Reality and Time and Fundamental Physics

Book · December 2018

1 author:

Badis Ydri
Badji Mokhtar - Annaba University

الواقع و الزمن و الفيزياء الاساسية

باديس يدري

معهد الفيزياء, جامعة عنابة, الجزائر

2018

الي روح الاب الكريم
ساعد يدري
1943 – 2015

المحتويات

القسم I

الواقع و الزمن

باب 1

أسس و فلسفة الميكانيك الكمومى

1.1 الميكانيك الكلاسيكى

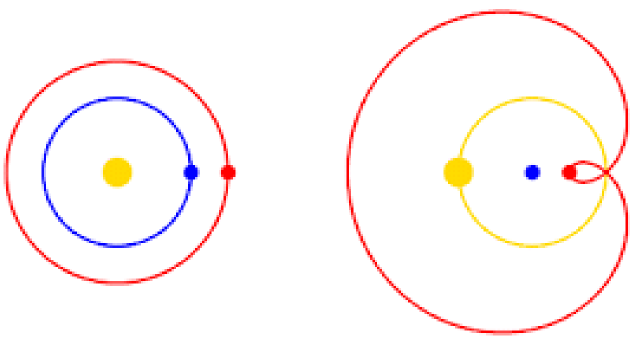
1.1.1 اول ثورة فى العلم: ثورة كوبرنيكوس

اول الثورات فى الفيزياء بالمعنى الحقيقى للكلمة قام بها الفيزيائى البولونى-الالمانى نيكولوس كوبرنيكوس Nicolaus Copernicus وهى بكل بساطة تتلخص فى القول بأن الارض هى التى يجب ان تدور حول الشمس و ليس العكس كما فى النموذج القديم المسمى بالنموذج البطلمى Ptolemaic model الهيلينى.

النموذج البطلمى كان قد انتقده من قبل الفيلسوف الاسلامى الشيخ الشارح ابن رشد و كان كوبرنيكوس على دراية بهذا الامر. و كان ايضا هناك تأثير واضح على كوبرنيكوس من قبل الفلكين المسلمين ابن الشاطر و مؤيد الدين العرضى.

فى الصورة ادناه نقارن بين النموذج القديم الارضى-المركزى geocentrique و النموذج الصحيح الشمسى-المركزى heliocentrique. انظروا الى حركة المريخ -اللون الاحمر- فى حالة النموذج الارضى-المركزى و التى كانت ضد المعطيات الفلكية وهو ما دفع كوبرنيكوس الى النموذج الشمسى-المركزى. هذه هى احدى ابسط و انجح النظريات الفيزيائية.

هذه الثورة اكملها بعد كوبرنيكوس الفيزيائى الدنماركى تيكو برا Tycho Brahe ثم الالمانى يوهان كيبلر Johannes Kepler ثم الايطالى غاليليو غاليلي Galileo Galilei ثم انهاها الانجليزي اسحاق نيوتن Isaac Newton بكتابه البرنسيبيا Principia اول كتاب فى الفيزياء و الفيزياء النظرية.



شكل 1.1: صورة مأخوذة من ويكيبيديا.

2.1.1 الفيزياء الكلاسيكية

عندما نتكلم عن الفيزياء الكمومية فاننا نتكلم عنها فى مقابل الفيزياء الكلاسيكية. اذن علينا ان نفهم بالضبط ماهى الفيزياء الكلاسيكية قبل ان نبدأ محاولتنا لفهم الفيزياء الكمومية.

الفيزياء الكلاسيكية تبدأ بقوانين نيوتن. أشهر و ربما اقدم قوانين الفيزياء على الاطلاق هو قانون الجذب العام لنيوتن الذى ينص على أن القوة بين كتلتين m_1 و m_2 تبعدان عن بعضهما البعض مسافة d تتناسب عكسا مع مربع المسافة اى مع d^2. نكتب هذا القانون بدلالة ثابت التجاذب العام لنيوتن G على الشكل

$$F = G\frac{m_1m_2}{d^2}.$$

اذن اخترع نيوتن معادلاته, ثم قتل الميكانيك بحثا بعده لمدة قرن من الزمان, حيث ربما لم تكن هناك وضعية ميكانيكية لم يفكر فيها الناس. ثم جاء لاغرانج Lagrange, ولأنه لم يولد يائسا و واقع حاله يقول: هذا امر انتهى وقد قُتل دراسة ويستحيل أن أكتشف شيئا جديدا فقد سبقنى كل هؤلاء الأذكياء, و على فقط ان اكتفى بالمشاركة بحل مسألة ميكانيكية اخرى مثلهم. هو لم يفكر أبدا هكذا. هذه السلبية و القابلية للفشل لا يتميز بها هؤلاء الاوروبيين. بل هو كان ايجابيا كغيره من الاوروبيين. فقد قال او واقع حاله قال: معادلات نيوتن لا يمكن أن تكون هى نهاية الميكانيك, لا بد أن يكون هناك وصف اكثر عمومية و اكثر اساسية. اذن ما هو الاساس الهندسي الذى تقوم عليه هذه المعادلات؟ واجتهد فى البحث عن الحل فوجد الحل. وجد ما يسمى بمعادلات لاغرانج للحركة التى تكتب بدلالة دالة تسمى اللاغرانجية L التى تعطى بالفرق بين الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة. هذه الدالة تتعلق بالموضع الذى نرمز له ب q و بالسرعة التى نرمز لها ب $\dot{q}$ و اما معادلة لاغرانج فتعطى بدلالة اللاغرانجية بالمعادلة

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

هذه المعادلات هى ليست فقط مكافئة لمعادلات نيوتن, بل هى أعم معادلات حركة معروفة للانسان, تطبق على كل الجمل الميكانيكية, و الكهرومغناطيسية, و النووية, و الكوسمولوجية, وحتى الجمل الفيزيائية الافتراضية بدون استثناء.

لكن لم ينته الميكانيك!

عندما جاء هاميلتون Hamilton لم يردعه الانجاز التاريخى لنيوتن, و لا الانجاز التالى للاغرانج الذى لا يقل تاريخية, ووجد بكل بساطة هو الآخر معادلاته للحركة المعروفة اليوم باسمه. هؤلاء الاوروبيون لا يردعهم فعلا اى شئ. هذه المعادلات تكتب بدلالة دالة تسمى الهاميلتونية H التى تساوى الطاقة الكلية للجملة اى الطاقة الحركية زائد الطاقة الكامنة. هذه الدالة تتعلق بالموضع q و بكمية الحركة التى نرمز لها ب p وأما معادلات هاميلتون فتأخذ بدلالة الهاميلتونية الشكل

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -\dot{q} \ , \ \frac{\partial H}{\partial p} = \dot{q}.$$

لكن الفيزياء الكلاسيكية لاتحتوى فقط على الميكانيك.

هناك ايضا الترموديناميك الذى يدخل بشكل أكيد فى مجال الفيزياء الكلاسيكية وهو احد اعظم فروعها. وكمثال على قوانينه نأخذ قانون الغاز المثالى. الغاز المثالى هو الغاز الذى تكون درجة حرارته T غير قريبة من الصفر المطلق و ضغطه P غير مرتفع و بالتالى فان التفاعلات بين جزيئاته تكون مهملة. هذا القانون (والذى يسمى ايضا بمعادلة حالة الغاز) يعطى بالعلاقة

$$PV = nRT.$$

فى هذه المعادلة V هو حجم الغاز و n هو عدد مولات الغاز (حيث ان المول يحتوى على عدد افوغادرو Avogadro من الجسيمات) و R هو ثابت الغاز.

وعلينا الاشارة هنا و لو باقتضاب ان الترموديناميك يحتوى ايضا على واحد من اعظم القوانين الفيزيائية قاطبة ألا و هو المبدأ الثانى للترموديناميك الذى ينص على ضرورة التزايد المستمر فى الزمن لما يسمى الانتروبى. وسنرجع الى هذا الموضوع الحيوى بتفاصيل اكثر فى مواضعها من الكتاب ان شاء الله.

الفيزياء الكلاسيكية تحتوى بالاضافة الى الميكانيك و الترموديناميك على أمور أخرى عظيمة. هناك مثلا معادلات ماكسويل Maxwell للكهرباء و المغناطيسية و هى ايضا من اعظم قوانين الفيزياء الكلاسيكية على الاطلاق.

هذه المعادلات تسمح لنا بحساب الحقل الكهربائى $\vec{E}$ و الحقل المغناطيسى $\vec{B}$ الذى تولده شحنة كهربائية ρ و تيار كهربائى $\vec{J}$ فى اى نقطة من الفضاء و فى اى لحظة من الزمن t. هذه المعادلات كما نعرفها اليوم تصف ايضا الضوء. اذن ماكسويل بمعادلاته وحد

الكهرباء و المغناطيسية و الضوء فى بناء كلاسيكى واحد يعرف اليوم باسم الالكتروديناميك الكلاسيكى classical electrodynamics او الكهرومغناطيسية. و هناك بالضبط اربعة معادلات لماكسويل تعطى بالمعادلات

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$
$$\vec{\nabla}.\vec{E} = 4\pi\rho$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}.$$

فى المعادلات اعلاه c هى سرعة الضوء و $\vec{\nabla}$ هو مؤثر الاشتقاق الشعاعى و $\times$ هو الجداء الشعاعى و . هو الجداء السلمى.
و ايضا من فروع الفيزياء الكلاسيكية يجب ان نذكر النسبية الخاصة لاينشتاين و كذلك نسبيته العامة لكن نترك شرح ذلك لفرصة قادمة ان شاء الله.

3.1.1 فلسفة الميكانيك الكلاسيكى

اذن الميكانيك الكلاسيكى هو قوانين نيوتن للحركة و قانونه للجذب العام التى وضعها فى اواخر ال 1600 فى كتابه التاريخى الطفرة البرنسيبيا. والميكانيك الكلاسيكى هو ايضا كل القوانين و الصياغات الميكانيكية التى تلت عمل نيوتن و نخص بالذكر عمل اولر Euler و صياغة لاغرانج و كذلك صياغة هاميلتون. والميكانيك الكلاسيكى يضم ايضا بين جنباته كل القوانين الضوئية و الكهربائية و المغناطيسية التى لخصها ماكسويل فى معادلاته. والميكانيك الكلاسيكى يضم ايضا بين جنباته كل الترموديناميك و الفيزياء الاحصائية التى ابتدأها وانهاها بولتزمان Boltzmann ثالث الفيزياء. والميكانيك الكلاسيكى يضم رسميا ايضا بين جنباته النسبية بنوعيها الخاص (الذى لا يحتوى على ثقالة ويهتم فقط بالبنية السببية للفضاء-زمن) و العام (الذى يحتوى على تأثير الثقالة و اعادة فهمها على انها الانحناء فى هندسة الفضاء-زمن) لصاحبهما اينشتاين Einsetin ثانى الفيزياء.
اذن الميكانيك الكلاسيكى يحتوى على كل تلك الفيزياء العميقة و التى يتطلب تفصيلها سنوات من الدراسة و التدريس.
والميكانيك الكلاسيكى هو بالضبط كلاسيكى لانه ليس كمومى. وهو كلاسيكى بمعنى انه عقلانى يخضع للمنطق الارسطى و كل انواع المنطق التى تلته و التى تنطلق من المنطق الارسطى. لكن اهم ما فى الميكانيك الكلاسيكى فلسفته و رؤيته للواقع و الوجود و الكون و الانسان التى تتلخص فى النقاط الستة التالية:

1. - اولا الميكانيك الكلاسيكى يصف عالما حتميا deterministic بمعنى انه اذا اعطيت القوى التى تؤثر على الجملة و اعطيت الشروط الابتدائية للانطلاق فان تطور و تصرف الجملة فى الزمن يمكن حسابه و التنبأ به بدقة فى كل الازمنة المستقبلية اللاحقة.

2. -ثانيا الميكانيك الكلاسيكى يصف عالما موضعيا local بمعنى ان التأثير فى نقطة معينة بقوة ينتشر بسرعة محدودة الى النقاط الاخرى البعيدة فى الفضاء-زمن.

3. -ثالثا لا يلعب الرصد او القياس او المشاهدة measurement اى دور تماما فى الميكانيك الكلاسيكى. فالعالم او اى جملة فيزيائية هو/هى موجود(ة) بغض النظر عن رصدنا اياه(ا) من عدمه.

4. -رابعا لا يلعب عقل او وعى الراصد اى دور فى الميكانيك الكلاسيكى. اذن بالاضافة الى كون فعل الرصد غير مهم فى وجود العالم او الجملة من عدمه(ا), فان عقل الراصد او وعيه من عدمه(ا) ليس له اى تأثير بالمرة فى عملية الرصد. فالرصد الكلاسيكى يتم بوجود الوعى او بدونه.

   ولهذا السبب فان العلم معتمدا على الفيزياء يعتقد جازما بالجسمانية physicalism التى تنص فقط على وجود و احادية المادة و ان العقل غير موجود او انه يجبا ان يُختزل الى المادة.

   اذن كما ترون فان السبب وراء الجسمانية ليس فعلا لان الفيزياء الكلاسيكية تقول ان العقليات يجب اختزالها للماديات لكن السبب الحقيقى ان الفيزياء الكلاسيكية لا تحتاج للعقليات اصلا فى صياغتها و وصفها.

5. -خامسا العالم و الانسان هى اشياء تُعرف knowable فى الميكانيك الكلاسيكى بمعنى انها موضوع للمعرفة و ان العقل يمكن ان يصل الى معرفتها و فهمها تماما. اذن ليس هناك مجال للغمائضية فى الميكانيك الكلاسيكى.

6. -سادسا العالم فى الميكانيك الكمومى مغلق سببيا causally closed وهذا يتضح تماما من جهة انه لا يعترف بالعقل كجوهر مختلف عن جوهر المادة. فقط فى النظرات التى تحتوى على جوهرين منفصلين يمكن تهديد خاصية ضرورة انغلاق السببية فى الواقع.

عندما نذهب الى الميكانيك الكمومى عن طريق تعويض الاعداد المستعملة فى الميكانيك الكلاسيكى بمصفوفات و مؤثرات فان كل خاصية من الخاصيات الستة اعلاه تسقط و تصبح مختلفة جذريا. ولربما هذه افضل طريقة فى تقديم الميكانيك الكمومى.

4.1.1 الثورات الاربعة

ثورة كوبرنيكوس فى الفيزياء-و-العلم هى اذن اول الثورات و ابسطها. فان كوبرنيكوس قال ان الارض هى التى تدور حول الشمس و ليس كما قال بطليموس قبله ب 2000 سنة ان الارض ثابتة و الشمس و غيرها تدور حولها. هذه الثورة الكوبرنيكوسية هى ثورة الفيزياء-و-العلم و رغم انها حلت صراحة كل مشاكل الفلك الا انها لم تُقبل من طرف الكنيسة و غيرها لقرون بعدها حتى تم تحييد الكنيسة بالكامل من الحياة العامة و خاصة الحياة العلمية.

ثم جاءت بعدها ثورة نيوتن فى الفيزياء النظرية و فى الفيزياء. فهو اول من استعمل الرياضيات لضبط الفيزياء و لضبط حركة الارض حول الشمس ضبطا رياضيا كاملا و ليس فقط ضبط مشاهدة. و اكمل ثورته غيره و بخاصة اولر و لاغرانج و هاميلتون.

وبعدهما جاءت ثورة كوبرنيكوس ثانية لكن هذه المرة فى الفلسفة على يد كانط الذى قال ان كل ما يمكن ان نعرفه عن العالم الخارجى هى المظاهر و ليست البواطن و ان الاستعراف -اى ملكة المعرفة فى العقل- هو الذى يحدد هذه المظاهر و ليس العكس. او على الاقل هو يشارك مشاركة فعالة فى تحديدها. فمثلما ان الارض هى التى تدور حول الشمس و ليس العكس فان الاستعراف هو الذى يدور -اى يحدد- العالم الخارجى و ليس العكس. فكانت هذه ثورة الفلسفة الارسطية-الافلاطونية الوحيدة منذ ارسطو و افلاطون. لكن لم ينتبه احد -او هكذا يبدو- فى العلم و الفيزياء و الفيزياء النظرية لهذه الثورة الكوبرنيكوسية فى الفلسفة.

ثم جاءت فى بداية القرن الماضى ثورة الميكانيك الكمومى فى الفيزياء النظرية-و-الفلسفة. هذا الميكانيك الثورى الذى عاود و ادخل العقل و جعل له دور فى وصف العالم الخارجى وتحداه تحديا لم يُتحدى العقل من قبله ابدا. وهو بالاضافة الى هذا ثورة فى الفيزياء ككل لانه ثورة فى كل المفاهيم و التوقعات الفيزيائية التى كانت قبله. ويمكن القول ان فعل الرصد الكمومى هو بالضبط النص على ان الرصد هو ما يُحدد العالم و ليس العكس. وهذه قالها صراحة ويلر Wheeler -لكن تقولها المدرسة الارثوذكسية لكوبنهاغن تلميحا- لكن لم نسمع ابدا من عقد المقارنة بين تقرير كانط ان الاستعراف هو الذى يحدد المظاهر اى العالم الخارجى و تقرير الميكانيك الكمومى ان الرصد هو الذى يحدد المرصود. أليست هى نفس القضية؟

ثم جاءت ثورة رابعة اضافية من رحم الميكانيك الكمومى نفسه لتزعزع ثقة العقل فى نفسه اكثر. فالميكانيك الكمومى يحتوى على مبرهنة تسمى مبرهة بال Bell هى ربما اعظم مبرهنة فى الفيزياء -ذهب احدهم ابعد من هذا و قال هى اعظم مبرهنة فى العلم و قد يكون هذا ايضا صحيحا- و هى مبرهنة تنص بشكل او بآخر على ان المرصود غير موجود الا كمونيا حتى يتم فعلا الرصد. وهى المبرهنة التجريبية الوحيدة فى الفلسفة و الميتافيزيقا. فهى مبرهنة من اقوى ما يكون لانها ايضا تتحدى المنطق الارسطى بشكل مباشر فهى تنص على شيء لا يمكن ابدا تحقيقة عبر نظرية المجموعات لكنه متحقق فى الواقع لاننا متأكدون من التحقق التجريبى منها -تجربة الاختيار المؤجل العظيمة لويلر الذى اجراها اولا اسباكت Aspect فى اوائل الثمانينات-. ومبرهنة بال تفترض الواقعية + الموضعية السببية + الاختيار الحر و لان الميكانيك الكمومى يكسرها بشكل صريح فاحد هذه الشروط او اكثر يجب ان يسقط. الاغلبية تُسقط الواقعية محاولين انقاذ الموضعية و الاختيار لكن يبدو ان الموضعية ايضا ساقطة و ربما الشروط الثلاثة ساقطة. فحتى الاختيار الحر فان بال شخصيا اعتبر امكانية الجبر حلا فى عديد المرات.

اذن هذه هى الثورات الربيعية الاربعة خلال القرون الاربعة الاخيرة فتمتعوا و استمتعوا بهذا الذى بعثه الله لنا على ايدي هؤلاء العلماء و الفلاسفة.

5.1.1 الميكانيك العقلانى

وتبقى الفيزياء النظرية أحدد أهم و ادق النماذج العقلانية المنظمة و المرتبة و الممنهجة للتفكير العقلانى لا يسبقها فى ذلك ربما الا الرياضيات. واهم نماذج التفكير الفيزيائية النظرية يبقى الميكانيك الكلاسيكى بشموخه اعظمها على الاطلاق. و البعض قد يسميه الميكانيك التحليلى وهو النموذج المثالى الذى يجب ان يحتذى بدون منازع فى الفيزياء و غيرها. وما نسميه بالفيزياء الكلاسيكية هو كل شيء مبنى على الميكانيك التحليلى ومقابله هو الفيزياء الكمومية التى هى كل شئ آخر مبنى على الميكانيك الكمومى. والكمومى هو الاساس والكلاسيكى ليس فى المحصلة الا تقريب أولى للميكانيك الكمومى او هكذا نفهم الأمر اليوم.

واشير هنا قبل ان أبدأ ان النسبية تدخل فى الاطار العام للفيزياء الكلاسيكية و بالتالى فهى ليست اكثر اساسية من الميكانيك الكمومى. اما الميكانيك التحليلى او الكلاسيكى فأهم ما يميزه فهو العقلانية الأرسطية حتى ان بعض الناس يسميه ايضا بالميكانيك العقلانى. وأغلب الطلبة و كثير من الاساتذة يأتى للميكانيك الكلاسيكى ظانا انه سيدرس قوانين نيوتن المملة مرة اخرى او بعض التطبيقات لها و تلاحظ ان اكثر ما يستهويهم هى الاهتزازات وانى لا ادرى السر وراء ذلك. فالاهتزازات مهمة جدا فى الطبيعة و التكنولوجيا لكنها ليست اساسية فى الميكانيك التحليلى بأى شكل من الاشكال. فالميكانيك التحليلى هو بناء رياضى وهو بالضبط هندسة وهذا ما سنحاول ان نشرحه فى هذه العجالة.

الميكانيك التحليلى يأتى فى صياغتين اساسيتين نهائيتين لما بعد نيوتن هما اولا الصياغة اللاغرانجية -نسبة للاغرانج Lagrange الفرنسى- و ثانيا الصياغة الهاملتونية-نسبة لهاميلتون Hamilton الايرلندى-.

اولا عندما نأخذ جملة فيزيائية تتحرك او تتغير فى الزمن فاننا سوف نحتاج ان نصفها بعدد معين من الاعداد تسمى درجات الحرية او degrees of freedom يرمز لها ب q_i حيث ان الدليل i يأخذ القيم من 1 الى n و n هو بالضبط عدد درجات الحرية. مثلا جسيم حر فى ثلاثة ابعاد نحتاج الى 3 اعداد لوصفه, اما جسيم يتحرك على سطح كرة فاننا نحتاج الى عددين لوصفه, وجسيم يتحرك على خط فاننا نصفه بعدد واحد و هكذا.

درجات الحرية q_i تسمى ايضا الاحداثيات المعممة generalized coordinates للجملة و هى تصف حالة الجملة فى فضاء يسمى فضاء التشكيلات configurations space و ليس هو بالضرورة الفضاء الفيزيائى الذى تتحرك فيه الجملة بل هو الفضاء الذى كل نقطة فيه تُعبر عن حالة او تشكيلة واحدة ممكنة و معينة للجملة. اذن كل نقطة فى هذا الفضاء تعطى بالاحداثيات المعممة

$$(q_1, q_2, ..., q_n).$$

على هذا الفضاء المسار من نقطة 1 الى نقطة 2 كيفيتان يسمى طريق. وعلى هذا الطريق يمكن ان نعرف الطاقة الحركية T للجملة و الطاقة الكامنة V للجملة. اذن بين كل نقطة 1 و نقطة 2 كيفيتان فى فضاء التشكيلات هناك عدد لا نهائى من الطرق التى تربط بين النقطتين.

لكن ماهو الطريق الحقيقى -و يسمى ايضا بالطريق الكلاسيكى- الذى سوف تتبعه الجملة فى الواقع?

لايجاد هذا الطريق يقدم لاغرانج الحل التالى.

كل طريق قلنا هو مرفق به طاقة حركية T و طاقة كامنة V. لاغرانج اذن يشكل دالة جديدة تسمى اللاغرانجية Lagrangian -نسبة اليه مرة اخرى- هى بالضبط الفرق بين الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة اى

$$L(q, \dot{q}) = T - V.$$

الآن لاغرانج يقول ان وزن كل طريق-أى اهمية كل طريق بالمقارنة مع الطرق الاخرى- يعطى بدلالة دالة تسمى الفعل action ويرمزله ب S وهى تعطى على شكل تكامل دالة اللاغرانجية من النقطة 1 الى النقطة 2 فى فضاء التشكيلات اى

$$S = \int_1^2 dt L(q, \dot{q}).$$

فى هذه المعادلة t هو الزمن و $\dot{q}$ هى السرعة المعممة اى dq/dt.

للحصول على الطريق الحقيقي التى ستتبعها الجملة نطبق مبدأ من اعظم مبادئ الفيزياء الكلاسيكية وهو مبدأ الفعل الاصغرى لهاميلتون principle of least action الذى ينص بكل بساطة على ان الجملة سوف تتبع الطريق الذى يتميز بأقل قيمة ممكنة للفعل S. تذكروا مثلا مبدأ انتشار الضوء الهندسى الذى ينص على ان الضوء يتبع اقصر طريق ممكنة بين أى نقطتين. هذا هو مبدأ الفعل الاصغرى لهاميلتون بالنسبة للضوء. بالنسبة لأى جملة فيزيائية -ميكانيكية او ضوئية او كهربائية او مغناطيسية او...- فان مبدأ الفعل الاصغرى لهاميلتون ينص على ان الجملة سوف تتبع الطريق فى فضاء التشكيلات الذى يتميز بأقل قيمة ممكنة للفعل S. بعد اجراء هذا الحساب باستعمال التحليل التفاضلى نحصل بالضبط على معادلات اولر-لاغرانج التى تعطى

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0.$$

اذن الجملة سوف تتبع فى فضاء التشكيلات الطريق الذى يتميز بأقل قيمة معينة للفعل و هذا الطريق بعد الحساب يتبين انه يجب ان يكون حلا لمعادلات اولر-لاغرانج اعلاه. هذه هى الصياغة اللاغرانجية للميكانيك التحليلى.

الصياغة الهاميلتونية هى صياغة رياضية مختلفة لكنها مكافئة تماما فيزيائيا. فى هذه الحالة نحتاج ان نعرف حالة الجملة فى فضاء جديد يسمى فضاء الطور phase space و هو بضعف البعد مقارنة مع فضاء التشكيلات. نصف احداثيات هذا الفضاء هى بالضبط الاحداثيات المعممة q_i. لكن كل احداثية معممة يجب ان تكون مرفقة بكمية حركة معممة generalized momentum يرمز لها ب p_i. اذن كل حالة فى فضاء الطور هى نقطة معطاة بالاحداثيات و كميات الحركة المعممة

$$(q_1, q_2, ...q_n, p_1, p_2, ..., p_n).$$

وحتى استبق الاحداث اقول ان كميات الحركة المعممة p_i ليست هى بالضرورة كميات الحركة التى تعرفونها و التى تعطى بجداء الكتلة فى السرعة. كمية الحركة المعممة p_i هى كمية الحركة القانونية canonical -هكذا تسمى- المرفقة بالاحداثية المعممة q_i وهى نحصل عليها باشتقاق اللاغرانجية L بالنسبة للسرعة المعممة $\dot{q}_i$. اى

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}.$$

الزوج (q_i, p_i) المشكل من الاحداثية المعممة و كمية الحركة المعممة المرفقة بها يسمى زوج قانونى canonical pair و الاحداثيات q_i و p_i هى متغيرات قانونية canonical variables وهى ايضا تسمى المتغيرات المترافقة conjugate variables لسبب اذن واضح.

اذن بعد ان عرفنا حالة الجملة فى فضاء الطور على انها نقطة باحداثيات معطاة بالاحداثيات المعممة و كميات الحركة المعممة المرفقة بها نعرف دالة جديدة على فضاء الطور تسمى الهاميلتونية Hamiltonian وهى اسهل على الفهم من اللاغرانجية لانها بكل بساطة تساوى الطاقة الكلية للجملة اى الطاقة الحركية زائد الطاقة الكامنة اى

$$H(q_i, p_i) = T + V.$$

العلاقة الرياضية المضبوطة بين الهاميلتونية و اللاغرنجية هى عبارة عن تحويل لوجوندر Legendre حيث ان المتغير الذى يقع عليه التحويل هو بالضبط السرعة المعممة التى تتحول الى كمية الحركة المعممة و هذا يؤدى الى تحويل لوجوندر من اللاغرانجية الى الهاميلتونية. فى اغلب الحالات فان النتيجة هى ان الهاميلتونية تعطى كما فى الاعلى بالطاقة الكلية.

مرة اخرى نبحث الآن عن الطريق الفيزيائى الذى يربط بين اى نقطتين 1 و 2 فى فضاء الطور عن طريق التعبير عن الفعل بدلالة الهاميلتونية ثم تطبيق مبدأ الفعل الاصغرى لهاميلتون مرة اخرى. فى هذا الحالة فان هذا المبدأ يسمى مبدأ الفعل الاصغرى المعدل لهاميلتون و الطريق الفيزيائى الذى نحصل عليه فى فضاء الطور هو الطريق الذى يتميز باقل قيمة للفعل. فى هذه الحالة بعد اجراء الاشتقاق فاننا نجد ان هذا الطريق يجب ان يحقق معادلات جديدة تسمى معادلات هاميلتون وهى معادلات تفاضلية من الرتبة الاولى عكس معادلات اولر-لاغرانج التى هى معادلات تفاضلية من الرتبة الثانية وهى تعطى ب

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -\dot{q}\ ,\ \frac{\partial H}{\partial p} = \dot{q}.$$

هذه هى الصياغة الهاميلتونية.

اشير فى الاخير ان الميكانيك التحليلى قد تطغى عليه الصياغة الهاميلتونية الى الحد انه يتحول الى هندسة تسمى الهندسة السمبليكيتة symplectic geometry ففضاء الطور هو مثال على فضاء سمبليكتى. اما فى نظرية الحقول الكمومية الكمومية و نظرية الاوتار فان الذى يطغى اكثر فهو الصياغة اللاغرانجية لان اللاغرنجية عكس الهاميلتونية لا تحتاج الى تعريف اتجاه الزمن و بالتالى فهى اكثر تلائما مع النسبية. وللاشارة ايضا فان طريقة التكميم عبر تكامل الطريق path integral و هى الاكثر طغيانا فى نظرية الحقل هى طريقة تعتمد الصياغة اللاغرانجية عكس طريقة التكميم القانونية canonical quantization التى تعتمد الصياغة الهاميلتونية. وكل له نقاط قوة عظمى و نقاط ضعف.

2.1 كيف يجب ان تدرسوا الميكانيك الكمومى؟

الميكانيك الكمومى هو من أصعب التخصصات قاطبة خاصة الأسس و الفلسفة لكن الطلبة و الاساتذة يعانون ايضا من النظرية و التقنيات و الحسابات و التطبيقات التى لا تقل صعوبة. لكن الأسس فعلا صعبة صعوبة ذاتية و ليست صعوبة عارضة. فالمعضلة الأساسية انك ستجد صعوبة شديدة فى فهم المعضلة الكمومية او انك ستفهمها مباشرة بكل سهولة -وعندها تيقن انك لم تفهم شيئا فعلا-.

لذا فانى انصح بقراءة كل ما كتبه جون بال John Bell فهو اينشتاين هذا المجال حقا -افضل من اينشتاين نفسه و افضل من بور و افضل من هايزنبرغ و افضل من ويلر و افضل من فايمان و افضل من اى عملاق آخر فى هذا المجال منذ وجد الى غاية يومنا هذا- فهو اكثرهم تحقيقا و اعمقهم فهما و اقلهم ميتافيزيقية و اكثرهم حذرا فى الكلام.

أليس بال هو مكتشف مبرهنة بال أعظم مبرهنة ليس فى تاريخ الفيزياء فقط بل فى تاريخ العلم نفسه. فهى نظير مبرهنة غودل الرياضية. بل مبرهنة بال اعظم من مبرهنة غودل. فان مبرهنة غودل تضع حدودا على الرياضيات المثالية لكن مبرهنة بال تضع حدودا على الطبيعة نفسها و قدرة العقل على سبرها.

اذن من اراد دقة فى الفهم حقيقية عليه بكتابات بال ومن اراد ان يفهم فعلا ماذا يحدث فى تجربة التداخل و تجربة الاختيار المؤجل و تجربة التشابك الكمومى و غيرها من الغرائب و العجائب فعليه بكتابات بال و اشهرها كتابه (ما يُقال و ما لا يُقال فى الميكانيك الكمومى). ففعلا ليس كل كلام خارق للعادة يُقال فى الميكانيك الكمومى يُوخذ على علاته. فكل شيء ستُقيده مبرهنة بال و ليس شيء آخر. واخواتها من المبرهنات مثل كوشن Kochen و سباكر Specker و كوشن و كونواى Conway و غيرها فهى مبرهنات قليلة العدد لكنها محورية لانها المبرهنات الوحيدة فى تاريخ العلم التى تحكم فى الميتافيزيقا و ليس فقط فى العلم.

اذن ليس من المعقول ان يتكلم أحد فى تفسير الميكانيك الكمومى الذى تطغى عليه لغة الميتافيزيقا دون التحكم فى المبرهنات الوحيدة فى التاريخ التى ستقلم اظافر تلك الميتافيزيقا و اكثر من هذا ستوفر فهم عميق غير مسبوق.

ومن اراد ايضا ان يضبط فهمه أكثر عليه ان يفهم معضلة الرصد الكمومى و ماهى فعلا المعضلة. فهذا من الصعب الصعب فعلا. و قليل جدا من يفهم هذا الامر. وهى معضلة من الناحية الرياضية تشبه كثيرا معضلة ضياع المعلومات فى الثقب و هى ايضا معضلة من الصعب الصعب فعلا.

ومن لم يفهم الرصد الكمومى فلم يفهم 80 بالمائة من الميكانيك الكمومى. وابتدأوا بتجربة قط شرودينغر فهى ابسطها واقواها. و اجعلوا الهدف ليس ان تفهموا التجربة البسيطة بل اجعلوا الهدف ان تفهوا مالذى يزعج شرودينغر و غيره فى هذه التجربة. هنال ستجدون صعوبة حقيقية. وكلما عانيت اكثر كلما اقتربت من الفهم اكثر.

ثم اذهبوا الى تجربة صديق فيغنر فسترون قوة حجة فيغنر التى يرفضها فيغنر Wigner نفسه فيما بعد فى ضرورة افتراض شيء غير مادى اسمه الوعى الراصد الذى يتسبب فى ما يسمى انهيار دالة الموجة. ومن لم يفهم الانهيار فهو لن يفهم الرصد. والانهيار ليس كلمة فقط بل هو انهيار فعلا للأحادية و الحتمية معا وهو محقق تجريبيا فى تأثير زينون الكمومى و غيره.

ومن اراد ان يفهم فعلا فعليه ان يفهم ظاهرة تلاشى التلاحم او الديكوهيرانس decoherence و من لم يفهم هذه الظاهرة فهو لن يفهم لا تفسير الكوبنهاغن و لا تفسير عديد العوالم و لا فعل الرصد و لا امكانية تفسير فعل الرصد بدون الراصد الواعى. فالديكويهرانس او تلاشى التلاحم امر محورى اليوم فى الاسس و التطبيقات و فى تحقيق الفهم النموذجى. فانه مثلا لا نعرف الا هذا الطريق -طريق الديكوهيرانس- الذى يمكنه ان يعطى تفسيرا للرصد بدون وجود وعى راصد. اذن الديكوهيرانس هى ظاهرة طبيعية اذن يجب فهمها حتى تفهم الرصد نفسه بغض النظر عن الوعى او عدمه. والديكوهيرانس هو اساسى ايضا لفهم عديد العوالم الفهم العلمى الصحيح و ليس فهم الكلام الصوفى غير المقيد بأى شيء.

اذن مبرهنة بال عليها اجماع مطلق و كذا الديكوهيرانس عليها اجماع مطلق على علميتهما المحضة وهما اساسيان لأى فهم صحيح.

وايضا من اراد ان يفهم كل الظواهر الكمومية مرة واحدة فعليه ان يفهم التشابك الكمومى.

ومن اراد ان يفهم النسبة المئوية المتبقية من معضلة الرصد الكمومى فعليه ان يفهم مبرهنة و تجربة ال EPR التى وضعها اينشتاين و بودولسكى Podolsky و روزن Rosen فى تحدى بور و تفسير كوبنهاغن. فهذه التجربة ستسمح لك بفهم التشابك الكمومى و فعل الرصد بشكل اعمق و ايضا المتغيرات المخفية hidden variables و دورها المحورى فى التفسيرات الواقعية التى تنكر الانهيار.

والميكانيك الكمومى يتحدى كثير من الامور اهمها اربعة: الواقعية realism و المحلية locality و النسقية contextuality و حرية الارادة freedom of choice وكل واحدة من هذه الامور ستهد الجبال لوحدها لكنها كلها معا تريد ان تهد عرش الميكانيك الكمومى.

اما كون الميكانيك الكمومى يتحدى السببية فلا. فالسببية الكمومية هى سببية لا حتمية لا غير.

لكن مبرهنة بال تأتى ايضا ضمنيا بسببية خلفية backward causation و ليس سببية عكسية فهناك فرق جوهرى. اذن اذا كانت الاشياء التى تفاعلت فى الماضى غير مستقلة عن بعضها البعض -وهذا بديهى لكل شخص- فان الاشياء التى ستتفاعل فى المستقبل يجب ايضا ان تؤخذ على انها غير مستقلة عن بعضها البعض. ومن هنا يدخل السهم فى الزمن فعلا.

اذن من اراد ان يفهم الميكانيك الكمومى فعليه ان يكون حذرا جدا و عليه ان يأخذ من أكبر المحققين فى تاريخ هذا العلم وهو جون بال بدون منازع. وحتى لا تعتقدوا ان جون بال نفسه ليس لديه ميتافيزيقية فان له ميتافيزيقية واضحة وهو يميل جدا الى تفسير بوهم Bohm الذى رفضه اينشتاين لانه استسهله لكن بال لا غبار ابدا على حذره و حياده و موضوعيته و عبقريته. وهناك اجماع مطلق على طريقة فهمه للأمور.

وهو تذكروا مترجم كتاب لانداو Landau العبقرى الروسى و تلميذه ليفشيتز Lfishitz الذى كان مشهورا عندنا فى السبعينات و الثمانيات و التسيعنات فى عهد اشتراكيتنا دون ان يعقل الكثيرون وانى كنت منهم ان كتاب لانداو هو فى الحقيقة الكتاب المعيارى لتفسير كوبنهاغن و لهذا ترجم بال العبقرى للانداو العبقرى.

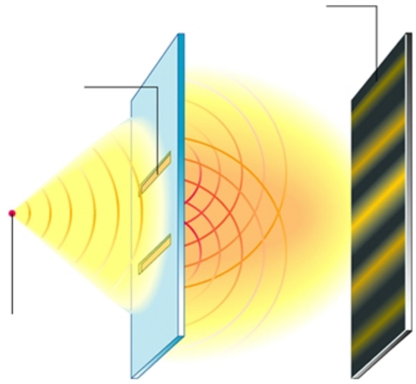
3.1 الثنائية موجة-جسيم و التشابك الكمومى

1.3.1 تجربة يونغ لتداخل الالكترونات

تجربة يونغ Young للتداخل هى تجربة خارقة للعادة الكلاسيكية-اذا صح التعبير- وهى التى قال عنها فايمان Feynman: الظاهرة التى يستحيل تفسيرها بأية طريقة كلاسيكية, و نتضمن روح الميكانيك الكمومى وهى فى الواقع تحتوى على الغموض الوحيد خاصة الميكانيك الكمومى.

نبدأ بالضوء و لنتذكر ان الضوء هو حزمة من الفوتونات.

نعتبر تجربة يونغ التاريخية لكن فقط عوض استعمال موجة كلاسيكية نستعمل ضوء خافت جدا بحيث كل مرة يصل فوتون واحد الى الشاشة. اذن كل مرة نرسل فوتون واحد على الشاشة التى تحتوى على ثقبين متوازيين.



شكل 2.1: صورة مأخوذة من لاروس Larousse.

ربما تجدون صعوبة فى فهم ما هو بالضبط الشئ الغريب الذى يحدث هنا. اذا ارسلنا موجة على شاشة فهى لانها موجة تعرف انه يجب عليها ان نتداخل مع وجود ثقبين على الشاشة. الان فى التجربة نحن نرسل كل مرة فوتون واحد. كيف يعرف الفوتون انه يجب عليه التداخل عندما يجد ثقبين؟

اقول لكم الحقيقة التى يرفضها كل الفلاسفة و تقريبا الاغلبية الساحقة من الفيزيائين: الفوتون يجب ان يمر من الثقبين فى آن معا, لانه يمكننا ان نجرى حساب ليس فيه اى شك, أنه لو مر الفوتون من ثقب واحد كل مرة كما نتصور, فاننا لن نحصل على تداخل.

كيف يمر الفوتون من الثقبين فى آن معا؟

هذا واحد من الاسئلة المحورية فى اسس الميكانيك الكمومى التى لا يعرف لها الفيزيائيون اجابة مرضية الى غاية اليوم.

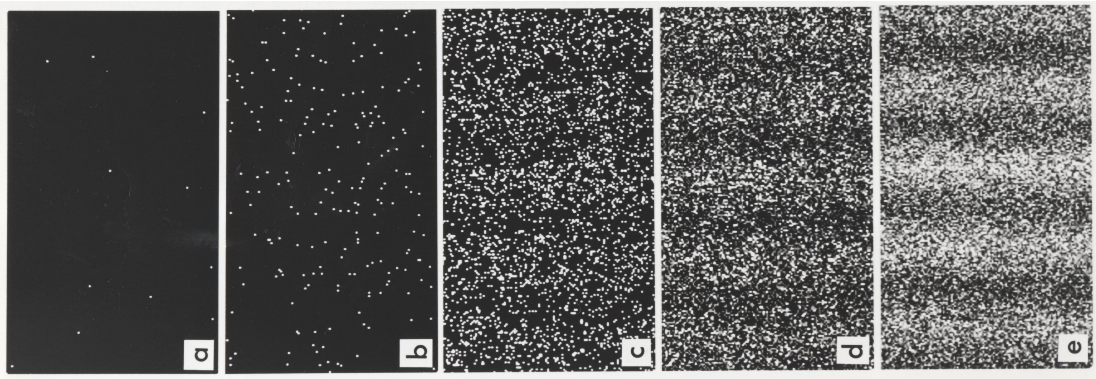
لكن حتى الالكترونات المادية نتداخل و بنفس الطريقة الغامضة الاستعراضية.

فى التجربة التالية نرسل الكترونات واحدا بعد آخر على شاشة تحتوى على ثقبين. نحصل على شاشة استقبال موضوعة وراء هذه الشاشة الاولى على طيف تداخل يتكون من اهداب مضيئة و اهداب مظلمة. الالكترون يتصرف اكيد كجسيم لاننا نراه كنبضة واحدة فى نقطة واحدة على شاشة الاستقبال. لكن اين يسقط بالضبط على شاشة الاستقبال؟. هذا يعطى باحتمال يساوى بالضبط مربع طويلة دالة الموجة. اى أن الالكترون يتصرف ايضا كموجة. هذه هى الثنائية موجة-جسيم wave − particle duality.

الالكترون عندما يصل الى الثقبين يجد طريقين: اما أن يمر عبر الثقب الاول او يمر عبر الثقب الثانى. اذا مر عبر الثقب الاول او مر عبر الثقب الثانى, اى انه اذا تصرف كجسيم كلاسيكى, فإننا لن نحصل على تداخل. لكن فى الواقع الالكترون هو جسيم كومى, يعنى أن الطريقين المفتوحتان أمامه, سوف يستغلهما بالكامل ويمر عبرهما فى آن معا. نعبر عن هذا رياضيا بأن نقول بأن دالة موجته الكلية هى مجموع دالة موجته اذا مر عبر الثقب الاول زائد دالة موجته اذا مر عبر الثقب الثانى. الاحتمال يعطى بأخذ مربع طويلة دالة الموجة هذه.

اذن الالكترون الأول يمر عبر الثقبين فى آن معا بهذا المعنى. ثم يأتى الالكترون الثانى و يتصرف بنفس الطريقة, ثم الثالث, ثم الرابع, وهكذا نترك عدد كافى من الالكترونات تمر لنحصل على طيف التداخل. مكان سقوط كل الكترون لا يتعلق بأمكنة سقوط الالكترونات التى مرت قبله, ولا بامكنة سقوط الالكترونات التى ستأتى بعده, ويعطى دائما بالاحتمال الذى هو مربع طويلة دالة الموجة. هذا الاحتمال هو بالضبط الاضاءة المرفقة بهذا الشعاع الالكترونى اى شدة هذا الشعاع الالكترونى.

يمكننا أن نحدد من اين تمر الالكترونات, عن طريق وضع كاشف وراء احد الثقبين, لكن فى هذه الحالة سنجد ان طيف التداخل يختفى. هذا يعبر عنه بالقول ان قياس موضع الالكترون ادى الى انهيار collapse دالة الموجة, و تحول الالكترون من جسيم كمومى الى جسيم كلاسيكى.



شكل 3.1: صورة مأخوذة من ويكيبيديا.

2.3.1 أم الميكانيك الكمومى: ظاهرة تداخل الضوء

نراجع معكم ظاهرة تداخل الضوء الكلاسيكية.

نعتبر موجة كهرومغناطيسية واردة على شاشة B تحتوى على ثقبين صغيرين جدا S1 و S2 حتى يمكن الحصول على ظاهرة الانعراج diffraction و نفترض ايضا للتبسيط ان الموجة احادية اللون monochromatic و مستوية plane و بالتالى فانه حسب مبدأ هيغنس Huygens فان كل ثقب سيتصرف كمنبع ثانوى لامواج كهرومغناطيسية احادية اللون لكن كروية.

اذن الموجة الكروية الصادرة عن الثقب الاول S1 و الموجة الكروية الصادرة عن الثقب الثانى S2 ستتداخلان interfere اما تداخلا بناءا constructive او تداخلا هداما destructive كما هو معروف و كما سنبين.

نضع شاشة اخرى C بعيدة جدا عن الشاشة الاولى B حيث يمكن ان نستقبل الضوء الوارد من الثقبين. اذن فى كل نقطة P من الشاشة B تصل الموجة الكروية من الثقب S1 عبر الطريق r1 وتصل الموجة الكروية من الثقب S2 عبر الطريق r2 والفرق فى الطول بين الطريقين L هو الذى يحدد نوع التداخل فى النقطة P هل هو تداخل بناء (اهداب fringes مضيئة) او تداخل هدام (اهداب مظلمة).

هذا الفرق فى الطول بين الطريقين معطى بالفرق فى الطور بين الموجتين بالعلاقة المعروفة (فكروا فيها من اين اتت)

$$\phi = L/\lambda. \quad (1.1)$$

لنقوم بمراجعة الحساب التاريخى. لنفترض اولا ان المسافة d بين الثقبين اصغر بكثير من المسافة D بين الشاشتين و بالتالى فانه بكل بساطة -كما نرى من الصورة- أن الفرق فى الطول بين الطريقين المنتهيين عند النقطة P يعطى بالعلاقة

$$L = d\sin\theta. \quad (2.1)$$

حيث θ هى الزاوية التى تعرف النقطة P على الشاشة C انطلاقا من المركز على الشاشة B.

هذا من جهة. من جهة اخرى نحن نعرف ان الامواج المستوية الكهرومغناطيسية الصادرة من S1 و S2 تعطى بالحقول الكهربائية التالية

$$E_1 = E_0\sin(wt)\ ,\ E_2 = E_0\sin(wt+\phi).$$

حيث w هو التواتر (مقلوب طول الموجة λ مضروب فى سرعة الضوء) و t هو الزمن و ϕ هو الفرق فى الطور. شدة الضوء فى النقطة P الناجمة عن كل موجة تعطى بالمربع

$$I_0 = E_0^2.$$

الكهرومغناطيسية تخضع لمبدأ التركيب الخطى مثل الميكانيك الكمومى (لكن فقط باستخدام اعداد حقيقية و هذا هو ما يصنع الفرق بين السماء و الارض) اذن الموجة الكلية فى النقطة P تعطى بالمجموع

$$E = E_1 + E_2.$$

الشدة الكلية الناجمة عن الموجتين تعطى اذن ب

$$I = E^2.$$

يمكننا البرهان بكل بساطة على ان

$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos(\phi).$$

الحد الثاني هو ما يسمى حد التداخل. نكتب هذه المعادلة ايضا على الشكل

$$I = 4I_0 \cos^2(\phi/2).$$

من هنا نستنتج مباشرة انه لدينا تداخل بناء (الشدة اعظمية اذن اهداب مضيئة) من اجل

$$\phi = 2m\pi. \tag{3.1}$$

حيث π هي الزاوية 180 درجة بالراديان و m هو اى عدد طبيعي. اى عندنا اهداب مضيئة فى النقاط على شاشة الاستقبال التى تصل اليها الامواج من الثقبين متناغمة فى الطور in phase. وايضا نستنتج انه لدينا تداخل هدام (الشدة اصغرية اذن اهداب مظلمة) من اجل

$$\phi = (2m + 1)\pi. \tag{4.1}$$

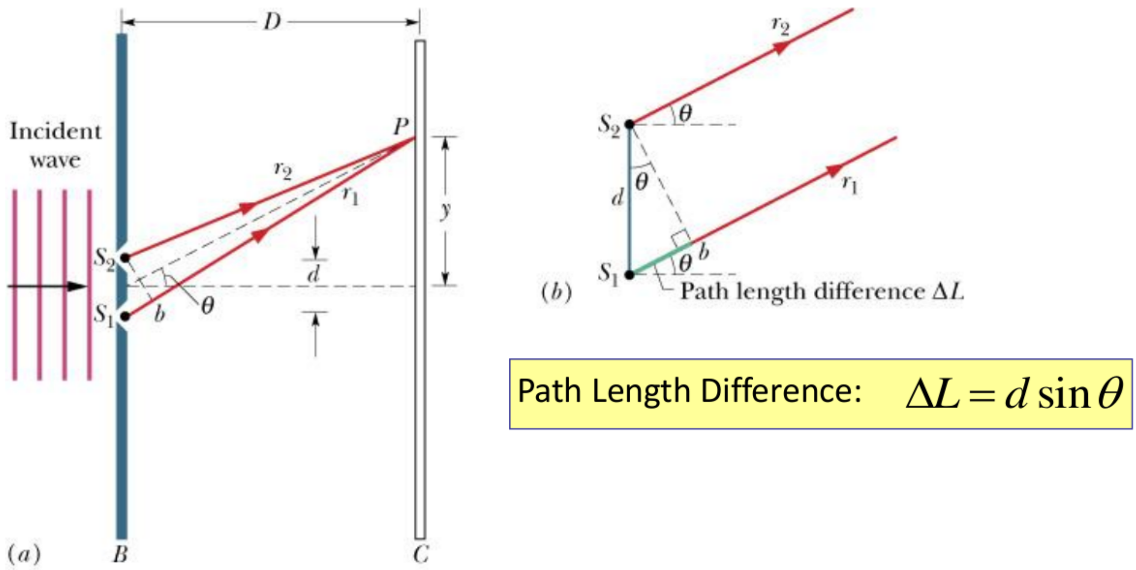
اذن عندنا اهداب مظلمة فى النقاط التى تصل اليها الامواج من الثقبين متعاكسة فى الطور out of phase.

العلاقات $(1\ .\ 4)$, $(1\ .\ 3)$, $(1\ .\ 2)$, $(1\ .\ 1)$ تعطى الحل الكلاسيكي لظاهرة تداخل الامواج الكهرومغناطيسية و الامواج بصفة عامة.

اذن لحد الآن كل شيء رائع اظن.

لكن نحن نعرف ان الضوء هو فى الحقيقة فوتونات. ونعرف ان فوتون واحد يخضع لظاهرة التداخل الكمومى و لا نحتاج الى عدد لا نهائى منها. وان الالكترونات و هى مادة تخضع هى الاخرى لظاهرة التداخل. وان كل الجسيمات المادية تخضع لظاهرة التداخل. وقد تم التحقق مثلا من تداخل جزيئات الفلورنس fullerence الضخمة C60 (مشكلة من 60 ذرة كربون متراصة على شكل كرة قدم). وكل هذا يستحيل تفسيره كلاسيكيا باى طريقة كما عبر عن ذلك فايمان لكن يمكن تفسيره باستخدام الثنائية موجة-جسيم. لكن هذه الثنائية نفسها هى اقرب الى المعضلة منها الى الحل.

وتبقى ظاهرة التداخل الكمومى أم الميكانيك الكمومى و لربما لا يسبقها فى ذلك الا التشابك الكمومى. لكن ساسكيند جاء مؤخرا و قال ان التداخل نفسه يمكن اختزاله الى التشابك الكمومى!



شكل 4.1: ظاهرة تداخل الضوء.

3.3.1 مبدأ هايزنبرغ للارتياب

الواقع فى حقيقته كمومى وليس كلاسيكى. اذن علينا ان نذهب و نفهم الميكانيك الكمومى حتى نفهم الواقع ليس هناك حل آخر امامنا و امام من بريد ان يفهم حق الفهم.

اولا اى جملة كمومية نعبر عليها بحالة كمومية هى عبارة عن شعاع فى فضاء شعاعى مركب يسمى فضاء هيلبرت. هذه الحالة هى التى نمثلها على فضاء الموضع -وهو الفضاء الفيزيائى الذى نعيش فيه و نعرفه- بدالة الموجة. اذن الاصل هو شعاع حالة فى فضاء هيلبرت وهذا الشعاع نمثله بدالة الموجة التى تعبر عن احتمال وجود الجملة او الجسيم فى مكان ما. هذه الحالة او الدالة تخضع لمعادلة شرودينغر بمعنى انها تعطى بحل معادلة شرودينغر من اجل الجملة قيد الدراسة.

ثانيا الميكانيك الكمومى يفرق بين الحالة و بين المقادير الفيزيائية التى يهمنا قياسها. اذن الحالة شيء و مثلا موضع الجسيم -الذى هو مقدار فيزيائى- و كذا كمية حركة الجسيم-وهو مقدار فيزيائى آخر- اشياء اخرى. الحالة كما ذكرنا اعلاه هو شعاع فى فضاء هيلبرت اما المقدار الفيزيائى فهو مؤثر على فضاء هليبرت. اذن الموضع و كمية الحركة و الطاقة و العزم الحركى و غيرها فهى مقادير فيزيائية يعبر عنها بمؤثرات تؤثر على فضاء هيبلرت.

قياس هذه المقادير هو من اصعب الامور فهما لانه لا يخضع لمعادلة شرودينغر الاحادية لكن يخضع لمسلمة الانهيار و لن اتكلم الآن عن هذا الموضوع الشائك الذى يمس ماهية الواقع نفسه.

لكن نذهب فى طريق آخر. المؤثرات بطبيعتها كمؤثرات تؤثر على فضاء هليبرت هى اجسام رياضية لا تتبادل فيما بينها. مثلا الموضع و كمية الحركة هى مؤثرات لا تتبادل فيما بينها فاذا ضربنا شعاع الحالة بمؤثر الموضع ثم ضربناه بمؤثر كمية الحركة فاننا نحصل على نتيجة لا تساوى النتيجة التى نحصل عليها اذا ضربنا دالة الموجة بمؤثر كمية الحركة ثم ضربناها بالموضع. نقول ان الموضع و كمية الحركة هما مؤثران غير متلائمان incompatible operators.

اكثر من هذا فان الموضع x و كمية الحركة p هما مؤثران مترافقان conjugate operators بمعنى ان المبدل بينهما يساوى بالضبط ثابت بلانك اى

$$p.x - x.p \equiv [x, p] = ih.$$

هذا يترتب عنه مبدأ فيزيائى عظيم هو مبدأ الارتياب لهايزنبرغ. بكل بساطة قياس موضع الجملة بدقة dx و كمية الحركة بدقة dp يترتب عليه عدم تيقن او ارتياب اساسى فى القياسين يعطى بالضبط ب

$$dx.dp = h.$$

اذن هذا يعنى ان الارتيابين فى قياس مؤثرى الموضع و كمية الحركة متناسبين عكسا. اذا اردنا معرفة موضع الجسيم بدقة متناهية فاننا سنفقد كل الدقة فى قياس كمية الحركة و هذا يقابل دالة موجة تسمى دالة ديراك المتمركزة حول موضع الجسيم و التى ليس لها اى قيمة محددة لكمية الحركة. واذا اردنا معرفة كمية حركة الجسيم بدقة متناهية فاننا سنفقد كل الدقة فى قياس الموضع وهذا يقابل دالة موجة هى بالضبط الموجة المستوية. لهذا فان افضل وصف للجسيم هو الحزمة الموجية التى هى حل وسط بين الوضعيتين الحديتين اعلاه.

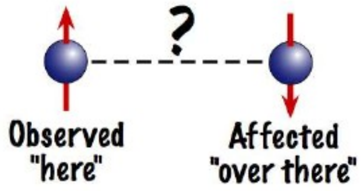
هذا الارتباط العكسى بين الارتياب فى الموضع و الارتياب فى كمية الحركة هو مبدأ فيزيائى طبيعى و ليس راجعا الى عجزنا التكنولوجى او عدم توفر ادوات القياس الكافية او عدم توفر اهل التجربة الاكفاء لان هذا الارتباط العكسى راجع الى كون الموضع و كمية الحركة هما مؤثران مترافقان غير متلائمان على فضاء هيلبرت. اذن هو امر مبدأى رياضى بانعكاسات فيزيائية عميقة و ليس امر تقنى تكنولوجى. وهو امر ايضا صحيح يطبق على كل المؤثرا ت الاخرى المترافقة فى الميكانيك الكمومى وليس فقط على الموضع و كمية الحركة. وهذا امر قد يغيب على كثير من يدرس هذه الامور. و اشير فى الاخير ان هذا الامر هو اصل ظواهر التداخل و كل الظواهر الأخرى التى تعتمد على الثنائية موجة-جسيم او ما يسمى ايضا بمبدأ التكامل complementarity principle العميق فى الميكانيك الكمومى.

اذن كل شيء مرتبط بكل شيء والامور تحتاج الى رباطة جأش و تأنى و صبر و هدوء للوصول بها و معها الى بر الامان.

4.3.1 التشابك الكمومى و تجربة ال EPR

من أكثر الاشياء التى ازعجت اينشتاين فى الميكانيك الكمومى ظاهرة التشابك الكمومى quantum entanglement. تصور زوج مشكل من الكترون و بوزيترون ناشئ عن تهافت جسيم آخر فى حالة سكون. اذن كمية الحركة يجب ان تكون منحفظة. هذا يعنى اذن ان الالكترون سيطير فى اتجاه معين من المجرة اما البوزيترون فإنه سيطير فى الاتجاه المعاكس بالضبط.

هذا الزوج هو فى حالة تشابك كمومى.



شكل 5.1: صورة مأخوذة من http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/.

نترك الالكترون يطير الى الحد النهائى الأيمن للكون والبوزيترون يطير الى الحد النهائى الايسر للكون. الجسيمان اذن بعيدان عن بعضهما البعض الى الدرجة بحيث لا يمكن ارسال اى اشارة ضوئية -وهى اسرع اشارة يمكن ارسالها- بينهما. بمعنى آخر يستحيل التأثير السببى بين الجسيمين.

لكن هاهى الصدمة التى تسبب فيها الميكانيك الكمومى لاينشتاين.

نجرى قياس على أحد الجسيمين. لنقيس مثلا سبين الالكترون -اى عزم اللف الناجم عن الدوران حول المحور الذاتى للجسيم- ولنقل اننا وجدناه مثلا القيمة زائد نصف. الميكانيك الكمومى يقول أنه بدون اجراء قياس اضافى على البوزيترون -وفى الحقيقة يستحيل اجراء هذا القياس لان البوزيترون فى الجهة الاخرى من الكون- فإننا نعرف من انحفاظ العزم الحركى ان عزم لف البوزيترون هو عكس قيمة الالكترون اى ناقص نصف.

قبل القياس عزم لف البوزيترون كان يمكن ان يأخذ اى من القيمتين: زائد نصف او ناقص نصف. القياس على الالكترون تسبب فى الانهيار التلقائى والانى لحالة البوزيترون للحالة ناقص نصف. وكأن التأثير انتشر بسرعة لا نهائية. وهذا عكس ما تقوله النسبية.

لكن حتى نفهم جيدا فان هذا التأثير لا يمكن ان يحمل اى طاقة. لكن رغم هذا فإن هذا الوضع لم يرضي اينشتاين. وهو فى هذا محق و نحن كلنا معه.

هذا هو التشابك الكمومى.

التجربة اعلاه مشهورة جدا فى الحقيقة تعرف باسم تجربة ال EPR نسبة الى اينشتاين Einstein و بودولسكى Podolsky و روزن Rosen.

و على ما يبدو من هذه التجربة فان سرعة انتقال التأثير action فى التشابك الكمومى quantum entanglement هى مالانهاية. هذا يعنى ان الميكانيك الكمومى يكسر الموضعية locality. اذن اذا قاست أليس Alice سبين الالكترون spin (تذكروا ان السبين هو عزم لف الجسيم) هنا على الارض و وجدته مثلا متجها الى الاعلى فاننا نعرف يقينا و بدون اى قياس measurement من طرف بوب Bob (الذى قد يكون فى الجهة الاخرى من المجرة او الكون) ان سبين البوزيترون positron (الجسيم المضاد للالكترون) عنده لو قاسه يجب ان يكون متجها الى الاسفل. هذا الامر يرجع الى سبب ان الالكترون الوارد على اليس و البوزيترون الوارد على بوب ثم تخليقهما فى حالة متشابكة كموميا قصويا maximally entangled state تسمى حالة بال Bell state.

مثلا تفاعل تهافت decay جسيم البيون pion يؤدى بالضبط الى زوج الكترون و بوزيترون فى حالة بال. و جون بال John Bell هو من اعمق و اذكى الفيزيائيين الكموميين قاطبة و هو الفيزيائى الكمومى المفضل الاول عندى. وهو صاحب مبرهنة بال Bell's theorem الشهيرة التى أكدت على ان الميكانيك الكمومى بالفعل غير موضعى non-local و على الراجح ايضا غير واقعى non-realistic عكس ما اراده اينشتاين.

من الناحية الرياضية فان التشابك الكمومى يعنى ان حالة الجملة لا يمكن كتابتها على شكل جداء تنسورى tensor product قابل للفصل separable tensor product.

وهناك درجات من التشابك الكمومى و التشابك (عكس الطاقة) هو غير محفوظ بصفة عامة وهو ايضا الاساس الذى ينبنى عليه النقل عن بعد الكمومى quantum teleportation. والتشابك يقاس بالانطروبى (انطروبى التشابك) و تلعب فيه مصفوفة الكثافة matrix density دورا محوريا.

هذا التشابك الكمومى من اعمق الظواهر الفيزيائية على الاطلاق ومن اكثرها ميتافيزيقية فى التفسير ايضا. لكن علينا ان نؤكد (لان البعض قد تختلط عليهم الامور) ان هذا التأثير لا يمكن ان يحمل اى طاقة. اذن الموضعية بمعنى حدية سرعة الضوء محفوظة تماما فلا يمكن ارسال اى اشارة تحمل طاقة بسرعة تفوق سرعة الضوء. بمعنى ان التأثير بقوة فى موضع معين لا يمكن ابدا ان ينتشر بسرعة اكبر من سرعة الضوء الى نقطة اخرى لانه يحمل طاقة عبر تلك القوة. اما التشابك فهو يمكنه ان يفعل ذلك لانه لا يحمل اى طاقة و رغم هذا فهو تأثير زعزع اسس و عرش الفيزياء النظرية الحديثة.

5.3.1 التداخل حالة خاصة من التشابك: ER=EPR

أم الظواهر الكمومية يبدو انه عندها أم.

فعندما يخرج الالكترون من الثقبين فى تجربة يونغ فانه يخرج فى حالة تركيب خطى لطريقه من الثقب الاول و طريقه من الثقب الثانى. ولهذا يقول البعض ان الالكترون يمر من الثقبين فى آن معا و يدعى ان ذلك ما تقوله مدرسة الكوبنهاغن صاحبة التفسير الارثوذكسى للميكانيك الكمومى ذات الاغلبية المطلقة رغم ارتداد اهل نظرية الوتر. والبعض الآخر وهم اسوء فهما يظنون ان الطريق الذى مر منه الالكترون غير متعين. ثم ينسبون هذا الكلام مرة اخرى الى مدرسة الكوبنهاغن.

كل هذا غير صحيح.

الصحيح ان التركيب الخطى اعلاه يعنى ان الالكترون غير موجود حقيقة او فعليا و ان وجوده كمونى فقط ما لم نكشف من اى الطريقين مر. هذا هو تفسير كوبنهاغن.

اذن الالكترون يخرج من الثقبين فى حالة تركيب خطى لحزمتين موجيتين. هاتين الحزمتين فى البداية تكونان غير متداخلتين ثم يقع التداخل رويدا رويدا مع مرور الزمن. ونجد فى الاخير ان الالكترون لا يمكنه ان يصل الى نقاط معينة على الشاشة اين يقع التداخل الهدام. هذه النقاط كان سيصل اليها الالكترون لو كان ثقب واحد مفتوح لكن مع ثقبين مفتوحين فان الالكترون يصبح غير قادر على الوصول الى تلك النقاط و هذا ما نسميه بالتداخل الكمومى الهدام وهذا من اغرب ما يكون.

والاغرب و الاغمض من هذا هو كيف يعرف الالكترون مسبقا انه سيمر من ثقب واحد (عندما نفتح ثقب واحد امامه) او انه سيمر من ثقبين (عندما نفتح الثقبين له) و يتصرف بالطريقة الصحيحة التى يجب ان يتصرف بها فى كل حالة؟.

كيف يعرف الالكترون عندما يمر من احد الثقين ان الثقب الآخر مفتوح او مغلق؟. فهو سيتصرف كموجة فى الحالة الاولى (الثقب الآخر مفتوح) و كجسيم فى الحالة الثانية (الثقب الآخر مغلق). وهذه هى الثنائية موجة-جسيم. هذه احدى أكبر المعضلات فى العلم!

لكن حسب حدسية ال $ER = EPR$ فان الحل يعطى بكل اناقة كالتالى: فى حالة وجود ثقب واحد مفتوح فان دالة الموجة تكون مشكلة من حزمة موجية واحدة. اذن الالكترون ليس عنده خيارات هنا. لكن عندما يكون الثقبان مفتوحان فى آن معا فان دالة الموجة تكون مشكلة من حزمتين موجتين مفصولتين فى الفضاء spacelike separated لكنهما مرتبطتين عبر جسر ثقالى لاينشتاين و روزن.

يمكن ان نرى هذا الامر عبر القيام بالتكميم الثانى حيث تصبح دالة الموجة حقل و اغلب درجات حرية الحقل تكون محتواة فى علبتين مرتكزتين حول قمتى الحزمتين الموجتين الخارجتين من الثقبين. درجات حرية الحقل فى العلبتين متشابكة كموميا قصويا و يمكن ان نبين انها توصف بحالة بال المتميزة بتشابكات EPR قصوية. وحسب حدسية $ER = EPR$ فان حالة بال هى الحالة المرفقة بثقب دودى او جسر اينشتاين و روزن ER bridge.

هذا الجسر هو الذى يسمح لكل حزمة ان تعرف ان الحزمة الاخرى موجودة و تتواصل معها لتحقيق التداخل بينهما الذى نشاهده. وهذا يمكن تعميمه للتداخل عبر ثلاثة ثقوب او اربعة او اكثر. فالتركيب الخطى المعروف من الميكانيك الكمومى يعنى ان الامواج الجزئية التى تدخل فى التركيب تتصل ببعضها البعض عبر جسور اينشتاين و روزن و هكذا كيف تعرف ان تتواصل كموميا بطرق تخرق الموضعية.

وهكذا ربما نكون قد بينا ان ام الظواهر الكمومية التداخل هى فى الحقيقة ابنة التشابك. فعلى ما يبدو فان اللاموضعية التى يتميز بها التداخل الكمومى هى حالة خاصة جدا من اللاموضعية التى يتميز بها التشابك الكمومى. وهذه اللاموضعية رغم كل المظاهر الخداعة لا تكسر السببية و لا النسبية فانه لا يوجد اى شيء يخرق سرعة الضوء فى كل الذى ذكرناه. لان جسر اينشتاين و روزن يمكنه ان يربط بين نقاط فى الفضاء-زمن تبعد عن بعضها البعض سنوات ضوئية عن طريق طى الفضاء-زمن على نفسه.

فجسر اينشتاين و روزن او ما يسمى ايضا الثقب الدودى هو جسر بين نقطتين فى الفضاء-زمن حيث الفتحتين عبارة عن ثقبين اسودين. المسافة بين الثقبين الاسودين قد تبلغ ملايين السنوات الضوئية عبر الفضاء-زمن لكن عبر الجسر قد تكون كيلومترات قليلة او اقل لان الفضاء-زمن مطوى على نفسه. رغم هذا فان هذا التأثير لا يكسر الموضعية اى حدية سرعة الضوء. اذن لا يوجد شيء او اشارة يمكن ان تتعدى سرعتها سرعة الضوء.

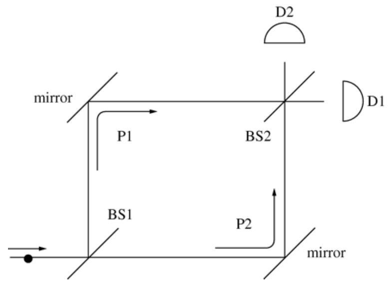
4.1 تفسير كوبنهاغن و تفسير عديد العوالم

1.4.1 تجربة الاختيار المؤجل لويلر

الالكترون لا يقرر انه جسيم او موجة الا بعد ان يمر عبر الثقبين على الرغم من ان الجسيم يجب ان يمر عبر ثقب واحد و الموجة يجب ان تمر عبر ثقبين فى آن معا. القياس يحدد اذن ما اذا كان الالكترون هو جسيم او موجة بأثر رجعى retroactively. هذا هو ملخص تجربة الاختيار

المؤجل delayed choice وهى تجربة فكرية gedanken experiment اقترحها ويلر Wheeler عام 1978. التجربة تم اجراؤها بالفعل ابتداءا من عام 1984. هذه التجربة تعتمد على الثنائية موجة- جسيم وعلى مبدأ التكامل complementarity principle.

هذه التجربة من اكثر التجارب التى طرحت تحديا فيزيائيا و فلسفيا هائلا لتفسير الميكانيك الكمومى. النتائج التجريبية واضحة لا غبار عليها و كذلك الرياضيات. لكن لا يوجد اجماع على كيفية تفسير هذه النتائج و هذه الرياضيات. هذه التجربة تُقدم تحديا للعقلانية المادية الكلاسيكية كلها بدون استثناء. فلا تستعجلوا حاولوا فهم المعطيات جيدا و اولا قبل اى شئ. التجربة فى الصورة. ..



شكل 6.1: تجربة الاختيار المؤجل. صورة مأخوذة من http://rspa.royalsocietypublishing.org/ from .

نتبع هنا الوصف المقدم فى [18]

هناك منبع للضوء. يمكن خفض اضاءة هذا المنبع بحيث يتم ارسال الفوتونات واحدا بعد آخر. الضوء يمر عبر ما يسمى بفاصل اشعة اول BS_1 beam splitter. هنا الفوتونات اما انها تنعكس و تمر الى المرآة الاولى التى توجهها عبر الطريق الاول P_1 الى الكاشف الاول الذى نرمز له ب D_1 detector.

لكن يمكن ايضا للفوتونات ان تنكسر عبر فاصل الاشعة BS_1 وتمر عبر الطريق الثانية P_2 الى المرآة الثانية التى توجهها نحو الكاشف الثانى D_2.

الفوتونات يمكن ان تنعكس او تنكسر عبر فاصل الاشعة BS_1 بإحتمال 50/50.

اذن بهذا الانشاء يمكننا ان نعرف يقينا من اين يمر الفوتون. اذا اضاء الكاشف D_1 فإن الفوتون قد انعكس و مر من الطريق الاولى P_1. اما اذا اضاء الكاشف الثانى D_2 فإن الفوتون قد انكسر و مر من الطريق الثانية P_2.

الان نضع فاصل اشعة ثانى BS_2 امام الكاشفين D_1 و D_2 فى نقطة تقاطع الطريقين P_1 و P_2 كما فى الصورة.

لتكن A سعة الضوء الصادر من المنبع. كل موجة منكسرة تتطلب ضرب السعة A بمعامل يساوى 1. اما كل موجة منعكسة فإنها تتطلب ضرب السعة A بمعامل يساوى i. يمكننا ان نصل الى D_1 عبر طريقين: الطريق الاول فيه انعكاس و انكسار اما الطريق الثانى ففيه انكسار و انعكاس. اذن سعة الموجة يجب ان تضرب فى المعامل

$$i.1 + 1.i = 2i.$$

يمكننا ان نصل الى D_2 عبر طريقين: الطريق الاول فيه انعكاسين اما الطريق الثانى ففيه انكسارين. اذن سعة الموجة فى هذه الحالة يجب ان تضرب فى المعامل

$$i.i + 1.1 = 0.$$

اذن الفوتون يصل الى الكاشف D_1 و لا يصل الى الكاشف D_2 ابدا. اذن كل الضوء يصل الى الكاشف D_1 -تداخل بناء- ولا ضوء يصل الى الكاشف D_2 -تداخل هدام-. لحد الآن التجربة هى تجربة تداخل الضوء العادية. الضوء يتصرف كجسيم عندما نعلم اى طريق أخذ. أما عندما يتصرف الضوء كموجة فإنه يمكن ان يأخذ الطريقين فى آن معا و هكذا نحصل على التداخل. وهذا هو مبدأ التكامل.

الحبكة التى اضافها ويلر هى الصدمة الفلسفية قبل ان تكون فيزيائية او رياضية.

اقترح ويلر ان نضيف فاصل الاشعة الثانى BS_2 فى آخر لحظة بعد ان يمر الفوتون من فاصل الاشعة الاول BS_1 بوقت كافى جدا و يصبح قريبا جدا من نقطة تقاطع الطريقين P_1 و P_2. اذن بعد ان يمر الفوتون من فاصل الاشعة الاول BS_1 و يكمل تقريبا رحلته اما عبر الطريق 1 او الطريق 2 او عبر الطريقين 1 و 2 فى آن معا فإننا نضع فاصل الاشعة الثانى BS_2. النتيجة لا تتغير كما فى الاعلى. اذا وضعنا BS_2 نحصل على التداخل و اذا لم نضع BS_2 نحصل على التصرف الجسيمى.

الآن لو ركزنا قليلا فان هذه معضلة كبيرة لاننا وضعنا BS_2 فى آخر لحظة فحصلنا على التصرف الموجى و التداخل. اى ان الفوتون تصرف و كأنه أتى من الطريقين. لانه اذا لم نضع BS_2 فاننا نعلم يقينا ان الفوتون اما سيأتى من P_1 او P_2. اذن كيف فعل الفوتون فى آخر لحظة حتى تصرف كأنه اتى من الطريقين؟.

بعبارة ويلر: نحن نقرر اذا كان الفوتون سيأتى عبر احد الطريقين او عبر الطريقين فى نفس الوقت بعد ان يُكمل الفوتون رحلته!.
بعبارة اخرى الفوتون لا يقرر انه جسيم -الاتيان عبر طريق واحدة-او موجة -الاتيان عبر الطريقين فى آن معا-الا بعد اكمال رحلته, رغم ان التصرف الجسيمى يتطلب المرور عبر طريق واحدة, و التصرف الموجى يتطلب المرور عبر الطريقين فى آن معا!.
هذه التجربة تتحدى اى فيزيائى او رياضي او فيلسوف هناك ان يقدم تفسيرا موضوعيا واقعيا كلاسيكيا او غيره لهذه التجربة.

2.4.1 مسلمات الميكانيك الكمومى حسب مدرسة كوبنهاغن

وهما مسلمتان سماهما فون نيومان von Neumann العملية واحد (القياس و الانهيار و التفسير الاحصائى) و العملية 2 (التطور الاحادى فى الزمن و مبدأ التركيب الخطى).
يدرس الكثيرون الفيزياء الكمومية و الميكانيك الكمومى لسنوات طويلة, و رغم هذا يبقى لديهم مشكل حقيقى فى تحديد المسلمات الاساسية لهذا العلم العظيم, و ايضا فى تحديد ماهية المشاكل الفلسفية العميقة التى يعانى منها الميكانيك الكمومى, وهذا رغم النجاح التجريبى الساحق له فى تفسير كل شئ فى العالم الميكروسكوبى المجهرى.
لا اطيل عليكم مسلمات فون نيومان هى:

العملية 2

- **معادلة شرودينغر:** شعاع حالة الجملة $|\psi(t)\rangle$ هو شعاع فى فضاء هيلبرت Hilbert يتطور فى الزمن بشكل احادى unitary تحكمه معادلة شرودينغر

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle. \tag{5.1}$$

H هو مؤثر الطاقة او الهاميلتونية.

- **مبدأ التركيب الخطى** superposition principle: حالة اى جملة فيزيائية فى فضاء الموضع توصف بدالة تسمى دالة الموجة او دالة الحالة وتعطى ب

$$\psi(x) = \langle x|\psi\rangle. \tag{6.1}$$

هذه الدالة هى عبارة عن تركيب خطى لكل الحالات الممكنة التى يمكن ان تكون فيها الجملة. اهم كلمة مفتاحية هنا هى -التركيب الخطى-.

العملية 1

- **مسلمة الانهيار** collapse postulate: تجريبيا عندما نقيس مقدار فيزيائى ما فإننا نجد إمكانية واحدة, وليس كل الامكانيات المحتواة داخل دالة الموجة, و الذى يحدث تجريبيا أن حالة الجملة بعد القياس تنهار لحظيا, بسرعة لا نهائية, الى الحالة الذاتية للجملة المرفقة بالقيمة التى حصلنا عليها فى القياس.
هذه مسلمة فى الحقيقة مبنية على التجربة الحسية وهى تسمى مسلمة انهيار دالة الموجة.
اهم كلمتين مفتاحيتين فى المسلمة اعلاه - تنهار لحظيا-. هذا الانهيار هو سبب كل المشاكل فى التفسير. والذى لا تحيره هذه المسلمة فهو بكل بساطة لم يفهم بعد محتوى الذى قيل وابعاده الفيزيائية و الرياضية و الفلسفية.

