_{ol} = \vec{v}_{om} + \vec{v}_{ml}.$$

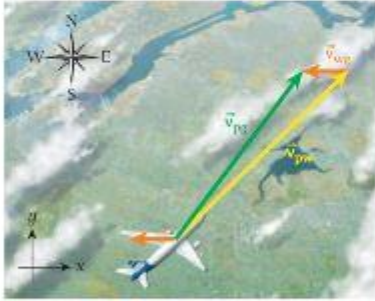
يمكن الحصول على هذه المعادلة بأخذ مشتقة الزمن للمعادلة 3.28. نظرًا لأن \vec{v}_{ml} ثابتة، لاحظ أن الزمن السطحيين الداخليين على الطرف الأيمن لهذه المعادلة متماثلان (وسيكونان في أي تطبيق لهذه المعادلة). هذا يجعل المعادلة مفهومة بصورة بديهية. لأنها تقول إن السرعة المتجهة للجسم في مناهج المختبر (يشار إليه بالرمز السطحي "ol") تساوي مجموع السرعة المتجهة التي يتحرك بها الجسم بالنسبة إلى المناهج المتحركة (يشار إليه بالرمز السطحي "om") والسرعة المتجهة التي يتحرك بها المناهج المتحركة بالنسبة إلى مناهج المختبر (يشار إليه بالرمز السطحي "ml").

يؤدي أخذ مشتقة زمن أخرى إلى الحصول على العجلات. مرة أخرى، نظرًا لأن \vec{v}_{ml} ثابتة وأحد مشتقاتها يساوي صفرًا، نحصل على العلاقة التالية على غرار الحالة أحادية البعد.

$$(3.30) \quad \vec{a}_{ol} = \vec{a}_{om}.$$

مقدار عجلة جسم واتجاهها متماثلان في كلا النظامين الإحداثيين.

مثال 3.3 طائرة في رياح متعامدة



الشكل 3.18 السرعة المتجهة لطائرة بالنسبة إلى الرياح (باللون الأصفر)، والسرعة المتجهة للرياح بالنسبة إلى الأرض (باللون البرتقالي)، والسرعة المتجهة المحسنة للطائرة بالنسبة إلى الأرض (باللون الأخضر).

تتحرك الطائرات بالنسبة إلى الهواء الذي يحيط بها. افترض أن الطائرة توجه الطائرة نحو الشمال الشرقي. تتحرك الطائرة بسرعة 160 m/s بالنسبة إلى الرياح. وتهب الرياح بسرعة 32.0 m/s في الاتجاه من الشرق إلى الغرب (مغربية بأداة في نقطة ثابتة على الأرض).

المسألة

ما متجه سرعة الطائرة وسرعتها واتجاهها بالنسبة إلى الأرض؟ ما المسافة التي انحرقت بها الطائرة عن مسارها بسبب هبوب الرياح في مدة 2.0 h ؟

الحل

يوضح الشكل 3.18 رسمًا تخطيطيًا لتجه السرعات. تتحرك الطائرة في اتجاه الشمال الشرقي، ويمثل السهم الأصفر متجه سرعتها بالنسبة إلى الرياح. بينما يمثل السهم البرتقالي متجه سرعة الرياح الذي يشير نحو الغرب. والسهم الأخضر هو حاصل جمع المتجهات البيانية ويمثل السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الأرض. حل هذه المسألة، تطبيق التحويل الأساسي للمعادلة 3.29 المتضمنة في المعادلة

$$\vec{v}_{pg} = \vec{v}_{pw} + \vec{v}_{wg}$$

في هذه المعادلة هي السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الرياح، وتتضمن المركبات التالية:

$$v_{pw,x} = v_{pw} \cos \theta = 160 \text{ m/s} \cdot \cos 45^\circ = 113 \text{ m/s}$$

$$v_{pw,y} = v_{pw} \sin \theta = 160 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ = 113 \text{ m/s}$$

– تنتج

السرعة المتجهة للرياح بالنسبة إلى الأرض. \vec{v}_{wg} تتضمن المركبات التالية:

$$v_{wg,x} = -32 \text{ m/s}$$

$$v_{wg,y} = 0.$$

نحصل بعد ذلك على مركبات السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى نظام إحداثي ثابت على الأرض، \vec{v}_{pg}

$$v_{pg,x} = v_{pw,x} + v_{wg,x} = 113 \text{ m/s} - 32 \text{ m/s} = 81 \text{ m/s}$$

$$v_{pg,y} = v_{pw,y} + v_{wg,y} = 113 \text{ m/s}.$$

لذلك، تكون القيمة المطلقة لمتجه السرعة واتجاهها في النظام الإحداثي القائم على الأرض هي

$$v_{pg} = \sqrt{v_{pg,x}^2 + v_{pg,y}^2} = 139 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{pg,y}}{v_{pg,x}}\right) = 54.4^\circ.$$

نحتاج الآن إلى معرفة الانحراف عن المسار الناتج عن الرياح. لإيجاد هذه القيمة، يمكننا ضرب متجهات سرعة الطائرة في كل نظام إحداثي في الزمن المتطابق البالغ $2 \text{ h} = 7200 \text{ s}$. ثم نأخذ فرق المتجهات، وأخيرًا نحصل على مقدار فرق المتجهات. يمكن الحصول على الإجابة بسهولة إذا استخدمنا المعادلة 3.29 مضروبة في الزمن المتطابق لتعكس أن الانحراف عن المسار، \vec{r}_T ، الناتج عن الرياح هو السرعة المتجهة للرياح، \vec{v}_{wg} ، مضروبة في 7200 s .

$$|\vec{r}_T| = |\vec{v}_{wg}|t = 32.0 \text{ m/s} \cdot 7200 \text{ s} = 230.4 \text{ km}.$$

مناقشة

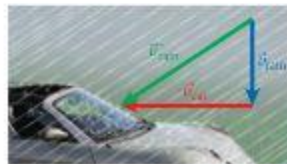
تتحرك الأرض بشكل ملحوظ خلال فترة 2 h . وهذا نتيجة لدورانها حول محورها وحركتها حول الشمس. وقد نتفقد بأنه يجب علينا أخذ هذه الحركات في الاعتبار. نعم الأرض تتحرك بالفعل، لكن هذا الأمر لا يتعلق بالمثال الذي بين أيدينا. نشارك الطائرة والهواء والأرض جميعًا في هذا الدوران المحوري والحركة المدارية. وهذا يتداخل مع الحركة النسبية للأجسام الموضحة في هذه المسألة. لذا، تجري العمليات الحسابية بنظام إحداثي تكون فيه الأرض ثابتة ولا تدور.

يمكن رؤية نتيجة أخرى مثيرة للاهتمام للحركة النسبية عند مراقبة المطر أثناء تواجده داخل سيارة متحركة. قد تتساءل لماذا يبدو المطر دائمًا وكأنه يتساقط مباشرة عليك أثناء قيادتك للسيارة. يجيب المثال التالي عن هذا السؤال.

مثال 3.4 القيادة أثناء هطول المطر

لنترض أن المطر يسقط مباشرة على سيارة، كما هو مبين بخطوط بيضاء في الشكل 3.19. سيكون المراقب الثابت خارج السيارة قادرًا على قياس السرعات المتجهة للمطر (السهم الأزرق) والسيارة المتحركة (السهم الأحمر).

ولكن إذا كنت جالسًا داخل السيارة المتحركة، فستتحرك العالم الخارجي للمراقب الثابت (كما في ذلك الشارع والأمطار) بسرعة متجهة نسبية $\vec{v} = -\vec{v}_{car}$ ينبغي إضافة السرعة المتجهة لهذه الحركة النسبية إلى جميع الأحداث الخارجية كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة. ينتج عن هذه الحركة متجه سرعة \vec{v}'_{rain} للمطر كما لوحظ من داخل السيارة المتحركة (الشكل 3.20)، ومن منظور رياضي، هذا المتجه هو مجموع، $\vec{v}'_{rain} = \vec{v}_{rain} - \vec{v}_{car}$ حيث \vec{v}_{rain} و \vec{v}_{car} هما متجهتا سرعة المطر والسيارة كما لاحظتهما المراقب الثابت.



الشكل 3.20 متجه سرعة \vec{v}'_{rain} المطر، كما هو ملاحظ من داخل السيارة المتحركة.



الشكل 3.19 متجه السرعة لسيارة متحركة والمطر المتساقط عليها بصورة مستقيمة، وفقًا للمراقب الثابت.

مراجعة المفاهيم 3.8

يتساقط المطر، ولا توجد رياح تقريبًا. وأثناء القيادة تحت المطر، تقوم بزيادة السرعة. ماذا يحدث لزاوية المطر بالنسبة إلى المستوى الأفقي التي تلاحظها من داخل السيارة؟

(a) تزداد.

(b) تنخفض.

(c) تظل كما هي.

(d) يمكن أن تزداد أو تنخفض، على حسب الاتجاه الذي تتوقد فيه.



الشكل 3.21 السهم الأحمر يشير إلى السرعة المتجهة للغزال في مناسبات حارس الحديقة.



الشكل 3.22 إزاحة السهم الخضر في مناسبات إسناد الغزال.

مسألة محلولة 3.4 غزال متحرك

مطلوب من حارس الحديقة الذي أمسك الغرد في المثال 3.1 الإمساك بغزال. لقد خلصنا إلى أنه يحتاج إلى التصويب مباشرة على الغرد للإمساك به. لقد قرر التصويب مباشرة على هدفه مرة أخرى، كما هو موضح في صورة التصويب على الهدف في الشكل 3.21.

المسألة

أين سيصيب السهم الخضر الغزال إذا كان يبعد مسافة $d = 25 \text{ m}$ عن حارس الحديقة ويجري من يمينه إلى يساره بسرعة $v_0 = 3.0 \text{ m/s}$ ؟ يخرج السهم الخضر من البندقية أفقياً بسرعة $v_0 = 90. \text{ m/s}$.

الحل

فكر يتزامن تحرك الغزال مع خروج السهم، مما يبرز صعوبتين. من الأسهل التفكير في هذه المسألة بمناط إسناد حركة الغزال. في هذا المناسبات، للمرئية الأفقية الجانبية حركة السهم سرعة متجهة ثابتة هي $v_0 \cos \theta$ ، كما أن مركبة الحركة الرأسية عبارة عن حركة سقوط حر. ومن ثم، يكون إجمالي إزاحة السهم هو مجموع متجه الإزاحتين الناتجتين عن كلتا الحركتين.

ارسم رسم هاتين الإزاحتين بمناط إسناد الغزال (الشكل 3.22). يمثل السهم الأزرق الإزاحة الناتجة عن حركة السقوط الحر. بينما يمثل السهم الأحمر الحركة الأفقية الجانبية للسهم في مناسبات إسناد الغزال. وتكمن ميزة رسم الإزاحتين بمناط الإسناد المتحرك في أن صورة التصويب على الهدف ملصقة بالغزال وتحرك معه.

ابحث أولاً، نحتاج إلى حساب الزمن الذي يستغرقه السهم الخضر لقطع مسافة 25 m في خط التصديد المباشر من البندقية إلى الغزال. نظراً لأن السهم يخرج من البندقية في اتجاه أفقي، فإن المركبة الأفقية الأمامية الابتدائية لمتجه سرعة السهم هو 90 m/s . وفي حركة المقذوفات، تكون مركبة السرعة المتجهة الأفقية ثابتة. لذلك، نحصل على الزمن الذي يستغرقه السهم لقطع مسافة 25 m من خلال

$$t = \frac{d}{v_0}$$

أثناء هذا الزمن، يقع السهم تحت تأثير الجاذبية، وهذه الإزاحة الرأسية هي

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$$

وأثناء هذا الزمن أيضاً يكون للغزال إزاحة أفقية جانبية في مناسبات إسناد حارس الحديقة $x = -v_0 t$ (يتحرك الغزال إلى اليسار، وبذلك تكون قيمة مركبة السرعة المتجهة الأفقية سالبة). لذلك، تكون إزاحة السهم في مناسبات إسناد الغزال على النحو التالي (انظر الشكل 3.22)

$$\Delta x = v_0 t.$$

بسّط بالتعويض عن تعبير الزمن في المعادلات الخاصة بالإزاحتين نحصل على

$$\Delta x = v_0 \frac{d}{v_0} = \frac{v_d}{v_0} d$$

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{d^2 g}{2v_0^2}$$

احسب نحن جاهزون للتعويض بالأرقام،

$$\Delta x = \frac{(3.0 \text{ m/s})}{(90. \text{ m/s})} (25 \text{ m}) = 0.833333 \text{ m}$$

$$\Delta y = -\frac{(25 \text{ m})^2 (9.81 \text{ m/s}^2)}{2(90. \text{ m/s})^2} = -0.378472 \text{ m}$$

قرب عند تقريب النتائج إلى رقمين معنويين، نحصل على:

$$\Delta x = 0.83 \text{ m}$$

$$\Delta y = -0.38 \text{ m}$$

صافي التأثير هو مجموع متجهات الإزاحة الأفقية الجانبية والإزاحة الرأسية، كما هو مبين بالسهم الخطري الأخضر في الشكل 3.22. لن يصيب السهم الغزال وسيسقط على الأرض خلف الغزال.

— يتبع

تَحَقُّقٌ ثَانِيَةٌ أين ينبغي أن يصوب حارس الحديقة؟ إذا أراد إصابة الغزال الهارب، فينبغي له التصويب إلى أعلى مسافة 0.38 m تقريبًا وإلى يسار الهدف المتصود مسافة 0.83 m تقريبًا. سيصيب السهم المنطلق في هذا الاتجاه الغزال، ولكن ليس في مركز بؤرة التصويب على الهدف. لماذا؟ عند التصويب بهذه الطريقة، لا يشير متجه السرعة الابتدائية إلى اتجاه أفضي. هذا الأمر يطيل زمن الرحلة، كما رأينا في المسألة المحلولة 3.3. ويتحول زمن الرحلة الأطول إلى إزاحة أكبر في كلا الاتجاهين x و y . هذا التصحيح بسيط، ولكن طريقة حسابه معقدة ولن نعرضها هنا.

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

الرأسي الابتدائي، و v_{y0} هي السرعة الابتدائية للمغذوف، و θ_0 هي الزاوية الابتدائية بالنسبة إلى المستوى الأفقي الذي تم إطلاق المغذوف منه.

يمكن الحصول على مدى R مغذوف مثالي من خلال

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0.$$

يمكن الحصول على أقصى ارتفاع H يصل إليه مغذوف مثالي من خلال $H = y_0 + \frac{v_{y0}^2}{2g}$ حيث v_{y0} هو المركبة الرأسية للسرعة الابتدائية.

لا تسلك المغذوفات مسارات قطع مكافئ عند أخذ مقاومة الهواء في الاعتبار. وبصفة عامة، لا تصل مسارات المغذوفات الحقيعية إلى أقصى ارتفاع متوقع، ويكون لها مدى أقصر بكثير.

يمكن حساب السرعة المتجهة \vec{v}_{0i} بالنسبة إلى مناطق إسناد مختبري ثابت باستخدام تحويل جاليليو للسرعة المتجهة، حيث $\vec{v}_{0i} = \vec{v}_{0m} + \vec{v}_{mi}$ هي السرعة المتجهة للجسم بالنسبة إلى مناطق إسناد متحرك و \vec{v}_{0m} هي السرعة المتجهة الثابتة لمناطق الإسناد المتحرك بالنسبة إلى مناطق المختبر.

■ بالنسبة إلى الحركة في بعدين أو ثلاثة أبعاد، يتوافق أي تعقُّر في مقدار أو اتجاه السرعة المتجهة لجسم مع العجلة.

■ يمكن فصل حركة جسم مغذوف إلى الحركة في الاتجاه x ، على النحو الموضح بالمعادلات

$$(1) x = x_0 + v_{x0}t$$

$$(2) v_x = v_{x0}$$

والحركة في الاتجاه y ، على النحو الموضح بالمعادلات

$$(3) y = y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$(4) y = y_0 + \bar{v}_y t$$

$$(5) v_y = v_{y0} - gt$$

$$(6) \bar{v}_y = \frac{1}{2}(v_{y0} + v_{y0})$$

$$(7) v_y^2 = v_{y0}^2 - 2g(y - y_0)$$

■ يمكن وصف العلاقة بين الإحداثيين x و y لحركة المغذوفات المثالية بقطع مكافئ يمكن الحصول عليه من الصيغة

$$y = y_0 + (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$$

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

3.2 يمكن الحصول على زمن الوصول إلى أعلى نقطة من خلال $v_y = v_{y0} - gt_{\text{top}} = 0 \Rightarrow t_{\text{top}} = v_{y0}/g = v_0 \sin \theta_0/g$ زمن الرحلة هو $t_{\text{total}} = 2t_{\text{top}}$ بسبب تماثل مسار القطع المكافئ للمغذوف، المدى هو حاصل ضرب إجمالي زمن الرحلة في مركبة السرعة المتجهة الأفقية،

$$R = t_{\text{total}}v_{x0} = 2t_{\text{top}}v_0 \cos \theta_0 = 2(v_0 \sin \theta_0/g)v_0 \cos \theta_0 = \frac{v_0^2 \sin(2\theta_0)}{g}$$

3.1 استخدم المعادلة 3.23 و $t = (x - x_0)/v_{x0} = (x - x_0)/(v_0 \cos \theta_0)$ لإيجاد

$$|v| = \sqrt{v_0^2 - 2g(x - x_0)(\tan \theta_0) + g^2(x - x_0)^2/(v_0 \cos \theta_0)^2}$$

إرشادات حل المسائل

غالبًا استخدام معادلات الكينماتيكا السبعة (من 3.11 إلى 3.17)، التي نصف الحركة بسرعة متجهة ثابتة في الاتجاه الأفقي وحركة السقوط الحر بعجلة ثابتة في الاتجاه الرأسي. وبشكل عام، يجب عليك تجنُّب استخدام الصيغ بأسلوب تحطفي، ولكن عند خوض الاختبارات، يمكن أن تكون معادلات الكينماتيكا السبعة هذه ملائمة الأول. ولكن تذكر أن هذه المعادلات لا تصلح إلا في الحالات التي تكون فيها مركبة العجلة الأفقية تساوي صفرًا ومركبة العجلة الرأسية ثابتة.

1. في جميع المسائل التي تنطوي على مناطق إسناد متحرك، من المهم أن تميز بوضوح أي جسم له أي حركة وفي أي مناطق، وبالنسبة إلى ماذا. ومن المناسب استخدام الرموز السطحية التي تتكون من حرفين، حيث يشير الحرف الأول إلى الجسم بينما يشير الحرف الثاني إلى الجسم الذي يتحرك بالنسبة إليه. يُعد موقف ممر المشاة المتحرك الذي جرت مناقشته في القسم 3.6 مثالًا جيدًا على استخدام الرموز السطحية هذه.

2. في جميع المسائل المتعلقة بحركة المغذوفات المثالية، الحركة في الاتجاه x مستقلة عن الحركة في الاتجاه y . حل هذه المسائل، يمكنك

أسئلة الاختيار من متعدد

3.9 تبلغ العجلة بفعل الجاذبية على سطح القمر 1.62 m/s^2 . تقريباً ستنس قيمتها على الأرض. وبالنسبة إلى سرعة منجهة ابتدائية معينة v_0 وزاوية إطلاق معينة θ_0 ، ستكون نسبة مدى مقذوف مثالي على سطح القمر إلى مدى المقذوف نفسه على سطح الأرض، $R_{\text{Moon}}/R_{\text{Earth}}$ حوالي

- (a) 0.6
(b) 0.3
(c) 12
(d) 5
(e) 1

3.10 انطلقت كرة بيسبول من مخرب زاوية $\theta_0 = 30.0^\circ$ بالنسبة إلى المحور الموجب x وبسرعة ابتدائية 40.0 m/s . ولم يمسكها عند الارتفاع نفسه الذي أطلقت منه. وبافتراض حركة المقذوفات المثالية (محور y الموجب منه إلى أعلى)، تكون السرعة للجهة للكرة عند لمسها

- (a) $(20.00 \hat{x} + 34.64 \hat{y}) \text{ m/s}$
(b) $(-20.00 \hat{x} + 34.64 \hat{y}) \text{ m/s}$
(c) $(34.64 \hat{x} - 20.00 \hat{y}) \text{ m/s}$
(d) $(34.64 \hat{x} + 20.00 \hat{y}) \text{ m/s}$

3.11 في حركة المقذوفات المثالية، تكون السرعة للجهة ومجلة المقذوف عند أقصى ارتفاع له، على التوالي،

- (a) أفقية، رأسية لأسفل.
(b) أفقية، صفر.
(c) صفر، صفر.
(d) صفر، رأسية لأسفل.
(e) صفر، أفقية.

3.12 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون اتجاهه رأسياً إلى أعلى، تكون المركبة y لمجلة الجسم أثناء الحركة التصادمية والمركبة y للمجلة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

- (a) موجبة، سالبة
(b) سالبة، موجبة
(c) موجبة، موجبة
(d) سالبة، سالبة

3.13 في حركة المقذوفات المثالية، عند اختيار محور y الموجب ليكون اتجاهه رأسياً إلى أعلى، تكون المركبة y للسرعة للجهة للجسم أثناء الحركة التصادمية والمركبة y للسرعة للجهة أثناء الحركة التنازلية، على التوالي،

- (a) موجبة، سالبة
(b) سالبة، موجبة
(c) موجبة، موجبة
(d) سالبة، سالبة

3.14 أطلق مقذوف من ارتفاع $0 = y_0$ بالنسبة إلى زاوية إطلاق معينة، إذا كانت سرعة الإطلاق متساوية، فإماذا سيحدث للمدى R وأقصى ارتفاع H للمقذوف؟

- (a) سينضاعف كلٌّ من R و H .
(b) سينضاعف كلٌّ من R و H أربع مرات.
(c) سينضاعف R وسيبقى H كما هو.
(d) سينضاعف R أربع مرات، وسيضاعف H .
(e) سينضاعف R ، وسيضاعف H أربع مرات.

3.15 أطلق مقذوف مرتين من ارتفاع $0 = y_0$ بسرعة إطلاق معينة، v_0 . وكانت زاوية الإطلاق الأولى 30.0° ، وزاوية الإطلاق الثانية 60.0° . ماذا يمكنك أن تقول عن المدى R للمقذوف في الحالتين؟

- (a) R متساو في كلتا الحالتين.
(b) R أكبر لزاوية الإطلاق 30.0° .
(c) R أكبر لزاوية الإطلاق 60.0° .

(d) جميع العبارات السابقة غير صحيحة.

3.1 أطلق سهم أفقياً بسرعة 20 m/s من أعلى برج ارتفاعه 60 m . سيكون زمن وصوله إلى الأرض

- (a) 8.9 s
(b) 7.1 s
(c) 3.5 s
(d) 2.6 s
(e) 1.0 s

3.2 أطلق مقذوف من أعلى مبنى بسرعة منجهة ابتدائية 30.0 m/s وزاوية 60.0° فوق المستوى الأفقي. فإن مقدار سرعته للجهة عند الزمن $t = 5.00 \text{ s}$ بعد الإطلاق هو

- (a) -23.0 m/s
(b) 7.3 m/s
(c) 15.0 m/s
(d) 27.5 m/s
(e) 50.4 m/s

3.3 لم رمي كرة بزاوية تتراوح بين 0° و 90° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. فإن منجها السرعة والمجلة يكونان متوازيين لبعضهما عند زاوية إطلاق

- (a) 0°
(b) 45°
(c) 60°
(d) 90°
(e) لا شيء مما سبق.

3.4 أثناء التمرين، مرر لاعبا خط المقلاع في لعبة البيسبول الكرة إلى الموقع بين القاعدة الثانية والثالثة. وفي كلتا الحالتين كانت المسافة 40.0 m . مرر اللاعب الأول الكرة بسرعة ابتدائية 20.0 m/s . في حين مرر اللاعب الثاني الكرة بسرعة ابتدائية 30.0 m/s . وفي كلتا الحالتين، لم تمرر الكرة والإمساك بها عند الارتفاع نفسه فوق سطح الأرض.

(a) ظلت الكرة الأولى في الهواء لفترة زمنية أقصر من الكرة الثانية.
(b) ظلت الكرة الثانية في الهواء لفترة زمنية أقصر من الكرة الأولى.
(c) ظلت الكرتان في الهواء لفترة الزمنية نفسها.
(d) لا يمكن تحديد الإجابة من المعلومات المُعطاة.

3.5 تدمر جرت كرة وزنها 50 g على طاولة وسقطت على الأرض. على بُعد 2 m من قاعدة الطاولة، فإذا تدمرت كرة وزنها 100 g من فوق الطاولة نفسها وبالسرع نفسها، فسنسقط على بُعد _____ من قاعدة الطاولة.

- (a) أقل من 1 m
(b) 1 m
(c) 2 m
(d) 4 m
(e) أكثر من 4 m

3.6 بالنسبة إلى سرعة ابتدائية معينة لمقذوف مثالي، يوجد _____ للإطلاق يكون عندها مدى مقذوف متماثل.

(a) زاوية واحدة فقط
(b) زاويتان مختلفتان
(c) أكثر من زاويتين ولكن عدد محدود من الزوايا
(d) زاوية واحدة فقط إذا كانت الزاوية 45° تكن خلاف ذلك زاويتان مختلفتان
(e) عدد لا نهائي من الزوايا

3.7 تتحرك سفينة سياحية جنوباً في ماء راكد بسرعة 20.0 km/h ، بينما يسير راكب على ظهر السفينة نحو الشرق بسرعة 5.0 km/h . تبلغ السرعة للجهة للراكب بالنسبة إلى الأرض

- (a) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الجنوب الشرقي.
(b) 20.6 km/h بزاوية 14.04° نحو الشرق الجنوبي.
(c) 25.0 km/h جنوباً.
(d) 25.0 km/h شرقاً.
(e) 20.6 km/h جنوباً.

3.8 أطلقت قنينة من مدمجين مختلفين بزوايتين $\theta_{01} = 20^\circ$ و $\theta_{02} = 30^\circ$ ، على التوالي. وبافتراض حركة المقذوفات المثالية، تكون النسبة بين سرعتي الإطلاق v_{02}/v_{01} التي حققت فيها القنيتان المدى نفسه

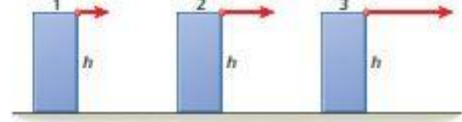
- (a) 0.742
(b) 0.862
(c) 1.212
(d) 1.093
(e) 2.222

أسئلة مخايبة

إذا كان الخطار يتسارع في الاتجاه الأمامي؟ إذا كانت الإجابة نعم، فكيف؟
3.18 أقيمت سخرة بزاوية 45° أسفل المستوى الأفقي من أعلى مبنى. بعد الإلقاء مباشرة، هل ستكون عجلتها أكبر من العجلة الناتجة عن الجاذبية أم مساوية لها أم أقل منها؟

3.16 زيمت كرة من الأرض بزاوية تتراوح بين 0° و 90° . أي مما يلي يظل ثابتاً، x ، y ، v_x ، v_y ، a_x ، a_y ، g ؟
3.17 زيمت كرة بشكل مستقيم لأعلى من راكب قطار يتحرك بسرعة منجهة ثابتة. أين سنسقط الكرة - في يديه مرة أخرى، أم أمامه، أم خلفه؟ هل تغير إجابك،

3.19 أُنشئت ثلاث كرات ذات كتل مختلفة في اتجاه أفقي من الارتفاع نفسه بسرعات ابتدائية مختلفة على النحو الموضح في الشكل. ركب الأوتار التي مسنناتها الكرات للسقوط على الأرض من الأتسار إلى الأسفل.



3.20 لتتحقق أقصى ارتفاع لمسار المقذوف، ما الزاوية التي ستختارها بين 0° و 90° على افتراض أنه يمكنك إطلاق المقذوف بالسرعة الابتدائية نفسها بعيداً عن زاوية الإطلاق. اشرح استنتاجك.

3.21 طائرة تطير بسرعة أفقية ثابتة V وارتفاع h فوق إحدى البحيرات. عندما تُنحى باب في باطن الطائرة وتُضخمت منه عوثة، استناداً إلى مسار المقذوفين وماهما، كيف يمكنك بالارتفاع والسرعة المنجهة أنفسهم، جُعل مقاومة الهواء.

(أ) ما المسافة بين العوثة والطائرة عندما سقطت العوثة على سطح البحيرة؟
(ب) ما المركبة الأفقية لنجدة سرعة العوثة عند سقوطها في البحيرة؟
(ج) ما سرعة العوثة عند سقوطها في البحيرة؟

3.22 لم إطلاق قذيفتين بالترتيب من مدفع في الهواء، بالسرعة المنجهة الابتدائية نفسها، وبزاوية الإطلاق نفسها. استناداً إلى مسار القذيفتين وماهما، كيف يمكنك استنتاج أيهما مصنوعة من الرصاص وأيها من الخشب، إذا أطلقت القذيفتان في فراغ، فيماذا ستكون إجاباتك؟

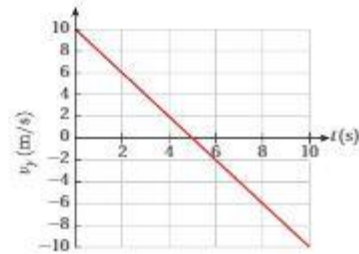
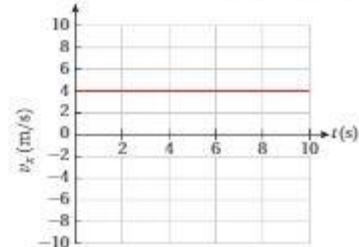
3.23 يجب ألا يتفر الشخص أبداً من مركبة متحركة (قطار، سيارة، حافلة، إلخ). ولكن بالافتراض قيام أحد الأشخاص بنقل هذه العفزة ضمن الناحية الفيزيائية، ما أفضل اتجاه للقفز من أجل تقليل تأثير الهبوط؟ اشرح.

3.24 قارب يسير بسرعة V_{BW} بالنسبة إلى الماء في نهر بعرض D . تبلغ سرعة تدفق الماء V_W .

(أ) أثبت أنّ الوقت المطلوب لعبور النهر إلى نقطة متعابلة تماماً لنقطة البداية والعودة مرة أخرى هو $T_1 = 2D / \sqrt{V_{BW}^2 - V_W^2}$.

(ب) أثبت أنّ الوقت الذي يستغرقه القارب لتقطع مسافة D في اتجاه مجرى النهر والعودة مرة أخرى هو $T_2 = 2DV_{BW} / (V_{BW}^2 - V_W^2)$.

3.25 يتحرك قوس هوكي يعمل بقوة مساروخية على طول حواري هوكي أفقية (بلا احتكاك). المركبتان X و Y لهما سرعة المنجهة كدالة للزمن بتكثرتان في الرسمين البيانيين أدناه. بالافتراض أنه في الزمن $t = 0$ كان القوس عند $(x_0, y_0) = (1, 2)$. ارسم تخطيطاً بيانياً تمثيلياً لمسار القوس.



3.26 بالنسبة إلى جسم معين في حركة ثلاثية الأبعاد، تحصل على الإحداثيات x و y كدالة للزمن من خلال

$$x(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \quad y(t) = \frac{\sqrt{2}}{2}t, \quad \text{and} \quad z(t) = -4.9t^2 + \sqrt{2}t.$$

صف حركة الجسم ومساره في نظام الإحداثيات xyz .