- **مسلمة القياس او قاعدة بورن:** نظريا عند قياس مقدار فيزيائى ما فإنه لا يمكننا الا ان نحصل على القيم الذاتية λ_n للمؤثر $\hat{O}$ على فضاء هيلبرت المرفق بهذا المقدار. القيمة المنتظرة $< \hat{O} >$ لهذا القياس تساوى المجموع على القيم الذاتية λ_n لهذا المقدار, كل واحدة مضروبة فى احتمال الحصول عليها P_n, هذا الاحتمال يحسب بأخذ مربع طويلة الجداء السلمى بين دالة موجة الجملة $|\Psi>$ والدالة الذاتية $|\psi_n>$ للمؤثر المرفقة بهذ القيمة الذاتية.
المعادلات التى تترجم هذا الكلام هى: معادلة القيم الذاتية للمؤثر $\hat{O}$ التى تعطى ب

$$\hat{O}|\psi_n >= \lambda_n|\psi_n > . \tag{7.1}$$

معادلة التركيب الطيفى spectral decomposition للمؤثر $\hat{O}$ بدلالة طويلة الاحتمال g_n تعطى ب

$$\hat{O} = \sum_n g_n|\psi_n> \ , \ g_n =<\psi_n|\Psi> . \tag{8.1}$$

معادلة الاحتمال P_n وهى قاعدة بورن تعطى ب

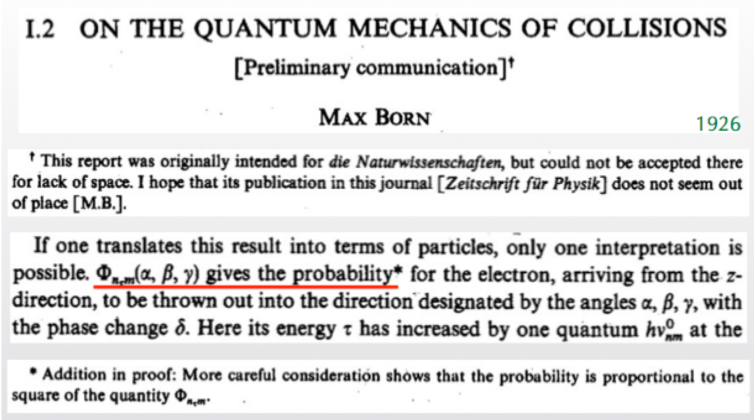
$$P_n = |g_n|^2. \tag{9.1}$$

معادلة القيمة المنتظرة او القيمة المتوسطة للمؤثر $\hat{O}$ تعطى ب

$$<\hat{O}>= \sum_n P_n\lambda_n =<\Psi|\hat{O}|\Psi> . \tag{10.1}$$

نأخذ مثال على كيفية حساب الاحتمال باستعمال قاعدة بورن: لو أجرينا مثلا 100 عملية قياس للطاقة فإنه نحصل كل مرة على قيمة ذاتية لمؤثر الطاقة, لنفترض أن عدد المرات التى حصلنا فيها على القيمة الذاتية الاساسية E_0 مثلا, وجدناه 30 مرة من المائة مرة, فإن الاحتمال $30/100$ هو بالضبط مربع طويلة الجداء السلمى بين دالة موجة الجملة و دالة الموجة الاساسية للطاقة المرفقة ب E_0.

التفسير الاحصائى لدالة الموجة خاصة بورن Born او ما يعرف بقاعدة بورن فى الصورة اين ذكرت لاول مرة فى التاريخ. هذه هى احدى مسلمات الميكانيك الكمومى الاساسية حسب تفسير كوبنهاغن و هى تنص بكل بساطة على أن مربع طويلة دالة الموجة يعطى احتمال ان نجد الجسيم فى نقطة معينة.



I.2 ON THE QUANTUM MECHANICS OF COLLISIONS

[Preliminary communication]†

MAX BORN 1926

† This report was originally intended for *die Naturwissenschaften*, but could not be accepted there for lack of space. I hope that its publication in this journal [*Zeitschrift für Physik*] does not seem out of place [M.B.].

If one translates this result into terms of particles, only one interpretation is possible. $\Phi_{n,m}(\alpha, \beta, \gamma)$ gives the probability* for the electron, arriving from the z-direction, to be thrown out into the direction designated by the angles α, β, γ, with the phase change δ. Here its energy τ has increased by one quantum $h\nu^0_{nm}$ at the

* Addition in proof: More careful consideration shows that the probability is proportional to the square of the quantity $\Phi_{n,m}$.

شكل 7.1: صورة مأخوذة من http://www.preposterousuniverse.com.

3.4.1 تجربة الاختيار المؤجل الكونية لويلر

قليل جدا من الفيزيائيين انفسهم من ينتبه الى خطورة تجربة ويلر Wheeler للاختيار المؤجل delayed choice التى كنت قد شرحتها اعلاه.

ويلر اقترح القيام بنفس التجربة لكن على المستوى الكوسمولوجى الهائل. اذن منبع الضوء هو كوازار quasar بعيد جدا. الضوء انطلق من الكوازار منذ ملايين السنوات. يتم فصل الضوء الى شعاعين عندما يمر مثلا عبر مجرة موجودة على الخط الرابط بين الارض و الكوازار عبر ظاهرة العدسة الثقالية gravitational lensing التى تنبأ بها النسبية العامة. اى ان هذه المجرة التى بيننا و بين منبع الضوء فى الكوازار تلعب بالضبط دور فاصل الاشعة فى التجربة كما شرحتها سابقا. انظروا الصورة (8.1).

هذه الفوتونات نشاهدها كأمواج عبر التداخل على شاشة, او كجسيمات اذا وجهنا التليسكوبات بحيث يمكننا تحديد الطريق الذى تأخذه هذه الفوتونات بالضبط. بقايا التفاصيل التقنية كما فى التجربة الاصلية. لكن تذكروا فى هذه الحالة الضوء انطلق من منبعه منذ ملايين السنوات.

يقول ويلر بالحرف: يمكن خلق او تغيير الماضى السحيق بطريقة ملاحظتنا له الآن.

the distant past could be created or altered by our manner of observing it now.

اذن حسب هذا الكلام حتى الانفجار الاعظم نفسه من المحتمل جدا اننا نحن الذى تسببنا فيه عن طريق ملاحظتنا لبداية نشأة الكون. لكن هذا تطرف كبير فى التفسير. علينا ايجاد حل فيزيائى رياضى فلسفى بديل. وهذا هو موضوع الفلسفة الكمومية.

ويلر لا يتوقف فى تفسيره المتطرف للميكانيك الكمومى و يواصل القول:

الظاهرة ليست ظاهرة حتى تصبح ظاهرة ملاَحظة

no phenomenon is a phenomenon until it is an observed phenomenon.

ثم يواصل ازعاجه لبقية الفيزيائيين ويقول:

الماضى ليس له وجود الا فى كونه مسجل فى الحاضر.

past has no existence except as recorded in the present.

و ايضا يقول: العالم غير موجود فى الخارج مستقلا عن فعل القياس.

the universe does not exist out there independent of all acts of observation.

هذا الرأى هو عمق تفسير كوبنهاغن للميكانيك الكمومى. و لو ان بور Bohr و اغلبية الفيزيائيين الذين يتبعونه لا يستخدمون تعبيرات ويلر هذه المتطرفة. لكن الامر غير بعيد كثيرا. ومن لم يعجبه تفسير كوبنهاغن فهناك تفسيرات أخرى واقواها عديد العوالم.

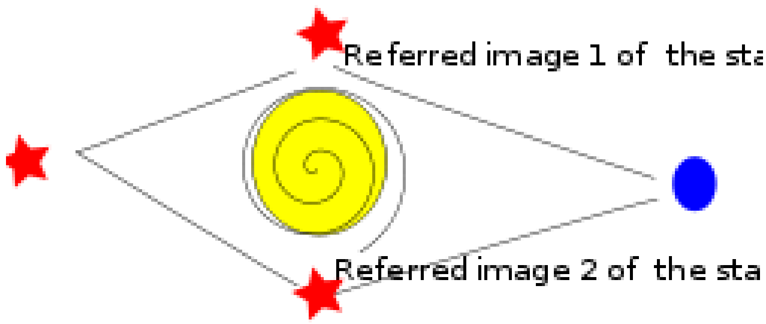
على كل حال هذه ليست عقيدة بل تفسير و يمكن ان يتغير. فتفسير كوبنهاغن خاصة بور هو الذى وصفه الفيلسوف بوبر Popper بالوحل الكمومى quantum muddle.

حتى الذين يميلون للكوبنهاغن -و شخصيا انى منهم- يعتقدون بضرورة تعويض تفسير كوبنهاغن بتفسير آخر اكثر فيزيائية و اقل ميتافيزقية. لكن المشكل يبقى -وهذا رأيي- ان كل البدائل ليست اقل سوءا و فى بعض الاحيان اسوء بكثير اى اكثر ميتافيزيقية. فكل تفسيرات الميكانيك الكمومى تتحدى امكانية الواقع الموضوعى.

و تفسير ويلر اعلاه المتطرف نجد له سابقة فى الفلسفة. مثلا الفيلسوف البريطانى الحسى الكبير بركلى Berkeley يقول:

أن تكون هو ان تدرك (يعنى من غيرك).

to be is to be perceived. هذا هو الفيلسوف الحسى الوحيد اذن الذى يتفق مع الميكانيك الكمومى فى اخص خصائصه: القياس.



شكل 8.1: صورة مأخوذة من ويكيبيديا.

4.4.1 تكامل الطريق

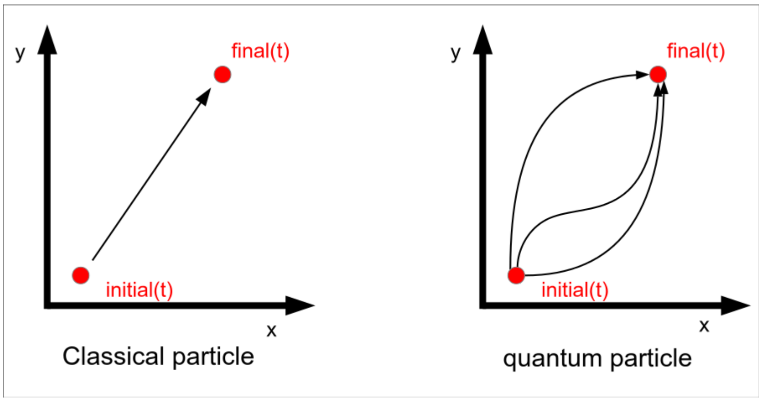
شخصيا فإن رأيي فى تفسير الميكانيك الكمومى هو تفسير استاذنا من جامعة سيراكيوس نيويورك الفيزيائى سوركن Sorkin, وهو الآن فى معهد البيريميتر Perimeter فى كندا, الذى كان يقول -حسب رواية بنروز Penrose عنه فى كتابه عقل الامبراطور الجديد The Emperor's New Mind- انه يميل الى الاعتقاد بأن تفسير الميكانيك الكمومى يجب ان يمر عبر تكاملات الطريق لفايمان Feynman.

لكن بنروز لم يعط تفصيلات اكثر و شخصيا لم اسأل سوركن عندما كنت فى سيراكيوس لان فلسفة الميكانيك الكمومى لم تكن من اولوياتى فى ذلك الوقت و لا هى يجب ان تكون من اولويات اى طالب باحث او طالب دكتوراة او ماجيستير.

لكن فى توصيف بنروز فى كتابه الآنف الذكر لرأى سوركن فإنه وضع رأى سوركن بين b و d. و b عند بنروز تعنى عديد العوالم اما d فإنها تعنى التواريخ المنسجمة.

شخصيا لا اتفق كثيرا مع هذا التوصيف لانى أفهم تكاملات الطريق لفايمان على انها كوبنهاغن بامتياز. المهم يبقى هذا الرأى من احسن الاراء و هذا رأيي و يمكن ان يتغير فى المستقبل.

لنشرح الآن ماهى تكاملات الطريق.
تكامل الطريق path integral, الذى اخترعه فايمان, والذى اصبح من اهم الطرق الرياضية المستعملة فى تكميم الجمل الفيزيائية الكلاسيكية, يعطى بالضبط سعة احتمال الجملة الفيزيائية للانتقال من حالة اولى 1 الى حالة ثانية 2. سعة الاحتمال هو عدد مركب و هو بالضبط دالة الموجة. الاحتمال يحتسب باخذ مربع طويلة سعة الاحتمال.



شكل 9.1: صورة مأخوذة من http://www.thephysicsmill.com/.

حسب مسلمة التركيب الخطى فان سعة احتمال الجملة, للانتقال من الحالة الابتدائية 1 الى الحالة النهائية 2, هو بالضبط يساوى الى مجموع الطرق التى تربط بين 1 و 2.
اذن عكس الميكانيك الكلاسيكى الذى فيه طريق واحدة تربط بين 1 و 2 يوجد فى الميكانيك الكمومى عدد غير منته من الطرق التى تربط بين 1 و 2. و كل هذه الطرق تحتسب مهما كانت بعيدة عن الكلاسيكية التى نعرفها. سعة الاحتمال من اجل كل طريق يعطى بدلالة ما يسمى بالفعل action المرفق بذلك الطريق بالعبارة

$$\psi = \exp(iS/\hbar). \tag{11.1}$$

حيث $\hbar$ هو ثابت بلانك و i هو العدد التخيلى البحت و exp هى الدالة الاسية و S هو الفعل.
مثلا فى الصورة اعلاه, هناك ثلاثة طرق. نأخذ سعة الاحتمال لكل طريق, ثم نجمع سعات الاحتمال, حتى نحصل على السعة الكلية ثم نربع حتى نحصل على النتيجة النهائية اى احتمال الانتقال من 1 الى 2.
فى الحالة العامة يكون لدينا عدد غير منته من الطرق التى تربط بين 1 و 2, وعليه فان الجمع على كل هذه الطرق يصبح تكامل, ومن هنا جاءت التسمية تكامل الطريق.

5.4.1 لكن ماهى معضلة التفسير؟

ماهو الكمومى؟ ما المسؤول عنها اعلم بها من السائل؟

اصعب سؤال سُئلته او يُسأله اى فيزيائى نظرى.
احسن جواب فيها هو قول الرسول صلى الله عليه و سلم عندما سئل عن وقت الساعة: ما المسؤول عنها بأعلم من السائل؟ وهذا هو جواب السلف الاجمالى -اذا صح التعبير- فى هذه المسألة. لكن سأعطى ايضا جواب الخلف التفصيلى حسب مدرسة كوبنهاغن لان هناك مدارس أخرى سنتكلم عنها عندما يحين الوقت. و سنحاول ان نعطى جواب على هذا السؤال مبنى على التجربة و الحساب, وليس مبنى على المنطق المجرد, ولو جواب تقريبي غير نهائي.
اولا نحن نقول كمومى فى مقابل او ضد كلاسيكى. الكلاسيكى سهل: هو كل جسم يخضع لقوانين نيوتن. اذن الكمومى فهو كل شئ غير ذلك. اى لا يمكن وصفه بقوانين نيوتن أبدا.
ثانيا الكلاسيكى موجود. الكمومى غير موجود حتى نتفاعل معه. هكذا يقول بور والمعادلات تحمل فعلا هذا المعنى الغريب وشخصيا اميل الى هذا. التفاعل مع الكمومى نسميه نحن القياس او الرصد الكمومى. وقبل القياس فان الجسم الكمومى او على الاقل حالته غير موجودة. الذى هو موجود هو موجة- ليست حتى مثل الموجات الاخرى- تنتشر فى فضاء مركب -ليس الفضاء الحقيقى- حسب قانون يسمى معادلة شرودينغر Schrodinger.

اذن الرصد الكمومى هو الذى يؤدى الى تخلق الجسم أو حالته.

ثالثا العلاقات السببية الحتمية موجودة فى الكلاسيكى لا تتخلف ابدا. وهذا ما جعل كل الفلاسفة القدماء و المحدثون يظنون انها ضرورة عقلية و ليست فقط ضرورة طبيعية. العلاقات السببية هى غير حتمية فى الكمومى و يمكن ان تتخلف. فهى فقط ضرورة طبيعية غير حتمية لانها فى الاساس كمومية. و قد قال بشيء مثل هذا قديما الغزالى بسبب ميتافيزيقية معضلة الجبر والاختيار, ثم العبقرى مالبرانش Malebranche بسبب ميتافيزيقية معضلة العقل و المادة, ثم قال به العبقرى هيوم Hume لانه فقط شك فى الطبيعة و فى حتمية الاستقراء.

الفلسفة الكمومية: معضلة التفسير

كل علم يحتاج الى تفسير. وعموما لا يوجد اشكال كبير فى تفسير نتائج العلوم. لكن تفسير بعض منها له ابعاد فلسفية عميقة. الذى يهمنى هنا هو الميكانيك الكمومى. فهناك اذن الميكانيك الكمومى و هناك تفسير الميكانيك الكمومى.

ماذا نعنى بالتفسير هنا؟

هناك معادلات اى رياضيات وهناك واقع او وجود -مادي و عقلي- خارجي. والانسان عن طريق اللغة و المنطق يريد ان يربط الرياضيات بهذا العالم. هذا هو المقصود من تفسير الميكانيك الكمومى. اى ماهى العلاقة بالضبط بين رياضيات الميكانيك الكمومى و العالم الخارجى المادى. اذن هذا سؤال ميتافيزيقى فى الحقيقة لانه لو كان فيزيائيا بحتا ماكان لِيُطرح اصلا بهذه الطريقة.

الخلاف عميق جدا جدا. ولا يوجد مثل هذا الخلاف الميتافيزيقى فى جميع العلوم الا فى الميكانيك الكمومى الذى تقوم عليه كل الفيزياء الحديثة. حتى ان فيلسوف العلوم بوبر Popper سماه بالوحل الكمومى. وهذا الخلاف هو ما يعرف بأسس الميكانيك الكمومى او الفلسفة الكمومية.

أما فى الدين و الفلسفة فالخلاف فى التفسير موجود. قارنوا الامر بالعقيدة و علم الكلام. فالرياضيات مثل الوحى القرآنى او العقيدة بمعنى ان الكل متفق عليها لكنهم يختلفون فى التفسير. فمثلا علم الكلام هو تفسير هذا الوحى عن طريق اللغة و المنطق عند البعض.

وجميع مشاكل التفسير فى الميكانيك الكمومى تدور حول ظاهرة الرصد الكمومى التى يلخصها قول الفيلسوف البريطانى الحسى الكبير بركلى Berkeley: أن تكون هو ان تُدرك (يعنى من غيرك) to be is to be perceived. اذن هذا هو الفيلسوف الحسى الوحيد الذى جاء قبل الميكانيك الكمومى و الذى يتفق مع الميكانيك الكمومى فى اخص خصائصه: الرصد.

الجميل فى كون الانسان فيزيائيا نظريا مختصا فى الفيزياء الكمومية هو امكانية ممارسة الفلسفة من موقع قوة. اقول الطريق الى ضبط الفلسفة هو ضبط الفلسفة الكمومية لانها هى النموذج المرتبط ارتباطا عضويا مباشرا بالتجربة و الحساب. بكل بساطة اذا لم نتمكن من ضبط اسس الميكانيك الكمومى الذى يعتمد على كم هائل من التجارب الحسية و الحسابات الرياضية فلا امل مطلقا فى ضبط الميتافيزقا أو الفلسفة التى لا تعتمد الا على اللغة و المنطق وهذا رأيى.

الكمومى هو الوحى الآخر الى العقل الانسانى و علاقته بالزمن

الميكانيك الكمومى هو فعلا كما يقول كارول Carroll اعظم انجاز للذكاء الانسانى ومخيلته عبر كل التاريخ. هذا كلام لا شك فيه واتفق عليه آخرون تصريحا او تلميحا مثلا بنروز.

لكن الميكانيك الكمومى ايضا غريب-وغريب جدا فى الحقيقة- من ناحية انه تقريبا العلم الفيزيائى او غيره الوحيد الذى يحتاج الى تفسير.

فهناك تخصص هائل على الحدود بين الفلسفة و الفيزياء يسمى اسس الميكانيك الكمومى foundations of quantum mechanics. فنحن بكل بساطة نعرف ما يفعله بالضبط الميكانيك الكمومى لكننا لا نعرف اطلاقا ماذا يقصد بالضبط الميكانيك الكمومى عندما يتحدث عن الواقع. اذن الميكانيك الكمومى يحتاج الى تفسير و كأنه وحى!.

ايضا من الجهة الاخرى فان الميكانيك الكمومى نفسه يحتوى على الكثير من الامور المعقدة-جدا-التى يزيد فى تعقيدها انه ليس لها مثيل او نظير فى الفيزياء الكلاسيكية. واشهر هذه الامور فعل القياس measurement process. والظواهر المرفقة به مثل ظواهر انهيار دالة الموجة wave function collapse و التشابك الكمومى quantum entanglement و فك التلاحم decoherence.

شخصيا هنا سأتبنى فكر فك التلاحم -انظروا مثلا كتابات زوراك Zurek-: التفاعل بين الجملة الفيزيائية و المحيط هو عبارة عن تشابك كمومى بين حالة الجملة الفيزيائية و حالة المحيط, وان هذا التشابك هو الذى سيؤدى الى انهيار دالة الموجة, وانه هو ايضا الذى سيؤدى الى اختزال حالة الجملة من حالة نقية pure state التى تحتوى على تداخل interference الى حالة مختلطة mixed state التى لا تحتوى الا على احتمالات وهو تعريف ظاهرة فك التلاحم.

فالميكانيك الكمومى ليس هو نظرية احتمالات كما يظن البعض لانه لو كان كذلك لما كان هناك مشكل اصلا. وهناك مدارس-مدرسة التواريخ المنسجمة consistent histories- التى تود بالضبط فعل هذا اى اختزال الميكانيك الكمومى الى نظرية احتمالات.

اذن فعل القياس هو ظاهرة فك تلاحم لا غير. هذه الرؤية نظيفة جدا لكنها لم تؤدى الى التخفيف من حدة الخلاف بين مدرسة كوبنهاغن-التى تقبلها لكن تصر ان حالة الجملة قبل القياس غير موجودة- و مدرسة عديد العوالم -التى تقبل ايضا هذا الامر لكن تقول ان حالة الجملة قبل القياس موجودة لكن فى عوالم مختلفة- ولم تخفف ايضا الخلاف بينهما و بين مدرسة التواريخ المنسجمة التى تصر على ان حالة الجملة قبل القياس هى فقط غير متعينة.

المهم فى القصة اليوم هى الملاحظة ان فعل القياس -و ظاهرة انهيار دالة الموجة المرفقة بها- يبدو عليها انها ظاهرة غير عكسية irreversible بمعنى انه اذا انهارت دالة الموجة فلا يمكننا الرجوع بحالة الجملة الى الحالة الابتدائية وهذا مناقض تماما للتطور الاحادى unitary evolution فى الزمن الذى تعطيه معادلة شرودينغر. وايضا فان هذا الانهيار لحظى instantaneous بمعنى انه يقع بسرعة لا نهائية.

من الجهة الاخرى فاننا نعرف شيئا واحدا آخر فى الفيزياء هو ايضا ظاهرة اساسية و ظاهرة غير عكسية. هذه الظاهرة هى الزيادة المضطردة للانطروبى entropy لجملة مغلقة وهذا هو نص المبدأ الثانى للترموديناميك. هذه الزيادة المستمرة للانطروبى هى التى تجعل انطروبى الكون ككل فى حالة زيادة مستمرة انطلاقا من المفردة فى الانفجار الاعظم اين كان الانطروبى صغير جدا. اذن الانطروبى يزداد مع توسع الكون و هذا الازدياد المضطرد هو الذى يحدد اتجاه الزمن من الماضى الى المستقبل. واتجاه الزمن هو الذى-وهنا رأيى- يحدد الزمن نفسه.

اذن القياس او الرصد عملية غير عكسية و ايضا سير الزمن عملية غير عكسية. نستنتج مباشرة ان الزمن هو فعل رصد كمومى يربط بين الراصد (الوعى) و المرصود (الكون).

الحالة الكمومية ليست فقط غير متعينة بل هى غير موجودة

الحالة الكمومية لأى جملة فيزيائية هى ليست فقط غير معروفة قبل فعل القياس بل هى فى الواقع غير موجودة. هذا هو الموقف الرسمى لمدرسة كوبنهاغن اعتمادا على مبرهنة بال. يبقى كيف يجب ان ننظر الى هذا الامر ميتافيزيقيا فهنا الخلاف الشديد بين المدارس المختلفة.

لكن غيرهم -مثلا التاريخ المنسجم- يرفضون التفسير اعلاه لحالة الكمومية. مدرسة كوبنهاغن تقول اذن ان الحالة غير موجودة. عديد العوالم تقول ان الحالة موجودة لكن فى عوالم مختلفة. اما مدرسة التواريخ المنسجمة و مدرسة بوهم فيقولان ان الحالة غير متعينة.

هل الصورة مضببة ام ان الكاميرا هى المضببة؟

بداية فهم الكمومى هو ان تحتار و تستغرب. أما اذا ظهر لك الأمر مفهوم و عادى فانك لم تفهم شيئا بعد. وكلما زاد عمق حيرتك كلما اقتربت من الفهم الذى يبقى مجهولا غير معروف لكنه اكيد موجود. ولا تقلق اذا لم تحتر فهذه حال اغلبية الفيزيائيين انفسهم.

هل الميكانيك الكمومى يقدم صورة ضبابية لواقع صافى تماما اما ان الواقع فعلا ضبابى فى نفسه و الميكانيك الكمومى لا يفعل الا أن يقدم صورة صافية لتلك الضبابية. هذا هو سؤال شرودينغر.

هذه هى ما يسمى معضلة التفسير بعبارة اخرى وهى ربما اعظم معضلة فى فلسفة العلم. فنحن لا نعرف حتى اذا كانت هذه المعضلة هى معضلة ايبستيمولوجية ام معضلة انطولوجية. ولهذا دائما اقول أنه يمكن لأى دارس للاجتماعيات و الانسانيات ان يمارس فلسفة العلم الا فلسفة الكمومى فان الفيزيائى المتمكن فى الفيزياء و المتبحر فى الانسانيات و الاجتماعيات يمكنه فقط ان يمارس هذا النوع من الفلسفة.

الميكانيك الكمومى حسب التفسير الارثوذكسى

نأخذ قطعة نقدية لها وجه و لها عقب و نفترض انها كمومية بمعنى انها تخضع لقواعد الميكانيك الكمومى.

عندما نرمى هذه القطعة بافتراض انها كلاسيكية فاننا نحصل اما على وجه او على عقب.

الحالتان "وجه" و "عقب" هما الحالتان الوحيدتان الممكنتان كلاسيكا وهما الحالتان الموجودتان فعلا فى الواقع بداهة.

لكن فى الميكانيك الكمومى عندما نرمى القطعة فانه يمكننا نحصل على "الوجه" و على "العقب" لكن مجموعة الحالات التى يمكن ان تكون فيها القطعة فى الميكانيك الكمومى هى مجموعة غير منتهية تسمى فضاء هيلبرت تحتوى على حالة "الوجه" و على حالة "العقب" و على اى تركيب خطى لهاتين الحالتين. التركيب الخطى هو خليط من الشكل

ص1*الوجه+ص2*العقب

ص1 هو عدد مركب يعطى مربع طويلته احتمال ان تكون القطعة النقدية فى الحالة "وجه" و ص2 بالمثل هو عدد مركب آخر يعطى مربع طويلته احتمال ان تكون القطعة النقدية فى الحالة "عقب".

الآن بالنسبة للميكانيك الكمومى التركيب الخطى اعلاه من اجل اى ص1 و ص2 موجود كحالة ممكنة للقطعة النقدية فى فضاء هليبرت مثله مثل الحالات الكلاسيكية "وجه" و "عقب".

لكن هل هذه التراكيب الخطية موجودة فعلا فى الواقع مثلما ان "وجه" و "عقب" موجودان؟

هذه بعبارة اخرى معضلة القياس او الملاحظة او الرصد الكمومية. اذن حتى يكون تصوركم سليم فان التركيب الخطى اعلاه يعنى ان الواقع -حسب الميكانيك الكمومى- يحتوى على قطعة نقدية موجودة فى "وجه" و "عقب" فى نفس الوقت. هذا فهم معين.

الفهم الادق ان نقول ان القطعة النقدية الكمومية فى حالة التركيب الخطى اعلاه غير موجودة حتى نجرى عملية القياس عليها عندها و عندها فقط تخرج القطعة النقدية الى الوجود (مبرهنة بال).

وحتى يكون الفهم اسلم فان حالة التركيب الخطى اعلاه هى فى الحقيقة ما يسمى حالة نقية. اذن رغم انها تعطى خليط بين "وجه" و "عقب" الا انها ليست خليط احصائى ولهذا فاننا نسميها تركيب خطى و ليس خليط احصائى. وهذه عبارة اخرى لمعضلة الرصد الكمومى؟

اذن عندما نقول ان قط شرودينغر حى او ميت فنحن فعلا نقصد انه غير موجود حتى نجرى عليه القياس. وهذه هى الكوبنهاغن فى اصفى صورها او الكوبنهاغن على مذهب الخاصة. ويمكن ان تقول ان القط حى و ميت فى نفس الوقت و هذه هى الكوبنهاغن على مذهب العوام اذا صح التعبير. فكون القط غير موجود حتى نُجرى عليه القياس اصعب على العقل -لكنه الاقرب الى الحقيقة-من كونه حى و ميت فى نفس الوقت.

أما الذى يظن-وهم اغلبية حتى من بين الفيزيائيين العاملين- ان حالة القطعة النقدية فى التركيب الخطى اعلاه او حالة القط فى التركيب الخطى الذى يحتوي حالته حيا و حالته ميتا هى حالة عدم تعين فهو لم يفهم المعضلة بعد.

ومن يرفض كل هذه الاقوال ويريد شيئا آخر فعليه اذن ان يذهب و يسعى الى عديد العوالم او عديد العقول او بوهم او التاريخ المنسجم أو التفسير المعاملاتى او غيرها من التفاسير. و كلها فى رأيى اسوء حالا رياضيا و فيزيائيا رغم ادعاءهم او ادعاء بعضهم انهم احسن حالا ميتافيزيقيا وهذه ايضا مشكوك فيها.

فالذى يفترض عدد غير منته من العوالم او العقول اسوء من عدم وجود الشيء حتى نقيسه ومن يعبر الازمان الماضية و يخرق الاسباب (التفسير المعاملتى transactional interpretation) اسوء منهم كلهم اما بوهم فهو معتدل جدا و اما التاريخ المنسجم فهو كوبنهاغن لا يريد فقط ان يواجه الواقع المر!!!.

التفسير الأرثوذكسى للميكانيك الكمومى و الحيوات التسعة لقط شرودنيغر

أما خلاصة التفسيرات الكمومية فتلخصها الحيوات (جمع حياة) التسعة لقط شرودينغر كما سماها شرايبر Schreiber وهى:

-التفسير الارثوذكسى othodox interpretation وهو تفسير يقول بالتوقف عند معادلات الميكانيك الكمومى و العمليات الحسابية المترتبة عليها بدون زيادة و لا نقصان و لا تصرف و لا تفلسف. المشكلة مع هذا الموقف ان مثل هذا الانفصام بين العلم و تفسيره لم نواجهه فى الميكانيك الكلاسيكى اذن لماذا نحن نواجهه فى الميكانيك الكمومى. اذن كثير جدا من الفيزيائيين المفكرين لن يتوقف عن التفكير فى هذا الامر.

-تفسير كوبنهاغن Copehhagen وهو تفسر بور Bohr وهو الاساس فى مذاهب التفسير. وفى هذا التفسير لا توجد انطولوجى ontology لان الواقع فى جوهره كومى و الميكانيك الكمومى لا يسمح بوجود اى انطولوجى قبل فعل القياس.

-تفسير فون نيومان von Neumann و فيغنر Wigner وهو أكثر تفسيرات كوبنهاغن تطرفا و هو التفسير الذى يسمى تفسير "العقل هو الذى يتسبب فى انهيار العالم" mind causes collapse of the world. وانه بدون الوعى الانسانى و لربما الحيوانى و بدون العقل الانساني لا يوجد قياس اصلا و بالتالى لا وجود لما يسمى انهيار الموجة و بالتالى لا يوجد عالم موضوعى اصلا من الاساس بدون وجود العقل.

-المتغيرات المخفية hidden variables وهى اى هذه المتغيرات اذا كانت موضعية فهى غير ممكنة حسب مبرهنة بال لكن مازال هناك من ينازع فى هذا الامر.

-تفسير عديد العوالم many-worlds وهذا اكثر التفسيرات تطرفا لكن لا تعتقدوا ان هذا يجعل هذا التفسير اقل شعبية فهذا التفسير يبقى ثانى اكثر التفسيرات شعبية بعد الكوبنهاغن بين الفيزيائيين وشعبيتة فى تزايد مضطرد.

-تفسير عديد العقول many-minds وهذا تفسير مثالى مائة بالمائة. اى ان انشطار العوالم لا يحدث الا فى العقل.

-تفسير بوهم Bohm الذى يسمى تفسير الموجة الطيار pilot wave وهو تفسير متغيرات مخفية لكنه غير موضعى و فيه ان الجسيم فعلا جسيم و ان الموجة تقوده فقط فى حركته. وهو تفسر رائع حقيقة.

-تفسير التاريخ غير المتلاحم decoherent history من ناحية الانطولوجى ontology وهو تفسير غالمان Gell-Mann و هارتل Hartle وهذا التفسير هو تفسير تواريخ منسجمة consistent histories مع عدم تلاحم وهو تفسير انطولوجى اى واقعى.

-تفسير التاريخ غير المتلاحم من ناحية الابيستمولوجى وهو تفسير غريفيث Grffiths و اومناز Omnes وهو ايضا يسمى التفسير المنطقى من قبل اصحابه لانهم يعوضون الصياغة الكمومية التقليدية بالمنطق. و هذا ايضا تفسير تواريخ منسجمة مع عدم تلاحم لكنه تفسير ابيستيمولوجى.

والخلاف بين هذه المذاهب او التفسيرات هى بخصوص القياس measurement الحتمية determinism الموضعية locality و الميتافيزيقا الكمومية.

رسالة اخيرة الى الاصدقاء. اذا وجدتهم صعوبة فى الفهم فلا تقلقوا فلستم وحدكم لان الاغلبية الساحقة من الفيزيائيين هم من المدرسة الارثوذكسية و هم رغم انهم فيزيائيين فانهم لا يفهمون تقريبا اى شيء فى كل المدراس الاخرى. فهذا امر صعب جدا و اذا رفضت التعامل معه و الانتباه له بجدية فان عدم فهمك سيغلف بعدم فهم اكبر.

اعمق اكتشاف علمى يضع المنطق بمواجهة التجربة وجها لوجه

أعمق اكتشاف علمى على الاطلاق هو مبرهنة بال Bell لصاحبها الفيزيائى الايرلندى جون بال John Bell الذى برهن بما لا يدع اى مجال للشك ان اينشتاين مخطئ فى اعتقاده ان العالم (الكمومى فى جوهره) يجب ان يكون واقعى و موضعى فى نفس الوقت.

اذن الواقعية realism و الموضعية locality شرطان غير منسجمان مع الميكانيك الكمومى و على اينشتاين ان يضحى باحدهما و هو لم يفعل. لكن اغلب العاملين فى الفيزياء النظرية قد ضحوا تقريبا بالواقعية و مازالوا يستميتون للمحافظة على الموضعية لكن يبدو انها سيضطرون للتضحية بها ايضا.

القول بان مبرهنة بال هى اعظم اكتشاف فى العلم هو قول الفيزيائى هنرى ستاب Henry Stapp ولو أعطينا فرصة كفيزيائيين للتصويت على هذا الرأى لأعطيته شخصيا صوتى بدون نقاش.

لكن ماهى مبرهنة بال؟

بعيدا عن المجال الذى اشتقه فيها صاحبها فهى مبرهنة فى المنطق الكلاسيكى العادى المبنى على نظرية المجموعات. هى تنص على ان:

-عدد الاشياء التى لها الخاصية A لكن ليس لها الخاصية B زائد عدد الاشياء التى لها الخاصية B لكن ليس لها الخاصية C أكبر او يساوى من عدد الاشياء التى لها الخاصية A لكن ليس لها الخاصية C.

والبرهان بسيط جدا و بعدة طرق اتركه لكم.

اذن هذه المبرهنة هى مبرهنة منطقية ليس الا.

انجاز بال كان فى تبيان ان هذه المبرهنة غير متحققة فى الميكانيك الكمومى و بالخصوص فى كل ظواهر التشابك الكمومى وانه يمكننا ان نجعل الميكانيك الكمومى يتصرف بشكل كلاسيكى اى يحترم مبرهنة بال اعلاه فقط باضافة ما يسمى بالمتغيرات المخفية.

لكن التجربة و الحس يؤكدان بما لا يدع مجالا للشك ان الميكانيك الكمومى و توقعاته صحيحة مائة بالمائة و ان مبرهنة بال المنطقية جدا جدا غير محترمة مائة بالمائة فى ظواهر التشابك الكمومى. اذن من جهة المنطق يقول ان المبرهنة اعلاه يجب ان تكون صحيحة لا شك و لا ريب فى ذلك ونحن لا نشك فى ذلك لاننا نظريين و لسنا تجريبيين و نعرف قوة العقل. لكن التجربة ايضا تقول ان الميكانيك الكمومى لا يحترم هذه المبرهنة اذن هو يكسر المنطق وعلينا ان نحترم هذه النتيجة العميقة جدا جدا لاننا فيزيائيين ولسنا رياضيين.

وهذا هو احد اهم الاسباب لماذا يقال ان الميكانيك الكمومى هو غير عقلانى وهو ايضا احد اهم الاسباب للبحث المستمر المضنى عن تفسير للميكانيك الكمومى. وهذا هو ايضا احد اهم الاسباب التى ادت الى انبعاث فلسفة الفيزياء فى ال 100 سنة الاخيرة.

6.4.1 مبرهنة بال: الحكم بين فلسفات الميكانيك الكمومى

مبرهنة بال

من اساسيات الميكانيك الكمومى ان شعاع حالة اى جملة فيزيائية, اى دالة الموجة, لا يسمح لنا الا بحساب الاحتمالات الممكنة للحصول على قيم معينة عند قياس مقدار فيزيائى ما. السؤال الذى يمكن أن يُطرح مباشرة: هل الجملة الفيزيائية كانت لها فعلا القيمة التى وجدناها عندما اجرينا القياس؟

الجواب الذى كان يعطيه اينشتاين, و كل الذين يعتقدون فى واقعية دالة الموجة, هو نعم, و أن الميكانيك الكمومى فقط ناقص يحتاج الى متغيرات اضافية, الى جانب دالة الموجة, تسمى المتغيرات المخفية, لهذا لم يستطع ان يبين لنا ان الجملة فعلا كانت لها تلك الخاصة, التى وجدناها عند القياس, قبل القياس.

الجواب الذى تعطيه الاغلبية, و هم اتباع مدرسة كوبنهاغن و مؤسسها بور, يقولون: لا, لأن عملية القياس هى التى فى الواقع و لدت النتيجة التى وجدناها, و أن دالة الموجة تنهار بعد القياس الى الحالة الذاتية المرفقة بالقياس. كما بينت التجربة فيما بعد, رأى بور هو الصحيح, و ان رأى اينشتاين, فى واقعية دالة الموجة, بعيد تماما عن الواقع.

حتى يبرهن اينشتاين على وجهة نظره فى واقعية دالة الموجة اقترح عام 1935 تجربة ذهنية مع بودلسكى Podolsky و روزن Rosen اصبحت تعرف تحت مسمى تناقض EPR. فى هذه التجربة, فى صيغتها المبسطة جدا التى قدما فيما بعد بوم Bohm, نعتبر تهافت

decay جسيم البيون pion الى الكترون و بوزيترون المعطى بالتفاعل

$$\pi_0 \longrightarrow e^- + e^+.$$

البيون فى البداية يكون فى حالة السكون, اذن بعد التهافت, يطير كل من الالكترون و البوزيترون بنفس السرعة فى اتجاهين متعاكسين. شعاع حالة الجملة الكترون + بوزيترون هى دالة موجة متشابكة entangled تعطى بما يسمى بالحالة العازبة singlet: اى انه اذا كان سبين spin الالكترون موجب فإن سبين البوزيترون يكون سالب, و العكس, اى اذا كان سبين الالكترون سالب فان سبين البوزيترون يكون موجب. اذن نرمز لهذه الحالة بالمعادلة

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|+>|->-|->|+>).$$

الضرب بواحد على جذر $\sqrt{2}$ يعطى احتمال كل امكانية يساوى نصف كما يجب.

نترك الان الالكترون و البوزيترون يبتعدان عن بعضهما البعض, دائما فى هذه الحالة الكمومية المتشابكة, حتى تصبح المسافة بينهما هى نصف قطر الكون نفسه- تذكروا ان هذه تجربة ذهنية-, ثم نجري القياس. الفكرة هو اننا نترك الالكترون و البوزيترون يبتعدان عن بعضهما البعض, الى الحد الذى نتأكد معه, انهما لا يمكن ان يؤثرا على بعضهما البعض باي سبب فيزيائى معروف.

ماذا يقول الميكانيك الكمومى عن نتائج القياس.

لان الجملة فى حالة تشابك كمومى, فإن قياس السبين الالكترونى سيؤدى الى انهيار دالة الموجة, و منه فان السبين البوزيترونى يتحدد بحتمية كاملة. معنى هذا, اذا قسنا سبين الالكترون, ووجدناه موجب, فإننا نكون متأكدين أن قياس سبين البوزيترون, الذى هو موجود فى الجهة الاخرى من الكون, سيعطى القيمة السالبة, و العكس صحيح, اى اذا قسنا سبين الاكترون ووجدناه سالب, فإننا نكون متأكدين ان اى قياس لسبين البوزيترون سيعطى القيمة الموجبة. اذن حسب اينشتاين, فإن التاثير فى هذه الحالة قد انتشر بسرعة لانهائية, و هذا مناقض لما تنص عليه النسبية. الحل فى رأيه هو فى واقعية دالة الموجة, اى ان سبين الالكترون هو اما موجب او سالب, و كون الميكانيك الكمومى لا يعطينا الا احتمالات, هذا لا يعبر الا على نقص فى النظرية.

اذن بالاضافة الى دالة الموجة, هو يقول, نحتاج الى متغيرات اضافية, لاننا لا نعرفها, نسميها متغيرات مخفية. لكن كما بين بال Bell فيما بعد اى نظرية محلية local للمتغيرات المخفية هى نظرية غير منسجمة مع الميكانيك الكمومى, اى ان الحل من المأزق كما اقترحه اينشتاين غير ممكن اصلا.

مبرهنة بال من اهم نتائج الميكانيك الكمومى على الاطلاق. بال اعتبر مرة اخرى تجربة اينشتاين, بودلسكى , روزن و بوم , التى يحل فيها جسيم البيون فى حالة السكون الى الكترون و بوزيترون, ثم يطير بعدها الالكترون و البوزيترون فى اتجاهين متعاكسين بنفس السرعة.

جملة الالكترون و البوزيترون موجودة فى حالة تشابك كمومى معطاة بالحالة العازبة اعلاه.

الان نقيس سبين الالكترون. بسبب التشابك الكمومى, اذا وجدنا سبين الالكترون موجب, فإننا نعرف بدون اى قياس ان سبين البوزيترون هو سالب, حتى لو كان البوزيترون موجود فى الجهة الاخرى من الكون.

بال قرر ان يقيس سبين الالكترون فى اتجاه كيفى a, و أن يقيس سبين البوزيترون فى اتجاه كيفى اخر b. انظر الصورة ادناه. حسب قواعد الميكانيك الكمومى, القيمة المتوسطة لمضروب السبينين, تعطى بالجداء السلمى

$$P(a,b) = -a.b.$$

حسب اينشتاين و زملائه فإن حالة الموجة ψ تأتى مع متغير مخفى λ. بإفتراض الموضعية او المحلية locality, اى ان الاتجاه a يمكن ان يختار بطريقة مستقلة خطيا عن الاتجاه b, و ايضا أن نتيجة قياس سبين الالكترون تعطى بدالة f تأخذ فقط القيمتين زائد واحد او ناقص واحد, و بإفتراض ايضا ان نتيجة قياس سبين البوزيترون تعطى بدالة g تعطى ب $g=-f$. باستخدام كل هذه الفرضيات نجد ان القيمة المتوسطة لمضروب السبينين تحقق, من اجل ثلاث اتجاهات كيفية a, b و c, المتراجحة

$$|P(a,b) - P(a,c)| < 1 + P(b,c).$$

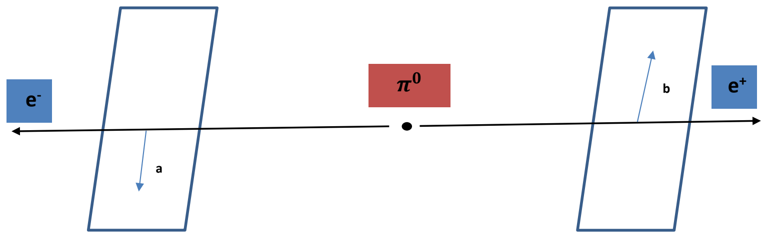
هذه النتيجة البسيطة من اعمق نتائج الميكانيك الكمومى و تسمى متراجحة بال.

اذا طبقنا على الميكانيك الكمومى العادى, نجد مثلا, من اجل a عمودى على b, و من اجل c يصنع زاوية 45 درجة مع a و b, النتائج

$$P(a,b) = 0, P(a,c) = P(b,c) = -0.7.$$

و هذا مناقض بشكل واضح مع متراجحة بال. اذن بال برهن, بشكل بسيط جدا, على أنه اذا كان اينشتاين محق, فإن الميكانيك الكمومى ليس فقط غير كامل, كما ظن اينشتاين, بل خاطئ تماما. من الجهة الاخرى, اذا كان الميكانيك الكمومى صحيح فإن اى نظرية متغيرات مخفية محلية هى غير منسجمة بالمرة مع الميكانيك الكمومى.

تجربة Aspect و Grangier و Roger فى عام 1982 حسمت بالكامل هاته المعركة لصالح الميكانيك الكمومى بدون ان تترك اي مجال للشك. اذن الميكانيك الكمومى غير واقعى, او على الاقل غير واقعى كلاسيكيا, و الطبيعة نفسها على ادق المستويات غير محلية او غير موضعية non − local.



شكل 10.1: تجربة ال EPR.

كيف تناقض الطبيعة المنطق؟

اذن حسب مبرهة بال فان الطبيعة تناقض المنطق. لكن كيف يمكن للطبيعة أن تناقض المنطق فى مثال بسيط؟
نعتبر ثلاثة خواص A و B و C ونعتبر مجموعة من الاشياء التى يمكن ان تتميز بأى من الخواص A و B و C أى انه لدينا ثلاثة مجموعات A و B و C متقاطعة فيما بينها كما هو ممثل بالدوائر (التى تسمى دوائر فين Venn) فى الصورة.
مثلا المجموعة (1) فى الصورة هى مجموعة الاشياء التى لها الخاصية A فقط. اما المجموعة (2) فى الصورة فهى مجموعة الاشياء التى لها الخاصية A و الخاصية C فى نفس الوقت. و المجموعة (6) مثلا هى مجموعة الاشياء التى لها B و C و المجموعة (5) لها الخواص الثلاثة A و B و C معا. انظر الصورة. وهكذا.
ليكن الآن N1 عدد الاشياء التى لها الخاصية A و ليست لها الخاصية B اذن من الصورة مباشرة هذا العدد يساوى

$$N1 = (1) + (2).$$

اى هو عدد الأشياء الموجودة فى المجموعتين (1) و (2) كما يمكن ان نرى من الصورة.
وليكن N2 عدد الاشياء التى لها الخاصية B وليست لها الخاصية C و مرة اخرى من الصورة هذا العدد يساوى

$$N2 = (7) + (4).$$

وليكن N3 عدد الاشياء التى لها الخاصية A وليست لها الخاصية C و مرة اخرى من الصورة لدينا

$$N3 = (1) + (4).$$

مباشرة من العلاقات الثلاثة اعلاه نستنتج ان

$$N1 + N2 > N3.$$

اى عدد الاشياء التى لها الخاصية A و ليست لها الخاصية B زائد عدد الاشياء التى لها الخاصية B و ليست لها الخاصية C أكبر او يساوى من عدد الاشياء التى لها الخاصية A و ليست لها الخاصية C و البرهان بالتعويض فقط.
هذه هى مبرهنة بال Bell فى نظرية المجموعات وهى لا تعتمد الا على المُجمع عليه من قواعد المنطق و نظرية المجموعات.
بال اكتشف ان الميكانيك الكمومى عندما نضيف اليه ما يسمى بالمتغيرات المخفية (اى عندما نجعل الميكانيك الكمومى نظرية احتمالات عادية بمعنى انها تعتمد على المنطق و نظرية المجموعات) -وهذا كما كان يرى اينشتاين- فاننا نجد انه يحقق المتراجحة اعلاه (التى تسمى متراجحة بال) حيث ان الخواص A و B و C هى قياسات عزم اللف مثلا او اى قياسات كمومية اخرى.
كل هذا ليس بمفاجأة.

لكن المفاجأة الاكبر و الاعظم -وربما اكبر اكتشاف فى الفيزياء على الاطلاق- ان الميكانيك الكمومى كما هو (اى بدون اضافة اى شيء له) لا يحترم متراجحة بال اعلاه بل على العكس يخرقها بشكل سيء جدا جدا و بسهولة.

ثم ان الطبيعة التى تخضع للميكانيك الكمومى تخرق بدورها المتراجحة اعلاه و تخرقها بالضبط كما يتنبأ بذلك الميكانيك الكمومى و لهذا فاننا نقول ان الميكانيك الكمومى هو النظرية الاساسية للواقع و ليس شيئا آخر.

اذن كل التجارب التى أجريت لحد اليوم -ودقتها تزداد يوما بعد يوم- تقول ان الطبيعة و الميكانيك الكمومى يخرقان متراجحة بال.

هذا يعنى مما يعنيه ان الواقع ليس واقعى real و ليس موضعى local و لربما لا يوجد اختيار حر choice free و لربما ايضا هناك تأثير سببى متأخر advanced causal action.

كل هذه الامور بسطتها على محاضراتى على اليوتوب.

لكن الاستنتاج الآخر ان الطبيعة و الميكانيك الكمومى تناقضان اذن المنطق بأبسط صوره و لهذا يجب ان نقول -لكننا لانقول أبدا ذلك لاننا سُنفهم خطأ بدون شك- ان الطبيعة و كذا الميكانيك الكمومى لامنطقيان.

لكن هذا لا يعنى انهما غير عقليان -وهذا ما يغفل عن تميزه الكثيرون-. فالعقل اكبر من المنطق.

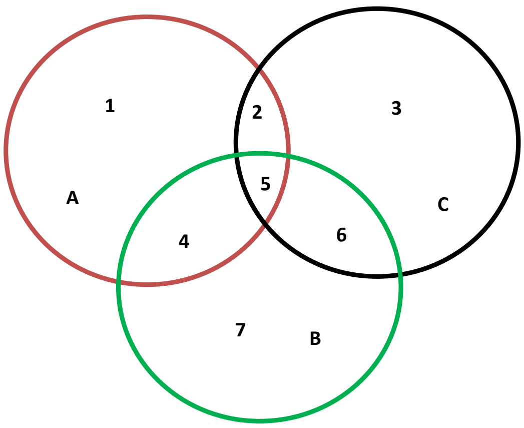
ورغم ان الميكانيك الكمومى و الطبيعة لامنطقيان كما قرر ذلك الحس فهما عقليان لأن الميكانيك الكمومى كنظرية هو بناء عقلى هائل ينبنى على منطقه الخاص (المنطق الكمومى).

فالعلاقة بين العقل (الميكانيك الكمومى) و الحس (التجربة) فى دراسة الواقع (الطبيعة) هى علاقة تكاملية تعاضدية بينت بما لا يدع مجال للشك ان الطبيعة تتسامى فوق المنطق الارسطى و تعميماته المعروفة لحد اليوم.

ومن الطُرف اذكر هنا حكاية بوم Bohm الذى استغل لامنطقية الميكانيك الكمومى (وبالضبط متراجحات بال) لكتابة قصص -عندما يقرأها غير المختص فهى تبدو له قصص خيالية محيرة جدا جدا- لكنها للمختص الذى يعرف مبرهنة بال و نتائجها فهى قصص حقيقية تماما مستمدة من تصرف الطبيعة الكمومى.

ثم ان محدودية المنطق قد حددته ايضا مبرهنة غودل -اعظم مبرهنة فى الرياضيات- و هذا امر تكلمت عليه فى المحاضرة على اليوتوب و كتبت فيه عدة مرات من قبل و لاهميته القصوى ساعود اليه ان اشاء الله فى فرصة اخرى بحول الله.

اذن الفيزياء (مبرهنة بال) و الرياضيات (مبرهنة غودل) تذهبان فى نفس الاتجاه: الطبيعة لا منطقية والذى يصفها هو الميكانيك الكمومى و منطقها اذن هو المنطق المستمد من الميكانيك الكمومى. اما من الجهة الاخرى فان الرياضيات -وهى اقوى و ادق البناءات العقلية- لا يمكن ان تختزل ايضا الى المنطق المحض او على الاقل الى انواع المنطق المعروفة اليوم.



شكل 11.1: دوائر فين.

7.4.1 بين كوبنهاغن و عديد العوالم

الميكانيك الكمومى يأتى بحوالى اربعة تفسيرات مختلفة اساسية:

- تفسير كوبنهاغن Copenhagen interpretation.
- تفسير عديد العوالم many – worlds interpretation.
- تفسير بوهم Bohm interpretation.
- التواريخ المنسجمة consistent histories.

وهناك تفسيرات اخرى كثيرة سأهملها للتبسيط.

المنافسة الاساسية هى بين التفسير الارثوذكسى لكوبنهاغن, الذى بدأه بور Bohr شخصيا و الذى تجدونه فى الكتب الدراسية للميكانيك الكمومى, و تفسير عديد العوالم لصاحبه ايفريث Everett, الذى لا يعرف له فى الفيزياء النظرية الا هذه المشاركة الاستراتيجية.

فى الواقع كانت نظرية ايفريث هذه التى اسماها هو: صياغة الحالة النسبية relative state formulation للميكانيك الكمومى, والتى طرحها فى رسالته للدكتوراة عام 1957, تحت اشراف ويلر, هى التى قضت على مستقبله العلمى فى الفيزياء, ومرت بعد ذلك نظريته بحالة ركود طويلة خلال الستينات, ثم اعاد احيائها دى ويت DeWitt عام 1970 وهو الذى سماها تفسير عديد العوالم.

ماهو الفرق بينهما؟ اى بين تفسير كوبنهاغن و تفسير عديد العوالم.

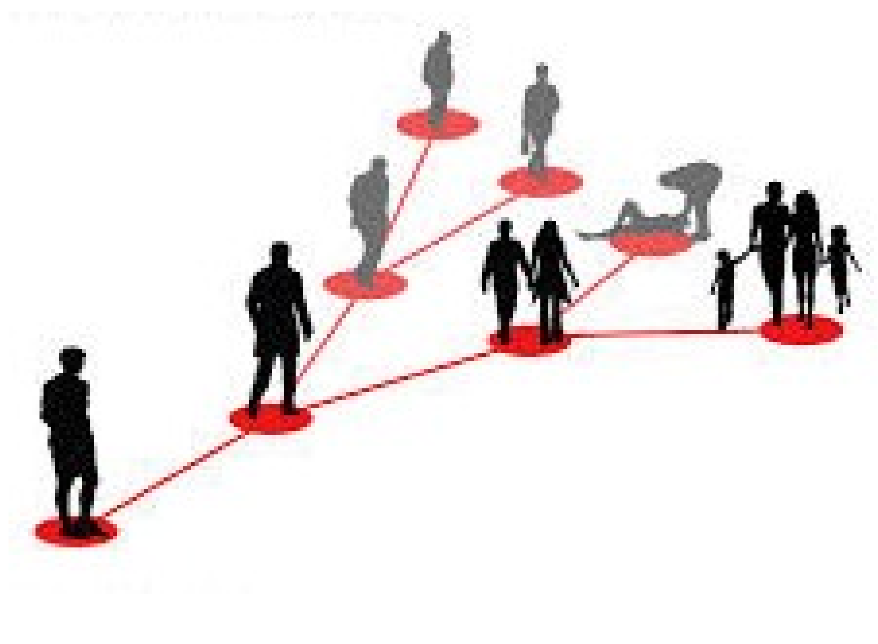
من الناحية العملية لا يوجد اى فرق بينهما.

من الناحية النظرية الفروق هى كالتالى:

تفسير عديد العوالم يعتمد على مسلمة واحدة تنص على ان كل الجمل المعزولة تخضع للتطور الاحادى unitary evolution لمعادلة شرودينغر. أما تفسير كوبنهاغن فيعتمد بالاضافة على هذه المسلمة على مسلمتين اضافيتين. اولا ما يسمى بمسلمة انهيار دالة الموجة wave function collapse لفون نيومان von Neumann وهذه هى الأهم وهى مدعمة بمسلمة ثانية وهى مسلمة التفسير الاحصائى statistical interpretation لبورن Born.

اذن من الناحية المفاهيمية فان عديد العوالم افضل لانها تتطلب عدد اقل من المسلمات.

حتى إن عددا اكبر من الفيزيائيين خاصة الذين يشتغلون فى الحاسوبية أو المعلوماتية الكمومية اصبحوا يعتقدون فعلا فى افضلية, وربما حتى اصحية, عديد العوالم بالمقارنة مع كوبنهاغن.



شكل 12.1: صورة مأخوذة من http://superflux.in/blog/201004.

لكن الانهيار الذى ينجم عن القياس فى كوبنهاغن يعوض فى عديد العوالم بظاهرة انقسام العالم الى عوالم عديدة تنتج عند كل عملية قياس. ومن هنا جاءت التسمية عديد العوالم. هذه الظاهرة يمكن عقلنتها الى حد ما خاصة اذا اخذنا بعين الاعتبار الظاهرة العميقة المسماة تلاشى التلاحم decoherence التى هى ظاهرة ديناميكية قريبة جدا من عملية القياس.

بعض الفروق الفلسفية الاخرى تتعلق بانطولوجى ontology دالة الموجة. عديد العوالم تصر على ان دالة الموجة لديها حقيقة موضوعية, وما تعبر عنه فعلا موجود فى الواقع, كما انها تنكر وجود الانهيار. اما تفسير كوبنهاغن فالبنسبة اليه دالة الموجة هى تعبير فقط عن الواقع و ليست هى الواقع, كما ان الانهيار يحدث فعلا, وهذا يعنى ان هناك فيزياء جديدة ثورية موجودة وراء معادلة شرودينغر لم نكتشفها بعد, هى التى توصف الآن بانهيار دالة الموجة.

هذه قصة طويلة جدا و معقدة جدا. شخصيا كنت سأفضل- كأغلب الفيزيائيين المعاصرين- تفسير عديد العوالم لولا التجربة الفكرية العجيبة الغريبة المسماة الانتحار الكمومى quantum suicide و اشياء أخرى التى تجعلنى اعود مسرعا مستنجدا بأب الميكانيك الكمومى بور Bohr و تفسير كوبنهاغن خاصته. فقط لانه لا استطيع ان اتخلى عن عقلانيتى الواقعية مهما كانت الضغوط و فقط لاننى مازلت اعتقد ان هذه العقلانية الواقعية الارسطية-الديكارتية ما زال يمكن انقاذها عبر كوبنهاغن بشكل او بآخر. مثلا عبر مزج كوبنهاغن بعديد العوالم عبر ثنائية او تكامل يربط بينهما.

8.4.1 قط شرودينغر: ماهى كوبنهاغن و ماهى عديد العوالم؟

نعتبر مرة أخرى التجربة الفكرية لقط شرودينغر وهى من اكثر التجارب الفكرية تطرفا فى الفلسفة الكمومية.

اولا على أن اوضح ان التجربة الفكرية هى تجربة يمكن ان تجرى حقيقة لكن العائق هو تكنولوجى و تقنى وليس مبدأى. وهناك تجارب فكرية اجريت فعلا فيما بعد. و حتى تجربة قط شرودينغر تم اجراؤها لكن ليس بشكل مباشر وليس على جسم عيانى و ايضا و ليس على كائن واع مثل القط. هدف شرودينغر من هذه التجربة كان هو صدم الناس بالتبعيات غير المنطقية للميكانيك الكمومى عندما نطبقه على الجمل العيانية و خاصة اذا كانت جمل واعية مثل القط هنا.

لنعتبر قط موجود فى غرفة محكمة الاغلاق مع نافذة صغيرة تحتوى على مادة مشعة مثلا اليورانيوم. فى كل ساعة مثلا ذرة من ذرات اليورانيوم يمكن ان تتهافت باحتمال يساوى 50 فى المائة. فى حالة تهافت ذرة من ذرات اليورانيوم فإنه يتم تشغيل بشكل تلقائى ميكانيزم معين يطلق كمية كافية من سم الزرنيخ الذى يقتل القط فى الحال. (لاحظوا العنف الذى فى التجربة وقد اعتذر صاحبها شرودينغر عنه فى وقته رغم ان ذلك الوقت كان وقت عنف شديد فى اوروبا زمن الحرب العالمية الثانية). اذن خلال كل ساعة هناك احتمال 50 بالمائة ان تتهافت ذرة يورانيوم التى تحرر كمية من سم الزرنيخ تقتل القط فى الحال و هناك احتمال 50 ان لا شئ يقع. اذن بعد انقضاء ساعة القط سوف يموت باحتمال خمسين بالمائة و سوف يحيا باحتمال خمسين بالمائة.

اذن فرص القط فى النجاة او الهلاك هى نصف نصف. تذكروا القط فى غرفة محكمة مغلقة و لا احد ينظر اليه. القط هو مثل الالكترون او الذرة. اى هو جملة فيزيائية مثل غيره. فقط هو جسم عيانى و عنده وعى. اذن فى حالة عدم القيام بأى ملاحظة او قياس على القط - عبر النظر فى النافذة الصغيرة و التطلع على القط- كيف يتم وصف حالة القط الفيزيائية؟.

هذه يعبر عنها بدالة الموجة. اذا كانت حالة القط و هو ميت يرمز لها ب $|\text{alive}>$ و حالته و هو ميت يرمز لها ب $|\text{dead}>$ فإن دالة حالته الكلية -اى دالة موجته- بالاجماع تعطى بالتركيب الخطى

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{alive}> + |\text{dead}>). \tag{12.1}$$

القسمة على جذر 2 هو بالضبط لان احتمال كون القط حى هو 1/2 و احتمال كونه ميت هو ايضا 1/2.

السؤال الاول: هل يعنى هذا ان القط ميت و حى فى نفس الوقت ام لا ميت و لا حى ؟

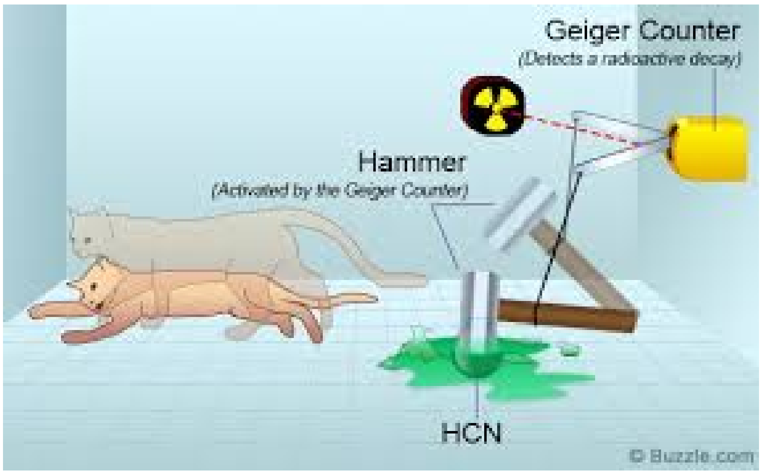
جواب تفسير عديد العوالم: نعم. فالقط موجود فى حالة متلاحمة فى جزء من الحالة هو حى و فى الجزء الآخر هو ميت. دالة الموجة هى الواقع بالضبط.

جواب كوبنهاغن: القط لا حى و لا ميت. القط فى الحقيقة غيرموجود حتى نجرى عليه المشاهدة والقياس. دالة الموجة تعبر فقط عن المعرفة التى توفرت لدينا و لا تعبر عن الواقع حقيقة.

السؤال الثانى: نجرى القياس -ينظر احدهم عبر النافذة و يتأكد من حالة القط- ماذا سيجد؟

جواب تفسير العوالم: لا يوجد انهيار لدالة الموجة. القياس مثله مثل معادلة شرودينغر هو تطور احادى فى الزمن. الملاحظ سيدخل هو نفسه فى حالة تلاحم مع حالة القط اعلاه المتلاحمة. هذا يعنى ان العالم اى الكون سينقسم الى عالمين. فى احدهما الملاحظ سيرى القط ميت و سيحزن عليه. لنرمز لحالته هنا ب $|\text{sad}>$. وفى النسخة الثانية الملاحظ سيرى القط حى و سيفرح بذلك. لنرمز لحالته هنا ب $|\text{happy}>$. وكلا العالمين حسب تفسير عديد العوالم حقيقيين تماما و هما متلاحمين. اذن دالة الموجة بعد قياس واحد هى

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\text{alive}> \otimes |\text{happy}> + |\text{dead}> \otimes |\text{sad}>). \tag{13.1}$$



شكل 13.1: صورة مأخوذة من ويكيبيديا.

وحتى نوضح اكثر فإن كلمة متلاحمين تعنى بالضبط علامتى الجمع المباشر و الضرب التنسورى فى المعادلة اعلاه -وكلمتى مباشر و تنسورى هما بسبب اننا نتعامل مع فضاءات هيلبرت- و بالتالى فان العالمين -العالم الاول الذى يرى فيه الملاحظ القط حى و العالم الثانى الذى يرى فيه الملاحظ القط ميت- غير مستقلين عن بعضهما البعض, اذن هذه العوالم ليست عوالم متوازية, و يمكن لمعادلة شرودينغر ان تجعلهما يتداخلان.

وهذا الذى ذكرناه صحيح كله مع افتراض تلاشى التلاحم decoherence. اما اذا وجد تلاشى التلاحم -وهو موجود, و هو ظاهرة لا تقل عمقا عن ظاهرة القياس التى نناقشها الآن- فإنه يمكن افتراض ان العالمين اعلاه متوازيين و مستقليين و غير متفاعلين.

هذا كله نتيجة قياس واحد. تصوروا عدد النسخ التى ينقسم اليها العالم تحت تأثير عمليتى القياس و فك الترابط المستمرتين.

جواب كوبنهاغن: اولا الاحتمالات التى تحتويها دالة الموجة تعنى انه لو قمنا بهذه التجربة 100 مرة فإننا سنجد القط حى 50 مرة و ميت 50 مرة. هذا واضح وجيد. لكن ما هى انطولوجى تجربة واحدة فقط لان هذا هو السؤال الذى بدأنا به. ها كم صدمة اخرى.

عندما ينظر الملاحظ عبر النافذة ليطمئن على حالة القط فإنه يراه اما ميتا او حيا. اذن القياس هو الذى اوجد القط. لانه قبل القياس اما ان نقول ان القط غير موجود اى لا حى و لا ميت, او انه حى و ميت فى نفس الوقت, وشخصيا افضل الاولى. ثم اذا وجدنا بعد ان نظرنا القط ميتا فإن القياس هو الذى قتل القط. بصورة ادق نقول ان عملية القياس هى التى ادت الى انهيار دالة الموجة التى تحتوى جزء فيه القط الحى الى حالة القط الميت.

تصوروا الآن عوض القط ان يكون هناك انسان. هذه تجربة فكرية ايضا موجودة و تسمى الانتحار الكمومى.

9.4.1 بين العقل و العالم و الفيزياء الكمومية

الملاحظ الذى يقبل الاحادية unitarity و تلاشى التلاحم decoherence سوف يقسم الوجود الى -انظروا الصورة (14.1)-:

- الموضوع الدارس subject وهى درجات الحرية المرفقة بادراكاته الذاتية. اى العقل بعبارة اخرى.
- الموضوع المدروس object وهى درجات الحرية المرفقة بالجملة التى نريد دراستها اى الفيزياء.
-المحيط enviornment وهو كل شئ آخر اى العالم.

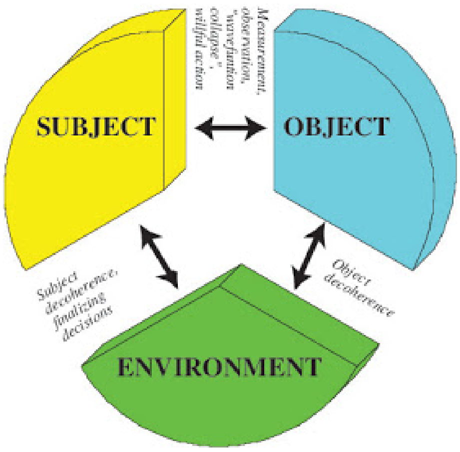
هكذا يود مفسروا عديد العوالم وكثير غيرهم تقسيم التجربة.

العلاقة بين الموضوع الدارس و الموضوع المدروس هو عمليتى القياس measurement اوالملاحظة observation و ظاهرة انهيار دالة الموجة wave function collapse التى يرفضها الجميع باستثناء الكوبنهاغن. والعلاقة بين المحيط و الموضوع المدروس هو تلاشى التلاحم decoherence. والعلاقة بين الموضوع الدارس و المحيط هو ايضا ظاهرة تلاشى التلاحم.

تلاشى التلاحم هو الذى يدمر التركيبات الخطية linear superpositions المختلفة للعوالم المختلفة وبالتالى تصبح متوازية و مستقلة عن بعضها البعض غير متفاعلة. تلاشى التلاحم هو ظاهرة طبيعية تشبه كثيرا ظاهرة الانهيار لكنها تخضع للحساب انطلاقا من معادلة شرودينغر و مقبولة من الجميع بدون استثناء. تلاشى التلاحم -بعبارة تاغمارك Tegmark - هو عبارة عن قياس لا نعرف نتيجته لا باحتمال و لا بغير احتمال.

يبقى المشكل هل العلاقة بين الموضوع الدارس و الموضوع المدروس, التى يعبر عنها القياس, ضرورية فى النظرية؟.

الكوبنهاغن تضحى بموضوعية الواقع الكلاسيكى objectivity of classical reality من اجل ان يكون هناك واقع واحد يكون فيه للموضوع الدارس موقع خاص لكن محدد جدا يعبر عنه بانهيار دالة الموجة لفون نيومان von Neumann و التفسير الاحصائى لبورن Born و نظرية الاحتمالات.
لكن علينا ان ننوه انه داخل تفسير كوبنهاغن الاراء تختلف فمثلا اراء ويلر Wheeler تبقى متطرفة قليلا امام اراء بور Bohr و اتباعه المعتدلة نسبيا.
كل التفسيرات الاخرى تدعى انها حققت موضوعية الواقع الكلاسيكى عن طريق اخذ الموضوع الدارس بعين الاعتبار بقدر أكبر. وأكثرها تطرفا عديد العوالم many – worlds interpretation. ففى عديد العوالم هناك واقع كلاسيكى موضوعى لكنه مُشكل من عدد هائل من النسخ المتوازية غير المتفاعلة او المتداخلة للعالم.
اما فى تفسير بوهم Bohm interpretation ففعلا هناك واقع كلاسيكى موضوعى لكنه يبدو انه محدود لا يشمل كل الظواهر الكمومية. اود ايضا ان اشير هنا ان هذا التفسير هو الوحيد الذى يعتمد على فكرة المتغيرات الخفية hidden variables التى كان ينادى بها اينشتاين Einstein. ايضا ليس واضحا تماما كيف يمكن لبوهم ان يتفادى مبرهنة بال Bell's theorem التى هى حكم تجريبى و نظرى يقبل به الجميع. -انظروا ما كتبت هنا عن متراجحات بال Bell's inequalities-.
اما تفسير التواريخ المنسجمة consistent histories interpretation فهو مزيج من الكوبنهاغن و عديد العوالم و يبدو ايضا انه محدود كما انه شكلى formal جدا. الفرق بين هذا التفسير و بين تفسير عديد العوالم ان تفسير التواريخ المنسجمة يعترف ان القياس عملية خاصة يأخذها هو بعين الاعتبار عن طريق مسقطات projectors يدرجها داخل كل تاريخ history معين. التاريخ المنسجم هو التاريخ الذى تتبدى فيه الكلاسيكية الواقعية التى نعرفها. ومن المنادين بهذا التفسير غال-مان Gell – Mann و هارتل Hartle.



شكل 14.1: صورة مأخوذة من [19].

شخصيا وجهة نظرى تميل جدا الى الغاء اى دور محورى للموضوع الدارس اى للعقل و ذاتيته من العملية. فنحن نريد ان ندرس جملة فيزيائية مادية و لا نرغب فى ان يكون للذاتية الانسانية اى علاقة بالفيزياء. رأيى ان تفسير الكوبنهاغن رغم كل شئ يميل فى جانبه العملى وحتى الفلسفى الى هذا الامر. لهذا فإننى مازلت اميل اليه مع مزجه قليلا مع تفسير عديد العوالم.

10.4.1 الرجل الذى قرر الانتحار الكمومى فوجد نفسه خالدا كموميا

تحذير: هناك خطر التعرض الى صدمة هائلة قد تزعزع ثقتكم فى العلم والفلسفة فى حالة فهمكم الجيد لهذه التجربة -تجربة الانتحار الكمومى- وهى تجربة فكرية gedanken experiment جدية. اذن اقرأوا على مسؤليتكم!. سياستى هنا هى المفتوح open و الحر free فى العلم والدين و الفلسفة فالحقيقة لا تخشى البحث.
اولا: ماهو الواقع المادى؟
النظرة للواقع المادى حسب تاغمارك Tegmark هى اما:
- النظرة الخارجية اى البنية الرياضية هى حقيقة موضوعية. أما النظرة الداخلية اى اللغة الانسانية التى نستخدمها لوصف الواقع فهى تقريب لوصف ادراكاتنا الذاتية.

الامكانية الاخرى هى العكس.
- النظرة الخارجية الرياضية هى تقريب. اما النظرة الداخلية الذاتية فهى الحقيقة الموضوعية.
ثم يدعى تاغمارك بعد ذلك ان عديد العوالم هى من وجهة النظر الأولى الرياضية الافلاطونية اما الكوبنهاغن فهى من وجهة النظر الثانية اللغوية الذاتية. اعتقد انه بالغ و تطرف فى وضع الكوبنهاغن فى النظرة الثانية. لكن تقسيمه فى العموم يبدو صحيح.

اذن حسب وجهة النظرةالأولى -وهى وجهة النظر الصحيحة فى رأيى- فإن النظرة الخارجية اى الرياضيات مختلفة جدا عن النظرة الداخلية اى ادراكاتنا الذاتية.

يعطى مثال جيد: النسبية العامة. النظرة الخارجية هى ان الفضاء-زمن هو متشعب manifold منحني. اما النظرة الداخلية فهى اننا دائما ندرك الفضاء-زمن حولنا مسطح. لا ارى اى مغالطة فى هذا المثال فهذا مثال جيد فعلا.

آتى الآن الى شئ جنونى فعلا. وهو من اقتراح تاغمارك ولو أن بعضهم قد اقترح شيئا مثل هذا قبله. لكن هذه التجربة الفكرية اشتهرت على يديه. وهى تجربة الانتحار الكمومى.

هذه هى التجربة الوحيدة فعلا التى اذا امكن اجراؤها فإنها ستميز بين تفسير عديد العوالم و تفسير كوبنهاغن للميكانيك الكمومى. لان التفسيرين سيعطيان احتمالات مختلفة فعلا فقط فى هذه الحالة. لكن عيبها الوحيد ان المجرب فقط هو الذى سيعلم بهذه النتيجة: اى ان تفسير عديد العوالم اصح من تفسير كوبنهاغن اذا كان فعلا الامر كما تقول عديد العوالم. ولا تقلقوا فرغم ان اسمها الانتحار الكمومى فإن الرجل الذى يجربها بالعكس لا يموت ابدا. اذن من المفروض ان تسمى هذه التجربة بتجربة الخلود الكمومى.
هذه التجربة هى تعميم لتجربة قط شرودينغر لكن ضع نفسك مكان القط ثم تكرير التجربة بسرعة. سنتبع المرجع ([19])
ثانيا: التجربة. انظروا الصورة (15.1).
نعتبر مسدس كمومى. كل مرة نضغط على الزناد فإن المسدس يقيس عزم لف -سبين- جسيم فى الحالة الكمومية

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{up}>+|\mathrm{down}>)\quad(A). \tag{14.1}$$

الحالة $|\mathrm{up}>$ تعنى ان الجسيم له عزم لف موجه الى الاعلى يساوى $+1$ اما الحالة $|\mathrm{down}>$ فإنها تعنى ان الجسيم له عزم لف موجه الى الاسفل يساوى -1. عندما يقيس المسدس الكمومى سبين هذا الجسيم فإنه سيجد احد القيمتين $+1$ او -1 باحتمال $50/50$. لهذا يجب ان نقسم على جذر 2 فى المعادلة (A) اعلاه.

المسدس الكمومى مرتبط ببندقية تطلق رصاصة واحدة اذا كان قياس السبين يعطى القيمة -1 أما اذا كان قياس السبين يعطى القيمة $+1$ فإن المسدس الكمومى يطلق صوت على شكل نقرة. يقوم المسدس بعشرة قياسات متماثلة لسبين الجسيم فى نفس الحالة الكمومية (A) حيث ان المجرب واقف امام فوهة البندقية.

بالنسبة لكوبنهاغن التفسير بسيط على الأقل من الناحية الشكلية. المجرب اذا لم يمت فى القياس الاول فان احتمال موته فى القياس الثانى يزداد. وفرصة نجاته تتناقص مع كل قياس اى مع كل عملية اطلاق او عدم اطلاق الرصاص. الاحتمال يعطى بالضبط فى القياس رقم n ب

$$1/2^n.$$

اى احتمال نجاته فى القياس الاول هو 50 بالمائة, فى القياس الثانى هو 25 بالمائة, فى القياس الثالث هو 12.5 بالمائة و هكذا.
ثالثا: تفسير عديد العوالم

ماذا تقول عديد العوالم؟. هنا الصدمة الفلسفية والرياضيات صحيحة. اذن اذا لم يعجبكم الامر جدوا حلا آخر. حالة المجرب بعد القياس الاول حسب عديد العوالم هى تركيب خطى يعطى ب

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\mathrm{up}>\otimes|\mathrm{alive}>+|\mathrm{down}>\otimes|\mathrm{dead}>)\quad(B). \tag{15.1}$$

الحالة $|\mathrm{alive}>$ هى حالة المجرب لما يكون حى و $|\mathrm{dead}>$ هى حالته لما يكون ميت. فى جزء دالة الموجة اين يكون المجرب ميت فإنه لا معنى اطلاقا للاحتمالات. اذن بافتراض ان الزمن الضرورى بين قياس السبين و عملية اطلاق الرصاص اصغر بكثير من زمن الادراك الانسانى الذى يقدر ب 0.01 ثانية -هنا فرضية استمرار الهوية الفلسفية- فإن المجرب سيجد نفسه حى بعد عملية القياس الاول بغض النظر عن اى احتمالات. لان جزءه الميت لا تعنى له الاحتمالات اى شئ- و هنا فرضية الفناء oblivion الفلسفية-. بعبارة اخرى هناك ملاحظ واحد- المجرب- الذى له ادراك قبل و بعد القياس و اطلاق او عدم اطلاق الرصاص.