3.27 يتحرك جسم في المستوى xy . تحصل على الإحداثيين x و y للجسم كدالة للزمن من خلال المعادلات أدناه، $x(t) = 3t + 2$ و $y(t) = 4.9t^2 + 2t + 1$. ما منته سرعة الجسم كدالة للزمن؟ ما منته العجلة في الزمن $t = 2$ s؟

3.28 توصف حركة الجسم بالمعادلتين الوسيطينتين التاليتين.

$$x(t) = 5 \cos(2\pi t)$$

$$y(t) = 5 \sin(2\pi t)$$

حيث تُعَب الإزاحات بالمتر، ويُمثل t الزمن ويُعَب بالثانية.

(أ) ارسم تخطيطاً بيانياً لمسار الجسم (تمثيل بياني لـ y مقابل x).

(ب) حدّد المعادلات التي تصف المركبتين x و y للسرعة المنجهة، v_x و v_y . كدالتين للزمن.

(ج) ارسم تخطيطاً بيانياً لاسرعة الجسم كدالة للزمن.

3.29 في تجربة لإثبات نموذج نظام دفاعي مضاد للصواريخ الباليستية، لم إطلاق صاروخ من أرض ميدان الرماية باتجاه هدف ثابت على الأرض. يرصد النظام الصاروخ عبر الرادار، ويحدد مسار القطع المكافئ لحركته في الوقت الفعلي. ويحدد أنه لم إطلاقه من مسافة 5.00 km v_0 . بسرعة ابتدائية 0.600 km/s في المستوى xy بحيث تكون المركبة x للسرعة المنجهة الابتدائية في الاتجاه x السالب. وبزاوية إطلاق $\theta_0 = 20.0^\circ$. ثم يحدّد النظام الدفاعي وقت التأخر المطلوب الذي لم قياسه من وقت إطلاق الصاروخ، ويطلق صاروخاً مضاداً موجوفاً على بعد 1.00 km v_0 بسرعة منجهة ابتدائية v_0 و v_0 وبزاوية إطلاق $\theta_0 = 60.0^\circ$ في المستوى xy لافتراض الصاروخ. حدّد السرعة الابتدائية v_0 للصاروخ المتترض ووقت التأخر المطلوب.

3.30 لم إطلاق مقذوف بزاوية 45.0° أعلى المستوى الأفقي. ما النسبة بين المدى الأفقي للمقذوف وبين أقصى ارتفاع له؟ كيف ستتغير الإجابة في حالة مضاعفة السرعة الابتدائية للمقذوف؟

3.31 في حركة المقذوفات، يكون كل من المدى الأفقي وأقصى ارتفاع يحققه المقذوف متساوي.

(أ) ما زاوية الإطلاق؟

(ب) إذا لم يتغير أي شيء آخر، فكيف يجب أن تتغير زاوية إطلاق المقذوف، θ_0 ، للمقذوف بحيث يقل المدى إلى النصف؟

3.32 قوس هوكي هوائي مثبت به صاروخ صغير بإحكام. يتم دفع القوس من زاوية واحدة على طول الجانب الطويل لطول الهوكي الهوائي التي يبلغ طولها 2.00 m . مع توجيه الصاروخ على طول الجانب القصير من الطول. وفي الوقت نفسه يتم إطلاق الصاروخ. إذا كان دفع الصاروخ يُنتج عجلة بمقدار 2.00 m/s^2 على القوس، وكان عرض الطول 1.00 m . فما الحد الأدنى للسرعة المنجهة الابتدائية التي يجب دفع القوس بها ليصل إلى جانب الطول القصير المقابل دون أن يرتد إلى الجانب الطويل؟ ارسم مسار القوس للسرعات المنجهة الابتدائية الثلاثة، $v < v_{\text{min}}$ ، $v = v_{\text{min}}$ ، $v > v_{\text{min}}$. جُعل الاحتكاك ومقاومة الهواء.

3.33 في ساحة المعركة، أطلق مدافع قذيفة لأعلى على منحدر من مستوى الأرض، وبسرعة منجهة ابتدائية v_0 وبزاوية θ_0 أعلى المستوى الأفقي. تشكل الأرض نفسها زاوية α أعلى المستوى الأفقي ($\alpha < \theta_0$). ما مدى R القذيفة المنجس بطول الأرض المنحدرة؟ قلن نتيجتك بمعادلة المدى على أرض أفقية (المعادلة 3.25).

3.34 اشترك سياحان لديهما شفت بالخيزران في سباق كير بهدف محادثة تجربة الضوء الشهيرة، تجربة ميكلسون ومورلي. يجري السباق في نهر بعرض 50.0 m يندفق بعامل ثابت يبلغ 3.00 m/s . يبدأ كل من السياحين من الضفة نفسها على الضفة واحدة ويسبحان بالسرعة نفسها 5.00 m/s مع أخذ التيار في الاعتبار. يسبح أحد السياحين مباشرة عبر النهر إلى أقرب نقطة على الضفة المقابلة ثم يعود مرة أخرى إلى نقطة البداية. ويسبح السياح الآخر بطول الضفة النهر، أولاً لمسافة عكس التيار مساوية تماماً لعرض النهر ثم يعود مع التيار إلى نقطة البداية. من الذي سيصل إلى نقطة البداية أولاً؟

تمارين

يشير اللون الأزرق لرقم المسألة إلى توفر الإجابة عنها في دليل حلول الطالب. تشير علامة النقطه الواحدة • والنقطتين •• إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 3.2

3.35 ما مقدار السرعة المتوسطة لجسم إذا تحرك الجسم من نقطة إحداثياتها $x = 2.0 \text{ m}$, $y = -3.0 \text{ m}$ إلى نقطة إحداثياتها $x = 5.0 \text{ m}$, $y = -9.0 \text{ m}$ في فاصل زمني قدره 2.4 s ؟

3.36 يبحث رجل عن قطعه باللوحه أولاً 10.0 km ناحية الشمال الشرقي ثم 12.0 km ناحية الجنوب مباشرة. وأخيراً 8.0 km باتجاه 30.0° ناحية شمال الغرب. ما مقدار واتجاه الإزاحة المحصلة له؟

3.37 أثناء رحلة على قاربك الشراعي، تبحر مسافة 2.00 km شرقاً ثم 4.00 km باتجاه الجنوب الشرقي، وأخيراً تبحر مسافة إضافية في اتجاه مجهول. ويكون موقعك النهائي على مسافة 6.00 km مباشرةً باتجاه الشرق من نقطة البداية. أوجد مقدار واتجاه الوجهة الثالثة من الرحلة.

3.38 تتعقب شاحنة مسافة 3.02 km شمالاً ثم تلطف يساراً بمقدار 90.0° وتسير لمسافة 4.30 km أخرى. تستغرق الرحلة بأكملها 5.00 min .

أ) عند استخدام نظام إحداثيات ثنائي الأبعاد على سطح الأرض بحيث يشير المحور x إلى اتجاه الشمال، ما مسافة منحه الإزاحة للشاحنة في هذه الرحلة؟

ب) ما مقدار السرعة المتوسطة لهذه الرحلة؟

3.39 يجري أرنب في حديقة بحيث تحصل على المركبتين x و y لإزاحته كدالتين للزمن من خلال $25 + 65t - 0.45t^2 = x(t)$ و $34 + 8.3t + 0.35t^2 = y(t)$ (يُحسب كل من x و y بالتر و t بالثانية).

أ) احسب موقع الأرنب (الامتداد والاتجاه) عند الزمن $t = 10.0 \text{ s}$.

ب) احسب السرعة المتجهة للأرنب عند الزمن $t = 10.0 \text{ s}$.

ج) حدّد منحه العجلة عند الزمن $t = 10.0 \text{ s}$.

3.40 بعض سيارات الأجرة مثبت بها نظام GPS بحيث تتبع لشركة تأجير السيارات معرفة مكانك وسرعته في أي وقت. يفقد الموظف إحدى سيارات الأجرة هذه في جراج الشركة، وأثناء الفاصل الزمني من 0 إلى 10.0 s ، تبين أنه يمكن إيجاد منحه موقعه كدالة للزمن من خلال

$$\vec{r}(t) = (24.4 \text{ m}) - t(12.3 \text{ m/s}) + t^2(2.43 \text{ m/s}^2), \\ (74.4 \text{ m}) + t^2(1.80 \text{ m/s}^2) - t^3(0.130 \text{ m/s}^3)$$

أ) ما المسافة التي تتحركها هذه السيارة من نقطة أصل نظام الإحداثيات عندما يكون الزمن $t = 5.00 \text{ s}$ ؟

ب) ما منحه السرعة كدالة للزمن؟

ج) ما السرعة عندما يكون الزمن $t = 5.00 \text{ s}$ ؟

عمل إضافي: هل يمكنك تمثيل مسار السيارة بيانياً في المستوى xy ؟

القسم 3.3

3.41 تتطلق إحدى المركبات في فترة ترحلية بسرعة متجهة أفقية قدرها 30.0 m/s (أيون مركبة رأسية للسرعة المنحوية). ما مقدار المركبات الأفقية والرأسية لسرعتها المتجهة قبل أن تهبط مباشرة بعد 2.00 s ؟

3.42 يطلق رامي سهام سهماً من ارتفاع 1.14 m فوق الأرض بسرعة ابتدائية 47.5 m/s وزاوية إطلاق 35.2° أعلى المستوى الأفقي. في أي وقت بعد إطلاق السهم من القوس سيصلك السهم الاتجاه الأفقي ثانية؟

3.43 زكمت كرة قدم بسرعة ابتدائية 27.5 m/s وزاوية إطلاق 56.7° ما زمن غلبتها (الفترة حتى تلعب الأرض مرة أخرى)؟

3.44 تصرت كرة تنس من ارتفاع 1.80 m فوق سطح الأرض. تترك الكرة مشربك بسرعة 18.0 m/s وزاوية 7.00° أعلى المستوى الأفقي. تبلغ المسافة الأفقية من الخط الملعب للملعب إلى الشبكة 11.83 m . في حين يبلغ ارتفاع الشبكة 1.07 m . هل لعل أي دوران تكنسبه الكرة وكذلك تأثيرات مقاومة الهواء. هل تضطت الكرة الشبكة؟ إذا كانت الإجابة نعم، فما المسافة التي تضطت بها الشبكة؟ إذا لم تضطتها، فما المسافة التي تضطتها لتضطتها الشبكة؟

3.45 يُضدق حجران أفقياً وبالسرع المتجهة نفسها من مرتين. يهبط أحد الحجرين على الأرض بعيداً بضعف المسافة عن الحجر الآخر. حدّد النسبة بين ارتفاع المبتين.

3.46 تقوم بممارسة رمي السهام الرشيحة في غرفتك. وتقف على مسافة 3.00 m من الحائط التي علقت عليه اللوحة. ينطلق السهم من يدك بسرعة متجهة أفقية عند نقطة ارتفاعها 2.00 m فوق سطح الأرض. ينشق السهم باللوحه عند نقطة ارتفاعها 1.65 m من الأرض. احسب:

أ) الوقت الذي استغرقه السهم في الهواء،

ب) السرعة الابتدائية للسهم،

ج) السرعة المنحوية للسهم عند اصطدامه باللوحه.

3.47 يركل لاعب كرة قدم الكرة بسرعة 22.4 m/s وزاوية 49.0° أعلى المستوى الأفقي من مسافة 39.0 m من الرمي.

أ) ما المسافة التي تضطت بها الكرة العارضة أو المسافة المتبقية لتضطتها إذا كانت العارضة على ارتفاع 3.05 m ؟

ب) ما السرعة المنحوية الرأسية للكرة في الوقت الذي تصل فيه إلى الرمي؟

3.48 يستغرق جسم t لإطلاقه بزاوية 35.0° أعلى المستوى الأفقي الزمن $t = 150 \text{ s}$ ليصل إلى آخر مسافته الرأسية البالغة 15.0 m . وأخر مسافته الأفقية البالغة 10.0 m . ما السرعة التي لم إطلاق الجسم بها؟ (ملحوظة: لا تنس المسألة على أن الارتفاع الابتدائي والنهائي للجسم متماثلان.)

3.49 يستخدم سير ناقل لنقل الرمال من مكان إلى آخر داخل مصنع. يتم إمالة السير بزاوية 14.0° فوق المستوى الأفقي حيث تتحرك الرمال دون أن تتلقق بعمل 7.00 m/s . وتُجمع الرمال في برميل كبير على مسافة 3.00 m أسفل طرف السير الناقل. حدّد المسافة الأفقية بين طرف السير الناقل ومنصرف برميل التجميع.

3.50 تتفد سيارة صديقتك على جرف مائل على المحيط يميل بشكّل زاوية 17.0° أسفل المستوى الأفقي. تمطلت الفرامل وتحرّكت السيارة من حالة السكون إلى أسفل المنحدر لمسافة 29.0 m إلى حافة الجرف، وهو على ارتفاع 55.0 m فوق سطح المحيط. ولصوم المحيط استمرت في الانحدار لتضطق في المحيط.

أ) أوجد موقع السيارة بالنسبة إلى قاعدة الجرف عند سقوط السيارة في المحيط.

ب) أوجد المدة الزمنية التي استغرقتها السيارة في الهواء.

3.51 أطلق جسم بسرعة 20.0 m/s من أعلى برج شاهق. والارتفاع y للجسم كدالة للزمن t اللحظي من لحظة الإطلاق هو $60.0 + 19.32t - 4.90t^2 = y(t)$ ، حيث يُحسب y بالتر و t بالثانية. حدّد:

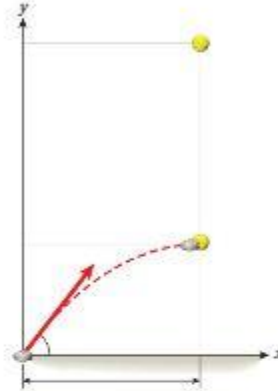
أ) ارتفاع H البرج،

ب) زاوية الإطلاق،

ج) المسافة الأفقية التي قطعها الجسم قبل أن يسقط على الأرض.

3.52 أطلق معذوف بزاوية 60.0° أعلى المستوى الأفقي على أرض مسوية. تبين أن النقط في سرعته المتجهة بين الإطلاق وقبل الهبوط مباشرة هو $v_{\text{horizontal}} = -20.0\hat{y} \text{ m/s}$. حدّد ما السرعة المنحوية الابتدائية للمعذوف؟ ما السرعة المنحوية النهائية قبل الهبوط؟

3.53 • يوضح الشكل مسارات كرة تنس يسقطها سديك من ثلاثة شتة وصخرة تعديها أنت من الأرض في اللحظة نفسها. تصطدم الصخرة والكرة عند $x = 50.0 \text{ m}$ و $y = 3.00 \text{ m}$. في حالة إسقاط الكرة من ارتفاع 54.1 m . حدد السرعة المتجهة للصخرة في البداية وعند اصطدامها بالكرة.



القسم 3.4

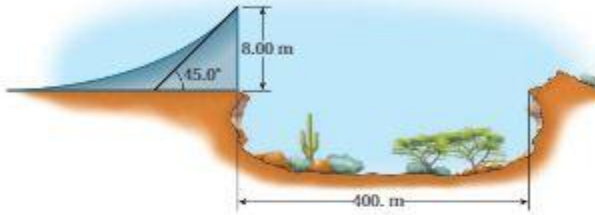
- 3.54 في مناقشة بمعرض العلوم، صمّم مجموعة من طلاب المرحلة الثانوية جهاز قذف يُمكّن إلقاء كرة جولف من نقطة الأصل بسرعة متجهة 11.2 m/s وبزاوية إطلاق 31.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي.
- (a) أين ستسقط كرة الجولف على الأرض؟
 (b) كم سيبلغ ارتفاعها عند أعلى نقطة في مسارها؟
 (c) ما متجه سرعة الكرة (بالرؤيات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟
 (d) ما متجه عجلة الكرة (بالرؤيات الديكارتية) عند أعلى نقطة في مسارها؟
- 3.55 إذا كنت تريد استخدام منحني قذف الصخور وكان أقصى مدى تريد أن تصل إليه هذه المنحنيات هو 0.67 km . فما السرعة الابتدائية اللازمة للصخور للخروج من المنحني؟
- 3.56 ما أقصى ارتفاع فوق سطح الأرض يمكن أن يصل إليه مخلوق كتلته 0.790 kg ، ثم إسقاطه من مستوى سطح الأرض. إذا كانت سرعته الابتدائية تبلغ 80.3 m/s ؟

- 3.57 أثناء إحدى مباريات كرة القدم، طُلب منك ركل الكرة لصالح فريقك. وركلتها بزاوية 35.0° وبسرعة متجهة 25.0 m/s . في حال وصلت الكرة بشكل مستقيم إلى عمق الملعب، حدد متوسط السرعة التي يجب على الظهير المتقدم بال فريق المنافس الواقف على مسافة 70.0 m أن يجري بها ليتمكن بالكرة عند الارتفاع نفسه الذي أطلقها منه افتراض أن الظهير المتقدم بدأ بالركض بعد ركل الكرة بتمكك مع تجاهل مقاومة الهواء.
- 3.58 باتباع نظرية التجربة والمطعم، يتعلم الضفدع أن أقصى مسافة أفقية يمكنه قفزها هي 1.30 m . إذا خشي الضفدع، على مدار ساعة، 20.0% من الوقت في الراحة و 80.0% من الوقت في تنفيذ قفزات مماثلة لتلك المسافة القصوى في عهد مستقيم، فما المسافة التي قطعها الضفدع؟
- 3.59 تقوم لاعبة الجفّة بتدعيم عرض بالكرات التي ترميها بيدها اليمنى وتمسكها بيدها اليسرى. يتم إطلاق كل كرة بزاوية 75.0° وتصل إلى أقصى ارتفاع يبلغ 90.0 cm فوق ارتفاع الإطلاق. إذا كانت لاعبة الجفّة تصنف 0.200 s للإمساك بالكرة بيدها اليسرى وتريدها إلى يدها اليمنى وتنفذها مرة أخرى في الهواء، فما أقصى عدد من الكرات يمكنها أن تلعب به؟

3.60 في لعبة أركيد، تُطلق كرة من زاوية سطح مائل أملس، بشكل السطح المائل زاوية 30.0° مع المستوى الأفقي ويبلغ عرضه $w = 50.0 \text{ cm}$. وبشكل العذافة المثبتة بزنبرك زاوية 45.0° مع الطرف السفلي للسطح المائل، يمكن الهدف

في إدخال الكرة في فتحة صغيرة في الزاوية المائلة من السطح المائل. ما السرعة الابتدائية التي يجب إطلاق الكرة بها لتحقيق هذا الهدف؟ (تفصيّل: إذا كانت الفتحة صغيرة، فتندخل فيها الكرة بركبة سرعة متجهة رأسية تساوي مسافتها.)

3.61 يحاول رجل محلكة محاولة إيل كيريل في عام 1974 للقفز فوق وادي سنوك ريفر كاتيون بدراسة بخارية تعمل بقوة صاروخية. يبلغ عرض الوادي $L = 400 \text{ m}$. كما أنّ الجوانب المتقابلة متماثلة الارتفاع. ويبلغ ارتفاع منحدر الإطلاق على إحدى جانبي الوادي $h = 8.00 \text{ m}$ أعلى من الجانب، في حين تبلغ زاوية طرف المنحدر 45.0° على المستوى الأفقي.



- (a) ما أدنى سرعة انطلاق مطلوبة ليتمكن هذا المفار من عبور الوادي؟ تجاهل مقاومة الهواء والرياح.
- (b) أصبح هذا المفار شهيراً بعد نجاح قفزه الأول، إلا أنه لا يزال يتعاقب من الإصابات التي لحقت به جراء الاصطدام الناجم عن الارتداد القوي الذي يحدث عند الهبوط. ويقرر الرجل القفز مرة أخرى ولكن مع إضافة منحدر هبوط يلائم زاوية سرعته المتجهة عند الهبوط. إذا كان ارتفاع منحدر الهبوط بالجانب المائل هو 3.00 m . فما سرعة الانطلاق الجديدة المطلوبة؟

القسم 3.5

3.62 تُشرب كرة جولف بزاوية ابتدائية 35.5° بالنسبة إلى المستوى الأفقي وبسرعة متجهة ابتدائية قدرها 83.3 mph . وتعيّب على مسافة 86.8 m من المكان الذي سُربت منه إلى أي حد أدت تأثيرات مقاومة الرياح والتوران وغيرها إلى انخفاض مدى كرة الجولف عن القيمة المثالية؟

القسم 3.6

- 3.63 تسير على كمر مشاة متحرك في مطار. يبلغ طول الممر 59.1 m . فإذا كانت سرعته المتجهة بالنسبة إلى الممر هي 2.35 m/s وسرعة الممر المتجهة 1.77 m/s . فكم من الوقت ستستغرق للوصول إلى الطرف الآخر من الممر؟
- 3.64 يريد فيضان مركب الإبحار مباشرة عبر نهر يتدفق شرقاً بسرعة تبلغ 1.00 m/s . يبدأ من الضفة الجنوبية للنهر وينجه نحو الضفة الشمالية. وتبلغ سرعة المركب 6.10 m/s بالنسبة إلى الماء. في أي اتجاه (بالدرجات) ينبغي على الفيضان توجيه المركب؟ لاحظ أنّ 90° تعني الاتجاه شرقاً و 180° تعني الاتجاه جنوباً و 270° تعني الاتجاه غرباً و 360° تعني الاتجاه شمالاً.
- 3.65 يريد فيضان مركب الإبحار مباشرة عبر نهر يتدفق شرقاً يبدأ من الضفة الجنوبية للنهر وينجه نحو الضفة الشمالية. وتبلغ سرعة المركب 5.57 m/s بالنسبة إلى الماء. يدير الفيضان دفة المركب باتجاه 315° . فكم تبلغ سرعة تدفق الماء؟ لاحظ أنّ 90° تعني الاتجاه شرقاً و 180° تعني الاتجاه جنوباً و 270° تعني الاتجاه غرباً و 360° تعني الاتجاه شمالاً.
- 3.66 تبلغ قراءة مؤشر سرعة الهواء في طائرة أقلعت من دنبروت 350 km/h وتشير البوصلة إلى اتجاه الطائرة شرقاً نحو بوسطن. وتهب رياح منتظمة نحو الشمال بسرعة 40.0 km/h . احسب السرعة المتجهة للطائرة بالنسبة إلى الأرض. إذا رغب الطيار في قيادة الطائرة مباشرة نحو بوسطن (شرقاً)، فما القراءة التي ينبغي أن تعرضها البوصلة؟
- 3.67 تريد عبور جزء مستقيم من نهر تبلغ سرعة التيار المنتظم فيه 5.33 m/s بينما يبلغ عرضه 127 m . ويسوي الزورق البخاري على محرك يمكن أن يجعل الزورق يسير بسرعة تصل إلى 17.5 m/s . افترض أنك وصلت إلى السرعة القصوى على النور (أي مع إلغاء الوقت الصفر لزيادة سرعة القارب للوصول إلى السرعة القصوى).
- (a) إذا أردت عبور النهر مباشرة بزاوية 90.0° بالنسبة إلى شفة النهر، فما الزاوية التي يجب توجيه القارب بها بالنسبة إلى شفة النهر؟
 (b) كم سيصغر وقت عبور النهر بهذه الطريقة؟

- 3.79** يتوم رجل إطفاء على بعد 60.0 m من مبنى يحترق. يتوجه الماء من خرطوم إطفاء حريق على مستوى الأرض بزاوية 37.0° أعلى المستوى الأفقي. إذا خرج الماء من الخرطوم بسرعة 40.3 m/s ، ذلأي أي مطلق بالمبنى سيسيل؟ علما بأن ارتفاع كل مطلق يبلغ 4.00 m .
- 3.80** أطلق متدفق من مستوى الأرض بزاوية 68.0° أعلى المستوى الأفقي. عند وصوله إلى أقصى ارتفاع له، H ، يكون قد تحرك مسافة أفقية. كم في الوقت نفسه، ما نسبة H/d ؟
- 3.81** توجد سيارة ماكمارا دلنا في مطار ديبرويت ميتروبوليتان عبرت مسلة متحركة لنقل الركاب. يمضي روبرت بصوار أحد هذه المرات ويستغرق 30.0 s لتقطع مسافة بطول الممر. أما جون فهو يقف على الممر ويتحرك المسافة نفسها في 13.0 s ويمشي سنيق على 1 مر بسرعة روبرت نفسها. فما الوقت الذي يستغرقه سنيق ليكمل جولته؟
- 3.82** ينطلق المطر رأسيا بسرعة ثابتة تبلغ 7.00 m/s . ما الزاوية من المستوى الرأسى التي تسقط بها قطرات المطر كما يراها سائق سيارة يتود بسرعة 60.0 km/h على طريق مستقيم؟
- 3.83** لتحميد عجلة الجاذبية على سطح كوكب، تم اكتشاف حميدة قام العلماء بتفديد إحدى تجارب حركة المقذولات. حيث أطلقوا نودجا صغيرا لساروخ بسرعة ابتدائية 50.0 m/s بزاوية 30.0° أعلى المستوى الأفقي، وقاموا بقياس المدى الأفقي على أرض مستوية فبلغ 2165 m . حدد قيمة g للكوكب.
- 3.84** يقفز شواص من فوق حافة ارتفاعه 40.0 m في البحر، تبرز سخور من الماء لمسافة أفقية تبلغ 7.00 m من قاعدة الحرف. ما الحد الأدنى للسرعة الأفقية التي يجب ب على الشواص التقز بها من أعلى الحرف حتى يتبعد عن السخور ويهبط في البحر بأمان؟
- 3.85** رمى لاعب خط الدفاع كرة البيسبول بسرعة ابتدائية 32.0 m/s وبزاوية 23.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. إذا كانت الكرة تبعد عن يده عند ارتفاع 1.83 m ، فكم من الوقت ستظل الكرة في الهواء قبل أن تسقط على الأرض؟
- 3.86** كذبت سفرة من أعلى حافة يبلغ ارتفاعه 34.9 m وكانت سرعتها الابتدائية 29.3 m/s بزاوية الإطلاق 29.9° أعلى المستوى الأفقي. كم كانت سرعة السفرة لحظة سقوطها على الأرض عند أسفل الحرف؟
- 3.87** أثناء الألعاب الأولمبية التي أقيمت عام 2004، كذف لاعب جلة الكرة الحديدية بسرعة 13.0 m/s وبزاوية 43.0° أعلى المستوى الأفقي. وقد كذف الكرة من ارتفاع 2.00 m فوق الأرض.
- (أ) إلى أي مسافة ابتعدت الكرة الحديدية في الاتجاه الأفقي؟
(ب) ما الوقت الذي استغرقته الكرة الحديدية حتى سقطت على الأرض؟
- 3.88** يقف رجل على ارتفاع 718 m فوق سطح الماء. ثم رمى هاتنه الجوال بإغاه أفقي بسرعة 23.7 m/s .
- (أ) ما المسافة التي قطعها الهاتف الجوال أفقيا قبل السقوط في الماء؟
(ب) كم كانت سرعة الهاتف لحظة سقوطه في الماء؟
- 3.89** يسعد متخطد مرآة عميل 7.50 m/s بارتفاع 80.0 m فوق الأرض. بينما يتم رمى عمود من مقصورة المتخطد بإغاه أفقي بسرعة 4.70 m/s .
- (أ) ما لمدة الزمنية التي تستغرقها العمود لتصل إلى الأرض؟
(ب) ما السرعة المنجهة (المتدار والاعتماد) للعمود لحظة سقوطها على الأرض؟

(أ) في أي إغاه ينبغي لك توجيه العراب لعبور النهر في أقل وقت؟
(د) ما أقل وقت يمكن لعبور النهر؟

(e) ما أقل سرعة لمارك تكفيك من عبور النهر بزاوية 90.0° بالنسبة إلى شفة النهر؟

3.68 أثناء فترة انتظار طويلة في أحد المطارات، يلعب عالم فيزياء مع ابنته البالغة 8 أعوام لعبة تستخدم فيها كر مسلة متحرك. وقد قاما بقياس طول الممر حيث بلغ 425 m . يمكن الأب ساعة توقيت حيث بدأ في حساب الوقت لابنته. في البداية كانت البنت تمشي بسرعة ثابتة في إغاه السير المتحرك نفسه. واستغرق الوصول إلى نهاية الممر 15.2 s . ثم عادت مرة أخرى ومشت بالسرعة نفسها بالنسبة إلى السير المتحرك كالسابق، ولكن في الإغاه المعاكس هذه المرة. إذا كان شوط العودة يستغرق 70.8 s ، فما سرعة السير المتحرك بالنسبة إلى مسلة المطار. وما السرعة التي كانت تمشي بها العنائة؟

3.69 تطير إحدى الطائرات شمالا بسرعة 126.2 m/s ، ولكن الرياح تهب من الشمال الشرقي إلى الجنوب الغربي بسرعة 55.5 m/s . ما السرعة الأرضية الفعلية للطائرة؟

تمارين إضافية

- 3.70** مدافع يطلق قذائف من فوق تل يبلغ ارتفاعه 116.7 m وبزاوية 22.7° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. إذا كانت السرعة المنجهة الابتدائية 36.1 m/s ، فما سرعة قذيفة يبلغ وزنها 4.35 kg عند سقوطها على الأرض على مسافة 116.7 m بالأسفل؟
- 3.71** زمت كرة بيسبول بسرعة منجهة 31.1 m/s وبزاوية $33.4^\circ = \theta$ أعلى المستوى الأفقي. ما المركبة الأفقية للسرعة للمنجهة للكرة عند أعلى نقطة في مسار الكرة؟
- 3.72** كذبت سفرة أفقيا من أعلى مبنى بسرعة ابتدائية $10.1 \text{ m/s} = v$. إذا هبطت على مسافة $d = 57.1 \text{ m}$ من قاعدة المبنى، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟
- 3.73** سيارة تتحرك بسرعة ثابتة تبلغ 19.3 m/s وينساقط المطر بشكل مستقيم بسرعة 8.90 m/s ما زاوية θ سقوط المطر (بالدرجات) بالنسبة إلى المستوى الأفقي كما يراها السائق؟
- 3.74** حلولت تمرير رشاشي الملح والفلفل إلى سديك على الجانب الآخر من الملتة التي يبلغ ارتفاعها 0.850 m بإزاحتها عبر الملتة. انزلت رشاشا الملح والفلفل على الملتة ب سرعتين متجهتين هما 5.00 m/s و 2.50 m/s على التوالي.
- (أ) قارن بين الزمن الذي تستغرقه الرشاشان للسقوط على الأرضية.
(ب) قارن بين المسافة الأفقية التي تسقطها كل رشاشة من طرف الملتة إلى نقطة سقوطها على الأرضية.
- 3.75** سقط صندوق يحتوي على إمدادات غذائية لأحد معسكرات اللاجئين من طائرة هليكوبتر تطير أفقيا بارتفاع ثابت بمقدار 500 m إذا استخدم الصندوق بالأرض على مسافة 150 m أفقيا من نقطة إسقاطه، فكم كانت سرعة الهليكوبتر؟ كم كانت سرعة الصندوق لحظة استخدامه بالأرض؟
- 3.76** انحرقت سيارة متحركة من فوق حافة يبلغ ارتفاعه 60.0 m . ولاسط رجال الشرطة في موقع الحادث أن نقطة التصادم تقع على بعد 150 m من أسفل الحرف. كم كانت سرعة السيارة لحظة سقوطها من أعلى الحرف؟
- 3.77** كذبت حزمة من أوراق الامتجان في حفرة، وكان الهدف هو تقطف على بعد 30.0 m وبإرتفاع نفسه الذي لم يطلق الحزمة منه. وتبلغ مركبة السرعة المنجهة الابتدائية الأفقية 3.90 m/s . ما مركبة السرعة المنجهة الابتدائية في الإغاه الرأسى؟ ما زاوية الإطلاق؟
- 3.78** تنفر أسماك السلمون عادة ضد التيار عبر شلالات المياه للوصول إلى مناطق تكاثرها. صادفت سمكة سلمون شلال ماء بارتفاع 1.05 m ، حيث استغرقت 2.10 s للقفز أعلاه بزاوية 35.0° أفقيا للاستمرار عكس التيار. كم كانت السرعة الابتدائية لغزتها؟

3.92 تتحرك لاعبة كرة سلة على رمي الكرة قبل خط الثلاث نقاط من مسافة 7.50 m من حافة السلة، حيث ترمى الكرة من ارتفاع 2.00 m عن الأرض. ويبلغ ارتفاع حلقة السلة القياسية 3.05 m عن الأرض. ترمى اللاعبة الكرة بزاوية 48.0° مع المستوى الأفقي. ما السرعة الابتدائية التي يجب على اللاعبة الرمي بها لإحراز النقاط الثلاثة؟

3.93 تطير طائرة أفقياً فوق سطح صحراء مصحط على ارتفاع 5.00 km وبسرعة 1000 km/h . إذا أسقطت الطائرة قبلة من المفترض أن تسقط هدفاً على الأرض، فآين يجب أن تكون الطائرة بالنسبة إلى الهدف عند إلقاء القبلة؟ إذا كان الهدف يغطي مساحة دائرية بنظر مقدره 50.0 m ، فما "التطاق الزمني" (أو هامش الخطأ المسموح به) لإستطاعت القبلة؟

3.94 كُستخت طائرة محلقه بسرعة ثابتة، وبزاوية 49.0° مع المستوى الرأسي، عموداً على ارتفاع 600 m . ونزل العمود إلى الأرض بعد 3.50 s من الإستقلال. ما المسافة الأفقية التي قطعها العمود؟

3.95 تسقط قبلة مدغمة بعد 10.0 s من إطلاقها تنحط على بُعد 500 m أفقياً 100 m رأسياً من نقطة الإطلاق.