ربما لم تفهموا ماذا حدث بالضبط هنا؟. وشخصيا لا الومكم فهو امر لا يفهمه احد حقيقة و لمن فهمه فهو امر محير بشكل عميق جدا.

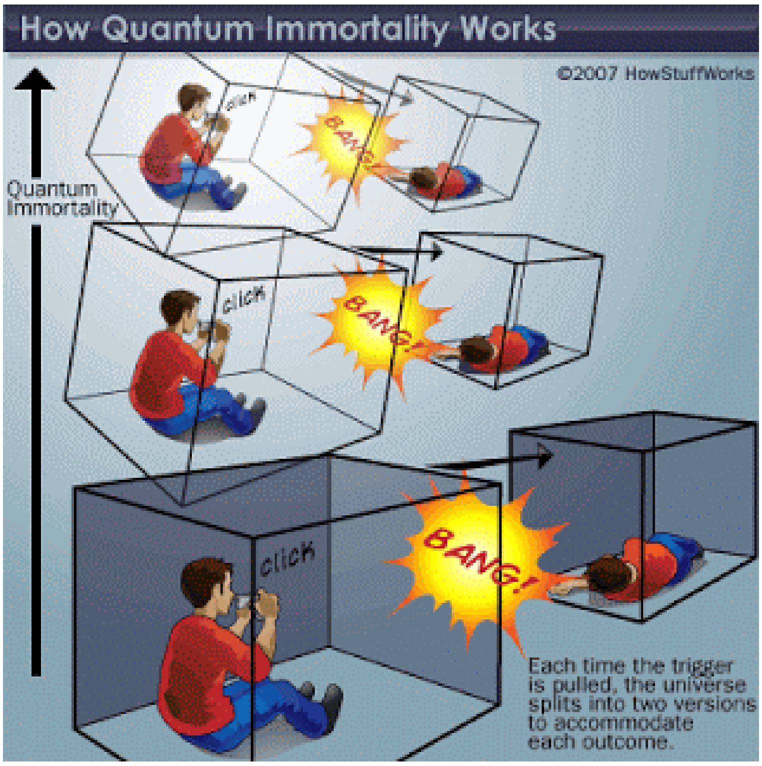
يقوم المسدس الكمومى بعملية قياس ثانية لسبين الجسيم فى نفس الحالة الكمومية المعطاة بالعلاقة (A) اعلاه. سيحدث نفس الشئ. الحالة الكمومية بعد كل قياس تعطى بالعلاقة (B). اى ان المجرب سيجد نفسه حى. لا مشكلة فى المدسس!. مرة اخرى لان هناك مجرب واحد له ادراك قبل و بعد القياس وايضا افترضنا ان الامر يتم بسرعة كافية بحيث لا يمكن ان يلحظ وعى المجرب التقطع فى التجربة.

دعنى اقولها بشكل آخر.

المسدس يعمل بشكل جيد, و البندقية تطلق الرصاص كما يجب, والرجل يموت فعلا فى اكثر الحالات, لكن هناك عوالم -رغم انها نادرة- اين يعطى القياس القيمة الموجبة و بالتالى البندقية لا تطلق الرصاص و المجرب يعيش, ورغم ان هذه العوالم نادرة, لكن لان المجرب فى العوالم الاخرى ميت, ولاننا افترضنا ان الامر يتم بسرعة كبيرة بحيث ان الملاحظ لا يلحظ الفروق, فإن الملاحظ يظهر لنفسه كأنه خالد لا يموت.

احتمال النجاة اذن فى عديد العوالم هو 1 فى كل خطوة و لا يتناقض كما فى تفسير كوبنهاغن. اذن الرجل الذى قرر الانتحار الكمومى سيجد نفسه خالدا كموميا. وهو فقط الذى سيعرف ان عديد العوالم اصح من الكوبنهاغن.

حللوا و ناقشوا!.



شكل 15.1: صورة مأخوذة من http://science.howstuffworks.com/innovation/science-questions/quantum-suicide.htm.

11.4.1 تفسير عديد العقول الشقيق الاصغر لتفسير عديد العوالم

نرجع الى معضلة تفسير النص الكمومى التى يحكمها العلم التجريبى و العلم الرياضى و رغم هذا فهى معضلة لا يبدو انها ستُحل قريبا. نذكر اولا بالاسس فان الذكرى تنفع المؤمنين. الميكانيك الكمومى على حسب مدرسة كوبنهاغن يعتمد على اصلين كبيرين:

-اولا التطور الاحادى فى الزمن المعطى بمعادلة شرودينغر Schrodinger ومبدأ التركيب الخطى.

-ثانيا مسلمة الانهيار و قاعدة بورن Born الاحصائية.

نأخذ مثلا قصة قط شرودينغر: قط موضوع فى غرفة محكمة الاغلاق مع سم و مادة مشعة. اذا انحلت احدى ذرات اليورانيوم فان السم سيتسرب من زجاجته و يقتل القط. احتمال انحلال ذرة واحدة خلال ساعة هو 50 بالمائة. اذن احتمال موت القط خلال ساعة هو 50 بالمائة. جملة القط و الذرة توصف فى الميكانيك الكمومى بدالة حالة تخضع لمعادلة شرودينغر الاحادية فى الزمن. اذن بعد ساعة القط سيوصف بتركيب خطى لحالتين هما حالته و هو حى و حالته وهو ميت باحتمال بورن يساوى نصف لكليهما.

لكن هل القط حى او ميت؟

هنا يدخل تفسير كوبنهاغن لصحابه بور Bohr -أب الميكانيك الكمومي- ويقول ان حالة القط قبل اجراءاى قياس عليه غير موجودة اصلا و هذا اكثر بكثير من القول انها غير متعينة (ركزوا فهنا يضيع التسعين بالمائة من القارئين). وانه فقط عند اجراء القياس (راصد يفتح نافذة الغرفة و ينظر) فان حالة القط ستنهار الى احدى الحالتين. فاذا وجد الراصد القط حيا فان هذا يعنى ان حالته انهارت لحظيا (ركزوا فى هذه الكلمة المناقضة تماما للنسبية و اشياء اخرى كثيرة) من التركيب الخطى الذى تعطيه معادلة شرودينغر الى حالته حيا. واذا وجد الراصد القط ميتا فان هذا يعنى ان حالته انهارت الى حالته ميتا.

هذه هى مسلمة الانهيار التى يمقتها الكثير من الفيزيائيين وانني شخصيا اعشقها. وهم يمقتونها لانها تتم عن تغير لحظى بدون اى تأثير معروف. بمعنى انه لا نعرف اى قوة فى الكون يمكنها ان تؤدى بالضبط الى مثل هذا التغيير المتقطع اللحظى غير الاحادى.

هذه هى القصة باختصار والتى لا يفهمها الكثير حتى من المختصين لانهم لا يرون اصلا ماهى المعضلة؟.

نحن نقول ان القط غير موجود حتى نجرى الرصد عليه و هذه لا يقبلها اغلبية الفيزيائيون و الفلاسفة. لكن تفسير كوبنهاغن يبقى هو الطاغى فى الفيزياء الى غاية يومنا هذا والذى يحميه بهذه الفعلة الميتافيزيقية المغرقة فى الغمائضية هو نجاح الميكانيك الكمومى الطاغى فى كل استعمالاته ايضا.

هنا تدخل التفسيرات الاخرى. كل تفسيرات الميكانيك الكمومى الاخرى و هى كثيرة تعترف بالمبدأ الاول بدون استثناء تقريبا لكن الكثير منها ايضا يرفض المبدأ الثانى الخاص بالانهيار.

واحد هذه التفسيرات هى تفسير عديد العقول many-mind وهو الشقيق الاصغر للتفسير الاخر الاشهر المعروف باسم عديد العوالم many-world و كل من عديد العقول و عديد العوالم يرفض ان يكون هناك انهيار لدالة الموجة عند القياس. فهما لا يقبلان الا التطور الاحادى لمعادلة شرودينغر مع تفسير بورن Born الاحصائى. اذن اذا كانت دالة الموجة تحتوى على تركيب خطى لحالة القط حى و حالته ميت فان هذا هو فعلا الواقع. اذن الواقع متعدد فهناك نسخة يكون فيها القط حيا و هناك نسخة يكون فيها القط ميتا. فالواقع ينشطر عند القياس او الرصد الكمومى الى عالمين متوازيين. وهذان العالمان حقيقيان تماما لكنهما غير متفاعلان سببيا.

تصوروا اجراء قياس ثانى و ثالث. تصوروا كل القياسات التى اجراها العقل او المحيط او اى شيء آخر منذ نشأة الكون الى يومنا هذا و كل تلك الانشطارات الناجمة عنها. اذن الواقع فى عديد العوالم هو مركب فى غاية التركيب. بله تركيبه لا نهائى يقينا. اذن كل شيء يمكن ان يحدث يحدث فعلا على حسب هذا التفسير (كما قاله صاحبه الاصلى ايفريث Everett و المتحمسين له فى هذا الزمان وهم كثير ومنهم هؤلاء الوتريين و الكوسمولوجيين الذين سميتهم الكلاميين الجدد).

الفرق بين عديد العوالم و عديد العقول ان الانشطار فى عديد العقول يحدث فى العقل و ليس فى العالم. اذن فى عديد العقول هناك عالم واحد و اى راصد له دماغ واحد (لان الدماغ مادى جزء من العالم). لكن هذا الراصد له عدد لا نهائى من العقول. و اول نظريات عديد العقول التى صرحت بهذه المسلمة هى تلك لصاحبيها الفلاسفة الفيزيائيين ألبرت Albert و لاور Loewer ثم تابعهما فى ذلك الفيلسوف لوكوود Lockwood باختلاف طفيف.

اذن هذه النظرية هى نظرية ثنائية تُقر بأن العقلى موجود و مختلف عن المادى و هذا نادر جدا فى الفيزياء. وفى نظرية البرت و لاور بالخصوص فانه لاتوجد تبعية supervenience بين الحالات الدماغية و الحالات العقلية. بمعنى ان مجموعات جزئية لمجموعة العقول (وليست العقول المفردة بعينها) هى التى تتبع الحالات الدماغية. اذن كل حالة دماغية هى مرفقة بمجموعة من الحالات العقلية و ليس بعقل واحد. المسلمة الثانية فى نظرية ألبرت و لاور تنص على ان هذه العقول تتطور فى الزمن بشكل كلاسيكى عبر نظرية الاحتمالات و الاحتمال يعطى بالضبط بقاعدة بورن الاحصائية.

نرجع الى مثال قط شرودينغر اعلاه. نبدأ بتركيب خطى لحالة القط مضروب فى حالة دماغية للراصد قبل ان يرصد. هذه حالة دماغية واحدة مرفقة بعدد غير نهائى من العقول. الحالة الدماغية تتطور فى الزمن كموميا عبر شرودينغر اما العقول فتتطور فى الزمن كلاسيكيا عبر احتمال بورن. بعد القياس نحن نعرف ان الحالة الدماغية للراصد تنشطر الى حالة الراصد الدماغية و هو يدرك القط حيا و حالة الراصد الدماغية و هو يدرك القط ميتا. لكن الذى يحدث فعلا ان العقول تتطور بشكل احتمالى كلاسيكي الى مجموعة جزئية من العقول مرفقة بالحالة الدماغية المقابلة لرؤية القط حى باحتمال بورن الصحيح و فى الشطر الثانى تتطور الى مجموعة جزئية اخرى من العقول مرفقة بالحالة الدماغية المقابلة لرؤية القط ميت باحتمال بورن الصحيح ايضا.

12.4.1 ظاهرة تلاشى التلاحم

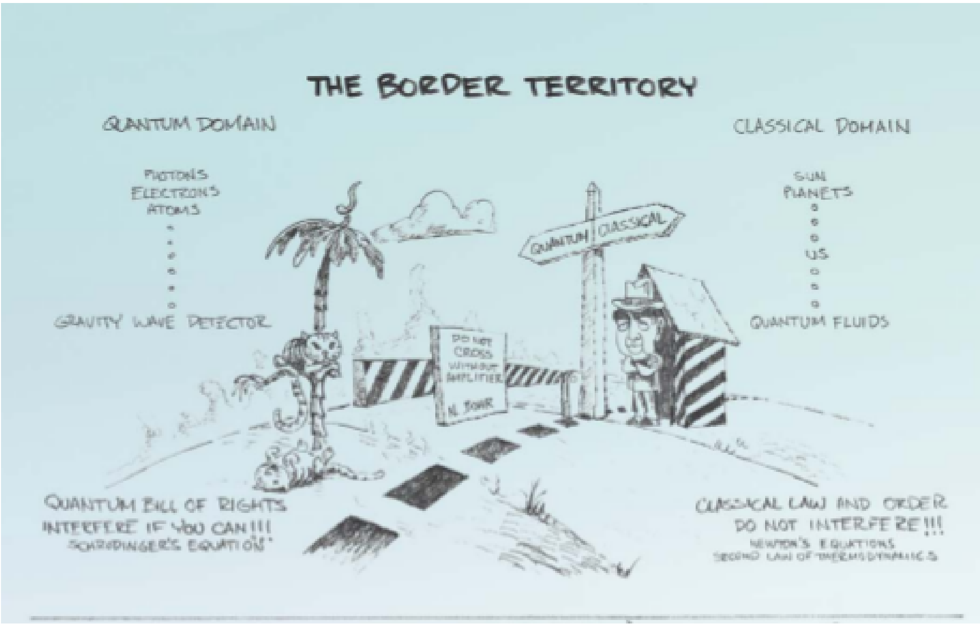
أقدم ترجمة بتصرف شديد لمقال زوراك Zurek المعنون: تلاشى التلاحم و الانتقال من الكمومى الى الكلاسيكى [41]. الرجل هو أحد اساطين مجال تلاشى التلاحم و هذا المقال من ابسط و اروع ما وجدت الذى يشرح فيه مؤلفه المختص الخبير لكن بأسلوب بسيط وشيق موضوع اساسى و عميق الذى هو ظاهرة تلاشى التلاحم.

معادلة شرودينغر لا تطبق الا على الجمل المغلقة. كل الجمل الفيزيائية -باستثناء الكون نفسه- هى جمل مفتوحة لانه لا يمكن عزلها وبالتالى دائما تتفاعل مع المحيط حولها. اذن كل الجمل الفيزيائية -التى يجب التعامل معها كجمل كمومية وهو موقف فون نيومان von Neumann- تخضع لظاهرة تلاشى التلاحم الناجمة عن تفاعلها مع المحيط و بالتالى اغلبها سيبدو لنا كجمل كلاسيكية وهو ما نراه فعلا فى الواقع. الذى يحدث فى ظاهرة تلاشى التلاحم -كما يعبر الاسم- ان التلاحم الكمومى للجملة ينعدم بسرعة شديدة تحت تأثير التفاعل مع المحيط وتتحول حالة الجملة من حالة نقية -حالة متشابكة كموميا- الى حالة مختلطة -حالة احصائية كلاسيكية-.

هذه هى النظرة الاساسية التى يتبناها اصحاب الديكوهيرانس اى تلاشى التلاحم وكل الفيزيائيين الكموميين يقبلون الآن هذه النظرة بغض النظر عن اى تفسيرات اخرى. وهذا لان الديكوهيرانس هو ليس تفسير معين للميكانيك الكمومى لان ظاهرة تلاشي التلاحم هى بكل بساطة ظاهرة ديناميكية طبيعية مجمع عليها من الجميع و يمكن ان تستخدم فى بناء اى تفسير للميكانيك الكمومى.

اذن عكس تفسير كوبنهاغن الذى يفترض ان هناك حدود -ولو انه يصعب تحديدها و تعريفها بدقة- بين العالم الكمومى, مثلا العالم الميكروسكوبى اين يطبق مبدأ التركيب الخطى, و العالم الكلاسيكى, مثلا العالم الماكروسكوبى حيث ان الملاحظ لا يرى الا امكانية واحدة من الامكانيات المحتواة داخل التركيب الخطى, فان الديكوهيرانس يقول انه ليس هناك حدود, او بالاحرى هناك حدود ديناميكية لا تحددها عملية القياس لكن تحددها ظاهرة تلاشى التلاحم اين يتم تحويل التركيب الخطى الى امكانيات كلاسيكية, وهذا هو كيف يمكن تفسير عملية انهيار دالة الموجة كما صاغها بور اولا ثم ضبطها فون نيومان التى تربط بين العالمين الكمومي و الكلاسيكى.

أما عديد العوالم للتذكير فهى تفترض انه ليس هناك اى حدود بين الكمومى و الكلاسيكى بالمرة لان مبدأ التركيب الخطى متحقق دائما فى الواقع عبر عملية الانقسام المستمر للعالم و كذا الملاحظ عند القياس.



شكل 16.1: صورة مأخوذة من [41].

ندخل الآن فى صلب الموضوع.

نعتبر جملة نرمز لها ب S مشكلة من ذرة ذات عزم لف اى سبين $1/2$, ونعتبر مع فون نيومان كاشف detector نرمز له ب $\mathcal{D}$ هو ايضا نعتبره جملة كمومية عكس بور فى تفسير كوبنهاغن الذى يفترض من البداية ان الكاشف كلاسيكى.

الحالات الكمومية المتعامدة و المتجانسة للذرة نرمز لها ب $|+>$ حيث يكون اتجاه سبين الذرة الى الاعلى, و $|->$ حيث يكون اتجاه سبين الذرة الى الاسفل, أما الحالات الكمومية للكاشف فنرمز لها ب $|D+>$, وهى حالة الكاشف عندما يقيس سبين الذرة الى الاعلى, و $|D->$ وهى حالته عندما يقيس سبين الذرة الى الاسفل.

الكاشف هو مصنوع بحيث انه ينقر clicks فقط عندما يكون السبين فى الحالة $|+>$ اى

$$|+>|D->\longrightarrow |+>|D+>,$$

غير هذا فان الكاشف يبقى غير مضطرب.

الحالات الابتدائية للجملة S و لجملة الجملة زائد الكاشف اى $S+\mathcal{D}$ قبل التفاعل تعطى بالمعادلات

$$|\psi_s>=\alpha|+>+\beta|->\ ,\ |\alpha|^2+|\beta|^2=1,$$

$$|\Phi_i>=|\psi_s>|D->.$$

التفاعل - تفاعل القياس- يؤدى الى تطور الحالة الابتدائية $|\Phi_i>$ الى الحالة المقترنة correlated او المتشابكة entanglement $|\Phi_c>$ المعطاة ب

$$|\Phi_i>=(\alpha|+>+\beta|->)|D->\Rightarrow \alpha|+>|D+>+\beta|->|D->=|\Phi_c>.$$

هذه هى الخطوة الاولى من القياس وهى تخضع, اى هى حل, لمعادلة شرودينغر الاحادية, مع كمون تفاعل مناسب. لكن هذه الحالة المحصل عليها لا تقابل العالم الكلاسيكى بالمرة.

فى العالم الكلاسيكى حتى لو لم نعلم نتيجة قياس معين و نعلم فقط امكانيات القياس يمكننا ان نتصرف وكأن احد تلك الامكانيات قد وقعت بالفعل. هذا يعبر عنه بتوزيع احتمال عادى. الحالة أعلاه $|\Phi_c>$ هى حالة متشابكة entangled كوميا وبالتالى فان قرائتها كتوزيع احتمال هى قراءة خاطئة بالمرة رغم ان الكثيرين يفهمها كذلك. هذه الحالة المتشابكة كوميا كما بينت تجربة اسباكت Aspect و فريقه التاريخية هى حالة كومية مقترنة غير قابلة للتفريق nonseparable تنتهك متراجحات بال Bell و بالتالى فهى لا تحتمل الا التفسير:

حالات عزم اللف اى السبين فى الحالة المتشابكة او المقترنة كوميا $|\Phi_c>$ هى ليست فقط غير معروفة لكنها فى الواقع غير موجودة او بالاحرى لا يمكن ان توجد قبل عملية القياس .

هذا الكلام لا يمكن ان يعبر عنه اى توزيع احتمال!.

كيف يعبر الآن المشاهد الذى لم يفحص بعد الكاشف عن جهله بنتيجة القياس من دون ان يخسر يقينه فى لائحة الامكانيات المتاحة له؟

الجواب توفره ما تسمى بمصفوفة الكثافة density matrix.

نبدأ بمصفوفة الكثافة المرفقة بالحالة المتشابكة $|\Phi_c>$, التى هى حالة نقية pure state فى فضاء هيلبرت, التى تعطى بالعلاقة

$$\begin{aligned}\rho^c &= |\Phi^c><\Phi^c|\\ &= |\alpha|^2|+>|D+><+|<D+|+\beta|^2|->|D-><-|<D-|\\ &+ \alpha\beta^*|+>|D+><-|<D-|+\beta\alpha^*|->|D-><+|<D+|.\end{aligned}$$

الحدان الثالث و الرابع فى هذه المعادلة هما حدود التداخل. هذه هى بالضبط الحدود التى تمنع مصفوفة الكثافة اعلاه من التعبير على ان الجملة اما ان تكون فى الحالة ذات السبين الاعلى او ان تكون فى الحالة ذات السبين الاسفل. التفسير الصحيح هو ان نقول ان الجملة هى فى الحالتين فى آن معا -وهو تفسير كوبنهاغن- او نقول ان الحالتين غير موجودتين حتى نجرى القياس وهو ماذكرناه اعلاه وهو الاختيار الاصح.

حتى نحصل على توزيع احتمال عادى- اى اما سبين اعلى او سبين اسفل- فان فون نيومان افترض ان الانهيار يقع عبر عملية process سماها العملية I. هذه العلمية عكس معادلة شرودينغر هى عملية غير احادية تأخذ مصفوفة الكثافة اعلاه الى المصفوفة المختزلة

$$\rho_r = |\alpha|^2|+>|D+><+|<D+|+|\beta|^2|->|D-><-|<D-|.$$

هذه المصفوفة تعبر بالضبط عن الامكانيات المتوفرة للمشاهد كلاسيكيا: أما ان يحصل على حالة السبين الاعلى باحتمال $|\alpha|^2$ او على حالة السبين الاسفل باحتمال $|\beta|^2$. اذن هذه المصفوفة تعبر عن حالة مختلطة mixed state عكس الحالة المتشابكة $|\Phi_c>$ التى هى حالة نقية كما ذكرنا آنفا.

العملية غير الاحادية I هى مسلمة حسب فون نيومان و هى مكافئة للانهيار عند بور و الكوبنهاغن لكنها عند الديكوهيرانس هى نتيجة ديناميكية ناجمة عن ظاهرة تلاشى التلاحم وهى ايضا عملية احادية عند الديكوهيرانس او هذا هو المؤمل.

لاحظوا انه عند المرور من مصفوفة الكثافة المتشابكة ρ_c الى مصفوفة الكثافة المختزلة ρ_r التى تعبر عن العالم الكلاسيكى كما نعرفه فان المركبات غير القطرية -الحد الثالث و الحد الرابع فى المعادلة اعلاه اى حدود التداخل- تنعدم. هذه المركبات غير القطرية تسمى التلاحميات coherences وبالتالى فان انعدامها عند المرور من الكمومى الى الكلاسيكى يسمى تلاشى التلاحم decoherence.

الانتقال $\rho_c \longrightarrow \rho_r$ يسمى اختزال شعاع الحالة state vector reduction و هو يفترض ان يكون احادى و هذا هو الاختلاف مع انهيار شعاع الحالة. أما كيف يحدث هذا الاختزال بالضبط -وهذا هو الجزء الثانى من عملية القياس- فهذا أمر مازال مجهولا الى حد كبير.

لكن نقدم النموذج التالى. الجملة المشكلة من الجملة $\mathcal{S}$ و الكاشف $\mathcal{D}$ هى جملة غير مغلقة بل مفتوحة لانها تتفاعل مع الوسط الخارجى الذى نسميه المحيط environment و نرمز له ب $\mathcal{E}$. تلاشى الالتحام يتسبب فيه بالضبط المحيط $\mathcal{E}$. نعتبر المحيط جملة كمومية موصوفة بحالة كمومية ابتدائية $|E_0>$. كما فى السابق تفاعل المحيط $\mathcal{E}$ مع الجملة $\mathcal{S}+\mathcal{D}$ يؤدى الى اقتران المحيط بالجملة و الكاشف كما يلى

$$\begin{aligned}
&|\Phi^c>|E_0>=(\alpha|+>|D+>+\beta|->|D->)|E_0>\Rightarrow\\
&\alpha|+>|D+>|E+>+\beta|->|D->|E->=|\Psi>.
\end{aligned}$$

اذن الآن الاقتران او التشابك الكمومى يشمل الجملة الاصلية, الكاشف و ايضا المحيط.

اذا افترضنا ان حالات المحيط $|E+>$ و $|E->$ المرفقة بحالات الكاشف $|D+>$ و $|D->$ متعامدة و متجانسة, فان مصفوفة كثافة الجملة $\mathcal{S}+\mathcal{D}$ نحصل عليها باهمال المعلومات المحتواة فى درجات حرية المحيط, المجهولة و التى لا نتحكم فيها, وهذا عن طريق اخذ الاثر tarce (اى اخذ التكامل) على هذه المتغيرات لمصفوفة الكثافة $|\Psi><\Psi|$ المرفقة بالجملة $\mathcal{S}$ زائد الكاشف $\mathcal{D}$ زائد المحيط $\mathcal{E}$ اى

$$\begin{aligned}
\rho_{DS} &= Tr_{\mathcal{E}}|\Psi><\Psi|\\
&= |\alpha|^2|+>|D+>|+><D+|+|\beta|^2|->|D->|-><D-|\\
&= \rho_r.
\end{aligned}$$

اذن مصفوفة الكثافة المختزلة المحصل عليها هى بالضبط مصفوفة الكثافة ρ_r التى نحصل عليها عبر العملية I لفون نيومان. اى ان التفاعل مع المحيط ادى الى تلاشى التلاحم, اى انعدام التلاحميات او المركبات غير القطرية فى مصفوفة الكثافة المتشابكة ρ_c, ومن ثم اختزال شعاع الحالة المطلوب $\rho_c \longrightarrow \rho_r$, اى تحويل التركيب الخطى الكمومى الى احتمالات احصائية كلاسيكية المشاهدة.

13.4.1 تجربة صديق فيغنر و معضلة الرصد الكمومى

ترجمة بتصرف شديد لتجربة "صديق فيغنر" "Wigner's" "friend" كما وردت على لسان صاحبها فيغنر Wigner فى مقاله المعنون: ملاحظات حول معضلة العقل/الجسم Remarks on the mind/body question.

كل المعرفة الممكنة بخصوص اى جسم فيزيائى مادى تعطى فى جسم رياضى افلاطونى يسمى دالة الموجة التى تسمح لنا بحساب او توقع تصرف ذلك الجسم فى الزمن. فمثلا تسمح لنا دالة الموجة حساب احتمال ان يترك الجسم انطباع معين او آخر عندما نتفاعل معه مباشرة او غير مباشرة. هذه الاحتمالات التى تحسبها دالة الموجة تصبح كبيرة جدا و قد تصل الى واحد مما يعنى ان الجسم سيترك يقينا علينا ذلك الانطباع أو غيره عندما نتفاعل معه. هذا بالضبط ما يحدث فى المجال الذى يصبح فيه ميكانيك نيوتن تقريب ممتاز للميكانيك الكمومى و هذه تسمى فى الفيزياء بالنهاية الكلاسيكية.

المعرفة التى تحملها دالة الموجة هى معرفة قابلة للنقل communicable بمعنى أنه اذا تفاعل شخص آخر مع الجملة و عين دالة موجتها فانه يمكنه ان يخبرنا بها و يكون الامر وكأننا نحن الذين تفاعلنا مع الجملة و عينا دالة الموجة. بهذا المعنى فان دالة الموجة موجودة.

هذا التفاعل بين الملاحظ -نحن او غيرنا او أى آلة- والجملة هو ما يسمى القياس الكمومى الذى يبدو للوهلة الاولى امرا بريئا عاديا. لكن احذروا من التساهل و التهاون فهذا من أعقد الأشياء فى الفيزياء الكمومية وهدف تجربة صديق فيغنر هو بالضبط اظهار العمق الميتافيزيقى قبل العمق الفيزيائى لهذه العملية.

وحتى تهيئوا انفسكم للاستيعاب عندما تسمعوا كلمة القياس الكمومى لا تفكروا ابدا فى القياس التجريبي.

تجربة صديق فيغنر هى تعميم لتجربة قط شرودينغر حيث نعوض القط بصديق فيغنر. وهى تبين بشكل مذهل ان معادلة شرودينغر التى تخضع لها دالة الموجة متناقضة مع انهيار دالة الموجة الناجم عن عملية القياس الكمومى.

لنفترض الآن ان كل تفاعلاتنا مع الجسم (الجملة الفيزيائية) تتمثل فى النظر الى نقطة معينة فى اتجاه معين خلال اللحظات الزمنية ز, ز+1, ز+2,....و انطباعاتنا الممكنة عندما نفعل ذلك هى أما رؤية ومضة ضوء او عدم رؤية ومضة ضوء.

دالة الموجة فى هذه الحالة لا تتعلق الا بالقياس الاخير و نرمز لها ب f1 اذا رأينا ومضة ضوء و f2 اذا لم نلاحظ اي ومضة ضوء.

لكن دالة الموجة قابلة للنقل و منه فان أى شخص آخر يمكنه ان يتفاعل مع الجملة فى اللحظة ز ويخبرنا اذا كان قد رأى ومضة أم لا فاذا دخلنا نحن فى اللحظة ز+1 فى تفاعل مع الجملة فاننا سنرى ومضة بنفس الاحتمال الذى كنا سنراها به لو كنا نحن الذى قمنا بالقياس فى اللحظة السابقة ز.

أهم نقطة هنا هو ان الانطباع الذى نكتسبه عند تفاعلنا مع الجملة فى لحظة زمنية معينة يعدل من احتمالات الانطباعات الممكنة خلال التفاعلات اللاحقة. هذه الانطباعات هى التى تسمى نتائج القياس.

وأكثر من هذا فان دالة الموجة المعدلة لا يمكن حسابها قبل ان يدخل الانطباع المحصل عند التفاعل مع الجملة الى عقولنا. اذن دخول الانطباع الى العقل هو الذى يعدل من دالة الموجة لانه يعدل من تقييمنا للاحتمالات الخاصة بمختلف الانطباعات التى من المنتظر ان نتعرض لها فى المستقبل.

هنا يدخل العقل الى النظرية. ماذا لو قام شخص آخر -صديق فيغنر- الآن بالتفاعل مع الجسم. فى هذه الحالة فان المعرفة المتوفرة بالنسبة للجسم لا يمكن وصفها بدالة موجة. لكن الجملة المشتركة المشكلة من الجسم زائد صديق فيغنر يمكن وصفها بدالة موجة. هذه الجملة المشتركة ستوصف ايضا بدالة موجة بعد ان يتفاعل صديق فيغنر مع الجسم اى بعد ان يُجرى قياسه على الجسم عن طريق النظر الى النقطة المعينة فى الاتجاه المعين خلال اللحظات المعينة للتحقق فيما اذا كان هناك ومضة ضوء اما لا.

يرجع فيغنر الآن و يقوم بقياسه عن طريق الدخول فى تفاعل مع الجملة المشتركة: الجسم+صديق فيغنر. القياس الآن يتمثل فى سؤال صديقه: هل رأيت ومضة أم لا؟ اذا كان جواب الصديق يعطى لفيغنر الانطباع "نعم" فان دالة موجة الجملة المشتركة تتغير الى جداء دالة موجة الجسم f1 و دالة موجة صديق فيغنر عندما تكون حالته انه رأى ومضة و لنرمز لها ب g1 مثلا. اذن الانطباع "نعم" يجعل دالة الموجة المشتركة تنهار الى الجداء f1xg1 و بالمثل اذا كان جواب الصديق يعطى لفيغنر الانطباع "لا" فان دالة موجة الجملة المشتركة تتغير الى الجداء f2xg2 حيث g2 هى دالة موجة صديق فيغنر عندما تكون حالته انه لم يرى ومضة.

اذن لاحظوا انه عندما يُجرى صديق فيغنر القياس المباشر و ليس فيغنر نفسه فان التغير فى دالة الموجة لا يحدث الا عند دخول معلومة اضافية (هنا نعم او لا خاصة صديق فيغنر) الى عقل فيغنر. فقبل ان يسأل فيغنر صديقه و يتلقى الجواب فان دالة موجة الجملة المشتركة كانت تركيب خطى ل f1xg1 و f2xg2 بمعاملات تعطى طويلات احتمال هاتين الامكانيتين.

اذن الوصف الكمومى للاجسام يتأثر بدخول الانطباعات المختلفة الى العقل.

يبدو اذن أن وحدة الأنا solipsism هى من الناحية المنطقية منسجمة مع الميكانيك الكمومى أما المونيزم monism المادى فلا. و وحدة الأنا هى احدى الانتقادات التى وجهت الى تفسير فيغنر و فون نيومان المعروف باسم "العقل هو الذى يتسبب فى انهيار العالم" المبنى على تجربة صديق فيغنر هذه.

نلاحظ ايضا انه فى النص -نص مقال فيغنر- فان فيغنر يستخدم كلمة الوعى consciousness عوض كلمة العقل mind لكن اعتقد ان المقصود هو العقل. لأن القط -قط شرودينغر- له وعى لكنه لم يتسبب فى نفس القدر من المشاكل الذى تسبب فيها صديق فيغنر.

يقول فيغنر ببعض التصرف:

"لنشرح وصفى لعملية القياس التى يُجريها صديقى بقليل من التفصيل. لنفترض ان الجسم الذى يخضع للقياس يمكن ان يكون فى حالتين فقط نرمز لهما ب f1 و f2 و هذا الجسم قد يكون خروج وميض من منبع مثلا.

بعد التفاعل بين الصديق و الجسم خلال القياس تصبح حالة الجملة المشتركة صديق+جسم تعطى بالحالتين $f1\times g1$ و $f2\times g2$ حيث g1 و g2 هما حالتى الذاكرة المرفقة برؤية صديقى للجسم فى الحالتين f1 و f2 على التوالى. يعنى انه اذا رصد صديقى الحالة f1 للجسم فان حالته العقلية الخاصة بذلك الوضع يرمز لها ب g1 اى الحالة التى يجيب فيها الصديق على السؤال: هل رأيت ومضة؟ ب "نعم". ونفس الشيء بالنسبة للحالة الاخرى g2 التى ترفق بالجواب "لا". لنفترض الآن ان الحالة الابتدائية للجسم هى التركيب الخطى

$$a1*f1+b1*f2.$$

الاعداد المركبة a1 و a2 تعطى بالضبط طويلات احتمال الحصول على الوميض $(f1)$ او عدم الحصول على وميض $(f2)$.

مباشرة باستعمال خطية معادلة شرودينغر حالة الجملة المشتركة الصديق + الجسم بعد تفاعلهما تعطى بالتركيب الخطى

$$a1*f1\times g1+b1*f2\times g2.$$

اذا سألنا الصديق فيما اذا كان رأى وميض ام لا فانه سيجيب "نعم" باحتمال $|a1|^2$ وسيجيب "لا" باحتمال $|b1|^2$ و لا يوجد احتمال آخر.

الآن بعد ان نُكمل التجربة يمكننى -فيغنر يتكلم- ان اسأل الصديق فيما اذا كان قد رأى ومضة -قبل ان أسألك -اذا كان هناك فعلا ومضة قد خرجت. من المؤكد ان الصديق سيجيب "نعم لقد قلت لك مسبقا اننى رأيت ومضة". نفس الشيء اذا لم تخرج ومضة عندما اسأل صديقى هل فعلا لم ترى ومضة قبل ان أسألك. الصديق سيجيب "لقد قلت لك مسبقا اننى لم ارى شيئا". اذن الجواب نعم او لا كان مقررا فى ذهنه قبل ان أسأله. والنتيجة الوحيدة التى يمكن ان نستخلصها ان حالته بعد القياس كانت فعلا f1xg1 او f2xg2 وليس كما يقول الميكانيك الكمومى انها يجب ان تكون التركيب الخطى اعلاه الذى لا يساوى مركباته.

لكن الميكانيك الكمومى صحيح تجريبيا الى اقصى الحدود. فمثلا لو عوضنا مكان الصديق ذرة هى التى تجرى القياس فانه يقينا لا شك فيه ان حالة الجملة بعد القياس ستكون هى التركيب الخطى اعلاه و ليست الحالات الذاتية $f1 \times g1$ او $f2 \times g2$ و اذا رجع الصديق العاقل مكان الذرة فان حالة التركيب الخطى تصبح لا معقولة absurd لانها تعنى بكل بساطة ان الصديق قبل السؤال كان فى حالة انعاش معلق "suspended animation".

اقول ان من فهم هذه التجربة الشبهة فانه سيكون قد فهم بضربة واحدة مبدأ التركيب الخطى و مسألة التشابك الكمومى و بدأ يفهم معضلة الرصد الكمومى و سيكون اسهل عليه كثيرا فهم التجربة الاخرى لقط شرودينغر -لانى متيقن ان 99,99 بالمائة لا يفهمونها فعلا-.

اذن صديق فيغنر هو انسان عاقل متكلم يمكننا ان نسأله و يجيب و هذه هى القوة الحاسمة لهذه التجربة ذات الاهمية القصوى.

14.4.1 بعض التفسيرات الاخرى

الكوبنهاغن كتفسير تواريخ منسجمة

نعتبر جملة فيزيائية و ليكن O_1 و O_2 مقداران فيزيائيان. الجملة كمومية اذن حالاتها عبارة عن اشعة فى فضاء يسمى فضاء هيلبرت Hilbert. الحالة الابتدائية فى اللحظة الابتدائية t_0 تعطى بشعاع فى فضاء هيلبرت او بمصفوفة كثافة density matrix نرمز لها ب $R_0(t_0)$ و O_1 و O_2 مؤثران operators على فضاء هيلبرت.

نفترض ان O_1 و O_2 لا يتبادلان not commuting كمؤثران بمعنى $O_1.O_2$ لا يساوى $O_2.O_1$. نقول فى هذه الحالة ان O_1 و O_2 غير متلائمان incompatible.

نقيس الملاحظ O_1 فى اللحظة t_1 لنجد القيمة p_1. على فضاء هيلبرت نعبر على هذا القياس الاول p_1 بمؤثر نرمز له ب P_1 يسمى المسقط projector على الفضاء الجزئى فى فضاء هيلبرت المرفق بهذه القيمة الذاتية. احتمال الحصول على هذا القياس يعطى بالضبط بقاعدة بورن Born:

$$\mathcal{P}_1 = tr(P_1(t_1)R_0(t_0)).$$

بعد القياس الاول تنهار collpases مصفوفة الكثافة $R_0(t_0)$ الى مصفوفة الكثافة $R_1(t_1)$ المرفقة بالقيمة الذاتية p_1 المعطاة بقاعدة فون نيومان von Neumann:

$$R_1(t_1) = \frac{P_1(t_1)R(t_0)P_1(t_1)}{tr(P_1(t_1)R(t_0))}.$$

نقيس الآن الملاحظ O_2 فى اللحظة t_2 لنجد القيمة p_2. ايضا نعبر عن القياس الثانى p_2 بمؤثر نرمز له ب P_2 هو المسقط على الفضاء الجزئى فى فضاء هيلبرت المرفق بهذه القيمة الذاتية. الاحتمال الشرطى conditional probability للحصول على القياس الثانى بافتراض ان القياس الاول تم يعطى مرة اخرى بقاعدة بورن كما فى المعادلة التالية:

$$\mathcal{P}_2 = tr(P_2(t_2)R_1(t_1)).$$

اذن احتمال الحصول على القياس الاول P_1 فى اللحظة t_1 و القياس الثانى P_2 فى اللحظة t_2 يعطى بالاحتمال الشرطى مضروب فى الاحتمال الاول. نحصل اذن على المعادلة الرابعة:

$$\mathcal{P} = tr(P_2(t_2)P_1(t_1)R_0(t_0)P_1(t_1)P_2(t_2)).$$

التعميم: احتمال الحصول على القياسات $P_1(t_1)$, $P_2(t_2)$,....., $P_n(t_n)$ فى اللحظات t_1, t_2,...,t_n بافتراض ان حالة الجملة الابتدائية معطاة بمصفوفة الكثافة $R_0(t_0)$ يعطى بالقاعدة:

$$\mathcal{P} = tr(P_n(t_n)...P_2(t_2)P_1(t_1)R_0(t_0)P_1(t_1)P_2(t_2)...P_n(t_n)).$$

مجموعة المسقطات $P_1(t_1)$, $P_2(t_2)$,....., $P_n(t_n)$ فى اللحظات t_1, t_2,...,t_n تعرف ما يسمى بالتاريخ الكمومى quantum history, وهذه الآن تؤخذ كنقطة الانطلاق فى ما يسمى الميكانيك الكمومى المنسجم consistent quantum mechanics.

هذا الميكانيك الكمومى المنسجم يتم التخلى فيه عن دالة الموجة و القياسات لصالح المسقطات و التواريخ. يتم فيه التخلص من التطور الحتمى لمعادلة شرودينغر بالكامل لصالح تفسير احتمالى بالكامل.. وامور اخرى كثيرة.

تفسير التواريخ المنسجمة

فون نيومان von Neumann هو الاب الرياضي للميكانيك الكمومي على تفسير كوبنهاغن [49] كما ان بور Bohr هو الاب الفيزيائي. يقول فون نيومان ان الميكانيك الكمومي يحتوي على العملية process I التي تعطي بالتطور في الزمن الاحادي unitary الحتمي deterministic المشفر في معادلة شرودينغر. لكن هناك ايضا العملية process II التي هي عملية احتمالية ستوكاسطية stochastic تعطي بانهيار دالة الموجة عند عملية القياس. هذا هو الذي تجدونه مكتوبا اليوم في الكتب الدراسية. وهذا هو الذي ندرسه للطلبة - يمكن ان تسألوهم-. لكن هذا هو ايضا الذي يرفضه الجميع: بالضبط يرفضون وجود عمليتين مختلفتين تماما لوصف الجملة احداهما حتمية و الاخرى احتمالية.

هناك ايضا التفسير المسمى تفسير عديد العوالم many − worlds interpretation - الذي وصفه لي استاذي و زميلي O′Connor بالتفسير الصوفي mystical في احد نقاشاتنا- ورغم هذا فهو التفسير الذي اصبح الاكثر انتشارا بعد تفسير الكوبنهاغن لاسباب غير واضحة تماما. تفسير عديد العوالم يسمى ايضا تفسير الشعاع النسبي relative state interpretation. وكلمة نسبي هنا ليست لها علاقة بالنسبية حتى لا تخلطوا الامور. في هذا التفسير الهدف هو التخلص من العملية II للانهيار وتعويضها بتطور احادي في الزمن. يعني ان الهدف هو الحصول على حتمية احادية كاملة في النظرية.

للاشارة هناك تحوير يبدو لي بسيط لتفسير عديد العوالم يسمى بتفسير عديد العقول many − minds interpretation. في هذا التفسير لا يقع الانشطار المستمر المفترض للعالم الى عوالم متوازية الا على مستوى العقل الذي يدرك هذا العالم. اذن هناك عالم واحد لكن هناك انشطار مستمر للعقل الواحد الى عقول متوازية كل عقل يدرك نفس العالم لكن بطريقة مختلفة [50].

ثم هناك تفسير بوهم Bohm الذي يعرف ايضا بتفسير الموجة الطيار وهو التفسير الوحيد الذي هو حتمي فعلا او على الاقل يحاول ان يكون وسنعطيه فرصة كاملة من الشرح لاحقا لاهميته القصوى.

أما في تفسير التواريخ المنسجمة consistent histories فان الهدف هو العكس تماما من تفسير عديد العوالم. الهدف هو محاولة تفسير كل الديناميك الكمومي باستعمال الاحتمالية الستوكاسطية مثل التي نجدها في العملية II و التخلص من التطور الاحادي في الزمن. وهذا اقل ما يمكن ان يقال عنه انه غريب. اذن من وجهة نظر التواريخ المنسجمة فان الميكانيك الكمومي ليس حتمي بالمرة بل هو احتمالي وفقط.

انظروا مثلا [51] وهو كتاب عنوانه النظرية الكمومية المنسجمة Consistent Quantum Theory من تأليف روبرت غريفيث RobertGriffiths. في هذا الكتاب يشرح فيه مؤلفه بالتفصيل ما يسمى بتفسير التواريخ المنسجمة للميكانيك الكمومي. وللاشارة فان غريفيث هو المؤسس الاول لهذا التفسير. بالاضافة الى المشاركة المعتبرة لكل من غال مان Gell − Mann و هارتل Hartle و اومناس Omnes.

هذا آخر التفسيرات الصعبة التي اود ان اشرحها و اشرح انعكاساتها الميتافيزقية على قدر ما تسمح به بيداغوجيتي هنا. لكن الذي يزعجني دائما هو الغرور و التعالم. فأتباع هذا الرجل -وليس الرجل نفسه و الحق يقال- يقولون انه لا توجد اي تناقضات في الميكانيك الكمومي و ان الكل اخطأ في الوقوع في هذه التناقضات لانهم فقط أخلوا بالقاعدة المسماة قاعدة الاطار الواحد the single framework rule. اعتقد هذا غرور ومبالغة في الامر.

لكن هذا النوع من الادلجة موجود ايضا عند كثير من اصحاب التفسيرات الاخرى مثل عديد العوالم او الموجة الطيار فالكثير يفقد توازنه العلمي الموضوعي ويأخذ المسألة بحساسية ايديولوجية عقدية مقيتة و نحن ان شاء الله لسنا من هؤلاء.

فيما يلي سنتبع [52, 53, 54, 55].

في تفسير التواريخ المنسجمة حالة الجملة و كذلك خواصها الفيزيائية يعبر عنها كلها بمؤثرات operators على فضاء هيلبرت Hilbert space تسمى مسقطات projectors. اذن لا وجود لدالة الموجة. وكذلك القياسات غير موجودة لكن تعوضها التواريخ المنسجمة اي التواريخ التي تستنزف كل الامكانيات و كل تاريخ فيها حصري بمعنى انه اذا وقع احدهم فان التواريخ الاخرى لن تقع اكيد وهذه هي العقلانية الاحتمالية التي يسعى وراءها الكل. هذه التواريخ المنسجمة تشكل فيما بينها اطار و كل القضايا الكمومية يجب ان تصاغ بالنسبة الى اطار معين.

تفسير التواريخ المنسجمة هو النقيض لتفسير عديد العوالم بالضبط او هكذا يريد ان يدعي اصحابه. في تفسير عديد العوالم كل شيئ يراد ان يفسر عبر معادلة شرودينغر Shrodinger التي هي معادلة حتمية deterministic عكس ما يفهمه الكثير. لكن في تفسير التواريخ المنسجمة يراد التخلص من التطور الاحادي unitary evolution لمعادلة شرودينغر تماما لصالح صياغة احتمالية من البدء وليس فقط ادخال الاحتمال كما يفعل تفسير الكوبنهاغن في آخر لحظة بعد اجراء القياس measurment.

لنفصل هذه الامور بعض الشئ.

حالة الجملة الابتدائية ψ_0 يعبر عنها بمسقط هو عبارة عن مصفوفة كثافة density matrix قد تكون مختلطة mixed. أما الخواص الفيزيائية فيعبر عنها بمسقطات هي مصفوفات كثافة نقية pure. نفترض فيما سيلي للتبسيط ان الحالة الابتدائية للجملة هي حالة نقية.
من الجهة الاخرى, في هذا التفسير يعبر عن القياسات بما يسمى التواريخ. لنعرف اذن ماهو التاريخ.

لتكن t_0 اللحظة الابتدائية التى تعطى فيها حالة الجملة بالمسقط $P(\alpha_0)$. لتكن $t_1, t_2,...,t_N$ لحظات لاحقة نعطى فيها الخواص الفيزيائية للجملة التى نعبر عليها بالمسقطات $P(\alpha_1), P(\alpha_2),...,P(\alpha_N)$ ..

التاريخ و نرمز له ب $C(\alpha)$ هو مؤثر يؤثر على فضاء يسمى فضاء هيلبرت للتاريخ history Hilbert space نحصل عليه من الضرب التنسورى tensor product للمسقطات اعلاه كما فى المعادلة الاولى التالية

$$C(\alpha) = C(\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_N) = P(\alpha_0) \otimes P(\alpha_1) \otimes ... \otimes P(\alpha_N).$$

الجداء بين اى تاريخين $C(\alpha)$ و $C(\beta)$ يساوى بالضبط الى الجداء السلمى للحالتين $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$ فى فضاء هيلبرت الأصلى المرفقتين بهذين التاريخين. $|\alpha\rangle$ يسمى الحالة السلسلة chain state و هى نحصل عليها من تأثير المسقطات اعلاه -معبر عنها فى صورة هايزنبرغ Heisenber picture- على الحالة الابتدائية كما فى المعادلة الثانية التالية

$$|\alpha\rangle = \hat{P}(\alpha_n)....\hat{P}(\alpha_1)|\psi_0\rangle.$$

نفس الشئ بالنسبة للحالة $|\beta\rangle$. احتمال الحصول على التاريخ $C(\alpha)$ يعطى بالضبط بقاعدة بورن Born: اى بالجداء السلمى للحالة السلسلة $|\alpha\rangle$ مع نفسها الذى يعطى بالمعادلة الثالثة التالية

$$\text{Pro}[C(\alpha)] =< C(\alpha), C(\alpha) >=< \alpha|\alpha > .$$

نعتبر الآن عائلة F من التواريخ C معرفة كلها كما اعلاه انطلاقا من نفس الحالة الابتدائية كما فى المعادلة الرابعة التالية

$$F(\alpha^{(1)}, ..., \alpha^{(M)}) = \{C(\alpha^{(1)}), ..., C(\alpha^{(M)})\}.$$

الآن نصل الى لب الموضوع او الى الحبكة الدرامية: نريد ان نرفق بكل تاريخ من هذه التواريخ فى هذه العائلة و بشكل منسجم consistent -ومن هنا جاءت التسمية- احتمال. من الواضح ان هذه الاحتمالات يجب ان تجمع لواحد وهذا يعنى ان التواريخ فى العائلة F تغطى كل الامكانيات. نقول ان العائلة F تستنزف exhaust كل الامكانيات وهذا يعطى رياضيا بالمعادلة الخامسة التالية

$$\sum_{k=1}^{M} C(\alpha^{(k)}) = 1.$$

هذا الشرط الاول حتى تكون عائلة التواريخ F منسجمة. الشرط الثانى حتى تكون عائلة التواريخ F منسجمة هو ان تكون التواريخ C التى تحتويها هذه العائلة متعامدة بمعنى ان جداءها السلمى ينعدم كما فى المعادلة السادسة التالية

$$< C(\alpha^{(k)}), C(\alpha^{(k')}) >= 0\ ,\ k \neq k'.$$

هذا الشرط يعبر على كون الامكانيات المختلفة المعطاة بالتواريخ C هى امكانيات حصرية exclusive بمعنى ان كل تاريخ اما ان يقع هو او يقع غيره و لا يوجد امكانية تداخل او تركيب خطى اى اى شيئ مما نعرفه فى الميكانيك الكمومى العادى.

اذن عائلة التواريخ F هى عائلة منسجمة لان عناصرها تواريخ تستنزف كل الامكانيات و ايضا حصرية متنافية فيما بينها. وهذا هو روح نظرية الاحتمالات بالضبط اى الروح العقلانية التى يريد هذا التفسير اختزال الميكانيك الكمومى اليها.

فى هذه الحالة عائلة التواريخ F تسمى اطار framework كمومى وكل النقاش الكمومى حول الجملة الفيزيائية و خواصها يجب اى ان يجرى داخل الاطار و داخل الاطار فقط حتى لا نقع فى معضلات لا تخضع للمنطق الرياضى لارسطو Aristotle و فرايجى Frege و غيرهما.

فمثلا احتمال تاريخ معين فى الاطار يعبر عن خواص حقيقية للجملة معطاة بالمسقطات -وهذا بغض النظر عن عملية القياس هل اجريت ام لم تجر-. لكن نؤكد ان هذه الخواص هى خواص حقيقية فقط بالنسبة للاطار الكمومى قيد الاعتبار و ليس بالنسبة الى غيره من الاطر. وهنا اشعر شخصيا بروح الكوبنهاغن التى يريد ان يهرب منها هؤلاء الناس. هذه القاعدة التى تسمى قاعدة الاطار الواحد the single framework rule مضمون نجاحها لانه كما ذكرنا اعلاه كل شئ تحكم فيه احتمالات بول Boole العادية و لا وجود لاى تداخل بين التواريخ المختلفة.

للاشارة فان خاصتى الاستنزاف exhaustiveness و الحصرية exclusiveness تحتويهما المسقطات P اعلاه عبر ما يسمى خواص العاجزية idempotence و التعامد orthogonality و التتميم completness.

اذن الاطار هو تفكيك اسقاطى projective decomposition لمصفوفة الوحدة.

اشارة اخرى اخيرة: التواريخ C التى عرفناها اعلاه هى مختلفة جذريا عن تواريخ الفيزيائى النظرى الفنان الشهير فايمان Feynman التى تدخل فى تكامله الشهير المشهور المعروف باسم تكامل الطريق path integral. التواريخ المنسجمة تأتى باحتمالات عادية و لا تتداخل اما تواريخ فايمان فتأتى بطويلات احتمال مركبة و تتداخل.

اذن هنا التعقيد الكمومى سينجم ليس من التداخل او من التركيب الخطى لكن سينجم من وجود عدد غير منته من الاطر الكمومية غير المتلائمة incompatible التى يشبه كل واحد فيها العالم الكلاسيكى. اذن رجعنا الى عديد العوالم - وهذا رأيى- وهو التفسير الآخر الذى اراد ان يهرب منه هؤلاء القوم الاذكياء!

المنطق الكمومى

اى خاصية فيزيائية p لاى جملة فيزيائية يعبر عنها بمسقط P يؤثر على فضاء هيلبرت للحالات. الخاصية p ونفيها not p لا يغطيان فضاء هيلبرت بالكامل. بالعكس اغلب الحالات فى فضاء هيلبرت هى حالات لا تتمتع لا بالخاصية p و لا بالخاصية not p: اى لا تخضع لقانون ارسطو الثالث المعروف باسم الثالث المرفوع.

هذا يرجع الى سبب رياضى-فيزيائى بسيط الى حد ما غير موجود فى الميكانيك الكلاسيكى: الخواص الفيزيائية مرفقة فى العموم بمؤثرات على فضاء هيلبرت غير متلائمة بمعنى انها لا تتبادل.

لنعتبر الآن جملة فيزيائية ما.

فى الميكانيك الكلاسيكى حالة هذه الجملة توصف بنقطة فى فضاء سمبليكتى symplectic يسمى الفضاء الطورى. أما فى الميكانيك الكمومى فان حالة الجملة توصف بشعاع فى فضاء شعاعى مركب يسمى فضاء هيلبرت. لتكن p خاصية فيزيائية معينة للجملة. فى الميكانيك الكلاسيكى القضية p تقابل مجموعة من النقاط P فى الفضاء الطورى. أما فى الميكانيك الكمومى فان القضية p تقابل فضاء جزئى P من فضاء هيلبرت.

من الناحية المنطقية هذه الخاصة p هى قضية معينة حول الجملة مثلا: العزم الحركى للجملة يساوى نصف. نفى p و نرمز له not p هو ايضا خاصية معينة للجملة و هى تقابل فى الميكانيك الكلاسيكى المجموعة المتممة complement set للمجموعة P و نرمز لها ب P^c.

أما فى الميكانيك الكمومى فان النفى المنطقى يقابل التعامد. فنفى p اى not p يقابل المتمم العمودى orthogonal complement الذى نرمز له P^p للفضاء الجزئى P اى كل شعاع فى P^p هو عمودى لكل شعاع فى P.

فى الميكانيك الكمومى نعبر عن الخاصية p رياضيا بمؤثر يسمى المسقط projector على الفضاء الجزئى المقابل للخاصية ونرمز له ب O. الخاصية not p تقابل المسقط العمودى الذى يساوى $1-O$.

نأتى الآن الى الصدمة.

اذن فى الميكانيك الكلاسيكى اى نقطة من الفضاء الطورى هى اما p او not p لا يوجد شئ آخر. وهذا هو قانون المنطق الثالث: قانون الثالث المرفوع law of excluded middle.

لكن فى الميكانيك الكمومى فان فضاء هيلبرت يحتوى على نقاط لها الخاصية p, وهناك نقاط لها الخاصية not p, لكن هناك نقاط اخرى عددها اكبر بكثير ليست لها لا الخاصية p و لا الخاصية not p.

ساقنعكم بمثال بسيط جدا: نأخذ جملة عبارة عن ذرة ذات سبين يساوى نصف. فضاء هيلبرت هو مستوى مركب فى هذه الحالة.

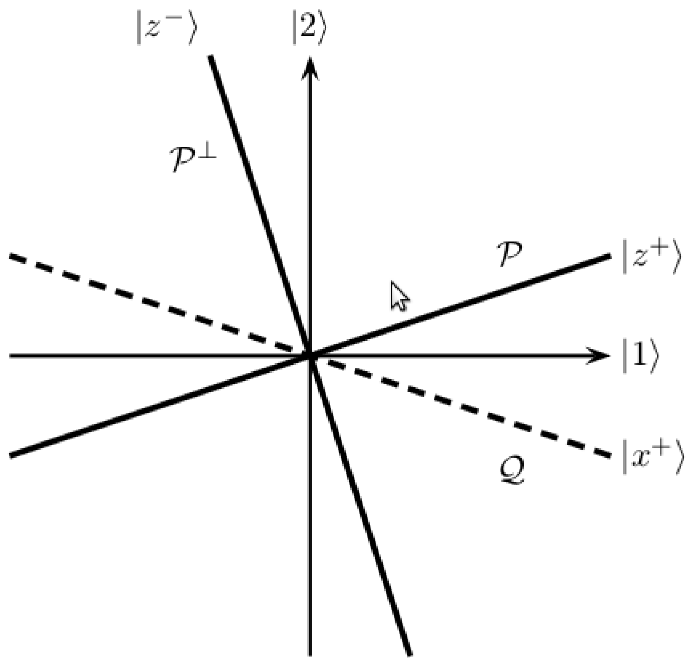
نأخذ الخاصية p هى حالة الذرة ذات السبين فى الاتجاه z يساوى نصف. هذه الحالة يعبر عنها بخط فى فضاء هيلبرت يمر عبر المبدأ. الحالة not p هى حالة الذرة ذات السبين فى الاتجاه z يساوى ناقص نصف. لان الجسم كمومى فان قيمة السبين مكممة اما زائد نصف او ناقص نصف. لهذا نفى زائد نصف هو ناقص نصف و العكس. أرأيتم؟ هذه الحالة يعبر عنها هى الاخرى بخط عمودى للخط السابق فى فضاء هيلبرت. لكن هناك عدد نهائى آخر من الخطوط التى تمر عبر المبدأ. مثلا حالة الذرة ذات السبين فى الاتجاه x يساوى نصف يعبر عنها بخط مختلف يمر عبر المبدأ, وحالة الجملة ذات السبين فى الاتجاه x يساوى ناقص نصف يعبر عنها بخط آخر مختلف يمر عبر المبدأ, الخ. هذه كلها حالات يعبر عنها بخطوط فى فضاء هيلبرت مختلفة عن الخطين السابقين. السبين فى الاتجاه z و السبين فى الاتجاه x يعبر عنهما بمؤثرات غير متلائمة و بالتالى فان المسقطات المقابلة غير متبادلة وهذا غير موجود فى الميكانيك الكلاسيكى وهو ما يتسبب فى انهيار الثالث المرفوع.

نعبر عن هذا الامر رياضيا كالاتى.

اذا كان السبين S_z فى الاتجاه z مرفق بالمسقط O_z و كان السبين S_x فى الاتجاه x مرفق بالمسقط O_x فانه مباشرة نلاحظ ان ضرب O_z فى O_x لا يساوى ضرب O_x فى O_z اى $O_xO_z\neq O_zO_x$. المسقطان O_x و O_z لا يتبادلان وبالتالى فان السبينيات S_x و S_z تسمى مؤثرات غير متلائمة incompatible operators.

نعبر الآن عن القضية p اعلاه بالمسقط P و نعبر عن القضية q بالمسقط Q.

الاقتران conjunction المعطى بالقضية: P و Q هى قضية معرفة دائما فى الميكانيك الكلاسيكى تعطى فى الفضاء الطورى بتقاطع مجموعتى النقاط المرفقتين بالخاصيتين p و q.



أما فى الميكانيك الكمومى فان القضية: P و Q - اى القضية التى تقول ان سبين الالكترون فى الاتجاه z يساوى نصف و سبين الاكترون فى الاتجاه x يساوى نصف- غير معرفة تماما لانه بكل بساطة لا يوجد خط مستقيم فى فضاء هيلبرت يقابل هذه الخاصية.

هذه معضلة كان يعلم بها تماما العبقرى الانيق فون نيومان von Neumann عكس ما يظنة البعض. ففون نيومان رياضى ومنطقى محنك قبل ان يكون فيزيائى نظرى و يستحيل ان يمر عليه شيئ مثل هذا.

الحل الذى اقترحه مع بيركوف Birkhoff كما يلى: القضية P و Q تقابل بتقاطع الخطين كما ذكرنا بالضبط اعلاه. هذا التقاطع هو فقط نقطة المبدأ اى الصفر - هل ترون ذلك؟-. الفضاء العمودى المتمم لنقطة المبدأ هو فضاء هيلبرت باكمله الذى يقابل القضية الوحدة اى القضية الصحيحة دائما. اذن الصفر او نقطة المبدأ هى القضية الخاطئة دائما. وهذا ما يقابل المجموعة الخالية -اى القضية الخاطئة دائما- فى الميكانيك الكلاسيكى. نأخذ الآن القضية التى فى المعادلة ادناه.

$$\begin{aligned}(P\wedge \text{ not}Q)\vee(P\wedge Q) &= P\wedge(\text{not}Q\vee Q)\\ &= P.\end{aligned}$$

الطرف الايسر دائما خاطئ لانه اقتران قضيتين خاطئتين من النوع الذى ذكرناه منذ لحظة. اما الطرف الايمن فهو يمكن ان يكون صحيح. وهذا تناقض منطقى اخطر بكثير من انهيار الثالث المرفوع. الحل الذى اقترحه فون نيومان و بيركوف هو التخلى عن قاعدة التوزيع المنطقى التى استخدمت فى السطر الاول من المعادلة اعلاه. وهذا سيؤدى الى ما يعرف بالمنطق الكمومى quantum logic.

قط شرودينغر المنسجم او اغنوستية الفيزيائيين

حسب تفسير كوبنهاغن خاصة بور فان دالة موجة جملة لا تعبر واقعيا عن حالة الجملة الفيزيائية بعيدا عن عملية القياس. هذا الامر ضبطه أكثر اينشتاين Einstein و بودلسكى Podolsky و روزن Rosen او ما يعرف باسم ال EPR الذين بينوا ان دالة الموجة لا توفر وصف كامل للجملة الفيزيائية. بعد ذلك بين كل من العظيمين بوم Bohm و بال Bell ان الاصرار على الواقعية الكلاسيكية لدالة الموجة سيؤدى لا محالة الى تأثيرات غير موضعية non-local تحدى مبدأ النسبية بشكل او بآخر او على الاقل تزعج اعتقادنا فى العقلانية الارسطية-الديكارتية و الواقعية الافلاطونية-الارسطية.

لكن عديد العوالم many-worlds او ما يعرف ايضا بتفسير الحالة النسبية relative state لصاحبها ايفريث Everett تبقى هى الاكثر تطرفا فى الاصرار على ان دالة الموجة توفر وصف كامل للواقع الكمومى الذى اذن يجب ان يتشكل من عدد غير منته من النسخ المتوازية حيث ان كل نسخة تقابل مركبة من مركبات دالة الموجة. وكلمة النسبية فى الاسم الرسمى لهذا التفسير: تفسير الحالة النسبية ليس نسبة الى النسبية لكن نسبة الى الملاحظ الذى يجب ان ينقسم مع الجملة فى كل عملية قياس تخضع لها الجملة الى العوالم المتوازية.

يأتى الآن دور التواريخ المنسجمة. هنا بكل بساطة نتخلص من دالة الموجة بالكامل لصالح ما يسمى بالتاريخ الكمومى المنسجم. التاريخ المنسجم consistent history لجملة ما هو مجموعة من الخواص الفيزيائية لهذه الجملة كل خاصية نعبر عنها بما يسمى مسقط projector وهو مؤثر بخواص معينة يؤثر على فضاء هيلبرت للحالات اين تعيش دالة الموجة. التاريخ الكمومى المنسجم هو منسجم لانه عنصر من مجموعة من التواريخ تشكل فيما بينها ما يسمى بالاطار المنسجم consistent framework حيث ان هذه التواريخ المشكلة للاطار تستنزف exhaust كل الامكانيات المتاحة للجملة و مستبعدة لبعضها البعض mutually exclusive, اى ان كل واحد من هذه التواريخ هو حصرى اما ان يقع هو او يقع غيره, و بالتالى يمكننا ان نرفق بكل تاريخ احتمال معين.

اذن الاطار الكمومى المنسجم هو جملة احتمالية عادية أما دالة الموجة فلا لان دالة الموجة تحتوى بالاضافة الى الاحتمالات على التداخل.

التطور الاحادى فى الزمن الذى تعطيه معادلة شرودينغر يقابل فى التواريخ المنسجمة للاطار الاحادى unitary framework و هو يحتوى على تاريخ واحد يعطى فيه المسقط الاول بدالة الموجة الابتدائية اما المسقطات التالية فتعطى كلها بدوال الموجة اللاحقة التى تحل معادلة شرودينغر. أما عملية القياس التى يستخدمها الكوبنهاغن فهى تقابل فى التواريخ المنسجمة ما يسمى باطار الانهيار collpase framework الذى يعطى فيها -فى كل تاريخ من تواريخها المنسجمة- المسقط الاخير بالمسقط المقابل لقيمة ذاتية من القيم التى نحصل عليها بعد عملية القياس.

فى تفسير التواريخ المنسجمة بالاضافة الى الاطار الاحادى و اطار الانهيار هناك عدد غير منته من الاطر المقبولة كلها فيزيائيا لكنها غير متلائمة incompatible.

فمثلا قط شرودينغر يحتوى بالاضافة الى الاطارين الاحادى و المنهار يحتوى على عدد غير منته من الاطر الاخرى وهى عموما غير متلائمة. والاطار الذى يحتوى فعلا على القط هو الاطار الذى تكون تواريخه المنسجمة تحتوى فعلا على القط اما حيا او ميتا.

بعبارة اخرى، الجديد فى هذه النظرة ان الاطار الاحادى ليس هو المهم بالنسبة للقط لان هذا الاطار لا يحتوى على القط اصلا لكن يحتوى على تركيب خطى للقط حى و القط ميت. و علينا ان نذهب الى اطار القط حتى يمكننا ان نتكلم عن كون القط حى او ميت لان اطار القط لا يحتوى على تركيبات خطية لهاتين الحالتين المستبعدتين لبعضهما البعض.

نعيد قول هذا الامر المهم والخطير جدا بطريقة اخرى: القط حى يقابل الى المسقط P_0 المرفق بالحالة الابتدائية اما القط ميت فيقابل الى واحد ناقص هذا المسقط اى $1 - P_0$. كل المسقطات فى الاطار الاحادى فى اللحظات الزمنية اللاحقة هى مؤثرات لا تتبادل مع P_0 اى انها مؤثرات غير متلائمة مع P_0 وبالتالى هذه المسقطات لا هى P_0 (قط حى) ولا هى $1 - P_0$ (قط ميت).

شخصيا لا اظن ان ماذكرناه اعلاه هو حل لمعضلة قط شرودينغر لكن هو عملية فرز وترتيب ممتازة للغة و الرياضيات و الفيزياء و غريفيث Griffiths صاحب التواريخ المنسجمة نفسه يعتقد ايضا ذلك اى انه لم يحل معضلة القط او غيرها لكنه كبح او روض tame هذه المعضلات.

السؤال الاخير الذى اختم به هذه الحلقة: لكن كيف نحصل على التواريخ المنسجمة اصلا؟ لان الاغلبية الساحقة من التواريخ هى فى الواقع غير منسجمة. احد الطرق الفيزيائية الاساسية هى ظاهرة تلاشى التلاحم decoherence والتواريخ الناجمة عن هذه الظاهرة تسمى التواريخ ذات التاريخ المتلاشى decohered history. بعبارة اخرى فان التواريخ ذات التاريخ المتلاشى هى حالة خاصة من التواريخ المنسجمة و ليست هى كل التواريخ المنسجمة كما يظن الكثيرون.

الميكانيك البوهيمى

تفسير بوهم Bohm هو احد التفاسير العظيمة للميكانيك الكمومى (الى جانب تفسير كوبنهاغن, تفسير عديد العوالم و تفسير التواريخ المنسجمة) لصاحبه الفيزيائى النظرى الامريكى الشهير بوم الذى ضاع مستقبله الاكاديمى فى امريكا فى الخمسينات بسبب شيوعيته و ذلك زمن التضييق على الشيوعية فى اوساط المثقفين فى امريكا فى عهد ماكارتى McCarthy و اضطر بسبب المضايقات تلك الى الهجرة الى انجلترا ثم الى البرازيل.

بوهم استمد هذا التفسير فى الحقيقة من عند دى بروغلى De Broglie هذا الاخير الذى لم يستطع ان يقف امام زخم بور Bohr و زمرته العظيمة من جماعة الكوبنهاغن فى العشرينات فتخلى عن تفسيره الذى يسمى ايضا تفسير الموجة الطيار pilot wave حتى جاء بوهم واعاد احياءه ووقف وحده فى وجهه عصابة بور!. اذن بوهم فى هذا التفسير يفترض ان الجملة الكمومية ليست جسيم او موجة لكنها جسيم و موجة فى آن معا. الموجة تحكم فيها معادلة شرودينغر أما الجسيم فيتميز بمسار مثل الميكانيك الكلاسيكى اى يتميز بموضع -هو

بالضبط الموضع الكلاسيكي- و كمية حركة يتحكم فيهما ما يسمى الكمون الكمومى.

هذا التفسير هو الوحيد الذى يستخدم المتغيرات المخفية hidden variables و هو يتجنب مبرهنة بال Bell's theorem العظيمة لانه ايضا التفسير الوحيد غير الوضعى non-local وهو بهذا يذهب ايضا ضد موضعية النسبية صراحة مما جعل اينشتاين غير مرتاح ابدا لهذا التفسير بالاضافة الى بساطته الشديدة كما يذكر اينشتاين ذلك فى احد رسائله.

بوهم يقول ان نظريته هى تفسير فقط بمعنى انه من ناحية التوقعات التجريبية فهى يجب ان تكون متفقة تماما مع تفسير كوبنهاغن لا تختلف عنه لكن هذا يبقى امر غير واضح تماما على الاقل بالنسبة لى.

ما يصح ذكره و ما لا يصح ذكره فى الميكانيك الكمومى

أقدم لكم هنا افضل كتاب فى الفيزياء الكمومية منذ بعث الله بلانك Planck عام 1900 بفكرة التكميم ثم ثنى فى العشرينات ببور Bohr وزمرته الشهيرة: هايزنبرغ Heisenberg و شرودينغر Schrodinger و ديراك Dirac و بورن Born و باولى Pauli و غيرهم.

هذا الكتاب من تأليف جون بال John Bell احد عظماء المجال. لكنه العظيم الوحيد الذى يتميز بالعمق و الوضوح. الرجل الذى ضبط افكار فون نيومان von Neumann و بوهم Bohm بشكل رياضي كامل. صاحب الحساب الميتافيزقي الوحيد فى الميكانيك الكمومى الذى تم التحقق منه تجريبيا فيما يعرف بتجربة اسباكت Aspect الشهيرة. هذا الحساب هو ما يعرف اليوم بمبرهنة بال. وكونها مبرهنة فهى رياضيات حسابية ذات انعكاسات فيزيائية واضحة لا غبار عليها. لكنها مبرهنة ذات انعكاس ميتافيزقى لا يمكن التخلص منه: العالم غير موضعى non-local أحب من أحب و كره من كره. وهذا هو بالضبط الذى كرهته واقعية اينشتاين Einstein.

هذا هو جون بال. الرجل الذى خرج من رحم مدرسة الكوبنهاغن Cophenhagen لكنه لم يكن مقلدا و لا ديماغوجيا و لم يقل لنا امروها وحسب فالكوبنهاغن اعلم و احكم و اسلم! الرجل كان متفتحا على كل المدارس الاخرى الى الحد انه هو الذى كان يدافع مثلا عن تفسير الموجة الطيار pilote wave لبوهم Bohm عندما لم يكن هناك اى احد يدافع عن هذا التفسير وهذا ليس بالضرورة عن اقتناع كامل منه بهذا التفسير وهذا انطباعى.

كتابه [13] هو افضل كتاب فى الميكانيك الكمومى كتب فى التاريخ وهذا رأيي. يجمع بين الرياضيات و الفيزياء و الفلسفة بصورة مبسطة للقارئ لكن ليس بصورة شعبية تافهة تضيع فيها النقاط العميقة. اذن هو مبسط اى نعم لكن يتطلب جهدا و اجتهادا من القارئ للتفاعل الايجابى ومحاولة فهم المحتوى العميق جدا الذى يحاول ان يؤديه بال. اذن هذا الكتاب هو ليس فيزياء شعبية و ليس هو ايضا فيزياء تقنية و لا هو فيزياء فلسفية. هو وسط يحاول ان يوازن بين الثلاثة امور. وعلى القارئ اذا كان يهمه الامر ان يجتهد. فهذه ليست سياسة و لا دين التى يظن الكل نفسه خبيرا فيهما. هذا الكتاب هو النموذج بالنسبة لى الذى اجد و اكد فى محاولة اتباعه باللغتين العربية و الانجليزية فى هذا المجال.

التفسير المعاملاتى: السببية من الماضى و المستقبل

حالة الجسيم الكمومى فى اى لحظة زمنية تتعلق بماضيه كما تتعلق بمستقبله. هذا هو لب تفسير الميكانيك الكمومى المسمى التفسير المعاملاتى transactional interpretation. و كما يقول صاحبه جون كرايمر John Cramer فى هذا التفسير الاسباب تؤثر فى الاتجاهين فى الزمن: المستقبل و الماضى. ووجدت فيلسوف الزمن هيو برايس Huw Price متحمسا جدا لهذا التفسير وارجعه الى ماهية الزمن -و لم يعترض متشنجا كما يفعل البعض الذى لم يبدأ الفهم اصلا- وقال نعم الاسباب الكمومية يمكن تؤثر فى الخلف كما فى الامام ويمكن ان يكون هذا هو الحل الميتافيزيقى لمعضلة التفسير الكمومى و ان كل ذلك يجب ان يختزل فى الاخير الى الزمن. بالنسبة لكرايمر الكمومى هو اذن الاسباب العكسية اما بالنسبة لبرايس فالكمومى و الاسباب العكسية هى الزمن.

5.1 من عجائب العالم الكمومى

1.5.1 العجائب السبعة للعالم الكمومى

العجائب السبعة للعالم الكمومى حسب كاتب العلمى الجديد New Scientist هى كالآتى:

-اولا الثنائية موجة-جسيم.

- ثانيا قط شرودينغر.

-ثالثا تأثير كازيمير Casimir.

-رابعا قنبلة الياتزر Elitzur و فايدمان Vaidman.

-خامسا التشابك الكمومى.
-سادسا تاثير بوم Bohm و اهارونوف Aharonov.
-سابعا الموائع الفائقة و المواد الصلبة الفائقة.
وهذه القائمة ينقصها فعلا تأثير زينون Zeno الكمومى.
ويمكن ان نضيف ايضا الى القائمة ماهو اعجب من كل عنصر فيها: أنه رغم كل هذا العلم و هذه الفيزياء التجريبية و النظرية المتقدمة جدا و هذه التكنولوجيا الهائلة الناجمة عن العالم الكمومى (تقييم ويلر أن 90 بالمائة من التكنولوجيا ذات اصل فيزيائى كمومى) الا ان لا أحد فعلا يفهم اى شئ حول الميكانيك الكمومى او كما قال فايمان. وهذا ما عبر عنه فايمان بالقول الآخر ان: التناقض هو فقط نزاع بين الواقع و بين رأيك كيف يجب ان يكون الواقع.

شرحت باستفاضة فى الفقرات السابقة العجائب الاولى (و أغرب ما فيها على الاطلاق تجربة الاختيار المؤجل لويلر) و الثانية (التى تعبر عن معضلة الرصد الكمومى بشكل مركز جدا و ضرورة عديد العوالم) و الخامسة (وهى اعظم عجائب الكمومى على الاطلاق) و سأشرح فى الأبواب القادمة العجيبة الثامنة (المائع الفائق) و ايضا تأثير زينون الكمومى (الذى هو فى رأيى ثانى او ثالث العجائب الكمومية رغم أن الكاتب لم يضعه على قائمته).

فى هذه الفقرة سنشرح تأثير كازيمير و تأثير بوم و اهارنوف بالاضافة الى تأثيرات كمومية عجيبة اخرى (تأثير النفق, النقل عن بعد و البعث الكمومى). لن استطيع اذن ان اشرح فقط الا قنبلة الياتزر و فايدمان لضيق المكان و الزمان و النفس.

يبقى التشابك الكمومى هو اعظم العجائب الكمومية و اكثرها اساسية ثم الثنائية موجة-جسيم ثم تأثير زينون الكمومى ثم قط شرودينغر. وهذا رأيى فقط و هى فى الحقيقة كلها من اعجب ما يكون. وهذه العجائب هى التى نجم عنها اعظم فلسفة على الاطلاق لأنها اساس كل الفلسفة ألا و هى فلسفة الكمومى.

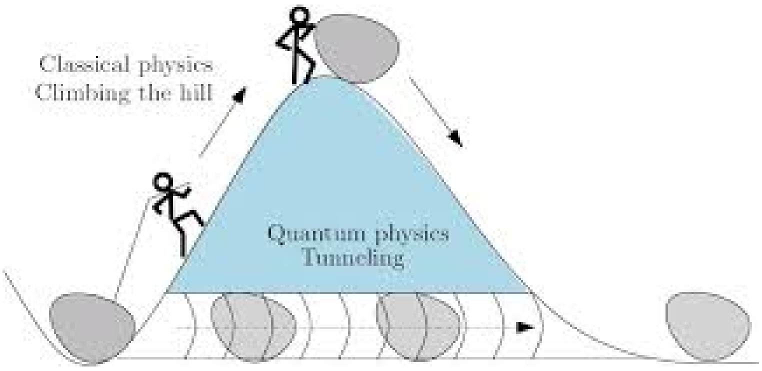
شكل 17.1: فن كمومى مأخوذ من العلمى الجديد.