(a) ما السرعة المنجهة الابتدائية التي تم إطلاق القبلة بها؟

(b) ما أقصى ارتفاع وصلت إليه القبلة؟

(c) ما مقدار السرعة المنجهة للقبلة وأجهاها قبل شرب النقطة المذكورة؟

3.96 جاهل مقاومة الهواء لا يلبى. ركلت كرة قدم من الأرض إلى الهواء وعندما وصلت إلى ارتفاع 12.5 m ، كانت سرعتها المنجهة $(5.60\hat{x} + 4.10\hat{y})\text{ m/s}$.

(a) ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟

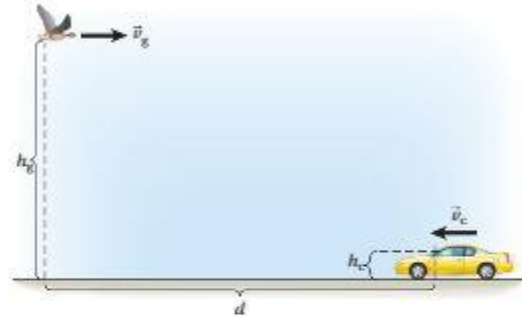
(b) ما المسافة الأفقية التي ستقطعها الكرة؟

(b) ما السرعة المنجهة (المقدار والاتجاه) للكرة لحظة سقوطها على الأرض؟

3.90 يشتهر الإوز البري بسلوكه غير المهذب. تطير إوزة نحو الشمال على ارتفاع $h_0 = 30.0\text{ m}$ فوق طريق سريع يريف بين الشمال والجنوب حين رأته سيارة أمامها تسير في الحارة المنجهة نحو الجنوب فتقرر أن تبيض (تسبح) "بيضة". تطير الإوزة بسرعة $v_0 = 15.0\text{ m/s}$ ، وتحرك السيارة بسرعة $v_c = 100.0\text{ km/h}$.

(a) مع الأخذ في الاعتبار البيانات الموضحة في الشكل، حيث يتم تحديد المسافة بين الإوزة ووزجاجة السيارة الأمامي، $d = 104.0\text{ m}$ ، في لحظة تحرك الإوزة، هل سيضطر السائق إلى غمبل الزجاج الأمامي بعد هذا الاستطام؟ (يرتفع مركز الزجاج الأمامي مسافة $h_c = 1.00\text{ m}$ عن الأرض).

(b) إذا أتمت الإوزة وضع البيضة، فما السرعة المنجهة النسبية "البيضة" بالنسبة إلى السيارة لحظة الاستطام؟



3.91 تتواجد في مركز شوق على الدرجة العلوية لسلم متحرك هابط بينما تير إلى الجانب لروية سديتك الذي يبلغ طوله 180 m والواقف بالدرجة السفلى للسلم المتحرك الصاعد. لسوء الحظ، يسقط الأيس كريم من مخروط البسكويت الذي تحمله أثناء الإمالة. كل سلم متحرك لديه زاوية متماثلة تبلغ 40.0° مع المستوى الأفقي. وارتفاع رأس بطول 10.0 m ، ويتحرك بالسرعة نفسها بتقدير 0.400 m/s هل سيسقط الأيس كريم على رأس سديتك؟ اشرح. إذا سقط على رأسه، فما الوقت الذي ستغرق لذلك وعند أي ارتفاع رأسي؟ ما السرعة النسبية للأيس كريم بالنسبة إلى الرأس وقت السقوط عليه؟

تأارين بمعطيات متعددة

3.101 يتطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h . في أي اتجاه يجب على قائد الطائرة توجيهها لإكمال هذه الرحلة؟ (اكتب إجابتك بالدرجات مع مراعاة أن الشرق عند 90° والجنوب عند 180° والغرب عند 270° والشمال عند 360° .)

3.102 يتطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h . ما سرعة الطائرة بالنسبة إلى الأرض؟

3.103 يتطلق طيار بطائرته من الموقع الابتدائي إلى موقع على ارتفاع 200.0 km شمال ذلك الموقع. تسير الطائرة بسرعة 250.0 km/h بالنسبة إلى الهواء. وتهب الرياح من الغرب إلى الشرق بسرعة 45.0 km/h . ما المدة الزمنية التي سيستغرقها إكمال الرحلة؟

3.97 في إحدى منافسات الأولياد العلمي، سُئمت مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة متجنباً، يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 155 m وبسرعة منجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المسافة الأفقية التي ستقطعها كرة التنس قبل أن تسقط على الأرض؟

3.98 في إحدى منافسات الأولياد العلمي، سُئمت مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة متجنباً، يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 155 m وبسرعة منجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المركبة x للسرعة لإجهة لكرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

3.99 في إحدى منافسات الأولياد العلمي، سُئمت مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة متجنباً، يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 155 m وبسرعة منجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما المركبة y للسرعة لإجهة لكرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

3.100 في إحدى منافسات الأولياد العلمي، سُئمت مجموعة من طلاب المرحلة المتوسطة متجنباً، يمكنه إطلاق كرة تنس من ارتفاع 155 m وبسرعة منجهة 10.5 m/s وبزاوية إطلاق 35.0° أعلى المستوى الأفقي. ما سرعة كرة التنس قبل أن تسقط على الأرض مباشرة؟

4

القوة



الشكل 4.1 انطلاق مكوك الفضاء كولومبيا من مركز كينيدي للفضاء.

92	ما سنتعلمه
92	4.1 أنواع القوى
94	4.2 متجه قوة الجاذبية والوزن والكتلة
94	الوزن في مجال الكتلة
95	القيم الأسية للقوى
95	جسيم هيغز
96	4.3 محصلة القوة
96	العود العمودية
96	مخططات الجسم الحر
97	4.4 قوانين نيوتن
97	قانون نيوتن الأول
98	قانون نيوتن الثاني
99	قانون نيوتن الثالث
99	4.5 الجبال والبكرات
100	4.1 مثال شد الحبل للثقل
101	4.2 مثال الخلفات الثابتة
102	مضاعف القوة
103	4.6 تطبيق قوانين نيوتن
103	4.3 مثال كتابان على طاولة
104	مسألة محلولة 4.1 النزاع
105	مسألة محلولة 4.2 قلابان متصلان بحبل
106	4.4 مثال آلة أتوود
107	4.5 مثال تصادم سيلترين
108	4.7 قوة الاحتكاك
108	الاحتكاك الحركي
109	الاحتكاك السكوني
110	4.6 مثال التزح الواقعي على الجليد
111	مقاومة الهواء
112	4.7 مثال القفز الحر
112	علم الاحتكاك
113	4.8 تطبيقات قوة الاحتكاك
113	4.8 مثال قلابان متصلان بحبل، مع احتكاك
114	مسألة محلولة 4.3 الإسفين
116	مسألة محلولة 4.4 القلابان
118	4.9 مثال سحب مزلفة
119	ما تعلمناه/ دليل المذاكرة للاختبار
120	إرشادات حل المسائل
120	أسئلة الاختبار من متعدد
121	أسئلة مفاهيمية
122	تجارب
126	تجارب بمخططات متعددة

لقد

كان مشهد إطلاق الموكب الفضائي رائعاً. حيث تصاعدت سحب كبيرة حالت دون رؤية الموكب حتى ارتفع بدرجة كافية ليراه المراقبون فوقهم. مع خروج لهب عادم لامع من المحركات الأساسية. وفرت المعززات قوة تزيد عن 30 ميغا نيوتن. وهي قوة كافية لتهز الأرض على بعد كيلومترات. وأدت هذه القوة الهائلة إلى تسارع الموكب (الذي تزيد كتلته عن 2 مليون كيلوجرام) بشكل كافٍ لينطلق.

يعدّ الموكب الفضائي واحداً من أعظم الإنجازات التكنولوجية في القرن العشرين، إلا أن المبادئ الأساسية للقوة والكتلة والعجلة التي تحكم تشغيله عرفت قبل ما يزيد عن 300 عام. تطبق قوانين الحركة، التي ذكرها إسحاق نيوتن لأول مرة في عام 1687، على جميع التفاعلات بين الأجسام. وكما تصف الميكانيكا كيفية حرك الأجسام، تُعدّ قوانين نيوتن للحركة أساس **الديناميكا**، التي تصف ما يجعل الأجسام تتحرك. ستدرس الديناميكا خلال الوحدات التالية.

سنعرض في هذه الوحدة قوانين نيوتن للحركة وستكشف أنواع القوى المختلفة التي تصفها. تُعدّ عملية تحديد القوى التي تؤثر في جسم ما وتحديد الحركة التي تسبب فيها هذه القوى وتفسير النتيجة الكلية للنتيجة واحداً من أنواع التحليل الأكثر شيوعاً وأهمية في الفيزياء. كما ستستخدمها مرات عديدة في هذا الكتاب. سيلعب العديد من أنواع القوى المدعمة في هذه الوحدة، كقوى التماس وقوى الاحتكاك والوزن، دوراً في العديد من المفاهيم والمبادئ التي سنناقش لاحقاً.

ما سنتعلمه

- القوة كمية متجهة تُعدّ قياساً لكيفية تفاعل جسم ما مع الأجسام الأخرى.
- تتضمن القوى الأساسية الجذب الناتج عن قوة الجاذبية والجذب والتنافر الكهرومغناطيسي. في التجارب اليومية، تتضمن القوى المهمة قوة الشد والقوة العمودية وقوة الاحتكاك وقوة الزبرك.
- ينتج عن مجموع القوى المتعددة المؤثرة في جسم محصلة قوة.
- تُعدّ مخططات الجسم الحر وسائل مساعدة ومفيدة في حل المسائل.
- نحكم قوانين الحركة الثلاثة التي وضعها نيوتن - حركة الأجسام تحت تأثير القوى:
- (a) يتناول القانون الأول الأجسام التي تتوازن فيها القوى الخارجية في التأثير.
- (b) يصف القانون الثاني الحالات التي لا تتوازن فيها القوى الخارجية في التأثير.
- (c) يتناول القانون الثالث القوى المتساوية (في المقدار) والمتضادة (في الاتجاه) التي يؤثر بها جسمان بعضهما في بعض.
- تتساوى كتلة الجاذبية وكتلة القصور لجسم.
- يخالف الاحتكاك الحركي حركة الأجسام المتحركة؛ ويخالف الاحتكاك السكوني الحركة الوشيكَة للأجسام في وضع السكون.
- يُعدّ الاحتكاك مهما لفهم الحركة في الحياة اليومية، ولكن لا تزال أسبابه وآلياته الفعلية قيد التحقيق.
- تُطبق قوانين نيوتن للحركة على المواقف التي تتضمن أجساماً متعددة وقوى متعددة واحتكاكاً؛ ويُعدّ تطبيق القوانين لتحليل موقف ما من ضمن تقنيات حل المسائل الأكثر أهمية في الفيزياء.

4.1 أنواع القوى

على الأرجح أنك تجلس على كرسي أثناء قراءة هذه الصفحة. يبذل الكرسي قوة عليك، والتي تمنعك من السقوط على الأرض. يمكنك الشعور بهذه القوة الناتجة من الكرسي في الجانب السفلي لقدميك وظهورك. وبشكل معاكس، يبذل أنت قوة على الكرسي.

إذا قمت بشد رباط، فأنت نبذل قوة على الرباط، ويمكن لهذا الرباط في المقابل بذل قوة على شيء مربوط في طرفه الآخر. فهذه القوة، بالإضافة إلى القوة التي تبذلها على الكرسي الذي تجلس عليه، تُعدّ مثالاً على **قوة التلامس**، حيث يجب أن يكون جسم ما ملامساً لجسم آخر ليُبذل قوة عليه. إذا قمت بدفع جسم ما أو سحبه، فأنت نبذل قوة التلامس عليه. ينتج عن سحب جسم ما، كالخيل أو الرباط، قوة التلامس التي تُسمى **الشد**. أما دفع جسم ما فينتج عنه قوة التلامس التي تُسمى **الدفع**. تُسمى القوة التي تؤثر فيك عند جلوسك على كرسي **القوة العمودية**، وتعني كلمة عمودية "متعامدة على السطح". سندرس القوى العمودية مزيداً من التفصيل لاحقاً في هذه الوحدة.

قوة الاحتكاك هي قوة أخرى من قوى التلامس المهمة التي سندرسها مزيداً من التفصيل في هذه الوحدة. إذا دفعت كوتاً على سطح الطاولة، فسيصل إلى وضع السكون بسرعة إلى حد ما. القوة التي تتسبب في توقف حركة الكوب هي قوة الاحتكاك، وتُسمى في بعض الأحيان **باحتكاك**. ومن المثير للاهتمام أن طبيعة قوة الاحتكاك الفعلية وأصلها الجوهري لم تزال قيد الاستقصاء المكثف كما سترى لاحقاً. يلزم بذل قوة لانهضاط الزبرك وتمده. تتميز **قوة الزبرك** بخاصية مميزة وهي عدم الاعتماد بشكل خطي على تغير طول الزبرك. سنتناول الوحدة 5 قوة الزبرك ونوضح بعض خواصها. وسوف نركز الوحدة 14 على اللدبيات، وهي نوع خاص من الحركة التي تنتج عن عمل قوة الزبرك.

قوى التلامس وقوى الاحتكاك وقوى الزبرك هي نتاج **القوى الأساسية** للطبيعة المؤثرة بين مكونات الأجسام. وتُعدّ **قوة الجاذبية**، التي تُسمى غالباً **الجاذبية**، مثالاً على القوة الأساسية. إذا أمسكت جسمًا ما في يدك ثم تركته، فسيسقط. ونحن نعلم سبب هذا التأثير؛ إنه الجذب الناتج عن قوة الجاذبية بين الأرض والجسم. درست عجلة الجاذبية في الوحدة 2. أما هذه الوحدة فتوضح علاقة ذلك بقوة الجاذبية. فالجاذبية مسؤولة أيضًا عن بقاء القمر في مداره حول الأرض وبقاء الأرض في مدارها حول الشمس. وفي قصة شهيرة (والتي ربما تكون حقيضية)، قيل إن إسحاق نيوتن قد خطرت بباله هذه الفكرة في القرن السابع عشر، بعد جلوسه تحت شجرة التفاح وسقوط تفاحة من الشجرة عليه. يعمل النوع نفسه من قوة الجاذبية بين الأجسام المتساوية كما يعمل بين الأجسام الأرضية. ولكن نذكر أن قوة الجاذبية التي تتناولها في هذه الوحدة، والتي نتواجد فقط بالقرب من سطح الأرض، هي مثال محدود على قوة الجاذبية الأعم. تؤثر قوة الجاذبية الثابتة الغريبة من سطح الأرض في جميع الأجسام، مما يُعدّ كافيًا لحل جميع مسائل المسارات من النوع المذكور في الوحدة 3 بشكل عملي. ولكن الشكل الأعم للتفاعل الناتج عن الجاذبية يتناسب عكسيًا مع مربع المسافة بين الجسمين اللذين يبذلان قوة الجاذبية بعضهما على بعض. تتناول الوحدة 12 هذه القوة بالتفصيل.

4.2 متجه قوة الجاذبية والوزن والكتلة

بعد الاطلاع على مقدمة عامة عن القوى، جان الوقت للحصول على معلومات أكثر. لنبدأ بحقيقة واضحة، وهي أن القوى لها اتجاه. على سبيل المثال، إذا أمسكت كمبيوترًا محمولًا في يدك، فيمكنك بسهولة ملاحظة أن قوة الجاذبية التي تؤثر فيه متجهة إلى أسفل. هذا الاتجاه هو اتجاه **متجه قوة الجاذبية** (الشكل 4.4). مرة أخرى، لوصف كمية ما على أنها كمية متجهة في هذا الكتاب، يظهر سهم صغير يشير إلى اليمين فوق رمز الكمية. ومن ثم، فإن متجه قوة الجاذبية الذي يؤثر في الكمبيوتر المحمول يرمز إليه بالرمز \vec{F}_g في الشكل.

يوضح الشكل 4.4 أيضًا نظامًا إحداثيًا ديكارتيًا مناسبًا يتبع الاصطلاح المقدم في الوحدة 3 ولكن تم تدويره بحيث أصبح الاتجاه العلوي هو اتجاه y الموجب (والسفلي هو اتجاه y السالب). يقع الاتجاهان x و z إذا في مستوى أفقي كما هو موضح. نستخدم النظام الإحداثي باليد اليمنى كالعادة. كما أننا نقتصر على الأنظمة الإحداثية ثنائية الأبعاد مع المحورين x و y متى أمكن ذلك.

ينتج متجه القوة الخاص بقوة الجاذبية الذي يؤثر في الكمبيوتر المحمول في النظام الإحداثي في الشكل 4.4 في اتجاه y السالب:

$$(4.1) \quad \vec{F}_g = -F_g \hat{y}.$$

نرى هنا أن متجه القوة هو ناغ ضرب مقداره، F_g ، واتجاهه، \hat{y} . يُسمى المقدار F_g **وزن الجسم**. بالقرب من سطح الأرض (في نطاق مئات الأمتار فوق الأرض)، يتم إيجاد مقدار قوة الجاذبية التي تؤثر في جسم بواسطة ناغ ضرب كتلة الجسم، m ، في عجلة جاذبية الأرض، g .

$$(4.2) \quad F_g = mg.$$

لقد استخدمنا مقدار عجلة جاذبية الأرض في الوحدات السابقة، وتساوي قيمتها $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. لاحظ أن هذه القيمة الثابتة صالحة فقط في نطاق مئات الأمتار فوق الأرض. كما سنرى في الوحدة 12، بالنظر إلى المعادلة 4.2، نجد أن وحدة القوة هي ناغ ضرب وحدة الكتلة (kg) في وحدة العجلة (m/s^2) مما يجعل وحدة القوة kg m/s^2 . (ربما من المفيد تأكيد أننا نشير إلى الوحدات بالأحرف الرومانية والكميات الفيزيائية بالأحرف المائلة. ومن ثم، فإن m هي وحدة الطول، ويشير الحرف m إلى الكمية الفيزيائية للكتلة.) بما أن التعامل مع القوى شائع جدًا في الفيزياء، فإن وحدة القوة أطلق عليها اسم النيوتن (N). نبدأ بالعالم إسحاق نيوتن، الفيزيائي البريطاني الذي ساهم بشكل أساسي في تحليل القوى.

$$(4.3) \quad 1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$$

الوزن في مقابل الكتلة

قبل مناقشة القوى بمزيد من التفصيل، نحتاج إلى توضيح مفهوم الكتلة. تحت تأثير الجاذبية، يمتلك الجسم الوزن الذي يتناسب مع **كتلته**، وهي (بديهيًا) كمية المادة في الجسم. فهذا الوزن هو مقدار القوة التي تؤثر في جسم ما نتيجة لتفاعله الناتج عن الجاذبية مع الأرض (أو جسم آخر). وبالعرب من سطح الأرض، يكون مقدار هذه القوة هو $F_g = mg$ ، كما توضح المعادلة 4.2. تُسمى الكتلة في هذه المعادلة أيضًا **كتلة الجاذبية** لتشير إلى مسؤوليتها عن التفاعل الناتج عن الجاذبية. ولكن الكتلة تلعب دورًا في الديناميكا كذلك.

تتعامل قوانين نيوتن للحركة، التي سنتناولها لاحقًا في هذه الوحدة، مع كتلة العصور. لفهم مفهوم كتلة العصور، فُكر في الأمثلة التالية: يُعدّ إلقاء كرة تنس أسهل بكثير من دفع الجُلّة. كما أن سحب باب مصنوع من مواد خفيفة الوزن مثل باب ميطن بالقوم وسجّ لد بعشرة خشبية لفتحته أسهل من سحب باب مصنوع من مادة ثقيلة مثل الحديد. ويبدو أن الأجسام الأكثر ضخامة تقاوم تحريكها أكثر من الأجسام الأقل ضخامة، ويُطلق على خاصية الجسم هذه **كتلة العصور**. ولكن كتلة الجاذبية وكتلة العصور متماثلتان، لذا تُشير في معظم الأحيان إلى كتلة الجسم ببساطة.



الشكل 4.4 متجه قوة الجاذبية المؤثر في كمبيوتر محمول. بالنسبة إلى النظام الإحداثي الديكارتي التقليدي باليد اليمنى.

4.1 مراجعة المفاهيم

فكر في كرتين من التولاد: الكرة 1 تزن 1.5 N والكرة 2 تزن 15 N . تم تحرير كلتا الكرتين بشكل متزامن من ارتفاع قدره 2.0 m . ما الكرة التي ستستخدم بالأرض أولاً؟

(a) ستستخدم الكرة 1 بالأرض أولاً.

(b) ستستخدم الكرة 2 بالأرض أولاً.

(c) ستستخدم الكرتان بالأرض في الوقت نفسه.

(d) لا يمكن التحديد من المعلومات المتوفرة.

على سبيل المثال، إذا كان للكبيوتر المحمول كتلة تساوي $m = 3.00 \text{ kg}$ ، فإن مقدار قوة الجاذبية يساوي $F_g = mg = (3.00 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 29.4 \text{ kg m/s}^2 = 29.4 \text{ N}$ ، ومنه القوة التي يتضمن كلاً من مقدار قوة الجاذبية التي تؤثر في الكبيوتر المحمول وإجهاها (انظر الشكل 4.4).

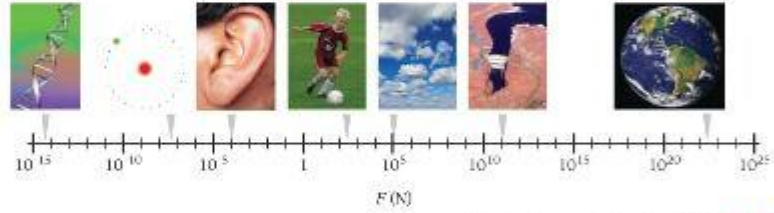
$$(4.4) \quad \vec{F}_g = -mg\hat{y}$$

باختصار، تُقاس كتلة الجسم بالكيلوجرام ووزنه بالنيوتن. ترتبط كل من كتلة الجسم ووزنه ببعضهما البعض بضرب الكتلة (بالكيلوجرام) في عجلة الجاذبية الثابتة. $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ، للحصول على الوزن (بالنيوتن). على سبيل المثال، إذا كانت الكتلة تساوي 70.0 kg ، فإن الوزن يساوي 687 N .

القيم الأسية للقوى

إن مفهوم القوة موضوع محوري في هذا الكتاب، وستتناوله بصورة متكررة. لهذا السبب، من المفيد أن تلقي نظرة على القيم الأسية التي قد تتضمنها القوى المختلفة. يقدم الشكل 4.5 نظرة عامة على مقادير بعض القوى النموذجية بمساعدة مقياس لوغاريتمي، يشبه ذلك المستخدم في الوحدة 1 للطول والكتلة. يتراوح وزن جسم الإنسان بين 100 N و 1000 N ويمثله لا عب كرة القدم الصغير في الشكل 4.5. ترمز الأذن الموجودة على يسار اللاعب في الشكل 4.5 إلى القوة التي يبذلها الصوت على طبلة الأذن، والتي قد تكون كبيرة بمقدار 10^{-4} N . ولكن اكتشافها لا يزال ممكناً حتى إذا كانت صغيرة بمقدار 10^{-13} N (مركز الوحدة 16 على الصوت). يظل الإلكترون العردي في المدار حول البروتون عن طريق القوة الإلكترونية التي تساوي 10^{-7} N تقريباً. يمكن قياس القوى التي يقل مقدارها عن $1 \text{ fN} = 10^{-15} \text{ N}$ في المختبر؛ هذه القوى نموذجية لتلك المطلوبة لشد جزيء DNA لولبي مزدوج.

يبذل الغلاف الجوي للأرض قوة ضخمة للغاية على أجسامنا، بقيمة أسية 10^5 N ، وهو ما يزيد عن متوسط وزن الجسم 100 مرة تقريباً. سنتناول الوحدة 13 عن الأجسام الصلبة هذا الموضوع بمزيد من التفصيل. كما ستوضح كيفية حساب قوة الماء على سد، على سبيل المثال، يجب أن يتحمل سد هوفر الموضح في الشكل 4.5 قوة تقرب من 10^{11} N . وهي قوة ضخمة حيث تعادل ما يزيد عن وزن مبنى الإمبار ستيت 30 مرة. ولكن من المؤكد أن هذه القوة تكون ضعيفة عند مقارنتها بقوة الجاذبية التي تبذلها الشمس على كوكب الأرض، والتي تساوي $3.5 \times 10^{22} \text{ N}$. (سنتناول الوحدة 12 عن الجاذبية كيفية حساب هذه القوة).



الشكل 4.5 المقادير النموذجية للقوى المختلفة.

جسيم هيغز

بحسب ما توصلت إليه دراستنا، فإن الكتلة هي خاصية داخلية أو مكتسبة لجسم ما. ولا تزال لحظة الأصل للكتلة تخضع لدراسة مكثفة في الفيزياء النووية وفيزياء الجسيمات. وقد لوحظ اختلاف الجسيمات الأولية المختلفة اختلافاً شديداً من حيث الكتلة، إذ تزيد ضخامة بعضها عن بعض بألاف المرات. لماذا لا نعلم حظاً. وضع علماء فيزياء الجسيمات في السنوات الأخيرة فرضية تسمى **جسيم هيغز** (سميت نسبة إلى عالم الفيزياء الإسكتلندي بيتر هيغز، والذي كان أول من اقترحها). وقد تكون المسؤولة عن نقل الكتلة إلى جميع الجسيمات الأخرى، وتتوقف كتلة النوع المعين من الجسيمات على كيفية تفاعله مع جسيم هيغز. في 4 يوليو عام 2012، أعلن التعاون المشترك المثير لكشاف ATLAS وCMS، في مصادم الهادرونات الكبير، في المنظمة الأوروبية للأبحاث النووية (CERN) جنيف، سويسرا، عن اكتشاف جسيم هيغز الذي كان آخر الجسيمات غير المكتشفة التي توقعها النموذج القياسي لفيزياء الجسيمات.

4.3 محصلة القوة

نظراً لأن القوى هي متجهات، فإنه يجب إضافتها إلى المتجهات. باستخدام الطرق المذكورة في الوحدة 1، وتُعرف **محصلة القوة** بأنها مجموع المتجهات لجميع متجهات القوة التي تؤثر في جسم ما،

$$(4.5) \quad \vec{F}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n.$$

يمكننا كتابة المركبات الديكارتية لمحصلة القوة باتباع قواعد جمع المتجهات باستخدام المركبات كما يلي:

$$F_{\text{net},x} = \sum_{i=1}^n F_{i,x} = F_{1,x} + F_{2,x} + \dots + F_{n,x}$$

$$(4.6) \quad F_{\text{net},y} = \sum_{i=1}^n F_{i,y} = F_{1,y} + F_{2,y} + \dots + F_{n,y}$$

$$F_{\text{net},z} = \sum_{i=1}^n F_{i,z} = F_{1,z} + F_{2,z} + \dots + F_{n,z}.$$

لنرجع مرة أخرى إلى مثال الكمبيوتر المحمول الذي تمسكه في يدك لاستكشاف مفهوم محصلة القوة.

القوة العمودية

تناولنا إلى الآن قوة الجاذبية التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول. ولكن هناك قوى أخرى تؤثر فيه كذلك. فما هي؟

في الشكل 4.6، يتم تمثيل القوة التي تبذلها اليد على الكمبيوتر المحمول بالسهم الأصغر المميز بالرمز \vec{N} (نذكر أنه يُشار إلى مقدار القوة العمودية بالحرف N ، بينما يُشار إلى وحدة القوة، النيوتن، بالحرف الروماني N). لاحظ أن مقدار المتجه \vec{N} في الشكل يتساوى تمامًا مع مقدار المتجه \vec{F}_g وأن المتجهين يتجهان في الجاهين متضادين، أو $\vec{N} = -\vec{F}_g$ ، وهذه ليست مصادفة. سنرى قريباً أنه لا توجد محصلة قوة لجسم ما في وضع السكون. إذاً فبما بحساب محصلة القوة التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول، فنلاحظ أن

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{F}_g + \vec{N} = \vec{F}_g - \vec{F}_g = 0.$$

يمكننا تحديد **القوة العمودية** \vec{N} بشكل عام كقوة تلامس تعمل على السطح بين جسمين. تتجه القوة العمودية دائماً بشكل متعامد على مستوى سطح التلامس. (وهذا يعني أن اسم عمودية يعني "متعامدة"). تكون القوة العمودية كبيرة بدرجة لا تسمح للأجسام باختراق بعضها بعضاً كما أنها لا تكون بالضرورة متساوية مع قوة الجاذبية في جميع المواقف.

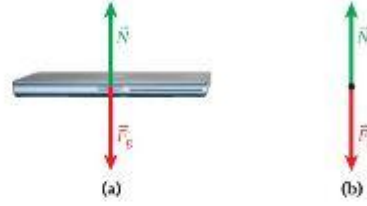
بالنسبة إلى اليد التي تحمل الكمبيوتر المحمول، فإن سطح التلامس بين اليد والكمبيوتر هو السطح السفلي للكمبيوتر، والذي يكون بمحاذاة المستوى الأفقي. وينبغي أن تتجه القوة العمودية، وفقاً لتعريفها، بشكل متعامد على هذا المستوى، أو رأسياً إلى أعلى في هذه الحالة. وتسهل مخططات الجسم الحر مهمة تحديد محصلة القوة على الأجسام بشكل كبير.

مخططات الجسم الحر

لقد مثلنا التأثير الكامل لمتجه القوة \vec{N} على اليد أثناء إمساكها للكمبيوتر المحمول. حيث لا تحتاج إلى التفكير في تأثير الذراع أو الشخص صاحب الذراع أو بقية الأشخاص من حولنا عندما نريد التفكير في القوى التي تؤثر في الكمبيوتر المحمول. يمكننا استبعاد كل ذلك من تفكيرنا، كما هو موضح في الشكل 4.7a.



الشكل 4.6 تؤثر قوة الجاذبية إلى أسفل وتؤثر القوة العمودية إلى أعلى وهي القوة التي تبذلها اليد على الكمبيوتر المحمول.



الشكل 4.7 (a) قوى تؤثر في جسم حقيقي، كمبيوتر محمول (b) تجريد الجسم ليسمح جسماً حراً يتأثر بقوتين.

سؤال الاختبار الذاتي 4.1

ارسم مخططات الجسم الحر لكرة
عولف مستقرة على قاعدته، وإسبارك
التوقف في الشارع، ولك أنت تجلس
على كرسي.

4.4 قوانين نيوتن

قدمت هذه الوحدة حتى الآن أنواعاً عدة من القوى من دون توفير شرح حقيقي حول كيفية عملها وكيف يمكننا التعامل معها. يكمن العامل الرئيس في التعامل مع هذه القوى في فهم قوانين نيوتن. لذا، سنناقش هذه القوانين في هذا القسم ثم سنعرض عدة أمثلة توضح كيفية تطبيقها على المواقف العملية. ربما كان العالم إسحاق نيوتن (1642-1727) العالم الأكثر تأثيراً في التاريخ. ولقد اشتهر عموماً بأنه مؤسس علم الميكانيكا الحديث، إلى جانب حساب التفاضل والتكامل (مع عالم الرياضيات الألماني غوتفريد لايبنتز). تناول الوحدات القليلة الأولى من هذا الكتاب ميكانيكا نيوتن في الأساس. وعلى الرغم من صياغته لقوانينه الثلاثة الشهيرة في القرن السابع عشر، فإنها لا تزال أساس فهمنا للقوى. ولبدء هذه المناقشة، نورد قوانين نيوتن الثلاثة، التي تم نشرها عام 1687.

قانون نيوتن الأول:

إذا كانت محصلة القوة المؤثرة في جسم ما تساوي صفراً، فسيظل الجسم في وضع السكون إذا كان في وضع السكون أساساً. وإذا كان متحركاً، فسيظل متحركاً في خط مستقيم بالسرعة المتجهة الثابتة نفسها.

قانون نيوتن الثاني:

إذا أثرت محصلة قوة خارجية، \vec{F}_{net} ، في جسم كتلته m ، فستسبب القوة في عجلة \vec{a} في اتجاه القوة نفسها.

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}.$$

قانون نيوتن الثالث:

القوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلتان بعضهما في بعض تكونان دائماً متساويتين تماماً في المقدار ومتضادتين في الاتجاه:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}.$$

قانون نيوتن الأول

أفادت المناقشة السابقة محصلة القوة أنه يشترط أن تساوي محصلة القوة الخارجية صفراً ليعي الجسم في وضع السكون. يمكننا استخدام هذه الحالة لإيجاد مقدار أي قوى غير معروفة واتجاهها في المسألة. بمعنى، إذا كنا نعرف أن ثمة جسمًا في وضع السكون ونعرف قوة وزنه، فيمكننا استخدام الحالة $\vec{F}_{\text{net}} = 0$ لإيجاد القوى الأخرى المؤثرة في الجسم. يؤدي هذا النوع من التحليل إلى ثبات مقدار القوة \vec{N} الواردة في مثال الكمبيوتر المحمول واتجاهها في وضع السكون.

يمكننا استخدام طريقة التفكير هذه كميبدأ عام، إذا كان الجسم 1 يستقر على الجسم 2، فإن القوة العمودية \vec{N} التي تعادل وزن الجسم تبغي الجسم 1 ثابتاً، لذلك تكون محصلة القوة المؤثرة في الجسم 1 هي صفر. إذا كانت N أكبر من وزن الجسم، فسبحلن الجسم 1 في الهواء. إذا كانت \vec{N} أصغر من وزن الجسم، فسيدخل الجسم 1 في الجسم 2.

ينص قانون نيوتن الأول على أنه ثمة حالتان محتملتان للجسم عندما لا تؤثر فيه محصلة قوة، يقال إن الجسم الثابت في حالة **اتزان سكوني**. ويقال إن الجسم المتحرك بسرعة متجهة ثابتة في حالة **اتزان ديناميكي**.

قبل المتابعة، من الضروري أن نذكر أن المعادلة $\vec{F}_{\text{net}} = 0$ بوصفها حالة الاتزان السكوني تمثل فعلياً معادلة واحدة لكل بُعد من أبعاد الفضاء الإحداثي الذي ندرسه. ومن ثم، تكون لدينا ثلاث حالات اتزان مستقلة في الفضاء ثلاثي الأبعاد.

$$F_{\text{net},x} = \sum_{i=1}^n F_{i,x} = F_{1,x} + F_{2,x} + \dots + F_{n,x} = 0$$

$$F_{\text{net},y} = \sum_{i=1}^n F_{i,y} = F_{1,y} + F_{2,y} + \dots + F_{n,y} = 0$$

$$F_{\text{net},z} = \sum_{i=1}^n F_{i,z} = F_{1,z} + F_{2,z} + \dots + F_{n,z} = 0.$$

إلا أن قانون نيوتن الأول يتناول كذلك الحالة التي يكون فيها الجسم متحركاً بالفعل بالنسبة إلى إطار مرجعي معين. بالنسبة إلى هذه الحالة، ينص القانون على أن العجلة تكون صفراً. شريطة أن تكون محصلة القوة الخارجية صفراً. وقد زعمت فكرة نيوتن الجردة أمراً بدأ حينها مناقشاً للتجارب اليومية. واليوم تتمتع بميزة مشاهدة مقاطع الفيديو والأفلام التي توضح أجساماً طافية في مركبة فضائية وتتحرك بسرعات متجهة غير متغيرة حتى يدفعها رائد الفضاء ومن ثم يبذل قوة عليها. وتتوافق هذه التجربة البصرية تمامًا مع ادعاءات قانون نيوتن الأول. إلا أن أحدًا لم يشاهدها في زمن نيوتن.

تخيل أن ثمة سيارة بعد وقودها وتحتاج إلى أن تدفع إلى أقرب محطة وقود في شارع أفقي. ما دمت تدفع السيارة، فستتحرك، ولكن بمجرد أن تتوقف عن دفعها، ستنخفض سرعة السيارة ثم تتوقف. يتضح أنه ما دمت تدفع السيارة، فستسير بسرعة متجهة ثابتة، ولكن بمجرد أن تتوقف عن بذل قوة عليها، ستتوقف عن الحركة. إن فكرة ضرورة وجود قوة ثابتة لتحريك جسم بسرعة ثابتة كانت وجهة نظر أرسطوية، وضعها الفيلسوف اليوناني القديم أرسطو (322-384 قبل الميلاد) وطلايبه. واقترح جاليليو (1642-1564) قانون القصور الذاتي وقدم نظرية تعيد بأن الأجسام المتحركة تظل سرعتها نتيجة الاحتكاك. يستند قانون نيوتن الأول إلى قانون القصور الذاتي هذا.

ماذا عن السيارة التي تظل سرعتها بمجرد توقفك عن دفعها؟ لا يمثل هذا الموقف حالة تساوي محصلة القوة فيها صفراً، ولكن ثمة قوة تؤثر في السيارة لتقليل سرعتها، وهي قوة الاحتكاك. نظرًا لأن قوة الاحتكاك تعمل كمحصلة قوة غير صغيرة، يتضح أن مثال السيارة التي تظل سرعتها لا يمثل قانون نيوتن الأول. بل قانون نيوتن الثاني. سنتعرف على المزيد عن قوة الاحتكاك لاحقًا في هذه الوحدة. يُطلق أحيانًا على قانون نيوتن الأول، **قانون القصور الذاتي**. لقد عرفنا كتلة القصور الذاتي سابقًا (الضم 4.2). وأشار التعريف إلى أن القصور الذاتي هو مقاومة الجسم للتغير في حركته. وفي ما يلي نص قانون نيوتن الأول، لتغيير حركة جسم ما. نحتاج إلى التأثير بمحصلة قوة خارجية فيخ؛ إذ لن تتغير الحركة من تلقاء نفسها، سواء من حيث المقدار أو الاتجاه.

قانون نيوتن الثاني

يربط القانون الثاني بين مفهوم العجلة، التي ترمز إليها بالرمز \vec{a} والقوة. وقد اعتبرنا بالفعل أن العجلة هي مشتقة الزمن للسرعة المتجهة ومشتقة الزمن الثانية للموقع. ويوضح قانون نيوتن الثاني أسباب العجلة.

قانون نيوتن الثاني:

إذا أثرت محصلة قوة خارجية \vec{F}_{net} في جسم كتلته m ، فسينتج عن القوة عجلة \vec{a} في اتجاه القوة نفسه:

$$(4.7) \quad \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$$

هذه الصيغة $F = ma$ هي ثاني أشهر معادلة في تاريخ الفيزياء. (وستتناول المعادلة الأشهر $E = mc^2$ لاحقًا في هذا الكتاب). توضح المعادلة 4.7 أن مقدار عجلة الجسم يتناسب مع مقدار محصلة القوة الخارجية التي تؤثر فيه. كما تدل على أنه بالنسبة إلى قوة خارجية محددة، يتناسب مقدار العجلة عكسيًا مع كتلة الجسم. ومع تساوي جميع العوامل، يكون تسارع الأجسام ذات الكتلة الأكبر أصعب من تسارع الأجسام ذات الكتلة الأقل.

ولكن، ندلنا المعادلة 4.7 على المزيد، نظرًا لأنها معادلة متجهة. ونفيد بأن متجه العجلة الذي يتأثر به الجسم الذي تساوي كتلته m يكون في اتجاه متجه محصلة القوة الخارجية نفسه الذي يؤثر في الجسم لإحداث هذه العجلة. ونظرًا لأنها معادلة متجهة، يمكننا كتابة معادلات مركبات الحيز الثلاثة مباشرة،

$$F_{\text{net},x} = ma_x, \quad F_{\text{net},y} = ma_y, \quad F_{\text{net},z} = ma_z.$$

تعني هذه النتيجة أن $F = ma$ تسري بشكل مستقل على كل مركبة من مركبات متجهي القوة والعجلة.

قانون نيوتن الثالث

إذا سبق لك وركبت لوح تزلج، فمن المؤكد أنك لاحظت ما يلي: إذا كنت تقف في وضع السكون على لوح التزلج، ثم وضعت ياحدى قدميك فوق مقدمة اللوح أو مؤخرته، فسيرتفع لوح التزلج في الاتجاه المعاكس. أثناء الوقوف بقدمك عليه، يبذل لوح التزلج قوة على قدمك، وتبذل قدمك قوة على لوح التزلج. يبدو أن هذه التجربة توحى بأن هاتين القوتين تسيران في اتجاهين متضادين، كما تقدم مثالًا واحدًا على حقيقة عامة، منصوص عليها في قانون نيوتن الثالث.

قانون نيوتن الثالث:

القوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلان بعضهما في بعض تكونان دائمًا متساويتين تمامًا في المقدار ومتضادتين في الاتجاه.

$$(4.8) \quad \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}.$$

لاحظ أن هاتين القوتين لا تؤثران في الجسم نفسه لكنهما القوتان اللتان يؤثر بهما الجسمان في بعضهما. ويبدو أن قانون نيوتن الثالث يقدم تناقضًا. على سبيل المثال، إذا كان ثمة حصان يسحب عربة إلى الأمام بالقوة نفسها التي تسحب بها العربة الحصان إلى الخلف، فكيف يتحرك الحصان والعربة إلى أي مكان؟ تكمن الإجابة في أن هاتين القوتين تؤثران في جسمين مختلفين في النظام. فالعربة تتعرض للسحب من الحصان وتتحرك إلى الأمام، والحصان يشعر بسحب من العربة ويضغط على الأرض بقدميه بما يكفي للتحرك على هذه القوة والتحرك إلى الأمام. إن مخطط الجسم الحر لجسم ما لا يوضح إلا أحد زوجي قوتي الفعل ورد الفعل.

لقد جاء قانون نيوتن الثالث نتيجة للمطلب الذي يفيد بأن القوى الداخلية - أي القوى التي تعمل بين مركبات مختلفة للنظام نفسه - يجب أن تزيد عن الصفر، وإلا فسيساهم مجموعها في وجود محصلة قوة خارجية وتنتج عنها عجلة، وفقًا لقانون نيوتن الثاني. لا يمكن لجسم أو مجموعة من الأجسام التسارع ذاتيًا من دون التفاعل مع أجسام خارجية. ويتضح من قانون نيوتن الثالث أن قصة البارون موشهاوزن، الذي زعم أنه جذب نفسه من مستنقع بمجرد جذب نفسه من شعره بشدة، كانت من وحي الخيال.

سننظر في بعض أمثلة استخدام قوانين نيوتن لحل المسائل، وذلك بعد أن نتناول الطريقة التي تنظ بها الجبال والبكرات القوى. تنطوي الكثير من المسائل التي تتضمن قوانين نيوتن على قوى تمارس على حبل (أو حيط)، غالبًا ما يكون ملفوفًا حول بكر.

4.5 الجبال والبكرات

تستخدم المسائل التي تتضمن حبالًا وبكرات بصورة شائعة جدًا. وفي هذه الوحدة، سنتناول الجبال والبكرات عدمة الكتلة (المثالية) فقط. كلما تضمنت المسألة حبالًا، كان اتجاه القوة الناتجة عن سحب الحبل في اتجاه الحبل نفسه. تنتقل القوة التي تسحب بها الحبل عديم الكتلة عبر الحبل بأكمله من دون أن تتغير. ويُشار إلى مقدار هذه القوة بمصطلح الشد في الحبل. يمكن لكل حبل أن يتحمل حدًا أقصى معينًا من القوة، ولكن حتى الآن سنفترض أن جميع القوى المؤثرة أقل من هذا الحد. لا يمكن للحبال دعم قوة الانضغاط.

إذا كان ثمة حبل موجهًا على بكرة، فإن اتجاه القوة يتغير، ولكن مقدار القوة يظل ثابتًا في كل أجزاء الحبل. في الشكل 4.8، تم ربط الطرف الأيمن من الحبل الأخضر وقام أحد الأشخاص بالسحب من الطرف الآخر بقوة معينة، 115 N، حسبما تشير إليه أجهزة قياس القوة المدرجة. كما نرى بوضوح، مقدار القوة على جانبي البكرة متساوٍ. (إن وزن أجهزة قياس القوة بمثابة مشكلة فعلية بسيطة، ولكننا استخدمنا قوة سحب كافية آمنة إلى حد معقول لتجاهل هذا التأثير).



الشكل 4.8 حبل يمر على بكرة متصل بها أجهزة قياس قوة، توضح أن مقدار القوة ثابت في كل أجزاء الحبل.

مثال 4.1 شد الحبل المعدل

في مسابقة شد الحبل، ثمة فريقان يحاول كل فريق سحب الآخر نحو خط. إذا لم يتحرك أي من الفريقين، فهذا يعني أن الفريقين يبذلان قوتين متساويتين وفي الاتجاهين متضادين على الحبل. وهذه نتيجة مباشرة لقانون نيوتن الثالث. بمعنى، إذا سحب فريق الحبل بقوة مقدارها F ، فسيتمتع على الفريق الآخر سحب الحبل بمقدار القوة نفسه ولكن في الاتجاه المعاكس.

المسألة

لنتكلم الآن في موقف يتضمن ثلاثة حبال مربوطة معًا عند نقطة واحدة، ويسحب كل فريق أحد الحبال الثلاثة. لنفترض أن الفريق 1 يسحب تجاه الغرب بقوة تساوي 2750 N والفريق 2 يسحب تجاه الشمال بقوة تساوي 3630 N. فهل يمكن لفريق ثالث السحب بطريقة تجعل مسابقة شد الحبل بين الفريقين الثلاثة تنتهي في وضع السكون. بمعنى لا يتمكن أي فريق من تحريك الحبل؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فما مقدار القوة اللازمة لتحقيق هذا الأمر واتجاهها؟

الحل

الإجابة عن السؤال الأول هي نعم. بغض النظر عن مقدار القوة التي يسحب بها الفريقان 1 و 2 واتجاهها، يرجع ذلك إلى أن القوتين ستكونان دائمًا قوة مجمعة، وكل ما يتعين على الفريق 3 هو السحب بقوة مساوية للقوة المجمعة وفي اتجاه معاكس لها. ومن ثم، سيكون مجموع القوى الثلاث صفرًا. ووفقًا لقانون نيوتن الأول، حقق النظام بذلك اتزانًا سكونيًا. لن يتسارع أي شيء، لذا إذا بدأت الحبال من وضع السكون، فلن يتحرك أي شيء.

يمثل الشكل 4.9 هذه الحالة العيزيائية. إن جمع متجهات القوتين المبدولتين من الفريقين 1 و 2 بسيط، لأن القوتين متعامدتان على بعضهما. نختار نظام إحداثيات تقليديًا تكون نقطة الأصل فيه هي نقطة التقاء جميع الحبال، ونوجه شمالًا لتكون في اتجاه y الموجب وغربًا لتكون في اتجاه x السالب. لذا، فإن متجه القوة للفريق 1، \vec{F}_1 تشير إلى اتجاه x السالب ويشير متجه القوة للفريق 2، \vec{F}_2 إلى اتجاه y الموجب. يمكننا الآن كتابة متجهي القوتين وجمعهما على النحو التالي:

$$\vec{F}_1 = -(2750 \text{ N})\hat{x}$$

$$\vec{F}_2 = (3630 \text{ N})\hat{y}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -(2750 \text{ N})\hat{x} + (3630 \text{ N})\hat{y}.$$

ومما زاد من سهولة عملية الجمع أن القوتين كانتا تتجهان على طول محاور إحداثية مختار. ومع ذلك، يمكن جمع حالات أعم لقوتين من حيث مركباتهما. ونظرًا لأن مجموع جميع القوى الثلاث يجب أن يساوي صفرًا لتحقيق حالة السكون، نوجد القوة التي يجب على الفريق الثالث بذلها:

$$0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

$$= (2750 \text{ N})\hat{x} - (3630 \text{ N})\hat{y}.$$

يوضح الشكل 4.9 متجه القوة هذا أيضًا. بعد أن حصلنا على المركبات الديكارتية لمتجه القوة التي كنا نبحث عنها، يمكننا الآن إيجاد المقدار والاتجاه باستخدام حساب المثلثات:

$$F_3 = \sqrt{F_{3,x}^2 + F_{3,y}^2} = \sqrt{(2750 \text{ N})^2 + (-3630 \text{ N})^2} = 4554 \text{ N}$$

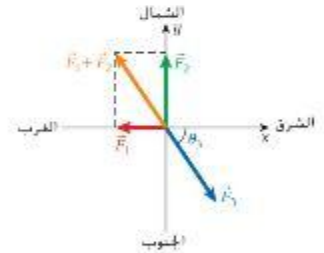
$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{F_{3,y}}{F_{3,x}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{-3630 \text{ N}}{2750 \text{ N}} \right) = -52.9^\circ.$$

تكمل هذه النتائج إجابتنا.

ونظرًا لأن هذا النوع من المسائل يتكرر، فسوف نتدرب على مثال آخر.



أطفال يلعبون شد الحبل.



الشكل 4.9 جمع متجهات القوة في شد الحبل بين ثلاثة فرق.

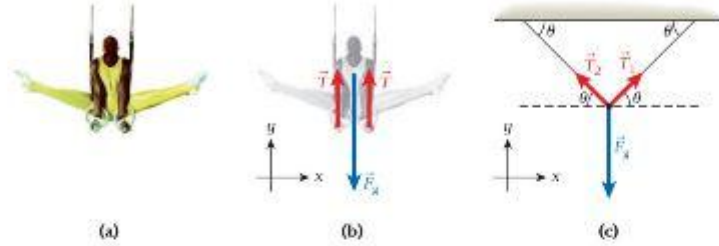
الحلقات الثابتة

مثال 4.2

لاعب جيمبار كتلته 55 kg يتدلى رأسيًا من زوجين من الحلقات المتوازية (الشكل 4.10a).

المسألة 1

إذا كانت الجبال الداعمة للحلقات رأسية ومتصلة بالسفح الذي يعلوها مباشرة، فما مقدار الشد في كل حبل؟



الشكل 4.10 (a) حلقات ثابتة في جيمبار الرجال. (b) مخطط الجسم الحر للمسألة 1. (c) مخطط الجسم الحر للمسألة 2.

الحل 1

في هذا المثال، نحدد الاتجاه x بأنه الأفقي والاتجاه y بأنه الرأسى. يوضح الشكل 4.10b مخطط الجسم الحر. وحاليًا، لا توجد قوى في الاتجاه x . بينما في الاتجاه y ، لدينا $\sum F_{y,i} = T_1 + T_2 - mg = 0$. نظرًا لأن كلا الحبلين يدعم لاعب الجيمبار بالتساوي، فإن مقدار الشد يجب أن يكون متساويًا في الحبلين، $T_1 = T_2 = T$ ، وتكون النتيجة

$$T + T - mg = 0 \\ \Rightarrow T = \frac{1}{2} mg = \frac{1}{2} (55 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 270 \text{ N.}$$

المسألة 2

إذا كان الحبلان متصلين بحيث يشكلان زاوية $\theta = 45^\circ$ مع السفح، (الشكل 4.10c)، فما الشد في كل حبل؟

الحل 2

في هذا الجزء، نؤثر القوى في الاتجاهين x و y . سنتعامل وفقًا لزاوية عامة ثم نعوض بالزاوية المحددة، $\theta = 45^\circ$. في الاتجاه x ، في حالة الاتزان يكون:

$$\sum F_{x,i} = T_1 \cos \theta - T_2 \cos \theta = 0.$$

في الاتجاه y ، في حالة الاتزان يكون:

$$\sum F_{y,i} = T_1 \sin \theta + T_2 \sin \theta - mg = 0.$$

من معادلة الاتجاه x ، نحصل مجددًا على $T_1 = T_2 = T$ ، ومن معادلة الاتجاه y ، نحصل على:

$$2T \sin \theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{2 \sin \theta}.$$

عند التعويض بالأرقام، نحصل على مقدار الشد في كل حبل:

$$T = \frac{(55 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{2 \sin 45^\circ} = 382 \text{ N.}$$

المسألة 3

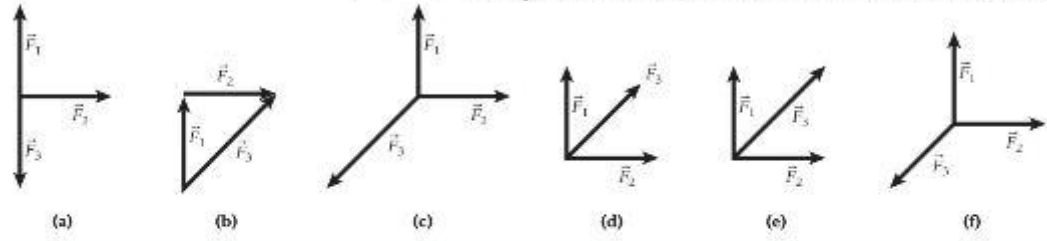
كيف يتغير الشد في الحبلين عندما تصبح الزاوية θ بين السفح والحبلين أصغر فأصغر؟

الحل 3

عندما تصبح الزاوية θ بين السفح والحبلين أصغر، يصبح مقدار الشد بين الحبلين، $T = mg/2\sin\theta$ ، أكبر. عندما تقترب قيمة θ من الصفر، يُصبح الشد أكبر بصورة غير محدودة. في الواقع، لا يمتلك لاعب الجيمبار إلا قوة محدودة بالطبع ولا يمكنه الثبات في وضعه بزوايا صغيرة.

مراجعة المفاهيم 4.2

اختر مجموعة من ثلاث متجهات متحدة المستوى ينتج مجموعها محصلة قوة تساوي صفراً $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$



مضاعف القوة

يمكن أن نتحد الحبال والبكرات معاً لرفع الأجسام الثقيلة للغاية بحيث لا يمكن رفعها بطرق أخرى. لمعرفة كيفية القيام بهذا، انظر الشكل 4.11. يتألف النظام المبين من الحبل 1 المربوط بالسقف (أعلى اليمين) ثم توجيهه عبر البكرتين A و B. البكرة A مربوطة هي الأخرى بالسقف بالحبل 2. البكرة B حرة الحركة رأسياً ومنتصلة بالحبل 3. يتدلى الجسم الذي كتلته m ، المطلوب رفعه، من الطرف الآخر للحبل 3. بغرض أن البكرتين لهما كتلة يمكن إهمالها ويمكن للحبل 1 التحرك عبر البكرتين من دون احتكاك. ما القوة التي نحتاج إلى بذلها على الطرف الحر من الحبل 1 للحفاظ على النظام في وضع اتزان ساكني؟ سنطلق على قوة الشد في الحبل 1، وفي الحبل 2، وفي الحبل 3، وتكون الفكرة الرئيسة في أن مقدار قوة الشد يكون متساوياً في جميع أجزاء الحبل.

يوضح الشكل 4.12 مجدداً النظام الموضح في الشكل 4.11، ولكن هذه المرة بخطوط متقطعة ومناطق مظلمة، تشير إلى مخططات الجسم الحر للبكرتين والجسم الذي تساوي كتلته m . نبدأ بالكتلة m . لتحقيق حالة أن محصلة القوة تساوي صفراً، نحتاج أن يكون

$$\vec{T}_3 + \vec{F}_g = 0$$

أو

$$F_g = mg = T_3.$$

من مخطط الجسم الحر للبكرة B، نرى أن قوة الشد المبذولة من الحبل 1 تؤثر في جاشي البكرة B. يجب أن يعادل هذا الشد مقدار الشد المبذول من الحبل 3، وتكون النتيجة

$$2T_1 = T_3.$$

وعند جمع آخر معادلتين، نرى أن

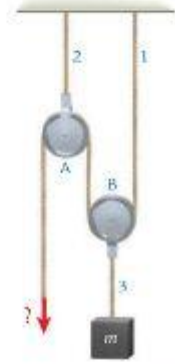
$$T_1 = \frac{1}{2} mg.$$

تعني هذه النتيجة أن القوة التي نحتاج إلى تطبيقها لتعليق جسم كتلته m بهذه الطريقة تساوي فقط نصف مقدار القوة التي يتعين علينا استخدامها لرفعها بواسطة حبل، من دون بكرات. هذا التغيير في القوى هو سبب تسمية البكرة مضاعف القوة.

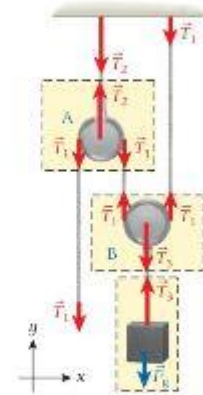
يمكن تحقيق مضاعفة أكبر للقوة إذا مر الحبل 1 بإجمالي n من المرات عبر البكرتين أنفسهما. في هذه الحالة، تكون القوة اللازمة لتعليق جسم كتلته m هي

$$(4.9) \quad T = \frac{1}{2n} mg.$$

يوضح الشكل 4.13 حالة البكرة السطحية في الشكل 4.12 حيث $n = 3$. ينتج عن هذا الترتيب $2n = 6$ أسهم قوة بمقدار T تشير إلى أعلى قادرة على موازنة القوة المنجبهة إلى أسفل بمقدار $6T$ ، على النحو الذي توضحه المعادلة 4.9.



الشكل 4.11 حبل يمر على بكرتين.



الشكل 4.12 مخططات الجسم الحر للبكرتين والكتلة التي سترفع.



الشكل 4.13 بكره ثلاث حلقات.

مراجعة المفاهيم 4.3

باستخدام زوج من البكرات ذي حلقتين، يمكننا رفع وزن قدره 440 N. إذا أضفنا حلقتين إلى البكرة، وباستخدام

- القوة نفسها، فسيتمكننا رفع
 (a) نصف الوزن.
 (b) ضعف الوزن.
 (c) ربع الوزن.
 (d) أربعة أضعاف الوزن.
 (e) الوزن نفسه.

4.6 تطبيق قوانين نيوتن

لنر الآن كيف نتبع لنا قوانين نيوتن حل أنواع مختلفة من المسائل التي تتضمن القوة والكتلة والعجلة. سنستخدم مخططات الجسم الحر عدة مرات وستفترض أن الجبال والبكرات عديمة الكتلة. كما سنتجاهل الاحتكاك في الوقت الحالي لكننا سندرسه في القسم 4.7.

مثال 4.3 كتابان على طاولة

لقد درستنا حالة بسيطة لجسم واحد (الكمبيوتر المحمول) مدعوم من الأسفل ومحمول براحة اليد. سنتظر الآن إلى جسمين في وضع السكون، كتابين على طاولة (الشكل 4.14a).

المسألة

ما مقدار القوة التي يبذلها الطاولة على الكتاب السفلي؟

الحل

نبدأ بعمل مخطط الجسم الحر للكتاب العلوي. الكتاب 1 (الشكل 4.14b). هذه الحالة مألوفة لحالة الكمبيوتر المحمول المثبت باليد. يُشار إلى القوة الناتجة عن جاذبية الأرض التي تؤثر في الكتاب العلوي بالرمز \vec{F}_1 ومقدارها m_1g . حيث تمثل كتلة الكتاب العلوي، وتوجه إلى أسفل مباشرة. وبذلك يكون مقدار القوة العمودية، N_1 التي يبذلها الكتاب السفلي على الكتاب العلوي من أسفل مباشرة. $N_1 = F_1 = m_1g$. من حالة محتملة القوة الصغرية على الكتاب العلوي (قانون نيوتن الأول). نتجه القوة \vec{N}_1 إلى أعلى مباشرة. كما هو موضح في مخطط الجسم الحر، $\vec{N}_1 = -\vec{F}_1$.

نتبع لنا قانون نيوتن الثالث حساب القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي. هذه القوة مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة التي يبذلها الكتاب السفلي على الكتاب العلوي.

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{N}_1 = -(-\vec{F}_1) = \vec{F}_1.$$

نشير هذه العلاقة إلى أن القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي مساوية تمامًا لقوة الجاذبية التي تؤثر في الكتاب العلوي - أي، وزنه. قد نجد أن هذه النتيجة غير مهمة في هذا الوقت، لكن تطبيق هذا المبدأ العام يتيح لنا تحليل الحالات المعقدة وإجراء عمليات حسابية لها.

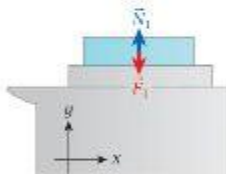
فكر الآن في مخطط الجسم الحر للكتاب السفلي، الكتاب 2 (الشكل 4.14c). نتبع لنا مخطط الجسم الحر هذا حساب القوة العمودية التي يبذلها الطاولة على الكتاب السفلي. ثم نجمع كل القوى المؤثرة في هذا الكتاب كما يلي:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} + \vec{N}_2 + \vec{F}_2 = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 = -(\vec{F}_{1 \rightarrow 2} + \vec{F}_2) = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2),$$

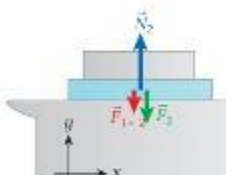
يشير \vec{N}_2 إلى القوة العمودية التي يبذلها الطاولة على الكتاب السفلي، ويشير $\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ إلى القوة التي يبذلها الكتاب العلوي على الكتاب السفلي و \vec{F}_2 إلى قوة الجاذبية المبدولة على الكتاب السفلي. وفي الخطوة الأخيرة، استخدمنا النتيجة التي حصلنا عليها من مخطط الجسم الحر للكتاب 1. ونشير هذه النتيجة إلى أن القوة التي يبذلها الطاولة على الكتاب السفلي مساوية تمامًا لجمع وزني الكتابين في المقدار ومضادة لهما في الاتجاه.