2.5.1 تأثير النفق الكمومى و اللاحتمية الكمومية

عندما يتقدم شخص الى هضبة (انظر الصورة) بطاقة E (اقل من طاقة الجاذبية عند ارتفاع الهضبة) فانه لن يستطيع العبور بتلك الطاقة الا اذا وفر هذا الشخص عمل بحيث ان طاقته تصبح غير ثابتة تتزايد باستمرار لتتغلب على انحدار الهضبة (مثلا شخص يجذبك بحبل).

هكذا نتصور تصرف جسيم امام كمون potential نرمز له ب V فى الفيزياء الكلاسيكية. و الكمون يعبر عن حقل قوة امام حركة الجسيم. فالكمون هو الجبل او الهضبة و هو عائق امام حركة الجسيم الا اذا كانت طاقة الجسيم ابتداءا اعلى من الهضبة اى اعلى من الكمون فعند ذلك فان الجسيم يمكنه ان يمر.

غير ذلك فان الهضبة او الجبل هو مثل الحائط بالنسبة للجسيم سيصطدم به الجسيم و يرتد.
اذن شرط العبور هو ان الطاقة E اكبر من الكمون V وهذه تسمى المنطقة المسموحة allowed.
اما اذا كانت E اقل من V و تسمى المنطقة المحظورة forbidden فان الجسيم لن يمر يقينا.
هذه هى الحتمية الكلاسيكية.



شكل 18.1: تأثير النفق الكمومى.

لكن عندما يأتى جسيم كمومى الى كمون ولو بطاقة اقل من الكمون فان هناك احتمال ان يمر و هذه هى اللاحتمية الكمومية. اذن هناك احتمال ان يمر الجسيم الكمومى عبر هذا الكمون. لكن ليس عبر الطريق الكلاسيكى (بمعنى ان يصعد الكمون ببطء حتى يمر عبر القمة ثم يعاود النزول) لكن ان يعبره مباشرة عبر ما يسمى تأثير النفق الكمومى quantum tunnelling. وكأن هناك نفق لا يراه الا الجسيم الكمومى يدخله الجسيم لعبور الكمون و لهذا سمى تأثير النفق الكمومى.

وهذا يمكن ان نفهمه ببساطة كالآتى.

الذى يتحكم فى الجسيم الكمومى هو دالة الموجة التى هى حل لمعادلة شرودينغر. معادلة شرودينغر تسمح لنا بالتعبير عن كمية الحركة كمؤثر بدلالة الهاميلتونية -وهى مؤثر الطاقة- و الكمون بالعبارة

$$p^2 = 2m(E - V).$$

اذن p هو جذر $2m(E - V)$ اى أن p هو ايضا مؤثر.

لكن نحن نعرف من جهة اخرى ان هذا المؤثر هو بالضبط الاشتقاق بالنسبة للموضع x اى

$$p = -i\frac{d}{dx}.$$

بمساواة المؤثرين عند تأثيرهما على دالة الموجة ثم المكاملة نحصل على دالة الموجة وهو يساوى

$$\psi = \exp(iS).$$

حيث S هو بالضبط ما يسمى فعل الجسيم و i فى المعادلتين اعلاه هو العدد التخيلى المحض اى العدد الذى مربعه يساوى ناقص واحد.

هذا يسمى التقريب الشبه-كلاسيكى semi − classical approximation لدالة الموجة أو تقريب ال WKB نسبة الى وانزل Wentzel, كرايمرس Kramers و بريليون Brillouin.

الحساب البسيط لدالة الموجة فى التقريب الشبه-كلاسيكى موجود ايضا فى الصورة الثانية. اذن كما ترون من المعادلة الاخيرة فى الصورة الثانية فان دالة الموجة فى المنطقة المسموحة هى دالة اهتزازية oscillatory. اذن الحل فى المنطقة المسموحة يتفق مع الكلاسيكى فى ان الطاقة فيها يجب ان تكون اكبر من الكمون. عندما نذهب الى المنطقة المحظورة فان الطاقة تصبح اقل من الكمون. اذن الكمية تحت الجذر فى عبارة كمية الحركة اعلاه تصبح سالبة. اى يمكن استخراج جذر -1 كمعامل الذى هو بالضبط العدد التخيلى المحض i ومنه فان الفعل يكتسب معامل يساوى العدد التخيلى i الذى عندما يضرب بال i الموجود اصلا فى دالة الموجة اعلاه نحصل على اشارة ناقص. اذن الاهتزاز تحول بقدرة قادر الى تخامد attenuation.

النتيجة اذن ان دالة الموجة فى المنطقة المحظورة ليست معدومة كما يُظن كلاسيكيا و لا هى اهتزازية لكنها تصبح فقط متخامدة تعطى بالمعادلة فى الصورة الثالثة. التخامد يعنى انها تُعطى احتمال صغير جدا لكنه غير معدوم و يتناقص اكثر و بسرعة مع المسافة. هذا الاحتمال يعطى بكل بساطة باخذ مربع دالة الموجة المتخامدة.

اذن الجسيم الكمومى عندما يأتى الى حائط فان هناك امكانية ان يعبره و هذه هى اللاحتمية الكمومية -التى يخلطها البعض بالسببية- كما هو مبين فى الصورة الرابعة حيث ان التخامد بالازرق اما الاهتزاز بالاحمر.

هذا هو تأثير النفق الكمومى و هو التفسير الفيزيائى لما نقوم به فى نظرية الحقول الكمومية عندما نقوم بتدوير ويك Wick rotation اى الذهاب من الفضاء-زمن المينكوفسكى الى الفضاء-زمن الاقليدى حيث يذهب الفعل الى الفعل الاقليدى و تتحول هذه الدالة الموجية المتخامدة الى ما يسمى الانسطانطون instanton.

$$p\psi = -i\frac{\partial}{\partial x}\psi = \sqrt{2(E - V(x))}\psi$$

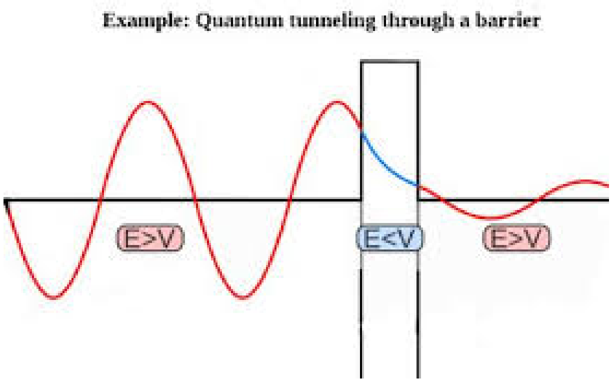
Thus

$$\psi \propto \exp(i\int\sqrt{2(E - V(x))}\,\mathrm{d}x)$$

شكل 19.1: دالة الموجة فى التقريب الشبه- كلاسيكى.

$$E < V(x): \quad \psi \propto \exp(-\int\sqrt{2(V(x) - E)}\,\mathrm{d}x)$$

شكل 20.1: دالة الموجة المتخامدة فى المنطقة المحظورة اين تكون الطاقة اقل من الكمون.



شكل 21.1: الاهتزاز (المسار بالاحمر) و التخامد (المسار بالازرق) عندما يعبر جسيم كمومى حائط (كمون قوة).

3.5.1 تأثير بوهم و اهارانوف

تأثير بوهم Bohm و اهارانوف Aharonov هو التأثير الذى لا يخضع فيه الجسم الى أى قوة فى العالم الكلاسيكى و رغم هذا فانه يخضع عن بعد لقوة كمومية طوبولوجية.

الكل يعرف ان ما نسميه الحقل الكهرومغناطيسى هو حقل كهربائى $\vec{E}$ و حقل مغناطيسى $\vec{B}$ وهى الحقول التى تخضع لمعادلات ماكسويل الشهيرة التى فى الصورة الاولي.

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

شكل 22.1: معادلات ماكسويل.

اى شحنة موجودة فى هذين الحقلين سوف تخضع لقوة كهرومغناطيسية حسب قانون لورنتز Lorentz.

تصوروا الآن مكان فى الفضاء لا يوجد فيه حقل كهربائى و لا حقل مغناطيسى. وتصوروا شحنة تمر فى ذلك المكان. اذن لانه لا توجد حقول كهربائية و مغناطيسية فان القوة على الشحنة صفر. اذن الشحنة لا تخضع لاى قوة. هذا ما تقوله الفيزياء الكلاسيكية.

لكن الميكانيك الكمومى كما دائما له قول آخر و هذا هو ما يسمى تأثير بوم و اهارانوف.

فعلا احدى معجزات العالم الكمومى؟

لكن هذه معجزة عندما نفهمها تصبح لا معجزة بل امر عادى. لكن كيف؟

اولا الميكانيك الكمومى يقول ان الحقول $\vec{E}$ و $\vec{B}$ ليست هى الوصف الاساسى للكهرومغناطيسية. الوصف الاساسى يعطى بدلالة ما يسمى الكمون الشعاعى vector potential ونرمز له ب $\vec{A}$ و الكمون السلمى scalar potential الذى نرمز له ب V. انظر الصورة الثانية التى تعطى $\vec{E}$ و $\vec{B}$ بدلالة $\vec{A}$ و $\vec{V}$.

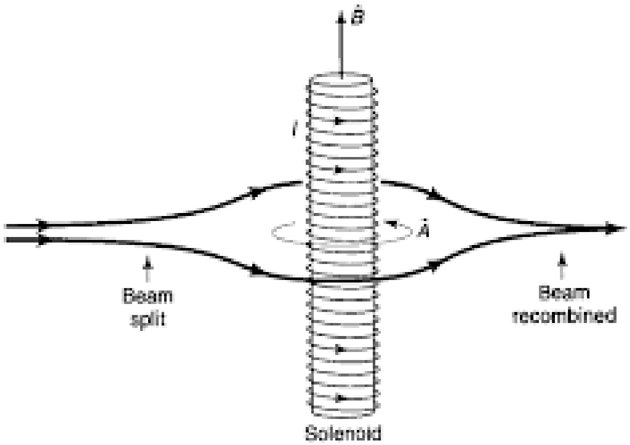
$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

شكل 23.1: الحقلان الكهربائى و المغناطيسى بدلالة الكمونان الشعاعى و السلمى.

الكمونان $\vec{A}$ و $\vec{V}$ يشكلان معا فعلا ما يسمى الحقل الكهرومغناطيسى الذى يرفق بجسيم الضوء الفوتون. وهما يشكلان ايضا معا شعاع رباعى $\text{four}-\text{vector}$ اى شعاع فى الفضاء-زمن نرمز له ب A^{μ}. هذا هو الحقل الذى يدخل فى معادلة شرودينغر و هو يخضع لتحويلات نقطية تسمى التحويلات المعيارية gauge transformations و يرمز لها ب $U(1)$ التى تعبر عن تناظرات كونية ينجم عنها انحفاظ الشحنة الكهربائية.

اذن حسب الميكانيك الكمومى $\vec{A}$ و $\vec{V}$ ليسا فقط اداة رياضية حسابية لكن هما حقيقيان اكثر من الحقول $\vec{E}$ و $\vec{B}$ المتعارف عليها وهذا رغم انهم يخضعان للتناظرات المعيارية.

ثانيا هذا الحقل الكهرومغناطيسى الرباعى A^{μ} هو الذى يدخل فى معادلة شرودينغر. لو افترضنا الآن للتبسيط ان الكمون السلمى V ينعدم فان التأثير الوحيد للحقل الكهرومغناطيسى على دالة الموجة هو فى ضربها فى طور phase. هذا الطور يتعلق بالضبط على تكامل الطريق path integral للكمون الشعاعى وهو بالضبط الذى يؤدى الى تأثير بوهم و اهارانوف.
هذا الطور هو بالضبط ما يسمى الفعل action الذى *نرمز* له ب S.
اذن الميكانيك الكمومى يقول لنا ان الفعل هو ايضا اساسى فى الفيزياء وليس فقط حيلة تسمح لنا بحساب معادلات الحركة او التكميم quantization بتكاملات الطريق.
ثالثا أصل الآن الى تأثير بوهم و اهارانوف. نعتبر وشيعة solenoid يمر فيها تيار كهربائى ثابت كما فى الصورة الثالثة.



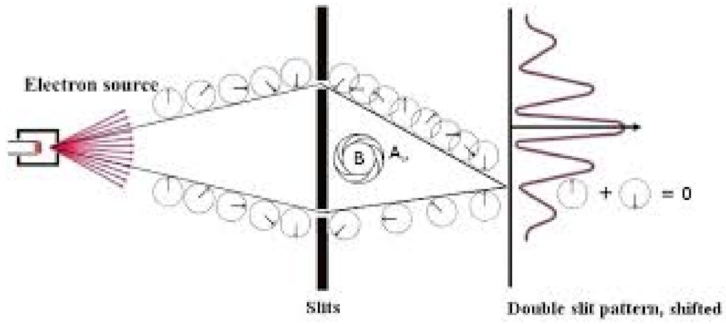
شكل 24.1: تأثير بوهم و أهارانوف.

نحن نعرف مباشرة ان الحقل المغناطيسى B داخل الوشيعة غير منعدم اما خارج الوشيعة فانه ينعدم وبالتالى فان قوة لورنتز تنعدم خارج الوشيعة. هذه نتيجة معروفة منذ القرن الثامن عشر.
الان نسمح لحزمة من الالكترونات ان تمر حول الوشيعة فى المنطقة خارج الوشيعة حيث لا يوجد اى حقل مغناطيسى وبالتالى لا تطبق اى قوة على الالكترونات.
نقسم حزمة الالكترونات قبل المرور حول الوشيعة ثم نعيد دمجها بعد مرورها حول الوشيعة كما فى الصورة.
فى المنطقة التى ينعدم فيها الحقل المغناطيسى $\vec{B}$ خارج الوشيعة فان الكمون الشعاعى $\vec{A}$ لا ينعدم وبالتالى فان الفعل S لا ينعدم و بالتالى فان الطور P لا يساوى واحد.
بمعنى ان الالكترونات بعد مرورها حول الوشيعة تكتسب طور اضافى بسبب الحقل المغناطيسى داخل الوشيعة. وهذا الطور الاضافى يتعلق بالطريق. و عند اعادة دمج الالكترونات نجد ان الفرق فى الطور بين الالكترونات التى مرت من اعلى الوشيعة و من اسفل الوشيعة هو متناسب مع تدفق flux الحقل عبر الوشيعة. انظر الحساب البسيط فى المعادلة (21) فى الصورة.

$$\Delta\Phi = g_1 - g_2 = \frac{e}{\hbar}\left[\int_{C_1} \vec{A}(\vec{r})\cdot d\vec{r} - \int_{C_2} \vec{A}(\vec{r})\cdot d\vec{r}\right] = \frac{e}{\hbar}\oint_{C} \vec{A}(\vec{r})\cdot d\vec{r} = \frac{e\Phi_m}{\hbar} \qquad (21)$$

شكل 25.1: الفرق في الطور في تأثير بوهم و اهارانوف.

هذا الفرق فى الطور غير المنعدم يمكن ان يقاس تجريبيا فى اطياف التداخل interference. مثلا لو وضعنا الوشيعة خلف جدار فيه ثقبين ونسمح لكل حزمة بالمرور عبر احد الثقبين ثم نعيد الدمج خلف الجدار و بعد ذلك نتفحص النتيجة على جدار تداخل كما فى الصورة الأخيرة فاننا سنرى ان طيف التداخل بالمقارنة مع وضعية عدم وجود وشيعة اصلا هو مختلف تماما.
اذن جسم لا يخضع لقوة كلاسيكيا سوف يخضع لها كموميا ولو من مكان بعيد. هذا ما يسمى تأثير بوهم و اهارانوف احدى عجائب الميكانيك الكمومى. وهذا التأثير فى الحقيقة هو احد تلك التأثيرات التى تجد تفسيرها الحقيقى النهائى الاساسى فى طوبولوجيا الحقل الكهرومغناطيسى.



شكل 26.1: القياس التجريبي للفرق فى الطور فى تأثير بوهم و اهارانوف.

4.5.1 النقل عن بعد كمعضلة فلسفية

قام الفيلسوف الاسترالى شالمر Chalmer -وهو من اكبر فلاسفة العقل الآن- بدراسة احصائية لاهم المعضلات الفلسفية و اهم الحلول الفلسفية فى اطار المدارس الفلسفية التى تدخل تحت ما يسمى بالفلسفة التحليلة -فلسفة البلدان الانجلوفونية بالخصوص-.

فى هذه الدراسة جمع شالمر اهم 30 معضلة فلسفية.

المعضلة رقم 26: النقل عن بعد teleportation.

السؤال كما طرحه شالمر على زملائه الفلاسفة التحليليين:

النقل عن بعد (المادة الجديدة): نجاة او موت?

Teletransporter (new matter) : survival or death?

يعنى عندما ننقل المرء من نقطة أ الى نقطة ب عن طريق تفكيكه الى مكوناته الذرية فى النقطة أ و اعادة تركيبها فى النقطة ب (و هذا الامر يمكن تحقيقه كوميا على الاقل نظريا وهناك حتى بعض الادعاءات التجريبية) ماذا فعلا يحدث?

السؤال بالنسبة للفلسفة: هل الشخص الذى تم تخليقه فى النقطة ب هو نفسه الشخص الذى تم تفكيكه فى النقطة أ.

الفيزياء تقول نعم.

الفلسفة و هى المجال الوحيد الذى يمكنه فعلا ان يتحدى الفيزياء فكريا بشكل عميق تقول لا. لانه بكل بساطة هل نحن متأكدون ان الانسان هو مادة فقط. اذا كانت الاجابة نعم فالاجابة الفيزيائية نعم. لكننا فى الحقيقة لسنا متأكدون.

حتى نضع الامر فى اطار عملى لنتصور الآتى:

ان الشخص قبل تحليله فى النقطة أ ارتكب جريمة قتل ثم مر عبر جهاز النقل عن بعد واعيد تركيبه فى النقطة ب. هل الشخص الذى يخرج من الجهاز فى النقطة ب مسؤول عن الجريمة التى ارتكبها الشخص الذى دخل الى الجهاز فى النقطة أ?

من استطاع الاجابة عن هذا السؤال فقد حل معضلة فلسفية عميقة قديمة هى معضلة استمراية الهوية identity continuity.

وهى معضلة يبدو كما ترون أن الفيزياء لا تستطيع حتى استيعابها.

المهم أن جواب الفلاسفة التحليليين الذى اورده شالمر كان كالاتى:

الذين قالوا ان المرء الذى يخضع للنقل عن بعد سيعيش-بمعنى ان هناك استمرارية للهوية- او انهم يميلون الى هذا الرأى: 36 بالمائة.

الذين قالوا ان المرء سيموت-يعنى انه ليس هناك استمرارية للهوية- او انهم يميلون الى هذا الرأى: 31 بالمائة.

والبقية توقفت أوقالت لا هذا و لا ذاك.

5.5.1 الانبعاث أو الرجوع الكومي

التطور الاحادى فى الزمن لدالة الموجة يؤدى الى ظاهرة مهمة جدا تسمى الانبعاث أو الرجوع الكومى و هو قدرة الجملة الفيزيائية على الرجوع الى اى حالة تنطلق منها دون الحاجة الى الخضوع الى اى تأثيرات خارجية اضافية بل هو فقط بسبب التطور الاحادى المعطى بمعادلة شرودينغر. الزمن الذى تستغرقه الجملة حتى ترجع حالتها الى قيمتها الاولى يسمى زمن الانبعاث و هو زمن طويل جدا يحسب كالاتى.

لنعتبر جملة كومية ذات مستويات طاقوية منطقية rational بمعنى انها تعطى بقيم من الشكل

$$E_i = C\frac{M_i}{N_i}.$$

حيث M_i و N_i هى أعداد طبيعية. مثلا من أجل ذرة الهيدروجين فان

$$N_i = i^2\ ,\ M_i = 1\ ,\ C = -13.6eV.$$

دالة الموجة (المبتورة truncated الى غاية العدد الطبيعى $N_{\max}$) المتعلقة بالزمن تعطى ب

$$\psi(t) = \sum_{i=0}^{N_{\max}} a_i \exp\left(-i\frac{E_i}{\hbar}t\right)\psi_i.$$

حيث ψ_i هى الدوال الذاتية المرفقة بالقيم الذاتية E_i لمؤثر الطاقة H اى

$$H\psi_i = E_i\psi_i.$$

نعرف زمن الانبعاث time revival على انه الزمن الضرورى لهذه الدالة حتى ترجع الى قيمتها الاولى من اجل اى لحظة زمنية t اذن نكتب

$$\psi(t+T) = \psi(t).$$

هذا يؤدى مباشرة الى الشرط

$$\frac{E_i}{\hbar}T = 2\pi k.$$

حيث k عدد طبيعى.
من الجهة الاخرى ليكن L_{cm} المضاعف المشترك الاكبر للاعداد الطبيعية N_i و L_{cd} القاسم المشترك الاصغر للاعداد الطبيعية M_i. اذن

$$k = \frac{M_i}{L_{cd}}\frac{L_{cm}}{N_i}$$

هو عدد طبيعى.
نكتب الطاقة على الشكل

$$E_i = C\frac{L_{cd}}{L_{cm}}k.$$

بالتعويض فى دالة الموجة نحصل مباشرة على الدور او زمن الانبعاث

$$T = 2\pi\frac{\hbar}{C}\frac{L_{cm}}{L_{cd}}.$$

من اجل ذرة الهيدروجين مثلا نحصل على زمن انبعاث هائل (وهو دائما كذلك) يساوى 10^{15} سنة. هذا هو الزمن الذى يجب ان ننتظره حتى تنبعث دالة الموجة الخاصة بذرة الهيدروجين (دون اى تأثير خارجى) وترجع الى قيمتها الاولى لوحدها. هذا يسمى الرجوع الكمومى recurrence quantum و هو تعميم للرجوع الكلاسيكى المعروف فى الفضاءات الطورية.

6.5.1 طاقة الفراغ, تأثير كازمير و الجسيمات الافتراضية

كثافة الطاقة المظلمة التى تهيمن على حوالى 70 فى المائة من كتلة الكون تعطى بعدد صغير جدا وهذا ربما بسبب الحجم المهول للكون الذى يقل من يستوعبه. لكن هذه القيمة تبقى صغيرة جدا جدا تعطى حسب القياسات الاخيرة ب

$$\Lambda_{\rm obs} = (2.14 \pm 0.13.10^{-3})^4. \qquad (16.1)$$

من الجهة الاخرى فان طاقة الفراغ-التى يعتقد انها هى الطاقة المظلمة حسب زلدوفيتش Zeldovich- والتى تعطيها النظرية هى بالمقابل قيمة ضخمة اكبر ب 10^{120} مرة من القيمة التجريبية اعلاه للطاقة المظلمة.

فى النظرى ليس صعبا جدا ان نجد نماذج تكون فيها طاقة الفراغ صفر تماما مثلا باستعمال التناظرات الممتازة. لكن ان نجد نماذج تكون فيها طاقة الفراغ صغيرة جدا لكن غير منعدمة هذا هو التحدى الحقيقى.

هذه المعضلة تسمى معضلة الثابت الكونى.

طاقة الفراغ نقصد بها بالضبط طاقة الحالة الاساسية الكمومية -التى نسميها الفراغ الكمومى- التى بالتعريف لا تحتوى على اى جسيمات او اشعاع او اى شئ آخر. لكن الفراغ الكمومى هو شئ معقد جدا و رغم انه لا يحتوى على اى جسيمات حقيقية فانه يحتوى على جسيمات افتراضية.

لنذكر ان طاقة الفراغ تعطى بالعبارة

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}\sum \hbar\omega. \quad (17.1)$$

حيث $\hbar\omega$ هى الطاقة النسبية لاينشتاين بالنسبة لجسيم كتلته مثلا m وكمية حركته $\vec{p}$ اى

$$E = \hbar\omega = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad (18.1)$$

العبارة اعلاه للطاقة $\mathcal{E}$ تتباعد الى مالانهاية لأننا نجمع اى نكامل على كمية الحركة $\vec{p}$ التى يمكن ان تأخذ اى قيمة.

E فى الحقيقة هى طاقة جسيم افتراضى كتلته m و كمية حركته $\vec{p}$ لأننا حصلنا عليها من وضع مؤثر عدد الجسيمات صفر فى مؤثر الطاقة او الهاميلتونية. اذن $\mathcal{E}$ هى طاقة الفراغ الكمومى أى الطاقة الكلية لهذه الجسيمات الافتراضية. هذه الطاقة هى الطاقة عند النقطة صفر أى عند درجة حرارة صفر وهى تشبه كثيرا الاثير كما يذكر ويلتشيك Wilczek.

ولربما يظن البعض ان طاقة الفراغ هو فقط تصور رياضى ليس له تأثير فيزيائى و ان محاولة ربطه بالطاقة المظلمة هو وهم. لكن بغض النظر عن الجسيمات الافتراضية فانه من الناحية التجريبية طاقة الفراغ لها تأثيرات فيزيائية مشاهدة و قد قيست تجريبيا و بدقة.

واشهر هذه التأثيرات على الاطلاق واهمها على الاطلاق و اوضحها-وهو رأى الاغلبية من الفيزيائيين- هو تأثير كازيمير الذى اكتشفه الفيزيائى النظرى الهولندى كازيمير Casimir عام 1948 وهذا عندا كان يدرس كيف تنجم قوى فان دار والز van der Waals بين الجزيئات المستقطبة من القوى الكهرومغناطيسية بين الالكترونات فى الجزيئات. وفعلا فان تأثير كازيمير يشبه الى حد ما قوى فان دار والز وكلاهما يسمى قوى تشتت dispersion forces.

لكن كيف نحصل على قيمة منتهية لطاقة الفراغ؟

هذا هو احد الاسئلة العظيمة فى الفيزياء و احد هذه الطرق هو تأثير كازيمير.

على ان اشير ان تأثير كازيمير هو فعلا تخصص كبير قائم بذاته ليس فقط فى الفيزياء النظرية لكن ايضا فى فيزياء النانو يصعب جدا الاحاطة بكل من يعمل فيه لذا من الافضل ان نتوجه الى من هو متخصص.

الآن نقدم لكم تأثير كازيمير الرائع الجميل.

نأخذ صفيحتين معدنيتين كبيرتين ناقلتين مثاليتين للكهرباء لكن غير مشحونتين و مفصولتين بخلاء. الفيزياء الكلاسيكية تقول انه لا يمكن ان تكون هناك اى قوة بين الصفيحتين المعدنيتين لانه لا توجد اى شحنات عليهما او بينهما. الفيزياء الكمومية تقول انه توجد بين الصفيحتين كثافة طاقة (طاقة فى وحدة السطح) سالبة -وهذه هى طاقة الفراغ الكمومي-متناسبة مع

$$u \sim -1/a^D \quad (19.1)$$

حيث a هو المسافة بين الصفيحتين و D هو عدد ابعاد الفضاء-زمن الذى نفترضه فضاء-زمن مينكوفسكى.

هذه الطاقة السالبة تكافئ كثافة قوة (قوة فى وحدة السطح) سالبة اى قوة جذب بين الصفيحتين صغيرة جدا متناسبة مع

$$f = -\frac{\partial u}{\partial a} \sim -1/a^{D+1} \quad (20.1)$$

العبارات اعلاه صالحة فقط من اجل الحقول الكونفورمال conformal المرفقة بجسيمات ذات كتلة منعدمة و من اجل مسافات a بين الصفيحتين كبيرة. أما بالنسبة للحقول ذات الكتلة m فان القوة تنعدم بسرعة اكبر متناسبة اسيا مع الكتلة حيث نحصل على العبارة

$$f = -\frac{1}{a^{D+1}}\frac{1}{2}\left(\frac{am}{4\pi}\right)^{\frac{D+1}{2}}\exp(-2ma). \quad (21.1)$$

فى اربعة ابعاد -الفضاء ثلاثة و الزمن واحد- نحصل بالضبط على عبارة كازيمير التاريخية

$$f=-\frac{\partial}{\partial a}u=-\frac{\pi^2\hbar c}{240a^4}=-\frac{1.3.10^{-27}}{a^4}Nm^2 \tag{22.1}$$

تم حساب هذه النتيجة من اجل الحقل الكهرومغناطيسى بعدد ضخم من الطرق وكل هذه الطرق تحتاج الى تسوية وتبقى التسوية البعدية dimensional regularization و دالة زيتا ريمان Riemann zeta function اهم التسويات على الاطلاق و اقواها اكثرها اقناعا.

اذن هى قوة ضعيفة جدا و لهذا فان التحقق التجريبى منها أخذ وقتا طويلا جدا ولم يتحقق فعليا الا فى عام 1997 حوالى خمسين سنة بعد كازيمير من قبل لامورو Lamoreaux ثم من بعده مرات عديدة اخرى.

ورغم هذا يبقى لبعضهم -وهم اناس جديون لا يهزلون- شك فى وجود ربط حقيقى بين طاقة الفراغ و قوة كازيمير و اخطر من هذا شك اصلا فى حقيقة طاقة الفراغ. انظر مثلا R.L.Jaffe.

لكن كيف تصبح طاقة الفراغ الكمومى اللانهائية قيمة منتهية. ماذا يحدث بالضبط؟

اولا رغم ان القيمة المتوسطة للحقل منعدمة الا ان هناك تقلبات للحقل حول هذه القيمة غير منعدمة و هذه هى التى يريد ان يسميها البعض جسيمات افتراضية و طاقة هذه التقلبات هى التى تؤدى الى قيمة لا نهائية لطاقة الفراغ عندما تكون الصفيحتين غير موجودتين.

لكن هذا غير مهم على كل حال لان الذى يهمنا نحن فى العموم ليس قيمة الطاقة فى حد ذاتها لان هذه الاخيرة ليست ملاحظ فيزيائى لكن الذى يهمنا هو الفرق فى الطاقة. وهذا الامر صحيح تماما عندما تكون الثقالة غائبة عن الموضوع.

ثانيا قوة كازيمير ترجع بالضبط الى التغير فى هذه القيمة اللانهائية لطاقة الفراغ الناجم عن الشروط الحدية التى يصبح يخضع لها الحقل عند وضع الصفيحتين على مسافة a من بعضهما البعض.

نكتب اذن

$$E_{\text{Casimir}}=\frac{1}{2}\sum_n\hbar\omega_n[\sigma]-\frac{1}{2}\sum_n\hbar\omega_n[0]. \tag{23.1}$$

حقل الخلفية σ يعبر بالضبط على الصفيحتين و يعطى ب

$$\sigma(z)=\delta(z-\frac{a}{2})+\delta(z+\frac{a}{2}). \tag{24.1}$$

الحد الاول فى معادلة الطاقة E_{Casimir} هو اذن طاقة الفراغ عند وجود الصفيحتين و الحد الثانى هو طاقة الفراغ بدون الصفيحتين اى عندما نضع $\sigma=0$. الفرق بالضبط هو طاقة كازيمير و هى الطاقة الملاحظة فيزيائيا وليس طاقة الفراغ فى حد ذاتها.

ثالثا تقلبات الحقل بين الصفيحتين يجب ان تكون لها طول موجة يقد المسافة a بين الصفيحتين. اذن التقلبات التى لها طول موجة لا يقد بين الصفيحتين ستختزل فى الفرق اعلاه و فقط تلك التى طول موجتها يقد ستشارك فى طاقة كازيمير.

بعبارة اخرى فان جملة الصفيحتين اى الشروط الحدية التى يخضع لها الحقل تنتقي جزء فقط من التقلبات الممكنة للحقل التى يمكن ان تقد بين الصفيحتين.

عندما تذهب المسافة a الى مالانهاية فان كل التقلبات ستدخل فى الحساب و نحصل على طاقة كازيمير منعدمة.

الحدان الاول و الثانى اعلاه كلاهما متباعدان لكن الفرق منته وهذا احد تلك الامثلة التى يكون فيها الفرق بين قيمتين لا نهائيتين هو قيمة منتهية غير منعدمة.

لكن فى نظرية الحقل الكمومى -وهى النظرية الاساسية هنا- فان طاقة الفراغ تعطى بلوغاريتم تكامل الطريق path integral الذى بالنسبة الى حقل سلمى كتلته m يأخذ الشكل

$$W[\sigma]=\frac{1}{i}\ln Z=\frac{i}{2}tr\ln\big(\partial_\mu\partial^\mu-m^2-\lambda\sigma\big) \tag{25.1}$$

الشروط الحدية اعلاه التى تصف الصفيحتين نحصل عليها بأخذ النهاية $\lambda\longrightarrow\infty$. اذن طاقة كازيمير التى هى طاقة الفراغ الكمومى بعد أخذ بعين الاعتبار الشروط الحدية (وجود الصفيحتان) والتى تعطى بالعلاقة اعلاه تأخذ فى نظرية الحقل الكمومى الشكل

$$E_{\text{Casimir}}=\frac{1}{2}\sum_n\hbar\omega_n[\sigma]-\frac{1}{2}\sum_n\hbar\omega_n[0]=\frac{i}{2}tr\ln\left(1-\frac{1}{\partial_\mu\partial^\mu-m^2}\lambda\sigma\right) \tag{26.1}$$

هذه الطاقة يُعبر عنها بمجموعة مخططات فايمان فى الصورة حيث أن الخطوط الداخلية هى بالضبط الجسيمات الافتراضية التى نستخدمها للتعبير عن تقلبات الحقل. بهذا الشكل نرى ان طاقة كازيمير هى فعلا ناجمة عن تقلبات فى الحقل غير ملاحظة و لهذا تسمى افتراضية و هذه التقلبات لها كل الاعداد الكمومية للحقل و لهذا تسمى جسيمات.

قوة كازيمير هى فى الاخير قضية تعلق الفراغ الكمومى بالشروط الحدية و هى تتعلق بشدة على شكل الحدود و هندستها و طوبولوجيتها و بعدها. وقد تتحول القوة من تجاذب الى تنافر. و تأثير كازيمير يجب فهمه على انه تأثير كمومى ماكروسكوبى فى نفس مرتبة الناقلية الممتازة, الميوعة الممتازة و تأثير هال الكمومى quantum Hall effect.

لكن مع ما يفعله لنا تأثير كازيمير او ما مكننا من فعله فانه يبقى لدينا مشكلة الاشارة. فمثلا نحن نعرف ان الطاقة المظلمة موجبة و ليست سالبة و بالتالى فهى تؤدى الى قوة تنافر -توسع الكون يتسارع- وليس قوة تجاذب.

اذن يجب البحث عن ميكانيزمات اخرى لتأثير كازيمير تجعل الطاقة موجبة و ليست سالبة كما اعلاه و بالتالى القوة تصبح قوة تنافر-مثل الثقالة المضادة للطاقة المظلمة- وليست قوة تجاذب وهذا عن طريق دراسة التأثير اى وضع الصفائح فى خلفيات ثقالية منحنية -مثل دي سيتر و دي سيتر الضدى- او تغيير الشروط الحدية اى تأثير الصفائح على الحقل, او تغيير طوبولوجيا الفضاء-زمن, او ربما اضافة ابعاد اضافية, او تغيير طبيعة الجسيمات من بوزونية الى فرميونية او اخذ تأثير درجة الحرارة بعين الاعتبار او غيرها من السيناريوهات التى ربما احدها سيؤدى الى الاشارة الصحيحة او بالاحرى الاشارة المرجوة للقوة.

هذا مجال ضخم جدا يحتاج الى وقت معتبر حتى يمكن السيطرة عليه.

لكن تأثير كازيمير يبقى هو نفسه عملية تسوية لطاقة الفراغ اى ان الصفيحتين تم ادخالهما فقط -وهكذا افكر فى الامر او اريد ان افكر فى الامر- حتى يمكن ان نحسب قيمة منتهية للعبارة اعلاه. و يجب بالتالى نزعهما فى الاخير عن طريق اخذ النهاية

$$a \longrightarrow \infty. \tag{27.1}$$

لكن ماهى بالضبط هذه الجسيمات الافتراضية؟

الجسيم الافتراضى هو فى الحقيقة ليس بجسيم اصلا لكن تشويش او اضطراب اى تموج عام فى الحقل لا يحترم علاقة الطاقة لاينشتاين لكن أكيد يحفظ الطاقة و كل الاعداد الكمومية الاخرى. و هو تموج لا يمكن ان يوجد لوحده ابدا و لكن تتسبب فى وجوده جسيمات وحقول أخرى. و الجسيم الافتراضى يظهر فى فيزياء الجسيمات دائما فى مخططات فايمان فى صورة الخطوط الداخلية.

للمقارنة فان الجسيم الحقيقى الذى يعطى بالخطوط الخارجية فى مخططات فايمان هو تموج منتظم ناعم smooth فى الحقل يحفظ الطاقة و ينتشر بسلاسة وبدون جهد بسرعة ثابتة تخضع لعلاقة الطاقة لاينشتاين.

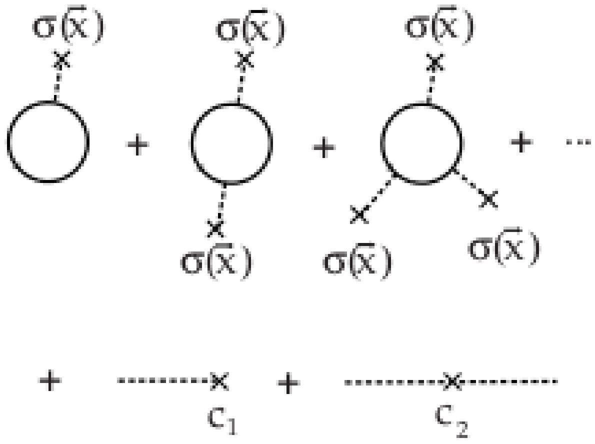
بسبب احترام الجسيم الحقيقى لعلاقة الطاقة لاينشتاين فاننا نسميه على-القشرة on − shell اما الجسيم الافتراضى الذى لا يحترم علاقة الطاقة لاينشتاين فهو خارج-القشرة off − shell.

أما الطاقة فهى يجب دائما ان تكون دائما محفوظة من قبل الجسيمات الحقيقية و الافتراضية على السواء ومن قال ان الجسيمات الافتراضية لا تحفظ الطاقة فهو لم يفهم تماما ماهية الجسيمات الافتراضية. الجسيمات الافتراضية لا تحترم علاقة الطاقة لاينشتاين اى انها خارج-القشرة لكنها تحفظ تماما الطاقة.

يمكن ان نستخدم مرة اخرى مبدأ الارتياب لهايزنبرغ لفهم الجسيمات الافتراضية بشكل افضل كما يلى. الجسيم الافتراضى لا يحترم علاقة الطاقة لاينشتاين التى تعطى بالعلاقة

$$E^2 = \vec{p}^2 m^2 + m^2 c^4. \tag{28.1}$$

اذن يمكن ان نفهم ان الارتياب فى الطاقة سيكون كبير جدا (أى أن الجسيم الافتراضى يستطيع ان يستلف طاقة كبيرة من الفراغ الكمومى) و بالتالى فان العمر سيكون صغير جدا اى ان الجسيم الافتراضى لا يمكنه أن يعيش الا لأعمار قصيرة جدا لا يمكن قياسها و لهذا ربما لا يمكننا مشاهدته مباشرة.



شكل 27.1: مخططات فايمان المشاركة فى طاقة الفراغ الكمومى.

6.1 العلاقة بين معضلتى الرصد الكمومى و ضياع المعلومات و دور المالانهاية و الوعى

الثنائية الثقالية-المعيارية gauge-gravity duality التى خرجت من رحم نظرية الاوتار هى انجح نظرية ثقالة كمومية قاطبة. فى هذه الثنائية نريد وصف قوة الجذب الثقالى الكمومية بحقل معياري gauge field اى قوة مثل القوة الكهرومغناطيسية (التى تؤثر على شحنة واحدة) او أدق من ذلك مثل قوة مثل القوة النووية الكبرى (التى تؤثر على 3 شحنات فى الواقع) لكن بعدد لانهائى من الشحن.

مثال مشهور و بسيط. الميكانيك الكمومى المصفوفى ويسمى ايضا النظرية المصفوفية matrix theory (وهو الذى يلعب دور الحقل المعياري) لكن بمصفوفات لانهائية البعد N (هذا هو عدد الشحنات اللانهائى) هو ثنوى dual -اى مرفق عبر الثنائية أعلاه- بالثقالة الممتازة supergravity فى 10 ابعاد من النوع IIA (فهناك انواع للثقالة الممتازة تتعلق بطبيعة السبينور spinor اى دالة موجة ديراك).

ملاحظتان اساسيتان:

أولا هذا الامر صحيح لكن يجب أخذ عدد الشحنات N يساوى مالانهاية بشكل معين يسمى نهاية توهفت 't Hooft limit': نأخذ بعد المصفوفات N الى مالانهاية فى نفس الوقت الذى نأخذ فيه ثابت اقتران coupling constant المصفوفات $g_{\rm YM}$ (لأن هذه المصفوفات فى هذا الميكانيك الكمومى تتفاعل فيما بينها بشكل معين) الى صفر بحيث ان جداءهما $N * g_{\rm YM}$ يبقى ثابت خلال هذه العملية.

هذه هى نهاية توهفت الشهيرة واحدة من الانجازات الكثيرة لتوهفت افضل فيزيائى مازال على قيد الحياة بدون منازع.

ثانيا هذه الثقالة الممتازة اعلاه تصف فى الواقع عدد لانهائى (بالضبط يساوى عدد الشحنات N) من برانيات دريشلى Dirichlet branes ذات بعد صفر (أى اجسام نقطية) تشكل جملة مرتبطة bounded state هى بالضبط ثقب أسود شوارشيلد Schwarzschild فى 10 ابعاد.

اذن الثنائية اعلاه هى مثال آخر على الثنائية بين نظرية حقل كونفورمال conformal field theory (الميكانيك الكمومى المصفوفى) و النسبية العامة حول ثقب اسود (الثقالة الممتازة).

اذا أخذنا الآن المصفوفات ببعد يساوى عدد صحيح N كبير لكن ليس لانهائى فان النظرية الثقالية الثنوية لا تصبح ثقالة ممتازة (فهذه نظرية كلاسيكية تقريبية فقط) لكن تصبح نظرية كمومية وترية هى بالضبط نظرية الاوتار المغلقة من النوع IIA و يمكن ان نبين ان التصحيحات فى مقلوب N تساوى بالضبط التصحيحات الوترية فى ثابت اقتران الوتر string coupling constant.

اذن فى الخلاصة فان الميكانيك الكمومى المصفوفى (وهذا هو الجانب المعيارى) هو ثنوى لنظرية الاوتار المغلقة من النوع IIA (وهذا هو الجانب الثقالى الكمومى الذى يمكن تقريبه من أجل N كبير بنظرية ثقالة ممتازة).

فى هذه النظرية فانه يمكننا ان نبين ان معضلة الرصد الكمومى هى نفسها معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود. فمثلا عندما تذهب N الى مالانهاية فان الميكانيك الكمومى يصبح ثنائى لنظرية كلاسيكية هى الثقالة الممتازة اذن ذلك الميكانيك الكمومى لا يجب ان يحتوى على معضلة الرصد الكمومى. بعبارة اخرى فان تأثير الراصد الواعى يصبح كلاسيكى عندما يصبح عدد درجات الحرية التى يعمل عليها الراصد لانهائى.

ومن الجهة الاخرى فانه لما يذهب N الى مالانهاية فان الثقب يصبح كلاسيكى أى يصبح أسود تماما بدون اى تبخر كمومى وبالتالى ليست هناك اى معضلة لضياع المعلومات.

وهذا هو كيف تحل او بالاحرى تربط المالانهاية بين معضلتين من اصعب المعضلات فى الفيزياء النظرية الحديثة: معضلة الرصد الكمومى اى معضلة الراصد الواعى و معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود اى معضلة فناء المادة.

العلاقة بين معضلة الرصد الكمومى (التى شرحناها باستفاضة فى هذا الفصل) و معضلة ضياع المعلومات (التى سنشرحها باستفاضة اكثر فى الفصل السابع) هى مهمة جدا و لذا فاننا نرتأى التعبير عنها بشكل مغاير و مبسط كما يلى.

نعتبر راصد كلاسيكى -المسمى باسم راصد شوارشيلد- خارج ثقب أسود فى فضاء-زمن بعده عشرة.

ملاحظتان: اولا الفضاء-زمن هو الفضاء-زمن الذى تعطيه نظرية الوتر و بعده عشرة و ليس أربعة. هذه الابعاد الاضافية لا تظهر لنا لاننا نعيش فى عالم من الطاقات المنخفضة بالمقارنة مع طاقات نظرية الوتر.

ثانيا هذا الراصد (راصد شوارشيلد) لأنه راصد كلاسيكى فان الوعى و العقل اللذان يتمتع بهما لا يلعبان اى دور فى النظرية.و يمكن ان نفترض بكل بساطة انهما غير موجودان وهذه هى قوة نيوتن الكلاسيكية التى سميناها عدة مرات من قبل بالانغلاق السببى للكون.

الآن نستخدم عظمة و قوة و عمق نظرية الوتر و بالخصوص اهم نتائجها و نتائج الفيزياء النظرية فى كل تاريخها: الثنائية الثقالية-المعيارية. اذن الراصد الكلاسيكى شوارشيلد الذى لا يعانى من معضلة الرصد الكمومى و انهيار دالة الموجة و غيرها هو ثنوى -اى مكافئ- لراصد كمومى يعيش فى بعد واحد الذى هو بالضبط الزمن اى ان هذا الراصد يعيش على خط داخل الفضاء-زمن الوترى الذى يتميز بعشرة ابعاد. هذا الراصد الكمومى يستعمل ميكانيك كمومى مصفوفى لوصف نفس الثقب الاسود اعلاه يسمى النظرية المصفوفية. درجات الحرية بالنسبة لهذا الراصد هى اذن مصفوفات (حقول سلمية على الخط الذى يعيش عليه هذا الراصد) وهى تظهر له كفضاءات-زمن غير تبديلية. اذن الراصد الكمومى (الذى يعانى الوعى و الانهيار و اللاحتمية ووو) فى النظرية المصفوفية فى بعد واحد هو مكافئ لراصد كلاسيكى (لا يحتاج الى وعى و لا وجود للانهيار و الحتمية محفوظة ووو) حول ثقب أسود فى عشرة أبعاد.

اذن الوعى المتفاعل مع المادة فى بعد واحد هو مكافئ للمادة المحضة فى عشرة ابعاد.

هذه هى النتيجة.

والتعميم تعميمان:

اولا يمكن ان نأخذ بعين الاعتبار التصحيحات الكمومية (النشر فى ثابت اقتران الوتر) و التصحيحات الوترية (النشر فى طول الوتر الاساسى). سنرى ان معضلة ضياع المعلومات فى الثقب كما يراها راصد شوارشيلد هى نفسها معضلة الرصد الكمومى فى الميكانيك الكمومى المصفوفى. فالرصد الكمومى هى معضلة ضياع للمعلومات لأن التشابك الكمومى ينكسر بفعل الرصد. اذن ربما هذه هى الطريقة لفهم معضلة الرصد الكمومى عن طريق دراستها عبر معضلة ضياع المعلومات او العكس. المهم دراسة الاصعب عن طريق دراسة الاسهل.

ثانيا يمكننا ان نعمم لراصد كمومى يعيش فى اكثر من بعد واحد مثلا يعيش فى عدد p من الابعاد و هذا سنجده يكافئ راصد شوراشيلد ليس حول ثقب اسود لكن حول براين اسود من الرتبة p (الثقب الاسود هو براين اسود من الرتبة 0 و هناك اشقاؤه فى أبعاد عليا). لكن شرح هذه النقطة اكثر يتطلب لغة براينات دريشلى.

الرسالة الاساسية وهى نتيجتى الخاصة ان الراصد الكمومى يمكن تعويضه براصد كلاسيكى فى عدد ابعاد اعلى. اذن الوعى هو مكافئ للمادة فى عدد ابعاد اعلى.

باب 2

حول الزمن و الوعى

1.2 مقدمة: الدهر هو الاب الزمن وابناءه المادة و الكون و العقل و المكان

لو تأملنا لوجدنا انه يمكننا دراسة كل شيء من الخارج. فيمكننا دراسة المادة بأن نخرج منها. ويمكننا ان ندرس المكان بأن نخرج منه. لكن هناك استثناءات هى العقل و الكون و الزمن.

فلا يمكننا ابدا ان ندرس الزمن بأن نخرج منه لاننا لا نستطيع ابدا ان نخرج من الزمن. وكذلك الكون ككل لا يمكن ان نخرج منه لندرسه ككل من الخارج.

وهناك استثناء مهم آخر هو العقل. فانك لا تستطيع ان تخرج من عقلك حتى تدرس عقلك. لكن يمكن ان تدرس عقول الآخرين. هذا بافتراض انك لست من المؤمنين بمعضلة العقول الاخرى (اى هل العقول الاخرى موجودة فعلا ام لا) و انك لست من القائلين بوحدة الأنا solipsism الذين يقولون انه لا يمكن ابدا التأكد من وجود اى عقل آخر باستثناء عقلك و ان التصرف مهما كان يبدو ذكيا و عاقلا فانه لا ينم ابدا عن ذكاء و عقل حقيقيان فى الذى صدر منه ذلك التصرف. وهذا يعبر عنه الفلاسفة بما يسمى الزومبى zombie وهو ليس الزومبى الذى نراه فى افلام الرعب لكن زومبى فلسفى بمعنى انه عندما نشاهد شخصا يتصرف بذكاء و وعى و عقل فانه من الناحية المنطقية البحتة لا يوفر هذا على الاطلاق برهانا على ان ذلك الشخص يتمتع فعلا بذكاء و وعى و عقل لأن ذلك الشخص قد يكون بكل بساطة زومبى او اوتوماتون automaton اى انسان آلى.

اذن عند هؤلاء لا يمكن ابدا التيقن من وجود العقول الاخرى باستثناء عقلك.

وهناك معضلة اخرى تقف فى وجه دراسة العقول الاخرى و هى ترجع الى الفيلسوف الامريكى ناغل Nagel واصطلح على تسميتها:

What is it like to be a bat?.

كيف هو الحال ان تكون خفاشا؟

المقصود هنا ان الوعى بطبيعته يحتوى على مركبة ذاتية لا يمكن بأى حال من الاحوال اختزالها للموضوعية المادية. اذن الجسمانية physicalism او الوظائفية functionalism ستكون دائما قاصرة فى فهم الظواهر العقلية. لكن بغض النظر عن هذه المعضلات فانه يمكننا ان نتجاهلها وندرس العقول الاخرى. اى يمكن للعقل ان يدرس العقل بالخروج منه.

لكن الزمن لا يمكن ابدا ان نخرج منه لندرسه.

حتى الكون يمكن ان نخرج منه -او نتصور ذلك على الاقل- لندرسه.

اذن الزمن فعلا خاص جدا جدا. أخص من العقل و اخص من الكون.

وكما سنرى فان الزمن ثلاثة انواع فى الحقيقة. الزمن الفيزيائى وهو الكون نفسه و الزمن النفسى وهو الوعى او العقل ويتم توحيدهما معا فى الزمن الكمومى الذى هو مظهر فقط للزمن الميتافيزيقى الذى هو الواقع نفسه.

وهناك نظرتان اساسيتان للزمن. ان الزمن فعلا حقيقى و انه يتدفق و يجرى و ان له سهم وهذا هو رأى القديس اوغستين.

والنظرة الثانية المسماة بالكون الكتلة block universe وهى النظرة النسبية ففيها ان الزمن هو فعلا مثل المكان و ان الموجود هو الفضاء-زمن فى كليته وبالتالى فان كل الازمان متماثلة و ان الزمن لا يجرى و ان الزمن ليس له سهم.

اذن الزمن اخص من المادة و اخص من المكان و اخص من الكون واخص من العقل.

وماذا عن الكمومى؟. هل يجب فعلا ان يخضع الزمن للكمومى و لماذ؟. هذه من اصعب النقاط.

لكن وجدت الفيلسوف الاسترالى برايس Price له وجهة نظر فريدة بخصوص هذا الموضوع ينسبها الى ارخميدس. هو يقول ان الاصل هو الزمن وان الزمن ليس له بداية و لا نهاية و لا يجرى و لا يتدفق و ليس له سهم. وان معضلات السببية و الكمومية راجعة الى كوننا نفترض ضمنا حتى فى نظرياتنا العلمية ان الزمن له سهم.

فمثلا المبدأ الثانى للترموديناميك الذى يعتمد على المبرهنة H لبولتزمان يحتوى على تعامل غير متساوى لاتجاهى الزمن و عليه فهو يعطى انطروبى يتزايد باستمرار. اى ان المبدأ هو تحصيل حاصل. وان تعارض الكمومى مع النسبية بخصوص الموضعية راجعة الى ان مبرهنة بال Bell لا نتعامل مع المستقبل مثلما نتعامل مع الماضى. وحتى معضلات السببية ترجع الى اننا نترك المسببات تؤثر فى الاسباب فقط رغم ان العكس غير محال عقلا. وايضا افتراضنا ان الاشياء غير المتفاعلة لا نتفاعل مع بعضها البعض الا بعد ان تفعل ذلك فعلا. فحتى هذه تبدو له فرضية غير مبررة. و ان معضلات الكمومى راجعة الى انغماسنا فى الزمن انغماسا شاملا وعدم قدرتنا على الخروج من ذلك الانغماس. وان السببية نفسها ترجع الى نفس اذن الاصل.

اذن الزمن فعلا اخص من المادة و اخص من المكان و اخص من الكون واخص من العقل. فالزمن كما يقول المثل الامريكى هو الزمن الاب time father لا شك فى ذلك و هو كما سماه الرسول صلى الله عليه و سلم وكما كانت تسميه العرب الدهر فهذا مصطلح معبر بشكل افضل عن محتوى الزمن (الفيزيائى و النفسى و الميتافيزيقى).

2.2 نسبية الزمن

1.2.2 هل الزمن نسبى ام اقليدى؟

هناك معضلة نسبية الزمن و هناك معضلة السهم فى الزمن و هناك معضلات اخرى كثيرة لكن الكثير من الفيزيائيين ما زال يظن ان النسبية أغمض من السهم. شخصيا تُحيرنى معضلة السهم فى الزمن بشكل لا يحيرنى مثله الا مثلا معضلة حرية الارادة (او ما يسمى ايضا معضلة الجبر و الاختيار). و أعتقد ان كل هذه المعضلات سوف تُختزل فى الاخير الى معضلة الزمن الكمومى الذى ربما سوف تختزل هى الاخرى الى معضلتى العقل الواعى و حرية الارادة.

ومعضلة نسبية الزمن نتلخص فى السؤال: هل الزمن نسبى ام اقليدى؟

البديهى من الفيزياء الحديثة ان الزمن نسبى لا شك فى ذلك. لكن نظريات الحقول الكمومية التى تصف الجسيمات الاولية و القوى التى تخضع لها لا يمكن صياغتها بشكل رياضى مضبوط (ما يسمى الصياغة غير-الاضطرابية) الا بالذهاب الى الفضاء الاقليدى. ونفس الشيء فان أهم النظريات الكمومية للثقالة (مثلا مقترح هاوكينغ و هارتل بخصوص دالة موجة الكون) تحتاج هى الاخرى الى الزمن الاقليدى فى تعريفها.

لماذا فعلا هذا الانفصام بين الزمن الفيزيائى الذى هو نسبى و الزمن الرياضى الذى لا يمكنه ان يكون ذى معنى حسابى مضبوط الا اذا كان اقليدى. هل هذه مصادفة فقط ام ان هناك معنى عميق لهذا الامر؟

الزمن النسبى يعنى ان الزمن t يظهر فى المترية (مترية الفضاء-زمن) بمقابل الفضاء $\vec{x}$ باشارة ناقص اضافية على الشكل (حيث ان c هى سرعة الضوء)

$$ds^2 = c^2dt^2 - d\vec{x}^2.$$

اما الزمن الاقليدى فان اشارة الناقص الاضافية غير موجودة اى

$$ds^2 = c^2dt^2 + d\vec{x}^2.$$

اذن الزمن الاقليدى هو فعلا مكان. و لهذا فان الكون فى نشأته فى مقترح هاوكينغ و هارتل لم يكن يحتوى الا على مكان لا فى زمن ثم تحول احد الاتجاهات الاربعة لهذا المكان الى زمن. وهكذا نشأ الفضاء-زمن من الفضاء. وهذا من اروع الاقتراحات.

اذن قد يكون اصل الزمن هو الفضاء و قد يكون اصل الزمن النسبى هو الزمن الاقليدى. وهذا ما يمكن تسميته بمعضلة الزمن النسبى لاننا نرى ان الزمن فعلا نسبى لكنه قد يكون فى المحصلة شيء أخر غير ذلك مختلف بالكلية مثلا زمن اقليدى.

لكن معضلة السهم فى الزمن تبقى اخطر من معضلة نسبية الزمن.

و قد يكون حل كل هذه المعضلات يكمن فى الزمن الكمومى.

نلخص اهم معضلات الزمن التى تناولناها بالدراسة بشكل غير مباشر فى الفصل السابق و سنتناولها اكثر وبشكل مباشر بالدراسة فى هذا الفصل و بقية الكتاب كما يلى:

-هل الزمن نسبى ام اقليدى؟

-هل الزمن له سهم أم لا؟

يعنى هل السهم فى الزمن هو اصلا خاصية موضوعية من خصائص الواقع فعلا ام انه فقط خاصية من خصائص كيف يظهر الواقع لنا؟

-هل يمكن مثلا ان يكون للسهم فى الزمن دور فى الخلط الهائل والتخبط الميتافيزيقى فى تفسير الميكانيك الكمومى؟

مثلا لماذا يبدو للعقل دور محورى فى تفسير الميكانيك الكمومى؟ اهذا امر موضوعى فعلا ام انه فعلا نقص فى النظرية, كما قال اينشتاين منذ البداية, وربما الحل فى السهم فى الزمن؟

-هل الزمن فعلا يتدفق ام هو تشويش ميتافيزيقى؟

-هل الزمن كمومى ام ان الكمومى هو الزمن؟

-هل الحاضر فقط موجود ام ان الماضى و المستقبل ايضا موجودان على قدم المساواة؟

اذن هل السهم فى الزمن وكذلك مفهوم الماضى و الحاضر و المستقبل امر سيكولوجى ام كوسمولوجى ام ترموديناميكى ام كمومى؟

-وماهو الاصل سهم الزمن ام سهم السببية ام سهم توسع الكون؟

-وماهى ماهية السببية و ما علاقة الزمن و السببية و الكمومى بحرية الارادة؟

-وهل فعلا ان اصل السهم فى الزمن ليس المبدأ الثانى للترموديناميك بل الشرط الابتدائى المخصوص جدا الذى تميز به نقطة بدأ الكون التى تسمى الانفجار الاكبر؟

-وماهو الدور الحقيقى للمبدأ الثانى للترموديناميك فى حل معضلة السهم فى الزمن؟

-وهل ينبثق الزمن من التشابك الكمومى ام من فعل الرصد الكمومى وما علاقة العقل الواعى بكل ذلك؟

-وهل فعلا معضلة الرصد الكمومى هى نفسها معضلة اشعاع هاوكينغ و انهما تفسران معا فى نظرية الثقالة الكمومية التى ستفسر ايضا الزمن المنبثق؟

-وهل الفضاء-زمن قائم بذاته (نيوتن) ام هو قائم بالاشياء و علاقاتها (ليبنيز) ام هو قائم بالعقل (كانط)؟

-وهل فعلا بولتزمان محق فى تصوره للعالم على انه عالم قديم متوازن حراريا و ان الكون الذى نعيش فيه محدث فرع بسيط جدا (تقلب حرارى عشوائى) لهذا العالم القديم و انه من المرجح ان كل هذا التاريخ الكونى و الجيولوجى و الانسانى الذى نراه متوهم و ليس حقيقى؟

-وماهو رأى الفلاسفة المسلمون فى الزمن على ضوء الفيزياء النظرية الحديثة و فلسفتها. هل هو قديم (ابن سينا و ابن رشد) ام هل هو محدث (ابن حزم و الغزالى و الرازى)؟

2.2.2 جولة سريعة فى النسبية الخاصة

الأصل الاساس و المتين للزمن النسبى هى النسبية الخاصة التى نلخص فى هذه العجالة بعض من مفاهيمها.

تجربة مايكلسون-مورلى

تجربة مايكلسون- مورلى التى اجراها العالمان الامريكيان مايكلسون Michelson و مورلى Morley فى عام 1887, قبل نسبية اينشتاين بحوالى عشرين سنة, كان الهدف منها قياس سرعة الضوء فى اتجاهات متعددة, و الكشف عن الاثير, الذى هو الوسيط المفترض الذى تنتشر فيه الامواج الكهرومغناطيسية التى كان يُعتقد انها لا يمكن ان تنتشر فى الفراغ بل تحتاج الى وسيط تنتشر فيه مثل الصوت الذى يحتاج الى وسيط للانتشار (فالصوت لا يمكنه ان ينتشر فى الفراغ).

نتيجة التجربة كانت سلبية.

بمعنى ان سرعة الضوء كانت دائما هى نفسها فى كل الاتجاهات و عليه فان الاثير هو فى الحقيقة غير موجود. الان نحن نعرف ان الاثير غير موجود بدقة تبلغ و احد من 10 مليون, و تعتبر تجربة مايكلسون -مورلى من اهم الاختبارات التى نجحت فيها النسبية الخاصة التى تنص مسلمتها الثانية على ان سرعة الضوء هى نفسها فى جميع المعالم العطالية.

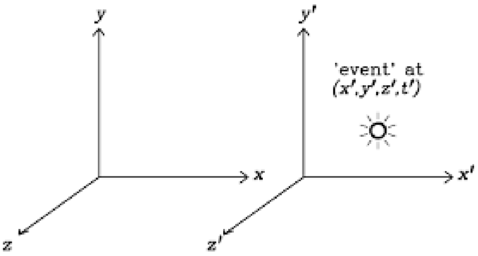
علينا الاشارة هنا ان اينشتاين اضطر الى التسليم بثبوت سرعة الضوء بالنسبة لجميع الملاحظين العطاليين مهما كانت حركتهم بناءا على اعتبارات اخرى ذات علاقة بالكهرومغناطيسية و لم يكن على علم بتجربة مايكلسون و مورلى.

تحويلات لورنتز

المسلمة الاولى للنسبية الخاصة هى نفسها المبدأ النسبى لغاليليو الذى ينص على ان القوانين الفيزيائية تأخذ نفس الشكل فى جميع المعالم العطالية. الفرق هو ان التناظرات الى ينبنى عليها هذا المبدأ تصبح معطاة بتحويلات لورنتز Lorentz فى النسبية عوض تحويلات غاليليو فى الميكانيك الكلاسيكى.

تحويلات لورنتز هى تحويلات نقطية بين المعالم العطالية تحتوى بالاضافة الى الدورانات على الدفوعات boosts وهى التحويلات النقطية التى يتحرك فيها المعلم الاول بالنسبة للمعلم الثانى بسرعة منتظمة. مثلا تحويل لورنتز الذى يربط معلم عطالى $t'x'y'z'$ الذى يتحرك بسرعة ثابتة v بالنسبة لمعلم عطالى آخر $txyz$ يعطى بالمعادلات فى الصورة.

$$
\begin{aligned}
t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\
x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\\
y' &= y\\
z' &= z
\end{aligned}
$$



شكل 1.2: تحويلات لورنتز.

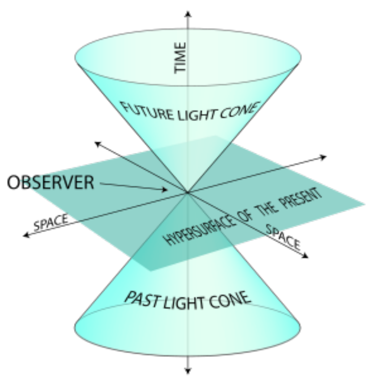
المعادلات والاشياء التى لا تتغير شكلا و مضمونا تحت تأثير هذه التحويلات تسمى ثابتة invariant و مثال ذلك المجال interval اى المسافة فى الفضاء-زمن التى تعطى بما يسمى المترية metric المعرفة ب

$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\vec{x}^2.$$

أما المعادلات و الاشياء التى لا تتغير شكلا فقط فتسمى صامدة covariant مثل معادلات ماكسويل.
مجموعة التحويلات اللورنتزية تشكل زمرة تعرف باسم زمرة لورنتز. اذا اضفنا الانسحابات نحصل على زمرة بوانكريه Poincare التى تعطى تمثيلاتها غير-القابلة للاختزال irreducible representations, المميزة بعددين كوميين هما الكتلة M و السبين اى عزم اللف الذاتى S, التعريف الرياضى المضبوط لمفهوم الجسيم الأولى او الجوهر الفرد.

المخروط الضوئى

بنية الفضاء-زمن المبنية على النسبية الخاصة و على مبدأ السببية و التى تسمى بالبنية السببية causal structure يمكن اختزالها بالكامل فيما يعرف بالمخروط الضوئى light cone.



شكل 2.2: المخروط الضوئى.

كل ملاحظ عطالى فى الفضاء-زمن هو حادث event له ماض و له مستقبل.
المستقبل هو كل النقاط فى الفضاء-زمن التى يمكن ان يؤثر فيها هذا الملاحظ عبر ارسال اشارة ما. و الضوء أو الاشعاع الكهرومغناطيسى هو اسرع اشارة ممكنة. اذن هذه الاشارات الضوئية لان سرعتها هى c فانها ترسم فى الفضاء-زمن مخروط (ضع المترية اعلاه تساوى صفر و اعتبر بعد واحد للتبسيط لترى ذلك). اذن كل النقاط داخل المخروط الامامى اى فى الاتجاه الموجب للزمن فانها تمثل النقاط فى الفضاء-زمن اى الاحداث التى يمكن ان يؤثر فيها هذا الملاحظ. المخروط الضوئى الامامى هو اذن مستقبل هذا الملاحظ.

فى المقابل كل النقاط التى تقع فى المخروط الفضائى الخلفى اى فى الاتجاه السلبي للزمن تشكل ماضى هذا الملاحِظ و هى النقاط التى كان يمكن ان تؤثر فى الملاحظ عن طريق ارسال اشعاع كهرومغناطيسى انطلاقا منها.

النقاط خارج المخروط الضوئى هى النقاط المنفصلة سببيا عن الملاحظ اي لا يمكن ان تؤثر و لا يمكن ان تتأثر ب او فى الملاحظ. انظر الصورة.

نقول عن النقاط خارج المخروط انها شبيهة-بالفضاء spacelike, و عن النقاط داخل المخروط انها شبيهة-بالزمن timelike, و عن النقاط على سطح المخروط انها شبيهة-بالضوء lightlike.

تركيب السرعات النسبية

اذا اخذنا ثلاث اجسام الاول ساكن, الثانى يتحرك بسرعة v بالنسبة للاول, و الثالث يتحرك بسرعة u بالنسبة للثانى, فإن سرعة الثالث بالنسبة للاول هى المجموع $s = u + v$.

هذه النتيجة تقريبا بديهية و هى قانون تركيب السرعات فى الميكانيك الكلاسيكى.

اذا طبقنا على الضوء. مثلا نأخذ الجسم الثالث عبارة عن فوتون سرعته هى c بالنسبة للمعلم الثانى. مباشرة نستنتج من القانون اعلاه ان سرعته بالنسبة للمعلم الاول هى $c + v$. اى انها زادت و هذا يتعارض مع مسلمة ثبات سرعة الضوء بالنسبة لجميع المعالم العطالية.

الحل نجده فى النسبية الخاصة الذى يعطى قانون تركيب السرعات بالعلاقة فى الصورة.

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

شكل 3.2: قانون تركيب السرعات فى النسبية الخاصة.

طبق الان على الضوء. ماذا تكتشف?

حتى نبرهن بشكل شفاف و بسيط على أن السرعات كلها محدودة بالمخروط الضوئى, اى اقل من c, ندخل مفهوم السرعانية rapidity المعرفة ب

$$v = c.\tanh r$$

اذن r هى السرعانية المرفقة بالسرعة v.

من خواص الدالة tanh انها تأخذ المجال من -1 الى $+1$ الذى تعيش فيه السرعة v/c الى المجال ناقص لانهاية الى زائد لانهاية الذى تعيش فيه السرعانية r.

لتكن s و t السرعانيات المرفقتان بالسرعات u و w اعلاه. قانون تركيب السرعات النسبي اعلاه يصبح

$$t = r + s$$

بدون اى مجهود اضافى هذا يكفى لتبيان انه اذا كانت السرعات u و v اقل من c فان قانون التركيب اعلاه يؤدى الى سرعة w ايضا اقل من c.

السؤال الاخر هل يمكن للسرعات ان تكون اكبر من c فقط من القانون اعلاه.

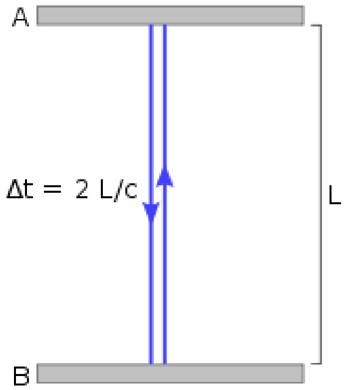
الجواب نظريا نعم.

هذه الجسيمات تسمى طاكيونات tachyons لكن ميزتها ان سرعتها دائما تكون اكبر من c. لا يمكن للطاكيون ان تكون سرعته اقل من c من الاصل. اذن عالم الطاكيونات منفصل عن عالم الجسيمات العادية. لكن هذه الجسيمات تبقى افتراضية ووجودها اذا تأكد يترتب عليه مشاكل جسيمة بالنسبة لاستقرار المادة و بالنسبة للسببية و بالنسبة لتناظرات لورنز وهذه كلها مشاكل ليست بالهينة و على اساسها يرفض كثير من الفيزيائيين امكانية وجود الطاكيونات.

رغم كل هذا فان البحث عن امكانية انهيار تناظر لورنز هى مسألة جار البحث فيها لانها مهمة لاسباب اخرى و ايضا لان هذه هى الطريقة الوحيدة المعروفة التى يمكن ان تعطينا سرعات اكبر من سرعة الضوء. اما انهيار السببية فلا احد يتسامح مع هذا الامر و اما عدم استقرار المادة فلا يتساهل معها الفيزيائيون قبل اى شخص اخر.

تمدد الزمن

تمدد الزمن هو احد التأثيرات الفيزيائية الناجمة عن النسبية الخاصة, عبر مبدأ ثبات سرعة الضوء بالنسبة لجميع المعالم العطالية, و ايضا ينجم عن النسبية العامة, عبر تأثير قوة الثقالة المشفر فى بنية الفضاء-زمن, و الذى تم التحقق منه تجريبيا عديد المرات.
لنأخذ نقطتين A و B على سقف و ارضية قاطرة مزودتين بمرآتين عاكستين للضوء كما فى الصورة.

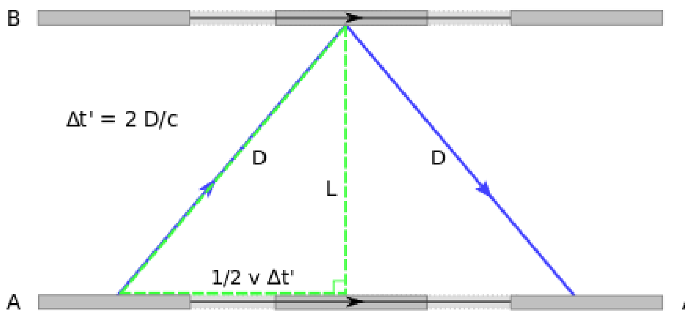


شكل 4.2: الضوء كما يراه ملاحظ موجود على القاطرة.

الزمن الذى يستغرقه الضوء للذهاب من A الى B ثم العودة بالنسبة لملاحظ موجود على القاطرة, حيث L هى المسافة بين المرآتين, هو

$$T = 2L/c$$

بالنسبة لملاحظ يقف على ارضية المحطة ينظر الى القاطرة تمر بسرعة v فإن الذى يراه فى الواقع هو المرسوم فى الصورة ادناه.



شكل 5.2: الضوء كما يراه ملاحظ واقف على ارضية المحطة.

اذن الزمن الذى يستغرقه الضوء هو الزمن الذى يقضيه فى الطيران من A الى B ثم من B الى C, حيث C هو الموضع الذى تنتقل اليه النقطة A بسرعة v خلال زمن طيران الضوء, اى خلال الزمن T' الذى نبحث عنه.
اذن باستعمال الهندسة الاقليدية و بالضبط مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم فى الصورة اعلاه نحصل على

$$T^{'} = \frac{T}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

وهذا هو قانون تمدد الزمن: الزمن $T^{'}$ الذى يقاس فى المعلم المتحرك اكبر من الزمن T الذى يقاس فى المعلم الساكن و هذا التاثير قد تم التحقق منه تجريبيا بالنسبة لعالم الجسيمات الاولية اين تصل السرعات قريبا من سرعة الضوء بسهولة.

3.2 السهم فى الزمن و المبدأ الثانى للترموديناميك

1.3.2 دالة التقسيم

ثالث اعظم فيزيائى بعد الانجليزى المسيحى نيوتن و بعد الالمانى اليهودى اينشتاين يأتى الالمانى المسيحى بولتزمان.
فهو الرجل الذى كان يدافع لوحده عن فكرة الذرة كحقيقة واقعة و ليس كمفهوم رياضى.
و الرجل الذى اخترع لوحده الميكانيك الاحصائى الذى يعطى التفسير الاساسى الذرى للترموديناميك.
و الرجل الذى طور اعتمادا على الميكانيك الاحصائى النظرية الحركية للغازات وهى النظرية الوحيدة تقريبا التى يتم فيها اشتقاق الترموديناميك صراحة من النظرية الاحصائية الذرية.
الرجل الذى اعطى تفسير للسهم فى الزمن الاقرب و الأنجح فى رأيى وهذه ليست بالمسالة السهلة على الاطلاق.

تصور الآن جملة فيزيائية ما تتكون من عدد ضخم من الذرات مثلا. حالة هذه الجملة الجهرية- الحالة الميكروسكوبية- تحدد بإعطاء حالة كل ذرة على حدة.

مثلا اذا كانت الذرة جسيم نقطى فإننا نعطى حالتها الميكروسكوبية باعطاء الموضع فى الفضاء و كمية الحركة اى ستة اعداد. اذن كل حالة ذرية تعطى بستة اعداد.
حالة الغاز الميكروسكوبية تعطى باعطاء كل الحالات الذرية.
لنرمز لهذه الحالة ب i و لتكن طاقتها E_i.
عدد الحالات الميكروسكوبية للجملة هو عدد هائل قد يكون لانهائى.
احتمال ان تكون الجملة فى الحالة الميكروسكوبية i ذات الطاقة E_i هو متناسب مع الاس الطبيعى

$$\exp(-E_i/kT).$$

الوسيط k هو ثابت بولتزمان أما T فهى درجة حرارة الجملة.
هذا القانون هو احد اعظم القوانين التى تحكم الفيزياء وهو يسمى توزيع ماكسويل و بولتزمان.

نفترض الان ان المستويات الطاقوية متقطعة للتبسيط. نعرف ما يسمى بدالة التقسيم بأخذ المجموع على احتمالات بولتزمان اعلاه على جميع الحالات الميكروسكوبية للجملة كالتالى

$$Z=\sum_i \exp(-E_i/kT).$$

الان كل ترموديناميك الجملة يمكن ان نشتقه من دالة التقسيم هذه Z. مثلا الطاقة الحرة التى نرمز لها ب F -التى نقطتها الاصغرية تعطى الحالة الاساسية للجملة- يمكن احتسابها من دالة التقسيم اعلاه باستخدام العلاقة

$$F=-kT\ln Z.$$

الملاحظة الاخيرة هى قفزة هائلة أخرى.
للذين يعرفون نظرية الحقل قليلا فإن دالة التقسيم اعلاه هى بالضبط ما يسمى تكامل الطريق. لكن هذه قصة طويلة اتركها لفرصة أخرى ان شاء الله.

2.3.2 ماهو الأنطروبى

الأنطروبى entropy يُعرف فى الترموديناميك على انه مقياس اللانظام الظاهر manifest disorder فى الجملة او مقياس النقص فى المعلومات حول الجملة.
نحتاج اولا الى التذكير بمفهوم الفضاء الطورى.
الفضاء الطورى هو فضاء ذو بعد ضخم جدا يساوى بالضبط عدد درجات حرية الجملة.

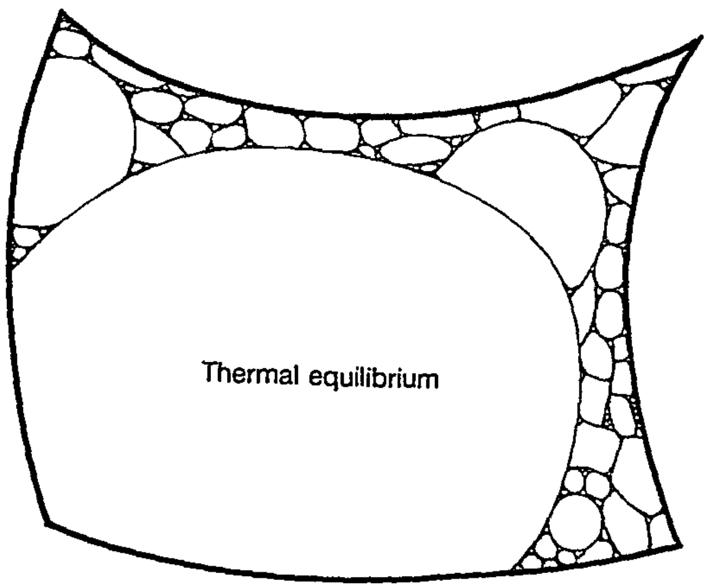
مثلا من اجل جسيم واحد فإن درجات الحرية هى ستة اعداد تعطى بمركبات الموضع x, y, z و مركبات شعاع كمية الحركة -الذى يساوى الكتلة فى السرعة- التى نرمز لها ب p_x, p_y, p_z. أما من اجل جملة مشكلة من جسيمين فإن عدد درجات الحرية هو 12. اذن من اجل جملة مشكلة من n جسيم فإن عدد درجات الحرية هو $6n$. و قد افترضنا فى كل هذا ان الجسيمات لا تتفاعل مع بعضها البعض للتبسيط.