(a)



(b)



(c)

الشكل 4.14 (a) كتابان على سطح طاولة. (b) مخطط الجسم الحر للكتاب 1. (c) مخطط الجسم الحر للكتاب 2.

نتبع لنا استخدام قانون نيوتن الثاني إجراء مجموعة كبيرة من العمليات الحسابية التي تتضمن الحركة والعجلة. المسألة التالية مثال نموذجي: فكر في جسم كتلته m يوجد على متن طائرة تميل بزاوية θ على المستوى الأفقي. وبافتراض عدم وجود قوة احتكاك بين الطائرة والجسم. ماذا يقول قانون نيوتن الثاني عن هذا الموقف؟

احسب بإدخال القيمة المعطاة للزاوية ينتج

$$a_x = (9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 22^\circ) = 3.67489 \text{ m/s}^2.$$

قرب بما أن زاوية الانحدار كانت صغيرة إلى أقرب رقمين. فلا داعي إلى تقريب إجابتنا للحصول على دقة أكبر. الإجابة النهائية هي

$$a_x = 3.7 \text{ m/s}^2.$$

تحقق ثانية نشتغل إجابتنا على وحدة العجلة، m/s^2 . لقد حصلنا على رقم موجب، وهذا يعني وجود عجلة موجبة في اتجاه أسفل المنحدر في النظام الإحداثي الذي اخترناه. كما أن الرقم مقبول لأنه أقل من 9.81. وهذا يعني أن العجلة التي حسبناها أقل من عجلة السقوط الحر. في الخطوة الأخيرة، سنتحقق من اتساق إجابتنا $a_x = g \sin \theta$. في حالات محددة، إذا كانت $\theta \rightarrow 0^\circ$ ، فإن جيب الزاوية يقرب أيضًا من صفر، وتختفي العجلة. هذه الإجابة متسقة لأننا نتوقع عدم وجود عجلة للمتزلج إذا استقر على سطح أفقي. وإذا كانت $\theta \rightarrow 90^\circ$ ، يقرب جيب الزاوية من 1. والعجلة هي العجلة الناتجة عن الجاذبية، كما نتوقع أيضًا. في الحالة المحددة هذه، سيكون المتزلج في حالة سقوط حر.

تعتبر مسائل السطح المائل، مثل المسألة التي قمنا بحلها الآن، شائعة للغاية وتساعد في التدريب على تحليل مركبات القوة. وهناك نوع آخر شائع من المسائل يتضمن إعادة توجيه القوى باستخدام البكرات والحبال. وتوضح المسألة المحلولة التالية كيفية الحل بأسلوب بسيط.

مسألة محلولة 4.2 قالبان متصلان بحبل

في هذه المسألة التطبيقية، تصيب كتلة معلقة في تسارع كتلة ثانية ثابتة على سطح أفقي (الشكل 4.16a). يستقر القالب 1، الذي تساوي كتلته $m_1 = 3.00 \text{ kg}$ ، على سطح أفقي عديم الاحتكاك وهو مربوط بحبل عديم الكتلة (ولتيسيط الأمر، يتجه إلى الاتجاه الأفقي) يمر على بكره عديمة الكتلة ليتصل بالقالب 2 الذي تساوي كتلته $m_2 = 130 \text{ kg}$.

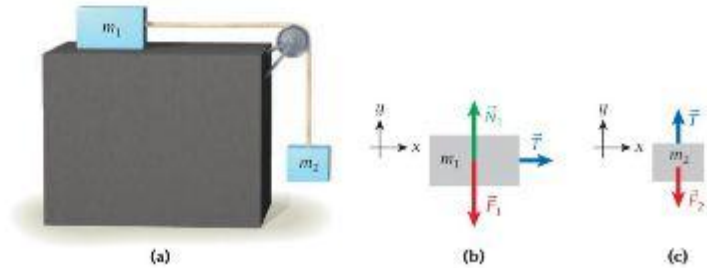
المسألة

ما عجلة القالب 1 والقالب 2؟

الحل

فكر من الشكل. يتضح أن القالب 1 يستطيع أن يتحرك أفقيًا فقط وأن القالب 2 يستطيع أن يتحرك رأسيًا فقط. وبما أن القالبين متصلان بحبل، فإنهما يبدلان قوة على بعضهما عن طريق الشد في الحبل. من قانون نيوتن الثالث نستنتج أن مقدار الشد الذي يؤثر في كل من القالبين متساو. وبافتراض أن عمود الحبل لا يتحرك، فهذا يعني أن أي إزاحة للقالب 1 تؤدي إلى إزاحة بالمقدار نفسه للقالب 2. وهذا يعني أيضًا أن سرعة القالبين واحدة في أي وقت وبذلك يكون مقدار عجلتهما واحدًا a . وفي النهاية، سنفكر في إشارة العجلة: إذا تحرك القالب 1 جهة اليمين، فسيتحرك القالب 2 لأسفل. ومن المهم ملاحظة هذه النتيجة، لأن أخطاء الإشارة قد تتسلل إلى عمليتنا الحسابية.

ارسم مرة أخرى، نبدأ برسم مخطط الجسم الحر لكل جسم. بالنسبة إلى القالب 1، يظهر مخطط الجسم



الشكل 4.16 (a) القالب 2 معلق رأسيًا بحبل يمر على بكره ويمتثل بالقالب 1. ويمتقر على سطح أفقي عديم الاحتكاك. (b) مخطط الجسم الحر للقالب 1. (c) مخطط الجسم الحر للقالب 2.

يتبع -

الحر في الشكل 4.16b. وينتج منه قوة الجاذبية، F_1 ، إلى أسفل مباشرة. تؤثر قوة الشد في الحبل، \vec{T} ، على طول اتجاه الحبل وبذلك يكون تأثيرها في الاتجاه الأفقي، الذي اخترناه باعتباره اتجاه x ، توجد القوة العمودية، N_1 ، التي تؤثر في العنبر 1 في وضع عمودي على سطح التلامس بين العنبر والسطح الداعم. وبما أن السطح أفقي، فإن N_1 تؤثر في الاتجاه الرأسي. يوضح الشكل 4.16c مخطط الجسم الحر للعنبر 2. تؤثر قوة الشد، T ، في الاتجاه إلى الأعلى، وينتج منه قوة الجاذبية، F_2 ، الذي يؤثر في هذا العنبر إلى الأسفل مباشرة، مثل F_1 .

ابحث لتبدأ بالقوى التي تؤثر في العنبر 1 وكتب المعادلات (بناءً على قانون نيوتن الثاني) للمركبتين x و y :

$$T = m_1 a$$

$$N_1 - m_1 g = 0.$$

توضح المعادلة الثانية أن القوة العمودية التي تؤثر في العنبر 1 مساوية لوزن العنبر 1. ولكن، المعادلة الأولى تحتوي على العجلة، a ، التي نريد إيجادها. وكل ما علينا فعله الآن هو إيجاد الشد، T .

نتيح لنا مخطط الجسم الحر للعنبر 2 كتابة معادلة أخرى. في الاتجاه الأفقي، لا توجد أي قوى تؤثر فيه، ولكن في الاتجاه الرأسي، طبقاً لقانون نيوتن الثاني، لدينا

$$T - m_2 g = -m_2 a.$$

لاحظ إشارة السالب في الجانب الأيمن! وبما أن العنبر 1 يتسارع في اتجاه x الموجب (ناحية اليمين)، يتسارع العنبر 2 في اتجاه y السالب (إلى أسفل).

سَطِّط نعوض بالمعادلة $T = m_1 a$ في المعادلة $T - m_2 g = -m_2 a$ ونجد أن

$$T - m_2 g = m_1 a - m_2 g = -m_2 a \Rightarrow m_1 a + m_2 a = m_2 g \Rightarrow$$

$$a = g \frac{m_2}{m_1 + m_2}.$$

احسب ما علينا الآن سوى إدخال قيمتي الكتلتين:

$$a = (9.81 \text{ m/s}^2) \frac{1.30 \text{ kg}}{3.00 \text{ kg} + 1.30 \text{ kg}} = 2.96581 \text{ m/s}^2$$

قَرِّب بما أن عجلة الجاذبية كانت مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية فقط وتم تحديد الكتلتين بالدقة نفسها، إذا قرب نتيجتنا إلى $a = 2.97 \text{ m/s}^2$.

تحقق ثانية تبدو هذه النتيجة معقولة: في النهاية عندما تكون m_1 كبيرة جدًا مقارنة بقيمة m_2 ، قد لا تكون هناك أي عجلة تقريبًا، بينما إذا كانت m_1 صغيرة جدًا مقارنة بقيمة m_2 ، فإن m_2 ستسارع بالعجلة الكاملة تقريبًا نتيجة للجاذبية، كما لو كانت m_1 غير موجودة.

وفي النهاية، يمكننا حساب مقدار الشد عن طريق استخدام نتيجة العجلة التي توصلنا إليها للتعويض بها في إحدى المعادلتين اللتين حصلنا عليهما باستخدام قانون نيوتن الثاني:

$$T = m_1 a = g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

في المسألة المحلولة 4.2، يتضح الاتجاه الذي ستحدث فيه العجلة. وفي الحالات الأكثر تعقيدًا، قد لا يكون الاتجاه الذي تبدأ فيه الأجسام في التسارع واضحًا من البداية. وما عليك سوى تحديد اتجاه بأنه موجب ثم استخدام هذا الافتراض بشكل متسق خلال عملياتك الحسابية. إذا وجدت أن قيمة العجلة التي حصلت عليها في النهاية سالبة، فإن هذه النتيجة تعني أن الأجسام تسارع في الاتجاه المضاد للاتجاه الذي افترضته في البداية. وستظل القيمة الحاسوبية صحيحة. يوضح المثال 4.4 هذا الموقف.

مثال 4.4 آلة أتوود

تتكون آلة أتوود من كتلتين معلقتين (كتلتهما m_1 و m_2) يربطهما حبل يمر على بكر. ستدرس الآن حالة عدم الاحتكاك، حيث لا تتحرك البكرة، وينزلق الحبل فوقها. (في الوحدة 10 التي تتناول الدوران، ستعود إلى هذه المسألة وتحلها مع وجود الاحتكاك، الذي يتسبب في دوران البكرة.) كما نفترض

أن $m_1 > m_2$ في هذه الحالة. تظهر العجلة كما في الشكل 4.17a. (الصيغة المذكورة في ما يلي صحيحة لأي حالة. إذا كانت $m_2 < m_1$ ، فسوف تتضمن قيمة العجلة a إشارة سالبة، وهذا يعني أن اتجاه العجلة مضاد للاتجاه الذي افترضناه في حل المسألة.)

نبدأ برسم مخططات الجسم الحر لكل من m_2 و m_1 كما هو مبين في الشكل 4.17b والشكل 4.17c. في كلا مخططي الجسم الحر، نختار توجيه المحور y الموجب إلى الأعلى، ويوضح المخططان اختياراً للاتجاه العجلة. يبدل الخيل قوة شد T مقدار لم يُحدد بعد، إلى أعلى على كل من m_1 و m_2 . ونتيجة لاختيارنا للنظام الإحداثي واتجاه العجلة، تكون عجلة m_1 المتجهة إلى أسفل عجلة في اتجاه سالب. يؤدي ذلك إلى معادلة يمكن حلها للحصول على T .

$$T - m_1g = -m_1a \Rightarrow T = m_1g - m_1a = m_1(g - a).$$

من مخطط الجسم الحر للكلمة m_2 وافترض أن عجلة m_2 المتجهة إلى الأعلى تمثل عجلة في اتجاه موجب. نحصل على

$$T - m_2g = m_2a \Rightarrow T = m_2g + m_2a = m_2(g + a).$$

بتساوي التعبيرين الجبريين لقوة الشد T ، نحصل على

$$m_1(g - a) = m_2(g + a),$$

وينتج عن ذلك صيغة العجلة التالية:

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$a = g \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right).$$

من هذه المعادلة، يمكنك معرفة أن مقدار العجلة a يكون دائماً أصغر من g في هذه الحالة. إذا تساوت الكتلتان، فسنحصل على النتيجة المتوقعة وهي عدم وجود عجلة. واختيار التوقيع المناسب للكتلتين، يمكننا الحصول على أي قيمة للعجلة بين صفر و g كما نشاء.

سؤال الاختبار الذاتي 4.2

احسب عجلة الكتلتين في آلة أتوود عند الحدود حيث m_1 تقترب من اللانهاية و m_2 تقترب من الصفر و $m_1 = m_2$ ؟

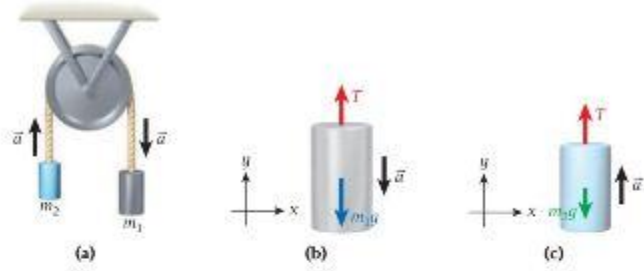
سؤال الاختبار الذاتي 4.3

بالنسبة إلى آلة أتوود، هل يمكنك كتابة صيغة لمقدار الشد في الخيل؟

مراجعة المفاهيم 4.4

إذا ضاعفت كتلة الكتلتين في آلة أتوود، فستنكس العجلة الناتجة بمقدار

- الضعف.
- النصف.
- هي نفسها.
- الربيع.
- أربعة أضعاف.



الشكل 4.17 (a) آلة أتوود مع افتراض اتجاه العجلة الموجبة كما هو موضح. (b) مخطط الجسم الحر للوزن على الجانب الأيمن لآلة أتوود. (c) مخطط الجسم الحر للوزن على الجانب الأيسر لآلة أتوود.

تصادم سيارتين

مثال 4.5

بفرض أن سيارة رياضية متعددة الأغراض كتلتها $m = 3260 \text{ kg}$ اصطدمت من الأمام بسيارة صغيرة كتلتها $m = 1194 \text{ kg}$ وتبدل قوة مقدارها $2.9 \times 10^5 \text{ N}$ على السيارة الصغيرة.

المسألة

ما مقدار القوة التي تبدلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض في التصادم؟

الحل

مهما بدت المطابقة في البداية، تبدل السيارة الصغيرة قتراً من القوة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض مماثلاً لمقدار القوة التي تبدلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض عليها. وينتج هذا التساوي مباشرة عن قانون نيوتن الثالث، المعادلة 4.8. لذلك، تكون الإجابة هي $2.9 \times 10^5 \text{ N}$.

- يُتبع

مراجعة المفاهيم 4.5

بالنسبة إلى التصادمات في المثال 4.5. إذا أطلقنا على القيمة المطلقة لمجلة السيارة الرياضية متعددة الأغراض a_{SUUV} وعلى عجلة السيارة الصغيرة a_{SC} . فسندرج تقريباً أن

$$a_{SUUV} \approx \frac{1}{2} a_{SC} \quad (a)$$

$$a_{SUUV} \approx \frac{1}{3} a_{SC} \quad (b)$$

$$a_{SUUV} \approx a_{SC} \quad (c)$$

$$a_{SUUV} \approx 3a_{SC} \quad (d)$$

$$a_{SUUV} \approx 9a_{SC} \quad (e)$$

مناقشة

قد تكون الإجابة واضحة، ولكنها بالتأكيد ليست بديهية. ستصاب السيارة الصغيرة عادة بضرر كبير في هذا التصادم، وستكون فرصة تعرض ركابها للإصابة أكبر بكثير. ولكن، هذا العرق يرجع إلى قانون نيوتن الثاني، الذي يخبرنا أن القوة التي تؤثر في جسم أقل كتلة تنتج عنها عجلة أكبر من تلك الناتجة عند تأثيرها في جسم أكبر كتلة. حتى في حالة حدوث تصادم من الأمام بين بعوضة وسيارة على طريق سريع، تكون القوى المؤثرة في كلا الجسمين متساوية، ويكون العرق في الضرر الواقع على السيارة (معدوماً) والبعوضة (مدمراً) نتيجة لاختلاف العجلة الناتجة عن كل منهما وأن جسم البعوضة مكون من مادة عضوية فمن ثم يتحطم بسهولة أكثر من الزجاج الأمامي للسيارة. سنرجع إلى التصادمات في الوحدة 7.

4.7 قوة الاحتكاك

حتى الآن، تجاهلنا قوة الاحتكاك وتناولنا التقديرات عدمة الاحتكاك. غير أنه بشكل عام، يجب علينا تضمين الاحتكاك في غالبية عملياتنا الحسابية عندما نريد وصف المواقف الواقعية فيزيائياً. يمكننا إجراء سلسلة من التجارب البسيطة للغاية لمعرفة الخصائص الأساسية للاحتكاك. إليك النتائج التي سنحصل عليها.

- إذا كان جسم ما ساكناً، فسيحتاج الأمر قوة خارجية بمقدار حدي معين وتؤثر بشكل مواز لسطح التلامس بين الجسم والسطح للتغلب على قوة الاحتكاك وتحريك الجسم.
- وتكون قوة الاحتكاك التي يجب التغلب عليها لجعل جسم ساكن يتحرك أكبر من قوة الاحتكاك التي يجب التغلب عليها لإبقاء الجسم يتحرك بسرعة متجهة ثابتة.
- ويتناسب مقدار قوة الاحتكاك المؤثرة في جسم متحرك مع مقدار القوة العمودية.
- لا تعتمد قوة الاحتكاك على حجم منطقة التلامس بين الجسم والسطح.
- تعتمد قوة الاحتكاك على خشونة الأسطح؛ بمعنى أن السطح البيني الأكثر نعومة يوفر قوة احتكاك أقل من السطح البيني الأكثر خشونة بشكل عام.
- لا تعتمد قوة الاحتكاك على السرعة المتجهة للجسم.

لا تُعد هذه العبارات حول الاحتكاك مبادئ كقوانين نيوتن. بدلاً من ذلك، فإنها تمثل ملاحظات عامة استناداً إلى التجارب. على سبيل المثال، قد تعتقد أن تلامس سطحين أملسين للغاية سينتج عنه احتكاك ضعيف جداً. إلا أنه في بعض الحالات، تلتهج الأسطح الملساء تمامًا في الواقع معاً كالحام على البارد. وتستمر التحقيقات حول طبيعة الاحتكاك وأسبابه، كما سنتناول ذلك لاحقاً في هذا القسم. من هذه النتائج، من الواضح أننا بحاجة إلى التمييز بين الحالة التي يكون فيها الجسم ساكناً بالنسبة إلى سطحه الداعم (احتكاك سكوني) والحالة التي يكون فيها الجسم متحركاً على السطح (احتكاك حركي). يُعد التعامل مع الحالة التي يكون فيها الجسم متحركاً على السطح أسهل، ولذلك سنتناول الاحتكاك الحركي أولاً.

الاحتكاك الحركي

يمكن تلخيص الملاحظات العامة السابقة في الصيغة التقريبية التالية لمقدار قوة الاحتكاك الحركي، f_k :

$$(4.10) \quad f_k = \mu_k N.$$

يمثل N هنا مقدار القوة العمودية ويمثل μ_k معامل الاحتكاك الحركي. ويكون هذا المعامل أقل من أو يساوي الصفر دائماً. (تنطبق الحالة التي يكون فيها $\mu_k = 0$ مع التقدير التقريبي عدم الاحتكاك. غير أنه عملياً، لا يمكن تحقيق ذلك بشكل دقيق أبداً.) في جميع الحالات تقريباً، يكون μ_k أيضاً أقل من 1. (ورغم ذلك، تمتلك بعض أسطح الإطارات الخاصة المستخدمة في سباقات السيارات معامل احتكاك مع الطريق يمكن أن يتجاوز 1 بدرجة كبيرة.) تظهر بعض المعاملات التمهيلية للاحتكاك الحركي في الجدول 4.1.

الجدول 4.1 المعاملات النموذجية لكل من الاحتكاك السكوني والحركي بين المادة 1 والمادة 2*			
المادة 1	المادة 2	μ_s	μ_k
مطاط	خرسانة جافة	1	0.8
مطاط	خرسانة رطبة	0.7	0.5
فولاذ	فولاذ	0.7	0.6
خشب	خشب	0.5	0.3
زلاجة مستوية بالشمع	ثلج	0.1	0.05
فولاذ	فولاذ عليه طبقة من الزيت	0.12	0.07
تيتانيوم	فولاذ	0.04	0.04
حجر الكيرلغ	جليد	0.017	0.017

* لاحظ أن هذه القيم تقريبية وتعتمد بدرجة كبيرة على ظروف سطح التلامس بين المادتين.

يكون اتجاه قوة الاحتكاك الحركي دائماً معاكساً لاتجاه حركة الجسم بالنسبة إلى السطح الذي يتحرك عليه. إذا دفعت جسمًا ما بقوة خارجية موازية لسطح التلامس ويساوي مقدارها قوة الاحتكاك الحركي على الجسم تمامًا، فسيكون إجمالي محصلة القوة الخارجية يساوي صفرًا، لأن القوة الخارجية وقوة الاحتكاك تلغي كل منهما الأخرى. في تلك الحالة، وفقًا لقانون نيوتن الأول، سيستمر الجسم في الانزلاق عبر السطح بسرعة متجهة ثابتة.

الاحتكاك السكوني

إذا كان جسم ما ساكنًا، فسيحتاج الأمر قوة خارجية بكمية محددة لتحريكه. على سبيل المثال، إذا دفعت تلاجع برفق، فلن تتحرك. وأثناء الدفع بقوة أكبر وأكبر، تصل إلى نقطة تتحرك عندها التلاجع أخيرًا على أرضية المطبخ.

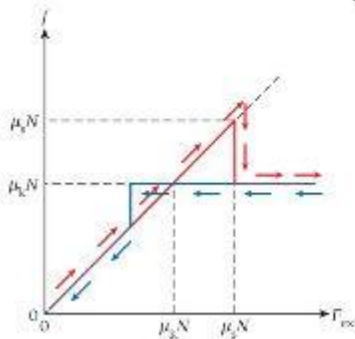
بالنسبة إلى أي قوة خارجية تؤثر في جسم ما ويبقى ساكنًا، تكون قوة الاحتكاك مساوية تمامًا في المقدار ومضادة في الاتجاه لمركبة تلك القوة الخارجية التي تؤثر في طول سطح التلامس بين الجسم وسطحه الداعم. إلا أن مقدار قوة الاحتكاك السكوني له قيمة قصوى: $f_s \leq f_{s,max}$. يتناسب الحد الأقصى هذا لقوة الاحتكاك السكوني مع القوة العمودية، لكن ثابت تناسب يختلف عن معامل الاحتكاك الحركي: $f_{s,max} = \mu_s N$. يمكننا أن نكتب

$$(4.11) \quad f_s \leq \mu_s N = f_{s,max}$$

حيث يمثل μ_s معامل الاحتكاك السكوني. يوضح الجدول 4.1 بعض المعاملات النموذجية للاحتكاك السكوني. وبشكل عام، بالنسبة إلى أي جسم على أي سطح داعم، تكون القوة القصوى للاحتكاك السكوني أكبر من قوة الاحتكاك الحركي. ربما تكون قد واجهت هذا عند محاولة تحريك جسم ثقيل عبر سطح ما؛ بمجرد أن يبدأ الجسم في الحركة، يتطلب الأمر قوة أقل كثيرًا لإبطائه في حالة حركة انزلاقية ثابتة. يمكننا التعبير عن هذه النتيجة على هيئة متباينة رياضية بين المعاملين:

$$(4.12) \quad \mu_s > \mu_k$$

يمثل الشكل 4.18 تمثيلًا بيانيًا يوضح كيفية اعتماد قوة الاحتكاك على قوة خارجية، F_{ext} ، تؤثر في جسم ما. إذا كان الجسم في وضع السكون مبدئيًا، تؤدي قوة خارجية صغيرة إلى قوة احتكاك صغيرة، وتزداد خطيًا مع القوة الخارجية حتى تصل إلى قيمة $\mu_s N$ ، ثم تنخفض بسرعة إلى قيمة $\mu_k N$ عندما يتحرك الجسم. عند هذه النقطة، تساوي قيمة القوة الخارجية $F_{ext} = \mu_s N$ ، ما ينتج عنها عجلة مفاجئة للجسم. يتم تمثيل اعتماد قوة الاحتكاك على القوة الخارجية هذا في الشكل 4.18 بخط أحمر من ناحية أخرى، إذا بدأنا بقوة خارجية كبيرة وكان الجسم يتحرك بالفعل، فيمكننا تقليل القوة الخارجية إلى أقل من قيمة $\mu_s N$ ، لكنها لا تزال أكبر من قيمة $\mu_k N$ ، وسيستمر الجسم في الحركة والتسارع. ومن ثم، يحتفظ معامل الاحتكاك بقيمة μ_k حتى تقل القوة الخارجية إلى قيمة $\mu_s N$. عند هذه النقطة (وعند هذه النقطة فقط)، سيتحرك الجسم بسرعة متجهة ثابتة؛ لأن القوة الخارجية وقوة الاحتكاك متساويتان في المقدار. إذا قللنا القوة الخارجية أكثر، فستقل سرعة الجسم (القسم الأزرق من الخط الأزرق على يسار الخط الخطوطي الأحمر في الشكل 4.18). لأن قوة الاحتكاك الحركي أكبر من القوة الخارجية. وفي النهاية، ينتهي الجسم إلى السكون بسبب الاحتكاك الحركي، ولا تكون القوة الخارجية كافية لتحريكه



الشكل 4.18 معادير قوى الاحتكاك كدالة لمقدار القوة الخارجية. يمثل الخط الأحمر القوى المؤثرة في جسم في وضع السكون مبدئيًا، مع قوة خارجية تزداد من الصفر. يمثل الخط الأزرق القوى المؤثرة في جسم في حالة حركة مبدئيًا تحت تأثير قوة خارجية أكبر من قوة الاحتكاك ولكنها تقل بالتدريج.

أكثر. عندئذ يحدث الاحتكاك السكوني، وتظل قوة الاحتكاك على نحو يتناسب مع القوة الخارجية حتى يصل إلى الصفر. يوضح الخط الأزرق في الشكل 4.18 اعتماد قوة الاحتكاك على القوة الخارجية هذه. وحيثما يتداخل الخطان الأزرق والأحمر، تتم الإشارة إلى ذلك بخطوط متقطعة زرقاء وحمرات تبادلية. وتعد الميزة الأكثر تشويقاً في الشكل 4.18 هي أن الخطوط الزرقاء والحمرات لا تتطابق بين $\mu_k N$ و $\mu_s N$.

لنعد إلى محاولة تحريك تلاجع على أرضية المطبخ. في البداية، نستقر التلاجع على الأرضية، ونقاوم قوة الاحتكاك السكوني جهديك لتحريكها. وبمجرد دفعك لها بالقوة الكافية، تهتز التلاجع وتتحرك. في هذه العملية، تتبع قوة الاحتكاك المسار الأحمر في الشكل 4.18. بمجرد أن تتحرك التلاجع، يمكنك دفعها بقوة أقل وإبقاؤها متحركة باستمرار. إذا دفعت بقوة أقل بحيث تتحرك بسرعة متجهة ثابتة، فستتبع القوة الخارجية التي تبدلها المسار الأزرق في الشكل 4.18 حتى نصل إلى $F_{\text{ext}} = \mu_k N$. ثم يكون مجموع قوة الاحتكاك والقوة التي تؤثر في على التلاجع يساوي صفراً، ولا توجد محصلة قوة تؤثر في التلاجع، مما يسمح لها بالحركة بسرعة متجهة ثابتة.

مثال 4.6 التزلج الواقعي على الثلج

لنعد التفكير في موقف التزلج على الجليد من المسألة المحلولة 4.1. لكن مع وضع الاحتكاك في الاعتبار. يتحرك متزلج على الجليد إلى أسفل منحدر حيث تساوي $\theta = 22^\circ$. لنفترض أن معامل الاحتكاك الحركي بين اللوح الخاص به والجليد هو 0.21، وتبلغ سرعته المتجهة، على طول اتجاه المنحدر، 8.3 m/s في لحظة ما.

المسألة 1

بفرض وجود منحدر ثابت، كم ستبلغ سرعة المتزلج على الجليد على طول اتجاه المنحدر عندما يكون على بعد 100 m من بداية المنحدر؟

الحل 1

يوضح الشكل 4.19 مخطط الجسم الحر لهذه المسألة. تشير قوة الجاذبية إلى أسفل وبيبلغ مقدارها mg . حيث يمثل m كتلة المتزلج ومعداته. نختار محوري x و y ملائمين أحدهما موازاً والآخر عمودي على المنحدر. بالترتيب، كما هو موضح في الشكل 4.19. تظهر الزاوية θ بين المنحدر والمستوى الأفقي (تساوي 22° في هذه الحالة) أيضاً في تحليل مركبات قوة الجاذبية الموازية للمنحدر والعمودية عليه. (بعد هذا التحليل ميزة عامة لأي مسألة تتضمن مستوى مائلاً، وتكون مركبة القوة على طول المستوى هي $mg \sin \theta$ ، كما هو موضح في الشكل 4.19. وتحسب القوة العمودية بالمعادلة $N = mg \cos \theta$. وتكون قوة الاحتكاك الحركي هي $f_k = -\mu_k mg \cos \theta$ ، وتشير إشارة السالب إلى أن القوة تؤثر في اتجاه x السالب. في نظامنا الإحداثي المختار، ومن ثم نحصل على إجمالي مركبة القوة في اتجاه x .

$$mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta = ma_x \Rightarrow$$

$$a_x = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta).$$

لقد استخدمنا هنا قانون نيوتن الثاني، $F_x = ma_x$. في الخط الأول، نزل كتلة المتزلج، ونظّل العجلة، a_x . ثابتة على طول المنحدر. وبالتعويض بالأرقام المعطاة في نص المسألة، تكون النتيجة

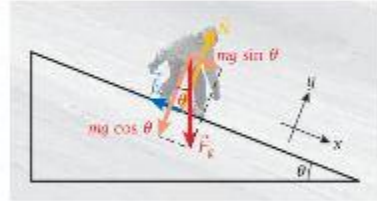
$$a \equiv a_x = (9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 22^\circ - 0.21 \cos 22^\circ) = 1.76 \text{ m/s}^2$$

ومن ثم نرى أن هذه مسألة تتعلق بالحركة في خط مستقيم في اتجاه واحد بعجلة ثابتة. يمكننا تطبيق العلاقة بين القيمتين المربعيتين للسرعتين للتجهتين الابتدائية والنهائية والعجلة التي استنتجناها للحركة أحادية البعد بعجلة ثابتة،

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0).$$

باستخدام $v_0 = 8.3 \text{ m/s}$ و $x_0 = 100 \text{ m}$ يمكننا حساب السرعة النهائية،

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)} \\ &= \sqrt{(8.3 \text{ m/s})^2 + 2(1.76 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m})} \\ &= 20.5 \text{ m/s}. \end{aligned}$$



الفصل 4.19 مخطط الجسم الحر لمتزلج. بما في ذلك قوة الاحتكاك.