اذن الفضاء الطورى لجملة مشكلة من n جسيم هو فضاء هائل بعده $6n$. كل نقطة من هذا الفضاء تعبر عن حالة كاملة للجملة مع كل الحركات الآنية لمكوناتها. اى ان كل نقطة تعطى مركبات الموضع و كمية الحركة لكل الجسيمات المشكلة للجملة. هذه النقطة تعرف ما يسمى بالحالة الميكروسكوبية او المجهرية للجملة.

نحتاج الآن الى تعريف الحالة الماكروسكوبية او العيانية للجملة التى تُعرف باعطاء قيم محددة للحجم و الضغط و درجة الحرارة. كل حالة ماكروسكوبية للجملة تقابل عدد هائل من الحالات الميكروسكوبية التى تعطى على المستوى الماكروسكوبى نفس قيم الحجم و الضغط و درجة الحرارة.

اذن فى الفضاء الطورى يمكن تجميع كل النقاط اى الحالات الميكروسكوبية التى تعطى نفس الحالة الماكروسكوبية فى حجرات مختلفة الحجم. جميع النقاط فى أى حجرة, رغم انها تقابل حالات مجهرية مختلفة, تعرف نفس الحالة الفيزيائية العيانية بنفس قيم الحجم و الضغط و درجة الحرارة.

ينقسم اذن الفضاء الطورى الى حجرات كما فى الصورة (6.2) تختلف فى الحجم فيمابينها بشكل كبير جدا. هذا التقسيم للفضاء الطورى يسمى التحبيب الخشن coarse − graining للفضاء الطورى. أكبر الحجرات على الاطلاق هى الحجرة التى توافق التوازن الحرارى كما فى الصورة. لانه بكل بساطة عدد الحالات الميكروسكوبية الموافقة لحالة التوازن الترموديناميكى هو عدد هائل تهمل أمامه كل الاعداد الاخرى.



شكل 6.2: التحبيب الخشن للفضاء الطورى. صورة مأخوذة من [14].

الانطروبى-انطروبى الجملة فى حالة ماكروسكوبية معينة-يعطى بالضبط بلوغاريتم عدد الحالات الميكروسكوبية الموجودة فى الحجرة الموافقة لهذه الحالة الماكروسكوبية. لان هذا العدد متناسب مع حجم الحجرة فإن الأنطروبى الذى نرمز له ب S متناسب مع لوغاريتم حجم الحجرة الذى نرمز له ب V اى

$$S = k \ln V.$$

ثابت التناسب k هو بالضبط ما يسمى ثابت بولتزمان.

هكذا نرى ان الانطروبى لانه متناسب مع عدد الحالات الميكروسكوبية هو يعبر فعلا عن درجة اللانظام على المستوى الميكروسكوبى و ايضا يعبر على نقص المعلومات المتوفرة عن الجملة لان الجملة يمكن ان تكون فى اى واحدة من هذه الحالات الميكروسكوبية. و من الواضح أنه كلما زاد هذا العدد زاد اللانظام و زاد الجهل ايضا. هذا هو اصل الانطروبى.

لان الانطروبى متناسب مع عدد الحالات و لانه من الواضح ان عدد الحالات متناسب مع احتمال أن نكون فى حالة ماكروسوكوبية معينة فاننا نستنتج مباشرة ان الانطروبى هو ايضا يقيس الاحتمال فى أن نكون فى حالة ماكروسكوبية ما.

3.3.2 المبدأ الثاني للترموديناميك: فرضية بولتزمان-شوتز

بولتزمان هو واحد من اعظم الفيزيائيين النظريين في العصر الحديث و هو فى رأيى من مصاف نيوتن و اينشتاين. اوصي عند موته ان ينقش على شاهد قبره المعادلة

$$S = k \ln W.$$

هذه المعادلة تعد احدي اهم اكتشافاته و من اهم معادلات الترموديناميك و الفيزياء الاساسية حيث S هو ما يسمي بالانطروبي و W هو عدد الحالات الميكروسكوبية لجملة, مثلا غاز, التي لها نفس درجة الحرارة و k هو ثابت كوني يعرف باسم ثابت بولتزمان.

اذن الانطروبي يقيس بالضبط احتمال ان تكون الجملة في حالة ماكروسكوبية او عيانية معينة لانه متناسب مع لوغاريتم عدد الحالات الميكروسكوبية او المجهرية الموافقة لهذه الحالة الماكروسكوبية.

الحالات الماكروسكوبية تعرف مثلا بدرجة الحرارة و الحجم و الضغط اما الحالات الميكروسكوبية فتعطى مثلا بالحالات الكمومية او الاحصائية التفصيلية للجملة.

لان عدد الحالات اللانظامية غير المرتبة لاي جملة اكثر بكثير من عدد حالاتها المنظمة المرتبة فان احتمال اللانظام هو دائما اكبر من احتمال النظام و عليه فالجملة لا يمكن الا ان توجد في حالة توازن ترموديناميكي, التى تقابل حالات اللانظام و التى تكافئ قيمة اعظمية للانطروبي, او في حالة حركة نحو التوازن الترموديناميكي.

هذا هو في الحقيقية نص المبدأ الفيزيائى الشهير المسمي بالمبدأ الثاني للترموديناميك الذي في صيغة اخري ينص علي ان الانطروبي, انطروبي جملة معزولة, لا يمكن الا ان يزيد في الزمن.

هذا المبدأ الثاني للترموديناميك هو القانون الوحيد في الفيزياء الذي لا يحترم التناظر في الزمن بسبب ان الانطروبي لا يمكنه الا ان يزداد في الزمن و لا يمكن ابدا ان ينقص و عليه فاننا يمكن ان نأخذ الانطروبي كمقياس او بالاحري كتفسير لاتجاه السهم فى الزمن في الكون الذي نلاحظه دوما يتقدم من الماضي الى المستقبل.

حول طبيعة اتجاه الزمن, الذي يعرف باسم السهم في الزمن, اي لماذا نري الزمن دائما يتقدم من الماضي الى المستقبل رغم ان كل معادلات الفيزياء متناظرة تحت تأثير الانعكاس في الزمن, بمعني انها لا تفرق بين التقدم من الماضي الي المستقبل او التأخر من المستقبل الي الماضي, يقول بولتزمان ببعض التصرف:

يمكن للمرء أن يفكر في العالم علي انه نظام ميكانيكي عملاق مشكل من عدد هائل من المكونات و امد اي عمر ممتد علي احقاب طويلة بحيث ان ابعاد الجزء الذي يحتوي علي النجوم الثابته الخاصة بمجموعتنا الشمسية مهملة مع امتداد العالم و كذا الازمان النجمية خاصتنا التي نسميها الدهر مهملة امام امد العالم. اذن هذا العالم الذي يوجد في حالة توازن ترموديناميكي, و بالتالي ميت حراريا, سيحتوي هنا و هناك علي مناطق صغيرة نسبيا مقاربة لحجم مجرتنا, نسميها العوالم الوحيدة, التي تتأرجح و تنقلب بشكل ملحوظ خلال الزمن الصغير نسبيا للدهر حول حالة التوازن الترموديناميكي للعالم و في هذه الحالة من المرجح علي قدم المساواة للانطروبي ان يزيد او ينقص. بالنسبة للعالم ككل لا يمكن تمييز الاتجاهيين في الزمن من بعضهما البعض مثل انه لا فرق بين الاعلي و الاسفل في الفضاء. لكن مثل انه في اي نقطة علي الارض, نسمي الاسفل الاتجاه نحو مركز الارض, فان اي كائن عاقل يعيش في احد العوالم الوحيدة, التي ذكرناها آنفا, خلال اي فترة زمنية محدودة من الدهر, فانه يميز اتجاه الزمن علي انه الاتجاه من الحالة الاقل احتمالا, اي الاقل انطروبي, الي الحالة الاكثر احتمالا لاننا نتحرك نحو التوازن الكوني.

هنا يعبر بولتزمان علي ما يعرف باسم الفرضية اللاسببية الانطروبيكية acausal anthropic hypothesis او فرضية بولتزمان و شوتز.

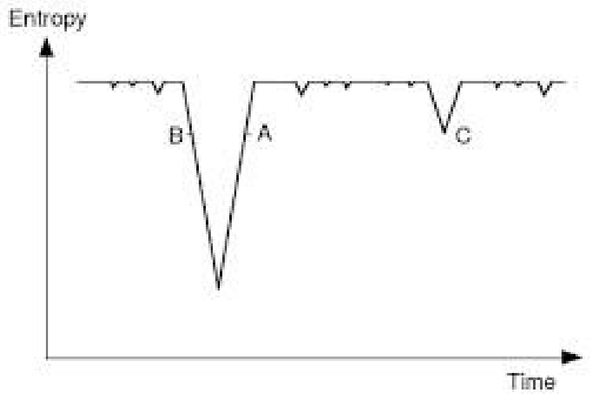
وللامانة التاريخية-العلمية فاننا نذكر ان هذه الفرضية هى فى الحقيقة فكرة شوتز Schuetz مساعد بولتزمان كما يذكر ذلك بولتزمان نفسه فى أحد رسائله. لكن بولتزمان على كل حال لا يحتاجها لانه عنده ما يكفيه من الانجازات الاخرى لكن رغم هذا التصق اسمه بها لانه كان من اكبر المدافعين عن هذه الفرضية قبل ظهور الكوسمولوجيا بزمن طويل جدا عندما لم يكن هناك اى بديل لتفسير السهم فى الزمن. و تبقى هذه الفرضية اهم النظرات الفيزيائية-المتافيزقية لكيفية نشوء السهم فى الزمن الذى هو اعمق و اعقد صفات الزمن.

نقدم الآن فرضية بولتزمان-شوتز حول السهم فى الزمن بقليل من التفصيل. هى تتلخص فى النقاط الثمانية التالية:

- **اولا** العالم لا نهائى فى الاتساع و قديم.

- **ثانيا** العالم متوازن حراريا و بالتالى الانطروبى ثابت.

- **ثالثا** مثل فى أى جملة حرارية مغلقة فانه تقع من حين الى آخر تقلبات fluctuations احصائية اين ينخفض فيها الانطروبى صدفة و فجأة.
جملة (من حين الى آخر) تعنى عدد قليل بالنسبة لعمر العالم اللانهائى لكنه عدد كبير جدا بالنسبة لعمر الكون الذى نعيش فيه.
- **رابعا** ما نسميه الكون هو جزء صغير جدا من العالم وهو جملة مفتوحة وهو بالضبط احد تلك التقلبات الاحصائية.
- **خامسا** لان العالم لا نهائى فى الاتساع و العمر فهناك عدد لا نهائى من الاكوان الاخرى المماثلة.
- **سادسا** بعد ان ينخفض الانطروبى فجأة و صدفة يرجع و يتزايد من جديد ولهذا نحن نرى الأنطروبى فى كوننا دائما فى حالة تزايد.



شكل 7.2: منحنى بولتزمان-شوتز. العالم هو الخط المستقيم و الأكوان هى التقلبات الحرارية.

- **سابعا** الانطروبى الذى فى حالة تزايد هو الذى يحدد السهم فى الزمن من الماضى الى المستقبل. فنحن مثلا فى النقطة A فى الصورة فى حالة صعود. لكن كان يمكن ان نكون فى النقطة B حيث يتزايد ايضا الانطروبى -لاننا دائما نصعد محاولين الرجوع الى حالة التوازن الحرارى- لكن فى هذه الحالة السهم موجه من المستقبل الى الماضى.
- **ثامنا** وهذه هى الصدمة. الأنطروبى يقيس ايضا الاحتمال. احتمال النقطة C فى الصورة اكبر من احتمال النقطتين A و B لانها اقرب الى السطح اما A و B فاننا وصلنا اليهما صعودا من اسفل التقلب الاحصائى الذى هو ابعد عن السطح.

مباشرة حسب الفيلسوف الاسترالى برايس Price نلزم بولتزمان و شوتز بنتيجة فرضيتهم: احتمال انتاج تاريخ و ذاكرة مزيفة -النقطة C- اكبر (لأنه اسهل) من احتمال انتاج التاريخ و الذاكرة الحقيقيان -A او B-.

اذن احتمال ان يكون كل ما نتذكره من تاريخنا الكونى و الجيولوجى و الانسانى مزيف و كاذب اكبر لانه اسهل ان يتخلق احصائيا من تخلق التاريخ الحقيقى لان ذلك يتطلب وقتا اكثر و بالتالى انطروبى اصغر اى احتمال اصغر.

نقول هذا الامر المهم بشكل مغاير. الأنطروبى الآن اعلى من قيمته فى الماضى و بالتالى الاحتمال الآن اعلى من قيمته فى الماضى لان الاحتمال يعطى برفع الانطروبى الى الاس الطبيعى. اذن التقلبات الحرارية التلقائية الحديثة التى تشبه الكون الذى نعيش فيه (أى تحتوى على كل شيء نراه من حولنا) تقع عدد من المرات أكبر بكثير من التقلبات ذات الانطروبى المنخفض التى نجد فعلا انفسنا فيها (أى التقلبات التى تعطى عالمنا الحقيقى). من اجل مزيد من التفصيل انظر [16].
اذن حسب هذه الفرضية فان الماضى فعلا غير موجود لانه مزيوف و الحاضر يتخلق بشكل مستمر بكل ذلك الماضى المزيف.

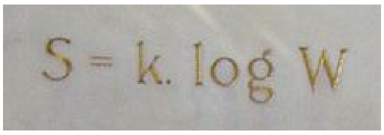
4.3.2 المبدأ الثانى للترموديناميك: لماذا كان الانطروبى صغيرا فى الماضى؟

ومن اعظم القوانين الفيزيائية هو المبدأ الثانى للترموديناميك الذى ينص على ان الانطروبى entropy يتزايد بشكل مستمر اى نحو المستقبل و لا يمكنه ابدا ان ينقص.
والانطروبى هو مقياس اللانظام و هو ايضا كمية المعلومات وهو يلعب بالنسبة لدرجة الحرارة و الطاقة الحرارية (كمية الحرارة) نفس الدور الذى يلعبه الحجم بالنسبة للضغط و الطاقة الميكانيكية (العمل).

ويبقى بولتزمان Boltzmann ثالث الثلاثة فى الفيزياء النظرية فعلا بعد نيوتن و اينشتاين. فهو الذى اكتشف ان الانطروبى يساوى اللوغاريتم الطبيعى لعدد الحالات الميكروسكوبية microstates التى تؤدى الى نفس الحالة الماكروسكوبية macrostate للغاز او الجملة. هذه الاخيرة-اى الحالة الماكروسكوبية- تعرف باعطاء قيمة معينة للحجم و الضغط و درجة الحرارة.

اذن عدد التشكيلات configurations الذرية او الجزيئية (وهى الحالات الميكروسكوبية) التى تقابل قيمة معينة للحجم و الضغط و درجة الحرارة هو عدد هائل احصائى من رتبة عدد افوغادرو Avogadro و لهذا تنجح الطرق الاحصائية عند تطبيقها على الميكانيك الكلاسيكى للغازات بشكل ممتاز جدا (وهو ما تعرفونه ربما تحت اسم النظرية الحركية للغازات) لكن ايضا تنجح بشكل ممتاز عند تطبيقها على غيرها من الجمل الفيزيائية كلاسيكية او كمومية (الميكانيك الاحصائى).

وهذه العلاقة العظيمة لهذا الفيزيائى العظيم (التى تعطى الانطروبى على انه مقياس احتمالى يساوى لوغاريتم عدد الحالات) اوصى ان تكون منقوشة على شاهد قبره و هو يحق له ان يفتخر فى حياته و بعد مماته (انظر الصورة).



شكل 8.2: معادلة بولتزمان.

اذن الانطروبى هو مقياس للاحتمال لانه متناسب مع عدد الحالات التى يمكن ان يكون فيها الغاز. ولهذا فان الغاز او اى جملة تريد دائما ان تذهب الى حالة التوازن الحرارى لان حالة التوازن هى الحالة التى تتميز باكبر عدد ممكن من الحالات الميكروسكوبية اى تتميز باحتمال اكبر.

اما احتمال ان تكون الجملة فى اى حالة ميكروسكوبية عند التوازن الحرارى فهو معطى بنفس القيمة (التى تساوى مقلوب اجمالى عدد الحالات الميكروسكوبية) وهذه هى المسلمة الاولى للميكانيك الاحصائى.

اذن فى المحصلة فان الانطروبى يزداد بطبيعته لان الجملة تريد ان تذهب الى التوازن الذى يتميز باكبر عدد ممكن من الحالات. فالتوازن اذن هو الحالة الطبيعة للمادة و الكون ككل هو يتطور باتجاه التوازن.

وقد كان بولتزمان هو ايضا اول فيزيائى نظرى او غيره الذى استوعب ان اغرب شيء فى المبدأ الثانى ليس فى كون ان الانطروبى يزداد نحو المستقبل لان هذا فى الحقيقة طبيعى. لكن اغرب شيء فى المبدأ الثانى هو لماذا الانطروبى كان صغيرا اصلا فى الماضى؟

وهذه نقطة جوهرية من اكثر النقاط الفيزيائية غموضا لهذا فاننى سأشرحها قليلا اكثر ببعض التفصيل.

فانطلاقا من اى حالة ابتدائية فان الجملة تريد ان تذهب فى المستقبل للحالات التى تتميز بانطروبى اعلى لانها هى الحالات التى تتميز بعدد اكبر اى باحتمال اكبر. وهذا هو المبدأ الثانى و ظاهرة الاقتراب من التوازن الحرارى.

لكن من الجهة الاخرى فانه من المفروض انه تحت تأثير العكس فى الزمن و انطلاقا من اى حالة ابتدائية فان الجملة تريد ايضا ان تذهب فى الماضى -الماضى بالنسبة لنا الذى اصبح مستقبل تحت العكس فى الزمن- الى الحالات التى تتميز بانطروبى اعلى لنفس السبب اى لانها الحالات ذات العدد الاكبر.

اذن هذا التفسير الاحصائى للانطروبى يحترم العكس فى الزمن لان الميكانيك الاحصائى هو ميكانيك كلاسيكى يتميز بالتناظر تحت تأثير العكس فى الزمن.

لكن المشاهد فى الطبيعة مخالف لهذا تماما. فالانطروبى يزداد نحو المستقبل وهذا ما يعطيه التفسير الاحصائى لكنه ينقص نحو الماضى عكس التفسير الاحصائى.

اذن المعضلة الحقيقية فى المبدأ الثانى غير-العكسى للترموديناميك (وتعارضه الظاهرى مع الميكانيك الكلاسيكى العكسى فى الزمن) هى لماذا كان الانطروبى صغيرا فى الماضى و ليس لماذا يزداد الانطروبى نحو المستقبل.

اذن المبدأ الثانى يحدد السهم فى الزمن من الماضى الى المستقبل و من هنا تأتى اهميته القصوى فى الفيزياء و الفلسفة.

وموضوعية السهم فى الزمن و وجود الحاضر و عدم وجود الماضى و المستقبل هو موقف القديس اوغستين عكس موقف ارخميدس الذى يُنكر السهم فى الزمن و يتبنى ما يسمى الكون اللبنة block universe اى ان الموجود هو الفضاء-زمن بأكمله.

وقد حاول بولتزمان البرهان على عدم عكسية المبدأ الثانى انطلاقا من الميكانيك الكلاسيكى العكسى فى ما يسمى المبرهنة H وهى اعظم مبرهنة فى الترموديناميك و الميكانيك الاحصائى -وانني اعشق المبرهنات العظيمة-.

لكن بعد الهجوم الساحق عليه من الفيزيائيين النقاد الذين لم يردعهم ان بولتزمان هو ثالث الثلاثة فى الفيزياء تبين فيما بعد ان المبرهنة H لا تستخرج فى الحقيقة السهم فى الزمن و مبدأ تزايد الانطروبى من الميكانيك الكلاسيكى (الذى لا يميز بين الماضى و المستقبل) الا

بعد افتراض فرضية مشهورة جدا تعرف باسم الفوضى الجزيئية molecular chaos التى بعد التمحيص أُكتشف انها لا تحترم التناظر العكسى فى الزمن.

وقد قبل بولتزمان هذه النتيجة- اى ان المبرهنة H تصف الاقتراب من التوازن الحرارى لكنها لا تفسر السهم فى الزمن- بعد نقاشات طويلة مع اقرانه.

وهذا هو الدرس العام الذى نستخرجه من هذا الموضوع. فان كل الاسهم (فهناك اسهم اخرى ليس فقط السهم فى الزمن) لا تُستخرج من القوانين الفيزيائية الاساسية التى لا تميز فيها بين الماضى و المستقبل الا انطلاقا من فرضيات اضافية هى بالضبط الشروط الابتدائية.

فى حالة المبرهنة H فان الشرط الابتدائى هو فرضية الفوضى الجزيئية التى تنص على ان الجسيمات المتصادمة الواردة مستقلة عن بعضها البعض. اى ان التأثيرات الورادة هى تأثيرات منفصلة عن بعضها البعض و هى فرضية بديهية جدا جدا ذات علاقة وثيقة بسهم السببية نفسه لكنها ليست فرضية متناظرة فى الزمن.

فحالة الجملة يجب ان نتعين بماضيها (وهذا هو البديهى) لكن ايضا و فى نفس الوقت يجب ان نتعين بمستقبلها (وهذا هو التناظر تحت تأثير العكس فى الزمن الذى لا نعرف الا جسيم الكاوون kaon فى الطبيعة الذى يخرقه).

أما اليوم فانه يُعتقد ان السهم فى الزمن و المبدأ الثانى للترموديناميك (وكذا سهم الاشعاع و السهم الكوسمولوجى) ترجع كلها الى الشرط الابتدائى للكون حيث ابتدأ الكون من حالة مخصوصة جدا جدا تتميز بانطروبى منخفض جدا جدا.

لكن لماذا؟

فالفيزياء النظرية رغم ذكائها و عمقها الا انها مازالت لا تحير جوابا مع هذه المعضلة.

وقد حاول بولتزمان شرح كيفية انبثاق السهم فى الزمن بشكل صريح فى كوننا الذى نعيش فيه عن طريق افتراض ان هذا الاخير يظهر كتقلب حرارى عشوائى ذو انطروبى منخفض انطلاقا من حالة التوازن الحرارى للعالم القديم. هذه فرضية فى قمة الجمال و الروعة سأبسطها فى فقرة لاحقة.

لكن نقاط ضعف هذه الفرضية كما نبه الى ذلك الفيلسوف برايس Price تكمن فى ان احتمال ان يكون التاريخ الكونى و الجيولوجى و الانسانى الذى يقيسه العلم الحديث مزيف اعلى بكثير من احتمال ان يكون هذا التاريخ حقيقى و ايضا احتمال ان يكون حجم الكون الذى نشاهده اليوم مزيف اعلى من احتمال ان يكون هذا الحجم حقيقى لان المزيف يقابل تقلب حرارى اصغر اى يكلف طاقة اصغر فى ايجاده -بشكل عشوائى من العالم القديم- بالمقارنة مع التقلب الحرارى الحقيقى.

اذن على الارجح حسب هذه الفرضية الجميلة ان كل التاريخ مزيف و كل الكون متوهم.

لكن فعلا اتسائل هل هذه النقاط هى فعلا نقاط ضعف لهذه الفرضية ام هل هى نقاط قوة.

هذا هو السؤال الميتافيزيقى الآخر؟

5.3.2 من بين الانفجار الاكبر و السحق الاكبر يخرج الزمن

مبرهنات المفردة singularity theorems هى مبرهنات فى النسبية العامة اكتشفها بنروز عام 1965 ثم بنروز و هاوكينغ عام 1970 تنص بكل بساطة انه بإفتراض وجود منابع مادية معقوله فى الفضاء-زمن فإن تشكل مفردات singularities فى الفضاء-زمن هو أمر حتمى لا مفر منه فى الحالات التى يحدث فيها انهيار ثقالى.

لكن ماهى المفردة جمع مفردات؟

المفردة هى النقطة فى الفضاء-زمن التى تفنى فيها المادة و كذلك الفضاء-زمن عندما يتشكل ثقب اسود. والمفردة هى بالضبط مركز الثقب الاسود. وهذا النوع من المفردة يمكن ان يظهر ايضا تحت مسمى السحق الاكبر big crunch الذى سينتهى اليه الكون فى حالة ما اذا كان مغلقا-اى كرة- وفى حالة تحققت شروط اضافية على كثافة المادة و الطاقة فى الكون. فى هذه الحالة فإن توسع الكون سيتوقف ثم يرجع الكون الى الانضياق حتى يصل الى نقطة واحدة-كما كان عند الانفجار الاكبر- و هذا هو السحق الاكبر. اذن هذه المفردة مرفقة بالشرط النهائى للكون.

لكن هناك نوع آخر هو المفردة المرفقة بالانفجار الأكبر big bang نفسه التى تخلق عندها المادة و كذلك الفضاء-زمن. هذه المفردة مرفقة بالشرط الابتدائى للكون.

من الناحية الهندسية الفرق بين الحالتين هو كالاتى.

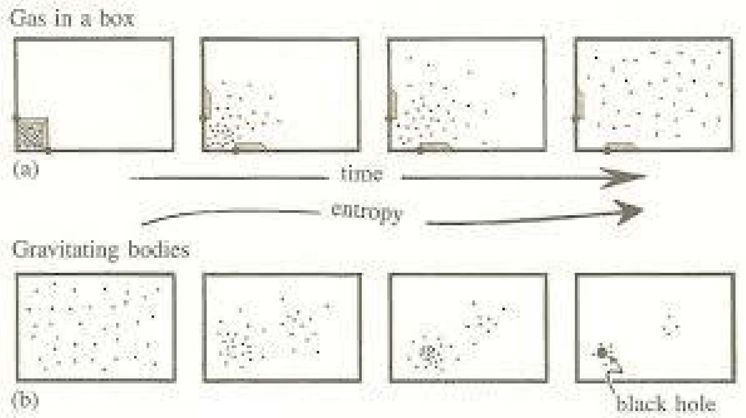
تنسور ريمان Riemann tensor الذى يقيس انحناء الفضاء-زمن ينقسم الى قسمين: تنسور وايل Weyl tensor و تنسور ريتشى Ricci tensor.

بالنسبة لمفردة الثقب الاسود او السحق الاكبر فان تنسور وايل يذهب الى المالانهاية عند المفردة. أما بالنسبة لمفردة الانفجار الأكبر فإن تنسور وايل صفر اما تنسور ريتشى فهو الذى يذهب الى المالانهاية عند المفردة.
يبدو من هذا الوصف ان مفردة الانفجار الاكبر هى المعكوس فى الزمن لمفردة الثقب الاسود او مفردة السحق الاكبر.
لكن هذا غير صحيح تماما.

يدخل مرة أخرى الانطروبى و المبدأ الثانى للترموديناميك-احد اعظم و اغرب القوانين الفيزيائية على الاطلاق-بقوة.

مفردة الانفجار الاكبر, اين يكون الكون ناعم smooth الى اقصى الحدود, تميز بانطروبى صغير جدا جدا. اما مفردة الثقب الاسود او السحق الاكبر فتتميز بانطروبى كبير جدا.

هذا عكس ما يحدث فى حالة الغاز مثلا. انظروا الصورة الاولى (9.2). عندما يكون الغاز لسبب او لآخر متجمع فى زاوية العلبة فان الانطروبى فى هذه الحالة ضعيف جدا. ولما يتوزع الغاز بانتظام فى العلبة بعد بلوغ التوازن الحرارى فان الانطروبى يصبح اعظمى. الانطروبى يزداد مع الزمن.



شكل 9.2: الغاز يتصرف عكس الكون. صورة مأخوذة من [14].

فى حالة الثقالة ولان الثقالة تجاذبية و ليست تنافرية يحدث العكس.
فان مجموعة اجسام ثقالية موزعة بانتظام داخل العلبة تميز بانطروبى ضعيف جدا-مثل حالة الانفجار الاكبر-. هذه الاجسام سوف تتجاذب ثقاليا وتتراكم فى كتل و ينشأ عنها ثقب اسود فى النهاية-مثل حالة السحق الاكبر-. هذه الحالة تميز بانطروبى كبير جدا ودائما الانطروبى يزداد مع الزمن.

اذن من اجل كون مغلق نبدأ من مفردة الانفجار الاكبر اين يكون الكون ناعم مع قيمة صغيرة جدا للانطروبى وحيث يكون تنسور وايل صفر وننتهى عند مفردة السحق الاكبر اين يختر عدد هائل من الثقوب السوداء بقيمة كبيرة جدا للانطروبى و حيث يكون تنسور وايل لا نهائى. انظروا الصورة الثانية.

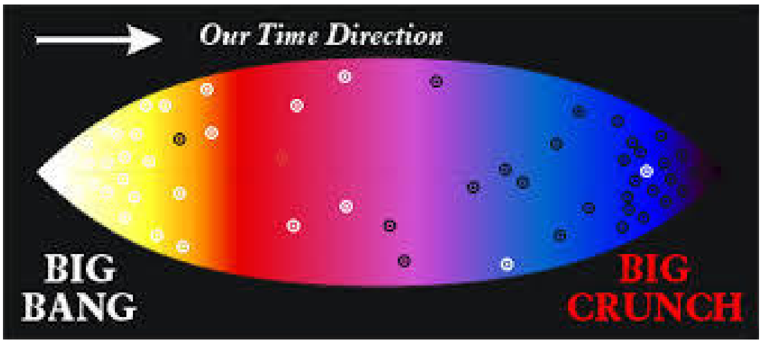
اذن الانطروبى المنخفض جدا جدا عند الانفجار الاكبر هو الذى ادى الى المبدأ الثانى للترموديناميك.
بمعنى ان السؤال الحقيقي هو ليس: لماذا يتزايد الانطروبى دائما مع الزمن؟

لكن السؤال الحقيقى هو: لماذا بدأ الكون اصلا بقيمة صغيرة جدا جدا للانطروبى؟

6.3.2 الابدية, الحاضرية و نظرة الكون المتنامى للزمن

عندما نتكلم عن الحوادث فى الزمن يمكن أن نستعمل الاوقات tenses مثل الماضى, والحاضر و المستقبل, وهذه تسمى السلسلة A, و يمكن ان نتكلم عن الحوادث بدون الرجوع الى الاوقات باستعمال مثلا الايام: السبت, والاحد, والاثنين, الخ, وهذه الطريقة الثانية تسمى السلسلة B.
الفلسفة الميتافيزيقية للزمن تتشكل من ثلاثة نظريات مختلفة هى:

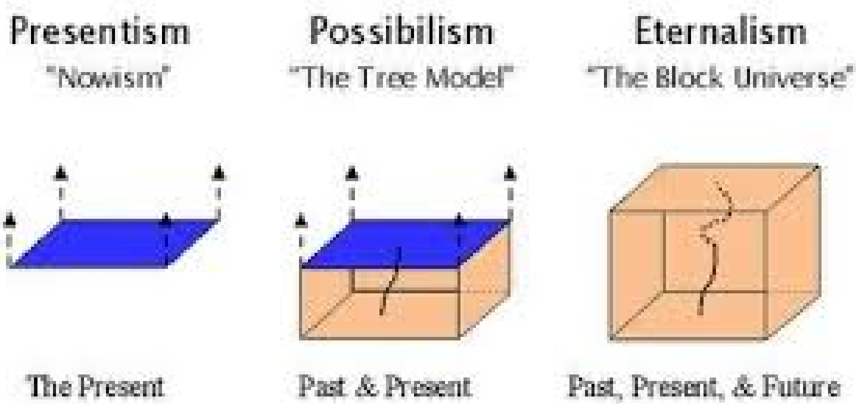
- **اولا:** الحاضرية presentism التى تؤكد أنه لا وجود و لاحقيقة للماضى لانه انقضى, ولا للمستقبل لانه لم يأت. اذن الفلسفة الحاضرية تنطوى ضمنيا على الرأى ان السلسلة A هى أكثر اساسية من السلسلة B.
- **ثانيا:** الابدية eternalism او الكون اللبنة block universe التى تنص على ان جميع النقاط فى الزمن, فى الماضى و الحاضر و المستقبل, لهم وجود حقيقى و متساوى.



شكل 10.2: اتجاه الزمن هو اتجاه تزايد الانطروبى من الانفجار الاكبر (انطروبى ضعيف و تنسور وايل معدوم) الى السحق الاكبر (انطروبى كبير و تنسور وايل لانهائى). صورة مأخوذة من http://guardianlv.com/2015/03/big-crunch-to-be-the-doom-of-universe-that-began-with-big-bang/.

- **ثالثا:** كون اللبنة المتنامية growing block universe او المكنية possibilism التى تنص على أن الماضى و الحاضر فقط لهم وجود حقيقى, وأن المستقبل غير موجود, وبالتالى فإن اجزاء اضافية من الفضاء - زمن تتكون و تدخل الى الوجود بصورة مستمرة, وأن هذا النمو يحدث فى الحاضر.

فى النظرة الابدية السلسلة B أكثر اساسية, بينما بالنسبة لنظرة اللبنة المتنامية فإن السلسة A و السلسلة B تأتيان تقريبا على قدم المساواة.



شكل 11.2: الحاضرية (الصورة الاولى), المكنية او كون اللبنة المتنامية (الصورة الثانية) و الابدية او الكون اللبنة (الصورة الثالثة).

7.3.2 الحالة الناعمة الابتدائية للكون

الكون ابتدأ فى حالة ناعمة smooth ينعدم فيها تنسور وايل Weyl و تميز بانطروبى صغير جدا جدا. ولان الحالات ذات الأنطروبى الاعلى هى الحالات الطبيعية التى لا تحتاج الى تفسير اضافى, كما يلاحظ بنروز, فإن الكون سيتطور تلقائيا من الحالة الناعمة ذات الانطروبى الضعيف جدا فى الماضى الى الحالات ذات الأنطروبى الاعلى كلما اقتربنا أكثر من التوازن الحرارى فى المستقبل.

وهذا هو المبدأ الثانى للترموديناميك: اى ان الانطروبى دائما يتزايد مع الزمن.

اى انه يتزايد نحو المستقبل و يتناقص نحو الماضى. هنا ينكسر التناظر-او يكسر الانطروبى التناظر- بين الاتجاهين فى الزمن ونحصل على السهم فى الزمن.

هذا كله لان الحالة الابتدائية للكون مقيدة بشكل هائل. ولو لم تكن مقيدة بذلك الشكل لكان الانطروبى يتزايد فى الاتجاهين: المستقبل و الماضى.

اذن السؤال الاساسى حسب بنروز و برايس Price هو: لماذا الكون كان اصلا فى حالة ذات انطروبى منخفض جدا فى البداية؟ لماذا يجب ان ينعدم تنسور وايل فى الشرط الابتدائى للكون بينما يذهب الى اللانهاية فى الشرط النهائى عند السحق الاكبر الذى يتميز بأنطروبى مرتفع جدا؟

لنحسب احتمال هذه الحالة الابتدائية للكون عن طريق حساب نسبة الحجم فى الفضاء الطورى الذى تتواجد فيه الحالات الميكروسكوبية التى توافق هذه الحالة الابتدائية الى الحجم الكلى للفضاء الطورى.

الحساب موجود فى ص $356-351$ من كتاب بنروز [14].

احتمال الحالة الابتدائية للكون يعطى بالقيمة الصغيرة جدا جدا

$$10^{-10^{125}}.$$

العدد $10^{10^{125}}$ هو كبير الى الحد انه حتى اذا اردنا كتابة كل رقم على أحد الجسيمات الاولية فى الكون -من بروتونات و الكترونات و غيرها- فإن هذه الجسيمات لن تكفى. اذن الاحتمال ضئيل الى حد غير معقول. هذه هى الصدفة التى نجم عنها الكون التى مازالت تحتاج الى تفسير بسبب هذا الاحتمال المهمل تماما.

كمثال على الحساب اعلاه نأخذ غاز داخل علبة. اغلب الحالات فى الفضاء الطورى تقابل توزيع منتظم لجسيمات الغاز داخل العلبة حيث تتحرك الجسيمات بشكل عشوائى مميز (معطى بما يسمى توزيع بولتزمان و ماكسويل) يقابل درجة حرارة ثابتة و ضغط ثابت للغاز. هذه هى الحالات التى توافق حالة التوازن الترموديناميكى للغاز داخل العلبة. اذن فى الفضاء الطورى أكبر حجرة هى الحجرة التى تحتوى على هذه الحالات الميكروسكوبية التى توافق التوازن الحرارى للغاز.

لكن هناك ايضا حجرات أخرى اصغر بكثير فى الحجم تقابل حالات أخرى للغاز مثل الحجرة التى تقابل حالة الغاز لما تكون كل جزيئاته موجودة فى أحد اركان العلبة. هذه الحجرة هى التى تلعب هنا دور حالة الكون الابتدائية. حجم هذه الحجرة هو صغير امام حجم حجرة التوازن الحرارى الى الحد الذى يمكن اهماله معه.

اذا اخذنا الغاز عبارة عن هواء عند درجة حرارة و ضغط اعتياديين و واذا اخذنا حجم الغاز هو 1 متر مكعب و أخذنا حجم مقداره 1 سنتيمتر مكعب فى احد اركان المكعب وسألنا السؤال التالى: ماهو حجم الحجرة فى الفضاء الطورى الموافق للحالات الميكروسكوبية للغاز عندما يكون محصورا فى هذا السنتيمتر المكعب فى ركن العلبة بالمقارنة مع حجم الحجرة فى الفضاء الطورى الموافقة للتوازن الحرارى؟

الحساب تجدونه مرة أخرى فى كتاب بنروز (العقل الجديد للامبراطور) و الجواب هو

$$10^{-10^{25}}.$$

اذن نستنتج مباشرة أن احتمال ان يكون الغاز فى حالة التوازن الحرارى أكبر بكثير من احتمال ان يتجمع الغاز فى احد اركان العلبة. بعبارة أخرى: احتمال ان يتجمع الغاز فى حجم صغير فى أحد اركان العلبة ضئيل جدا جدا و لهذا نحن لم نر أبدا هذه الظاهرة.

لكنه من المؤكد أن الكون بدأ بالضبط من حالة مشابهة من حيث الضعف الهائل لاحتمالها. وهذا هو اساس السهم فى الزمن. لكن يبقى السؤال كيف يمكن أن يحدث فعلا كل هذا؟

8.3.2 نشوء السهم فى الزمن

وعندما كان يُسئل القديس اوغستين عن ماذا كان يفعل الله سبحانه و تعالى قبل ان يخلق العالم كان يرد متهكما على سذاجة من يسأل-و هم كُثر دوما-: كان الله يُجهز فى جهنم بالضبط لهذا النوع من الناس الذين يسألون هذا النوع من الاسئلة.

ومن اجمل ما قاله اوغستين أيضا فى الزمن ما معناه: اذا لم يسألنى احد عن ماهية الزمن فاننى اعرفه اما اذا سُئلت فاننى لا اعرفه.

اما رأى اوغستين الحقيقى فى الزمن فهو فلسفة بأكملها ضمنها كتابه اعترافات Confession الذى هو اول كتاب سيرة ذاتية فلسفى فى التاريخ. و مضمون فلسفته ان الزمن مخلوق خُلق مع خلق العالم و انه قبل ان يخلق الله العالم لم يكن هناك زمن مثلما انه لم يكن هناك مكان.

و بعد ان خلق الله الزمن فانه خلق له سهم وهذا يعنى ان ما نراه تدفق من الماضى الى المستقبل عبر الحاضر امر موضوعى حقيقى و ليس وهم او تشويش او وجهة نظر. و ان الحاضر فقط موجود و اما الماضى و المستقبل فليسا بموجودين. و ان الماضى مختلف عن المستقبل فى كونه وُجد و انعدم اما المستقبل فلم يوجد بعد.

و ربط ايضا اوغستين مفهوم الزمن بالعقل خاصة بملكة الذاكرة الانسانية.
وهذه النظرة الفلسفية فى الزمن هى نظرة عميقة تعرف باسم الاوغستينية -ونقيضها الارخميديسية نسبة الى ارخميدس-وقد تبناها فى الاسلام كثير من الفلاسفة مثلا الغزالى.

وتبقى نظرة السهم فى الزمن الأوغستينية قليل جدا من يتبناها فى الفيزياء النظرية الحديثة وهى تعرف باسم معضلة السهم وهى معضلة عويصة لان كل الفيزياء -تقريبا- هى متناظرة تحت تأثير العكس فى الزمن فكيف يمكن اذن ان ينبثق سهم فى الزمن يتقدم من الماضى الى الحاضر من معادلات فيزيائية لا تميز فيها بين الماضى و الحاضر؟

اهم وصف لهذا الامر -حسب رأى الاغلبية- هو السهم الترموديناميكي للمبدأ الثانى الذى يبدو انه راجع الى الحالة الابتدائية المخصوصة جدا للكون الابتدائى الذى كان يتميز بما يسمى النعومة smoothness التى نرى اليوم اثرها فى اشعاع ال CMB او اشعاع الخلفية الميكروية الذى هو اشعاع جسم اسود ينبعث فى ارجاء الكون فى كل نقاطة و فى كل الاتجاهات عند درجة حرارة 2,7 كلفن.

هذا الاشعاع الناعم هو اكبر الادلة على وجود الانفجار الاكبر و ايضا على ان الكون فى بدايته كان ناعما الى حدود غير معقولة.

وهذه الحالة الناعمة هى التى تؤدى الى انطروبى منخفض جدا جدا للكون الابتدائى.

وحتى يستوعب القارئ مدى خصوصية هذه الحالة الابتدائية او النعومة فاننا نذكر ان التوسع الكونى لو رجعنا به الى الماضى تحت تأثير العكس فى الزمن حيث يصبح التوسع انقباضا فاننا سنلاحظ نقصان للانطروبى بشكل مستمر لكن لن نصل ابدا لقيمة انطروبى الحالة الناعمة للكون البدائى.

بعبارة اخرى فان القيمة المنخفضة للانطروبى الابتدائى ليست ناجمة عن التوسع العكسى فهناك شيء آخر.

و للأهمية القصوى لهذه النقطة نشرحها بشكل مختلف كالآتى.

الكون نشأ عن تقلب كمومى عشوائى من العدم -هكذا تريد ان تقول الفيزياء-. لكن الاغلبية الساحقة من هذه التقلبات الكمومية العشوائية لم تتميز بتلك النعومة التى تميز بها كوننا فى لحظاته الابتدائية. وقد حسب بنروز Penrose فى كتابه العقل الامبراطور احتمال نشوء هذا الكون بتلك الحالة الابتدائية من النعومة ذات الانطروبى المنخفض جدا جدا فوجد انها تساوى واحد من عشرة للقوة عشرة للقوة 125. اذن هذا احتمال صغير الى حد غير معقول.

اذن رغم ان الكون نشأ من تقلب كمومى عشوائى الا ان هذا التقلب الكمومى العشوائى غير-قياسى atypical بالمرة. بعبارة اخرى هو تقلب كمومى استثنائى جدا جدا. بعبارة اخرى فان الصدفة التى ادت الى نشوء الكون هى صدفة نادرة الوقوع بمقاييس عالم الصدف نفسه.

هذا هو اصل السهم فى الزمن. هو تلك النعومة المذهلة للكون -اى التوزيع المتجانس homogeneous اى فى كل النقاط و الايزوطروبى isotropic اى فى كل الاتجاهات للمادة- الذى تتميز به الحالة الابتدائية غير-القياسية للكون.

هذا يمكن شرحه بطريقة ثالثة كما يلى.

عندما نذهب الى الماضى فان الكون ينقبض و ينكمش و هذا يعنى ان الكون سيتصرف مثل نجم منهار ثقاليا اى ثقب اسود. لكن القوة الثقالية هى قوة تجاذب و ليست قوة تنافر مثل التى توجد فى الغاز. اذن الحالة الطبيعة فى الكون الذى يخضع للثقالة عندما ينهار هى حالة تتجمع clump فيها المادة فى نقطة معينة -مثل الذى يحدث فى الثقب الاسود- وليس حالة تكون فيها المادة موزعة بانتظام فى الحجم وهو الذى يحدث فعلا فى الكون.

لو قارنتم بالغاز فهذا فعلا الذى يحدث. ذرات الغاز بسبب قوى التنافر بينها تريد ان تتوزع بانتظام فى الحجم. اذن هذا الذى يحدث فى الغاز مفهوم جدا لكنه غامض جدا بالنسبة للكون لان الكون يخضع للثقالة التى هى قوة تجاذب.

اذن من اين نشأ السهم فى الزمن او بالمقابل كيف نفسر الحالة الابتدائية الناعمة للكون البدائى.

شرحت فى المرة السابقة نموذج بولتزمان و هو نموذج قديم لكن قوى جدا.

لكن ايضا هناك نموذج هاوكينغ المعروف باسم دالة موجة الكون لهاوكيغ و هارتل Hartle وايضا يعرف باسم اقتراح اللاحد no − boundary proposal.

وهاوكينغ كغيره يرفض فعلا موضوعية السهم فى الزمن و هو يريد ان يفسر كيف يظهر السهم فى الزمن على العكس من بولتزمان الذى لا يرفض بالضرورة السهم فى الزمن بل يريد أن يفسره فقط. وهناك فرق ميتافيزيقى هنا لو تأملتم.

هناك ايضا استثناء بين الفيزيائيين متمثل فى بنروز الذى يقر ان السهم فى الزمن هو فعلا حقيقى موضوعى لا يحتاج الى انبثاق من القوانين الفيزيائية المتناظرة تحت تأثير العكس فى الزمن-لان هذا غير ممكن فى الحقيقة- لكن يحتاج الى قانون فيزيائى مستقل بذاته لوصفه سماه فرضية انحناء وايل Weyl curvature hypothesis و الذى ينص على ان تنسور الانحناء لوايل Weyl curvature tensor يجب ان ينعدم عندما نقترب من مفردة الانفجار الاكبر و هو الذى يؤدى الى قيمة منخفضة جدا للانطروبى. اذن السهم فى الزمن هو قانون اساسى فيزيائى مستقل تماما على هذا الرأى. و شخصيا اننى اميل الى هذا.

اذكر فقط ان تنسور الانحناء لوايل هو المسؤول عن قوى المد و الجزر الثقالية و الاشعاع الثقالى و نحصل عليه تقنيا من تنسور الانحناء لريمان Riemann curvature tensor الاكثر اساسية عبر طرح الاثر trace منه.

اذن بنروز مثل بولتزمان هو متابع للقديس اوغستين فى ان الزمن الذى له سهم له فعلا بداية و له اتجاه و يضع له من اجل ذلك قانون اساسى منفصل.

اذن هو لا يغتر بالتناظر تحت العكس فى الزمن -المحورى- الذى تتميز به كل الفيزياء او فى الحقيقة اغلبية الفيزياء لان التفاعلات النووية الاشعاعية الضعيفة (مثلا جسيم الكاوون) لا تحترم اصلا التناظر تحت العكس فى الزمن.

اذن لماذا الاصرار من المجتمع الفيزيائى على محاولة استخراج السهم فى الزمن من فيزياء ليست اصلا متناظرة فعليا او على الاقل تماما تحت تأثير العكس فى الزمن. وهو موضوع آخر عميق فى فيزياء الجسيمات الاولية.

9.3.2 معادلة بولتزمان و المبرهنة H

معادلة بولتزمان (ثالث العظماء فى الفيزياء و الفيزياء النظرية) هى معادلة تكاملية-تفاضلية من اجل دالة كثافة الاحتمال لغاز مميع التى نرمز لها ب $f(r,p,t)$ حيث ان r هو شعاع الموضع و p هو شعاع كمية الحركة.

الكثافة $f(r,p)$ هى معرفة بحيث ان $f(r,p,t)drdp$ هو عدد الجزيئات فى اللحظة الزمنية t التى تتميز بشعاع موضع r داخل الحجم dr و شعاع كمية حركة p داخل الحجم dp. اذن $f(r,p)drdp$ هو عدد الجزيئات فى اللحظة الزمنية t الموجودة فى الحجم $drdp$ حول النقطة (r,p) فى فضاء الطور.

عند اشتقاق معادلة بولتزمان فاننا نفترض ان الجسيمات لا تتعرض الا للتصادمات الثنائية المرنة. التصادم الثنائى يعنى جسيم يصطدم كل مرة بجسيم واحد و ليس باثنين و لا بثلاثة و لا بعدد اكبر من الجسيمات. هذه الأنواع الاخيرة من التصادمات موجودة لكن مهملة فى الغاز المميع. أما التصادم المرن فيعنى ان الطاقة الحركية محفوظة فى معلم مركز الثقل.

أهم من هذا فانه عند اشتقاق معادلة بولتزمان نفترض ما يسمى الفوضى الجزيئية molecular chaos و هى فرضية تنص على ان احتمال الحصول على جزيئين داخل حجم dr بكميتى حركة p_1 و p_2 يساوى الى احتمال الحصول على الجزئ الاول بكمية الحركة p_1 بمفرده داخل ذلك الحجم dr مضروب فى احتمال الحصول على الجزئ الآخر بكمية الحركة p_2 بمفرده داخل هذا الحجم dr. نكتب هذه الفرضية على الشكل

$$F(r,p_1,p_2,t)=f(r,p_1,t)f(r,p_2,t).$$

المبرهنة H للفحل بولتزمان هى مبرهنة تخص تصرف دالة كثافة احتمال غاز مميع عندما نقترب من التوزان. هى تنص بالضبط على ان الدالة H لبولتزمان المعرفة بدلالة كثافة الاحتمال f بالمعادلة فى الصورة لا يمكن الا ان تتناقص فى الزمن. بعبارة اخرى التغير فى الزمن dH/dt هو دائما اقل او يساوى من الصفر.

هذا يذكرنا بشدة بالمبدأ الثانى للترموديناميك الذى ينص على ان الانطروبى لا يمكن الا ان يتزايد فى الزمن.

لكن علينا ايضا الاشارة الى ان المبرهنة H تخص تصرف الغاز عندما يقترب من حالة التوازن و ليس فقط عند التوازن و عليه فانها أعم من المبدأ الثانى. من الجهة الاخرى فان الدالة H هى فعلا ذات علاقة وثيقة بالانطروبى فهى تساوى بالضبط ناقص الانطروبى عند حالة التوازن.

عندما يذهب الزمن الى مالانهاية فان الجملة تقترب من حالة التوازن و سنرى عندئذ ان دالة كثافة الاحتمال f ستقترب من دالة كثافة الاحتمال عند التوازن f_0 التى لا تتعلق بالزمن و لا تتعلق ايضا بالمقطع العرضى التفاضلى differnential cross section للتصادمات الجزيئية. دالة كثافة الاحتمال عند التوازن f_0 تعين من الشرط

$$dH/dt=0.$$

يمكن ان نبين بسهولة ان هذه الدالة f_0 هى بالضبط توزيع بولتزمان-ماكسويل الشهير للغازات.

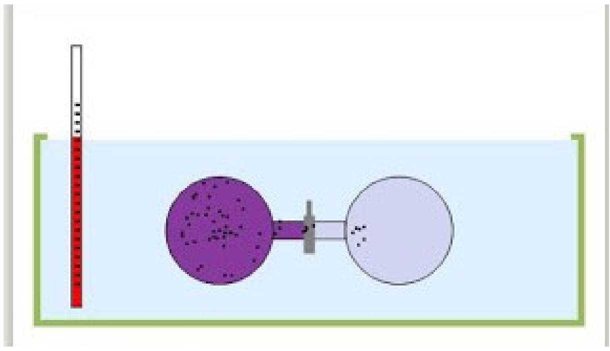
$$H(t)=\int d^3p_1 f(\vec{p}_1,t)\log f(\vec{p}_1,t).$$

شكل 12.2: الدالة H لبولتزمان بدلالة كثافة احتمال الغاز المميع f و هى دالة تقترب من ناقص الأنطروبى S- عندما نقترب من التوازن وهذا هو نص المبرهنة H التى تقع فى اساس النظرية الحركية للغازات.

10.3.2 تجربة جول: تمرين فى المبدأين الاول و الثانى للترموديناميك

نحن نعلم من التجربة ان اى وعاء يحتوى على غاز تحت ضغط مرتفع سوف يبرد عندما يخرج الغاز منه مثلا فى البخاخات sprays التى نستعملها يوميا. هذه هى بالضبط تجربة جول Joule التى لعبت دورا محوريا فى تاريخ الترموديناميك.

نعتبر اذن غاز تحت ضغط مرتفع داخل وعاء ثم نترك الغاز يتمدد بشكل حر فى وعاء آخر لا يحتوى الا على فراغ كما فى الصورة. نحدد اولا المصطلحات الفيزيائية التى تعبر عن ظواهر فيزيائية محددة و ليست ظواهر لغوية.



شكل 13.2: تجربة جول.

اذن هذا تمدد حر free expansion لأن الغاز لا يقوم بأى عمل عندما يتمدد فى الفراغ لانه لا يجد اى مقاومة بداهة. اذن العمل الميكانيكي mechanical work يساوى صفر. والعمل الميكانيكى W هو نقل ماكروسكوبى macroscopic للطاقة مرفق بتغيير فى جميع المتغيرات الترموديناميكية مثل الحجم و الضغط باستثناء درجة الحرارة اما على المستوى الذرى فهو ناجم عن التغيرات فى الفسحات الطاقوية level spacing بين المستويات الطاقوية energy levels.

اذن تمدد الغاز فى تجربة جول هو تمدد حر اذن ليس هناك عمل.

هذا التمدد ايضا يحدث بسرعة كبيرة -تذكروا الضغط المرتفع- بحيث ان الغاز ليس لديه اى وقت لتبادل اى كمية حرارة مع الوسط الخارجى. اذن هو تمدد كاتم للحرارة او ادياباتيكى adiabatic expansion. اذن كمية الحرارة quantity of heat تساوى صفر. و كمية الحرارة Q هى نقل ميكروسكوبى microscopic للطاقة مرفق بتغيير درجة الحرارة مع بقاء كل المتغيرات الترموديناميكية الاخرى ثابتة اما على المستوى الذرى فهو ناجم عن التغيرات فى اعداد الاحتلال occupation numbers اى اعداد الذرات على مختلف المستويات الطاقوية.

اذن تمدد الغاز هو تمدد حر و كاتم للحرارة.

اذن العمل و كمية الحرارة يساويان صفر فى تجربة جول.

من المبدأ الاول للترموديناميك (الذى ينص على ان التغير فى الطاقة الداخلية internal energy يساوى التغير فى العمل الميكانيكى زائد التغير فى كمية الحرارة) نستنتج مباشرة ان التغير فى الطاقة الداخلية يساوى الصفر هو الآخر.

اذن الطاقة الداخلية U لغاز فى حالة تمدد حر فى الفراغ هى ثابتة و هذا كان هدف جول الاصلى من التجربة.

لو كان الغاز مثالى فان هذا يعنى ان درجة الحرارة هى ثابتة و بالتالى فان الطاقة الداخلية لا تتعلق الا بدرجة الحرارة. وهذه من اهم نتائج الترموديناميك الاساسية فى التاريخ.

اما بالنسبة للغاز الحقيقى المعطى مثلا بمعادلة فان دار والز van der Waals فان هذا يعنى ان التغير فى درجة الحرارة سالب مما يعنى ان خروج الغاز المضغوط من وعائه بشكل حر سوف يؤدى الى انخفاض درجة حرارته وهذه هى اهم طرق خفض درجة حرارة الغازات.

الآن آتى الى السبب الذى من اجله اردت حكاية هذا الموضوع اصلا. وهو شبهة تغيب عن اذهان الكثير.

تمدد الغاز اعلاه فى الفراغ هو بالاضافة الى كونه حر و كاتم للحرارة فهو ايضا غير عكسى.

والتحولات الترموديناميكة هى اما عكسية reversible او غير-عكسية irreversible.

التحولات العكسية هى التى تكون كل نقطة فى التحول هى حالة توازن ترموديناميكى تقريبية و يمكن الرجوع بالتحول من الحالة النهائية الى الحالة الابتدائية عبر نفس الطريق. اهم من هذا فان التحول العكسى هو التحول الذى يخضع للمبدأ الثانى للترموديناميك الذى ينص على ان التغير فى الانطروبى entropy يساوى التغير فى كمية الحرارة مقسومة على درجة الحرارة واذا كانت الجملة معزولة فان هذا التغير صفر.

اما التحول غير-العكسي فكما يدل اسمه هو كل تحول ليس بعكسي و التغير في الانطروبي هو أكبر من النسبة بين التغير في كمية الحرارة و درجة الحرارة و اذا كانت الجملة معزولة فان هذا التغير يتزايد باستمرار.
اذن التمدد الحر الكاتم للحرارة في تجربة جول هو تغير غير-عكسي و هذا هو السر. وهذا يعني ان التغير في الأنطروبي فيه اكبر من الصفر.
لحساب هذا الانطروبي نتصور تمدد عكسي لهذا الغاز و نفترض ايضا ان هذا التمدد ايزوحراري isothermal اي عند درجة حرارة ثابتة. باقتراض الغاز مثالي و لان الطاقة الداخلية للغاز المثالي لا تتعلق الا بدرجة الحرارة و درجة الحرارة هنا ثابتة نستنتج مباشرة ان التغير في الطاقة الداخلية للغاز خلال هذا التمدد الايزوحراري العكسي يساوي صفر.
باستعمال المبدأ الاول يمكننا مباشرة حساب كمية الحرارة لانها تساوي ناقص العمل لان التغير في الطاقة الداخلية صفر.
ثم نستعمل المبدأ الثاني الذي يعطي التغير في الانطروبي على انه النسبة بين التغير في كمية الحرارة و درجة الحرارة.
اذن نحصل مباشرة على انطروبي الغاز خلال التمدد العكسي الايزوحراري.
لكن الانطروبي (مثل الطاقة الداخلية و عكس العمل و كمية الحرارة) هو دالة حالة state function بمعنى ان التغير فيها لا يتعلق بالطريق المتبع -اي بالتحويل الترموديناميكي- لكن يتعلق بالحالتين الابتدائية و النهائية. اذن انطروبي الغاز خلال التمدد الحر الكاتم للحرارة في تجربة جول يساوي بالضبط انطروبي الغاز خلال التمدد العكسي الايزوحراري لانهما يربطان نفس الحالتين الابتدائية و النهائية.
وهذا درس قصير في الترموديناميك شرحت فيه نقطة قل من يركز فيها و هي الاختلاف بين تمدد جول و تمدد ايزوحراري عادي. فحتى في تمدد جول فان درجة الحرارة ثابتة لكن هذه نتيجة و ليست معطى اما في التمدد الايزوحراري فان درجة الحرارة الثابتة هي المعطى لان هذا هو معنى ايزوحراري. و ايضا فان تمدد جول غير-عكسي اما التمدد الايزوحراري فهو عكسي و رغم هذا فان لهما نفس الانطروبي.
هل هذا يعني ان المبدأ الثاني انكسر؟
يستحيل.
علينا ان نعتبر جملة الغاز+الاناء. والاناء نقصد به الخزان الحراري heat reservoir المغموس فيه الاناء الذي يحوي الغاز. في حالة التمدد الايزوحراري العكسي فان هذه الجملة لها تغير في الانطروبي الكلي يساوي صفر. اما في حالة التمدد الحر الكاتم للحرارة غير-العكسي لجول فان هذه الجملة لها تغير في الانطروبي الكلي يساوي بالضبط التغير في انطروبي الغاز اي ان الاناء لا يشارك و هذا التغير موجب.
وهذا هو المبدأ الثاني في اروع صوره.

11.3.2 الزمن القديم و الازمان المحدثة: فرضية الخمس-دقائق

ومن اقوى النماذج الفيزيائية التي تحل معضلة السهم في الزمن هي فرضية بولتزمان و شوتز التي تسمى الفرضية اللاسببية الانطروبيكية و قد تكلمت عنها في فقرة سابقة.
في هذه الفرضية هناك عالم قديم لا نهائي متوازن حراريا و هناك اكوان محدثة نهائية تخلق من التوازن الحراري عبر قوانين الفيزياء المعروفة.
اذن هناك زمن قديم (انطروبي ثابت) و ازمان محدثة (انطروبي يتزايد). اذن هذه الفرضية هي حل وسط بين القدم و الحدوث.
نحن نعيش في احد تلك الاكوان اي التقلبات الحرارية.
مثلا في التقلب الحرارة في منحنى بولتزمان (7.2) الذي يحتوي على النقطتين A و B الذي هو تقلب عميق بالمقارنة مع التقلب الحراري الآخر الذي يحتوي على النقطة C لانه يقابل قيمة انطروبي منخفضة جدا يمكننا ان نأخذها مساوية لقيمة الانطروبي المنخفضة جدا التي نجدها في الانفجار الاكبر. الانفجار الاكبر يقع في قاع التقلب الحراري.
نحن موجودون في النقطة A في الصورة في حالة صعود نحو التوازن الحراري للعالم القديم (الخط المستقيم الذي يسمى السطح). و لاننا نصعد نرى هناك ان الانطروبي يتزايد (المبدأ الثاني) و ان الزمن يتقدم من الماضي الى المستقبل.
لكن كان يمكن ان نكون في النقطة B حيث ان الانطروبي ايضا يتزايد لاننا نصعد دائما نحو التوازن الحراري (السطح) اما الزمن فانه في هذه الحالية يتقدم من المستقبل الى الماضي.
اذن هذا تفسير رائع للسهم في الزمن بناءا على فيزياء متناظرة تحت تأثير العكس في الزمن.
فالسهم في الزمن ليس شيئا موضوعيا بل هو ناجم عن طريقة تموضعنا بشكل اوبآخر في التدفق في الزمن.
لكن تصوروا الآن تقلبا حراريا اقرب للسطح. تذكروا ان لوغاريتم الانطروبي يعطي الاحتمال.
اذن التقلب الحراري الاقرب للسطح هو التقلب الحراري الاكثر احتمالا.
هنا تقع الصدمة الحقيقية التي يعتبرها الكثير من العلماء عيبا كبيرا في هذه الفرضية منهم الفيزيائي الكوسمولوجي الشهير ايدينغتون و الفيلسوف برايس لكنني شخصيا اعتبرها اروع ما في هذه الفرضية و ربما اقوى ما فيها.
نأخذ تقلب حراري اقرب الى السطح اذن هو يقع باحتمال اعلى اي عدد من المرات اكبر.

نأخذ النقطة C على التقلب الحرارى الاقرب الى السطح حيث ان هذه النقطة هى فى نفس عمق النقطة A التى تقابل العالم الحقيقى.

النقطة C مثل النقطة A تُعبر عن عالم مثل العالم الذى نجد انفسنا فيه لكن عكس النقطة A فان كل الذاكرة الكونية و الجيولوجية و الانسانية فى النقطة C هى غير حقيقية. اذن هنا نفترض ان C تحتوى على نفس الحالات الميكروسكوبية التى تحتويها النقطة A الحقيقية.

فمثلا الانفجار الاكبر لم يقع لكن يبدو لنا انه وقع و الارض ليس لها ذلك التاريخ الجيولوجى لكنه يبدو لنا فقط انه لها كل ذلك التاريخ و الانسان لم يتطور لكنه يبدو فقط لنا انه تطور و العقل و اللغة لم ينبعثا من الوعى بل يبدو لنا انهما انبعثا و كل هذا التاريخ الانسانى الذى وقع لم يقع حقيقة. فكل هذا التاريخ الكونى و الجيولوجى و الانسانى تخلق عندما تخلقنا فى التقلب الحرارى C الاقرب للسطح.

وكلمة (يبدو) اعلاه لا تعنى ان كل تلك الذاكرة غير موجودة بل تعنى انها غير حقيقية. بمعنى أن كل قياساتنا مثلا منسجمة مع وجود الانفجار الاكبر الذى لم يقع لكن تلك القرائن و الدلائل التى نجدها فى قياساتنا على وجود الانفجار الاكبر تخلقت هكذا فى التقلب الحرارى C الضحل اى الاقرب الى السطح.

فالتقلب الحرارى C هو مثل التقلب الحرارى A فى كل محتوياته لأنه تخلق عند نفس قيمة الانطروبى و يحتوى على نفس الحالات الميكروسكوبية لكن C قد تخلق بحيث ان كل شيء فيه هو ذاكرة مزيوفة اما A فانه تخلق بحيث اننا فعلا عبرنا الزمن و تشكلت بالتالى منه تلك الذاكرة.

والاسوء من هذا ان احتمال C هو اكبر بكثير من احتمال A لانه اقرب الى السطح اى ان الكون المتوهم و المزيوف يقع عدد مرات اكبر بكثير من الكون الحقيقى و بالتالى فان احتمال تخلق الذاكرة الحقيقية هو مهمل تماما امام احتمال تخلق الذاكرة المتوهمة و المزيوفة.

هذا يجده العلماء نقطة ضعف هائلة لفرضية بولتزمان و شوتز. و أول من انتبه الى ذلك هو فون وايزساكر von Weizsäcker الذى لاحظ ان [17]: الحالات الميكروسكوبية صغيرة الاحتمال تُعد أرشيفا للماضى فقط اذا افترضنا ان هذه الحالات مسبوقة بحالات ميكروسكوبية اقل احتمالا. اذن الوضع الاكثر احتمالا هو ان اللحظة الحالية توافق اصغر قيمة للانطروبى بينما الماضى الذى نستدل عليه من الارشيف المتوفر هو سراب.

اذن حسب فرضية بولتزمان و شوتز فان الماضى غير موجود. فقط الحاضر موجود و هو يتخلق بصورة مستمرة اى لحظيا. و هذا يشبه كثيرا فكرة الخلق المستمر فى دقيق الكلام. و قد يكون له ايضا انعكاسات عميقة على كثير من المعضلات الفلسفية القديمة.

فمثلا معضلة تطابق الهوية عبر الزمن تسقط لانه بكل بساطة ليس لدينا هوية فعلا فنحن لسنا نفس الشخص فى كل لحظة.

ايضا الوعى و العقل و اللغة كلها تتخلق ايضا فى تلك التقلبات الحرارية النادرة (بالمقارنة مع عمر العالم) لكن الكثيرة جدا (بالمقارنة مع عمر الكون الذى نراه) بشكل مستمر ليس بسبب المبدأ الانطروبيكى او اى شيء آخر بل بسبب الصدفة المحضة لان العالم قديم و لا نهائى.

اذن الصدفة تلعب هنا دورا فعالا حقيقيا. فالصدفة فعلا تخلق لكنها تخلق الوهم و السراب (النقاط من النوع C الضحلة) اكثر مما تخلق الحقيقة و الفعل (النقاط من النوع A العميقة التى تقابل الاكوان التى نعيش فيها).

معضلة حرية الارادة ايضا تُحل بشكل اوتوماتيكى. فالعالم القديم يحكمه الجبر المطلق المحض الذى هو قوانين الفيزياء. اما الانسان فليس له الا اللحظة التى يعيشها بناءا على التاريخ المزيوف المخلوق لحظيا فى وعيه. و كل الخيارات امامه ممكنة وفعلا فان الانسان يأخذ كل تلك الخيارات لان ذلك الانسان يتجدد فى كل الاتجاهات المختلفة المتخلقة فى التقلبات الحرارية فى اللحظة الموالية. فهو حر مطلقا من هذه الناحية و هو مسؤول فى كل عالم عن خياره. اذن فرضية بولتومان و شوتز تؤدى الى فرضية عديد العوالم او شيء من ذلك القبيل والى نوع من التواؤمية المثالية.

اذن هذه النتيجة الناجمة عن فرضية بولتزمان و شوتز (ان الماضى غير موجود و ان الحاضر يتخلق بشكل مستمر) هى ذات علاقة وثيقة بفرضية الخمس-دقائق five − minute hypothesis لراسل Russell التى تنص على ان العالم خرج الى الوجود من العدم منذ خمس دقائق فقط. لكن الخمس-دقائق نعوضها هنا بكل لحظة. لكن هذه النتيجة رغم رفض العلماء لها قد تحل كما اشرنا معضلات اخرى كثيرة.

اذن فرضية بولتزمان رغم انها تصوير ممتاز للخلق المستمر الا انها تؤدى الى دهرية او الى وحدة الوجود. فالله هو العالم القديم و الاكوان اى التقلبات الحرارية هى تجليات لهذا العالم القديم اى الله وهى تظهر فى ذاته اى فى الزمن القديم او الدهر.

شخصيا لا ارى ضعفا فى هذه الفرضية الا فرضية اللانهاية (وهى المقدمة الاولى) و لهذا فاننى لو اردت تضعيفها فاننى سارفض فكرة العالم القديم عبر رفض فكرة اللانهاية (كما يفعل الغزالى) التى تؤدى الى مايسمي عند الفلاسفة بمعضلة الدور او التسلسل.

4.2 تدفق الزمن

1.4.2 التدفق فى الزمن هو فقط تشويش ميتافيزيقى!

عندما نناقش الزمن فاننا سنواجه معضلات فلسفية و رياضية و فيزيائية هائلة. اولا اقول ان اهم المواضيع التى تناقش فى هذا المجال فيزيائيا او فلسفيا هى ثلاثة مسائل اساسية: السهم فى الزمن, تدفق الزمن و موضوعية الحاضر.

تكلمنا فى الفقرات السابقة عن السهم فى الزمن و قليلا عن موضوعية الحاضر اما فى هذه الفقرة فاننا سنتكلم عن تدفق الزمن.

السؤال بكل بساطة هو: هل فعلا الزمن يمر او انه وهم كما يقول البعض او خرافة كما يقول البعض الآخر الاكثر تطرفا.

الملاحظة السريعة التى يمكن ان يكتسبها المرء عند قراءة هذه الامور عند المختصين هو أن الاغلبية -من فيزيائيين و فلاسفة مهتمين بهذه الامور- يميلون الى ان انطباعنا ووعينا بمرور الزمن هو أمر غير حقيقى يجب ان نتخلص منه عن طريق تفسيره بعيدا بشكل او بآخر. وأغلبهم يستمد من او يعتمد على النسبية فى هذا الامر. وتجدنى فى هذا الامر لا اميل الى هذا التفسير على الاطلاق. فشخصيا اميل الى قول القائلين بان الزمن فعلا يمر و يتدفق و يسير و انه يجب فهم النسبية تحت هذه المظلة وليس العكس.

نأخذ كعينة على القائلين بان تدفق الزمن هو فقط سراب موقف الفيلسوف الاسترالى جاك سمارت Jack Smart الذى يقول: الكلام عن تدفق الزمن و تقدم الوعى هو استعارة خطيرة لا يجب أخذها حرفيا. نحن مؤكد نشعر ان الزمن يمر. لكن هذا الشعور هو ناجم فقط عن تشويش ميتافيزيقى. هو -اى المرور فى الزمن- فقط وهم.

اذن هذا الرجل يعتقد -و كثير غيره- ان التدفق فى الزمن غير حقيقي و ان كل الكلام عن التدفق فى الزمن و عن نهر الزمن هو مجاز يجب تأويله فى اتجاه انه ليس هناك مرور للزمن حقيقى. و انه راجع فقط الى ارتباك ميتافيزيقى علينا التخلص منه. و ان ما يظهر لنا و لوعينا ان هناك تجربة مرور زمن ليس الا سراب. فهذا -اى هذا المرور- غير موجود هناك حقيقة. وهذا هو-اى هذا السراب- الذى يجب ان نفسره: اى لماذا يظهر لنا ان الزمن يمر و ليس لماذا يمر الزمن لأن الزمن حقيقة لا يمر.

اذن هذا منسجم مع فكرة أن الحوادث لا تحدث على الاطلاق بل هى فقط موجودة فى الفضاء-زمن. وهذه هى نظرة النسبية الخاصة للزمن المعروفة باسم الزمن الكتلة block time.

2.4.2 التدفق و التمدد

واذا نظرنا الى الزمن فهو يتدفق (او على الاقل يبدو لنا لحواسنا و لعقولنا) انه يتدفق من الماضى الى المستقبل عبر الحاضر وهذا يحيرنا جدا لأنه متناقض مع مبدأ التناظر تحت تأثير العكس فى الزمن و متناقض مع النسبية و هى مبادئ فيزيائية مطلقة خاصة النسبية أما تناظر العكس فى الزمن فان الطبيعة تحتوى على استثناء.

من الجهة الاخرى لو نظرنا الى المكان لوجدناه يتمدد. تذكروا توسع الكون الذى هو أهم خصائص الكون المرصود على الاطلاق.

والكثير من غير المختصين دائما يتسائل (ومعهم حق): عندما يتم يتوسع او يتمدد الكون في ماذا او اين او الي ماذا يتمدد؟

اما الاغلبية من المختصين كما ذكرت لكم فهم يحتارون لماذا يتدفق الزمن؟

اذن دعنا نتعاون مع بعضنا البعض المختص و غير المختص لعلنا نميط اللثام عن بعض اسرار الطبيعة التى غابت عن اذهاننا.

فالعامة التى تحكمها الفطرة اذن احتارت فى التمدد اما الخاصة التى يحكمها العقل فقد احتارت فى التدفق.

لنحاول اولا ان نفهم التدفق على انه تمدد و التمدد على انه تدفق.

المستقبل يخرج من العدم الى الوجود بسبب التدفق و يصبح حاضر اما الحاضر فهو يدخل الى العدم و يصبح ماضى بسبب التدفق.

لنحاول ان نقول شيئا مماثلا فى المكان.

اللامكان يخرج من العدم الى الوجود بسبب التمدد و يصبح مكان اما المكان الذى كان مكان يبقى مكان رغم التمدد.

اذن المستقبل فى الزمن هو اللامكان فى الفضاء. وهما معدومان حتى يتخلقا و بعد ان يتخلقا فان الحاضر يعود و ينعدم كماضى اما المكان فيبقى.

اذن رغم ان المكان و الزمن متشابهان او هكذا يدعى اينشتاين بالنسبية الخاصة و العامة و رغم ان التدفق يشبه التمدد لغويا الا انه من الناحية الفيزيائية فان امر جذرى مختلف تماما يحدث فى كلتا الحالتين.

فالزمن يتخلق و ينعدم بصورة مستمرة. فنحن نقر (اى على الاقل هكذا يبدو لنا ظاهريا لحواسنا و عقولنا) فقط بوجود الحاضر متابعين فى ذلك للقديس اوغستين. اما المكان فلا ينعدم ابدا بعد ان يتخلق. فالمكان يزداد حجمه بصورة مستمرة و لا ينقص (الا اذا كان هناك فى مستقبل الكون مرحلة اعادة انكماش و سحق اكبر).

اذن الحاضر فقط موجود فى كل لحظة اما المكان فهو ينمو باستمرار.

و الكثير قد كان يظن ان الزمن هو الاصل وهذا رأى الاغلبية ربما حتى اليوم لكن قد يبدو هذا الامر مستبعدا لو تذكرنا فهمنا لتوسع الكون و علاقته بالمبدأ الثانى للترموديناميك و بنعومة الكون البدائى المذهلة كشرط ابتدائى. فالتوسع هو الذى ادى الى انبعاث السهم فى الزمن الذى هو فى رأيى التدفق نفسه.

وقد قدم هاوكينغ نموذجا رياضيا-فيزيائيا يسمى مقترح اللاحد no – boundary proposal الذى يُعرف ايضا باسم دالة موجة الكون لهاكوينغ و هارتل و الذى ينص بالضبط على ان الكون بدأ كمكان لا فى زمن ثم انبعث الزمن من المكان.

رياضيا هذا يعنى ان الفضاء-زمن فى البداية كان اقليدى (بالضبط الكرة الرباعية) ثم وقع انبعاث او انبثاق للزمن ربما فى تحول طورى لأحد الابعاد المكانية الاقليدية الاربعة الى بعد زمنى لورنتزى. اذن الكون فى بدايته كان مثل سطح الارض لكن ببعدين اضافيين. والزمن لانه مثل المكان اى اقليدى فهو زمن تخيلى و ليس زمن حقيقى (وهذا المعنى حرفى و ليس مجازى لان المقصود ب التخيلى و الحقيقى المعانى الرياضية تماما).

هاوكينغ بهذا المقترح المبدع يريد ان يتجنب القول ببداية زمنية للكون تماشيا مع ميتافيزيقيته الدهرية التى يعرفها الكل. لكن هذا يبقى تفسير من جهته. شخصيا اميل جدا لهذا المقترح الذى يعنى اذن ان التدفق انبعث او انبثق من التمدد اى من توسع الكون و ان الزمن انبعث من المكان و ليس العكس.

فعلى هذا الرأى او التفسير فان المكان هو اذن اصل كل شيء مادى. وان الذى حير العامة (التمدد) هو فعلا اخطر و اعمق من الذى حير الخاصة (التدفق). وهذا ربما مثال على تفوق الفطرة السليمة common sense على العقل العميق.

اختم بالتذكير بنتيجة سبينوزا (التى توصل اليها بعقله المحض) و ربما نتيجة ابن عربى (التى توصل اليها بذوقه المحض) فى ان احد اهم صفات الله هو المكان حيث لم يتكلم اى منهما عن الزمن (خاصة سبينوزا). و سبينوزا بالخصوص يضيف فقط صفة واحدة هى الفكر و هو الوحيد من بين الفلاسفة العقلانيين الذى دعا الى المونيزم المحايد neutral monism.

لكن من الجهة الاخرى لو كان المكان هو اصل الزمن لماذا يشعر العقل مباشرة بتدفق الزمن و لا يشعر بتمدد المكان اى توسع الكون بنفس السهولة؟

هل يمكن للفطرة ان تجيب عن هذا ايضا؟

5.2 الزمن الكمومى

1.5.2 بين مذهبى الجسيمات الاولية و النسبية العامة

منذ البداية انقسم جمهور الفيزياء النظرية الى مذهبين اذا صح هذا التعبير. مذهب فيزياء الجسيمات و مذهب النسبية العامة. و يمكن ان نلاحظ من البدء ان جماعة الجسيمات تعمل فى النسبية أما جماعة النسبية فلا تعمل الا فى النسبية.

و الاغلبية فى الحقيقة هى فى فيزياء الجسيمات الاولية وهم الفريق الذى يؤمن بان توحيد القوى ومن ضمنها الثقالة يجب ان يمر عبر اخضاع الثقالة و النسبية الى قوانين الميكانيك الكمومى و ليس العكس. ومن هذا الجمهور نجد نظرية الوتر string theory و نظرية الحقل field theory مثلا.

أما الاقلية فهى فى مذهب النسبية العامة و تجدهم مثلا فى مذاهب الثقالة الكمومية الحلقية loop quantum gravity لايشتيكار Ashtekar و المجموعات السببية causal sets لسوركين Sorkin و التثليث السببى الديناميكى causal dynamical triangulation لاميورن Amjborn (وهو انجحها فى رأيى) ونظرية التويستور twistor theory لبنروز Penrose و امور أخرى غير هذه كثيرة. فى هذه الاتجاهات الاخيرة يُعتقد ضمنيا فى تفوق النسبية العامة على الميكانيك الكمومى و انه يجب ان يتغير الميكانيك الكمومى بشكل معين حتى ينجح دمج النسبية العامة و الميكانيك الكمومى.

نأخذ مثال.

يعتقد الفريق الاول فريق الجسيمات فى وجود التناظر الممتاز supersymmetry رغم ان التجارب الاخيرة لم تكتشف شيئا بعد. اما الفريق الثانى فلا تهمه و لا يعتقد فى هذا التناظر الممتاز على الاطلاق.

مثال آخر.

الابعاد الاضافية extra dimension يعتقد فيها الفريق الاول لكن الفريق الثانى فهو ضدها ودائما يعمل فى اربعة ابعاد.

مثال ثالث.

الفريق الاول يصر على فكرة الحقل المعيارى gauge field الكمومى القابل للتنظيم renormalizable حتى أن اعظم انجاز لنظرية الوتر هى فى اختزال الثقالة للحقل المعيارى الكمومى فى النظرية التاريخية الهائلة المسماة المقابلة AdS/CFT.

اما الفريق الثانى فمازال لحد الآن لا يلتفت بجدية الى الفكرة الاكثر اساسية فى الفيزياء: الحقل المعيارى الكمومى.

وهناك امثلة أخرى كثيرة.
لكن يبقى الفريقان متفقين حول الهدف الذى هو ضرورة توحيد الميكانيك الكمومى و النسبية العامة فى نظرية واحدة للثقالة الكمومية quantum gravity التى ستوفر من بين ما ستوفر الزمن الكمومى و الفضاء الكمومى اللذان هما اساس كل شيء مادى موجود.

هل يمكن ان تحزروا الى أى الفريقين اميل؟ ولماذا؟

2.5.2 الزمن غير موجود: بارمانيداس اصح من ارسطو!

الفيلسوف اليونانى العظيم بارمانيداس Parmenides برهن -او هكذا يعتقد- ان التغير فى الوجود مستحيل لان الوجود كامل ثابت فى نفسه و لا شئ يمكن ان يأتى من لا شئ. فليس هناك نصف وجود نصف عدم. اذن لا شئ يحدث على الاطلاق فعلا لان كل شئ هو فقط موجود و الواقع واحد.

ثم جاء بعد بارمانيداس تلميذه الفيلسوف اليونانى العظيم الآخر زينو Zeno (وهو ليس زينو مؤسس المدرسة الرواقية stoicism) و برهن هو الآخر على ان الحركة فى الوجود مستحيلة.

اذن حسب بارمانيداس و زينو و اتباعهما الذين ينكرون وجود التغير و الحركة فى الوجود فانه لا يوجد زمن. لان الزمن يقاس بالحركة و التغير و الحركة سراب و التغير وهم.

هل هذا جنون ام ماذا؟

نعم يقول أرسطو رأس المدرسة المشائية peripatetic فهذا جنون فالزمن من البديهيات الحسية التى لا يمكن انكارها و الاغلبية التى تابعته توافقه بدون نقاش و منهم الفلاسفة المسلمون.

لكن الكثيرون فى العصر الحديث رجعوا عن رأى ارسطو الى رأى بارمانيداس وزينو حتى قبل ظهور النسبية واشهرهم ماكتاغارت McTaggart فيلسوف الزمن الانجليزى الدهرى -دهرى لكن يذهب الى الكنيسة!!- فى القرن العشرين الذى خرج الى نتيجة مفادها ان الحل العقلانى الوحيد لمعضلات الزمن الفلسفية هو انكار الزمن نفسه و ليس سهمه او تدفقه فقط بل كل الزمن.

شخصيا لا تزعزعنى النسبية ولا هؤلاء الفلاسفة -لكن فى المقابل انصت جيدا لما يقولون فهم لا يلعبون- لكن الذى يزعزعنى هو الكمومى.

نأخذ النسبية العامة التى هى نظرية الثقالة الكلاسيكية التى وضعها اينشتاين. نطبق التكميم القانونى على هذه النظرية وهو مجموعة من القواعد التى وضعها ديراك Dirac من اجل تحويل اى نظرية كلاسيكية الى مقابلها الكمومى.

حتى يمكننا ان نطبق التكميم القانونى فإنه علينا اولا ان نعيد صياغة النسبية العامة فى بناء رياضى يعرف باسم الصياغة الهاميلتونية.

الصياغة الهاميلتونية تعتمد بشكل محورى على دالة H تعرف باسم الهاميلتونية -كل هذه التسميات نسبة الى هاميلتون Hamilton- وهذه الهاميلتونية تساوى بالضبط الطاقة الكلية للجملة او على الاقل فى اغلب الحالات ذات الاهمية بالنسبة لنا.

نجد بسبب التناظرات المعيارية gauge symmetries التى تتميز بها النسبية العامة والتى تسمى الديفيومورفيزمات -مفرد ديفيومورفيزم diffeomorphism- ان الصياغة الهاميلتونية للنسبية العامة تتطلب فرض قيود constraints على الجملة واهم هذه القيود على الاطلاق هو الانعدام الضعيف weakly vansihing للهاميلتونية H (وهو الانعدام الضعيف الذى نجده فى صياغة ديراك لنظرية القيود فى الميكانيك التحليلى).

اذن مباشرة نستنتج انه بعد تكميم ديراك فان معادلة شرودينغر Schrodinger خاصة الجملة تعطى ب

$$H|\psi\rangle = 0.$$

هذه المعادلة تعرف ايضا بمعادلة ويلر Wheeler و دى ويت DeWit ولاحظوا انه لا توجد المشتقة بالنسبة للزمن لدالة الموجة $|\psi\rangle$ فى الطرف الايمن لهذه المعادلة كما نعرف من معادلة شرودينغر. اذن لا يوجد تغير فى الزمن لدالة الموجة او بالاحرى لا يوجد زمن اصلا.

أكثر واخطر من هذا. المعروف فى الصياغة الهاميلتونية ان التغير فى الزمن لاى ملاحظ observable -اى اى مقدار فيزيائى قابل للقياس- يعطى بالمبدل commutator مع الهاميلتونية. من الجهة الاخرى اى مقدار فيزيائى يجب بالتعريف ان يكون متناظرا تحت تأثير التحويلات المعيارية و هذا يعنى انه يجب ان يتبادل مع القيود ومنها قيد انعدام الهاميلتونية. اذن مبدل اى مقدار فيزيائى مع الهاميلتونية يجب ان ينعدم و عليه فان هذا المقدار هو ثابت للحركة اى لا يتغير فى الزمن.

فى الخلاصة توصلنا الي ان شعاع الحالة $|\psi\rangle$ و كذلك جميع المقادير الفيزيائية للجملة لا تتغير فى الزمن اى لا يوجد تغير او حركة و بالتالى لا يوجد زمن اصلا و هذا هو بالضبط رأى بارمانيداس وزينو منذ 2000 سنة. أليس كذلك ام اننى اتوهم! و من لم يعجبه الامر فليبحث عن مهرب و بديل آخر مثلما يفعل كل الفيزيائيين.

3.5.2 تأثير زينون الكمومى: الزمن و فعل الرصد الكمومى

عندما نُبرد غاز قريبا من الصفر المطلق فان ذرات الغاز تنتظم فى شكل بلورى و لا تتحرك لان سرعاتها تنعدم. لكن حسب مبدأ الارتياب لهايزنبرغ فان السرعة تتفاعل مع الموضع. فاذا كانت السرعة تقريبا صفر فان الارتياب على الموضع يصبح لا نهائى وهذا يعنى ان الذرة يمكنها ان تتواجد فى اى مكان فى الشبكة البلورية بنفس القدر من الاحتمال. اذن الذرات منتظمة فى بلور و فى نفس الوقت فانها موجودة فى كل مكان بنفس القدر من الاحتمال.

كيف يستقيم الامر بين هذا و ذلك؟

الجواب هو تأثير النفق الكمومى quantum tunnelling effect الذى ينص على أن الذرة رغم انها موجودة فى اى موضع من البلور لكن يمكنها ايضا و بطريقة آنية ان تعبر الى اى نقطة اخرى ومن تلك النقطة تعبر آنيا الى نقطة اخرى و هكذا و ترجع بعدها الى النقطة الاولى آنيا وكل هذا عبر تأثير النفق الكمومى و هكذا الى مالانهاية. اذن الذرة موجودة فعلا هنا لكنها ايضا موجودة فى كل مكان آخر ليس لانها تحركت الى هناك بسرعة (فالسرعة معدومة) لكن لانها انتقلت عبر تأثير النفق الكمومى.

الآن لو اخضعنا الغاز الى فعل رصد كمومى مستمر فان تأثير النفق الكمومى يتم كبحه و تصبح الذرات منتظمة فعلا فى شكل بلورى ثابت. و هذا هو تأثير زينون الكمومى من الناحية التجريبية [62]. ففعلا الذرات لن تتحرك (لا بسرعة و لن تنتقل عبر تأثير النفق الكمومى) اذا كانت خاضعة لفعل رصد كمومى مستمر.

اذن القياس او الرصد الكمومى المتكرر و المستمر لجملة فى حالة ذاتية معينة يحتم على الجملة ان تبقى فى تلك الحالة الى الأبد. اى ان الرصد الكمومى يُعدم الزمن الذى هو تغير و حركة. هذا يؤدى بنا الى الاستنتاج ان الزمن هو أكبر من كونه فقط حركة و تغير او ان كل الزمن ينجم عن الرصد الكمومى.

و أهم تطبيقات تأثير زينون الكمومى هو القياس او الرصد الكمومى المتكرر و المستمر لجسيم متهافت اى غير مستقر الذى يجعله يصبح جسيم مستقر.

و السبب وراء تأثير زينون الكمومى هى مسلمة انهيار دالة الموجة: كل مرة تقيس الجملة فان حالتها تنهار الى حالتها الاصلية و معادلة شرودينغر تبدأ فى تطورها الاحادى من جديد.

البرهان النظري: انظر ادناه.

التحقيق التجريبي: انظر اعلاه.

أول من انتبه لهذا التأثير الهنديان ميسرا Misra و سودرشان Sudarshan فى عام 1977 [61].

فقد انتبه ميسرا و سودرشان فى عام 1977 ان تصرف معادلة شرودينغر من اجل الازمان الصغيرة هو تربيعى و ليس اسى. اذن الاحتمال قريب من الواحد وليس قريب من الصفر. اكثر من هذا فانهم انتبهوا الى انه لو تدخلوا بفعل القياس او الرصد الكمومى بمعنى مراقبة حركة الجملة باستمرار-اذن سنضطر بالاضافة الى معادلة شرودينغر الى استعمال مسلمة الانهيار- فاننا سنجبر الجملة بعد كل قياس-لان حالتها انهارت- على اعادة التطور فى الزمن احاديا انطلاقا من الحالة الاولى. يمكن أن نبين بعد ذلك بسهولة انه لو تدخلنا عدد غير لانهائى من المرات -اى نقوم بالقياس عدد لا نهائى من المرات- فان الاحتمال التربيعى يتضخم و يصل بالضبط الى القيمة واحد. بمعنى ان الجملة الخاضعة لفعل الرصد الكمومى المستمر لن تتحرك تماما. هذا هو الجزء الفيزيائى النقى.

أما الجزء الفلسفى فهو كالاتى. زينون هو الفيلسوف اليونانى العظيم الذى قال ان الحركة غير موجودة وهى وهم و تناقضاته مشهورة معروفة لكل دارس مبتدئ للفلسفة. اذن يشير تأثير زينون الى ان الحركة تنعدم بفعل القياس او الرصد الكمومى. ولان الحركة هى أحد مقاييس الزمن فان الزمن (او مركبة الزمن المرتبطة بالحركة) ينعدم بفعل القياس.

هل رأيتم الشبه بين تأثير زينون الكمومى و تناقضات زينون؟

و قد انتبه ايضا بعض فلاسفة الفيزياءالمحدثين مثلا ألبارت Albert و برايس Price و كثير من الفيزيائيين مثلا كارول Carroll و دايفيس Davies ان فعل القياس او الرصد الكمومى و سهم الزمن يشتركان مع بعضهما البعض فى انهما تأثيران غير عكسيان وهى خاصية يتميز بها ايضا المبدأ الثانى للترموديناميك. من الجهة الاخرى فان الرصد الكمومى يرتبط بشكل وثيق بالتشابك الكمومى الذى يقاس بأنطروبى التشابك و كما نعرف فان الانطروبى هو الذى يخضع للمبدأ الثانى للترموديناميك الذى يحدد اتجاه السهم فى الزمن. اذن العلاقة بين كل هذه الامور -السهم فى الزمن, الرصد الكمومى (العقل و التشابك الكمومى), المبدأ الثانى للترموديناميك- وثيقة و عميقة و غامضة.

ويبقى فى رأيى تأثير زينون الكمومى اعظم و اغرب تأثير كمومى على الاطلاق (وكلها عظيمة و غريبة). وزينون كما ذكرنا آنفا هو فيلسوف يونانى عبقرى تلميذ لمن هو عبقرى اكثر منه بارمانيداس و كانا فى زمن قبل ارسطو و كل ما نعرفه عنهما رواه عنهما افلاطون فى قصته حول بارمانيداس و ارسطو فى فيزياءه.

بارمانياداس كان يقول ان الحركة و التغير و الزمن و التعدد كلها محال عقلا و ان الوجود ثابت واحد وان الحركة سراب وكذا الزمن. و ان كل ذلك الذى نراه من حركة و تعدد و تغير و زمن هو انعكاس لحواسنا القاصرة و ان العقل حرى به ان يرتفع عن مستوى الحواس و يدرك حقيقة الواقع كما هى وهى ان الواقع واحد و ثابت غير متغير و ان الحركة غير موجودة و اذن الزمن غير موجود.

فجاء زينون وقدم تسعة متناقضات لدعم وجهة نظر بارمانياداس لم يرد ارسطو الا على بعضها وكذا ارخميدس و توما الاكوينى و آخرون و مازال الفلاسفة الى يومنا هذا يحاولون الرد عليها.

واذكر ان رأى راسل -أب التحليلية فى هذا العصر- كان ان هذه المتناقضات تبقى غير هينة على الاطلاق و هو لا يظن ان الرياضيات (وراسل هو رياضى محنك ايضا) و الفيزياء قد حسمت اى منها بشكل نهائى حيث يقول راسل عن متناقضات زينون انه: لا حد لغموضها و عمقها immeasurably subtle and profound.

ومن اقوى هذه المتناقضات نذكر متناقضة السهم الطائر. يقول زينون انه حتى تحدث الحركة (حركة السهم طائرا فى الهواء مثلا) فانه على الجسم ان يغير الموضع الذى يحتله. لكن فى كل لحظة زمنية (واللحظة تعريفا ليس لها اى مدى) فان السهم لا يمكن ان يكون متحركا الى المكان الذى يحتله و لا يمكن ايضا ان يكون متحركا الى المكان الذى لا يحتله. السهم لا يمكن ان يتحرك الى المكان الذى لا يحتله لانه ليس هناك زمن انقضى فى اللحظة الزمنية المعتبرة (فهى لحظة واحدة ليس لها طول اذن لا زمن يمر فيها و بالتالى لا توجد حركة). والسهم لا يمكن ان يتحرك الى المكان الذى يحتله لانه يحتله فى هذا الحين. اذن السهم لا يمكن ان يتحرك.

يبدو ان هذا تمرين عقلى بدون معنى. ولان كثيرا من الناس و ايضا العلم نفسه منغرسون انغراسا كاملا فى الحسية فان الاتجاه المتوقع هو رفض مثل هذه العقلية وافتراض ان الواقع فعلا كما يبدو لحواسنا.

ثم جاء الميكانيك الكمومى المبنى بالاساس على اقوى الحسيات التى عرفها الانسان وقلب الوضع كما يفعل دائما.

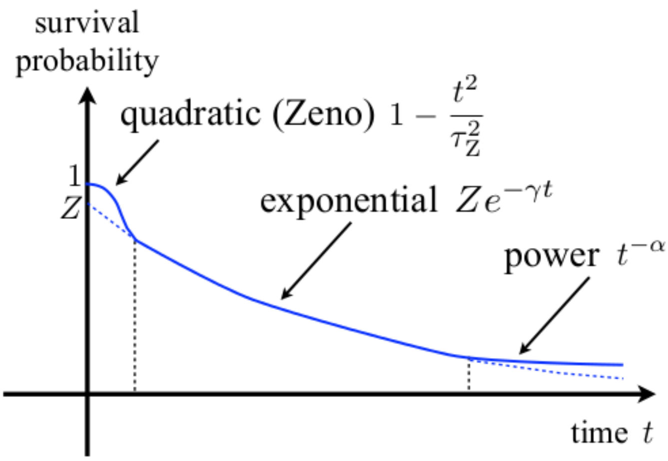
ففى عام 1977 انتبه الفيزيائيان الهنديان سودرشان و ميسرا الى مفارقة عجيبة فى الميكانيك الكمومى تشبه الى حد كبير جدا تأثير زينون اعلاه فسميت لذلك تأثير زينون الكمومى.

اذكر اولا ان الميكانيك الكمومى يتحكم فيه قانونان عظيمان و ليس قانون واحد:

-معادلة شرودينغر التى تسمح لنا بحساب كيفية تغير وتطور الجسيم فى الزمن بدون فعل القياس.

-مسلمة الانهيار collapse او الاسقاط projection التى تسمح لنا بحساب كيفية تغير الجسيم عند اجراء قياس عليه.

لاحظ سودرشان و ميسرا ان تطور الجسيم المتهافت من اجل الازمان القصيرة جدا يؤدى الى احتمال بقاء survival probability للجسيم تربيعى quadratic فى الزمن حيث ان احتمال البقاء يساوى مربع طويلة دالة الموجة. احتمال البقاء كدالة فى الزمن يتميز اذن بثلاثة مناطق مختلفة كما فى الصورة. من اجل الازمان الصغيرة فهو يتصرف تصرفا تربيعيا وهذا هو اكتشاف ميسرا و سودرشان وهى منطقة تأثير زينون الكمومى بينما من اجل الازمان المتوسطة فهو يتصرف تصرفا اسيا exponential اما بالنسبة للازمان الطويلة فهو يتصرف كقانون قوة power law.



شكل 14.2: تأثير زينون الكمومى يقع فى منطقة الازمان الصغيرة جدا حيث يتصرف احتمال البقاء كدالة تربيعية فى الزمن.

هذا يعنى بكل بساطة انه اذا انطلق الجسيم المتهافت من حالة ابتدائية معينة مثلا S_0 فان احتمال ان نجد الجسيم فى اللحظة δt عند اجراء القياس عليه أنه مازال فى الحالة S_0 هو احتمال كبير قريب جدا من الواحد بفرق تربيعي فى الزمن δt. واحتمال ان نجده فى اى

حالة اخرى مختلفة عن S_0 هو احتمال صغير جدا متناسب تربيعيا مع الزمن δt. العلاقة الرياضية تعطى ب

$$p(\delta t) = 1 - \frac{\delta t^2}{\tau_Z^2}.$$

هذا هو احتمال بقاء اى احتمال ان نجد الجسيم عند اجراء القياس عليه فى اللحظة δt مازال فى حالته الابتدائية S_0. الزمن τ_Z يسمى زمن زينون و هو يعطى بدلالة الهاميلتونية (مؤثر الطاقة) بالعلاقة

$$\tau_Z^{-2} = \langle H^2 \rangle_0 - \langle H \rangle_0^2.$$

هنا سأل سودرشان و ميسرا السؤال الذكى جدا:
ماذا لو اجرينا عدة قياسات (N قياس مثلا) على الجسيم المتهافت بين اللحظة الابتدائية 0 و اللحظة النهائية t خلال اللحظات الزمنية $t_n = n\delta t$ حيث $\delta t = t/N$؟
اى ان $n = 0$ هى اللحظة الابتدائية $t_0 = 0$ و $n = 1$ هى اللحظة الاولى $t_1 = \delta t$ و $n = 2$ هى اللحظة الثانية $t_2 = 2\delta t$ و هكذا الى غاية $n = N$ وهى اللحظة الاخيرة $t_n = N\delta t$ التى هى بالضبط اللحظة النهائية t.
اذن نجرى على الجسيم المتهافت N قياس (وليس قياس واحد) متوالي فى مجالات زمنية صغيرة جدا و متساوية من اجل التحقق فيما اذا كان الجسيم مازال فى الحالة الابتدائية S_0 أم لا.
ماهو احتمال بقاء الجسيم فى الحالة الابتدائية S_0 عند اجراء القياس الاول فى اللحظة الاولى $t_1 = \delta t$؟
من الواضح ان احتمال ان نجد الجسيم فى الحالة الابتدائية فى اللحظة t_1 هو $p(\delta t)$ المعرف بالمعادلة اعلاه.
بعد هذا القياس فان دالة موجة الجسيم اذا وجد الجسيم فى الحالة الابتدائية S_0 تنهار لهذه الحالة الابتدائية. اذن بعد هذا القياس الاول فان التطور الاحادى فى الزمن لحالة الجسيم المتهافت تبدأ من جديد من الحالة الابتدائية S_0.
اذن احتمال بقاء الجسيم فى الحالة الابتدائية S_0 عند اجراء القياس الثانى فى اللحظة الثانية $t_2 = 2\delta t$ يجب ان يعطى بمربع الاحتمال $p(\delta t)$ اى $p(\delta t)^2$.
ثم تنهار دالة موجة الجسيم الى الحالة الابتدائية S_0 اذا وجد الجسيم فى هذه الحالة الابتدائية و يبدأ التطور الاحادى من جديد ثم نجرى القياس الثالث ثم يقع انهيار مرة اخرى ثم تطور احادى و هكذا نكرر حتى نكمل ال N قياس.
من الواضح جدا (لماذا؟) ان احتمال البقاء فى كل لحظة زمنية يساوى آخر احتمال مضروب فى قوة اضافية ل $p(\delta t)$. اذن احتمال البقاء عند اجراء القياس رقم n فى اللحظة الزمنية $t_n = n\delta t$ يساوى (هل ترون العمليات الحسابية؟)

$$p(t) = p(\delta t)^N = 1 - \frac{N\delta t^2}{\tau_Z^2} = \exp\left(-\frac{t^2}{N\tau_Z^2}\right).$$

اذن اذا اجرينا عدد لانهائى من القياسات اى $N \longrightarrow \infty$ فاننا نحصل على احتمال بقاء يساوى واحد. اى ان حالة الجسيم المتهافت تتجمد فى الزمن فى الحالة الابتدائية S_0 بمعنى ان الجسيم يقينا سنجده فى الحالة الابتدائية اذا تدخلنا و اجرينا عليه عدد لا نهائى من القياسات. اذن رغم انه جسيم متهافت غير مستقر الا ان القياس المتكرر المستمر يجعله مستقر و كأن الزمن تجمد بالنسبة اليه لان الانهيار المتوالى المستمر أعدم التغير و الحركة. وهذا التأثير هو من اقوى الدلائل النظرية و التجريبية على مسلمة انهيار دالة الموجة.
اذن تحقق هدف زينون الاول فى الميكانيك الكمومى عبر القرون و القبور بعد 2500 سنة.

4.5.2 معضلة الزمن و نموذج بايج و ووترز

الزمن فى الميكانيك الكمومى هو زمن مطلق كونى. أما الزمن فى النسبية العامة فهو زمن نسبى ديناميكى.
هذا هو أحد الاسباب المهمة التى تجعل توحيد الميكانيك الكمومى مع النسبية العامة فى نظرية واحدة -نظرية الثقالة الكمومية او ايضا ما يعرف باسم بنظرية كل شيء- امر صعب جدا بل لربما مستحيل مع الرياضيات التى بحوزتنا الآن.
هذا هو ايضا أحد الاسباب التى تجعل جميع محاولات التوحيد التقليدية تعطينا ما يسمى نظرية ثقالة غير قابلة للتنظيم بمعنى انها تحتوى على عدد لا نهائى من التباعدات فوق البنفسجية (أى المالانهايات الفيزيائية) و هذا غير مقبول لا فيزيائيا و لا رياضيا تماما.
لكن هناك دائمًا استثناء. و يجب علينا فقط ان ندفع الثمن المناسب!!

الفيزيائى المبدع ويلر Wheeler -استاذ فايمان -Feyman و الفيزيائى الآخر الذى لا يقل ابداعا دي ويت De Witt تمكنا فى الستينات من توحيد الميكانيك الكمومى و النسبية العامة بالفعل فى معادلة واحدة بعد ان تخلصا بالكلية من كل من زمن الميكانيك الكمومى المطلق و زمن النسبية العامة الديناميكى معا.

اذن هذه المعادلة الفريدة التى تسمى اليوم معادلة ويلر و دي ويت (وهى بعبارة اخرى معادلة شرودينغر الخاصة بمترية metric الفضاء-زمن) هى معادلة لا تحتوى على اى تباعدات مطلقا -وهذا جيد جدا و هو كان الهدف الاصلى- لكنها ايضا لا تحتوى على اى زمن -وهذه معضلة أخرى كبيرة جدا و هى تعرف اليوم بمعضلة الزمن problem of time-.

اذن حسب معادلة ويلر و دي ويت فان الكون ساكن لا يتطور فى الزمن لأنه بكل بساطة لا يوجد زمن اصلا فى هذه المعادلة. لكننا نلاحظ بداهة ان كل شيء حولنا فى الكون يتطور فى الزمن-فنحن لم نكن ثم كنا ثم نموت وهذا ابسط لكن اهم مثال-.

اذن كيف التوفيق بين كون هذه المعادلة لا تحتوى على زمن و بين كوننا نعيش فى زمن نراه و نقيسه-بافتراض ان ذلك ليس بوهم!!-.

احد افضل الحلول جاء به الفيزيائيان بايج Page و ووترز Wootters عن طريق انبعاث emergence الزمن من التشابك الكمومى.

فى هذا الحل نفترض ان الكون ساكن موصوف بشعاع حالة $|\psi\rangle$ ينتمى الى فضاء هيلبرت و الذى يحل معادلة ويلر و دى ويت اى يحل المعادلة (حيث H هى هاميلتونية الكون)

$$H|\psi\rangle = 0.$$

نفترض ايضا اننا نستطيع ان نقسم الكون الى جملتين: الجملة الاولى تسمى الساعة C -وهى فعلا ستلعب دور الساعة- اما الجملة الثانية R فهى كل شيء آخر فى هذا الكون ونفترض ان كل التفاعلات بين جملة الساعة و جملة بقية الكون مهملة او يمكن اهمالها. اذن الهاميلتونية تعطى ب

$$H = H_C \otimes \mathbf{1}_R + \mathbf{1}_R \otimes H_R.$$

سنفترض انه لا يوجد الا تفاعل واحد هو التشابك الكمومى بين الجملتين بمعنى أن حالة الكون $|\psi\rangle$ هى ببساطة حالة متشابكة كموميا مشكلة من الساعة C و بقية الكون R.

نفترض الآن ان هناك ملاحظ خارجى -خارج الكون- يرى فعلا الكون فى حالة ساكنة تخضع لمعادلة ويلر و دي ويت. ونفترض ان هناك ملاحظ آخر داخلى -اى داخل الكون- يستخدم الساعة لقياس الزمن الخاص به.

الملاحظ الخارجى لا يرى اى زمن لان معادلة شرودينغر بالنسبة اليه هى بالضبط معادلة ويلر و دى ويت $H|\psi\rangle = 0$.

من الجهة الاخرى فان شعاع حالة الساعة C هو معطى وضوحا ب

$$|\Phi(t)\rangle_C = \exp\left(-i\frac{H_C t}{\hbar}\right)|\Phi(0)\rangle_C.$$

نستطيع ان نحسب باستعمال $H = 0$ و $[H_R, H_C] = 0$ ان شعاع حالة بقية الكون R يعطى ب

$$|\psi(t)\rangle_R = \langle\Phi(t)|_C\Psi\rangle = \exp\left(-i\frac{H_R t}{\hbar}\right)|\psi(0)\rangle_R.$$

اذن بالنسبة للملاحظ الداخلى الذى يستخدم الساعة C فان بقية الكون R سيظهر و كأنه يتطور فى الزمن الذى يقيسه نفس هذا الملاحظ باستخدام الساعة C.

اذن نموذج بايج و ووترز يعطى حل انيق جدا و بسيط جدا لمعضلة الزمن فى معادلة ويلر و دي ويت: بالنسبة لأى ملاحظ خارجى فان الكون فعلا ساكن كما تتنبأ به معادلة ويلر و دي ويت و بالتالى لا يوجد زمن, اما بالنسبة لأى ملاحظ داخلى يستخدم اى جزء من الكون كساعة, فان الكون سيظهر و كأنه يتطور و يتغير فى الزمن حسب معادلة شرودينغر العادية.

فى الاخير اقول ان نموذج بايج و ووترز تم التحقق منه تجريبيا مؤخرا بشكل مذهل فى تجربة يتشكل فيها الكون من فوتونين فقط (أحدهما يلعب دور الساعة و الآخر دور بقية الكون) متشابكين كموميا [63].

من الناحية الفلسفية هذه النتيجة تبدو لى منسجمة مع رأى ليبنيز فى ان الزمن (وكذا الفضاء) هو ليس بشيء لكنه هو ترتيب للاشياء و هى نظرة تعرف بالعلائقية relationalism عكس نظرة نيوتن التى تسمى بالمطلقية absolutism. أما من الجهة الاخرى فانه ليس واضحا مدى الخلاف بين نظرة ليبنيز (العلائقية) و بين نظرة كانط المسماة بالمثالية المتسامية transcendental idealism التى تنص على ان الزمن هو أحد انماط الاستعراف.

اذن هل الزمن علاقة بين الاشياء أم انه نمط استعراف؟

فحتى اينشتاين صاحب النسبية الذى كان يجب ان يكون مع العلائقية -لانها نوع من النسبية او بالاحرى هى نسبية فلسفية- هو صراحة ينص مثل كانط -كما يروى عنه ويلر- على أن الزمن هو نمط استعراف.

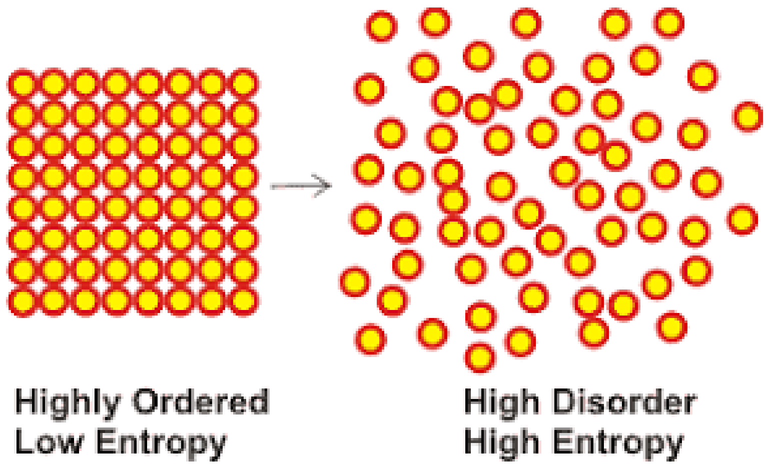
يمكن ربما فهم هذا الامر بملاحظة أن القياس الذى تم على جملة الساعة من طرف الملاحظ الداخلى هو فى الاخير عملية رصد كومي وهذا يؤدى بنا مباشرة الى معضلة دور العقل فى عملية القياس او الرصد الكمومى. أى انه مرة اخرى نرى ان الزمن مرتبط ارتباطا وثيقا بالعقل و بفعل الرصد الكمومى.

5.5.2 ملخص محاضراتى حول انبعاث الفضاء-زمن من التشابك الكمومى و انطروبى التشابك

ماهو الانطروبى و ماهو انطروبى التشابك؟

و الكل يعرف من المثقفين غير المختصين معنى الطاقة باستشفافها من المعنى اللغوى فقط و القليل جدا حتى من بين طلبة الفيزياء و المختصين من يعرف فعلا ماهو الانطروبى entropy وبعضهم قد عربه بالاعتلاج. وهذا رغم ان الحياة نفسها فى هذا الكون تحتاج لظهورها الى الانطروبى اكثر من حاجتها الى الطاقة.

والانطروبى عندما يدرس اولا فى الترموديناميك فهو يعرف على انه مقدار اللانظام disorder (وليس الفوضى chaos فالفوضى شيء آخر). فالنظام يتميز بقيمة صغيرة للانطروبى اما اللانظام فهو يتميز بقيمة كبيرة للانطروبى مثل المثال الذى فى الصورة الأولى.



شكل 15.2: الانطروبى هو مقياس اللانظام.

والانطروبى عكس الطاقة غير محفوظ. وله مصدران فى الطبيعة.

المصدر الاول هو المصدر الاحصائى او الحرارى الذى نقيسه باستعمال انطروبى بولتزمان. اذن الانطروبى الحرارى لحالة ماكروسكوبية macrosocopic اى عيانية (مثلا غاز عند درجة حرارة معينة و حجم معين و ضغط معين) هو يساوى الى لوغاريتم عدد الحالات الميكروسكوبية microscopic اى المجهرية (وهى التشكيلات التى يمكن ان تحتلها ذرات الغاز) التى تؤدى الى الحالة الماكروسكوبية قيد الدراسة. اذن هذا الانطروبى الحرارى يقيس بشكل معين كمية المعلومات او بالأحرى عدم القدرة على تحديد الانحلال resolution لان هناك عدد هائل من الحالات المجهرية تقابل نفس الحالة العيانية لا ندرى تحديد اى منها بالضبط الذى تحتله الجملة.

مثال نفرض جملة عزوم لف (وهى ابسط من الغاز) مشكلة من ثلاثة ذرات يمكن لعزم اللف ان يأخذ اما القيمة +1 او -1. نفترض ان الحالة الماكروسكوبية هى قيمة عزم لف كلى لهذه الجملة التى تحتوى على ثلاثة ذرات تساوى +1. ماهى الحالات الميكروسكوبية لهذه الذرات حتى نحصل على قيمة كلية تساوى +1؟

من الواضح ان هذه الحالات هى:

-الذرة الاولى و الثانية لهما عزمى لف متعاكسين و الذرة الثالثة يكون لها عزم لف يساوى واحد.

-الذرتان الاولى و الثالثة لهما عزمى لف متعاكسين و الذرة الثانية هى التى لها عزم لف يساوى واحد.

-او الذرتان الثانية و الثالثة هما المتعاكستان و الذرة الاولى هى التى لها عزم لف يساوى واحد.

اذن فى هذا المثال عدد الحالات الميكروسكوبية هو 3 و الانطروبى الحرارى هو لوغاريتم ثلاثة.

بالنسبة لجملة حقيقية فان عدد الحالات يكون كبير جدا و حسابه صعب جدا يسمى التوافقية combinatorics.

هذا هو المصدر الاول للانطروبى: الأنطروبى الحرارى لبولتزمان.

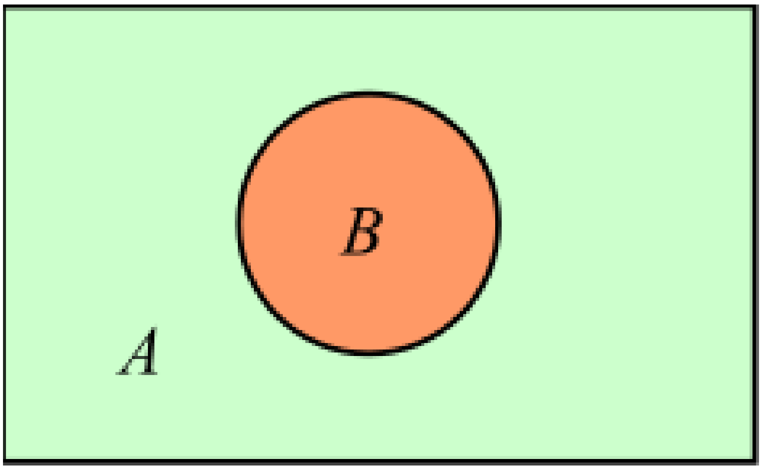
المصدر الثانى للانطروبى فى الطبيعة هو اصعب على الفهم و اكثر اساسية و هو الانطروبى الكمومى و هو الانطروبى الذى يقيس التشابك الكمومى quantum entanglement بين جملتين. و للتذكير فان التشابك الكمومى هو اكثر الظواهر اساسية فى الطبيعة قاطبة. والتشابك يتحدى بشكل كبير (تذكروا مثلا تجربة ال EPR التى شرحتها مثلا فى الفصل السابق) موضعية locality الطبيعة اى حدية سرعة الضوء. فمن المفروض ان القوة المؤثرة فى مكان ما من الكون لا يمكن لتأثيرها ان ينتشر الى مكان آخر الا بسرعة قصوية تساوى سرعة الضوء. لكن التشابك يقول ان هذا التأثير (الذى نحصل عليه عند عملية الرصد الكمومى) ينتشر بسرعة لانهائية و هذا غير مقبول.

و هذا الانطروبى الكمومى الناجم عن التشابك الكمومى يسمى ايضا (وهو الاسم الاشهر) انطروبى التشابك entanglement entropy او انطروبى المعلومات لفون نيومان. وهو يلعب دورا محوريا فى نظرية الوتر و بخاصة الثنائية الثقالية-المعيارية, نظرية الثقوب السوداء و نظرية المعلومات فى هذا العصر.

كيف نعرف انطروبى التشابك؟

لدينا جملة كلية نقسمها الى جملتين جزئيتين A و B. الجملة الكلية توصف بما يسمى حالة نقية pure state و هى شعاع $|\psi\rangle$ فى فضاء هيلبرت.

الجملة A تسمى الجملة المسموحة حيث يتواجد فيها كل الراصدين ويجرى منها الرصد. و الجملة B تسمى الجملة الممنوعة حيث لا يمكن لأى راصد ان يتواجد بها كما فى الصورة الثانية.



شكل 16.2: الجملة المسموحة A حيث يتم الرصد و الجملة الممنوعة B التى لا يمكن الوصول اليها.

تصورا مثلا ثقب اسود. الجملة B هى داخل الثقب و الجملة A هى خارج الثقب حيث يتواجد الراصدون. او تصوروا مثال آخر هو الالكترون و البوزيترون فى تجربة ال EPR حيث يطير الالكترون الى الطرف الايمن من المجرة و هذه هى الجملة المسموحة A و يطير البوزيترون الى الطرف الايسر من المجرة و هذه هى الجملة الممنوعة B.

اذن الجملتان A و B متشابكتان كموميا و هذا التشابك بينهما يقيسه انطروبى التشابك و هو يعرف كالتالى.

الراصد الذى يعيش فى المنطقة A و لا يستطيع الوصول الى الجملة B سوف يصف الجملة ليس بشعاع الحالة الكلى $|\psi\rangle$ لكن سوف يصفها بما يسمى مصفوفة الكثافة المختزلة reduced density matrix التى يحصل عليها بمكاملة -اى بأخذ متوسط- مصفوفة الكثافة النقية المرفقة بالحالة الكلية $|\psi\rangle$ اى

$$\rho_{\text{Tot}} = |\psi\rangle\langle\psi|$$

على درجات الحرية اى المتغيرات الديناميكة التى تعيش فى المنطقة الممنوعة B. هذه المصفوفة المختزلة هى حالة مختلطة mixed state و ليست حالة نقية وهى معطاة بالمعادلة

$$\rho_{\text{Red}} = \rho_A = tr_B \rho_{\text{Tot}}.$$

انطروبى التشابك هو انطروبى الجملة A وهو يساوى انطروبى المصفوفة المختزلة الذى يعطى بالعلاقة

$$S_{\text{Red}} = S_A = -tr_A \rho_A \log \rho_A = -\sum_i \rho_i \log \rho_i.$$

هذا هو انطروبى المعلومات لفون نيومان او انطروبى فون نيومان اختصارا او الاشهر انطروبى التشابك.

معنى هذه العلاقة هو الآتى:

انطروبى التشابك هو انطروبى الجملة A وهو يساوى مرة اخرى لوغاريتم عدد الحالات الميكروسكوبية للجملة الممنوعة B التى هى منسجمة مع القياسات التى تُجرى من المنطقة المسموحة A (اى التى تؤدى الى الحالة الماكروسكوبية التى يقيسها A) وهذا بافتراض ان الجملة الكلية موصوفة بحالة نقية.

اذن هذا هو انطروبى التشابك وهو ايضا يسمى انطروبى فون نيومان كما ذكرت وهو اكثر اساسية من الانطروبى الحرارى لان الكمومى اكثر اساسية من الترموديناميك و الاحصاء.

باستخدام انطروبى بولتزمان الحرارى و انطروبى فون نيومان للتشابك الكمومى نعرف كمية المعلومات باخذ الفرق بينهما. اذن اذا كانت الجملة الممنوعة خالية فانه فى هذه الحالة لا يوجد تشابك كمومى لان الجملة B غير موجودة و عليه فان كمية المعلومات تعطى بالضبط بانتروبى بولتزمان. فى الحالة العكسية اذا كانت الجملة المسموحة اصغر بكثير من الجملة الممنوعة فانه ليس لدينا معلومات اى ان انطروبى التشابك يبلغ قيمته القصوى التى هى انطروبى بولتزمان الحرارى. المعادلة التى تعطى كمية المعلومات هى اذن

$$I = S_B - S_V.$$

حيث B و V ترمز لبولتزمان و لفون نيومان على التوالى.

انطروبى التشابك الكمومى لفون نيومان يقابل التحبيب الدقيق fine-grained فهو اذن ميكروسكوبى اساسى. أما انطروبى بولتزمان الحرارى فهو يقابل التحبيب الخشن coarse-grained وهو ماكروسكوبى غير اساسى.

اذن اذا كان هناك جزء من الكون لا نستطيع ان نصل اليه او ان الحالة الكمومية الابتدائية للجملة غير معروفة فان هناك بالضرورة تشابك كمومى يوصف بانطروبى التشابك وهو انطروبى مصفوفة كثافة مختزلة تقابل حالة مختلطة. والحالة المختلطة هى حالة احتمالية عبارة عن تركيب احصائى غير متلاحم incoherent superposition لا تحتوى على تداخلات عوض الحالة النقية (التى نصف بها الجملة عندما لا يكون هناك تشابك) التى هى عبارة عن تركيب كمومى متلاحم coherent superposition يحتوى على تداخلات.

كيف ينبعث الفضاء-زمن من التشابك الكمومى؟

وهذا فى عشر نقاط:

1. من النسبية العامة و بالضبط من معادلات اينشتاين نعرف ان قوة الجذب الثقالى هى مكافئة لهندسة الفضاء-زمن. اذن اذا أُعطينا الفضاء-زمن اى اعطينا ماهيته اى هندسته فاننا يمكن ان نستخرج قوة الثقالة المؤثرة و العكس ايضا صحيح. اى اذا اعطينا قوة الجذب الثقالى فاننا نستطيع ان نستنتج هندسة الفضاء-زمن. اذن انبعاث الفضاء-زمن الكلاسيكى هو انبعاث معادلات اينشتاين.

2. ثانيا من النسبية العامة ايضا فان فضاء-زمن دي سيتر الضدى $\mathrm{anti-de\ Sitter\ spacetime}$ هو اهم فضاء-زمن على الاطلاق بعد فضاء-زمن مينكوفسكى (الذى يظهر فى النسبية الخاصة). فهما فضاءان متناظران قصويا maximally symmetric.

   فضاء-زمن دى سيتر الضدى يمكن تصوره كالتالى (رقعة بوانكريه Poincaré patch):

   اولا هو فضاء-زمن بعده 5 و ليس اربعة. اذن هناك محور اضافى قطرى radial يسمي z حيث اننا نجد فى كل نقطة على هذا المحور القطرى فضاء-زمن بأكمله بعده 4 عمودى على المحور القطرى هو بالضبط فضاء-زمن مينكوسفكى.

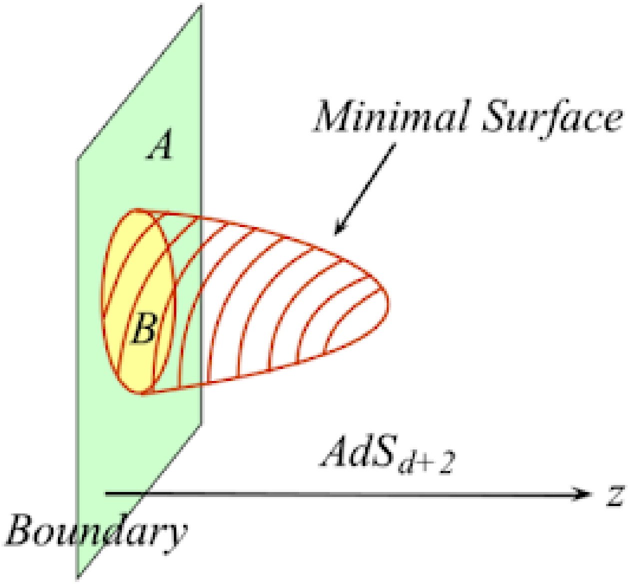
   نقطة البدء z=0 على المحور القطرى تسمى حد boundary فضاء-زمن دي سيتر الضدى وهو نهاية للفضاء فعلا اما نقطة المالانهاية $z = \infty$ على المحور القطرى فهى تسمى افق horizon فضاء-زمن دى سيتر الضدى لاننا لا نستطيع ان نرى ابعد من تلك النقطة (الاحداثيات تنتهى هناك و ليس ان الفضاء انتهى عند الافق). انظر الصورة الاولى. المترية تعطى بالعلاقة

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2}(dz^2 + dx_\mu dx^\mu).$$

3. من الميكانيك الكمومى نحتاج الى راصد كوبنهاغن الذى يعيش فى فضاء-زمن مينكوفسكى اى على حد فضاء-زمن دى سيتر الضدى. اذن هذا الراصد لا يرى البعد الاضافى القطرى z الا بطرق غير مباشرة.

4. من الميكانيك الكمومى نعرف ايضا ان راصد كوبنهاغن الذى يعيش فى فضاء-زمن مينكوفسكى رباعى الابعاد لا يستطيع ان يصل الى كل نقاط هذا الفضاء لأن كل قياساته محدودة فى منطقة A نسميها المنطقة المسموحة. انظر الصورة الاولى. المنطقة B التى لا يستطيع ان يصل اليها الراصد تسمى المنطقة الممنوعة.

   هذا يعنى ان الجملة الفيزيائية التى تهم هذا الراصد رغم انها توصف بحالة نقية اى بشعاع فى فضاء هيلبرت نرمز له مثلا ب $|\psi\rangle$ الا انه بالنسبة لهذا الراصد فان وصف هذه الجملة يتم عبر مصفوفة الكثافة المختزلة التى يرمز لها ب ρ_{Red} والتى يتم فيها أخذ التكامل على درجات الحرية الموجودة فى المنطقة الممنوعة B والتى تعطى بالمعادلتين



شكل 17.2: فضاء-زمن دى سيتر الضدى. الحد يقع عند $z = 0$ اما الافق فيقع عند $z = \infty$. الرصد الكمومى على الحد يتم من المنطقة المسموحة A. السطح Γ_A هو السطح القصوى الممتد داخل AdS و الذى له اصغر مساحة ممكنة و المرتكز على المنطقة الممنوعة B (اى ان حده هو نفسه حد B).

$$\rho_{\rm Tot} = |\psi\rangle\langle\psi|$$
$$\rho_{\rm Red} = \rho_A = tr_B \rho_{\rm Tot}.$$

عملية الرصد تعنى ايضا دخول الراصد فى تشابك كمومى مع المرصود. اذن التشابك الكمومى للمنطقة المسموحة A التى يستطيع ان يصل اليها الراصد مع المنطقة الممنوعة B يُقاس بانطروبى التشابك الذى يُحسب من مصفوفة الكثافة المختزلة بعلاقة فون نيومان

$$S_{\rm Red} = S_A = -tr_A \rho_A \log \rho_A = -\sum_i \rho_i \log \rho_i.$$

5. النظرية الكمومية التى تعيش على فضاء-زمن مينكوسفكى الذى هو حد لفضاء-زمن دي سيتر الضدى هى نظرية حقل كونفورمال conformal field theory او CFT وهى ايضا نظرية معيارية تمتع بتناظر ممتاز.

اذن انطروبى التشابك اعلاه هو انطروبى التشابك الذى يحسب فى نظرية ال CFT وهو يحقق المبدأ الاول للترموديناميك المعطى فى الصورة الثانية و الذى يسمى فى هذا النسق بالمبدأ الاول للتشابك first law of entanglement حيث ان الوسيط ζ فى الصورة هو الوسيط الذى يُحسب بالنسبة له التغير فى انطروبى التشابك الذى يرمز له ب S_B و ايضا يحسب بالنسبة اليه التغير فى الطاقة الزائدية hyperbolic energy التى يرمز لها ب $E_B^{\rm Hyp}$.

اذن هذا الوسيط هو الوسيط الذى يميز الحالة الكمومية للجملة. اى اننا نحسب كيف يتغير انطروبى التشابك و الطاقة زائدية عندما تتغير حالة الجملة من الحالة الاساسية ground state التى تقابل $\zeta = 0$ الى حالة من الحالات المثارة excited states التى تقابل قيمة معينة $\zeta \neq 0$.

الطاقة الزائدية هى القيمة المنتظرة للهاميلتونية الوحداتية modular Hamiltonian و التعريف الدقيق لكليهما سيأخذنا ابعد. ما يهمنا هنا ان الطاقة الزائدية فى ال CFT هى التى تلعب دور الطاقة الداخلية internal energy فى الترموديناميك.

6. الثقالة الكمومية تعطى بالثنائية الثقالية-المعيارية gauge/gravity duality التى فى هذه الحالة هى التقابل AdS/CFT. تناظرات, عدد درجات حرية و ايضا دالة تقسيم partition function (او تكامل طريق path integral) النظرية الثقالية الكمومية حول فضاء دى سيتر الضدى AdS تساوى بالضبط تناظرات, عدد درجات حرية و دالة تقسيم النظرية الحقلية الكونفورمال CFT التى تعيش على حد فضاء-زمن دى سيتر.

$$\frac{d}{d\zeta}S_B = \frac{d}{d\zeta}E_B^{\mathrm{Hyp}}.$$

شكل 18.2: المبدأ الأول للتشابك الكمومى.

أكثر من هذا فان الحقل فى فضاء-زمن دى سيتر الضدى يقترب من الحقل فى فضاء-زمن مينكوفسكى عندما نذهب الى الحد كما فى الصورة الثالثة حيث Δ هو البعد التدرجى scaling dimension للحقل.

كما ان نظرية ال CFT التى تعيش على الحقل هى نظرية معيارية ذات تناظر ممتاز فان النظرية الثقالية التى تعيش داخل AdS هى نظرية وترية ذات تناظر ممتاز. فى كثير من الاحيان يمكن تقريب النظرية الوترية بنظرية ثقالة ممتازة.

$$\varphi(x) = \lim_{\epsilon\longrightarrow 0}\epsilon^{\Delta-d}\phi(\epsilon, x).$$

شكل 19.2: علاقة الحقل فى النظرية الثقالية ϕ داخل AdS بالحقل φ على حد AdS اى بالحقل فى نظرية ال CFT المعيارية.

7. التقابل AdS/CFT يسمح لنا ايضا ان نرى انه كما ان الحالة الاساسية التى تقابل $\zeta = 0$ يجب ان تكون ثنوية dual للمترية غير-المضطربة لفضاء دى سيتر الضدى المعطاة اعلاه فان الحالة المثارة التى تقابل $\zeta \neq 0$ يجب ان تكون ثنوية لمترية مضطربة (مترية فيفرمان Fefferman و غراهام Graham) لفضاء دى سيتر الضدى. اذن تغيير الحالة الكمومية للنظرية الحقلية CFT يقابل تغيير لمترية فضاء-زمن دى سيتر الضدى AdS المشفران معا فى تغيير الوسيط ζ.

8. المبدأ الاول للتشابك الذى ناقشناه اعلاه والذى يعيش فى فضاء-زمن مينكوفسكى الذى هو حد لفضاء-زمن دى سيتر الضدى يجب ان يمدد الى داخل فضاء دى سيتر الضدى.

تمديد انطروبى التشابك يمر عبر المبدأ الهولوغرافي holographic principle المشفر فى علاقة ريوى Ruy و تاكاناغى Takanagi.

هذه العلاقة هى تعميم لعلاقة هاوكينغ و بيكنشتاين Bekenstein الخاصة بانطروبى الثقب الاسود و هى معطاة فى الصورة الأخيرة.

$$S_A = \frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N^{(d+2)}}$$

شكل 20.2: علاقة ريوى و تاكاناغى. السطح Γ_A هو السطح القصوى الممتد داخل AdS و الذى له اصغر مساحة ممكنة و المرتكز على المنطقة الممنوعة B (اى ان حده هو نفسه حد B).

انطروبى التشابك داخل فضاء دى سيتر الضدى هو متناسب مع المساحة Γ_A للسطح القصوى extremum surface الذى يمتد داخل فضاء-زمن دى سيتر الضدى و المرتكز على المنطقة الممنوعة B كما هو موضح فى الصورة الاولى. السطح القصوى هو السطح الذى له اصغر مساحة ممكنة و هو السطح المرتكز على B (اى ان حده هو نفسه حد B).

بعد ان نحسب هذه المساحة نقسم على 4 مضروبة فى ثابت نيوتن G_N لنحصل على انطروبى التشابك الهولوغرافى اى الانطروبى المُعرف داخل فضاء-زمن دى سيتر الضدى AdS و ليس فقط فى النظرية الحقلية ال CFT على الحد.

لو اخدنا مثلا المنطقة الممنوعة B عبارة عن جلة Ball ذات نصف قطر R على الحد فان السطح القصوى هو ايضا جلة ذات نصف قطر R لكن فى AdS مرتكزة على الجلة B. فى ثلاثة ابعاد مثلا فان B هى قطعة مستقيمة و السطح القصوى هو نصف دائرة مرتكزة على هذه القطعة. وهذه الوضعية وضعية الجلة هى اهم وضعية على الاطلاق و كل الحساب الصريح يتم بافتراضها.

9. فى المبدأ الاول للتشابك نحتاج ايضا الى تمديد الطاقة الزائدية تمديدا هولوغرافيا اى نحو داخل AdS و هذا اصعب قليلا و يحتاج الى استعمال التطور السببى causal developement للمنطقة الممنوعة او الجلة B الذى هو مرتبط عبر تطبيق كونفورمال conformal mapping بما يسمى حرف ريندلر Rindler wedge. و لن اضيف اكثر من هذا هنا لصعوبة الامر.

10. بعد تمديد طرفى المبدأ الاول للتشابك تمديدا هولوغرافيا اى من ال CFT على الحد الى داخل ال AdS فاننا نقوم بمساواتهما لنحصل على قيد غير-موضعي $\mathrm{non-local\ constraint}$ تخضع له المترية المضطربة لفضاء-زمن دي سيتر الضدى التى تقابل الحالة المثارة $\zeta \neq 0$.

نكتشف بعد حساب طويل جدا اننا نحصل من هذا القيد غير-الموضعى على معادلات اينشتاين الموضعية التى تصف المترية المضطربة لفضاء-زمن دى سيتر الضدى اى معادلات اينشتاين الخطية. التقنية المستعملة هنا هى نفسها التقنية التى نستعملها فى الكهرومغناطيسية للمرور بمعادلات ماكسويل من الشكل التكاملى غير-الموضعى الى الشكل التفاضلى الموضعى و هى تسمى فى النسبية العامة بصياغة ايار Iyer و والد Wald.

وهذا هو كيف نحصل على الفضاء و الزمن النسبيان الكلاسيكيان كما يُعطيان بمعادلات اينشتاين من التشابك الكمومى. هذه النظرية تسمح لنا ايضا بالحصول على الفضاء و الزمن النسبيان الكموميان وهذا عن طريق اخذ التصحيحات الوترية لنظرية الثقالة الممتازة حول فضاء-زمن دى سيتر الضدى بعين الاعتبار.

6.2 الزمن الفيزيائى (أو الكون)

الكون هو الزمن الفيزيائى كما أن الوعى هو الزمن النفسى. و بما أن أهم مميزات نظرية كل شيء او نظرية الثقالة الكمومة التى مازالت مجهولة هو الزمن الكمومى فان الزمن الفيزيائى هو فى المحصلة الزمن الكمومى او مركبة مهمة منه. اذن الزمن النسبي, السهم فى الزمن و التدفق فى الزمن و كذا الزمن الكمومى الذى ناقشناه فى الباب السابق اعتمادا فقط على ما نعرفه من الميكانيك الكمومى الذى بين ايدينا هى كلها تقريبات للزمن الفيزيائى الكمومى.

لكن الميكانيك الكمومى -وكذا نظرية الثقالة الكمومية الاعم- ستنطوى ايضا على وصف للجزء النفسى من العالم ربما عبر فعل الرصد الكمومى او شيئا آخر. اذن الزمن الفيزيائى هو فى الحقيقة مشكل من مركبتين اساسيتين هما الزمن الفيزيائى و الزمن النفسى هذا الاخير الذى سنتناوله بالمناقشة فى الباب القادم.

أما توحيد الزمن الفيزيائى مع الزمن النفسى فى الزمن الكمومى فهو فى الاخير ليس الا مظهر (على مصطلح ليبنيز) للزمن الميتافيزيقى الذى سنتناوله بالشرح فى الباب الاخير من هذا الفصل.

تقسيمى للزمن الى ثلاثة مستويات (فيزيائية و نفسية و ميتافيزيقية) هو شبيه لكنه فعلا مختلف لتقسيم ليبنيز للزمن الى ثلاث مستويات مختلفة هى الزمن القديم الالهى, زمن استنجاز الموناد وهو الجوهر الفرد المثالى و زمن السهم و التدفق. فالتقسيم الذى نطرحه هنا هو علمى بامتياز يتعلق بالمستويات الثلاث: الكون (الفيزيائى), الوعى (النفسى) و الواقع (الميتافيزقى) و ليس بالضرورة ينبع من اى تصور ميتافيزيقى او كلامى مسبق او معين.

7.2 الزمن النفسى (أو الوعى)

1.7.2 ماهو العقل؟

ومن مسلمات علم النفس الفطرى folk psychology ان الأنا اذا وضعت فى جسم آخر فان الشخص سيستمر و كأن لا شيء حدث و تغير اما الجسم فانه اذا سكنه أنا آخر فذلك يصبح شخصا آخر. اذن لا يوجد تناظر بين الجسم و الأنا وضوحا. هل الأنا الآن هى الوعى ام العقل ام النفس ام الروح ام برنامج حاسوبى ام خاصية مادية مجهولة ام هى سراب و وهم لا حقيقة لها يحسبه الظمآن ماءا حتى اذا جاءه

لم يجده شيئا و وجد الجسم عنده لا شيء غيره. أى ان علم النفس الفطرى خاطئ و الفطرة خاطئة. هذا ما سنحاول الاجابة عليه فى هذا الباب. و هذا مهم بالنسبة لنا لاننا نعتقد ان مركبة اساسية من الزمن ترجع الى وعينا بالزمن اى انها مركبة ذاتية و ليست موضوعية.

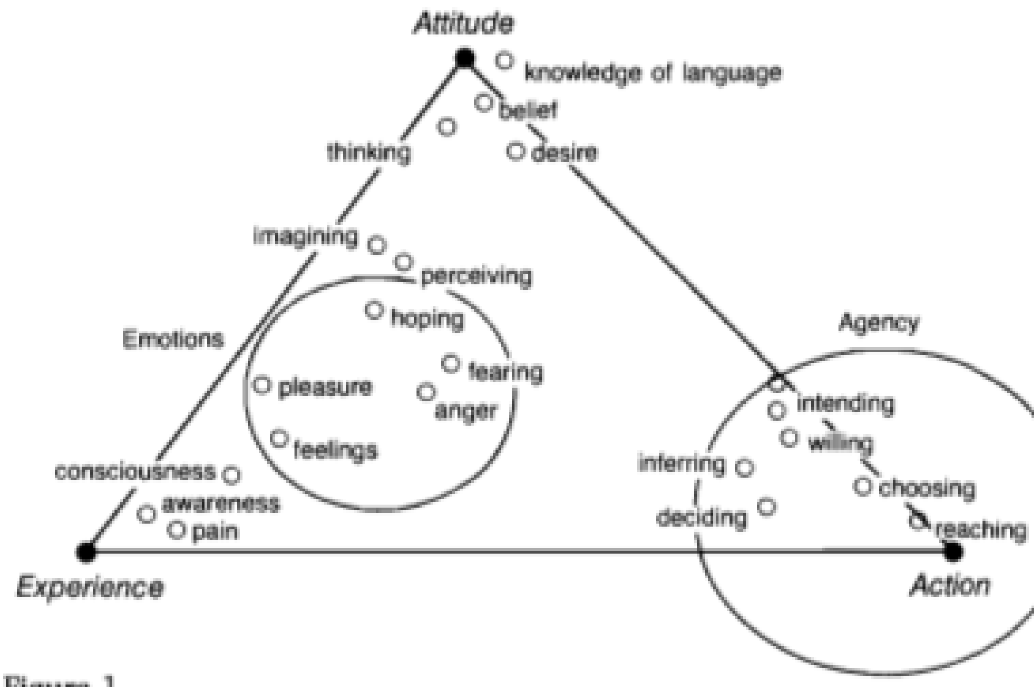
نبدأ بخريطة العقل حسب صامويل غوتنبلان Samuel Guttenplan [71, 72] التى تعطى بمثلث بثلاث رؤوس:
-التجربة experience.
-و الموقف attitude.
-و الفعل action.
وهذه الرؤوس مرتبطة ببعضها البعض بخمسة ابعاد هى:
- الرصد observability,
- الموصلية accessibility,
- التعبير expressibility,
- التوجه directionality,
-و التنظير theoreticity.
اذن انطلاقا من الرؤوس يمكن ان نذهب فى ابعاد مختلفة لسبر اغوار جديدة فى العقل.

اذن لاحظوا ان التجربة هى اعم من الوعى consciousness و ان الوعى هو جزء صغير من التجربة و كذا الادراك perception.

والفرق بين الوعى و الادراك حسب شالمرز Chalmers هو ان الادراك هو وعى وظائفى اى وعى يمكن تفسيره بوظيفة معينة يؤديها العقل وهذا التفسير يعطى عبر علوم الاستعراف باستعمال البيولوجيا و الفيزياء و علوم العصبونات اما الوعى فهو الأنا اى التجربة الذاتية الانسانية و هذا صعب جدا على طرق العلم الاختزالية.

ومن المقترحات لحل هذه المعضلة (هذه هى ما يسميها شالمرز معضلة الوعى الصعبة) هى نظرية شالمرز فى الوعى التى تسمى الثنائية الطبيعية naturalistic dualism وهى تنص على ان المركبات الاساسية للطبيعة هى الذرة و التجربة الانسانية اى عنده لا يجب ابدا محاولة اختزال الوعى الى شئ مادى اكثر اساسية بل الوعى هو نفسه مركبة اساسية للطبيعة مثل الذرة وهو يعترف ان هذا نوع من الثنائية لكنه يصر على انها ثنائية بريئة اى انها ثنائية علمية ليست ثنائية ميتافيزيقية.

لاحظوا ايضا فى المنحنى ادناه ان اللغة و التفكير هى من مظاهر الموقف لكن بقدر صغير من التجربة و الفعل. وان حرية الارادة هى من مظاهر الفعل لكن بقدر قليل من الموقف. اذا استخدمت لغة الفيزياء و الرياضيات فان المظاهر العقلية فى المنحنى ادناه التى تقع بين الرؤوس الثلاثة هى تركيب خطى متناسب لهذه الرؤوس الثلاث حسب الموضع فى المنحنى. من استطاع ان يفهم هذا الامر الى اكبر حد يستطيعه فسيجد متعة فكرية على قدر فهمه.



شكل 21.2: خريطة العقل.

2.7.2 معضلة العقل-و-الجسم و الثنائية الديكارتية

معضلة العقل-و-الجسم و الدواليزم الديكارتي: نظرة أولى

هذه المعضلة, ربما الاهم فى فلسفة العقل, تخص العلاقة بين الجسم و المادة من جهة و العقل والوعى من جهة أخرى. وعندنا فى الاسلام يبقى الشيخ الرئيس ابن سينا اهم من ناقش هذا الموضوع بدون منازع فى كتابيه النفس و الاشارات و التنبيهات.

نعتبر اليوم الحل المشهور لهذه المعضلة العروف باسم الدواليزم dualsim الديكارتى -او الثنائية الديكارتية- الذى ينص على ان الوجود يحتوى على جوهرين منفصلين هما المادى والعقلى. اى ان العقل حسب ديكارت هو جوهر مستقل لا يمكن اختزاله للمادة وهذا عكس المونيزم monism المادى أوالفيزيائى الذى ينص على ان المادى أو الفيزيائى فقط هو الحقيقى و ان العقلى يجب ان يُفسر ب ويختزل الى المادى. من الجهة الاخرى هناك المونيزم المثالى الذى ينص على أن العقلى هو فقط الحقيقى وان المادى يجب ان يختزل اليه, وهناك ايضا المونيزم المحايد الذى ينص على ان الجوهر الحقيقى هو جوهر آخر غير العقلى و المادى, وان العقلى و المادى هما وجهى هذا الجوهر الاساسى, واشهر من قال بهذا سبينوزا Spinoza.

نرجع الى قول ديكارت بالدواليزم او بالضبط ما يعرف باسم دواليزم الجوهر substance dualsim. هناك اذن مادة اوجسم لا يمكن ان يفكر من جهة, وهناك عقل او وعى يمكن ان يوجد خارج الجسم من جهة أخرى وهما مختلفان منفصلان. من الواضح أن هذا الرأى هو اكثر الاراء انسجاما مع الدين. الآن هل المادى و العقلى يتفاعلان فيما بينهما؟ هناك مواقف مختلفة هنا. لدينا:

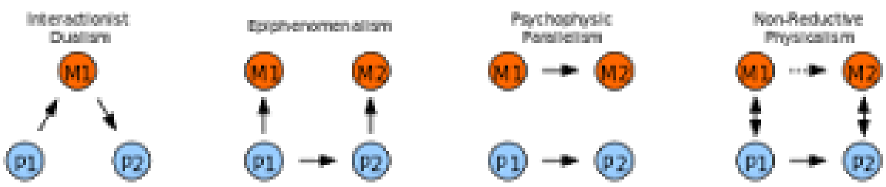
- التفاعلية interactionism: الجسم والعقل يتفاعلان سببيا فيما بينهما فى الاتجاهين وهذا هو رأى ديكارت.

- الجسمانية غير الاختزالية non reductive physicalism: رُغم أن الظواهر العقلية تختزل الى الظواهر المادية لكنها لا توصف بالقوانين الفيزيائية. هذا الموقف فى الواقع هو نوع من دواليزم الخبر predicate dualism و ليس دواليزم جوهر.

- الظواهرية-المصاحبة epiphenomenalism: الظواهر المادية هى المسبب للظواهر العقلية لكن الظواهر العقلية ليست مسبب لاى شئ. هذا الموقف فى الواقع هو نوع من دواليزم الصفة property dualism و ليس دواليزم جوهر.

- التوازوية parallelism: الظواهر العقلية لا تتسبب الا فى ظواهر عقلية و الظواهر المادية لا تتسبب الا فى ظواهر مادية. لا يوجد اى تأثير حقيقى بينهما, لكن الله خلق النظام الذى نراه, اى الوجود, حيث تخلق فيه الظواهر العقلية و الظواهرالمادية دائما مع بعضهما البعض فى الانسان. هذا هو رأى العبقرى ليبنيز Leibniz.

- مبدأ العادة occasionalism: الله خلق الجسم وخلق العقل وليس لاحدهما اى تأثير حقيقى على الاخر, لكن جرت عادته, انه يخلق العقل ومظاهره, و يخلق الجسم ومظاهره, ثم يخلق العلاقة السببية بينهما, فى كل لحظة. وهذا ضمنيا رأى جة الاسلام واشهر من قال به عند الأوربيين مالبرانش Malebranche.



شكل 22.2: صورة مأخوذة من ويكيبيديا.

الشبح فى الآلة

العقل mind هو الشبح ghost فى الآلة machine. هذا ما يقوله ديكارت descartes و هو يقصد بالآلة هنا الجسم. اذن العقل هو كل شيء لا يُختزل للمادة بأى شكل معروف مُجمع عليه فى العلم و الفلسفة و الدين.

وهناك عدة نظرات ميتافيزيقية لعلاقة العقل بالمادة تبقى اهمها على الاطلاق نظرة ديكارت نفسه القائلة بالثنائية جسم-عقل duality mind/body (وهذا هو رأى ارسطو و افلوطين و ابن سينا و الغزالى و ابن تيمية و ابن رشد).
وهناك نظرة سبنيوزا spinoza العميقة القائلة باحادية الجوهر اى ان المادة ليست جوهرا مستقلا ولا العقل جوهرا مستقلا بل هناك جوهر آخر واحد ووحيد تظهر فيه المادة كوجه و يظهر فيه العقل كالوجه الآخر (هذا له علاقة وطيدة بفلسفة القطب الاكبر ابن عربى وكبار الصوفية).
وهناك الاحادية المادية و اعظم من يقول بها العلم الحديث اذن هى نظرة الاغلبية فى هذا الوقت. وهى تنكر وجود العقل اصلا ولا تقر الا بالمادة.
وهناك النظرة الاحادية المثالية واهم من قال بها افلاطون قديما و كانط حديثا. وهى كانت نظرة معتبرة فى الفلسفة فى وقت ما. وهذه تنكر وجود المادة و لا تقر الا بالعقل.
وهناك نظرات مختلفة اخرى. وهنا قد يقع خلط. فعندما نقول العقل البعض يظننا نتكلم عن الدماغ. اكيد لا. لان الدماغ هو فقط الآلة فهو مادة وكل ما يحدث فيه يمكن اختزاله للمادة لكن لا يمكن ربطه بسهولة بما نسميه الظواهر العقلية.
واهم مظاهر العقل الوعى consiousness وهذا قدر مشترك مع الحيوان. اذن العقل اكبر بكثير من الوعى. ثم من مظاهره ايضا التوجه intentionality و اللغة language وهاتين لا يتميز بهما الا الانسان وهذا مطلقا. و هذا هو التحدى ان يأتى أحد و يأتى لنا بكائن آخر له توجه نحو العالم و يعبر عن ذلك التوجه بحروف و كلمات.
وهناك ايضا التفكير. وهذا من اكثر المظاهر العقلية وضوحا و خضوعا للعلم لانه يمكن تشفيره فى المنطق. اذن يمكن تشفيره فى الآلات. لكن هل الآلات مفكرة. يبدو ان التفكير رغم قدرتنا على تشفيره فى المنطق الا انه عملية غير خوارزمية غير حاسوبية (مبرهنة غودل او بالاحرى فهم بنروز و غيره لمبرهنة غودل).
وكذا الفهم و الذكاء. فهذا قدر لربما تصل الآلات اليه ايضا لعلاقتهما الوثيقة بالتفكير.
وهناك انطباعات الحواس العقلية و العواطف و المشاعر و الاحلام. وهناك ايضا الروح. كلها تدخل تحت خانة الظواهر العقلية فى مقابل الظواهر المادية.
وربما فوق العقل اشياء أخرى.
فقد ذكر لى بعضهم ان الكائنات الفضائية لربما ما تتميز به هو مستوى فوق العقل. لكن اكتفى هنا بقول فيرمى fermi :اين اذن هم الجميع؟
اما الغزالى و غيره من المؤمنيين فانه يقول النبوة مستوى فوق العقل كما ان العقل مستوى فوق المادة.
اما نظرية التطور فتقول انه كما ان العقل تطور من المادة فهو سيتطور بدوره الى شئ اعلى. واذا كانت نظرية التطور صحيحة فهذا صحيح لكنه قد يستغرق زمنا يفوق عمر الكون الذى حددته الفيزياء ولن يبقى فيها عندئذ لا مادة و لا عقل.

الثنائية الديكارتية

اول من قدم وصف منهجى للعلاقة بين العقل و الجسم هو الفيلسوف العقلانى الأول فى هذا العصر -الذى ابتدأت على يده الفلسفة الحديثة- ديكارت. فالبنسبة لديكارت فان الجسم جوهر مختلف عن العقل. ولهذا فان رأيه يسمى الثنائية الديكارتية Cartesian dualism و لأن الثنائية هى فى الجوهر فان الثنائية الديكارتية هى ثنائية جواهر dualism of substances فكما سنرى هناك انواع مختلفة من الثنائيات اشهرها لبينيز التى هى ثنائية صفات dualism of properties.
واذكركم ان الجوهر substance بالنسبة لديكارت و لليبنيز و للاغلبية الساحقة من الفلاسفة يتميز بصفات properties لكن الجوهر هو اكثر من مجموع صفاته. و الصفة هى ميزة دائمة عكس العرض accident الذى هو ميزة انتقالية.
اذن الجوهر هو شيء مختلف عن الحوادث events وعن الاشياء المجردة مثل الاعداد و المجموعات و غيرها من المفاهيم الرياضية.
لكن وصف العلاقة بين العقل و الجسم لا يمر فقط عبر الثنائيات لكن اهم منها فى هذا العصر الاحاديات.
اذن هناك احاديات monism اشهرها المادية materialism و هى تضم كل الاوصاف الحديثة للعقل و هناك ايضا المثالية idealism أشهرها بركلى و كانط و هيغل و هناك ايضا احاديات محايدة neutral monisms لا هى مادية و لا هى مثالية أشهرها سبينوزا.
شخصيا -وهذا رأيى- اعتقد ان الوصف العلمى الصحيح للعلاقة بين العقل و الجسم هو ثنائية معطاة بدور الوعى فى عملية الرصد الكمومى -وهو الدور غير القابل للاختزال لما تسميه الفيزياء التطور الاحادى- (أو ما يسمى معضلة الرصد الكمومى).
وهذا الرأى سميته الجسمانية الكمومية quantum physicalism ظهر حديثا فى بحث على الاركايف. وهذه نقطة اخرى نتكلم عنها فى فرصة اخرى ان شاء الله.
النقطة هنا هى ثنائية الجواهر لديكارت وهى اول النظريات على الاطلاق.

اذن ينطلق ديكارت من الجوهر. و الجوهر له صفات يسميها ديكارت ميزات attributes و لكن الجوهر عند ديكارت له ايضا انماط modes.

مثال نأخذ جوهر مادى. اهم ميزة او صفة للجوهر المادى على الاطلاق هو الامتداد الفضائى spatial extension اما هيئة shape و حجم size و موضع location و وزن weight و ملمس texture الجوهر المادى فهى انماط له اى هى الطرق المختلفة لامتداده فى الفضاء.

مثال آخر نأخذ جوهر عقلى. أهم ميزة او صفة للجوهر العقلى على الاطلاق هو الفكر thought أما التصور و العواطف و الاعتقادات و الرغبات فهى انماط للجوهر العقلى اى الاشكال المختلفة للفكر.

اما من الناحية الابيستيمولوجية فان الجوهر المادى هو جوهر عام public اما الجوهر العقلى فهو جوهر خاص private لكن الجسم (الجوهر المادى) يؤثر على العقل (الجوهر العقلى) لان العقل يستقبل اشارات من الجسم. وايضا فان العقل يؤثر على الجسم حيث ان الجسم يتجاوب مع اوامر العقل. اذن الثنائية الديكارتية تصف بشكل ممتاز الذى نجده فى الفطرة common sense.

فعندما تجلس على مسمار (الجسم) تشعر بالالم (العقل) مما يجر عنه رغبة فى القيام عن المسمار (العقل) فيقوم الجسم بالوقوف (الجسم).

طريقة التفاعل بين الجسم و العقل المتبادلة هذه التى يقترحها ديكارت تسمى التفاعلية interactionism و لكن هذه هى بالضبط المعضلة الاساسية التى تواجه الثنائية الديكارتية للجواهر. كيف لجواهر مختلفة جذريا ان تؤثر فى بعضها البعض؟

كيف يمكن لعقل غير مادى ان يؤثر فى جسم مادى و العكس خاصة مع المسافة الميتافيزيقية التى وضعها ديكارت بين الجوهر المادى و الجوهر العقلى (وهذا صحيح تماما).

لكن ايضا مع الانغلاق السببى causal closure الموجود فى العلم الحديث عند وصفه للطبيعة (واظن و هذا ايضا رأيى الشخصى ان الميكانيك الكمومى يكسر الانعلاق السببى المادى بادخاله للوعى غير القابل للاختزال للمادة. اذن الميكانيك الكمومى ليس منغلقا سببيا و ايضا المسافة اللانهائية التى كان يفترضها الميكانيك الكلاسيكى بين المادى و العقلى يجعلها الميكانيك الكمومى نهائية).

اذن الثنائية الديكارتية تواجه معضلة اساسية: كيف يمكن للمادى ان يؤثر فى العقلى و العقلى ان يؤثر فى المادى و هما جوهران مختلفان جذريا؟ مثلا حسب ديكارت التفاعل السببى بين العقل و الجسم يقع فى الغدة الصنوبرية pineal gland فى المخ.

معضلة الجسم-و-العقل المشهورة تتلخص اذن فى النقاط الثلاثة التالية:

اولا الظواهر العقلية هى ظواهر غير-جسمانية non-physical اذن هذه هى فرضية الثنائية dualism الاساسية.

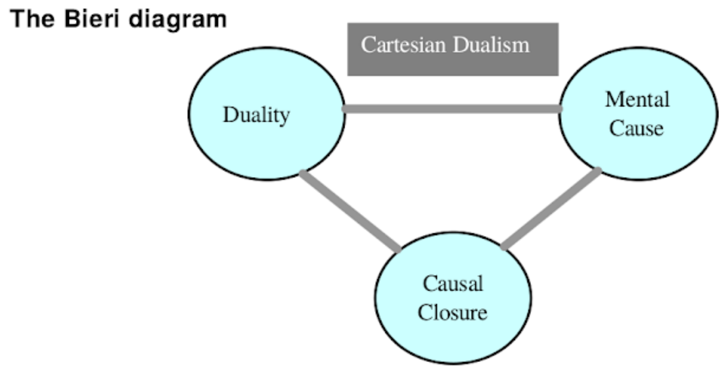
ثانيا الظواهر العقلية يمكن ان تؤثر فى الظواهر الجسمانية. و هذه هى فرضية السببية العقلية mental causation الديكارتية التى تدعمها الفطرة.

ثالثا مجال الظواهر الجسمانية اى المادية هو مجال مغلق سببيا. اى ان الاجسام تؤثر فى الاجسام و ليس هناك اى حاجة لأى شيء من الخارج. هذه هى فرضية الانعلاق السببى causal closure التى تحكم الفيزياء الكلاسيكية لكن الميكانيك الكمومى يكسرها.

معضلة الجسم-و-العقل تنص على ان الفرضيات الثلاثة متناقضة غير منسجمة فيما بينها. هذه المعضلة تلخص فيما يسمى مخطط بيرى Bieri فى الصورة.