المسألة 2

ما المدة التي يستغرقها المتزلج ليصل إلى هذه السرعة؟

الحل 2

بما أننا نعرف الآن العجلة والسرعة النهائية، والسرعة الابتدائية معطاة، نستخدم

$$v = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(20.5 - 8.3) \text{ m/s}}{1.76 \text{ m/s}^2} = 6.9 \text{ s.}$$
المسألة 3

بفرض معامل الاحتكاك نفسه، كم تبلغ زاوية المنحدر اللازمة حتى يتزلج المتزلج بسرعة متجهة ثابتة؟

الحل 3

نشير الحركة بسرعة متجهة ثابتة إلى انعدام العجلة. ولقد استنتجنا بالفعل معادلة للعجلة كدالة لزاوية المنحدر. تساوي هذه المعادلة بالصفر ونحل المعادلة الناتجة لإيجاد الزاوية θ .

$$a_x = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta) = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \mu_k \cos \theta$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \mu_k$$

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \mu_k.$$

نظراً لأن $\mu_k = 0.21$ مقدمة في المعطيات، تكون الزاوية $\theta = \tan^{-1} 0.21 = 12^\circ$. في حالة المنحدر الأشد انحداراً، سيتسارع المتزلج. وفي المنحدر المسطح إلى حد ما، ستخف سرعة المتزلج حتى يتوقف في النهاية.

مقاومة الهواء

حتى الآن قد أهملنا الاحتكاك بفعل الحركة خلال الهواء. يعكس قوة الاحتكاك الحركي التي تؤثر في الجسم عند سحبه أو دفعه عبر سطح جسم آخر. تزيد مقاومة الهواء بزيادة السرعة. ومن ثم، نحتاج إلى التعبير عن قوة الاحتكاك كدالة للسرعة المتجهة للجسم بالنسبة إلى الجسم الوسيط الذي يتحرك خلاله. ويكون اتجاه قوة مقاومة الهواء مضاداً لاتجاه متجه السرعة المتجهة.

وبشكل عام، يمكن التعبير عن مقدار قوة الاحتكاك نتيجة مقاومة الهواء، أو **قوة السحب**، بالمعادلة $F_{\text{drag}} = K_0 + K_1 v + K_2 v^2 + \dots$ مع تحديد الثوابت K_0 و K_1 و K_2 و... وفقاً للتجارب. بالنسبة إلى قوة السحب على الأجسام الجهرية التي تتحرك بسرعات عالية نسبياً، يمكننا إهمال الحد الخطي في السرعة المتجهة. ويبلغ مقدار قوة السحب عندئذٍ حوالي

$$(4.13) \quad F_{\text{drag}} = Kv^2.$$

تعني هذه المعادلة أن القوة الناتجة عن مقاومة الهواء تتناسب مع مربع السرعة. عندما يسقط جسم ما في الهواء، تزيد قوة مقاومة الهواء بتسارع الجسم حتى يصل إلى **السرعة الحدية**. عند هذه النقطة، تتساوى القوة المتجهة لأعلى لمقاومة الهواء مع القوة المتجهة لأسفل بفعل الجاذبية. ومن ثم، تساوي محصلة القوة صفراً، ولا توجد أي عجلة. ولأنه لا يوجد مزيد من العجلة، تكون السرعة الحدية للجسم الساقط ثابتة.

$$F_g = F_{\text{drag}} \Rightarrow mg = Kv^2.$$

ويحل هذه المعادلة لإيجاد السرعة الحدية، تكون النتيجة

$$(4.14) \quad v = \sqrt{\frac{mg}{K}}.$$

انتبه إلى أن السرعة الحدية تعتمد على كتلة الجسم، بينما لا تؤثر كتلة الجسم في حركة الجسم عند تجاهل مقاومة الهواء. في غياب مقاومة الهواء، تسقط جميع الأجسام بالمثل نفسه، لكن يفسر وجود مقاومة الهواء سبب سقوط الأجسام الأثقل أسرع من الأجسام الأخف التي لها ثابت (السحب) K نفسه.

حساب السرعة الحدية لجسم ساقط، نحتاج إلى معرفة قيمة الثابت K . يعتمد هذا الثابت على العديد من المتغيرات، بما في ذلك حجم مساحة المقطع العرضي، A ، المعرض لتيار الهواء، ومعنى أعم، كلما زادت المساحة، زاد الثابت K . يعتمد الثابت K أيضًا خطيًا على كثافة الهواء، ρ ، عادة ما تُجمع جميع العوامل التي يتم الاعتماد عليها من شكل الجسم وزاوية ميله بالنسبة إلى اتجاه الحركة ومقاومة الهواء وقابلية الانضغاط في معامل سحب، C_D .

$$(4.15) \quad K = \frac{1}{2} C_D A \rho.$$

تحتوي المعادلة 4.15 على العامل $\frac{1}{2}$ لتبسيط العمليات الحسابية التي تتضمن طاقة الأجسام الخاضعة للسقوط الحر مع مقاومة الهواء. سنعود إلى هذا الموضوع عند مناقشة الطاقة الحركية في الوحدة 5. يُعد إيجاد معامل سحب منخفض أحد الاعتبارات المهمة في تصميم السيارات، نظرًا لتأثيره القوي في السرعة القصوى للسيارة واستهلاكها للوقود. وتكون العمليات الحسابية الرقمية مفيدة، إلا أنه عادةً ما يتم تحسين معامل السحب عبر التجارب وذلك بوضع نماذج أولية للسيارة في أنفاق رياح واختبار مقاومة الهواء عند سرعات مختلفة. وتستخدم اختبارات نفق الرياح نفسها لتحسين أداء المعدات والرياضيين في مسابقات رياضية مثل سباقات التزلج على المنحدرات وسباقات الدراجات.

بالنسبة إلى الحركة في الأوساط عالية اللزوجة أو بسرعات متجهة منخفضة، لا يمكن تجاهل حد السرعة المتجهة الخطية لقوة الاحتكاك. في مثل هذه الحالات، يمكن حساب قوة الاحتكاك تقريبًا باستخدام الصيغة $F_{\text{frict}} = K_1 v$ ، تسري هذه الصيغة على أغلب العمليات الحيوية، بما فيها حركة الجزيئات الحيوية الكبيرة أو حتى الكائنات الدقيقة مثل البكتيريا في السوائل. ويُعد هذا التقدير التقريبي لقوة الاحتكاك مفيدًا كذلك عند تحليل غرق جسم ما في مائع، على سبيل المثال، حجر صغير أو صدفة حفرية في الماء.

4.6 مراجعة المفاهيم

مرشح قهوة غير مستخدم يسقط إلى سرعته الحدية بسرعة جدًا إذا تركته يسقط. افترض أنك أطلقت مرشح قهوة واحدًا من ارتفاع 1.1 m. احسب الارتفاع الذي يجب إطلاق رزمة من مرشحات القهوة عنده في اللحظة نفسها حتى تستند بالارض في وقت استندام مرشح القهوة المفرد نفسه؟ (يمكنك بأمان إهمال الزمن المطلوب للوصول إلى السرعة الحدية).

0.5 m (a)

0.7 m (b)

1 m (c)

1.4 m (d)

2 m (e)

4.7 مثال 4.7 القفز الحر

يسقط لاعب قفز حر كتلته 80.0 kg في الهواء بكثافة 1.15 kg/m^3 . يفرض أن معامل السحب له يساوي $C_D = 0.570$. عندما يسقط بوضع النسر الممدد لجناحيه، كما هو مبين في الشكل 4.20a، يشغل جسمه مساحة $A_1 = 0.940 \text{ m}^2$ بالنسبة إلى الرياح، بينما عند قفزه بالرأس أولاً، مع ضم ذراعيه إلى جسمه وضم قدميه إلى بعضهما، كما هو موضح في الشكل 4.20b، تقل مساحته إلى $A_2 = 0.210 \text{ m}^2$.

المسألة

ما السرعة الحدية في كل من الحالتين؟

الحل

نستخدم المعادلة 4.14 للسرعة الحدية، ونعوض بقيمة ثابت مقاومة الهواء من المعادلة 4.15، ونعوض بالأرقام المعطاة:

$$v = \sqrt{\frac{mg}{K}} = \sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{2} C_D A \rho}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{(80.0 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\frac{1}{2} (0.570)(0.940 \text{ m}^2)(1.15 \text{ kg/m}^3)}} = 50.5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{(80.0 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{\frac{1}{2} (0.570)(0.210 \text{ m}^2)(1.15 \text{ kg/m}^3)}} = 107 \text{ m/s}$$

نوضح هذه النتائج أنه، بالقفز بالرأس أولاً، يمكن للاعب القفز الحر بلوغ سرعات متجهة أثناء السقوط الحر أعلى من تلك التي يبلغها عند استخدام وضع النسر الممدد لجناحيه. ولذلك، من الممكن الإمساك بشخص سقط من طائرة ما، يفرض أن ذلك الشخص لا يسقط برأسه أولاً أيضًا. غير أنه بشكل عام، لا يمكن استخدام هذا الأسلوب لإنقاذ هذا الشخص لأنه سيكون من المستحيل تقريبًا الإمساك به أثناء اصطدام التباطؤ المفاجئ الناتج عن فتح مظلة المتخذ.



(a)



(b)

الشكل 4.20 (a) لاعب قفز حر في موضع عالي المقاومة، (b) لاعب قفز حر في موضع منخفض المقاومة.

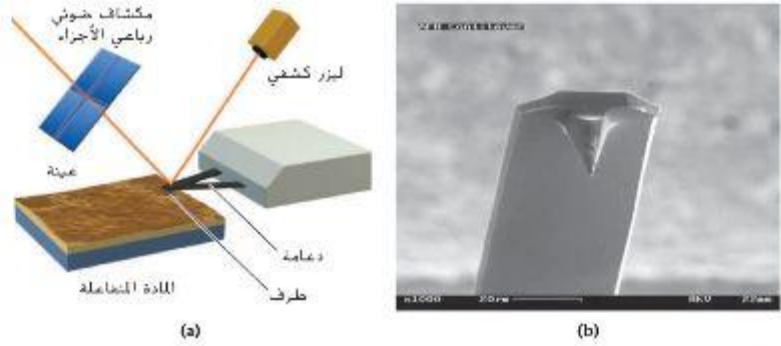
علم الاحتكاك

ما أسباب الاحتكاك؟ لا تُعد الإجابة عن هذا السؤال سهلة أو واضحة على الإطلاق. عندما نتكلم عن الأسطح ببعضها، يحدث تلامس بين الذرات المختلفة من السطحين بطرق مختلفة. تُنزع الذرات من

أماكنها في عملية سحب الأسطح عبر بعضها. وينتج عن التفاعلات الإلكترونية-ميكانيكية بين الذرات الموجودة على الأسطح احتكاك سكوني إضافي. إن الفهم الجوهري الحقيقي للاحتكاك يتجاوز نطاق هذا الكتاب وهو محل نشاط بحثي عظيم حالياً.

يطلق على دراسة الاحتكاك: **علم الاحتكاك**. كانت قوانين الاحتكاك التي ناقشناها معروفة بالفعل قبل 300 سنة. ويرجع الفضل في اكتشافها عموماً إلى غيوم أمونتوس وشارل أوغستان دي كولوم. إلا أن ليوناردو دافنشي ربما قد عرفها. غير أنه لا تزال ثمة أشياء مذهلة تكتشف عن الاحتكاك والتشحيم والبلية. ربما يكون التقدم الأكثر تشويقاً في علم الاحتكاك في العقدين الماضيين هو تطوير مجاهر ذرية ومجاهر لقوة الاحتكاك. تعتمد هذه المجاهر على مبدأ أساسي وهو سحب طرف حاد للغاية عبر سطح ما مع التحليل من خلال كيميوتر متطور وتكنولوجيا المستشعرات. يمكن لجهاز قوة الاحتكاك هذه حساب قوى احتكاك صغيرة تساوي $10^{-11} \text{ N} = 10 \text{ pN}$. يوضح الشكل 4.21a رسماً تخطيطياً لجهاز قوة ذرية (AFM). ويوضح الشكل 4.21b صورة مقربة (بدرجة تكبير 1000×) لطرف دعامة. يتعدى حتى الآن على أحدث وسائل المحاكاة الجهرية للاحتكاك تفسيره تماماً، ولذلك يمثل هذا الجانب البحثي أهمية كبيرة في مجال تكنولوجيا النانو.

يرجع الاحتكاك إلى انكسار جسيمات صغيرة من الأسطح التي تحك ببعضها. وهو ما يسبب البلية. ولهذه الظاهرة أهمية خاصة في محركات السيارات عالية الأداء التي تتطلب مواد تشحيم ذات تركيبة خاصة. ويحظى فهم تأثير شوائب السطح الصغيرة في قوة الاحتكاك بأهمية كبيرة في هذا الصدد. وتستمر الأبحاث عن مواد التشحيم سعياً للتوصل إلى طرق لتقليل معامل الاحتكاك الحركي، ولا إلى قيمة قريبة من الصفر قدر الإمكان. على سبيل المثال، تتضمن مواد التشحيم الحديثة جزيئات كرات بلكي - التي تتكون من 60 ذرة كربون منظمة في شكل كرة قدم، والتي اكتشفت عام 1985. تعمل الجزيئات بمثابة محامل كريات مجهرية. تمثل حل المشكلات التي تتضمن الاحتكاك أهمية في سباقات السيارات، ففي حلبة سباق فورمولا 1، يُعد استخدام الإطارات الصحيحة التي توفر مستوى احتكاك عالياً مثالاً ضرورياً للفوز بالسباقات. فبينما تتراوح معاملات الاحتكاك عادةً بين 0 و1، فليس من غير المعتاد لسيارات السباق ذات المعدل التصارع الأعلى أن تستخدم إطارات ذات معاملات احتكاك تساوي 3 أو أكثر مع سطح الحلبة.



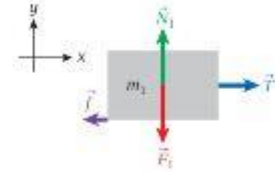
الشكل 4.21 مجهر القوة الذرية (AFM). (a) رسم تخطيطي يبيّن لأجزاء الجهاز. (b) صورة (بدرجة تكبير 1000 ×) لطرف دعامة تم سحبها من العميلة.

4.8 تطبيقات قوة الاحتكاك

باستخدام قوانين نيوتن الثلاثة، يمكننا حل مجموعة كبيرة من المسائل. حيث تسمح لنا معرفة الاحتكاك السكوني والحركي بإجراء تقدير تقريبي لمواقف واقعية والتوصل إلى نتائج مفيدة. وحيث إن رؤية العديد من التطبيقات المتنوعة لقوانين نيوتن يُعد أمراً مفيداً، سنحل عدة مسائل تدريبية. ثم وضع هذه الأمثلة لشرح مجموعة من الأساليب المفيدة في حل الكثير من أنواع المسائل.

مثال 4.8 قلابان متصلان بحبل، مع احتكاك

فيما يحل هذه المسألة في المسألة المحلولة 4.2. بفرض أن القالب 1 ينزلق بلا احتكاك عبر سطح الدعم الأفقي وأن الحبل ينزلق بلا احتكاك عبر البكرة. ستسمح هنا بحدوث احتكاك بين القالب 1 والسطح الذي ينزلق عليه. وحاليًا، ما زلنا نفترض أن الحبل ينزلق بلا احتكاك عبر البكرة. (استناول الوحدة 10 أساليب ستسمح لنا بالتعامل مع البكرة التي تخضع لحركة دورانية بواسطة الحبل الذي يتحرك خلالها).



الشكل 4.22 مخطط الجسم الحر للقلاب 1. يشمل قوة الاحتكاك.

المسألة 1

بفرض أن معامل الاحتكاك السكوني بين القالب 1 (كتلته $m_1 = 2.3 \text{ kg}$) وسطحه الداعم يبلغ 0.73 وأن قيمة معامل الاحتكاك الحركي تساوي 0.60 . (انظر الشكل 4.16). إذا كانت كتلة القالب 2 هي $m_2 = 1.9 \text{ kg}$ ، فهل سيتسارع القالب 1 من وضع السكون؟

الحل 1

نفي كل اعتبارات القوة الواردة في المسألة المحلولة 4.2 كما هي، باستثناء أن مخطط الجسم الحر للقلاب 1 (في الشكل 4.22) له الآن سهم قوة بتطبيق قوة الاحتكاك، f . نذكر أنه من أجل رسم اتجاه قوة الاحتكاك، فإنك تحتاج إلى معرفة اتجاه الحركة في حالة حدوث احتكاك. ولأننا فيما بالفعل بحل الحالة عديمة الاحتكاك، فإننا نعلم أن القالب 1 سيتحرك إلى اليمين. ولأن قوة الاحتكاك تتجه إلى عكس اتجاه الحركة، سيشير متجه الاحتكاك إذاً إلى اليسار.

تغير المعادلة التي استنتجناها في المسألة المحلولة 4.2 بتطبيق قانون نيوتن الثاني على القالب 1 من $m_1 a = T$ إلى

$$m_1 a = T - f,$$

وبدمج هذه المعادلة مع تلك التي حصلنا عليها في المسألة المحلولة 4.2 بتطبيق قانون نيوتن الثاني على القالب 2، وبالتخلص من T مرة أخرى تكون النتيجة

$$m_1 a + f = T = m_2 g - m_2 a \Rightarrow$$

$$a = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2}.$$

حتى الآن، جنبًا جديدي أي تفاصيل إضافية عن قوة الاحتكاك. والآن نجرى ذلك بحساب المقدار الأقصى لقوة الاحتكاك السكوني أولاً، $f_{s, \max} = \mu_s N_1$ ، وبالنسبة إلى مقدار القوة العمودية، وجدنا بالفعل أن $N_1 = m_1 g$. لذلك تكون قيمة قوة الاحتكاك السكوني القصوى هي:

$$f_{s, \max} = \mu_s N_1 = \mu_s m_1 g = (0.73)(2.3 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 16.5 \text{ N}.$$

نحتاج إلى مقارنة هذه القيمة بقيمة $m_2 g$ في سبط معادلة العجلة. $a = (m_2 g - f)/(m_1 + m_2)$ (إذا كان $f_{s, \max} \geq m_2 g$ ، فستساوي قيمة قوة الاحتكاك السكوني $m_2 g$ بالضبط. الأمر الذي ينتج عنه أن العجلة تساوي صفرًا. بمعنى آخر، لن يكون هناك أي حركة. لأن السحب الناتج عن تعلق القالب 2 في الحبل لا يكفي للتغلب على قوة الاحتكاك السكوني بين القالب 1 والسطح الداعم له. إذا كان $m_2 g < f_{s, \max}$ ، فستكون العجلة موجبة، وسيبدأ القالبان في الحركة. في المسألة الحالية، نظرًا لأن $m_2 g = (1.9 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 18.6 \text{ N}$ ، سيبدأ القالبان في الحركة.

المسألة 2

ما قيمة العجلة؟

الحل 2

بمجرد تجاوز قوة الاحتكاك السكوني، يبدأ حدوث الاحتكاك الحركي بدلًا منه. يمكننا استخدام معادلة العجلة الخاصة بنا، $a = (m_2 g - f)/(m_1 + m_2)$ والتعويض بالقيمة $f = \mu_k N_1 = \mu_k m_1 g$ والحصول على النتيجة

$$a = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2} = g \left(\frac{m_2 - \mu_k m_1}{m_1 + m_2} \right).$$

بالتعويض بالأرقام، تكون النتيجة

$$a = (9.81 \text{ m/s}^2) \left[\frac{(1.9 \text{ kg}) - 0.6 \cdot (2.3 \text{ kg})}{(2.3 \text{ kg}) + (1.9 \text{ kg})} \right] = 1.21 \text{ m/s}^2.$$

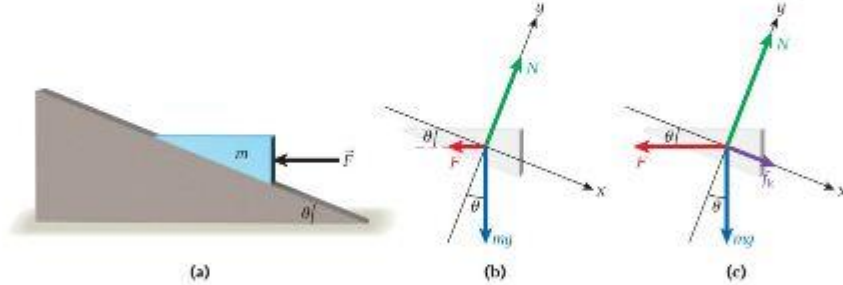
سؤال الاختبار الذاتي 4.4

- (a) احسب أقصى كتلة m_2 تمنع حركة النظام المكون من هذين القالبين؟
(b) احسب قيمة قوة الاحتكاك إذا كانت m_2 أسفر من هذه القيمة؟

الإسفين

مسألة محلولة 4.3

إسفين كتلته $m = 37.7 \text{ kg}$ مثبت في مكانه على مستوى ثابت بميل زاوية $\theta = 20.5^\circ$ بالنسبة إلى المستوى الأفقي. تدفع قوة $F = 309.3 \text{ N}$ في الإسفين في الاتجاه الأفقي، كما هو موضح في الشكل 4.23a. معامل الاحتكاك الحركي بين الإسفين والمستوى المائل هو $\mu_k = 0.171$. يفرض أن معامل الاحتكاك السكوني منخفض بما يكفي لتحريك محصلة القوة الإسفين.



الشكل 4.23 (a) قالب على شكل إسفين يتم دفعه على مستوى مائل. (b) مخطط الجسم الحر للإسفين. يشمل القوة الخارجية وقوة الجاذبية والقوة العمودية. (c) مخطط الجسم الحر. يشمل القوة الخارجية وقوة الجاذبية والقوة العمودية وقوة الاحتكاك.

المسألة

ما عجلة الإسفين على طول المستوى المائل عندما يتم تحريره ويصبح حر الحركة؟

الحل

فكر نريد معرفة العجلة θ للإسفين الذي تكون كتلته m على طول المستوى المائل. الأمر الذي يتطلب منا تحديد مركبة محصلة القوة المؤثرة في الإسفين بشكل مواز لسطح المستوى المائل. كما أنه يتعين علينا إيجاد مركبة محصلة القوة التي تؤثر في الإسفين في وضع عمودي على السطح المستوي، ليسمح لنا بتحديد قوة الاحتكاك الحركي.

إن القوى التي تؤثر في الإسفين هي الجاذبية والقوة العمودية وقوة الاحتكاك الحركي f_k والقوة الخارجية F . تم تقديم معامل الاحتكاك الحركي μ_k ضمن المعطيات، لذلك يمكننا حساب قوة الاحتكاك بمجرد تحديد القوة العمودية. قبل الانتقال إلى تحليل القوى، يجب علينا تحديد اتجاه حركة الإسفين بعد انطلاقه بفعل القوة F . بمجرد معرفتنا اتجاه حركة الإسفين، يمكننا تحديد اتجاه قوة الاحتكاك وإكمال تحليلنا. لتحديد محصلة القوة قبل بدء الإسفين في الحركة، نحتاج إلى رسم مخطط الجسم الحر باستخدام القوى F و N و mg فقط. وبمجرد تحديد اتجاه الحركة، يمكننا تحديد اتجاه قوة الاحتكاك. باستخدام مخطط تان للجسم الحر مضاف إليه قوة الاحتكاك.

الرسم يتم عرض مخطط جسم حر يوضح القوى المؤثرة في الإسفين قبل تحريره في الشكل 4.23b. لقد حددنا نظاماً إحداثياً يكون فيه المحور x موازاً لسطح المستوى المائل، حيث يشير اتجاه x الموجب إلى المستوى المائل. مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$mg \sin \theta - F \cos \theta = ma.$$

يتعين علينا تحديد ما إذا كانت الكتلة ستتحرك إلى اليمين (اتجاه x الموجب أو إلى أسفل المستوى المائل) أو إلى اليسار (اتجاه x السالب أو إلى أعلى المستوى المائل). يتضح لنا من المعادلة أن الكمية $mg \sin \theta - F \cos \theta$ ستحدد اتجاه الحركة. وبالتعويض بالقيم الرقمية المعطاة، تكون النتيجة

$$mg \sin \theta - F \cos \theta = (37.7 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(\sin 20.5^\circ) - (309.3 \text{ N})(\cos 20.5^\circ) \\ = -160.193 \text{ N}.$$

ومن ثم، ستتحرك الكتلة إلى أعلى المستوى المائل (إلى اليسار، أو في اتجاه x السالب). والآن يمكننا إعادة رسم مخطط الجسم الحر كما هو موضح في الشكل 4.23c. يدرج سهم قوة الاحتكاك الحركي f_k مشيراً إلى أسفل المستوى المائل (في اتجاه x الموجب). لأن اتجاه قوة الاحتكاك يكون في عكس اتجاه الحركة دوماً.

ابحث. يمكننا الآن كتابة مرئيات القوة في الاتجاهي المحورين x و y اعتمادًا على مخطط الجسم الحر النهائي. بالنسبة إلى اتجاه المحور x . لدينا

$$(i) \quad mg \sin \theta - F \cos \theta + f_k = ma.$$

بالنسبة إلى اتجاه المحور y . لدينا

$$N - mg \cos \theta - F \sin \theta = 0.$$

من هذه المعادلة، يمكننا إيجاد القوة العمودية N الضرورية لحساب قوة الاحتكاك:

$$(ii) \quad f_k = \mu_k N = \mu_k (mg \cos \theta + F \sin \theta).$$

بسط بعد ربط جميع الكميات المعروفة وغير المعروفة ببعضها، يمكننا إيجاد تعبير جبري لعجلة الكتلة باستخدام المعادلتين i و ii :

$$mg \sin \theta - F \cos \theta + \mu_k (mg \cos \theta + F \sin \theta) = ma.$$

يمكننا إعادة ترتيب الطرف الأيسر:

$$mg \sin \theta - F \cos \theta + \mu_k mg \cos \theta + \mu_k F \sin \theta = ma$$

$$(mg + \mu_k F) \sin \theta + (\mu_k mg - F) \cos \theta = ma.$$

ثم نحل المعادلة لإيجاد العجلة:

$$(iii) \quad a = \frac{(mg + \mu_k F) \sin \theta + (\mu_k mg - F) \cos \theta}{m}$$

احسب نعوض الآن بالأرقام ونحصل على نتيجة رقمية. الحد الأول في بسط المعادلة iii هو

$$\left\{ (37.7 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) + (0.171)(309.3 \text{ N}) \right\} (\sin 20.5^\circ) = 148.042 \text{ N}.$$

لاحظ أننا لم نقرب هذه النتيجة بعد. الحد الثاني في بسط المعادلة iii هو

$$\left\{ (0.171)(37.7 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) - (309.3 \text{ N}) \right\} (\cos 20.5^\circ) = -230.476 \text{ N}.$$

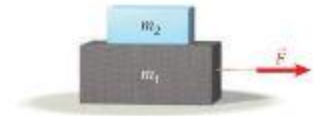
لم نقرب النتيجة بعد مرة أخرى. والآن يمكننا حساب العجلة باستخدام المعادلة iii :

$$a = \frac{(148.042 \text{ N}) + (-230.476 \text{ N})}{37.7 \text{ kg}} = -2.1866 \text{ m/s}^2.$$

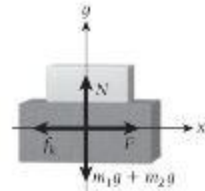
قرب نظرًا لأن كل القيم الرقمية كانت معطاة في بادئ الأمر بثلاثة أرقام معنوية، نقدم نتيجتنا النهائية كما يلي

$$a = -2.19 \text{ m/s}^2.$$

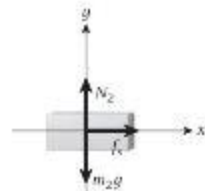
تحقق ثانية بالنظر إلى إجابتنا. نجد أن العجلة سالبة. ما يعني أنها في اتجاه x السالب. ولقد حددنا أن الكتلة ستتحرك إلى اليسار (إلى أعلى المستوى المائل، أو في اتجاه x السالب)، وهو ما يتوافق مع إشارة العجلة في نتيجتنا النهائية. مقدار العجلة هو جزء من عجلة الجاذبية (9.81 m/s^2)، وهو ما يبدو منطقيًا فيزيائيًا.



(a)



(b)



(c)

الشكل (a) 4.24 قالبان متراسان يسحبان إلى اليمين. (b) مخطط الجسم الحر لحركة القالبين معًا. (c) مخطط الجسم الحر للقالب العلوي.

مسألة محلولة 4.4 القالبان

تم رص قالبين مستطيلين فوق بعضهما على منضدة كما هو موضح في الشكل 4.24a. كتلة القالب العلوي 3.40 kg وكتلة القالب السفلي 38.6 kg. يبلغ معامل الاحتكاك الحركي بين القالب السفلي والمنضدة 0.260. ويبلغ معامل الاحتكاك السكوني بين القالبين 0.551. تم ربط خيط بالقالب السفلي وبذل قوة خارجية F أفقيًا، مسببة سحبًا على الخيط كما هو موضح في الشكل.

المسألة

ما القوة القصوى التي يمكن بذلها على الخيط من دون أن تتسبب في انزلاق القالب العلوي؟

الحل

فكر لبدء حل هذه المسألة، نلاحظ أنه إذا لم يتم تجاوز قوة الاحتكاك السكوني بين الغالبين، فسيتحرك الغالبين معاً. ومن ثم، إذا سحبنا الغالب السفلي برفق، فسيبقى الغالب العلوي في مكانه فوقه، وسيتحرك الغالبان كجسم واحد. بينما إذا سحبنا الغالب السفلي بشدة، فلن تكون قوة الاحتكاك السكوني بين الغالبين كافية لإبقاء الغالب العلوي في موضعه وسيبدأ في السقوط عن الغالب السفلي. القوى المؤثرة في هذه المسألة هي القوة الخارجية F الجاذبة للخيط وقوة الاحتكاك الحركي f_k بين الغالب السفلي والسطح الذي ينزلق عليه الغالبان ووزن m_1g للغالب السفلي ووزن m_2g للغالب العلوي وقوة الاحتكاك السكوني f_s بين الغالبين والقوى العمودية.

ارسم نبدأ برسم مخطط الجسم الحر للغالبين أثناء الحركة معاً (الشكل 4.24b). لأننا سنعامل الغالبين كجسم واحد في الجزء الأول من هذا التحليل. نحدد اتجاه المحور x بأنه مواز للسطح الذي ينزلق عليه الغالبان ومواز للقوة الخارجية الجاذبة للخيط ويشير الاتجاه الموجب إلى اليمين في اتجاه القوة الخارجية. مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$(i) \quad F - f_k = (m_1 + m_2)a.$$

مجموع القوى في اتجاه المحور y يساوي

$$(ii) \quad N - (m_1g + m_2g) = 0.$$

تصف المعادلتان i و ii حركة الغالبين معاً.