الثنائية الديكارتية كما رأينا من الحل الذى يقترحه ديكارت تحل هذه المعضلة بالتخلى عن فرضية الانغلاق السببى (التفاعل يقع فى الغدة النخامية اذن العالم الجسمانى غير مغلق سببيا). هذا هو ايضا الطريق الى الحل الذى يعطيه الميكانيك الكمومى حسب تفسير فيغنر و فون نيومان الذى اتبناه: العالم الجسمانى المادى غير مغلق سببيا. الحل الذى يقترحه ليبنيز هو ايضا حل ثنائى (ثنائية الصفات) و هو فى نفس الوقت حل مثالى (الجواهر مثالية) وهو يعطى بنظرية التناغم السبقى. اذن العقل و الجسم غير متفاعلين بل هما متناغمين. الحل الذى يقترحه مالبرانش هو مبدأ المناسبية او مبدأ العادة. اذن العقل و الجسم غير متفاعلين لكن هناك مناسبة بينهما. بالنسبة لأب المثالية بركلى فان الاجسام غير موجودة اصلا و كل ما هو موجود هى العقول و محتوياتها فقط. وان الله هو الذى يخلق محتويات هذه العقول و يخلق السراب الذى هو الاجسام. اذن المعضلة محلولة من الاساس بعد التضحية بالعالم المادى بأكمله. بالنسبة لسبينوزا فان العقل غير موجود و الجسم غير موجود. والفكر و الفضاء ليسا الا ميزتان او صفتان لجوهر واحد وحيد هو الله. اذن العقلى و المادى هما وجهان مختلفان لنفس الجوهر. هذا المونيزم المحايد يسمى ايضا نظرية المظهر-المضاعف double-aspect theory و الجوهر الواحد لا يجب ان يكون هو الله بالضرورة. ونكتفى بهذا القدر لان الحلول و النظريات كثيرة جدا يصعب الاحاطة بها جميعا ربما حتى على المختص.

من اجل تفاصيل بيداغوجية و علمية اكثر انظروا [67].



شكل 23.2: مخطط بيرى.

3.7.2 الوعى الجسمانى: السلوكية و الوظائفية و نظرية المطابقة

السلوكية

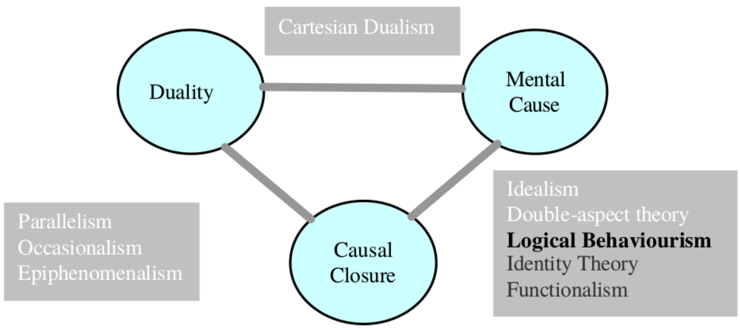
معضلة الجسم-و-العقل mind/body problem تتلخص فى التناقض بين القضايا الثلاث التالية:

اولا الثنائية duality أى ان هناك عقل و هناك جسم و العقل مختلف فعلا عن الجسم.

ثانيا الانغلاق السببى causal closure اى ان العالم المادى منغلق سببيا بمعنى ان الأجسام المادية لا تؤثر الا فى الاجسام المادية و لا يوجد شيء آخر خارج المادة.

ثالثا السببية العقلية mental causation اى ان الظواهر العقلية تؤثر سببيا فى نفسها و فى الظواهر الجسمانية المادية.

أشهر الحلول و أولها كما ذكرنا من قبل هى الثنائية الديكارتية Cartesian dualism التى تنكر الانغلاق السببى للعالم المادى و لهذا وضعناها فى الصورة على الخط الرابط بين الثنائية و السببية العقلية فى المثلث (من انجاز الاستاذ راينهارد بلوتنار Reinhard Blutner [67] من امستردام فى مطويته الفلسفة و الاستعراف).



شكل 24.2: الحلول المختلفة لمعضلة العقل-و-الجسم.

من الحلول المشهورة ايضا:

- التوازوية parallelism (مثل تناغمية ليبنيز و اظن ايضا أن ابن سينا و ابن رشد و ابن تيمية و كل الفلسفة التى تقول بالطبائع هى توزاوية بشكل او بآخر).

-و المناسبية occasionalism (مثل الغزالى و كل من قال بالعادة عندنا و مالبرانش).

-و الظواهرية-المصاحبة epiphenomenalism.

وهذه الحلول الثلاثة تنكر السببية العقلية اى ان الظواهر العقلية عندهم لا يمكنها ابدا ان تؤثر على الظواهر المادية. وقد شرحنا التوازوية و شقيقتها المناسبية من قبل. أضيف توضيح فقط بخصوص الظواهرية-المصاحبة. هذه الاخيرة تنص على ان الظواهر العقلية لا تؤثر فى المادية ليس لانها غير موجودة لكن هى بالنسبة للتفاعلات الدماغية مثل الظل فقط. فكما ان الكرة المتدحرجة لها ظل ليس له اى تأثير سببى. فان الظواهر المادية التى تحدث فى الدماغ لها ظل هى الظواهر العقلية لكن هذه الاخيرة لأنها ظل ليس لها اى تأثير مادى مطلقا.

الحلول التى سأركز عليها اليوم هى الحلول التى تنكر الثنائية من الأساس. انظر الضلع الذى يربط السببية العقلية و الانغلاق السببى فى المثلث فى الصورة.

هنا نجد الحل الأول هو المثالية idealism الشهيرة و هى لن نتكلم عنها اليوم. اذن المثالية تنكر الثنائية لان كل شيء موجود عندها هو عقلي. الحل الثانى هو نظرية المظهر-المضاعف double-aspect theory و هى نظرية تنكر الثنائية بانكارها للعقلى و المادى معا و اشهر من قال بهذا على الاطلاق سبنيوزا و ابن عربى.

الحلول الاخرى هى كلها جسمانية physicalism اى حلول مادية اى انها تنكر الثنائية بانكارها للعقل و ليس للجسم. أول حل جسماني يجب ذكره هو السلوكية behaviourism وهذا هو موضوع هذه الفقرة.

والسلوكية العلمية على يد بافلوف Pavlov وغيره كانت مشهورة جدا فى بدايات القرن الماضى. وقوة المدرسة السلوكية كانت مستمدة بالكامل من المنطقية الايجابية logical positivism التى كانت طاغية ايضا فى بدايات القرن الماضى و التى تعتمد على مبدأ التحقيق verfiiability principle الذى ينص على ان: معنى اى قضية هو ليس الا مجموعة المشاهدات و التجارب التى تحدد او يمكن ان تحدد صحتها. ولهذا فانه عندما ضعفت المنطقية الايجابية بعد ذلك ضعفت السلوكية بدورها.

والسلوكية نوعان:

-السلوكية النفسية psychological behaviourism اى ان معطيات علم النفس التجريبى هى السلوك وهى معطيات عامة و ليست خاصة مثل الظواهر العقلية. اذن يمكننا ان نفسر السلوك ليس بافتراض حالات عقلية داخلية غير قابلة للرصد لكن بدراسة العلاقة بين التحفيز stimulus الموجود فى المحيط و الاستجابة response التى تحدد السلوك او ما يسمى ميكانيزمات ال S-R اى الميكانيزمات التى تربط بين التحفيز S و الاستجابة R. اذن السلوكية النفسية هى استمرارية (او على الأقل بناء على) السلوكية العلمية التى ابتدأها بافلوف الذى تحصل على جائزة نوبل فى الطب عام 1904. ومن اشهر دعاتها واطسون Watson و سكينر Skinner.

-السلوكية الفلسفية philosophical behaviourism وهى تبحث فى المعنى اللغوى للمفردات و المفاهيم العقلية. اذن كل القضايا التى تعنى بالحالات العقلية يجب ان تُترجم الى قضايا تخص السلوك و النزعة نحو السلوك. او بعبارة اخرى فان اى حد عقلي لا يعنى شيئا اكثر من سلوك معين. فالعقل اذن عندهم غير موجود. وهذا هو الفرق بين السلوكية النفسية و السلوكية الفلسفية. فالسلوكية النفسية لا تهتم بالعقل ليس انها تنكر وجوده اما السلوكية الفلسفية فهى ترفض العقل انطولوجيا. واشهر فلاسفة السلوكية رايل Reyle فى كتابه مفهوم العقل عام 1949.

اذن السلوكية لا تقر بوجود العقل اما عمليا او انطولوجيا و هى تنص على ان المفردات العقلية لا تعبر الا عن سلوك behaviour او النزعة نحو السلوك disposition to behvaiour. اذن الكائنات العقلية هى ليست الا كائنات تتمتع بعقل مستقل عن الجسم بل هى كائنات تتمتع بسلوك ذكى و معقد.

والسلوكية تهتم ايضا كثيرا بالدور العلائقى relational و الوظيفى functional للحالات العقلية وهى اقوى ما نتصف به. لكن ترجمة القضايا و الخواص العقلية الى قضايا و خواص سلوكية تقع بسرعة فى ما يسمى التسلسل النهائى infinite regress او ماهو مشهور عند فلاسفتنا بالدور.

مثال: نأخذ القضية المعبرة عن الحالة العقلية (اعتقاد): الموضوع S يعتقد فى P انها قضية صحيحة.

القضية المعبرة عن الحالة السلوكية هى مثلا: اذا سُئل S (هل P صحيح) فان S سيجيب (نعم P صحيح).

لكن القضية السلوكية تفترض ضمنيا صحة حالات عقلية اخرى مثلا ان S يفهم السؤال و أن S يريد ان يقول الحقيقة و هكذا. وكل واحدة من هذه الافتراضات العقلية الاضافية سنحتاج الى ترجمتها سلوكيا و هذه القضايا السلوكية الاخيرة هى الاخرى ستفترض حالات عقلية اضافية تحتاج الى ترجمة سلوكية و هكذا الى مالانهاية. وهذا هو التسلسل اللانهائى.

ايضا فان السلوكية لا تستطيع ان تفسر السببية العقلية اى كيف يمكن للظواهرة العقلية ان تكون فعالة سببيا. وكما ترون فان السلوكية تعتمد بشكل جوهرى على الحسية empiricism اى على امكانية التحقق من السلوك تجريبيا. وهذا هو مبدأ التحقيق الذى تعتمد عليه الايجابية المنطقية و الذى تجاوزته فلسفة العلم بالقابلية للتكذيب و غيره.

وايضا فان احدى نقائص السلوكية هو عدم تمكنها من اعطاء تفسير للوعى الذاتى بالكواليا qualia التى سنتعرض لها مرات عديدة فيما يلى.

نظرية المطابقة

وكل علوم الوعى هى علوم كلاسيكية. فعلوم الوعى تعتمد على علوم العصبونات و الطب و البيولوجيا و الذكاء الاصطناعى. اما علوم العصبونات و الطب و البيولوجيا فتعتمد على الكيمياء. والكيمياء ستعتمد على الفيزياء. والفيزياء هنا نقصد بها الميكانيك الكلاسيكى لنيوتن. اما الذكاء الاصطناعى فيعتمد على علوم الحاسوب. وعلوم الحاسوب هى كلها كلاسيكية تعتمد على المنطق الكلاسيكى وليس على المنطق الكمومى. ولهذا فان كل علوم الوعى هى علوم كلاسيكية.

اذن كل الكون من أصغر جسيم أولى الى ماهو اصغر منه بكثير الى غاية طول بلانك الى أكبر شيء موجود وهو الكون المرصود و اقوى شيء موجود وهو الثقوب السوداء و ماهو اكبر و اقوى منهما وهو الكون المتضخم فانها كلها تعتمد على الميكانيك الكمومى.

اذن الكون يعتمد على الميكانيك الكمومى اما الوعى فيعتمد على الميكانيك الكلاسيكى. أليست هذه جدلية!

فاذا كان الوعى جزء من الكون المادى (وهذه فرضية المادية) فكان الأولى ان يخضع لما يخضع له الكون ككل. ولربما فعلا الوعى كلاسيكى محض و الكون كمومى مخلوط بالكلاسيكى ولهذا وقع الانفصام بينهما الذى لا نراه الا فى أسس الميكانيك الكمومى و هو أمر فى غاية الصعوبة ولهذا قل من يستسيغه حتى من بين المختصين. ولربما لهذا قال القرآن ان خلق السموات و الارض اكبر من خلق الانسان. و العكس قد يكون الكون فعلا هو كمومى مخلوط بالكلاسيكى لكن الوعى هو كمومى محض و ليس كلاسيكى البتة وان هذا هو مكمن الانفصام بينهما.

نرجع الآن الى علوم الوعى الكلاسيكية. قدمنا المرة الماضية السلوكية وهى احدى نظرات الجسمانية physicalism التى من أهم ما فيها هى اصرارها على العلائقية و الوظائفية المميزة للحالات العقلية. فالعقل هو النظام البيولوجى الذى ينجم عنه السلوك الذكى ليس اكثر و لا اقل. ورغم أن هذه المدرسة لم تصبح رائجة اليوم الا ان كثير من الفلاسفة و العلماء كان تاثيرها عليهم قوى و واضح جدا منهم راسل و فيتغنستاين و دنات.

والسلوكية behaviourism هى الوجه الأول للوظائفية functionalism أما الوجه الثانى للوظائفية فهى نظرية المطابقة identity theory التى هى مذهب آخر من مذاهب الجسمانية. ومن أشهر من قال بها الفيلسوف سمارط Smart.

فى نظرية المطابقة فان الحالات و العمليات العقلية تساوى الحالات و العمليات الدماغية. اى ان العقل مطابق للدماغ. فمثلا الألم هو تشغيل الفايبر fiber الذى يرمز له ب C فى الدماغ. و مثلا الوعى فى العين عند الرؤية هو الاطلاق المستمر فى منطقة القشرة cortex area التى يرمز لها ب V1.

اذن مادامت الحالات العقلية هى مطابقة للحالات الدماغية فلا وجود مطلقا للكواليا و الوعى الظواهرى غير القابل للاختزال للحالات الدماغية. اذن نظرية المطابقة تفسر بكل سهولة الفعالية السببية للحالات العقلية لأن هذه الاخيرة ليست شيئا آخر غير الحالات الدماغية نفسها التى هى فعالة سببيا حسب فرضية الانغلاق السببى. فالدور السببى للحالة العقلية يُستنتج مباشرة من الدور السببى للحالة الدماغية المؤسسه لها.

اما الاعتراضات على نظرية المطابقة فثلاثة:

اولا هى تكسر قانون ليبنيز الذى ينص على انه اذا كان A يطابق B فان A و B يتشاطران كل خواصهما. مثلا الحالة العقلية عند ادراك اللون الاحمر تتميز بالحمرة لكن لا احد يستطيع ان يدعى ان الحالة الدماغية عند ادراك الاحمر تتميز بالحمرة (معضلة الكواليا). ومثلا الحالة الدماغية تقع فى محل -مكان ما من الدماغ- لكن الحالة العقلية لا تقع فى اى محل (اعتراض ديكارت).

ثانيا اذا كان العقل مطابق للدماغ و لا شيء آخر. اذن هناك زومبى اى كائن مطابق للانسان فى كل شيء مادى لكنه لا يتمتع بأى وعى (اعتراض شالمرز و هو اعتراض جدى جدا. وهى معضلة الكواليا و المعضلة الصعبة للوعى بشكل آخر).

ثالثا اعتراض الفيلسوف بوتنام Putnam الذى يسمى حجة تعدد التنفيذ multiple realizability argument و هى بسيطة لكن سأتجنب الحديث عنها الآن -انظر لاحقا- وهو الاعتراض الذى تنجح فيه السلوكية.

اذن الوظائفية تجمع بين تركيز السلوكية على وظائفية الحالات العقلية و بين تفسير نظرية المطابقة للفعالية السببية للحالات العقلية على انها ناجمة من الفعالية السببية للحالات الدماغية المؤسسة لها.

الوظائفية

فى هذه الفقرة نتبع [67, 70].

المادية هى الفلسفة الطاغية اليوم بدون منازع. والفيزياء هى سلاح الدمار الشامل فى يد المادية. والاسلحة الاخرى هى علوم البيولوجيا و علوم الحاسوب. كل هذه العلوم تشارك فى علوم الوعى و تقول ان الوعى يجب ان يكون مادى بشكل او بآخر. عليك فقط ان تجد الحل! والمدرسة الطاغية فى تفسير الوعى منذ الستينات هى بدون منازع الوظائفية functionalism و هى الممثل الشرعى و تقريبا الوحيد اليوم لمذهب الجسمانية physicalism المبنى على الفيزياء و بصفة عامة العلم المادى.

و الوظائفية فكرة ذكية جدا استغرقت من هيلارى بوتنام Hilary Putname حوالى عشرين سنة حتى تمكن من صياغتها الصياغة النهائية التى اقنعت العلماء و الفلاسفة فى بحثه المنشور عام 1967 بعنوان: طبيعة الحالات العقلية the nature of mental states.

بوتنام هو ايضا الفيلسوف الذى طور المقاربة القانونية اليوم بين الحالات العقلية و الحالات الحاسوبية والعقل و الحاسوب كحالات و آلات وظائفية ليست مادية جسمانية. فالحالات العقلية صادرة عن supervene on (أى ناجمة عن و محددة ب) الحالات المادية الجسمانية.

فكما يفهم الفلاسفة قديما قدم العالم على أنه صادر عن الله صدورا ترتيبيا فانه يجب فهم الحالات العقلية على انها صادرة عن المادة صدورا ترتيبيا (وهذا فهمى الشخصى وحتى ترجمتى ل supervene ب "صادر" فهى ترجمة شخصية اخذت فيها بعين الاعتبار اللغة و المعنى معا).

والوظائفية كأغلبية الفلسفات (يندر جدا ان تجد استثناء) قال بها اول من قال بها ارسطو بفكرة الغاية telos وهى نفسها عدة مدراس أهمها و اشهرها و اكثرها انتشارا هى الوظائفية الميتافيزيقية التى سنركز عليها فيما يلى.

الوظائفية تنص بكل بساطة على انه بالنسبة للحالات العقلية فان الوجود هو الوظيفة being is doing فاذن وجود الشيء العقلى يتلخص فيما يمكن ان يفعله ذلك الشيء او يقوم به اى وظيفته لا غير.

بالمقارنة مع الجسم الفيزيائى مثلا الماس فان هذا الجسم لأنه فيزيائى فانه فعلا يتوفر على ماهية فيزيائية و بنيوية. فهو شيء متشكل من ذرات كربون مترتبة بشكل معين وبالتالى فهو جسم موجود بشكل مستقل عن الوظيفة التى يقوم بها او يمكن ان يقوم بها. مثلا الماس يمكنه ان يقطع الزجاج و حتى الفولاذ لكن اشياء كثيرة اخرى يمكنها ايضا ان تقطع الزجاج و الفولاذ. وحتى لو لم يكن هناك ماس يمكنه ان يقطع الزجاج و الفولاذ (يمكننا تصور ذلك) فان الماس لن يتوقف عن الوجود. بعبارة مختصرة فان الجسم الفيزيائى مثلا الماس موجود بغض النظر عن ما يمكن ان يقوم به او يفعله اى وظيفته.

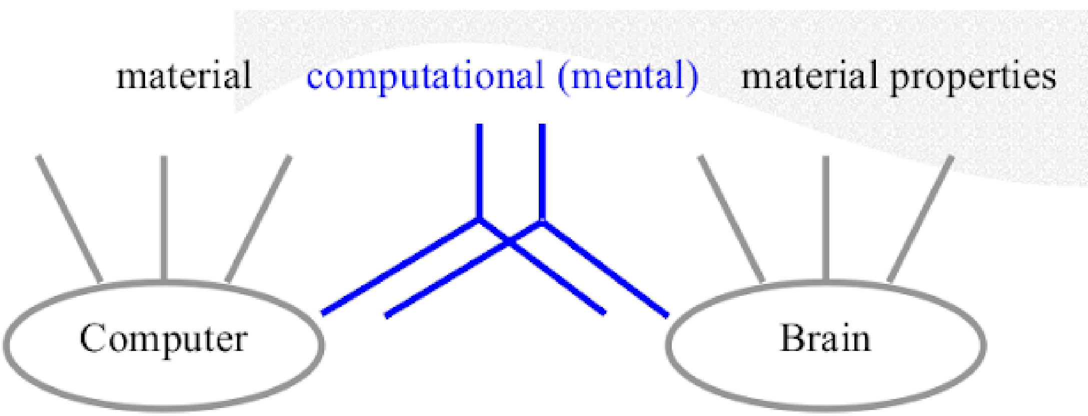
الحالة العقلية ليست هكذا أبدا. فالحالة العقلية تُعرف بالضبط بما يمكن ان تقوم به لا اقل و لا اكثر. المثال الكلاسيكى وهو مثال جيد جدا مثال (المفتاح). فالحالة العقلية مثل المفتاح. فالمفتاح يمكن ان يكون حديدى او بلاستيكى او خشبي او رقمى اى الكترونى. لكن المفتاح هو ليس ذلك الشيء الحديدى او البلاستيكى او الالكترونى الخ. ما يجعل شيئا معينا مفتاح هو فى الحقيقة ليست المادة التى يتركب منها ذلك الشيء لكن الوظيفة او العمل الذى صنع من اجله المفتاح ألا وهى فتح الاقفال. فالمفتاح ليس شيئا ماديا بل هو شيء وظائفى.

امثلة اخرى: كون الشيء (ساعة), كون الشيء (عين), كون الشيء (نائب رئيس) فكل هذه الامور هى اشياء وظائفية.

الحالة العقلية -حسب الوظائفية- مثل المفتاح بالضبط. لا تُعرف بالمادة المصنوعة منها (الدماغ او الحاسوب او اى شيء آخر) لكن تُعرف بالوظيفة التى تقوم بها او من المفترض ان تقوم بها. وهذه الوظائف -التى تُعرف الحالات العقلية- هى الوظائف التى تتوسط بين التحفيز stimulus -وهذه هى المدخليات inputs- و السلوك behavior -وهذه هى المخرجيات outputs-.

اى مثل الحاسوب (الدماغ) الذى يتوسط فيه البرنامج (الوظائف او الحالات العقلية) بين المدخليات و المخرجيات. فالعمليات الحاسوبية يتم تنفيذها realized فى الجمل المادية (الحاسوب الالكترونى) و هى عمليات متعددة التنفيذ multiply realizable بمعنى انه يمكن انجازها اى تحقيقها فى جمل مادية عديدة مختلفة و ليس فقط فى الحاسوب الالكترونى. بنفس الطريقة فان العمليات العقلية يتم تنفيذها فى الجمل المادية (الدماغ) و هى متعددة التنفيذ ايضا (مثلا وجود الألم فى كائنات مختلفة بأدمغة مختلفة) وهذه الاخيرة -اى كونها متعددة التنفيذ- هى فرضية اساسية من فرضيات الوظائفية.

اذن العقل ليس شيئا ماديا مستقلا. فالعقل هو فقط جملة مادية على مستوى أعلى higher level الذى هو مستوى البرنامج (المستوى الاخفض lower level هو مستوى الآلة نفسها التى هى الدماغ). اذن حسب بوتنام فان العقل هو آلة وظائفية و الحالات العقلية هى حالات وظائفية. اى ان العقل هو آلة حاسوبية خاصة جدا لانها تمتع بحالات عقلية.



شكل 25.2: المقارنة بين الوظائفية العقلية و الوظائفية الحاسوبية.

اذن حسب الوظائفية فان هناك جوهرا واحدا هو المادة. لكن المادة تمتع بخواص عقلية و خواص حاسوبية و هى تختلف عن خواصها المادية. الفرق بينهما ان الخواص المادية هى خواص جملة فيزيائية بعينها اما الخواص العقلية و الخواص الحاسوبية فهى خواص تشترك فيها كل الجمل المادية التى تنفذ تلك الحالات العقلية و العمليات الحسابية (وهنا فرضية تعدد التنفيذ). اذن الوظائفية تنجح فى شرط تعدد التنفيذ لبوتنام مثل السلوكية behaviorism و عكس نظرية المطابقة identity theory. وهى ايضا تنجح فى تفسير السببية العقلية mental causation مثل نظرية المطابقة و عكس السلوكية. وهذا لان الحالات العقلية بالنسبة لها منفذة فى الجمل المادية و نعبر عن هذا بالقول التقنى ان الحالات العقلية صادرة عن supervene on الجملة الفيزيائية. وهذا مصطلح فى رأيى خارق للعادة سواء بالعربية او بالانجليزية.

لكن الوظائفية ايضا غير اختزالية بالمرة لان الحالات العقلية لا تختزل للحالات المادية وهذه نقطة قوة و فى نفس الوقت نقطة ضعف لأن كل العلم التجريبى هو اختزالى بطبيعته. و لهذا فان الوظائفية تركز على الاعتبارات الوظائفية (الاعتبارات العليا) و لا تعير اهتمام كافى بالاعتبارات الاومبيريكة بخصوص الترابطات correlations عقل-دماغ. نقطة ضعف اخرى هى ان الوظائفية هى وصفية اكثر منها تفسيرية. ونقطة ضعف اخرى اكثر اساسية هى افتراض الوظائفية ان الوظائف هى خواص موضوعية لا تتعلق بالراصد لكن الوظائف كما بين دنات Dennett و سارل Searle تتعلق بنية الصانع اى أن نية الذى صنع المفتاح و الساعة هى التى تحدد وظيفة المفتاح و وظيفة الساعة.

	Multiple realization	Mental causes
Behaviourism	+	–
Identification Theory	–	+
Functionalism	+	+

شكل 26.2: المقارنة بين السلوكية و نظرية المطابقة و الوظائفية.

لكن الوظائفية تبقى نظرية قوية جدا لا شك فى ذلك. فالوظائفية ضرورية من اجل امكانية الذكاء الاصطناعى. الحالات العقلية يقسمها الفلاسفة الى حالات قصدية intentional states مثل الفهم و الاعتقاد و حالات الوعى conscious states مثل الشعور (العواطف) و الادراك (الحواس). الوظائفية تفسر بالكامل الحالات القصدية بدون شك. و الوظائفية فى نسخها الاقوى تفسر كل الحالات العقلية. او هكذا الادعاء.

أما السؤال الاساسى لعلوم الوعى لماذا تصدر اصلا الحالات العقلية عن الحالات الجسمانية فى الكائنات التى تتميز بها؟

الجواب الذى تعطيه الوظائفية هو ان الحالات العقلية تصدر عن الحالات الجسمانية لانها حالات وظائفية. و أهم الحجج على صحة الوظائفية هى حجة تعدد التنفيذ multiple realizability argument التى اشتهرت على يد بوتنام. هذه الحجة وجهها بوتنام دفاعا عن الوظائفية ضد خصمه العنيد سمارت Smart مؤسس نظرية المطابقة. حسب نظرية المطابقة هناك تطبيق واحد-ل-واحد بين العمليات الدماغية و الحالات العقلية. اذن الألم مثلا وهو حالة عقلية يقابل حالة دماغية A و الحالة الدماغية A تقابل الألم. لكن بالمشاهدة هناك ثديات و زواحف و انواع حية أخرى كثيرة (مثلا الاخطبوط) لا تمتع بدماغ مثل دماغ الانسان لكنها تشعر بالألم يقينا. اذن هناك حالات دماغية كثيرة مختلفة تقابل نفس الحالة العقلية. اذن نظرية المطابقة خاطئة. و العلاقة بين الحالات العقلية و الحالات الدماغية هى ليست تطبيق واحد-ل-واحد بل هى تطبيق واحد-ل-عدة. وهذه هى فرضية تعدد التنفيذ الاساسية بشكل أدق. أما ضد السلوكية فان بوتنام يقدم الحجة الملخصة فى القياس الارسطى (المودوس تولونس modus tollens) فى الصورة. مقدمات هذا القياس هى مقدمات حسية و هى تعتمد على افتراض ممثل كامل perfect actor يتصرف تصرفا مطابقا بالكلية لتصرفى لكنه يتمتع بحالات عقلية مختلفة. وهى فرضية صحيحة بالمشاهدة لكن ترفضها السلوكية اذن السلوكية خاطئة.

P1. If behaviorism is true, it is not possible for there to be a perfect actor or doppelgänger who behaves just like me but has different mental states or none at all.

P2. But it is possible for there to be a perfect actor or doppelgänger who behaves just like me but has different mental states or none at all.

P3. Therefore, behaviorism is not true. (by modus tollens)

P1*. If functionalism is true, it is not possible for me to have a zombie twin, i.e., a doppelgänger who functions just like me but has no mental states.

P2*. But it is possible for me to have a zombie twin.

P3*. Therefore, functionalism is not true. (by modus tollens)

شكل 27.2: القياس الارسطى الذى يلخص حجة بوتنام ضد السلوكية.

4.7.2 الوظائفية الحاسوبية لدنات

ماهى التصميمات الممكنة للدماغ؟

حسب دنات Dennett وهو من اكبر فلاسفة و علماء الوعى فى هذا العصر على الاطلاق فى كتابه (انواع العقل kinds of mind) ص 91 و ما بعدها أن هناك 4 انواع مختلفة من العقل بعضها فوق بعض كل واحد منها متطور استعرافيا على الذى تحته وهى متقدمة على بعضها البعض على حسب قدرتها على التنبؤ بالمستقبل.

اولا هناك العقل الدارويني نسبة الى داروين Darwin احد اكبر ما انجبه العلم الغربى و اكبر علماء الحياة فى كل تاريخها. فهذا هو العقل الغريزى او الغريزة. وهذا عقل ناشئ عن الانتخاب الطبيعى natural selection العشوائى وهو عقل كامل (اى غريزة آلية كاملة) عند الولادة لا يحتوى فى تصميمه على اى امكانية للتكيف افضل مما انتجته الصدفة مع المحيط.

ثانيا هناك العقل السكينرى نسبة الى سكينر Skinner ثانى اكبر علماء السلوكيات بعد مكتشف المنعكس الشرطى conditioning operant الروسى بافلوف Pavolv. فحسب سكينر -وهذا يعجب دنات- فان المنعكس الشرطى هو تمديد للانتخاب الطبيعى على انتاج سلوك متطور اكثر تكيفا مع المحيط. يقول سكينر:

> Where inherited behavior leaves off, the inherited modifiability of the process of conditioning takes over.

فهذا هو اذن العقل السلوكى الذى يتعلم من المحاولة-و-الخطأ trial-and-error و هذا هو فى رأيي الوعى فى ادنى صوره. وهو العقل الذى يسأل قبل ان يفعل: ماذا يجب على أن أفعل الآن؟ وهو لا يعرف الاجابة عن هذا الا بعد المحاولة و الخطأ.

ثالثا هناك العقل البوبرى نسبة الى بوبر Popper فيلسوف العلم الاول فى كل التاريخ. فهذا هو العقل الحسى الذى يمكنه ان يتعلم من التجربة وهذا هو التمييز. اذن هذا هو العقل الذى يمكنه ان يعدل سلوكه قبل ان يجرب و يخطئ الخطأ الذى قد يكون قاتلا. وكما قال بوبر: يدع فرضياتنا تموت فى مكاننا permits our hypotheses to die in our stead.

و لهذا نسب دنات هذا النوع من العقل (وهو ليس فقط الانسان) الى بوبر. اذن هذا العقل هو الذى يسأل نفسه: ماذا يجب على ان افكر الآن؟ قبل ان يسأل نفسه: ماذا يجب على ان افعل الآن؟

رابعا هناك العقل الغريغوريان نسبة الى البريطانى غريغورى Gregory أحد اكبر علماء النفس فى التاريخ. وفى هذا العقل فان المعلومات (ما يسميها غريغورى الذكاء الكمونى potential intelligence) هى التى تؤدى الى السلوك الذكى (الذكاء الحركى kinetic intelligence). وهذا هو العقل الواعى بنفسه و القادر على التأمل و الاستبطان و التجريد و على التعلم من التجريد دون الحاجة الى التجربة. اذن هذا هو العقل العقلى المتكلم. وحسب غريغورى -و دنات معجب جدا به- هذا العقل هو العقل الذكى الذى يمكنه ان يعطى ذكاءا لغيره عن طريق اعطائهم ادوات (واللغة هى اقوى الادوات عند غريغورى) وايضا هو العقل الذكى الذى يزداد ذكاءا من التصميمات الذكية الموجودة فى المحيط الخارجى. هذا العقل هو العقل الذى يسأل نفسه: كيف افكر افضل فيما يجب على ان افكر فيه؟

دنات متحمس جدا للنموذج السكينرى لانه يعتقد ان اى تفسير للوعى سيبتدأ فعلا من هناك و ان اى تصميم للذكاء الاصطناعى سيبدأ من هناك و ايضا لانه يعتقد ان الانتخاب الطبيعى لداروين لا شك فيه أبدا. و دنات رغم انه وظائفى اى يقول بالوظائفية functionalism فى تفسير الوعى الا انه متحمس جدا للسلوكية التى كان سكينر اكبر دعاتها. فالسلوكية behaviourism عنده هى الأم الشرعية للشبكات العصبونية neural network و الترابطية connectionism الطاغية اليوم فى الذكاء الاصطناعى.

فحسب رأيه فان فكرة -ترك المحيط يلعب دورا عشوائيا لكن انتقائيا فى تصميم العقل و الدماغ و الحاسوب-هى فكرة ترجع الى اقدم من داروين. فهى ترجع الى الفيلوسف العملاق هيوم Hume وفلسفته التشاركية associationism فى تفسير العقل التى كان يريد بها هيوم ان يجعل الافكار ideas و الانطباعات impressions فى العقل تترابط تلقائيا فيما بينها من دون تدخل خارجى -مثل الترابط الكيميائى بين الجزيئات- لتشكل العقل السكينرى اى العقل السلوكى الاساس للعقول التى ستأتى بعده.

اذن عند دنات هيوم ابتدأ الذكاء الاصطناعى بفلسفته التشاركية ثم جاء بافلوف و سكينر و واصلا هذا التقدم بمشروعهم العلمى السلوكى ثم جاءت الترابطية و الشبكات العصبونية فى التسعينات. وحاليا تعتبر ما يسمى شبكات ال ABC وهى آلات قابلة للتعلم السليل المباشر لهيوم وبافلوف و سكينر. واغلب الحيوانات عند دنات هى شبكات ABC اى انها قابلة للتعلم بمعنى تغيير سلوكها حسب متطلبات البيئة (وهذا هو المنعكس الشرطى) ثم يصبح ذلك السلوك الجديد غريزى فى الدماغ.

الفرق بين العقل السكينرى و العقل البوبرى ان العقل السكينرى يمكن ان تقتله احدى محاولاته -تذكروا انه مبنى على المحاولة-و-الخطأ-. لكن العقل البوبرى يختار قبل المحاولة. اذن العقل السكينرى الذى ينجو هو ينجو فقط لانه كان محظوظا و قام بالخطوة الصحيحة. لكن العقل البوبرى ينجو لانه ذكى بالشكل الكافى الذى يسمح له بالقيام بخطوات افضل من خطوات الصدفة المحضة. واذا كان العقل الداروينى يعتمد على الانتخاب الطبيعى و العقل السكينرى يعتمد على المنعكس الشرطى فان العقل البوبرى يعتمد على امكانية تمثيل المحيط الخارجى داخليا. اذن دنات يقر ان هناك شيء داخل العقل البوبرى يسميه بالضبط المحيط الداخلى inner enviornment يحتوى على قدر هائل من المعلومات بخصوص المحيط الخارجى. اذن العقل البوبرى لديه قدرة على الانتخاب الداخلى بعد التجربة-و-الخطأ فى المحيط الداخلى بعيدا عن كل الاخطار القاتلة للمحيط الخارجى.

ومن هنا يمكن رؤية العلاقة بين الوظائفية (علاقة العقل بالدماغ) و الحاسوبية (علاقة البرنامج بالحاسوب). فمثلا قد بين علماء السلوكيات فى الثلاثينات و الاربعينات ان كثير من الحيوانات تمتلك قدرة التعلم المتأخر latent learning حول العالم اى التعلم الذى ليس له اى علاقة مباشرة بالتعلم المبنى على المنعكس الشرطى.

مثلا الفئران المتروكة فى متاهة ليس فيها اى أكل فى النهاية تتعلم ايضا طريقها. وهذه الفئران ستكون اسرع فى الوصول الى الاكل اذا وُضع بالمقارنة مع الفئران التى لم تجرب المتاهة ابدا. اذن كيف يمكن ادخال التعلم المتأخر فى شبكات العصبونات ال ABC القادرة على التعلم؟.

العقل الاخير وهو العقل الغريغورى يزيد على العقل البوبرى فى كون محيطه الداخلى يركز على الاجزاء المصممة جيدا (اى التى تحتوى على معلومات اكثر) من المحيط الخارجى وهو ايضا العقل الذى يمكنه ان يستفيد افضل من المعلومات التى توفرها العقول الاخرى.

Darwinian minds	Hard-wired to respond in an efficient way to their environment	(blood) cells, thermostats, counters, etc.
Skinnerian minds	Ability to learn via operant conditioning (trial and error)	Worms, primitive insects, etc.
Popperian minds	Ability to learn by anticipating experience.	Rats, dogs, cats etc.
Gregorian minds	Ability to learn and to represent self-consciously, capable of self-reflection.	Chimpanzees, Humans.

شكل 28.2: انواع العقول/الادمغة حسب دنات.

وظائفية دنات

دنات Dennett هو أحد أكبر علماء و فلسفة الوعى فى هذا العصر. وهو يتبنى نوع من الوظائفية الحاسوبية functionalism computational المشروحة باقتضاب فى مقال سوزان شنايدر [69]. فالوعى عنده هو آلة افتراضية virtual machine متطورة evolved ومازالت تتطور evolving.

و النموذج الذى يدعو اليه يسميه النموذج المتعدد النسخ multiple drafts model مع ميل شديد لما يسمى نظرية فضاء العمل الشامل global workspace theory.

ومن اهم آراء دنات هو معارضته لكل المذاهب الجسمانية الموجودة و من ضمنها الوظائفية فى كونها مذاهب ديكارتية مادية Cartesian materialism رغم انها ليست مذاهب ثنائية ديكارتية. فهى كلها تفترض وجود الأنا المركزى فى العقل الذى يتفرج على تيارات الوعى streams of consciousness كما يتفرج المشاهد على المسرحية فى المسرح. ودنات يصر و يؤكد على انه لا يوجد شيء مركزى فى العقل فكل شيء هو معالجة مكثفة للمعلومات بالتوازى parallel information processing.

والأنا عنده لا شيء آخر بل هو مركز ثقل السرد center of gravity of narrative و ليس شيء مركزى فعلا فى الدماغ. اذن دنات يرفض شخصنة الوعى و هذا يذكرنى بالفلاسفة الالهية الذين يرفضون شخصنة الاله.

و دنات هو ايضا من اكبر المعارضين لفكرة الفجوة التفسيرية explanatory gap بين الفيزيائى و العقلى او ما يسمى ايضا بمعضلة الوعى الصعب hard problem of consciousness او معضلة الكواليا qualia.

و معضلة الكواليا تنص بكل بساطة على ان الحالات العقلية الواعية conscious mental states اى التجربة **experience** لا يمكن اختزالها للحالات العقلية القصدية intentional mental states. بعبارة اخرى الوظائف **functions** التى تفسر الحالات العقلية القصدية مثل الاعتقاد و الفهم و الفكر غير كافية تماما لتفسير الحالات الواعية مثلا الألم و اللون و الذوق و الحب و الخوف و غيرها من حالات الشعور (العواطف) و الادراك (الاحاسيس).

يقدم دنات نقدا لاذعا لهذه النظرة ينم عن عمق فى الفهم عن طريق مقارنة الوعى بالحياة و تصور ان هناك معضلة صعبة للحياة (ما يسمى الحيوية vitalism) مثلما ان هناك معضلة صعبة للوعى كما يدعى شالمرز **Chalmers** و نايغل **Nagel** و كورك **Kirk** يقول: المعضلات السهلة للحياة تتضمن تفسير الظواهر الآتية: التكاثر, النمو, الأيض, الصيانة و المناعة. هذه الظواهر بطبيعة الحالة ليست سهلة ابدا فقد تأخذ قرنا آخر او اكثر حتى يتم فهمها بشكل ادق لكنها تبقى سهلة بالمقارنة مع المعضلة الصعبة: الحياة نفسها.

يواصل دنات هذا الساركازم sarcasm المعرفى (الاستهزاء المعرفى) العميق بالقول: يمكننا ان نتصور اذن شيئا قادرا على التكاثر و على النمو و على الايض و على الصيانة و على المناعة لكنه ليس حيا!! اه.

وهذا من افضل ما وجدت فى نقد الكواليا. لكنه حقا دليل خطابى و ليس برهان.

هذه المقارنة يرفضها ايضا شالمرز لأن الشيء الوحيد -حسب شالمرز- بالنسبة للحياة الذى يجب تفسيره هو البنية و الوظيفة. اما بالنسبة للوعى فهناك البنية و الوظيفة و ايضا التجربة. و لهذا فان شالمرز يفترض ان التجربة (اى الكواليا او الحالات العقلية الواعية) هى مكونات اساسية للطبيعة غير قابلة للاختزال على نفس مستوى الجسيمات الاولية و هذا مما يزيد فى حنق دنات و غيره من الوظائفيين و غيرهم من الجسمانيين و وجدت بعضهم يسميها رجعية و فلسفة رجعية و علم رجعى!!.

وحسب كاتبة المقال فى المرجع -وهى وظائفية حاسوبية من اتباع دنات- فانها تُقر و تعترف ان "الحجة على من ادعى" تقع على عاتق دنات و ليس على عاتق شالمرز لان دنات ينكر شيء يبدو صحيح فى الفطرة وهو ان التجربة تتجاوز الوظيفة experience outruns function. انظر ص 322 الفقرة الثانية السطر الثانى.

بعد ذلك تُقدم الكاتبة عرض لنقد دنات للزومبى الفلسفى و هو نقد لاذع آخر مملوء بالاستهزاء.

لكن أهم نقطة فى هذا المقال هو ان الكاتبة تؤكد ان دنات ليس الغائى **eliminative** اى انه لا يلغى الكواليا كما يظن البعض بل رأيه معقد الى حد ما.

فالكواليا غير موجودة لأن التفسيرات التى يعطيها دنات (التفسير الاول يسميه اوروالي نسبة للروائى المشهور اوروال **Orwell** و التفسير الثاني يسميه ستاليني نسبة الى ستالين!! ودنات يرفضهما معا) لا يمكنها التمييز بين حالات ظواهرية مختلفة لانها حالات تتميز بأزمان قصيرة جدا (المثال يخص بالضبط حالة الظاهرة فاى Phi phenomena). انظر نص دنات نفسه الذى اقتبسته الكاتبة اعلى صفحة 316.

5.7.2 البيولوجية الطبيعية لسارل

البيولوجية الطبيعية biological naturalism لسارل **Searle** هى حسب مؤلفها النظرية الجسمانية الأكثر انسجاما مع الفطرة لانها لا تحاول التخلص من الوعى الظواهرى او اختزال الكواليا الى المادة. فسارل يرفض مبدأ تعدد التنفيذ لبوتنام و يقول ان الدماغ هو الجملة البيولوجية -و بصفة عامة الطبيعية- الوحيدة التى انتجها التطور و التى تتميز بوعى و عقل. اذن الدماغ هو جملة طبيعية مخصوصة جدا لانه بكل بساطة الجملة البيولوجية الوحيدة التى تتمتع بوعى.

نظرية سارل البيولوجية الطبيعية تعتمد على اربع اسس يقول عنها مؤلفها انها فطرية و بديهية هى:

اولا كل الحالات الواعية هى حالات نوعية **qualitative** اى كواليا.

ثانيا الحالات الواعية هى من الناحية الانطولوجية حالات ذاتية subjective اى تجربة.
ثالثا الوعى واحد single و موحد unified.
رابعا اغلب الحالات الواعية هى حالات قصدية intentional فهى حالات بخصوص الاشياء.
هذه الاسس الاربعة هى تعريف الوعى عند سارل.
اما علاقة هذا الوعى بالعالم الخارجى فيلخصها سارل فى اربعة علاقات اساسية:
اولا الوعى هو جزء حقيقى من العالم غير قابل للاختزال.
ثانيا الاساس النورونى او العصبونى للوعى هى العمليات الدماغية.
ثالثا الحالات الواعية تُنفذ فى الدماغ كحالات المستوى الاعلى للنظام فوق الحالات الدماغية التى تلعب دور حالات المستوى الاخفض للنظام (قارنوا بالحاسوب).
رابعا الحالات الواعية لانها جزء من العالم فانها تؤثر سببيا.
انظر الفصل ال 25 من كتاب فلسفة و علوم الوعى [72] من اجل تفصيل اكثر و من اجل المراجع.

6.7.2 الاعتراضات ضد الجسمانية و الوظائفية

الغرفة الصينية و الزومبى الفلسفى

ومن أقوى الاعتراضات على الوظائفية نذكر الغرفة الصينية و الزومبى الفلسفى.

نبدأ بأهم الاعتراضات على الوظائفية الحاسوبية و هى الغرفة الصينية chinese room لسارل Searle. اذن الوظيفة التى هى الحالة العقلية هى برنامج حاسوبى (الذكاء الاصطناعى القوى strong AI). الجملة التى تحاكى العقل الوظائفى فى هذه الحالة يتصورها سارل على انها غرفة محكمة الاغلاق. سارل نفسه موجود داخل الغرفة مع مكتب و اقلام و اوراق و كتب تحتوى على البرنامج (الوظيفة). الراصد خارج الغرفة يحدد المدخليات inputs التى هى عبارة عن اسئلة مكتوبة باللغة الصينية. وسارل الذى لا يتقن الصينية يتبع الارشادات الموجودة فى الكتب (البرنامج) من اجل الاجابة على هذه الاسئلة الاجابة الصحيحة ثم يمررها الى الراصد الخارجى كمخرجيات outputs. سارل داخل الغرفة لا يتقن الصينية اذن لا يفهم الاسئلة و ليس له اعتقاد بخصوصها (اى ليس له حالات قصدية ابدا) وهو يوفر الاجابة الصحيحة حسب البرنامج اتوماتيكيا دون ان يفهم ايضا الاجابة لانها بالصينية و ليس له اى اعتقاد بخصوصها ايضا.

بالنسبة للراصد الخارجى -حسب الوظائفية- فان الغرفة تفهم و لها اعتقاد اذن لها حالات عقلية قصدية. وهذا لانه حسب الوظائفية الحالة العقلية تُعرف بوظيفتها ليس بشيء آخر و الوظيفة هنا تمت على أتم وجه. اذن يستنتج سارل من هذا الجواب غير المعقول ان الوظائفية على الاقل الحاسوبية منها يجب ان تكون خاطئة.

الاعتراض الثانى الاقوى على الوظائفية هو الزومبى الفلسفى. فى الزمبى الفلسفى فاننا نقبل الادعاء الخارق للعادة ان الغرفة الصينية لسارل تفهم الصينية و لها اعتقادات لان الحالة العقلية هى الوظيفة و الوظيفة هنا تمت بشكل صحيح. لكن الزومبى الفلسفى اقوى من الغرفة الصينية لانه رغم قبوله بان الغرفة الصينية تفهم فهو لا يستطيع ان يقبل ان الغرفة الصينية لها وعى ظواهرى بالاشياء او كواليا qualia. كما قال نايغل Nagel فانه لا يوجد شيء هناك "مثل" ان تكون الغرفة الصينية

there is nothing that “it is like” to be the Chinese Room

مثلما انه يوجد شيء هناك "مثل" ان تكون الخفاش

there is something that “it is like” to be a bat

و مثلما انه يوجد شيء هناك "مثل" ان تكون النبى ابراهيم عليه السلام او اى شخص آخر الذى هو ذلك الشخص.

فالغرفة الصينية رغم انها تفهم -اذا سلمنا بذلك حسب مسلمات الوظائفية- فانها لا تتمتع بوعى ظواهرى phenomenal consciousness اى حالات عقلية و اعية مثل الادراك و الشعور و الكواليا و غيرها. اذن حتى لو كانت الوظائفية تصلح للحالات القصدية فانها لاتصلح للحالات الواعية.

غياب الكواليا absent qualia كما تسمى ايضا هذه المعضلة تعطى ايضا بالقياس الارسطى الصورى فى الصورة. فى هذا القياس يمكننا ان نتصور توأم متطابق جسمانيا و وظائفيا لكن احدهما يتمتع بالكواليا (الآدمى) و الاخر لا يتمتع بالكواليا (الزومبى). المقدمة الاولى هى ادعاء الوظائفية ان كل العقلى هو وظائفى. اذن لا يمكن ان يكون هناك توأم كما ذكرنا اعلاه. لكننا يمكن ان نتصور هذا التوأم. العقل لا يحيل هذا الامر و حتى المشاهدة لا تحيل الامر. من يدرينا فقد تكون كل العقول الاخرى هى فى الحقيقة زومبيات. اذن الوظائفية خاطئة.

P1*. If functionalism is true, it is not possible for me to have a zombie twin, i.e., a doppelgänger who functions just like me but has no mental states.

P2*. But it is possible for me to have a zombie twin.

P3*. Therefore, functionalism is not true. (by modus tollens)

شكل 29.2: القياس الارسطى الذى يلخص حجة الزومبى الفلسفى.

غرفة مارى أو حجة المعرفة و الانسان ليس كمثله شيء

هناك شيء ما بخصوص مارى there is something about Marry ليس الفيلم الكوميدى الشهير بطولة كامرون دياز Cameron Diaz بل الكتاب الشهير الذى يحتوى على ردود فلاسفة وعلماء الاستعراف و العصبونات و الذكاء الاصطناعى من امثال دنات Dennett و لويس Lewis و تشورشلاند Churchland على الغيدانكن Gedanken (اى التجربة الفكرية) للفيلسوف جاكسون المعروفة باسم غرفة مارى Marry's room او بالاسم الاكثر علمية حجة المعرفة Knowledge argument وهى الحجة التى تهدف الى دحض الجسمانية physicalism فى وصف الظواهر العقلية.

والجسمانية-اى الفيزيائية او المادية -وهى مذاهب كثيرة جدا مثل الوظائفية functionalism و نظرية الهوية theory identity و الالغائية eliminativism و السلوكية behaviourism- تهدف كلها الى اختزال العقل للمادة بشكل او بآخر.

غرفة مارى هى تجربة فكرية أبسط لكن فى نفس قوة تجربة خفاش ناغل Nagel's bat وهى مقنعة جدا بل على العكس تبدو بديهية.

ومن اكبر المدافعين علي هذه التجربة -وربما الوحيد- فيلسوف العقل المشهور شالمرز Chalmers وهو احد الفلاسفة النادرين فى هذا العصر الذين مازالوا يدافعون عن الثنائية اى غير قابلية العقل للاختزال الى المادة -لكن اذكر ايضا الفيلسوف الآخر العبقرى ناغل Nagel- والهدف من التجربة بالضبط تبيان ان الكواليا qualia -مفرد كوال quale- لا تقبل الاختزال الى العمليات الفيزيائية-الكيميائية-البيولوجية التى تقع فى الدماغ.

والكواليا تقع فى قلب معضلة الجسيم-و-العقل من الناحيتين الفلسفية و العلمية. والكواليا هى ما يسميها شالمرز المعضلة الصعبة للوعى hard problem of consciousness فى مقابل كل المعضلات الأخرى للوعى التى هى معضلات سهلة و هذا ما اثار حفيظة دنات الذى يرد على شالمرز بالقول ان كل معضلات الوعى صعبة و هو محق. لكن شالمرز ايضا محق فان الكواليا تتميز بذاتية ليس من الواضح ابدا كيف يمكن اختزالها للطب و البيولوجيا و الكيمياء و الفيزياء.

والكواليا او المعضلة الصعبة للوعى تعرف ايضا باسم الفجوة التفسيرية explanatory gap.

لكن ماهى بالضبط الكواليا؟

الكواليا هى الخواص الذاتية الكيفية للتجارب الحسية الواعية التى يعيشها الانسان اى الحواس التى يجربها الانسان فى كل لحظة من حياته. اذن الكواليا هى الخواص النوعية للحواس. فالكواليا هى كيف تبدو الاشياء لنا. يقول دنات (وهو اساسا احد المعارضين للكواليا) عنها: الكواليا هى مصطلح غير مألوف يعبر عن شيء لا يمكن ان يكون مألوفا اكثر مما هو مألوف لكل واحد منا: الطرق التى تبدو بها الاشياء لنا.

an unfamiliar term for something that could not be more familiar to each of us : the ways things seem to us.

يقول دنات هذا القول رغم انه معروف عنه محاولة الاختزال الشديدة للوعى حتى ان كتابه الشهير: الوعى مفسرا Explained Consciousness قال عنه النقاد بل هو: الوعى مفسرا بعيدا Consciousness Explained Away و التفسير البعيد لشئ هو التخلص من ذلك الشيء و ليس تفسيره. لكن دنات يبقى احد الدعائم الاساسية لعلوم و فلسفة الوعى فى هذا العصر.

نأخذ امثلة على الكواليا. مثلا عندما نرى زهرة حمراء. فذلك الانطباع الذى نجده فى انفسنا من الحمرة هو الكواليا فى هذه الحالة. و السؤال الاساسى كيف ينبعث ذلك الانطباع بالحمرة الذاتى الواعى من العمليات البيولوجية التى تقع فى الدماغ. فكل شخص يرى الحمرة بطريقته و نحن نفترض فقط اننا نرى كلنا الحمرة بنفس الطريقة (التجربة الاخرى للكواليا المقلوبة المشهورة باسم الطيف المقلوب inverted spectrum للفيلسوف لوك Lock).

مثال عندما نتذوق عسل حلو. كيف ينبعث ذلك الانطباع بالحلاوة الذى نجده من التفاعلات الكيميائية فى الجسم و الدماغ. ليس امرا واضحا البتة وهى معضلة حقيقية. ولهذا عبر عنها ناغل بشكل اقوى كيف ينظر الخفاش الى العالم. و هذا حتى لو اعطانا العلم

كل شيء يمكن ان يُعرف حول الخفاش. هل يا ترى سيُمكننا ان نرى العالم كما يراه ذلك الخفاش عبر كل ذلك العلم الذى اكتشفناه حوله. يا هل ترى اذا عرفنا كل شيء يمكن ان يُعرف حول وعى و عقل الانسان من الناحية العلمية البيولوجية و الكيميائية و الفيزيائية هل يمكننا فعلا ان نرى العالم كما يراه الانسان الذى هو ليس نحن. هل سيسمح لنا العلم يوما ما بالنظر الى العالم كما كان يراه مثلا فرعون او النبي محمد صلى الله عليه و سلم او اى كائن انسانى آخر غير أنفسنا التى فى جنباتنا. الجواب يبدو لى بديهيا لا. وهذا هى المعضلة الصعبة للوعى او الفجوة التفسيرية. ونجد اقوى الفلاسفة فى هذا العصر ناغل و شالمرز من هذا الرأى. واقوى الفلاسفة الآخرين مثل دنات ضد هذا الرأى.

بعد هذا التحضير الطويل ماهى تجربة مارى فعلا؟

يقول جاكسون: مارى هى امرأة نفترض انها عاشت كل حياتها داخل غرفة ابيض و اسود. و ان كل تواصلها مع العالم الخارجى هو عبر شاشات التلفزيون ابيض و اسود. وايضا نفترض ان مارى هى عالمة اعصاب متخصصة بالضبط فى الفيزيولوجيا-العصبية للألوان. اى كيف يرى الانسان الالوان فى الدماغ. ونفترض ايضا انها ليست مثل اى عالم بل هى عالمة اعصاب خارقة للعادة. فهى اكتشفت كل شيء فيزيائى يخص الوعى الانسانى للالوان. كل شيء وظائفى او سلوكى يخص عمل الدماغ. كل التفاعلات الكيميائية و دورها. كل البيولوجيا الضرورية فى تفسير معضلة العقل-و-الجسم كيف و ماذا تعمل. اذن مارى تعرف تماما كل شيء يحدث فى الدماغ عندما ننظر الى حبة طماطم ناضجة. لكن بطبيعة الحال هى لم ترى حبة الطماطم الحمراء الا عبر الشاشات ابيض و اسود. ماذا يحدث عندما يطلق سراح مارى من الغرفة ابيض و اسود التى عاشت فيها طيلة حياتها او تعطى تلفزيون ملون؟ هل ستتعلم شيئا جديدا عندما تخرج و تجرب العالم بالوانه المعهودة عندنا. مثلا نقدم لها حبة طماطم حمراء. جاكسون يجيب بالقول نعم. فان مارى ستتعلم شيئا جديدا هو التجربة الذاتية الواعية باللون الاحمر اى كواليا رؤية الاحمر. ويتفق معه شالمرز تماما. وناغل بتجربته الاشهر و الاقدم هو على هذا الرأى منذ السبعينات.

صياغة تشورشلاند لهذه التجربة (وهو معارض شديد لها) فى قياس منطقى أرسطى وجدتها افضل كثيرا لضبط الفهم.

المقدمة الاولى: مارى تعرف كل شيء يمكن ان يُعرف حول حالات الدماغ و خواصها.

المقدمة الثانية: مارى لا تعرف كل شيئ يمكن ان يُعرف حول الأحاسيس و خواصها.

النتيجة: اذن حالات الدماغ و خواصها لا تساوى الأحاسيس و خواصها.

نستنتج مباشرة ان الكواليا وهى الخواص الذاتية الواعية للتجارب الحسية فعلا موجودة و ان الجسمانية خاطئة او بالاحرى ناقصة.

بعد هذه التجربة رجح حاكسون (لانه يعتقد ان الفيزيولوجيا physiology مكتملة تفسيريا) نظرية الايبيفينومينااليزم epiphenomenalism التى تنص على ان الحالات العقلية تتسبب فيها الحالات المادية لكن الحالات العقلية لا تسبب اى شيء فى العالم المادى. لكنه رجع بعد ذلك عن الايبيفينومينااليزم لكن رأيه اصبح غير واضح و هو مكتشف التجربة.

اظن التجربة قوية جد و هى تعبر فعلا عن نتيجة ناغل الاصلية بخفاشه:

ماهو مثل ان تكون شخصا غيرك؟ What is it like to be somebody else?

التى اريد ان اعربها ب (الانسان ليس كمثله شيء) بمعنى اننا لا يمكن ابدا ان نعرف كيف ينظر غيرنا الى العالم مثلما اننا لا نستطيع ابدا ان نعرف كيف هو الله سبحانه و تعالى فى ذاته (ليس كمثله شيء) و لله المثل الاعلى.

معضلة العقول الاخرى و الزومبي الفلسفى

معضلة العقول الاخرى تتلخص فى كيف يمكن فعلا البرهان على وجود العقول الاخرى لان كل الذى يمكن ملاحظته من الآخرين مباشرة هو السلوك. والسلوك مهما كان معقدا او مركبا او متطورا فهو لا يعبر ضرورة عن وعى و ادراك و عقل معقد ومركب و متطور (تجربة الغرفة الصينية لسارل و تجربة الامة الصينية). وهذه معضلة ابيستيمولوجية ذات علاقة بمعضلة الزومبي الفلسفى ويمكن ان تُحل فى اطر ميتافيزيقية معينة لماهية العقل مثلا فى اطار ما يعرف بالسلوك الفلسفى. وفى التوجه الفلسفى المعروف بوحدة الانا solipsism فان هذه المعضلة ليس لها حل بمعنى انه لا يوجد فعلا اى عقل آخر غير العقل الانا الخاص بكل ملاحظ. وشخصيا اظن ان هذا التوجه هو الاقرب للحقيقة و اذا تطرقنا اكثر منهم فاننا نقول انه لا يوجد اى عقل حتى العقل الأنا و كل هذه التجارب التى تناهى وجودها لنا ما هى الا مظاهر للعقل الاول (فهمى الشخصى لابن سينا و افلوطين).

ويبقى الوعى فعلا من اغمض الظواهر الكونية. فحتى التعريف فلا احد يَعرِف كيف يُعرِف الوعى. فأفضل ما قيل فيها (فى رأيى) ان الوعى هو الروح وانه الذاتية. وافضل اوصافها غير المباشرة قول الفيلسوف نيغل: كيف هو الاحساس ان تكون خفاشا؟ وهو بهذا يريد ان يقول ان كل العلم (واضيف الفلسفة و الدين) مهما بلغ من التطور فى وصف ميكانيكية وعى الخفاش فانه لن يصل ابدا الى وصف كيف يظهر فعلا العالم للخفاش اى وعى الخفاش فعلا. فوعى الخفاش هى تجربة الخفاش الذاتية الموجودة بداخله و هى ستضيع

معه بموته و كل خفاش له تجربة مختلفة عن تجارب الخفافيش الاخرى وكلها ستضيع بانقراض الخفافيش. وهذه الحجة من ابسط و اقوى و افضل ما قرأت فى كل الكلام و الفلسفة ضد الوعى الجسمانى.

ومن تجليات تعقيدات الوعى انه يُدرس تقريبا فى كل مكان: الفلسفة, الفيزياء النظرية, البيولوجيا, علم النفس, علوم الاستعراف, علوم العصبونات, الحاسوبية النظرية. وهذا ان دل على شيء فانما يدل على ضياع الانسان فى تحديد ابسط ماهيات وعيه. ثم تسائلت و قلت اذا كنتم لا تستطيعون تعريف الوعى فهل تستطيعون تعريف عدم الوعى. ثم اجبت نفسى متيقنا انهم يقينا قد فكروا فى هذا الامر. وبعد بحث صغير جدا وجدت ان عدم الوعى يعرف تماما فى ما يسمى الزومبى الفلسفى philosophical zombie وهو بالتعريف كائن يتميز بكل المظاهر الوظائفية و السلوكية التى يتميز بها الانسان الواعى الى الحد ان لا يمكن التفريق بينه و بين الانسان من السلوك وحده لكن هذا الكائن لا يتميز بأى وعى. بعبارة اخرى لا يوجد داخل هذا الكائن اى احد. وهذا هو عدم الوعى او الزومبى الفلسفى. هو الانسان الذى ليس بداخله انسان.

الدماغ الصين

حسب الوظائفية functionalism فان العقل هو وظائف الدماغ. اذن بعبارة اخرى فان العقل فى الوظائفية هو:
-مدخلات حسية sensory inputs.
-مخرجات سلوكية behavioral outputs.
-حالات عقلية داخلية مرتبطة سببيا ببعضها البعض.

ومن اهم الاعتراضات على هذا النموذج نجد التجربة الافتراضية التى تعرف بتجربة الامة الصينية او الدماغ الصين ل لورانس دايفيس Lawrence Davis و ناد بلوك Ned Block.

الامة الصينية تحتوى على 1,5 مليار من البشر و هو اقل من عدد العصبونات (النورونات) فى الدماغ التى تقدر ب 100 مليار. لكن مع هذا لنستعمل الامة الصينية لمحاكاة عمل الدماغ كالاتى. كل شخص صينى سيقوم بدور عصبون. سنفترض ان هذا الشخص سيتواصل بشكل متبادل مع غيره من الصينيين مثلما يتواصل بشكل متبادل كل عصبون فى الدماغ مع بقية العصبونات فى الدماغ. مثلا عبر الراديو او الواكى-تاكى او التليفون او اى وسيلة اخرى. اذن هذه التليفونات او غيرها من الوسائل تقوم بدور او بالاحرى تحاكى عمل الاكسونات axons و الداندرايتات dendrites التى تربط بين النورونات فى الدماغ.

من الناحية المبدأية هذه المحاكاة ممكنة تماما.
الحالة العقلية للامة الصينية يمكن رؤيتها اذن عبر الاقمار الصناعية من اى مكان.

نوصل الآن هذا الدماغ الصين العملاق بجسم لتوفير المدخلات الحسية و كذا المخرجات السلوكية التى تشكل كلها مع بعضها البعض ما تسميه المدرسة الوظائفية بالعقل.

السؤال الذى يطرح مباشرة الآن: هل هذا الدماغ الصين العملاق مع الجسم الذى وُفر له لتحقيق المدخل الحسى ثم المخرج السلوكى هل كل هذه الجملة فعلا تمتلك عقل؟

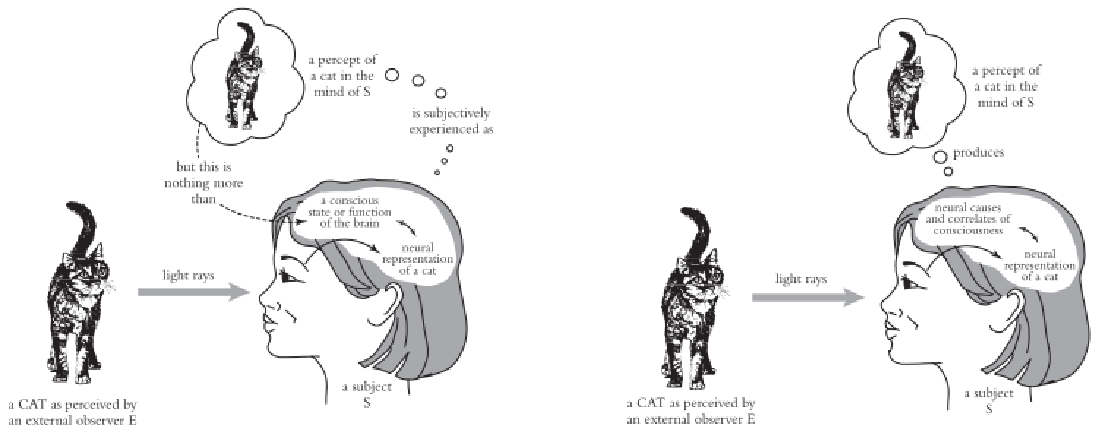
الجواب الذى يعطيه اصحاب التجربة دايفيس و بلوك و كثير غيرهم من فلاسفة العقل و النظريون الفيزيائيون و الحاسوبيون مثلا سارل Searle , بنروز Penrose و شالمر Chalmer هو أكيد لا. الدماغ الصينى لا يتوفر على عقل.

من الجهة الاخرى نجد عالم العصبونات دنات Dennett يقول نعم. فهذا كل ما تحتاجه لانبعاث العقل. فالعقل ليس الا وظائف الدماغ.

شكل 30.2: الدماغ الصين.

الثنائية و الاحادية و الغمائضية

الخلاف بين الثنائية الديكارتية (ثنائية الجوهر, ثنائية الصفة, التفاعلية,...) و الأحادية المادية (الجسمانية الاختزالية, الانبعاثية,...) حول الوعى كبير جدا. لكن هناك توجهات أخرى كثيرة مثلا الاحادية المحايدة (سبينوزا) و الاحادية الانعكاسية (راسل) و الاحادية المثالية (كانط و هيغل و غيرهم كثير من القدماء) والغمائضية (شالمرز) و الوظائفية الحاسوبية (دنات) و غيرها كثير. و فى الحقيقة فانه يصعب جدا الاحاطة بكل الاراء حتى على المختص.
الفرق الاساسى بين الثنائية الديكارتية و الاحادية المادية ان الثنائية تفترض ان تصورنا الذهنى هو شيء موجود غير مادى مرتبط سببيا باحدى حالات الدماغ لكن المادية تفترض ان تصورنا الذهنى للقط هو شئ موجود مادى هو بالضبط احدى حالات الدماغ. لاحظوا انهما يتفقان ان تصورنا الذهنى للقط مختلف عن القط المادى الظواهرى. فى الاحادية الانعكاسية مثلا خاصة راسل لا يوجد تصور ذهنى للقط مختلف عن القط الظواهرى.



شكل 31.2: المقارنة بين الاحادية الانعكاسية لراسل و الثنائية الديكارتية. صورة مأخوذة من [72].

ما يميز كانط Kant عن غيره من الفلاسفة هو مايسمى بالفلسفة المتسامية transcendentalism. بعض ما يعنيه هذا الامر أن هناك واقع خارج نطاق التجربة و الخبرة و الحواس. مثلا حسب مارك رولاندس Mark Rowlands الوعى هو شئ حقيقي لكنه ليس موجود فى اى مكان.
اذن التجارب الذاتية هى ليست جزء من الواقع لكنها فقط منافذ نحو الواقع. هذا نوع من الفلسفة الغمائضية mysterianism المبنية على المتعالية و هذا ما جذبنى اليها لاننى اجد نفسى دائما مجذوب نحو كانط. هذا الموقف يصل فى النهاية الى انه لا يوجد تفسير للوعى حتى لو كانت امكانياتنا المفاهيمية هى امكانيات الهية وهذا ما يميز هذه الفلسفة الغمائضية المتعالية عن باقى الفلسفات الغمائضية (خاصة شالمرس Chalmers مثلا و ايضا ماكغينس McGinn's).
انظر الفصل ال 26 من كتاب فلسفة و علوم الوعى [72].

7.7.2 الثنائية الطبائعية لشالمرز

الوعى السهل هو الوعى الذى يمكن تفسيره وظائفيا functionally اما نورونيا neuronal وهذا هو المستوى المنخفض low-level او استعرافيا cognitivally وهذا هو المستوى المرتفع high-level فى علوم العصبونات و علوم الاستعراف. المستوى الاعلى هو مثل مستوى علوم الحاسوب اى البرنامج. اما المستوى المنخفض فمثل مستوى هندسة الحاسوب اى الآلة.
يعطى شالمرز Chalmers الامثلة فى الصورة للوعى السهل وهى كلها كما سيبين فى مقاله فى [72] ستحتاج فقط الى تحديد وظيفة اى تحديد ميكانيزم نورونى يقوم بتلك الوظيفة حتى نفهم ذلك النوع من الوعى و لهذا فهو سهل. فهو ليس سهلا سهولة ذاتية بل هو سهل بالمقارنة فقط مع غيره اى انه سهل سهولة نسبية.
اما الوعى الصعب فهو معضلة الكواليا qualia او الوعى الظواهرى phenomenal consciousness.
فلماذا يمكننا صناعة حاسوب بحالات عقلية قصدية intentional لكننا لا نستطيع صناعة حاسوب بحالات وعى consciousness أو ظواهرية phenomenal او كواليا qualia؟
لأن الاولى وظائفية functional فعلا اما الثانية فليست كذلك. هذا هو رأى الفيلسوف الامريكى جايغوون كيم Jaegwon Kim وهو فيلسوف جسمانى physicalist فى فلسفة العقل. كيم يعتقد ان الكواليا يمكن ان تصفها الانبعاثية emrgentism فى الاخير. لكن شالمرز Chalmers يرفض حتى هذه الامكانية و يصر على ان هذا ايضا غير ممكن فالانبعاثية هى ايضا وظائفية.

1 the ability to discriminate, categorize, and react to environmental stimuli;
2 the integration of information by a cognitive system;
3 the reportability of mental states;
4 the ability of a system to access its own internal states;
5 the focus of attention;
6 the deliberate control of behavior;
7 the difference between wakefulness and sleep.

شكل 32.2: بعض الامثلة عن الوعى السهل.

أعطى فرق اوضح وجدته عند سارل Searle وهو جسمانى physicalist بل افضل جسمانى قرأت له لحد الآن. الوعى السهل هو سهل لانها ظواهر تحدث من وجهة نظر الضمير الثالث 3rd-person perspective أى (هو) اى انها مثل ظواهر الفيزياء التى تحدث كلها من وجهة نظر الضمير الثالث اى انها ظواهر موضوعية objective بشكل واضح.

اما الوعى الصعب فهو صعب لانها ظواهر تحدث من وجهة نظر الضمير الاول 1st-person perspective أى (أنا) اى انها ظواهر ذاتية و لهذا فهى بعيدة تماما عن طرق الفيزياء.

(باستثناء الميكانيك الكومى. يبدو ان سارل مثل شالمرز يستسهل الكومى لانهما لا يعرفناه جيدا لكن بنروز Penrose و غيره من الفيزيائيين النظريين المهتمين لم يستسهلوا ابدا الوعى رغم انهم لا يعرفونه جيدا!!. و هذا هو الفرق بين الفيزيائى النظرى و غيره من الفلاسفة و علماء البيولوجيا و الطب فهم لا يستسهلون الامور أبدا فليس هنالك شيء سهل فما بالك بما هو صعب فعلا فى نفسه.)

اذا لم تسعفكم نظرة سارل سأعطيكم نظرتى الخاصة فربما ستكون افيد من يدرى. الضمير الثالث مثل لعبة البلايستايشن. الضمير الاول تصور الآن انك تلعب لعبة البلايستايشن لكن مع اضافة عنصر حساس و هو انك لو اصطدمت او سقطت او ضُربت فى اللعبة فانك ستشعر فعلا بالالم كما لو انك فعلا اصطدمت او سقطت او ضربت فعلا فى الواقع. لو تمكن احدهم من صناعة هكذا لعبة فقد حل معضلة الوعى الصعب عندى.

من الناحية التقنية افضل من عبر عن الوعى الصعب هو نايغل Nagel عام 1974 عندما قال كلمته المشهورة وهو عنوان المقال نفسه [75]

What is it like to be abat?.

كيف كان سيكون شعورك لو كنت خفاشا؟

ولدينا فى القرآن المصطلح الذى يسمح لى بالتعبير عن هذه الفكرة. فيقول القرآن عن الله سبحانه و تعالى انه: ليس كمثله شيء. فالانسان ايضا بمعنى -الأنا التى تختبر الكواليا و الوعى الظواهرى من وجهة نظر الضمير الاول- ايضا ليس كمثله شيء.

الفرق بين الله و الانسان (ان الله يعلم ذاته و يعلم ذات الأنا الذى هو أنا و يعلم ذات كل أنا اخرى ليست أنا) (اما الأنا التى هى أنا فانها تعلم ذاتها و لا تعلم ذات الله و لا تعلم ايضا ذات اى أنا اخرى ليست هى).

الوعى الصعب حسب شالمرز اذن هو صعب لانه حتى بعد تحديد الوظيفة النورونية او الحاسوبية فان السؤال سيبقى: لماذا يكون تنفيذ الوظيفة مرفق بحالة كواليا؟.

وهذا الاعتراض سيبقى صحيح حتى على الميكانيك الكومى الذى هو ادق نظرية توفر لنا الوظائف و الميكانيزمات اوجدها الانسان. لكن شالمرز ذكى جدا و يعرف كيف يُعبر. هو يرفض مثلا نظرية بنروز Penrose و هاميروف Hameroff بناءا على هذا الاساس -واظنه مصيب فى كون هذه النظرية توفر هى الاخرى الوظيفة فقط- لكنه مُتحفظ جدا بخصوص الميكانيك الكومى لان الميكانيك الكومى ثنائى dual بالبناء رغم انكار الفيزيائيون لهذا الامر او اغلبيتهم الساحقة.

شالمرز يُقر بكل هذه الامور فى مقاله الآخر فى [76].

لكننى اظنه ايضا تسرع قليلا بخصوص بنروز و هاميروف. فقد تم اكتشاف تصرف كومى للأنيبيبات الميكرووية microtubules فى الدناغ مؤخرا فقط من طرف بانديوبادهياى Bandyopadhyay و فريقه فى اليابان. هذا لا يعنى أن نظرية بنروز و هاميروف قد فسرت بالضرورة الوعى لكنها تعنى انهم على الطريق الصحيح و ان الدماغ هو كومى فى الاخير رغم حجة تاغمارك Tegmark بأن الدماغ هو جملة دافئة warm و رطبة wet و ضوضائية noisy لا يمكن ان تتحمل اى تلاحم كومى quantum coherence.

اظن ان وظيفة بنروز و هاميروف هى اقرب وظيفة فعلا للوعى و هذا لاننى افهم بالضبط عمق ظاهرة الرصد الكومى فهى تحتوى

فعلا على جزء غير-قابل للاختزال (او هكذا يبدو) راجع بالضبط الى الضمير الاول (أنا) فى وصف الطبيعة. وهذا تعبير آخر عن معضلة تفسير الميكانيك الكمومى.

وحتى نرجع الى مقال شالمرز فانه فى الاخير يقرر ان التجربة experience (هكذا يسمى الوعى الظواهرى) قد ينجم عن الجسدى لكنه لا ينطوى على الجسدى.

Experience may arise from the physical, but it is not entailed by the physical.

وهذا تعبير غير واضح تماما لا بالعربية و لا بالانجليزية.

لكن ماهو اقتراح شالمرز بالضبط. هى نظرية سماها الثنائية الطبائعية naturalistic dualism وهى ثنائية لانها تفترض وجود الوعى الظواهرى كمكون اساسى للعالم الفيزيائى على قدم المساواة مع الجسيمات الاولية. اذن هو لن يحاول ان يختزل الوعى الى المادة بل هو مساوى للمادة فى الاساسية.

اذن هذه نظرية غير-اختزالية non-reductive theory سوف تحتوى على قوانين فيزيائية-نفسية psychophysical laws تشرح لنا كيف يتعلق الوعى على الفيزيائى.

هذه القوانين الفيزيائية-النفسية لن تتداخل مع القوانين الفيزيائية المحضة للعالم لان شالمرز يعتقد ان القوانين الفيزيائية مغلقة closed (وهذا يتضمن الاصرار على ان الميكانيك الكمومى هو مغلق و هذا غير صحيح وهذا الاصرار من قبل الفيزيائيين قبل الفلاسفة هو بالضبط تعبير آخر عن المعضلة الاخرى معضلة تفسير الميكانيك الكمومى).

ولاحظوا ايضا ان شالمرز لا يطلب قوانين نفسية محضة لانه رغم انه ثنائى الا انه يعتقد ان النفسى يتعلق على المادى (وهذه احدى النقاط التى أجد صعوبة فى فهمها) اذن هو يطلب بجانب القوانين الفيزيائية قوانين فيزيائية-نفسية تصف فقط بالضبط كيفية تعلق النفسى على المادى ولهذا فهى نظرية تسمى (ثنائية طبائعية) لانه رغم افتراضه لاساسية وعدم اختزالية الوعى الا ان الوعى ينجم عن المادة.

يعطى شالمرز فى الاخير ثلاثة قوانين يتصورها فى اى نظرية وعى هى الآتى:

-مبدأ التناغم البنيوى principle of structural coherence. اذن حسب شالمرز فان بنية اى تجربة وعى يجب ان تكون متناغمة مع بنية التنبه المقابل. و التنبه awarness عند شالمرز هو الوعى الوظائفى اما الوعى فهو الوعى الظواهرى. وهذا تحديد للمصطلحات ممتاز من جانبه فى الحقيقة.

هنا هو يقول بكل بساطة ان هناك اشياء كثيرة تحدث هى فعلا وظائفية و ان الوعى الظواهرى يكون مرفق بوعى وظائفى وان ذلك الوعى الوظائفى يجب ان يكون متناغم مع التجربة فى الوعى الظواهرى. وهذا معقول جدا.