نحتاج الآن إلى رسم مخطط ثاب للجسم الحر لوصف القوى المؤثرة في الغالب العلوي. القوى الواردة في مخطط الجسم الحر للغالب العلوي (الشكل 4.24c) هي القوة العمودية N_2 التي يبذلها الغالب السفلي والوزن m_2g وقوة الاحتكاك السكوني f_s . مجموع القوى في اتجاه المحور x يساوي

$$(iii) \quad f_s = m_2a.$$

مجموع القوى في اتجاه المحور y يساوي

$$(iv) \quad N_2 - m_2g = 0.$$

ابحث يتم إيجاد القيمة القصوى لقوة الاحتكاك السكوني بين الغالب العلوي والسفلي بالمعادلة

$$f_s = \mu_s N_2 = \mu_s (m_2g).$$

حيث استخدمنا المعادلتين iii و iv . ومن ثم، تكون العجلة القصوى التي يمكن للغالب العلوي التحرك بها من دون أن ينزلق كما يلي

$$(v) \quad a_{\max} = \frac{f_s}{m_2} = \frac{\mu_s m_2 g}{m_2} = \mu_s g.$$

وتكون العجلة القصوى للغالب العلوي هي أيضاً العجلة القصوى للغالبين معاً. من المعادلة ii ، نوجد القوة العمودية بين الغالب السفلي وسطح الانزلاق:

$$(vi) \quad N = m_1g + m_2g.$$

يساوي قوة الاحتكاك الحركي بين الغالب السفلي وسطح الانزلاق عندئذٍ

$$(vii) \quad f_k = \mu_k (m_1g + m_2g).$$

نشط يمكننا الآن الربط بين العجلة القصوى والقوة القصوى. F_{\max} التي يمكن بذلها من دون سقوط الغالب العلوي، باستخدام المعادلتين v و vii .

$$F_{\max} - \mu_k (m_1g + m_2g) = (m_1 + m_2)\mu_s g.$$

نحل هذه المعادلة لإيجاد القوة القصوى لتحصل على

$$F_{\max} = \mu_k (m_1g + m_2g) + (m_1 + m_2)\mu_s g = g(m_1 + m_2)(\mu_k + \mu_s).$$

احسب بالتعويض بالقيم الرقمية المعطاة، تكون النتيجة

$$F_{\max} = (9.81 \text{ m/s}^2)(38.6 \text{ kg} + 3.40 \text{ kg})(0.260 + 0.551) = 334.148 \text{ N}.$$

قرب تم تقديم جميع القيم الرقمية مقربة إلى ثلاثة أرقام معنوية، لذلك نقدم إجابتنا كما يلي

$$F_{\max} = 334 \text{ N}.$$

تحقق - تأييد الإجابة عبارة هي قيمة موجبة، مما يشير إلى أن اتجاه القوة إلى اليمين، وهو ما يتفق مع مخطط الجسم الحر الوارد في الشكل 4.24b. العجلة القصوى هي

$$a_{\max} = \mu_s g = (0.551)(9.81 \text{ m/s}^2) = 5.41 \text{ m/s}^2.$$

- تتبع

وهي جزء من العجلة بفعل الجاذبية، وهو ما يبدو منطقيًا. إذا لم يكن ثمة احتكاك بين الطالب السفلي والسطح الذي ينزلق عليه، فستكون القوة المطلوبة لتسارع الطالبين هي $F = (m_1 + m_2)a_{\max} = (38.6 \text{ kg} + 3.40 \text{ kg})(5.41 \text{ m/s}^2) = 227 \text{ N}$. ومن ثم، تبدو إجابتنا بقيمة 334 N لمقدار القوة القصوى منطقيًا لأنها أعلى من القوة المحسوسة في حالة عدم وجود احتكاك.

مثال 4.9 سحب مزججة

يفرض أنك تسحب مزججة على سطح مستو مغطى بالجليد بيدك قوة ثابتة على حبل، بزاوية θ مع الأرض.

المسألة 1

إذا كانت كتلة المزججة، بما في ذلك حمولتها، تساوي 15.3 kg، وكان معامل الاحتكاك بين المزججة والجليد هما $\mu_k = 0.076$ و $\mu_s = 0.070$ ، وكتلتك تسحب الحبل بقوة 25.3 N بزاوية 24.5° مع الأرض الأفقية، فما عجلة المزججة؟

الحل 1

يوضح الشكل 4.25 رسم مخطط الجسم الحر للمزججة، متضمنًا جميع القوى المؤثرة فيها. الاتجاهات متجهات القوة صحيحة، لكن المقادير ليست مرسومة حسب مقياس رسم بالضرورة. سنتجه عجلة المزججة، إذا حدثت بأي شكل من الأشكال، على طول المستوى الأفقي، في اتجاه المحور x . في ما يتعلق بالمركبات، وفقًا لقانون نيوتن الثاني فإن:

$$x\text{-component: } ma = T \cos \theta - f$$

$$y\text{-component: } 0 = T \sin \theta - mg + N.$$

بالنسبة إلى قوة الاحتكاك، سنستخدم الصيغة $f = \mu N$ حاليًا، من دون تحديد ما إذا كان الاحتكاك احتكاكًا حركيًا أم سكونيًا، لكن سيتعين علينا العودة إلى هذه النقطة في النهاية. يمكن حساب القوة العمودية من المعادلة السابقة لمركبة y ثم التعويض بها في معادلة مركبة x .

$$N = mg - T \sin \theta$$

$$ma = T \cos \theta - \mu (mg - T \sin \theta) \Rightarrow$$

$$a = \frac{T}{m} (\cos \theta + \mu \sin \theta) - \mu g.$$

يتضح لنا أن القوة العمودية أقل من وزن المزججة، لأن قوة سحب الحبل لها مركبة y متجهة إلى أعلى. تساهم كذلك المركبة الرأسية لقوة سحب الحبل في عجلة المزججة نظرًا لأنها تؤثر في القوة العمودية ومن ثم في قوة الاحتكاك الأفقية.

عند التعويض بالأرقام، سنستخدم أولًا قيمة معامل الاحتكاك السكوني لتري ما إذا كان يتم بذل قوة كافية لسحب الحبل لإنتاج عجلة موجبة أم لا. إذا اتضح أن قيمة a الناتجة سالبة، فيعني هذا أنه لا توجد قوة سحب كافية للتغلب على قوة الاحتكاك السكوني. وبالتعويض بقيمة $\mu_k (0.076)$ المعطاة، تكون النتيجة

$$a' = \frac{25.3 \text{ N}}{15.3 \text{ kg}} (\cos 24.5^\circ + 0.076 \sin 24.5^\circ) - 0.076(9.81 \text{ m/s}^2) = 0.81 \text{ m/s}^2.$$

نظرًا لأنه ينتج عن هذه العملية الحسائية قيمة a موجبة، يفيد هذا بأن القوة كافية للتغلب على قوة الاحتكاك. سنستخدم الآن القيمة المعطاة لمعامل الاحتكاك الحركي لحساب العجلة الفعلية للمزججة.

$$a = \frac{25.3 \text{ N}}{15.3 \text{ kg}} (\cos 24.5^\circ + 0.070 \sin 24.5^\circ) - 0.070(9.81 \text{ m/s}^2) = 0.87 \text{ m/s}^2.$$

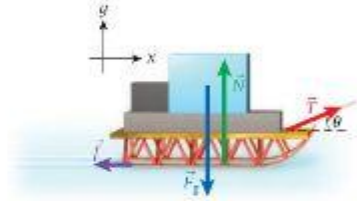
المسألة 2

ما زاوية الحبل مع الاتجاه الأفقي التي تنتج العجلة القصوى للمزججة للقيمة المعطاة لمقدار قوة السحب، T ؟ ما القيمة القصوى تلك للعجلة a ؟

الحل 2

في حساب التفاضل والتكامل، لإيجاد القيمة العليا لدالة، تأخذ المشتقة الأولى وتوجد قيمة المتغير المستقل الذي تساوي عنده تلك المشتقة صفرًا.

$$\frac{d}{d\theta} a = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{T}{m} (\cos \theta + \mu \sin \theta) - \mu g \right) = \frac{T}{m} (-\sin \theta + \mu \cos \theta).$$



الشكل 4.25 مخطط الجسم الحر للمزججة وحمولتها.

ينتج البحث عن جذر هذه المعادلة

$$\left. \frac{da}{d\theta} \right|_{\theta = \theta_{\max}} = \frac{T}{m} (-\sin \theta_{\max} + \mu \cos \theta_{\max}) = 0$$

$$\rightarrow \sin \theta_{\max} = \mu \cos \theta_{\max} \rightarrow$$

$$\theta_{\max} = \tan^{-1} \mu.$$

ينتج عن التعويض بقيمة معامل الاحتكاك الحركي، 0.070، في هذه المعادلة $\theta_{\max} = 4.0^\circ$. يعني هذا أن الجبل يجب أن يوضع أفقيًا تقريبًا. يمكن الحصول على القيمة الناتجة للعجلة بالتعويض بالأرقام في معادلة إيجاد a التي استخدمناها في الحل 1،

$$a_{\max} \equiv a(\theta_{\max}) = 0.97 \text{ m/s}^2$$

ملحوظة: يمد كون المشتقة الأولى صغرا شرطًا ضروريًا فقط للقيمة القصوى، ولكنه ليس كافيًا. يمكنك أن تمنع نفسك أننا قد أوجدنا بالفعل القيمة القصوى، أولاً بإدراك أننا حصلنا فقط على جذر واحد للمشتقة الأولى. ما يعني أن للدالة $a(\theta)$ قيمة عليا واحدة فقط. وكذلك لأن قيمة العجلة التي حسبناها عند هذه النقطة أكبر من القيمة التي حصلنا عليها سابقًا للزاوية 24.5° ، فستأكد من أن القيمة العليا الوحيدة هي بالفعل القيمة القصوى. بدلا من ذلك، كان من الممكن أن نأخذ المشتقة الثانية ونكتشف أنها سالبة عند النقطة $\theta_{\max} = 4.0^\circ$ ؛ وعندئذٍ كان يمكننا مقارنة قيمة العجلة التي حصلنا عليها عند تلك النقطة مع تلك التي حصلنا عليها عند $\theta = 0^\circ$ و $\theta = 90^\circ$.

سؤال الاختبار الذاتي 4.5

احسب قيمة المشتقة الثانية إذا كانت قيمة زاوية حمل المرحلة إلى الأرض هي 4.0°

ما تعلمناه | دليل المذاكرة للاختبار

قانون نيوتن الثالث: العوتان اللتان يؤثر بهما جسمان متفاعلان بعضهما في بعض تكونان دائمًا متساويتين في المقدار ومتضادتين في الاتجاه، $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

هناك نوعان من الاحتكاك: الاحتكاك السكوني والاحتكاك الحركي. يتناسب كلا نوعي الاحتكاك مع القوة العمودية، N .

ويصف الاحتكاك السكوني قوة الاحتكاك بين جسم ساكن وسطح ما بدلالة معامل الاحتكاك السكوني، μ_s . تقاوم قوة الاحتكاك السكوني f_s القوة التي تحاول تحريك الجسم ولها قيمة قصوى، $f_{s,\max}$. بحيث يكون $f_s \leq \mu_s N = f_{s,\max}$.

يصف الاحتكاك الحركي قوة الاحتكاك بين جسم متحرك وسطح ما بدلالة معامل الاحتكاك الحركي، μ_k . يمكن إيجاد الاحتكاك الحركي من المعادلة $f_k = \mu_k N$.

وبصفة عامة، $\mu_s > \mu_k$.

■ محصلة القوة المؤثرة في جسم ما هي مجموع متجهات القوى المؤثرة

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

■ الكتلة هي خاصية داخلية للجسم تحدد كمية كل من قدرة الجسم على مقاومة العجلة وقوة الجاذبية المؤثرة في الجسم.

■ مسطحة الجسم الحر عبارة عن رسم تجريدي يعرض كل القوى التي تؤثر في الجسم المعزول.

■ في ما يلي قوانين نيوتن الثلاثة:

قانون نيوتن الأول: في غياب محصلة القوة المؤثرة في جسم ما، يظل الجسم في وضع السكون إذا كان ساكنًا. وإذا كان متحركًا، فسيستمر في الحركة في خط مستقيم بالسرعة المتجهة ذاتها.

قانون نيوتن الثاني: إذا أثرت محصلة قوة خارجية \vec{F}_{net} في جسم كتلته m ، فسينتج عن القوة عجلة، \vec{a} ، في اتجاه القوة نفسها: $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}$.

إجابات أسئلة الاختبار الذاتي

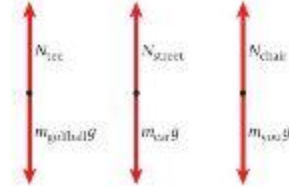
4.1 يعني أن كلاً من البسط والمقام في الكسر يقتربان من 1، فصار لدينا $a = g$. بالنسبة إلى الكتلة $m_1 = 0$ لدينا $a = -g$ ، وبالنسبة إلى الكتلة $m_2 = m_1$ لدينا $a = 0$.

4.3 باستخدام $T = m_2(g + a)$ والتعويض بقيمة العجلة،

$$a = g \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$T = m_2(g + a) = m_2 \left(g + g \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) = m_2 g \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$= 2g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$



4.2 توصلنا إلى نتيجة عامة لعجلة الكتلتين كما يلي $a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$. إذا اقتربت الكتلة m_2 من اللانهاية، فيمكن أن نتجاهل الكتلة m_2 مقارنة بالكتلة m_1 . وهذا

4.9 يتصل قاطبان متساويان في الكتلة بواسطة حبل أفقي عمق الكتلة، ويستقران على طاولة عديمة الاحتكاك إذا سحبنا قوة خارجية أفقية F أحد القاطبين، فما نسبة القوى المحسلة المؤثرة في القاطبين؟

- (a) 1:1 (b) 1:1.41 (c) 1:2 (d) لا شيء مما سبق

4.10 إذا كانت عربة تطف بدون حركة على أرض مستوية، فلا توجد قوى تؤثر في العربة.

4.11 جسم كتلته 0.092 kg كان ساكناً في البداية، ثم اكتسب سرعة قدرها 75.0 m/s في 0.028 s ، فما متوسط محصلة القوة المؤثرة في الجسم أثناء هذه الفترة الزمنية؟

- (a) $1.2 \times 10^2 \text{ N}$ (b) $2.5 \times 10^2 \text{ N}$ (c) $2.8 \times 10^2 \text{ N}$ (d) $4.9 \times 10^2 \text{ N}$

4.12 تدفع قفصاً كبيراً على الأرض بسرعة ثابتة، ويتبدل قوة أفقية F على القفص، يوجد احتكاك بين الأرض والقفص، ويكون مقدار قوة الاحتكاك

- (a) سفر. (b) F . (c) أكبر من F . (d) أقل من F . (e) من الاستحيل حياضه دون مزيد من المعطيات.

4.13 أي القوى الأساسية التالية غير ظاهرة لنا في حياتنا اليومية؟

- (a) قوة الجاذبية (b) قوة كهرومغناطيسية (c) قوة نووية قوية (d) قوة نووية ضعيفة

4.14 اصطدمت سيارة رياضية متعددة الأغراض كتلتها 3250 kg من الأمام بسيارة صغيرة كتلتها 1250 kg . حدد كل العبارات الخاطئة.

- (a) القوة التي تتبادلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض على السيارة الصغيرة أكبر من القوة التي تتبادلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض. (b) القوة التي تتبادلها السيارة الصغيرة على السيارة الرياضية متعددة الأغراض أكبر من القوة التي تتبادلها السيارة الرياضية متعددة الأغراض على السيارة الصغيرة. (c) تتعرض السيارة الصغيرة لعجلة أكبر من السيارة الرياضية متعددة الأغراض. (d) تتعرض السيارة الرياضية متعددة الأغراض لعجلة أكبر من السيارة الثانوية.

- 4.15 أي العبارات التالية صحيحة؟
 (a) تتجه قوة الجاذبية المذبذبة على جسم ما إلى أعلى دائماً.
 (b) تتجه قوة الجاذبية المذبذبة على جسم ما إلى أسفل دائماً.
 (c) تعتمد قوة الجاذبية المذبذبة على الجسم على السرعة الرأسية للجسم.
 (d) تعتمد قوة الجاذبية المذبذبة على الجسم على السرعة الأفقية للجسم.
 4.16 القوة العمودية هي قوة تلامس تؤثر عند السطح بين جسمين. أي العبارات التالية غير صحيحة بشأن القوة العمودية؟
 (a) تتساوى القوة العمودية دائماً مع قوة الجاذبية.
 (b) مقدار القوة العمودية كبير بما يكفي فقط لمنع الجسمين من اختراق بعضهما بعضاً.
 (c) لا تتساوى القوة العمودية بالضرورة قوة الجاذبية.
 (d) القوة العمودية متعامدة على مستوى سطح التلامس بين الجسمين.

4.3 اكتشف ليوناردو دافنشي أن مقدار قوة الاحتكاك يتناسب عكساً مع مقدار القوة العمودية فقط، وهذا يعني أن قوة الاحتكاك لا تعتمد على عرض منطقة التلامس أو طولها، ومن ثم، يرجع السبب الأساسي وراء استخدام إطارات عريضة في سيارة السباق إلى

- (a) أنها تبدو رائحة. (b) أن لها منطقة تلامس ظاهرة أكبر. (c) أنها تكلف المزيد من المال. (d) أنه يمكن صنعها من مواد أكثر قوة.
 4.4 التوربينو عبارة عن كمية ملاء تتكون من أسطوانة رأسية مجوفة تدور بسرعة حول محورها الرأسي، وبينما تدور لعمق توربينو، يندفع الركابون إلى الجدار الداخلي للأسطوانة بسبب الدوران الجهوري، ثم تستقر أرتبية الأسطوانة بعيداً، القوة التي تتجه إلى أعلى، وتتحرك الركابون من المقوف إلى أسفل هي

- (a) قوة الاحتكاك. (b) قوة عمودية. (c) الجاذبية. (d) قوة الشد.
 4.5 عندما تتوقف حافلة فجأة، يندفع الركاب إلى الأمام. أي قوانين نيوتن يشرح هذا الموقف؟

- (a) قانون نيوتن الأول (b) قانون نيوتن الثاني (c) قانون نيوتن الثالث (d) لا يمكن شرحه باستخدام قوانين نيوتن.

4.6 توجد قوتان F_1 و F_2 فقط تؤثران في قالب، فأي F_1 يلي يسلح أن يكون مقدار محصلة القوى F التي تؤثر في القالب (وسمى كل الاحتمالات)؟

- (a) $F > F_1 + F_2$ (b) $F = F_1 + F_2$ (c) $F < F_1 + F_2$ (d) لا شيء مما سبق

- 4.7 ما الملاحظة (الملاحظات) غير الصحيحة عن قوة الاحتكاك في ما يلي؟
 (a) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك الحركي دائماً مع القوة العمودية.
 (b) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك السكوني دائماً مع القوة العمودية.
 (c) يتناسب مقدار قوة الاحتكاك السكوني دائماً مع القوة الخارجية المذبذبة.
 (d) اتجاه قوة الاحتكاك الحركي معاد دائماً لاتجاه حركة الجسم النسبية بالنسبة إلى السطح الذي ينزحرك عليه الجسم.
 (e) اتجاه قوة الاحتكاك السكوني معاد دائماً لاتجاه حركة الجسم الوشبكة بالنسبة إلى السطح الذي يستقر عليه الجسم.
 (f) كل ما سبق صحيح.

4.8 تؤثر قوة أفقية مساوية لوزن الجسم في جسم ساكن على طاولة، ما عجلة الجسم المتحرك عندما تكون قيمة معامل الاحتكاك الحركي بين الجسم والأرض 1 (إذا افترضنا أن الجسم ينزحرك في اتجاه القوة المؤثرة)؟

- (a) سفر (b) 1 m/s^2 (c) لا توجد معطيات كافية لإيجاد العجلة.

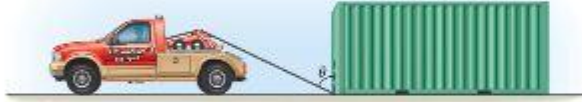
أسئلة مفاهيمية

الخيوط المنحني بقوة إلى الأسفل، فأي الخيوطين أكثر عرضة للقطع؟
 4.19 تصحب سيارة مقطورة على الطريق السريع. تعرض أن F_1 هو مقدار القوة التي تؤثر في المقطورة بسبب السيارة، و F_2 هو مقدار القوة التي تؤثر في السيارة بسبب المقطورة. إذا تحركت كل من السيارة والمقطورة بسرعة متجهة ثابتة على أرض مستوية، فإن $F_1 = F_2$. إذا كانت السيارة والمقطورة تتسارعان معاً، فما العلاقة بين القوتين؟

4.17 ذهبت إلى متجر أحمية لشترتي حذاء لكرة العلة له قدرة احتكاك عالية على نوع معين من الخشب السلب، ولتحديد معامل الاحتكاك السكوني، لم يبقني أن تضع كل حذاء على لوح خشبي ثم تقوم بإمالة اللوح بزاوية θ ، لبدأ الحذاء في الانزلاق عندما أحصل على التعبير الجبري لمعامل الاحتكاك السكوني μ كدالة للزاوية θ .
 4.18 توجد كرة خشبية ثقيلة معلقة بالسطح بخيط مربوط في السقف وفي أعلى الكرة، ويوجد خيط ثالث مربوط في أسفل الكرة. إذا سحبنا الطرف الثاني من

4.25 يذراع قالب على منحدر عمق الاحتكاك (تقريباً) زاوية ميل 30.0° أي التوتين أكبر في المنحدر، منحنى القوة التي تؤثر في القالب أم القوة العمودية المؤثرة فيه؟

4.26 تستخدم شاحنة جر كتلتها M حبلًا لسحب حاوية شحن كتلتها m على سطح أفقي كما هو موضح في الشكل. وبمسار الحبل بالزاوية من الزاوية السطحية الأمامية ويسحب زاوية θ مع المستوى الرأسي كما هو موضح. معامل الاحتكاك الحركي بين السطح والسندوق هو μ .



(أ) ارسم مخطط الجسم الحر للسندوق.
(ب) بافتراض أن الشاحنة تسحب الحاوية بسرعة ثابتة، اكتب معادلة مقدار T لقوة الشد في الحبل.

4.20 تصارع سيارة على طريق سريع مستو، ما القوة البديلة في اتجاه الحركة التي تؤدي إلى تصارع السيارة؟

4.21 إذا كانت القوتان اللتان يبذلها جسمان متفاعلاً ن على بعضهما متساويتين دائماً في المقدار ومضادتين في الاتجاه، فكيف يتسارع جسم ما؟

4.22 صواب أم خطأ، لن يتحرك كتاب الفيزياء على طاولة نهائيًا إذا كانت محصلة القوة تساوي صفراً.

4.23 تتزلق كتلة على منحدر زاوية θ فوق المستوى الأفقي، ومعامل الاحتكاك بين الكتلة والمنحدر هو μ .

(أ) أوجد صيغة لمقدار عجلة الكتلة وإتجاهها أثناء انزلاقها إلى أعلى المنحدر.

(ب) كما الجزء (أ) لتتوصل إلى صيغة لمقدار عجلة الكتلة وإتجاهها أثناء انزلاقها إلى أسفل المنحدر.

4.24 يوجد صندوق شحن بوزن 340 N في وضع السكون ابتدائياً على رصيف السحب، ثم تأتي واقفة شوكة وترفع الصندوق بقوة منجهة إلى أعلى تساوي 500 N . فتؤدي إلى تصارع الصندوق إلى أعلى، فما مقدار القوة البديلة بسبب الجاذبية التي تؤثر في صندوق الشحن أثناء تصارعه إلى أعلى؟

تمارين

يشير رقم المسألة الأزرق إلى وجود حل للمسألة في دليل حلول الطالب. تشير النقطه الواحدة - والنقطتان = إلى زيادة مستوى صعوبة المسألة.

القسم 4.2

4.27 عجلة الجاذبية على القمر تساوي سدس عجلة الجاذبية على الأرض. إذا كان وزن الناعقة يساوي 100 N على الأرض.

(أ) فما وزن الناعقة على القمر؟
(ب) وما كتلة الناعقة؟

القسم 4.4

4.28 تتسبب قوة مقدارها 4235 N في تصارع عربة صغيرة مكشوفة وسائقها من سرعة 10.4 m/s إلى 17.9 m/s في 5.00 s ما كتلة العربة الصغيرة المكشوفة وسائقها؟

4.29 انضيمت منذ قليل إلى نادٍ صحي غامس، يقع في الطابق الأعلى في طبحة سحاب، وتصل إلى المشاة باستخدام مسعد سريع. ويوجد ميزان شُرْكَب في المسعد حتى يتمكن الأعضاء من وزن أنفسهم قبل التمارين وبعد ذلك يدخل أحد الأعضاء إلى المسعد ويوقف على الميزان قبل أن تعلق أبواب المسعد بفرش الميزان الوزن 83.3 kg . ثم يتسارع المسعد إلى أعلى بعجلة قيمتها 2.43 m/s^2 . بينما لا يزال العضو واقفاً على المقاييس، ما الوزن الذي يظهر على شاشة الميزان أثناء تصارع المسعد؟

4.30 تساوي كتلة مقصورة مسعد 358.1 kg ، وتساوي مجموع كتلة الأشخاص داخل المقصورة 169.2 kg . يسحب الحبل المقصورة إلى الأعلى بعجلة ثابتة مقدارها 4.11 m/s^2 . فما قوة الشد في الحبل؟

4.31 تساوي كتلة مقصورة مسعد 363.7 kg ، وتساوي مجموع كتلة الأشخاص داخل المقصورة 177.0 kg . ثم يسحب الحبل المقصورة إلى أعلى حيث تساوي قوة الشد 7638 N . ما عجلة المسعد؟

4.32 يوجد طالبان بلامسان على سطح طاولة أفقي عمق الاحتكاك. تؤثر قوة خارجية F في الطالب 1 ويتحرك الطالبان بعجلة ثابتة تساوي 2.45 m/s^2 . استخدم $M_2 = 5.70 \text{ kg}$ ، $M_1 = 3.20 \text{ kg}$

(أ) ما مقدار F ، القوة البديلة؟

(ب) ما قوة التماس بين الطالبين؟

(ج) ما محصلة القوة المؤثرة في الطالب 1 ؟



4.33- تبلغ كثافة (الكتلة لكل وحدة حجم) التلع 917 kg/m^3 ، وكثافة ماء البحر 1024 kg/m^3 . وتوجد نسبة 710.45 فقط من حجم الجبل الجليدي فوق سطح الماء. إذا كان حجم جبل جليدي معين فوق الماء يساوي 4205.3 m^3 . فما مقدار القوة التي يبذلها ماء البحر على هذا الجبل الجليدي؟

4.34- في صف الفيزياء في المختبر، زُيِّمت ثلاثة أحبال عديدة الكتلة عند نقطة ما. ثم بُدلت قوة شد على كل حبل، $F_1 = 150 \text{ N}$ عند 60.0° عند $F_2 = 200 \text{ N}$ عند 100° ، $F_3 = 100 \text{ N}$ عند 190° . ما مقدار القوة الرابطة والزاوية التي تعمل عندها لتحافظ على ثابت التعلقة في مركز النظام؟ (تفحص كل الزوايا من محور x الموجب).

القسم 4.5

4.35 توجد أربعة أوزان كتلتها $m_1 = 3.80 \text{ kg}$ ، $m_2 = 4.20 \text{ kg}$ ، $m_3 = 10.70 \text{ kg}$ ، $m_4 = 4.20 \text{ kg}$ معلقة في السقف كما هو موضح في الشكل. وتتمثل الأوزان ببعضها بحبال، ما قوة الشد في الحبل الذي يربط الكتلتين m_2 و m_3 ببعضهما؟

4.36 تتصل كتلة معلقة، $M_1 = 0.500 \text{ kg}$ ، بتخييط خفيف يمر فوق بكرة عديدة الاحتكاك لينزل بكتلة تساوي $M_2 = 1.50 \text{ kg}$. وتتكون هذه الكتلة ساكنة مبدئياً على طاولة عديدة الاحتكاك. أوجد مقدار العجلة، a ، للكتلة M_2 .

4.37- تتصل كتلة معلقة، $M_1 = 0.500 \text{ kg}$ ، بتخييط خفيف يمر فوق بكرة عديدة الاحتكاك أمام كتلة مقدارها $M_2 = 1.50 \text{ kg}$. توجد هذه الكتلة ثابتة في البداية على طاولة عديدة الاحتكاك. وتتصل كتلة ثالثة مقدارها $M_3 = 2.50 \text{ kg}$ ، كانت ثابتة مبدئياً على الطاولة عديدة الاحتكاك نفسها، بمؤخرة الكتلة M_2 بتخييط خفيف.

(أ) أوجد مقدار العجلة، a ، للكتلة M_2 .

(ب) أوجد الشد في الحبل بين الكتلتين M_1 و M_2 .

4.38- كتلة معلقة، $M_1 = 0.400 \text{ kg}$ ، تتصل من خلال خيط خفيف يمر على بكرة عديدة الاحتكاك بكتلة $M_2 = 1.20 \text{ kg}$ ، كانت في وضع السكون مبدئياً على منحدر عمق الاحتكاك. يسحب المنحدر زاوية 30.0° فوق المستوى الأفقي، وتوجد البكرة أعلى المنحدر. أوجد مقدار العجلة a ، وإتجاهها للكتلة M_2 .

4.39- طاولة القوى عبارة عن طاولة دائرية بها حلقة صغيرة يجب أن تتوازن في مركز الطاولة. وتتمثل الحلقة بثلاث كتل معلقة بتخييط كتلتها يمكن إهمالها وتمر فوق بكرات عديدة الاحتكاك مثبتة عند طرف الطاولة. يمكن ضبط مقدار واتجاه كل قوة من القوى الثلاث الأضيقية التي تؤثر في الحلقة عن طريق تغيير كمية كل كتلة معلقة وموقع كل بكرة على التوالي. إذا علمنا أن كتلة $m_1 = 0.0400 \text{ kg}$ تسحب في اتجاه x الموجب، وكتلة $m_2 = 0.0300 \text{ kg}$ تسحب في اتجاه y الموجب، فأوجد الكتلة (m_3) والزاوية (θ)، في عكس اتجاه عقارب الساعة من محور x الموجب التي تتوازن الحلقة في مركز الطاولة.

4.47- تطف كتلة كبيرة من الطع $M = 80.0 \text{ kg}$ ثابتة على منحدر عميق الاحتكاك، ويوسع المنحدر زاوية $\theta = 36.9^\circ$ فوق المستوى الأفقي.
 (a) إذا كانت كتلة الطع مثبتة في مكانها بفعل قوة عمودية على طول سطح المنحدر (زاوية θ فوق المستوى الأفقي)، فلو جد مقدار هذه القوة.
 (b) وإذا كانت كتلة الطع مثبتة في مكانها بفعل قوة أفقية، تنجده أفقياً بإغاثه مركز كتلة الطع، فلو جد مقدار هذه القوة.

4.48- توجد كتلة منحدر عميق الاحتكاك، يتصل بكافة كتلة m_2 فوق المستوى 30.0° أعلى للمنحدر بصورة أوجد قيمة الكتلة m_2 مبربوطة بتخيخ خفيف على وعبر المحيط عبر بكرات عديدة الاحتكاك ثم M ، ويوسع المنحدر زاوية θ الأفقي، تتحرك الكتلة m_2 إلى منتظمة (بسرعة ثابتة).



4.49- تتصل ذمية كتلتها $M = 8.00 \text{ kg}$ بحبل يمكن إعمال كتلته مربوط بين عمودين رأسيين. المسافة الأفقية بين العمودين هي $D = 2.00 \text{ m}$ ، وتزيد ذمة العمود الأيمن عن ذمة العمود الأيسر بمسافة رأسية $h = 0.500 \text{ m}$. وقد زُبطت الذمية بالحبل الأفقي في المنتصف بين العمودين وعند مسافة رأسية $s = 1.00 \text{ m}$ أسفل ذمة العمود الأيسر. أوجد قوة الشد الناتجة عن وزن الذمية في كل جزء من الحبل.



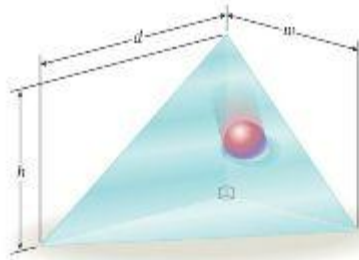
4.50- تتدلى ذمية البنيانا التي كتلتها $M = 12.0 \text{ kg}$ من حبل يمكن إعمال كتلته مربوط بين عمودين رأسيين. والمسافة الأفقية بين العمودين $D = 2.00 \text{ m}$ ، وتزيد ارتفاع ذمة العمود الأيمن عن ذمة العمود الأيسر بمسافة رأسية $h = 0.500 \text{ m}$ ، ويبلغ إجمالي طول الحبل بين العمودين $L = 3.00 \text{ m}$ ، كما تتصل ذمية البنيانا بحلقة يمر الحبل من مركزها وكانت الحلقة عديمة الاحتكاك. لتتعلق بحرية على الحبل حتى تتصل ذمية البنيانا إلى نقطة اتزان سكوني.

(a) حدد للمسافة من ذمة العمود الأيسر (الأقل ارتفاعاً) إلى الحلقة عندما تتصل ذمية البنيانا إلى الاتزان السكوني.
 (b) ما قوة الشد في الحبل عندما تتصل ذمية البنيانا إلى هذه النقطة من الاتزان السكوني؟



4.51- تتدلى ثلاثة أجسام كتلتها $m_2 = 36.5 \text{ kg}$ ، $m_1 = 19.2 \text{ kg}$ ، و $m_3 = 12.5 \text{ kg}$ من حبال على بكرات، ما عجلة الكتلة m_3 ؟

4.52- قُطع قالب مستطيل عرضه $w = 116.5 \text{ cm}$ وعيمته $d = 164.8 \text{ cm}$ وارتفاعه $h = 105.1 \text{ cm}$ خطرتاً من زاوية غلوية واحدة إلى الزاويتين المتقابلتين المتقابلتين ليتكون سطح مثلث الشكل، كما هو موضح في الشكل. تتزلق منقطة ورق كتلتها $m = 16.93 \text{ kg}$ على المنحدر من دون احتكاك. ما مقدار العجلة التي تتعرض لها منقطة الورق؟



4.40- يطفل قرد على لوح خشبي متصل بحبل يمر طرفه الأخر فوق فرع شجرة، كما هو موضح في الشكل. يمسك القرد الحبل ويحاول سحبها إلى أسفل. يبلغ مجموع كتلة القرد واللوح الخشبي 100 kg . افترض أنه يمكن إعمال الاحتكاك بين الحبل والفرع.
 (a) ما الحد الأدنى من القوة التي يحتاج القرد إلى بذلها ليرفع نفسه واللوح من فوق الأرض؟
 (b) ما مقدار القوة المتبولة اللازمة لتحريك القرد بمعدلة منجهة إلى أعلى تبلغ 2.45 m/s^2 ؟
 (c) اشرح كيف ستتغير الإجابات إذا قام قرد ثان على الأرض بشد الحبل بدلاً من ذلك.

4.6 القسم

4.41 مقعد رئيس البحارة عبارة عن جهاز يستخدمه رئيس البحارة لرفع نفسه إلى قمة الشراع الرئيسي للمسيحية. ويتكوّن الجهاز البسيط من مقعد وحبل كتلته يمكن إعمالها، وبكرات عديدة الاحتكاك متصلة بقمة الشراع الرئيسي. يمر الحبل على البكرات ويتصل أحد طرفيه بال مقعد بينما يمسك الطرف الآخر قيرف تنصه إلى أعلى. تبلغ الكتلة الكلية للمقعد ورئيس البحارة $M = 90.0 \text{ kg}$.
 (a) إذا كان رئيس البحارة يسحب نفسه إلى أعلى بسرعة ثابتة، فما مقدار القوة اللازمة ليمسحب الحبل؟
 (b) إذا غرّق رئيس البحارة بشكل متقطع، متناوباً إلى أعلى بمعدلة قصوى مقدارها 2.00 m/s^2 ، فما أقصى قدر من القوة اللازمة لمسحب الحبل؟

4.42 يوجد قالب جرانيت كتلته 3311 kg معلق على نظام بكرات كما هو موضح في الشكل. ويبلغ الحبل حول البكرات 6 مرات. فما القوة التي ستحتاجها لشد الحبل لحبل قالب الجرانيت بآثاراً؟

4.43 بعد الوصول إلى كوكب مكتشف حديثاً، أجرى فيضان سفينة الفضاء التنصيرية التالية حساب عجلة الجاذبية الخاصة بالكوكب، وضع كتلتين ذميتين 100.0 g و 200.0 g على جهاز أتود مسموح من خيط عميق الكتلة وبكرة عديمة الاحتكاك ثم قاس مدة $s = 152$ التي استغرقها كل كتلة لتتحرك 1.00 m من وضع السكون.
 (a) ما عجلة الجاذبية للكوكب؟
 (b) ما الشد في الخيط؟



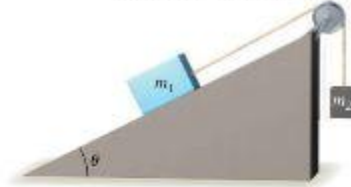
4.44- توجد لافتة منحدر كتلتها 4.25 kg معلقة بسلامين يسدح كل منهما زاوية $\theta = 42.4^\circ$ مع السقف. فما قوة الشد في كل سلك؟

4.45- يتزلق صندوق يرتفاح على سطح مائل بدون احتكاك. إذا غرّر الصندوق من وضع السكون ووصلت سرعته إلى 5.832 m/s بعد الانزلاق لمسافة 2.29 m ، فما زاوية ميل السطح بالنسبة إلى المستوى الأفقي؟

4.46- ترتبط حمولة من الطوب كتلتها $M = 200.0 \text{ kg}$ برافعة بواسطة حبل كتلته يمكن إعمالها وطوله يصل إلى $L = 3.00 \text{ m}$ ، وعندما يتدلى الحبل رأسياً إلى أسفل في بادئ الأمر، تنبسط القوالب مضافة أفقية $D = 150 \text{ m}$ عن الجدار الذي سيوضع عليه الطوب. ما مقدار القوة الأفقية التي يجب بذلها على حمولة الطوب (بدون تحريك الرافعة) حتى يستقر الطوب على الجدار مباشرة؟

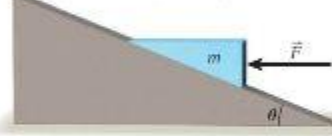


4.63- يبدأ منزلق الثلج بسرعة 2.00 m/s وينتهي المنزلج على المنحدر في خط مستقيم بزاوية 15.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. معامل الاحتكاك الحركي بين الزلاجة والجليد يساوي 0.100 ما سرعته بعد مرور 10.0 s ؟



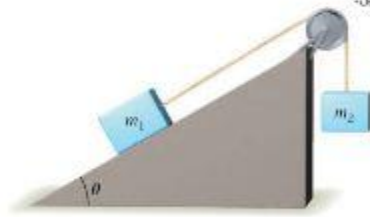
4.64- تُوضع قالب كتلته $m_1 = 219 \text{ kg}$ في وضع السكون على سطح مائل بزاوية 30.0° فوق المستوى الأفقي. وينسحب القالب بتأثير قوة كتلته $m_2 = 25.1 \text{ kg}$ بواسطة حبل وينتظم بكرات عدم الكلفة. كما هو موضح في الشكل. يبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين القلعة 1 والسطح المائل $\mu_s = 0.109$ و $\mu_k = 0.086$ على التوالي. إذا غررت القلعتان من وضع السكون، فكم سنبط إزاحة القلعة 2 في الاتجاه الرأسي بعد مرور 1.51 s استخدم أرقامًا موجبة للاتجاه إلى أعلى وأرقامًا سالبة للاتجاه إلى أسفل.

4.65- يوجد إسفين كتلته $m = 36.1 \text{ kg}$ على مستوى مائل بزاوية 21.3° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. وتدفع قوة قدرها $F = 302.3 \text{ N}$ الإسفين في الاتجاه الأفقي، كما هو موضح في الشكل. معامل الاحتكاك الحركي بين الإسفين والمستوى المائل يساوي 0.159 ما عجلة الإسفين على طول المستوى المائل؟



4.66- يوجد مقعد كتلته M في وضع السكون على أرض مسطوية بمعامل احتكاك سكوني $\mu_s = 0.560$ بين المقعد والأرض. ويرغب شخص في دفع المقعد على الأرض. فبدفع المقعد إلى أسفل بقوة F وبزاوية θ بالنسبة إلى المستوى الأفقي، ما أقل قيمة للزاوية θ التي لن يبدأ المقعد في الحركة على الأرض عندما زادت القوة F ؟

4.67- كما هو موضح في الشكل، قلابان كتلة كل منهما $m_1 = 250.0 \text{ g}$ و $m_2 = 500.0 \text{ g}$ مربوطان ببعضهما بشريط عدم الكلفة يمر على بكره عديدة الاحتكاك والكتلة يبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين القالب والمستوى المائل 0.250 و 0.123 على التوالي. وزاوية المائل 30.0° . وكان القلابان ساكنين مبتدئًا. (أ) في أي اتجاه يتحرك القلابان؟ (ب) ما عجلة القلابين؟



4.68- يوجد قالب كتلته $M = 500.0 \text{ g}$ ثابت على سطح طاولة أفقي. ويبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي 0.530 و 0.410 على التوالي على سطح التلامس بين الطاولة والقالب. دفعت قوة خارجية تبلغ 10.0 N القالب بزاوية θ مع المستوى الأفقي. (أ) ما الزاوية التي سنؤدي إلى وصول القلعة القصوى بالنسبة إلى قوة الدفع المحددة؟ (ب) ما العجلة القصوى؟

تمارين إضافية

4.69 كانت سيارة بدون نظام الكبح المانع للاعلاق تسير بسرعة 15.0 m/s عندما ضغط السائق بقوة على المكابح لينتج شكل مفاجئ. يبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين الإطارات والطريق 0.550 و 0.430 على التوالي. (أ) ما عجلة السيارة أثناء الفترة الزمنية بين الكبح والوقوف؟ (ب) كم المسافة التي قطعها السيارة قبل التوقف؟

4.53- توجد كتلة مكعبة كبيرة من الثلج $M = 64.0 \text{ kg}$ طول أضلاعها $L = 0.400 \text{ m}$ مثبتة على منحدر عدم الاحتكاك. ويوسع المنحدر زاوية 26.0° فوق المستوى الأفقي. بنيت مكعب الثلج في مكانه قبل كلفته يمكن إخمالتها وطوله m و L وينسحب الحبل بسطح المنحدر وبالطرف العلوي لمكعب الثلج. على مسافة L فوق سطح المنحدر. أوجد الشد في الحبل.

4.54- توجد كرة بولنج كتلتها $M_1 = 6.00 \text{ kg}$ في وضع السكون مبتدئًا على الجانب المنحدر من إسفين كتلته $M_2 = 9.00 \text{ kg}$ موضوح على أرض أفقية عديدة الاحتكاك. يميل جانب الإسفين بزاوية $\theta = 36.9^\circ$ فوق المستوى الأفقي.

(أ) ما مقدار القوة الأفقية التي يجب بذلها على كرة البولنج للإبقاء عليها على ارتفاع ثابت على المنحدر؟ (ب) ما مقدار عجلة الإسفين، في حالة عدم وجود قوة خارجية؟

القسم 4.7

4.55 يهدف لاعب قفز حر كتلته 82.3 kg (شاملة الملابس والمعدات) إلى أسفل عملاقًا يمتلئه حتى وصول إلى السرعة الحدية. يبلغ معامل السحب 0.533 ومساحة المقلة 20.11 m^2 . علمًا بأن كثافة الهواء 1.14 kg/m^3 . فما قوة سحب الهواء له؟

4.56 الزمن الذي استغرقته سيارة سباق السرعة القصوى للبدء من وضع السكون والسير في خط مستقيم لمسافة 402 m هي 4.441 s . أوجد معامل الاحتكاك الأدنى بين الإطارات والتمساح اللازم لتحقيق هذه النتيجة. (لاحظ أنه يمكن التوصل إلى معامل الاحتكاك الأدنى من افتراض سيطر بأن سيارة السباق تتسارع بمجلة ثابتة في هذه المسافة، وتتجاهل القوى المنجبة إلى أسفل بسبب الأجنحة وأشباه الادمج).

4.57 توجد مجموعة محرك كتلتها M على سطح شاحنة بيك أب تسير في خط مستقيم على طريق مسطح بسرعة ابتدائية 30.0 m/s يساوي معامل الاحتكاك السكوني بين المجموعة والسطح $\mu_s = 0.540$. فما أوجد أقل مسافة يمكن أن تسير الشاحنة خلالها إلى حالة التوقف من دون انزلاق مجموعة المحرك باتجاه المقصود.

4.58- يوجد صندوق كتب في وضع السكون مبتدئًا على مسافة $D = 0.540 \text{ m}$ من نهاية لوح خشبي. معامل الاحتكاك السكوني بين الصندوق واللوح $\mu_s = 0.320$ ومعامل الاحتكاك الحركي $\mu_k = 0.250$. فما تزداد زاوية اللوح ببطء، حتى يبدأ الصندوق في الانزلاق، ثم يتوقف اللوح عند هذه الزاوية. أوجد سرعة الصندوق عندما يصل إلى نهاية اللوح الخشبي.

4.59- يوجد قالب كتلته $M_1 = 0.640 \text{ kg}$ في وضع السكون مبتدئًا على عربة كتلتها $M_2 = 0.320 \text{ kg}$ وتتدفق العربة ساكنة مبتدئًا على مسار هوائي مسطح. يبلغ الاحتكاك السكوني بين القالب والعربة $\mu_s = 0.620$ ، ولكن لا يوجد بالأساس احتكاك بين المسار الهوائي والعربة. تتسارع العربة بفعل قوة مقدارها F موازية للمسار الهوائي. أوجد القيمة القصوى للقوة F التي تسمح للقلعة بالتسارع مع العربة دون الانزلاق على سطح العربة.

القسم 4.8

4.60 تستخدم مرشحات القهوة بشكل يحاكي مقلات هبوط صغيرة بقوة سحب تتناسب مع مربع السرعة المنجبة، $F_{\text{drag}} = Kv^2$. يسير مرشح قهوة بعد إسقاطه من ارتفاع 2.00 m إلى الأرض في زمن 3.00 s . وعند ضم مرشح قهوة ثانٍ إلى الأول، ظل معامل السحب كما هو ولكن الوزن تضاعف. أوجد الزمن الذي يستغرقه مرشحًا القهوة الجُمعان للوصول إلى الأرض. (تجاهل المدة القصيرة التي استغرقها المرشحان في التسارع للوصول إلى سرعتيهما الحديتين).

4.61 لديك ثلاثة كرات كتلتها 112.2 kg ، عا فيها من طعام. وتقف في وسط مطبخك. ولكنك تحتاج إلى نقلها. يبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين الثلاثة وبلاط الأرضية 0.460 و 0.370 على التوالي. ما مقدار قوة الاحتكاك المؤثرة في الثلاثة، إذا دفعنا أفقياً بقوة لكل مقدار؟

(أ) 300.0 N (ب) 500.0 N (ج) 700.0 N
4.62- على مرتفع التزلج في منتجع تزلج، يستخدم حبل سحب لصحب التزلجين إلى أعلى التل بسرعة ثابتة قدرها 1.74 m/s . بشكل منحدر التل زاوية 12.4° بالنسبة إلى المستوى الأفقي. ويُسحب طفل ليعمد التل. يبلغ معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين مزلفة الطفل والجليد 0.152 و 0.104 على التوالي، وتبلغ كتلة الطفل 62.4 kg شاملة للباس والمعدات، فما القوة التي يجب أن تؤثر عبر حبل السحب لسحب الطفل؟

4.80- قالب كتلته 2.00 kg على مستوى يميل بزواوية 20.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي، معامل الاحتكاك السكوني بين القالب والمستوى هو 0.600 .

- (a) كم عدد القوى المؤثرة في القالب؟
(b) ما القوة المبهودية؟

(c) هل يتحرك هذا القالب؟ اشرح.

4.81- قالب كتلته 5.00 kg يتزلق بسرعة منجبهة ثابتة إلى أسفل مستوى مائل يسع زاوية قدرها 37.0° بالنسبة إلى المستوى الأفقي.

- (a) احسب قوة الاحتكاك؟
(b) احسب معامل الاحتكاك الحركي؟

4.82- لاعب قذف حر كتلته 83.7 kg (شاملة للباس والمعدات) يسقط في وضع عمود الساقين والذراعين، ويوصل إلى سرعة الخلفية يبلغ معامل السحب له 0.587 ، ومساحة سطحه المعرضة لتيار الهواء هي 1.035 m^2 . احسب لمدة الزمنية التي يستغرقها ليستقر مسافة رأسية قدرها 296.7 m (علماً بأن كثافة الهواء 1.14 kg/m^3).

4.83- كتاب قديم كتلته 0.500 kg معلق من سلكين عديين الكتلة لهما الطول نفسه متصلين بالسقف. تم قياس الشد في كل سلك فكان 15.4 N . احسب زاوية السلكين مع المستوى الأفقي؟

4.84- في الشكل، عمل قوة خارجية F عملاً كائناً كتلته 500 g في وضع ثابت. الزاوية التي يستقرها الحبل عند الكتلة مع العمود الرأسي هي 30.0° .

- (a) احسب قيمة F ، القوة اللازمة للحفاظ على الاتزان؟
(b) ما الشد في الحبل؟

4.85- في سف الفيزياء التراسي، تم تعليق كرة تنس مطولة كتلتها 2.70 kg بحيث عند الكتلة، يشكل الحبل زاوية قدرها 15.0° مع العمود الرأسي.

عند نزع الهواء أفقياً على الكرة بسرعة 20.5 m/s افترض أن قوة الاحتكاك تتناسب مع السرعة المربعة لتيار الهواء.

- (a) احسب ثابت التناسب في هذه التجربة؟
(b) ما الشد في الحبل؟

4.86- سلك منتهي السفر ذو هيكل أحادي البعد (تقريباً) يقطر حوالي بضعة نانومتر. افترض أن سلكاً منتهي السفر مقوله 100.0 nm مصنوع من السليكون النقي (كثافة السليكون 2.33 g/cm^3) يقطر 5.00 nm هذا السلك منتهي السفر متصل بقمة ومدق لا تسفل رأسياً بفعل قوة الجاذبية.

- (a) ما الشد في القمة؟
(b) ما الشد في المنتصف؟

(ملاحظة: تعامل مع السلك منتهي السفر على أنه أسطوانة قطرها 5.00 nm ومطولها 100.0 nm ، مصنوعة من السليكون).

4.87- ذليان متراسان على مطولة عديدة الاحتكاك. تم بذل قوة أفقية F على القالب العلوي (القالب A). كتلتها $m_1 = 2.50 \text{ kg}$ و $m_2 = 3.75 \text{ kg}$ ، معامل الاحتكاك السكوني والحركي بين القالبين هما 0.456 و 0.380 ، على التوالي.

- (a) احسب أقصى قوة يمكن بذلها F بحيث لا يتزلق m_1 خارج m_2 ؟
(b) ما العجلة لكل من m_1 و m_2 عند بذل قوة مقدارها $F = 24.5 \text{ N}$ على m_1 ؟

4.88- ذليان (كتلتيهما $m_1 = 1.23 \text{ kg}$ و $m_2 = 2.46 \text{ kg}$) ملتصقان ببعضهما ويتحركان إلى أسفل على مستوى مائل، زاوية قدرها 40.0° بالنسبة إلى العمود الأفقي، كلا القالبين مسنقر بشكل مسنوع على المستوى المائل، معامل الاحتكاك الحركي هما 0.23 و 0.35 في m_2 و m_1 ، ما عجلة القالبين؟

4.89- قالب رخام كتلته 567.1 kg وقالب جرانيت كتلته 266.4 kg متصلان ببعضهما بحبل يمر على بكر، كما هو موضح في الشكل. يقع كل من القالبين على مسنوعين مائلين، بزواويتين 39.3° و 53.2° ، تم تحريك كلا القالبين دون احتكاك، ويتزلق الحبل على البكرة دون احتكاك. ما عجلة قالب الرخام؟ لا تنس أن اتجاه x الموجب مطار إليه في الشكل.

4.70- يتصل قالب كتلته (M_1) 2.00 kg بقالب كتلته (M_2) 6.00 kg بواسطة خيط عند الكتلة، وتؤثر القوتان الجذولتان $F_1 = 10.0 \text{ N}$ و $F_2 = 5.00 \text{ N}$ في القالبين، كما هو موضح في الشكل.

(a) ما عجلة القالبين؟
(b) ما الشد في الخيط؟
(c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1 ؟ (يكتك تعامل الاحتكاك بين القالبين والطلاء).

- (a) ما عجلة القالبين؟
(b) ما الشد في الخيط؟
(c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1 ؟ (يكتك تعامل الاحتكاك بين القالبين والطلاء).

(a) ما عجلة القالبين؟
(b) ما الشد في الخيط؟
(c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1 ؟ (يكتك تعامل الاحتكاك بين القالبين والطلاء).

(a) ما عجلة القالبين؟
(b) ما الشد في الخيط؟
(c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1 ؟ (يكتك تعامل الاحتكاك بين القالبين والطلاء).

- (a) ما عجلة القالبين؟
(b) ما الشد في الخيط؟
(c) ما محصلة القوة المؤثرة في الكتلة M_1 ؟ (يكتك تعامل الاحتكاك بين القالبين والطلاء).

4.71- يحتوي مسند على كتلتين، تربطت الكتلة $M_1 = 2.00 \text{ kg}$ بسقف المسند بخيط (الخيط 1)، وربطت الكتلة $M_2 = 4.00 \text{ kg}$ بالكتلة 1 من أسفل بخيط مائل (الخيط 2).

(a) أوجد الشد في الخيط 1 (T_1) إذا كان المسند يتحرك إلى أعلى بسرعة متجهة ثابتة $v = 3.00 \text{ m/s}$.

(b) أوجد T_1 إذا كان المسند يتسارع إلى أعلى بعجلة قيمتها $a = 3.00 \text{ m/s}^2$.

4.72- احسب معامل الاحتكاك اللازم لإيقاف قرس هوكي يتزلق بسرعة ابتدائية 12.5 m/s لمسافة قدرها 60.5 m .

4.73- زئيرك ذو كتلة يمكن إهمالها متصل بسقف مسند عندما يتوقف المسند في الدور الأول، يتم توصيل كتلة M بالزئيرك، ويتبدد الزئيرك لمسافة D حتى تسبح الكتلة في حالة اتزان. عندما يبدأ المسند في الارتفاع إلى الدور الثاني، يتبدد الزئيرك مسافة أخرى قدرها $D/4$. احسب قيمة عجلة المسند؟ افترض أن القوة التي يؤثرها الزئيرك تتناسب خطياً مع المسافة التي يتمدها الزئيرك.

4.74- رافعة كتلتها $M = 100 \times 10^4 \text{ kg}$ ترفع كرة هدم كتلتها $m = 1200 \text{ kg}$ إلى أعلى مباشرة.

(a) أوجد مقدار القوة العمودية التي تتبناها الأرض على الرافعة أثناء تحرك كرة الهمم إلى أعلى بسرعة ثابتة قدرها $v = 1.00 \text{ m/s}$.

(b) أوجد مقدار القوة العمودية إذا تسببت الحركة الملوثة لكرة الهمم بعمل ثابت من سرعتها الابتدائية $v = 1.00 \text{ m/s}$ لتتوقف خلال مسافة $D = 0.250 \text{ m}$.

4.75- قالب كتلته 20.0 kg مدموم بكبل رأسي عند الكتلة في وضع السكون مبتدئاً. احسب الشد في الكبل؟

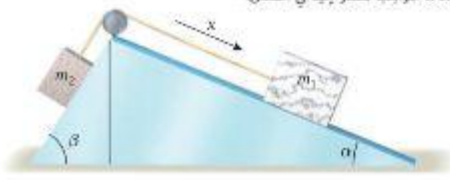
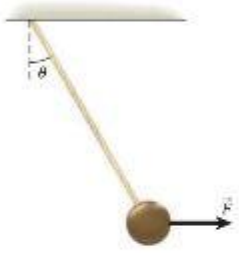
(a) ما محصلة القوة التي تؤثر في الكتلة؟
(b) ما سرعة القالب بعد انتقاله مسافة قدرها 2.00 m ؟

4.76- ثلاثة قوالب متماثلة A و B و C على مطولة أفقية عديدة الاحتكاك. تتصل القوالب بخيوط ذات كتلة يمكن إهمالها، مع وجود القالب B بين القالبين الآخرين. إذا تم سحب القالب C أفقياً بقوة مقدارها $F = 12.0 \text{ N}$ ، فأوجد الشد في الخيط بين القالبين B و C.

4.77- ذليان أحدهما كتلته $m_1 = 3.00 \text{ kg}$ والآخر كتلته $m_2 = 4.00 \text{ kg}$ معلقان بخيط عند الكتلة على بكر، كما هو موضح في الشكل. ما عجلة القالبين؟

4.78- ذليان كتلتها m_1 و m_2 معلقان بخيط عند الكتلة على بكر، كما هو موضح في الشكل. ما عجلة القالبين؟

4.79- جرار يصحب مزقة كتلتها $M = 1000 \text{ kg}$ على أرض مسنوعة، معامل الاحتكاك الحركي بين المزقة والأرض هو $\mu_k = 0.600$ ، يصحب الجرار المزقة بحبل متصل بها بزواوية $\theta = 30.0^\circ$ أعلى من المستوى الأفقي، ما مقدار الشد في الحبل اللازم لتحريك المزقة أفقياً بعجلة قدرها $a = 2.00 \text{ m/s}^2$ ؟



4.93- حذبة وزنها $Mg = 450 \text{ N}$ ، لم سحب N باستخدام رباط صغير على أرض مسنوية. معامل الاحتكاك الحركي بين الحذبة والأرض هو $\mu_k = 0.640$.
 (a) أوجد الزاوية المثلى للرباط فوق المستوى الأفقي. أعتد الزاوية المثلى من القوة اللازمة لسحب الحذبة بسرعة ثابتة.
 (b) احسب الحد الأدنى للشد في الرباط اللازم لسحب الحذبة بسرعة ثابتة.

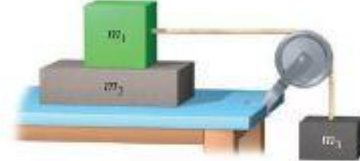
4.94- كما هو موضح في الشكل، ذائب كتلته $M_1 = 0.450 \text{ kg}$ في وضع السكون مبدئياً على لوح كتلته $M_2 = 0.820 \text{ kg}$ ، واللوح في وضع السكون مبدئياً على طاولة مسنوية. يوجد خيط كتلته يمكن إهماله متصل باللوح، يمر على بكر عديمة الاحتكاك على حافة الطاولة، ويمتد بكتلة معلقة M_3 . يستقر القالب على اللوح ولكنه غير مربوط بالخيط، ومن ثم فإن الاحتكاك يمثل قوة أفقية فقط على القالب. معامل الاحتكاك الحركي للوح قدره $\mu_k = 0.340$ ومعامل الاحتكاك السكوني قدره $\mu_s = 0.560$ مع كل من الطاولة والقالب. عند تحرير M_3 تصبح الخيط وتنسحب في شراع اللوح، الذي ينسحب بدوره في شراع القالب. احسب أقصى كتلة تعلقها M_3 وتصبح القالب بأن يتسارع مع اللوح، دون أن يتحرك خارج اللوح.



4.95- كما هو موضح في شكل المسألة 4.94، ذائب كتلته $M_1 = 0.250 \text{ kg}$ في وضع السكون مبدئياً على لوح كتلته $M_2 = 0.420 \text{ kg}$ ، واللوح في وضع السكون مبدئياً على طاولة مسنوية. يوجد خيط كتلته يمكن إهماله متصل باللوح، يمر على بكر عديمة الاحتكاك على حافة الطاولة، ويمتد بكتلة معلقة $M_3 = 1.80 \text{ kg}$. يستقر القالب على اللوح ولكنه غير مربوط بالخيط، ومن ثم فإن الاحتكاك يمثل قوة أفقية فقط على القالب. معامل الاحتكاك الحركي للوح قدره $\mu_k = 0.340$ مع كل من الطاولة والقالب. عند تحريرها، تنسحب M_3 الخيط الذي يسرع اللوح بسرعة شديدة بحيث يبدأ القالب بالانزلاق على اللوح. قبل انزلاق القالب على اللوح،
 (a) أوجد مقدار عجلة القالب.
 (b) أوجد مقدار عجلة اللوح.

4.90- ذائب رخام كتلته $m_1 = 559.1 \text{ kg}$ وذائب جرانيت كتلته $m_2 = 128.4 \text{ kg}$ متصلان ببعضهما البعض على بكر على بكر كما هو موضح في الشكل في المسألة 4.89. يقع كل من القالبين على مسنوبين متوازيين بزاويتين $\alpha = 38.3^\circ$ و $\beta = 57.2^\circ$ ، إذ يتحرك الخيط على البكرة دون احتكاك، ولكن معامل الاحتكاك بين القالب 1 والمستوى المائل هو $\mu_k = 0.130$ وبين القالب 2 والمستوى المائل هو $\mu_k = 0.310$ (للتبسيط، افترض أن معاملي الاحتكاك السكوني والحركي متساويان في كل حالة). ما عجلة ذائب الرخام؟ لاحظ أن اتجاه x الموجب مشاف إلى في الشكل.

4.91- كما هو موضح في الشكل، توجد كتلتان $m_1 = 3.50 \text{ kg}$ و $m_2 = 5.00 \text{ kg}$ على سطح طاولة عديم الاحتكاك وتوجد كتلة $m_3 = 7.60 \text{ kg}$ معلقة في m_2 معاملي الاحتكاك السكوني والحركي بين m_1 و m_2 هما 0.600 و 0.500 على التوالي.
 (a) ما عجلة m_1 و m_2 ؟
 (b) ما الشد في الخيط بين m_1 و m_2 ؟



4.92- ذائب كتلته $m_1 = 2.30 \text{ kg}$ تُوضع أمام ذائب كتلته $m_2 = 5.20 \text{ kg}$ كما هو موضح في الشكل. معامل الاحتكاك السكوني بين m_1 و m_2 هو 0.65 ، ويوجد احتكاك يمكن إهماله بين القالب الأكبر وسطح الطاولة.

(a) ما القوى المؤثرة في m_1 ؟
 (b) ما الحد الأدنى للقوة الخارجية F التي يمكن بثها على m_2 بحيث لا يسقط m_1 ؟
 (c) ما قوة التماس بين m_1 و m_2 ؟
 (d) احسب محصلة القوة المؤثرة في m_2 عند بذل القوة المذكورة في الجزء (b).



تأارين معطيات متعددة

4.98 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 15.17 \text{ N}$ في القالب 2، وكان الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين هو 4.915 N . احسب كتلة القالب 2؟
 4.99 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 12.61 \text{ N}$ في القالب 2، احسب الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين؟
 4.97 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 13.89 \text{ N}$ في القالب 2، وكان الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين هو 4.094 N . أوجد كتلة القالب 1؟

4.96 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 12.61 \text{ N}$ في القالب 2، احسب الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين؟
 4.97 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 13.89 \text{ N}$ في القالب 2، وكان الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين هو 4.094 N . أوجد كتلة القالب 1؟

4.96 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 12.61 \text{ N}$ في القالب 2، احسب الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين؟
 4.97 ذائبان متصلان ببعضهما البعض على سطح طاولة أفقي عديم الاحتكاك. أثرت قوة خارجية أفقية قدرها $F = 13.89 \text{ N}$ في القالب 2، وكان الشد في الخيط الذي يصل بين القالبين هو 4.094 N . أوجد كتلة القالب 1؟