-المبدأ الثانى هو مبدأ الصمود التنظيمى principle of organizational invariance اى ان الجمل التى لها نفس البنية و لها نفس الوظيفة يجب ان يكون لها نفس الوعى.

اذن هو هنا يبين ضمنيا انه معتقد فى مبدأ بوتنام Putnam الشهير باسم مبدأ تعدد التنفيذ multiple relaizability principle. اى ان الحالات العقلية يمكن تنفيذها اى انجازها ليس فقط فى الدماغ. وبوتنام الذى بنى الوظائفية فى الخمسينات و الستينات لوحده عاد و حاربها فى التسعينات الى غاية وفاته وقدم مجموعة من اقوى النقود لكيفية امكانية ان تعبر الوظيفة عن المعنى meaning.

عند شرحه لهذا المبدأ بالتفصيل يعطى شالمرز برهان بالنقيض ضد فكرة الزومبى الفلسفى من اروع ما يكون. اذن بالنسبة له رغم ان الزومبى ممكن منطقيا فهو غير ممكن اومبيريكيا. انظروا صفحة 365-364 من المقال الثانى.

اذن هنا شالمرز رغم ثنائيته فهو اقرب الى الوظائفية من سارل رغم جسمانية هذا الاخير.

فسارل فى نظريته للوعى المسماة البيولوجية الطبيعية biological naturalism لا يعتقد فى مبدأ بوتنام و عنده فقط الدماغ يمكنه ان يؤدى الى وعى. و البيولوجية الطبيعية رغم انها نظرية جسمانية الا انها ليست وظائفية و هى من افضل النظريات فى رأيى.

-المبدأ الثالث هو مبدأ اكثر اساسية من سابقيه وهنا يوضح فيه شالمرز انطولوجيته التى يتبنى فيها رأى الفيزيائى النظرى العظيم ويلر Wheeler الذى ينص على ان: الشيء من البت bit from it اى ان الوجود هو المعلومة (بمعنى شانون Shannon العظيم الآخر) و ان المادة هى وجه فقط للمعلومة كما ان الوعى هو الوجه الآخر للمعلومة.

اذن نظرية المعلومة اكثر اساسية من الفيزياء نفسها. فأم كل شيء الفيزياء يبدو انها ليست حواء العلم بل هى الاخرى لها أم هى نظرية المعلومة.

هذا المبدأ يسميه شالمرز نظرية الوجهان للمعلومة double-aspect theory of information و هذه النظرة من شالمرز تم تنفيذها من قبل طونونى Tononi فى نظريته فى الوعى المسماة نظرية المعلومة المتكاملة integrated information theory.

8.7.2 الوعى الكمومى

نظرية ستاب و تأثير زينون

ويبقى الدماغ كجملة فيزيائية (كيميائية و بيولوجية) من اعدى اعداء الميكانيك الكمومى لان الدماغ كبير الحجم, دافئ, رطب ويتفاعل بقوة شديدة مع المحيط و كل هذه الشروط لا تسمح لأى تأثير كمومى بالعيش فى الدماغ الا تأثير واحد هو تاثير زينون الكمومى. وقد شرحنا هذا التأثير فى الفصل السابق و قلنا أنه من اعظم التأثيرات الكمومية على الاطلاق لانه مرتبط مباشرة و بشكل عجيب بالزمن لكنه ايضا تأثير محورى لانه مرتبط بشكل آخر عجيب بالعقل.

فحسب هنرى ستاب Henry Stapp فان تأثير زينون هو التأثير الفيزيائى الوحيد المحسوس و المُقاس و المؤكد للعقل (مهما كانت ماهيته مادية او غيرها) على الدماغ. اذن هذا هو التأثير الوحيد الفيزيائى للظاهرة العقلية الذى يتنبأ به العلم اى الفيزياء.

نظرية بنروز و هامروف و الثقالة الكمومية

النظرية الكمومية للعقل ل بنروز Penrose و هامروف Hameroff تعتمد على ثلاثة نتائج او بالاحرى ملاحظات اساسية من ثلاث علوم مختلفة (الفيزياء النظرية, الرياضيات و الحاسوبية النظرية, علوم العصبونات و البيولوجيا) وهى:

اولا نظرية الثقالة الكمومية. التغير المتقطع لحالة الجملة عند فعل الرصد الكمومى المرفق بالوعى هو يقع بسبب التأثيرات الكمومية الثقالية للجسيمات فى الدماغ على بنية الفضاء-زمن بالقرب من الدماغ (او القلب). اذن فعل الرصد الكمومى ليس راجع الى الوعى لكن راجع الى الثقالة الكمومية.

ثانيا مبرهنة غودل لعدم الاكتمال. باستخدام مبرهنة غودل يبين بنروز ان التفكير و الظواهر العقلية بصفة عامة هى ليست ظواهر ميكانيكية خوارزمية حاسوبية قابلة للتشفير. ولان الثقالة الكمومية ليست حاسوبية هى الاخرى فهى توفر بشكل طبيعى العنصر غير الخوارزمى الضرورى للعقل.

ثالثا البنية الميكروأنبوبية microtubular للعصبونات (النورونات). بينت جميع التجارب الاكلينيكية ان الميكروأنبوبيات فى العصبونات ضرورية جدا من اجل عمل الوعى. هذه الميكروأنبوبيات هى الرابط بين الثقالة الكمومية و الوعى.

من اكبر نقاد هذه النظرية الفيلسوف بوتنام Putnam و ايضا الفيزيائى النظرى تاغمارك Tegmark و ايضا فان الفيلسوف سارل Searle لا يبدو انه مقتنع. اما عالم العصبونات دنات Denett فهو لا يقبل اى شيء الا نظريته التى هى نوع من الوظائفية الحاسوبية. ايضا فيلسوف العقل شالمرز Chalmers فانه يقول ان اى تفسير كمومى للعقل سيعانى من نفس المعضلات التى سيعانى منها اى تفسير فيزيائى مادى آخر للعقل.

لكن هناك تفسير كمومى ثنائى dualistic و ليس مادى للعقل هو تفسير ستاب Stapp فهذا ربما سيهرب من معوقات التفاسير المادية وهو يعتمد على التفسير الارثوذكسى لكوبنهاغن للميكانيك الكمومى مع شحنة معتبرة من تفسير فيغنر Wigner و بالتالى فانه قد ينجح فيما فشل فيه -حسب شالمرز- تفسير بنروز و هاميروف.

نظرية فيشر و التشابك الكمومى

الفيزيائى النظرى المعروف فيشر Fisher اكتشف خلال بحثه عن اسباب نجاعة الادوية التى وُصفت له و كان يتناولها لعلاج الاكتئاب الاكلينيكى الذى كان يعانى منه و يصارعه منذ الثمانينات ان المادتين الكيميائتين: ليثيوم lithum 7 و نظيره ليثيوم lithum 6 رغم الفروق بين أعدادهما الذرية (عدد النوترونات neutrons فى الاول 7 و فى الثانى 6) فهما متماثلتان فى كل خواصهما الكيميائية عند دخولهما الى الجسم و الدماغ عند تناولهما فى العقارات التى تدخلان فى تركيبها.

و رغم هذا فان الفروق الملاحظة بينهما على التصرف و الاستعراف الانسانى هائلة جدا.

فيشر استنتج ان ذلك الفرق على العقل و الوعى الانسانى لهاتين المادتين لا يمكن ان يرجع الا الى الاختلاف الوحيد الموجود بينهما. وهذا الفرق او الاختلاف ليس كيميائى بل كمومى. وهو يتلخص فى عزم اللف او السبين spin النووى للمادتين.

اذن الاستعراف الانسانى ومنه الوعى هو خاصية كمومية بحتة للمادة و ليست خاصية كيميائية كلاسيكية.

بالفعل فان ليثيوم 6 يتميز بعزم لف اصغر بالمقارنة مع عزم لف ليثيوم 7 وهذا يعنى ان ليثيوم 6 يتفاعل بشكل اقل مع الحقول الكهربائية و المغناطيسية وبالتالى فانه يفقد تلاحمه decohere بشكل ابطأ. بعبارة اخرى فان ليثيوم 6 يحافظ على خواص التشابك الكمومى quantum entanglement لمدة اطول. وهذا هو اساس الفرق بين المادتين على التصرف و الوعى.

اذن يستنتج فيشر ان الاستعراف (مثل الواقع نفسه) هو كمومى فى حقيقته و ليس كلاسيكى (فالكلاسيكية تقريب فقط وفى بعض الاحيان مثل هذه الحالة فانه تقريب سيء و ليس جيد) و ان عزم اللف بالخصوص و خواص التشابك الكمومى يجب ان تلعب دورا

محوريا فى تفسير مختلف عمليات الاستعراف و منها الوعى فى الدماغ و العقل.

البيروفوسفات pyrophosphate هو مركب موجود فى خلايا الدماغ مشكل من جزيئين من الفوسفات phosphate مرتبطين كيميائيا. كل جزئ هو ذرة من الفوسفور phosphorus محاطة بعدد من جزيئات الاوكسجين ذات عزم اللف المعدوم. ذرة الفوسفور هو العنصر البيولوجى الوحيد بالاضافة الى الهيدروجين الذى يتميز بعزم لف يساوى نصف وهو اقل عدد ممكن (ما عدا الصفر) وهذا مما يسمح بالحفاظ على ازمان تلاحم coherence times طويلة نسبيا بين الاجسام المتشابكة كموميا.

الفوسفور اذن يتميز هو الآخر بعزم لف يساوى النصف لان الاوكسجين ليس له عزم لف. باستخدام نظرية العزم الحركى الكمومى theory of quantum angular momentum نجد اذن ان البيروفوسفات يمكن ان يتواجد فى 4 حالات كمومية:

-الحالة الثلاثية triplet state وهى ثلاثة حالات منحلة degenerate و تتميز بعزم لف يساوى واحد.

-الحالة المفردة singlet state و هى حالة واحدة تتميز يعزم لف يساوى صفر.

من ناحية التشابك الكمومى فان الحالة المفردة هى التى تتميز بتشابك كمومى قصوى maximal والتشابك الكمومى القصوى هو اكثر من محورى بالنسبة للحاسوبية الكمومية quantum computing فى الدماغ او الحاسوبية الكمومية عموما. من الجهة الاخرى فان الحالة المفردة هى التى تتميز بزمن تلاحم اطول -اى انها اكثر استقرارا من الحالة الثلاثية-.

بعد ذلك فان الانزيمات enzymes فى المخ ستكسر الربط الكيميائى chemical bond بين جزيئ الفوسفات المتشابكين الكمومين و تحولهما الى شاردتين او ايونين ions و هذان الجزيئان رغم انكسار الربط الكيميائى بينهما و ابتعادهما عن بعضهما البعض فانهما يبقيان متشابكين كمومين.

وهذا الامر يحدث بشكل اسرع مع الحالة المفردة بالمقارنة مع الحالة الثلاثية.

بعد ذلك فان هذه الايونات (جمع ايون) او الشوارد (جمع شاردة) تتوحد مع ذرات الاوكسجين و الكالسيوم لتصبح ما يسمى جزيئات بوسنر Posner (وبوسنر هو الشخص الذى اكتشف هذه الجزيئات عام 1975 فى دراسته للعظام).

هذه الجزيئات -جزيئات بوسنر- هى التى توفر الغطاء او الحماية للتشابك الكمومى بين شوارد الفوسفات اى انها تساعد على تطويل زمن التلاحم الكمومى بين هذه الشوارد وبالتالى يمكن استعمال هذه الشوراد لتخزين المعلومات الكمومية فى الدماغ. بعبارة اخرى فان جزيئات بوسنر (التى تحتوى بداخلها شوارد الفوسفات المتشابكة كموميا) يمكنها ان تلعب فى الدماغ بشكل طبيعى جدا دور البتس الكمومية quantum bits او الكيوبتس qubits المستقرة (لان زمن التلاحم اطول بالمقارنة مع الفوسفات لوحده قد يصل الى ساعات او ايام او اسابيع). هذه الكيوبتس الطبيعية فى الدماغ (جزيئات بوسنر) هى اساس الحاسوبية الكمومية الدماغية و كما ترون فان اساس هذه الحاسوبية هو التشابكات الكمومية و المحافظة عليها عبر المحافظة على التلاحم الكمومى لمسافات و ازمان طويلة فى الدماغ.

اذن يعتقد فيشر ان التشابك الكمومى هو الذى يتحكم فى العمليات العصبونية فى الدماغ و انه بالتالى هو المؤدى الى انبعاث العقل من هذه العمليات المادية.

هذه هى نظرية الفيزيائى النظرى ماتيو فيشر Matthew Fisher حول علاقة التأثيرات الكمومية بعمل الدماغ و بالضبط كيف لعزوم اللف النووية لذرات الفوسفور ان تلعب دور الكيوبتس فى الدماغ مما يجعل الدماغ يتصرف (على الاقل من هذه الناحية) كحاسوب كمومى quantum computer وهى لربما خطوة مهمة لتفسير الاستعراف الانسانى humain cognition.

لكن هذه النظرية تبقى فرضية وهى جارى التحقق منها تجريبيا من قبل فيشر و آخرين فى الولايات المتحدة الامريكية.

فيشر بالمناسبة هو ابن الفيزيائى النظرى الاشهر و الشهير فيشر Fisher صديق ويلسون Wilson اصحاب معادلة اعادة التنظيم renormalization group equation فى الميكانيك الاحصائى و نظرية الحقول الكمومية.

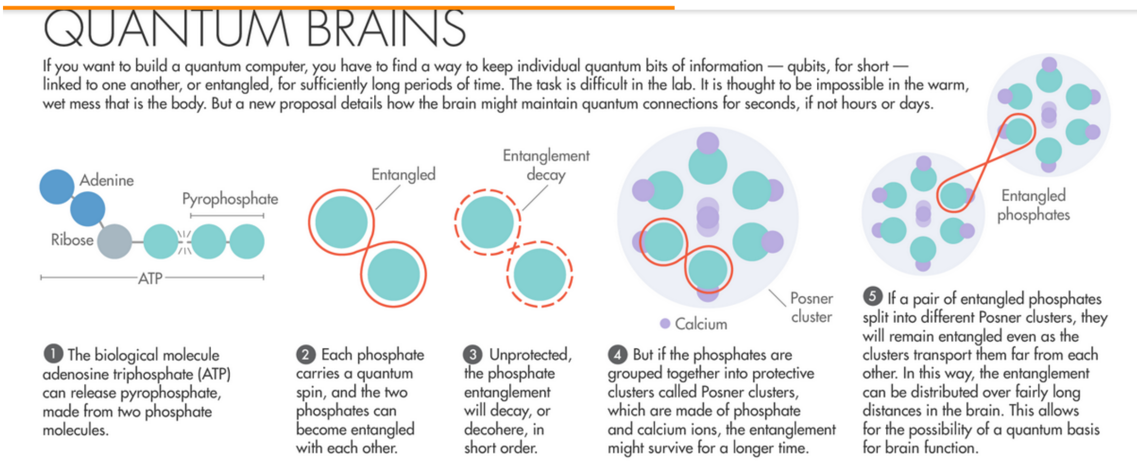
اذن هذا درس فى البيولوجيا الكمومية او علوم الاعصاب الكمومية وهو مجال جديد يبدو انه سيصبح خصب جدا خلال قادم الاعوام و من يحب البيولوجيا أو الطب أو علم النفس أو علوم العصبونات لكن وجد نفسه فى الفيزياء النظرية لاسباب قدرية فهذه احدى طرق الرجوع الى ما يحب. ومن عنده ميول نظرية محضة جدا تقرب على الفلسفية مثلى مثلا فهذا ايضا احدى نقاط الدخول الجديدة الى فلسفة العقل و فلسفة الوعى من الجانب العلمى المحض الذى يتميز بحسم الطريقتين الرياضية و العلمية.

المراجع [73, 74].

بين الجسيم الاولى و الوعى

الجسيم الاولى هو موجود واحد غير قابل للانقسام و ليس له قدر. القول بأن ليس له قدر اى لا يمتد فى الفضاء هو نفسه القول بانه غير قابل للانقسام اى ان نصف قطره صفر. اذن هو النقطة الرياضية. اذن الجسيم الاولى هو واحد مثلما ان الوعى هو واحد.

هذا يصعب تصوره جدا جدا. فكل الفلاسفة فى كل تاريخهم قالوا بأن المادة مستمرة قابلة للانقسام عدد لانهائى من المرات. اذن لا توجد ذرات او جواهر فردة او أجسام اولية. انظروا هنا الاوصاف (مستمرة) و (عدد لانهائى من المرات).



شكل 33.2: صورة مأخوذة من [74].

اما علم الكلام فهو على النقيض تماما فى هذه النقطة. فالمادة عندهم متقطعة لا يمكن تقسيمها عدد لانهائى من المرات لانها متقطعة غير مستمرة و لاننا لا يمكننا ابدا بلوغ المالانهاية و ان الجواهر الفردة هى مكونات المادة.

والخاصية البديهية التى ادت الى رأى الفلاسفة هى ان كل شيء موجود فى الفضاء اى المكان فهو يجب ان يتمتع بالامتداد و لهذا لا يمكن تصور جسيم اولى او ذرة موجودة فى الفضاء بدون ان يكون لها قدر. هذا ما ذهب اليه ايضا المتكلمون الاشاعرة فقالوا الجوهر الفرد هو المكون الاساسى للمادة غير القابل للانقسام و لكن له قدر. اذن الغزالى رغم دقته العالية و عمق فهمه وقع تحت تأثير الفلاسفة هنا.

اما المعتزلة فى هذه النقطة فهم اصلب عودا فقالوا الجوهر الفرد هو المكون الاساسى للمادة غير القابل للانقسام و رغم انه موجود فى مكان الا انه ليس له امتداد او قدر. و هذا هو الصحيح فيزيائيا من الناحية التجريبية و النظرية.

والنفس او ما يسمى اليوم بالوعى ايضا تتميز بالوحدة و انها غير قابلة للانقسام. فلا يمكن عن طريق الاستبطان introspection (وهو ان تتأمل فى نفسك التى بداخلك) تمييز اى جزء منفصل و متميز فى الأنا. فالأنا وحدة واحدة.

لكن هل هذا يعنى ان الأنا هو جزء اولى. ربما هذا هو فعلا الواقع. فهذا ما يقوله مثلا ليبنيز الذى وصل الى ضرورة وحدة الجسيم الأولى الذى يسميه عنده موناد من ملاحظة وحدة الأنا.

لكن ليبنيز هنا غير واضح فهو يقول:

1- مثل الفلاسفة ان المادة مستمرة قابلة للانقسام عدد لانهائى من المرات.

2- ان الفضاء اى المكان هو نظام لتواجد الاجسام و ان الزمن هو نظام لتوالى الاشياء. اذن الفضاء-زمن هو مثالى لان العلاقات مثالية اذن هو ليس جوهرا قائما بذاته.

3-مثل المعتزلة ان الموناد هو المكون الاساسى للمادة وهو غير قابل للانقسام و واحد و ليس له قدر.

4-ان الوعى هو ايضا موناد غير قابل للانقسام واحد و ليس له قدر. فعند ليبنيز بعض الموناد يتميز بالوعى مثل النفس التى نسميها وعى اختصارا وبعضها لا يتميز بالوعى مثل الجسيم الاولى المشكل للمادة.

5-الموناد ليس موجود فى العالم الظواهرى لكن موجود فى العالم الميتافيزيقى.

شخصيا ارى تعارضا بين 1 و 3. و ربما الحل يكمن فى 2 و 5. أو ان الحل هو ان الجسيم الاولى عند ليبنيز هو مثالى بالأساس و ليس مادى و العالم الظواهرى هو فقط انعكاس للعالم الحقيقى الميتافيزيقى.

أهم فكرة هنا هو قول المعتزلة الذى تؤكده الفيزياء الحديثة و ثانى أهم فكرة هو قول ليبنيز رقم 4 ان الوعى هو جوهر فرد واحد غير قابل للانقسام و و ليس قدر وهو ما تؤكده علوم الاستعراف الحديثة.

لكن هناك شيء آخر فى الفيزياء يتميز بالوحدانية فى نفس أهمية فكرة الجسيم الاولى و هو التشابك الكمومى. فالاجسام المتشابكة كموميا رغم انها اجسام منفصلة الا انها تتصرف و كأنها جسم واحد فرد غير قابلة للانقسام وهذا مادامت انها لا تخضع للظاهرة المضادة المسماة تلاشى التلاحم او الظاهرة المضادة الاخرى الاعمق الرصد الكمومى.

فالتشابك الكمومى لا يضيع الا عن طريق الرصد الكمومى او عن طريق تلاشى التلاحم و اذا لم يضع التشابك الكمومى فان الاجسام

المتشابكة تتصرف فعلا كجوهر فرد (فهى توصف بحالة نقية اى بشعاع فى فضاء هيلبرت) رغم ان حجمها قد يكون عدة امتار او حتى حجم الكون المشهود.

اذن الوعى وهو واحد فرد كما يُعكس فى الأنا قد يكون مشكل من التشابك الكمومى لعدد ضخم من الموناد (وليس مونادا واحد) المعزول ضد الرصد الكمومى و تلاشى التلاحم داخل الأنا. هذا يحل مسألة الوحدة. و تبقى مسألة الوعى نفسه. هل كل موناد من هذه المونادات المتشابكة كموميا يتميز بالوعى ام ان الوعى هو ناجم اى ينبعث عن التشابك الكمومى لهذه المونادات اى بعد ان تتجمع مع بعضها البعض. ليبنيز يفضل الحل الاول اما الفيزياء الحديثة فتفضل الحل الثانى.

اذن المكون الاساسى للوجود هو الجوهر الفرد المعتزلى او ما نسميه اليوم بالجسيم الاولى الذى لا يصف الا المادة او ما هو أعم منه وهو الموناد الليبنيزى الذى يمكن ان يتميز بالوعى فى نفسه او ينبثق منه عن طريق التشابك الكمومى او شيء آخر.

9.7.2 الزمن النفسى فى العالم الواحد يكافئ زمن فيزيائى محض فى عديد العوالم

الخلاصة

على عكس العادة نبدأ هنا أولا بخلاصة ثم نفصل.

يبدو ان الزمن فى العالم يتميز بمركبتين: فيزيائية و نفسية. وأن الزمن الكمومى فى نظرية كل شيء او نظرية الثقالة الكمومية هو الذى سيصف يقينا الزمن الفيزيائى. اما الزمن النفسى فهو الوعى وهو يمكن ان يكون مرتبطا بفعل الرصد الكمومى وعلى هذا الرأى فهو اذن سوف تصفه ايضا نظرية كل شيء الكمومية. بعبارة اخرى فان كل من هاتين المركبتين سوف يتم توحيدهما فى الزمن الكمومى.

باستخدام الثنائية بين تفسير كوبنهاغن على طريقة فيغنر و فون نيومان وتفسير عديد العوالم الذى لا يحتوى على فعل الرصد الكمومى فاننا نرى مباشرة ان الزمن النفسى (الوعى) فى العالم الواحد يكافئ زمن فيزيائى محض فى عديد العوالم المشكل من عدد لانهائى من العوالم التى تشبه عالمنا.

نحن فى الوسط التام

الانسان من فرط طموحه او غروره-لا ندرى- يريد ان يدرس الكون و نفسه و كل شئ بينهما. اذن هناك ثلاثة امور: الكون و العقل و ما بينهما.

أما كل شئ بينهما و هو مجال المادة فالعلم قد حقق نجاحا لا شك فيه فى هذا الاطار رغم ان المادة وقوانينها عرفنا اليوم انها موصوفة بقوانين كمومية تتحدى الارسطية-الديكارتية الاختزالية.

أما الكون كله فالمشكلة تكمن فى ان الدارس-الذى هو نحن- جزء مهمل الى الصفر تقريبا من هذا الكون. فكيف ندرس شيئا بطريقة موضوعية و نحن جزء منه و اكثر من هذا نحن جزء مهمل بشكل رهيب منه. ثم هذا الكون او بالاحرى هذا العالم (اى الكون زائد الوعى) يأتى خارجه -على رأى البعض- الصانع الاول أو الله سبحانه و تعالى. اذن نحن بدراستنا لهذا العالم سوف نصطدم -على هذه النظرة- بالالهى ونرجع من العلمى الفيزيائى الى الكلامى الميتافيزيقى. وحتى على غير هذه النظرة فاننا سوف نصطدم عند دراستنا للكون كله بالغيبى فعلا. رغم هذا فالعلم -لمن يؤمن به- قد حقق تقدما فى دراسة الكون و الوعى و الفسلفة و الدين -لمن يؤمن بهما- قد قدما نظرة منسجمة لما وراء الكون. والبرهان فى العلم ليس هو البرهان فى الفلسفة و الدين فلذا لا تلزموا احدهما بالآخر حتى تحرزوا تقدما فى بناء نظرة متكاملة.

أما الامر الاخير بخصوص طموح او غرور الانسان فهو محاولته دراسة نفسه. اى دراسة العقل نفسه بهذا العقل الذى فى جسده. هذا العقل و كل ما يتبعه من شعور و لا شعور و لغة و توجه و غيرها, و معضلاته مثل ثنائية الجسم و العقل, ومعضلة العقول الاخرى و اصل اللغة وغيرها. هذا العقل قد سمح لنا بتناول المادة والكون علميا و حتى الغيب الذى هو وراء المادة و الكون فان العقل تناوله فلسفيا و دينيا بشكل معقول معقلن.

لكن هل من المعقول فعلا ان يمارس العقل نفس السلطة على نفسه؟

اظن ان الامر ممكن فالعقل عقلن المادة و الكون بالعلم و عقلن الغيب الذى وراء المادة و الكون بالفسلفة و بالدين. ولان العقل مادة و غيب فى نفس الوقت فقد يلعب هنا العلم من جهة و الفلسفة و الدين من جهة اخرى -و هذا ربما لاول مرة- دورين متكاملين للوصول الى نظرية معقولة معقلنة للعقل.

فنظرية العلم الاولى بخصوص العقل هى الاحادية المادية و نظرية الفلسفة و الدين الاولى بخصوص العقل هى الثنائية بين العقل و المادة. و كما سنرى فان الميكانيك الكمومى وهو علم بل هو ادق علم تجريبى و رياضى و اكثرها اساسية يقدم حلا وسطا بين هاتين النظريتين.

من الاكثر اساسية العقل ام الكون؟

يقول الفيزيائى النظرى المشهور فيغنر Wigner فى مقاله حول معضلة العقل-و-الجسم mind/body problem (عند رده على الاحادية المادية فى رفضها لوجود جوهر مختلف عن جوهر المادة اى جوهر العقل) ان تأثير الوعى-الذى هو اهم صفات العقل- على العالم المادى هو تأثير حقيقى لا يمكننا انكاره لاننا لا نعرف اى ظاهرة يؤثر فيها شيء على شيء آخر دون ان يكون هناك تاثير عكسى من الشيء الثانى على الشيء الاول.

اذن اذا كان العالم يؤثر على الوعى -وهذه فيها اتفاق- فان الوعى يجب ان يؤثر على العالم.

لكن الشروط التجريبية الاعتيادية فى الفيزياء و البيولوجيا يمكنها دون عواقب وخيمة ان تفترض انه ليس هناك تاثير لان هذه التاثير -تاثير الوعى على العقل- ضعيف جدا.

ثم يعطى المثال الرائع التالى: الاجسام الميكانيكية تؤثر على الضوء-هذا واضح والا لما امكننا رؤيتها- لكن التجارب التى يمكن ان تبين عن التأثير العكسى للضوء على الاجسام الميكانيكية-وهو تاثير فيزيائى نعرف يقينا انه موجود- هى تجارب صعبة جدا. و ان هذا التاثير ما كان يمكن ان نكتشفه اصلا لولا ان الاعتبارات النظرية اشارت الى وجوده مثلا فى ظاهرة الضغط الضوئى.

ثم يواصل فى هذا المثال الذى يشبه فيه الوعى العقلى بالضوء يقول: ثم ان العقول المختلفة تتفاعل مع بعضها البعض فقط عبر العالم المادى مثلما ان الضوء لا يتفاعل مع الضوء مباشرة لكنه يؤثر اولا على الاجسام المادية التى تعاود وتتفاعل مع الضوء. وهذا التفاعل غير المباشر هو تفاعل ضعيف فى الظروف العادية.

لكن الفرق ان الضوء يمكنه ان يتفاعل مع اى جسم مادى مهما كان لكن العقل يمكنه ان يتفاعل فقط مع جسم مادى بعينه هو المخ و الجسم الذى يحتله ذلك العقل. اذن العقول لا تتفاعل مع بعضها البعض الا عبر العالم المادى.

وهذه ملاحظة عميقة فى رأيى وهذا يعنى مثلا ان كل علمنا ومعرفتنا حول العقول الاخرى لا يتوفر الا عبر العالم المادى. وهذا يذهب نوعا ما فى اتجاه وحدة الأنا او السوليبسيزم solipsism اى فلسفة انكار وجود العقول الاخرى و ان عقل الانا فقط هو الذى موجود حقيقة.

اخطر من هذا فى رايى فان فكرة ان العقول لا تتفاعل الا عبر العالم المادى -وهى فكرة صحيحة- تؤدى ايضا الى الفكرة الاخرى الاخطر ان العالم المادى هو جوهر اهم من العقل لان العقل يحتاج المادة اما المادة فانها لا تحتاج العقل. وهذا منسجم مع التفسير المباشر للاية القرآنية: لَخَلْقُ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ أَكْبَرُ مِنْ خَلْقِ النَّاسِ.

لكن فيغنر يرجع و يقدم تجربة فكرية gedanken شهيرة تسمى صديق فيغنر Wigner's friend تجعل فعل الملاحظة او القياس الكمومى -وهو الجسر بين العقل و العالم- فعلا اساسيا متابعا فى ذلك لبور Bohr و تفسير الكوبنهاغن Copenhagen interpretation. لكن هذا الفعل هو فعل اساسى لا يقوم به الا العقل.

بعبارة اخرى فانه فى تفسير فيغنر للميكانيك الكمومى فان اداة القياس الحقيقية الوحيدة هى العقل و ان العقل بقياسه و ملاحظته هو الذى يتسبب فى انهيار دالة موجة العالم اى وجود العالم الذى نراه على الحال التى نراه عليها.

اذن بعبارة اخرى فان العالم غير موجود بدون القياس و الملاحظة التى يقوم بها العقل. اذن هو غير موجود بدون العقل!.

وهذا التفسير هو تفسير نادر فى الميكانيك الكمومى لان الاغلبية الساحقة من الفيزيائيين هم احاديين ماديين اما هذا التفسير فيتطلب الثنائية الديكارتية اى ان العقل فعلا جوهر مختلف عن جوهر المادة.

هذا التفسير يعرف ايضا باسم "العقل هو الذى يتسبب فى انهيار العالم" او تفسير فون نيومان و فيغنر وقد تطرقنا اليه قليلا فى الفصل الماضى.

العقل الانسانى الذى صدر من المادة

أما الوعى و العقل فيمكن فعلا ان يكونا قد فاضا او صدرا -كما يفهم هذه الكلمات مثلا افلوطين و ابن سينا- من المادة. وهذا يمكن ان يكون قد حدث ربما عبر فعل الرصد الكمومى. فالمادة حسب الكمومى غير موجودة حتى يتم التفاعل معها عبر الرصد. او بالاحرى على مصطلح ارسطو وجودها كامن لا يصل الى الوجود الفعلى الا عبر الرصد. اذن حتى يصبح وجودها الكامن فعليا كان على العقل ان يفيض من المادة ذات الوجود الكامن ويقوم العقل الذى فاض عنها بالتفاعل معها عبر رصدها وتصبح بذلك المادة موجودة فعليا كما نراها نحن اليوم.

اذن الجواب على سؤال بوهم ل فيغنر: هل كان الكون موجودا قبل ان يوجد العقل؟ قد يكون -فانني اخشى ان اضيع بين نعال هؤلاء العمالقة- هو ان الكون كان موجودا فقط وجودا كامنا قبل وجود العقل ثم فاض منه العقل ثم تفاعلا عبر فعل الرصد الكمومى -كما يقول فيغنر- فأصبح عندها وعندها فقط اصبح الكون ذو وجود فعلي بعد ان صدر العقل منه و تفاعل معه.

الثنائية جسم-وعى

ويبدو لى ان الميكانيك الكمومى (وهى اللغة الطبيعية للكون) ثنائى و ليس أحادى مثل المادية التى وُلد من رحمها) و ثنائيته اقرب الى الثنائية الديكارتية بالخصوص من باب انه يشير -بشكل يستعصى على التفسير بأى طريقة اخرى- الى ان العالم ليس منغلقا سببيا.

و أساس هذه الملاحظة هو معضلة الرصد الكمومى التى تستلزم راصدا واعيا حتى تكتمل عملية القياس بانهيار دالة الموجة و الحصول على قيم القياس التى نجدها عندما نقيس.

او هكذا كيف يبدو الوضع فعلا و قد حاول و مازال يحاول الفيزيائيون التخلص من الوعى -بشكل عنيف جدا- و تحرير الميكانيك الكمومى من تأثيره مثلما ان الميكانيك الكلاسيكى متحرر من اى دور يمكن ان يلعبه الوعى منذ ان وضعه نيوتن منذ 4 قرون.

فالراصد النيوتونى يقف (أو يستطيع ان يقف) على مسافة لانهائية من الجملة الفيزيائية و لهذا فانه لا يؤثر فيها (وبالتالى فان المادة لا تتأثر الا بالمادة و منه يمكننا ان نفترض انه ليس هناك شيء خارج عن المادة) اما الراصد الكمومى فهو لا يستطيع ان يقف الا على مسافة منتهية من الجملة و لذا فان تاثيره المحسوس عليها لا يمكن التخلص منه (ورغم هذا فان الكل مازال يصر على ان المادة لا تؤثر الا فى المادة اى ان ان العالم منغلق سببيا و هذه ليست الا فرضية نجحت بسبب نجاح الميكانيك الكلاسيكى و الطريقة العلمية بصفة عامة و ليس لأى سبب آخر فهى ليست بديهية ابدا).

وعملية انهيار دالة الموجة فى عملية الرصد الكمومى هو تأثير سببى من الوعى على المادة (الجملة الفيزيائية) لا نستطيع اختزاله (هذا هو الوضع لحد الساعة و لهذا تبلور التخصص المعروف باسم أسس الميكانيك الكمومى). اذن لا نستطيع اختزاله بأى شكل مادى الا بافتراض عوالم لا متناهية متوازية.

اذن نتخلص من الوعى اللامادى اذا كان الواقع المادى هو عدد لانهائى من العوالم اللامتوازية (وهذه احدى فوائد اللالانهاية). ونحن نقول (مبرهنة بال) انه قبل الرصد الكمومى فان حالة الجملة لم تكن موجودة (أى انها كانت اما مثالية معرفية (هايزنبرغ) او معلوماتية (ويلر) او كمونية (ظاهرة تلاشى التلاحم) وهذا الاخير هو رأيى). و الوجود الكمونى اى الكامن (ارسطو) هو اقرب الى اللاوجود من المثالية و المعلوماتية. اذن الوعى عند اقترانه بالعالم منذ ان وُجد الوعى فى هذا العالم وهو يقوم بعملية رصد كمومى مستمرة على العالم. وانه اذا لم يرصد الوعى العالم فان العالم ليس موجودا الا كمونيا. اوربما الافضل القول انه اذا لم يرصد الوعى العالم فان الوعى نفسه هو غير الموجود او موجود فقط كمونيا (حسب شفرة اوكام هذا أبسط).

اذن بدون الرصد فلا وعى و لا زمن.

فحتى الزمن يبدو انه مرتبط ارتباطا وثيقا بعمل الوعى (على مصطلح ليبنيز الزمن هو عملية تغيير الادراكات فى الجوهر الذى هو الموناد عنده و الذى هو هنا الوعى).

فاذا توقف تماما الوعى العاقل عن العمل (الموت نهائيا, النوم جزئيا, الغيبوبة نهائيا و جزئيا, التخدير نهائيا و جزئيا, الامراض النفسية التى يقع فيها اختلال بين الواقع و كيفية ادراك الواقع) فهذا يعنى بكل بساطة -من الناحية الانطولوجية- موت الوعى اى انه غير موجود او موجود كمونيا فقط و بالتالى انعدام الزمن المرتبط بالوعى. لكنه يعنى من الناحية العملية انعدام الكون بالنسبة لذلك الوعى.

فالكون لم يكن موجودا الا كمونيا قبل ظهور الوعى (وهذا كان بوهم يعتبرها احد نقائص تفسير فيغنر) والوعى الذى نتكلم عنه هنا هو الوعى العاقل اى الذى يتميز بالأنا (الوعى الذاتى و الوعى الظواهرى اى الكواليا) و الذى يتميز ايضا بذاكرة و استبطان و تحليل و ذكاء و ليس وعى الحيوان او وعى آخر غريزى او كما كان يسميه ديكارت اوتوماتون automaton.

لكن الميكانيك الكمومى نعرف عنه انه يطبق يقينا على الكون بل بالعكس هو الذى يوفر المنطق الكمومى الطبيعى الذى تحترمه الطبيعة -وليس منطق ارسطو او ابن سينا او فرجى او غودل-.

لكن العالم لا يساوى الكون فقط بل حسب الثنائية الديكارتية و تفسير كوبنهاغن للميكانيك الكمومى ضمنا و تفسير فيغنر-فون نيومان للميكانيك الكمومى صراحة فان العالم يساوى الكون + العقل او الوعى الذى هو اساس التعقل.

السؤال الآن هل الميكانيك الكمومى يطبق على الوعى؟

نذكر ان فعل الرصد الكمومى هو فعل غير أحادى وهذا يعنى فيزيائيا انه احتمالى غير حتمى ستوكاسطى stochastic وهذه من اكثر الاشياء غير المستحبة فى الفيزياء. كل الفيزياء الاخرى -باستثناء ما يحدث فى فعل الرصد- هى احادية (والاحادية تعنى ايضا من بين اشياء اخرى ان مجموع الاحتمالات على الامكانيات المختلفة يساوى واحد). اذن تأثير الوعى على المادة (المعطى بانهيار دالة الموجة عند القياس) هو تأثير غير احادى.

ربما اذن الوعى نفسه غير احادى فى التصرف. الكون توجد فيه الاحادية كثيرا لكن كل الرصد و الوعى و العقل هى عمليات غير احادية و لهذا فان الكون يُطبق عليه الميكانيك الكلاسيكى تقريبيا اما الميكانيك الكمومى فهو التطبيق المضبوط.

اما الوعى و الزمن المرتبط به (فلا وعى بدون زمن و لا زمن بدون وعى) فهما غير احاديان تماما و لهذا يجب ان تطبق عليه -اى

على الوعى- قوانين الميكانيك الكمومى او نظرية كل شيء و هو الاصح. لان نظرية كل شيء ستعطى الوصف الحقيقى للزمن (كما الفضاء) فى مركبته الفيزيائية الاحادية (وهذا اعتقد انه الزمن النسبي لاينشتاين) و ايضا مركبته المرتبطة بالرصد (اى المركبة غير الاحادية المرتبطة بالوعى) وستدخل فى هذه النظرية كل التأثيرات الثقالية للمادة فى الكون. اذن المادة محددة للزمن و الوعى كما ان الزمن و الوعى محددان للمادة.

مثل الذى يحدث فى النسبية العامة من ان الهندسة تحددها المادة و توزيع المادة يحدد هندسة الفضاء-زمن. اذن المادةو قواها ستحدد الفضاء و الزمن و الوعى و هؤلاء سيحددون المادة و قواها.

اذن المادة مكافئة للوعى و هذا ما تعطيه الثنائية بين تفسير كوبنهاغن-فيغنر-فون-نيومان (الذى يقر بوجود الوعى ضمنا او صراحة) و بين تفسير عديد العوالم (الذى يحتوى على وعى كلاسيكى لكنه لا نهائى فى العدد).

اذن الوعى هو زمن كمومى غير احادى وهو الذى يحدد هذا الكون (مثلما ان هندسة الفضاء-زمن هى التى تحدد المادة وقواها فى النسبية العامة) كما ان المادة فى هذا الكون هى التى تحدد الوعى كزمن كمومى ناجم عن فعل الرصد (مثلما ان توزيع المادة هو الذى يحدد نوع هندسة الفضاء-زمن نفسه فى النسبية العامة).

وهذه مقارنة نصل بها الى اكثر من ذلك اذا اخذنا الثنائية اعلاه بين كوبنهاغن و عديد العوالم بعين الاعتبار.

فهذه الثنائية هى ثنائية تشبه ثنائية الجوهر الفرد او الجسيم الأولى المشهورة اكثر بالثنائية موجة-جسيم. فهناك اذن جسيم (هناك اذن المادة) التى لا يمكن وصفها الا بدالة الموجة (الوعى) فهما وجهان مختلفان لنفس الشيء (أليس هذا سبينوزا و ابن عربى). ففى بعض الاحيان يمكننا ان نستخدم هذا الوجه (الوجه المادى) دون الحاجة الى الوجه الآخر مطلقا (مثلا لا نحتاج الى الموجة فى حالات التصرف الكلاسيكية للجسيم) و فى بعض الاحيان الوصف لا يكون الا بالمزج بين الوجهين (فى الوصف شبه-الكلاسيكى) و فى بعض الاحيان الاخرى يجب استخدام الوجه الآخر (مثلا التشابك الكمومى لا يمكن وصفه بدون دالة الموجة مطلقا). اذن هناك ثنائية جسم-وعى تشبه تماما الثنائية موجة-جسيم. فليس احدهما اكثر اساسية من الآخر بل هما معا اساسيان (وهنا نختلف تماما مع ابن عربى و سبينوزا). وهذه الثنائية ابنى عليها حلا مختلفا جذريا للمعضلة الاخرى حرية الارادة. فالجسيم مجبر اما الموجة فاحتمالية. نفس الشيء فان الجسم مجبر اما الوعى مخير. اذن هناك ثنائية جبر-اختيار بنفس المفهوم.

ثنائية العقل الواعى و عديد العوالم

نظرية كل شيء (فى علوم الفيزياء) أسهل من المعضلة الصعبة للوعى (فى علوم العقل). والعلة و راء هذا علتان:

أولا و بكل بساطة لأن الفيزياء هى أساس المادية و هى علم يفترض اساسا الانغلاق السببى اى ان كل الأسباب فى الواقع مادية و كل المسببات مادية (وهذا هو الانغلاق) و لا تحتاج الى اى شيء خارج المادة (وهذه هى المادية). فاذن كل ظواهر العقل و الوعى يجب اختزالها فى الاخير الى ظواهر مادية. ولأن نظرية كل شيء theory of everything هى النظرية المادية النهائية -هذا هو التعريف- فهذا يعنى انها يجب ان تصف مما تصف الظواهر العقلية لان هذه الاخيرة -بالفرضية الاولى-هى ظواهر منبعثة من المادة.

ثانيا لكن هذا المشروع يتهدده الوعى الصعب. و المعضلة الصعبة للوعى هى معضلة الكواليا اى معضلة التجربة الذاتية الواعية اى تجربة الأنا. اى كيف ينظر كل أنا الى العالم الخارجى. كيف تكتسب الاحاسيس الكيميائية فى الدماغ الخواص غير الفيزيائية المميزة المرفقة بها فى العقل. مثلا عند النظر الى زهرة حمراء كيف تؤدى العمليات الدماغية المرفقة بذلك الى انطباع اللون الأحمر الذى يختبره الأنا. و مثلا عند تذوق عسل حلو كيف تؤدى العمليات الدماغية الى الحلاوة التى يختبرها الأنا. فالحمرة و الحلاوة هى الكواليا التى يختبرها الأنا كتجربة ذاتية واعية فى العقل و علاقتها بالتفاعلات الكيميائية و الفيزيائية التى تحدث فى الدماغ هى اصعب معضلة فى العلم كما يقول شالمرز. لحجة المعضلة الصعبة للوعى هى ان الكواليا او التجربة الذاتية الواعية للأنا ليست بظاهرة مادية من الناحية المبدأية. وكما قال نايغل كيف يمكن ابدا ان ترى العالم كما يراه غيرك. اذن هذا اعتراض مبدأى على امكانية اختزال التجربة الذاتية الى الفيزياء و المادة و لهذا فهى سميت بالمعضلة الصعبة عكس كل المعضلات الاخرى للوعى التى سميت سهلة لانه لا يوجد اعتراض مبدأى مثل هذا على امكانية اختزالها للفيزياء و المادة.

واذا كانت التجربة الذاتية للأنا لا يمكن اختزالها للفيزياء فهى اذن لن تخضع لنظرية كل شيء التى لا يمكنها بالتعريف وصف الا الاشياء المادية. ولهذا فان نظرية كل شيء (التى مازالت غير معروفة) تبقى أسهل بكثير من معضلة الوعى الصعبة. لأن هذه الاخيرة هى صعبة ليست لانها غير معروفة الآن بل هى صعبة لانها ستبقى غير معروفة ابدا اذا كانت الفيزياء فعلا علم مادى.

لكن الفيزياء اذكى من كل هؤلاء و عندها دائما حلول عرفها من عرفها و جهلها من جهلها. الانطلاقة تبدأ من فرضية الانغلاق السببى التى هى فرضية صحيحة مائة بالمائة فى حالة الميكانيك الكلاسيكى لكنها غير صحيحة بالمرة فى حالة الميكانيك الكمومى لأن الميكانيك الكمومى يلعب فيه وعى الراصد دور محورى أحب من أحب و كره من كره. نأخذ تفسير كوبنهاغن Copenhagen وهو التفسير

الاساسى للميكانيك الكمومى لكن كما يفهمه كل من فيغنر Wigner و فون نيومان von Neumann فاذن نتخلى عن فرضية الانغلاق السببى صراحة عن طريق قبول الوعى كجوهر مختلف فعلا عن جوهر المادة مثل ديكارت.

اذن العقل يمكنه ان يؤثر فى المادة (مثل ديكارت ايضا) عند فعل الرصد الكمومى عن طريق قوة خامسة هى مسلمة الانهيار collapse اى انهيار دالة الموجة الى الحالات الذاتية عند اجراء القياس. اذن المسافة اللانهائية التى كانت موجودة بين الراصد (الوعى) و المرصود (المادة) فى الميكانيك الكلاسيكى اصبحت نهائية فى الميكانيك الكمومى و اصبح الوعى يؤثر فى المادة تاثيرا يقاس و يرصد تجريبيا (مثلا تاثير زينون الكمومى).

لكن الميكانيك الميكانيك اقوى من هذا. فاننا نعرف ان تفسير كوبنهاغن غير عكسى irreversible لان فعل الرصد الكمومى و بالضبط انهيار دالة الموجة هو تأثير غير عكسى. وهذه اللاعكسية هى التى تؤدى الى السهم فى الزمن الذى هو ظاهرة غير عكسية (الاقتران المستمر/المتقطع للوعى العاقل مع العالم). وفعل الرصد الكمومى يتميز ايضا بضياع للتشابك الكمومى بين الراصد و المرصود اى بضياع للمعلومات (الخاصة بامكانيات القياس و الرصد الاخرى). لكن الطبيعة بذاتها يجب ان تكون عكسية اى لا وجود لسهم الزمن (التناظرات تحت تأثير العكس فى الزمن) و يجب ان تكون فيها المعلومات محفوظة.

كل هذا يحله تفسير عديد العوالم many-worlds الذى هو ثنوى dual مع تفسير كوبنهاغن ان انهما وجهان لعملة واحدة مثلما ان الموجة و الجسيم هما وجهان لعملة واحدة.

اذن الراصد (الوعى) الذى يعانى الانهيار اى يختبر العالم مثلما يختبر الأنا الكواليا و هذا فى تفسير كوبنهاغن هو ثنوى dual مع راصد ممتاز super-observer أحادى unitary فى عديد العوالم لا يختبر الكواليا. وهذا مثلما ان الموجة هى ثنوية مع الجسيم و لهذا سميت بالثنائية موجة-جسيم.

يمكنكم مقارنة راصد كوبنهاغن بلاعب الضمير الاول first-person فى العاب البلايستايشن اما راصد عديد العوالم فهو لاعب الضمير الثالث third-person الذى يرى لاعب الضمير الاول و كل المحيط.

اذن هناك ثنائية بين تفسيرى كوبنهاغن و عديد العوالم تؤدى الى ثنائية بين الوعى و المادة. فالقياس او الرصد الكمومى نوعان. القياس المكتمل (لا يحتوى على تشابك كمومى و غير-عكسى) الذى يعانية راصد كوبنهاغن و قياس غير مكتمل (يحتوى على تشابك كمومى و عكسى) الذى يعانيه راصد عديد العوالم. اذن الوعى هو مكافئ او ثنوى لعديد العوالم. اى ان الوعى او العقل او الأنا فى العالم الواحد هى مكافئة للمادية المحضة لعديد عوالم (و ليس لعالم واحد) متشابكة كموميا مع بعضها البعض.

اذن التجربة الذاتية الواعية المكتملة (الأنا) هى مادية اذا نظرنا اليها من منظور عديد العوالم حيث تظهر هناك كتجربة ذاتية واعية غير-مكتملة (بدون الأنا).

وهذه هى قوة الفيزياء المادية. فالمادية فى الفيزياء الكمومية هى ثنوية مع و مكافئة ل الثنائية الديكارتية الكمومية و هذا ما اصطلحت على تسميته بالجسمانية الكمومية quantum physicalsim.

10.7.2 معضلة الجبر-و-الاختيار أو الوعى فى الزمن

معضلة الجبر-و-الاختيار هى بالمصطلح العصرى معضلة حرية الارادة free will و هى ما تسمى فى الفلسفة الدينية بمعضلة افعال العباد و هى ترجع الى التعارض الصارخ بين الجبر المطلق الذى تخضع له الطبيعة و الشعور بالمسؤولية الذى ينطوى عليه كل انسان. كما سنبين فى هذا الباب هذه المعضلة ترجع بالاساس الى عمل الوعى فى الزمن.

التوائمية بين الجبر و الحرية

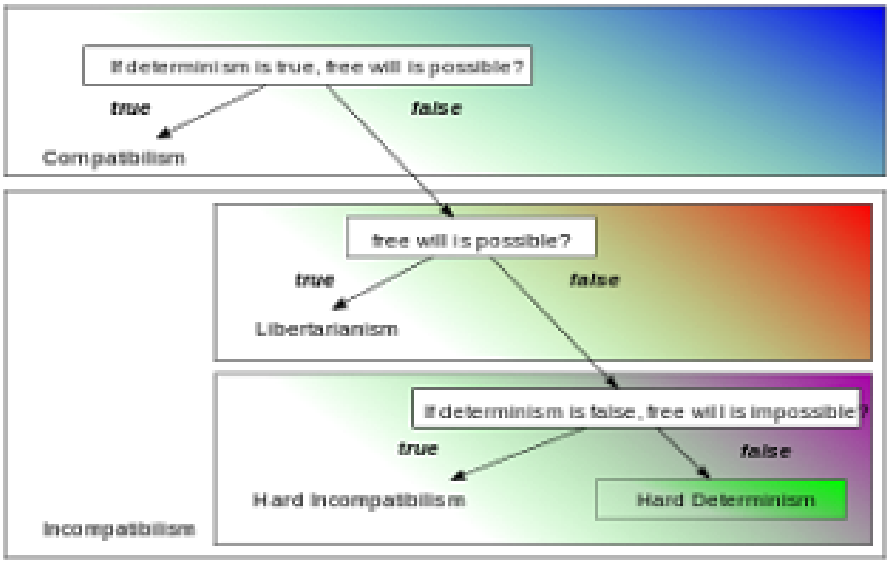
الصراع المعتزلى- الاشعرى حول مسألة افعال العباد هو صراع فلسفى بإمتياز موجود منذ وجد العقل و الانسان و لا يظن بعضكم انه مقصور على الاسلام واهله. فى هذه العجالة سألخص كل المواقف الممكنة بازاء هذه القضية حتى يعرف كل أحد موقعه فى الخريطة.

خلاصة المواقف الفلسفية المختلفة بإزاء الجبر determinism و حرية الارادة free will فى المخطط ادناه.

يوجد تياران فكريان اساسيان لا ثالث لهما:

التوائمية: القول بان حرية الارادة منسجمة و متوائمة مع الجبر يسمى الانسجامية او التوائمية compatibilism. وهو ينص بالخصوص على ان الجبر فى الواقع ضرورى لوجود حرية الارادة.

اللاتوائمية: اما القول المعاكس فيسمى اللاإنسجامية او اللاتوائمية incompatilism وينقسم الى ثلاثة أقسام رئيسية:



شكل 34.2: صورة مأخوذة من http://www.wikiwand.com/.

-القسم الاول هو التحررية الميتافيزيقية metaphysical libertarianism التى تنص أنه لا وجود للجبر وبالتالى فإن حرية الارادة ممكنة.

-القسم الثانى فهو الجبر المحض hard determinism الذى ينص على أن الجبر موجود و بالتالى فإن حرية الارادة غير ممكنة.

-القسم الثالث فهو اللاتواؤمية المحضة hard incompatibilism الذى ينص على أن الجبر و كذلك ضده كلاهما غير منسجم مع حرية الارادة وبالتالى فإن حرية الارادة مستحيلة مهما كان الوضع بخصوص الجبر من عدمه.

المدرسة المعتزلية يبدو لى انها تتبع التحررية الميتافيزيقية من التيار الفلسفى الثانى. المدرسة الاشعرية يبدو لى انها تتبع التواؤمية من التيار الفلسفى الأول. اما الجبرية فهم يتبعون الجبر المحض من التيار الفلسفى الثانى و شخصيا لم اسمع ابدا فى الاسلام من يتبع الاتجاه الاكثر عمقا و تطرفا فى التيار الثانى الذى يسمى اللاتواؤمية المحضة.

باقى الفلاسفة والمتكلمة الاسلاميين و كذلك الفقهاء, ونذكر بالخصوص شيخ السنة ابى منصور الماتريدى, و الشيخ الرئيس ابن سينا, والشيخ الشارح ابن رشد, و شيخ الاسلام ابن تيمية, و شيخ المتألهين الملا صدر الدين الشيرازى, فهم يقعون بين المعتزلة و الاشاعرة لانه بكل بساطة لا يوجد شئ آخر.

علم القدر التجريبى!

تجربة عالم الاعصاب neuroscientist بنجامين ليبت Benjamin Libet من بداية الثمانينات فى المنحنى. لا احد منذ ذلك الحين وجد اى خطأ فى نتائج هذا الرجل. هذه التجربة يمكن ان تفكروا فيها على انها تجربة تداخل الضوء فى الميكانيك الكمومى. يعنى التجربة و نتائجها لا غبار عليهما. لكن التفسير فلسفى ميتافيزقى و خلافى بامتياز.

هذه هى التجربة الحسية الوحيدة -و اقول الوحيدة- فى مسألة الجبر و الاختيار.

فعل الانسان-الذى هو هنا تحريك الاصبع السبابة فقط لا غير- فى المنحنى يقع عند اللحظة صفر. اما الوعى بارادة الفعل فيقع قبل الفعل بحوالى 200 ميليثانية. الجزء المثير من التجربة ان ما يسمى بكمون التهيؤ readiness potential فى المخ يبدأ فى التصاعد قبل الفعل بحوالى 550 ميليثانية اذن قبل الوعى بارادة الفعل بحوالى 350 ميليثانية.

أعيد هذه النقطة لان هذا خارق للعادة: كمون التهيؤ فى المخ يبدأ بالزيادة عند الاقتراب من القيام بفعل ما قبل حتى ان يدرك الانسان اصلا انه يريد ان يقوم بذلك الفعل!

هذه النتيجة هى مشابهة فى الغرابة و الغموض للالكترون الذى يمر من الثقبين.

ماهى التفسيرات الممكنة؟

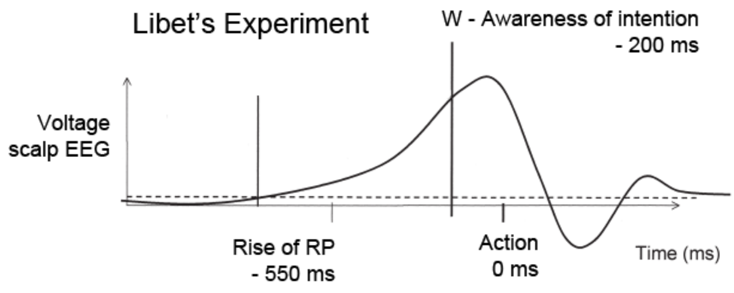
هذه التجربة تعنى بكل بساطة ان الجبر موجود و انه لاوجود للحرية البتة.

نأخذ تفسير متحفظ قليلا. يمكن ان نقول ان الحرية هى ظاهرة-مصاحبة اى إبيفينومينون epiphenomenon فقط اى ان حرية الارادة هو احساس تتسبب فيه العمليات الدماغية و ليس ان حرية الارادة هى التى تتسبب فى العلميات الدماغية.

اقرأوا كتاب ليبيت نفسه حول الموضوع [77] المسمى "العقل الزمن: العامل الزمنى فى الوعى" واقرأوا غيره ايضا. لا غبار على التجربة فالصراع فقط على التفسير.

وهذا حتى ترون ان القوم تجاوزونا بكثير. حتى صراعاتهم الفلسفية اخضعوها للتجربة الحسية فوقعوا فيما لا يرضونه -لانهم أكيد لم يريدوا ان يجدوا الجبر- فرجعوا الى الفلسفة.

أما نحن فهى عقيدة فقط. أليس كذلك!.



شكل 35.2: تجربة ليبت حول الوعى فى الزمن.

كمون التهيأ يسبق القرار الواعى اذن هو جبر و تفويض معا

الطب يقصف الفلسفة بأخطر مما قصفتها به الفيزياء. ففى عام 1965 اكتشف الطبيب الالمانى كورنهابر Kornhuber و تلميذه ديك Deecke ما يسمى بكمون الاستعداد او التهيأ او التحضر readiness potential وهو كمون كبير و بطئ ينشأ فى الدماغ سابقا لاى حركة ارادية.

فى عام 1983 جاء عالم العصبونات neuroscietist الشهير جدا (أصبح شهير جدا بالضبط بسبب هذا الاكتشاف) ليبت Libet و اكتشف ان كمون التهيأ يسبق القرار الواعى بالحركة بحوالى 350 ميليثانية.

طلب ليبت بالضبط من متطوعيه بتحديد الزمن W الذى قرروا فيه ابتداء حركة ارادية معينة. ثم قارن هذا الزمن W بالزمن الذى يبدأ فيه كمون التهيؤ فى الدماغ فوجد ان كمون التهيؤ يسبق القرار الواعى بالحركة بحوالى 350 ميليثانية.

انظروا المنحنى فى الصورة الذى يعطى كمون التهيؤ فى الدماغ حيث W هى زمن الارادة الواعية التى تريد ان تفعل و M هو الزمن الذى يقع فيه الفعل نفسه (الفعل هنا هو تحريك ارادى لليد). لاحظوا ان كمون التهيؤ يبدأ فى منطقة ماقبل-الوعى pre-conscious اى قبل ان يعى المتطوع انه يريد ان يقوم بهذا الفعل الحر.

النتيجة التجريبية: الارادة الواعية لا يمكن ان تكون هى سبب الفعل لان الفعل يُقاس بكمون التهيؤ الذى بدأ قبل ان يقرر المتطوع اصلا بكامل وعيه انه يريد ان يقوم بالفعل.

هذه النتيجة تم تأكيدها من عدة مجموعات بحثية منذ ذلك الحين كما ان نقودا منهجية شاملة لهذا النوع من التجارب تم تقديمها. الخلاصة أن هذه النتيجة التجريبية صحيحة لا غبار عليها. اذن كمون التهيؤ فى الدماغ يسبق الحركة الواعية بحوالى 350 ميليثانية.

ماذا يعنى هذا؟

من الذى تسبب فى الفعل؟

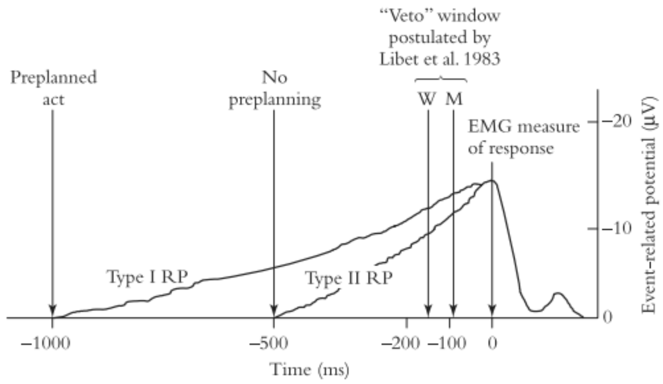
هل استوعبتم عواقب هذه النتيجة التجريبية الهائلة؟

ان هذا يعنى بكل بساطة ان متطوعى ليبت قد قرروا بوعى و حرية تحريك ايديهم (هذا فعلا الذى طُلب منهم القيام به فى التجربة) بعد وقت طويل (هذه ال 350 ميليثانية) من تهيؤ الدماغ لهذه الحركة. يعنى الدماغ تهيأ للحركة الارادية قبل ان يعى المتطوعون انهم سيقومون اصلا بهذه الحركة الارادية.

بكل بساطة القرار بالحركة الذى اتخذه المتطوعون ليس هو السبب و لا يمكن ابدا ان يكون هو السبب فى الحركة. لانه لاحق للحركة فلا يمكن ان يكون سببها.

اذن اذا كانت القرارات الواعية ليست هى السبب فى الحركة فهذا يعنى ان الارادة بصفة عامة هى ليست السبب فى الفعل الناجم عنها.

اذن لا وجود للاختيار و الفعل الحر.



شكل 36.2: تجربة ليبت و كمون التهيؤ.

وهذا ما يرفضه ليبت نفسه بشدة و الذى افترض كبديل ما يسميه الاستجابة عبر الفيتو veto response الذى هو نوع من الثنائية الديكارتية غير الحتمية.

أما التفسير الذى ذهب باتجاهه اغلب العاملين فى هذا المجال هو فرضية الفعل التواؤمى compatibilism و هى ليست التحررية و ليست الجبرية. فى هذه الفرضية (التى تعتبر نتائج ليبت اول تحقق تجريبى منها) فان الفعل (فى تجربة ليبت الفعل هو عملية تحريك ارادية لليد وهذا من ابسط ما يكون) لا يحتاج ان يكون حرا بمعنى انه خارج السلسلة السببية للعالم لكن بمعنى انه حر فقط فى ظل غياب الموانع و القيود. لكننى شخصيا اظن ان التوائمية هى اقوى بكثير من هذا التفسير لكنها ليست الجبرية ايضا. للتفصيل و للمراجع انظروا المقال الخاص بالموضوع فى [72].

وهكذا كيف يقع العلم التجريبى (المغرور فى بعض الاحيان) لكن المحكوم بالطريقة العلمية فى نفس الفخ الذى وقعت فيه الفلسفة العقلية قبله بآلاف السنوات.

لكن العلم لانه محكوم بالطريقة العلمية فهو يرضخ للنتائج مهما كانت غامضة و غير حدسية.

النتيجة الفلسفية: الفعل الحر غير موجود.

الحل الوسط: يعطى بما يسمى الفعل التواؤمى وهو ليس الجبر المحض و هو ليس ايضا التحررية الميتافيزيقية التى تدعى ان الانسان يملك مصيره و لايخضع لاى حتمية خارجية.

اذن العلم رغم انه مغرور الا انه يرضخ لكن الانسان مغرور و لا يرضخ أبدا. ففعلا كيف يكون الكون الذى هو اعظم خلقا من الانسان خاضعا للحتمية و الجبرية المطلقة ثم يأتى هذا الانسان, الذى يدعى باسم العلم انه جزء من هذا العالم, لكن بالمقابل يدعى باسم الفلسفة او الدين او مرة اخرى العلم انه حر لا يخضع لاى حتمية و لاى جبرية. أليست هذه مفارقة!.

هل اخترت أيها الانسان مولدك, هل اخترت موتك, بله هل اخترت وجودك. هل اخترت دينك, هل اخترت اهلك. ماذا فعلا اخترت.

لكن الانسان ذكى متذاكى دائما يأتى و يقول لك اذا كنت خاضعا للحتمية كيف اذن أكون مسؤولا.

الجواب نعم انت خاضع للحتمية و لكنك ايضا مسؤول وهذا هو لب التواؤمية. واذا اردت ان تفهم فعليك ان تتعب لان هذا ليس ترفيه رياضى او فنى او غيره. هذا علم مخلوط بفلسفة ينعكسان مباشرة على وجودك فاذا كنت تريد ان تفهم ابذل الجهد و حاول ان تفهم.

وهذا مذهب ايضا اصعب بسنوات ضوئية من الجبرية المحضة و التحررية الميتافيزيقية لانه يجمع بينهما اى يجمع بين المتناقضات. ونحن فى الفيزياء الكمومية لدينا خبرة طويلة فى محاولة الجمع بين المتناقضات. اذن هذا ليس بالجديد علينا.

وكل هذا الذى ذكرناه اعلاه ليس له بالضرورة اى علاقة بالدين. لكن علينا ايضا ان نقر ان الدين قد قرر هذه النظرة من قبل لكن الانسان اراد شيئا آخر. فكما يقول مثلا الشيخ المحقق صبرى التوقادى آخر فحول علم الكلام ان القدماء قالوا: لا جبر و لا تفويض بل هو امر بين امرين. قال رحمه الله بل الصحيح هو ان نقول: بل هو جبر و تفويض فى آن معا. انظروا كتابه سلطان القدر. و المقصود بالتفويض الذى يظهر هنا ليس هو التفويض فى الصفات بل هو التفويض بمعنى الحرية.

اذن العلم التجريبى منسجم تماما مع هذه النظرة الدينية انه جبر و تفويض فى آن معا وهذا ما تسميه الفلسفة بالتواؤمية.

واذكر هنا للاستزادة ان مذهب السادة الاشعرية و الغزالية هو بالضبط التواؤمية و قد سماها التوقادى ايضا الجبر المتوسط. أما السادة الماتريدية فمذهبهم هو ايضا نوع من التوائمية (يقولون بالارادة الجزئية التى هى لا مخلوقة و لا هى غير مخلوقة) لكن هو مذهب اقرب الى

التحررية المعتزلية من الاشعرية. و اذكر ايضا مذهب شيخ الاسلام ابن تيمية فهو رغم انه غامض الا انه لا يمكن ان يبعد عن هذه الامور. فانه يقول مثلا صراحة بعدم جواز نفى لفظ الجبر لان فى نفيه قد ننفى بعض الحق كما ذكر ذلك فى بداية كتابه الدرء. ومن القائلين بأنه جبر و تفويض معا نذكر ايضا شيخ المتألهين الملا صدرا.

و التوائمية تؤدى مباشرة الى نوع جديد من البراهين على وجود العلة الاولى او الصانع او الله كما قررنا ذلك فى موضع آخر.

جبر اللغة للتفكير

فرضية سابير Sapir و وورف Whorf او ما يعرف ايضا فى اللسانيات و علوم الاستعراف بالنسبية اللسانية linguistic realtivity هى فرضية تبحث فى العلاقة بين الفكر و الاستعراف من جهة و اللغة من جهة اخرى.

فى شكلها القصوى النسبية اللسانية تأخذ اسم الحتمية اللسانية linguistic determinism لأنها تنص بكل بساطة على ان بنية اللغة تؤثر بشكل جذرى فى نظرة الأنا (أى النفس) للعالم.

ونحن نفترض هنا أن هذه النظرة للعالم world view تصف شعور وجودى كامل و منسجم وتوفر الارضية النظرية الضرورية لخلق المعرفة و الحفاظ عليها و تطبيقها.

بعبارة اخرى يمكن لأفكار فى ذهن شخص يتكلم لغة ما أن لا يفهمها شخص آخر فقط -حتى بعد ان تترجم له- لأنه يتكلم لغة اخرى و ليس لأى سبب آخر.

هذه هى الحتمية اللسانية. فالفكر مجبور (اى محتوم عليه أن يكون على شكل معين) باللغة.

واللغة هنا المقصود بها لغة الأم و ليس أى لغة نتعلمها فى المدرسة ليست لك اى علاقة بها غير التعليم و الاعلام و الدين.

اذن اذا كنت تظن نفسك فرنكفونى او انجلوفونى فليس ذلك ما نتكلم عنه. بل نحن نتكلم عن اللغة التى رضعتها من عند أمك اما العربية الدارجة او الامازيغية.

اذن النسبية اللسانية فى صيغتها القصوى هى الحتمية اللسانية و هى كما ذكرنا جبرية لغوية بمعنى ان طريقة تفكير الاشخاص تتعلق بشكل اساسى على لغتهم الأم. فمثلا فى لغة الاينويت Inuit -وهم امريكيون اصليون- هناك مترادفات كثيرة مختلفة لكلمة (الثلج) و لهذا فهم فى التفكير اذكى بخصوص اى شيء يتعلق بالثلج.

هذه الحتمية اللسانية لسابير و وورف وقف فى وجهها العلماء و نخص بالذكر تشومسكى ومدرسته. لكن أهم من هذا وهذا هو المهم بالنسبة لنا انها لم تتأكد تجريبيا فى هذه الصيغة القصوية.

لكن الصيغة المخففة (فرضية النسبية اللسانية) فانها تبقى اهم نتائج اللسانيات و علوم الاستعراف. وهى تنص على أن الفروق البنيوية بين اللغات الأم تنعكس فى التفكير على شكل فروق استعرافية غير لغوية بين المتكلمين بتلك اللغات.

فمثلا عدد المفردات المتوفرة المعبرة عن الألوان تؤثر فعلا فى كيفية رؤيتنا لقوس قزح.

فعلى ما يبدو العربى و الامازيغى لا ينظران الى قوس قزح بنفس الطريقة التى ينظر اليها بها الامريكى و الانجليزى حتى لو كنا ننظر الى نفس قوس القزح. من كان فعلا يتوقع هذا!

وهذا المبحث مبحث الألوان مبحث مهم جدا فى كل القضايا التى تخص الوعى لانه يحتوى على الجوانب العقلية و البيولوجية و الثقافية فى آن معا.

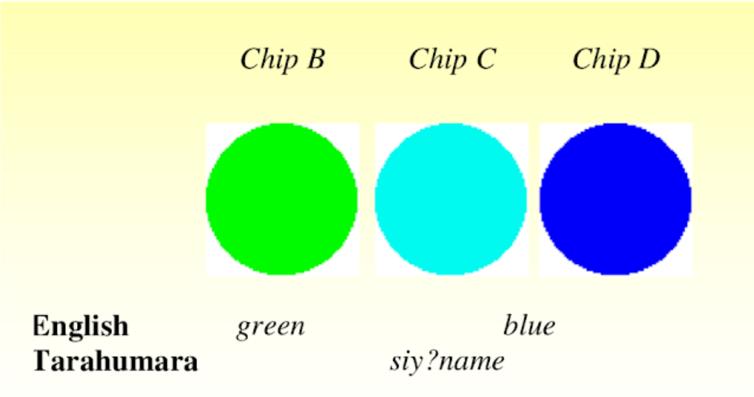
اذن مثلا فى الانجليزية لدينا اللون الأزرق و اللون الاخضر. لكن فى التاراهومارا Tarahumara -وهم مكسيكيون اصليون- فانهما يستخدمون نفس الاسم للونين الازرق و الاخضر.

من الناحية التجريبية من المؤكد ان التاراهومارا يرون اللونين الازرق و الاخضر كألوان مختلفة رغم استعمالهما لنفس المفردة للتعبير عنهما. اذن الحتمية اللسانية غير صحيحة تجريبيا.

لكن من الجهة التجريبية الاخرى فان استعراف التاراهومارا للونين الازرق و الاخضر مختلف عن استعراف الانجليز. فمثلا الانجليزى يرى ان المسافة بين الالوان B و C فى الصورة أبعد بالمقارنة مع التاراهومارى. و لاحظوا ان B و C هى الحدود عند الانجليزى بين الازرق و الاخضر كأسماء. اذن اللغة المستخدمة تؤثر فى كيفية رؤية الالوان. اما التاراهومارى فلانه لغويا لا يميز بين الازرق و الاخضر بل يميز بينهما استعرافيا فقط فتقييمه للمسافة بين الألوان اكثر دقة من الانجليزى. ايضا الانجليزى يرى ان اللون B هو المميز لأنه هو الاخضر بالنسبة له و الآخر ذاهب الى الأزرق و الآخر ازرق اما التاراهومارى فان اللون D هو المميز. اى ان الانجليزى استخدم اللغة (او هكذا يبدو فهذه الملاحظة لم تتأكد تجريبيا) للمميزة اما التارهومارى فهو مرة اخرى اكثر حيادية لان كل تلك الالوان زرقاء بالنسبة له اى لغويا اذن تمييزه كان فيزيائيا نحو الموجات الطويلة.

اذن الحتمية اللسانية (فى كون الفكر مجبور باللغة) على ما يبدو غير صحيحة تجريبيا اما النسبية اللسانية (فى كون الفكر محدد فى بعض جوانبه الاستعرافية باللغة) فهو صحيح الى حد كبير تجريبيا.

اذن ربما فهمتهم اذن لماذا نفكر (الجزائرى و العربى و المسلم) بالطريقة التى نفكر بها. لانه بكل بساطة نحن نتكلم بتلك الطريقة التى نتكلم بها.



شكل 37.2: جبر اللغة للاستعراف. صورة مأخوذة من [67].

8.2 الزمن الميتافيزيقى (أو الواقع)

1.8.2 أرسطو حول الزمن

يقول فيلسوف الفلاسفة ارسطو:

-التغير هو تحقق الكمون. وبالتالى فان التغير له اتجاه نحو نتيجة نهائية هى خروج الشيء الكامن الى الواقع و التحقق. اذن يمكن تعريف القبل و البعد بالنسبة لهذه النتيجة النهائية. فنقول ان مرحلة من التغير هى قبل مرحلة اخرى من التغير اذا كان الكمون فى الاولى اكثر بالمقارنة مع النتيجة النهائية, و نقول ان مرحلة من التغير هى بعد مرحلة اخرى اذا كان الكمون اقل بالمقارنة مع النتيجة النهائية.

-الزمن هو عدد التغير (التغير بصفة عامة و ليس تغير مخصوص) بالنسبة للقبل و البعد. هذا يعنى انه بتعليم الحاضر عندما ندرك التغير بعلامة فاننا سندرك الزمن. اذن الزمن هو الترتيب الذى يقع به التغير. ورغم انه توجد عدة تغيرات تقع فى اماكن مختلفة فان هناك زمن واحد كونى.

-الزمن هو عدد اذن هو حساب من قبل عقل واع (ما يسميه ارسطو الروح). اذن لا يوجد زمن اذا لم يكن هناك وعى.

-الحاضر يتبع الشيء المتحرك بنفس الطريقة التى يتبع فيها الزمن الحركة نفسها. اذن العلاقة الداخلية بين الحركة و الشيء المتحرك هى نفسها العلاقة بين الزمن و الحاضر.

-الحاضر, الذى هو الحدود بين الماضى و المستقبل, هو دائما نفسه اى ثابت لان الحاضر مشتق من الشيء المتحرك و بالتالى يربط الزمن ببعضه البعض و يجعله وحدة, و الحاضر هو ايضا دائما مختلف اى متغير لان الزمن رغم انه مستمر بسبب الحاضر فان الحاضر هو ايضا قاسم للزمن.

-الزمن هو ايضا مترية التغير وليس فقط عدد التغير. وهذه من اعمق الاراء التى قيلت فى الزمن و شخصيا اظنها مازالت غير مسبوقة لا فلسفيا (كانط و ليبنيز بالخصوص) و لا فيزيائيا (نيوتن و اينشتاين).

وكما ترون فكل هذا البناء هو بناء عقلى محض لا دور فيه على الاطلاق لا للتحليل الرياضى (نيوتن و الزمن المطلق الكلاسيكى) و لا للهندسة التفاضلية (اينشتاين و الزمن النسبي الثقالى) و لا لكل الرياضيات (النظرية الكمومية الثقالية و الزمن الكمومى).

ولهذا فان ارسطو هو فعلا عبقرى العباقرة و هذه لا مشاحنة فيها و لم اجد من يجادل فيها الا من لا يعرف قدره. وسؤالى الابدى: من اين جاء ارسطو بهذه الآراء المركبة المعقدة فى امر بغاية التعقيد مثل الزمن؟.

للاستزادة انظروا المقال الخاص بفلسفة ارسطو حول الزمن فى [91].

2.8.2 اوغستين اعظم فلاسفة الزمن حول الزمن

القديس اوغستين هو احد اعظم العقول الفلسفية التى انجتها الانسانية على الاطلاق, واول و اعظم فيلسوف نظر للكنيسة الكاثوليكية ثليثها, فهو احد دكاترة الكنيسة المعدودين, و هو ايضا احد اعظم الفلاسفة الذين انجتهم الحضارة الغربية فى كل عصورها, رغم الروايات التى ذكرت انه أمازيغى على الاقل من جهة امه القديسة مونيكا, لانه بكل بساطة تبنى اللغة اللاتينية, و احتضن الحضارة الرومانية - اليونانية, و آمن بالنصرانية بدون تحفظ و بصدق.

وانا لست الومه فالخيار الذى كان امامه واضح إما الجزائر او روما. هو اختار روما و هذا لا يزعجنى لان الجزائر لم تكن موجودة فى ذلك الوقت. لكن الذى يزعجنى ان البعض اليوم - وهم لا يقارنون به ابدا- اختاروا روما او عفوا باريس رغم ان الجزائر موجودة امام اعينهم و اعيننا.

يبقى اوغستين من اهل الفترة. غير ان تعديه على التوحيد, بعقله الجبار ذلك, و بسبق اصرار و ترصد, يجعلنى اشك فى كونه من اهل الفترة فعلا, لكن يبقى امره الى الله سبحانه و تعالى.

المهم الذى اريد ان اتكلم عنه اليوم هو فلسفته فى الزمن.

فلسفة اوغستين فى الزمن هى بالتمام الفلسفة الغربية فى الزمن فى العصر الحديث. نفس المعضلات و نفس الاقتراحات و نفس الآفاق. والفيزياء النظرية الحديثة من نسبية و كمومية و ترموديناميكية لم تفعل كثيرا فى الاضافة ل او الإنقاص مما قدمه اوغستين.

اولا المعضلة الاولى : هل السهم فى الزمن واقع موضوعى ام هو مشكلة لغوية او سيكولوجية او غيرها؟.

الفيزياء الحديثة لم تفعل اى شيء الا انها قالت هل السهم فى الزمن واحد او متعدد. مثلا هل السهم فى الزمن الترموديناميكى -المعطى بالمبدأ الثانى- هو نفسه السهم فى الزمن الكوسمولوجى - المعطى بتوسع الكون- ام هما شيئان مختلفان. رأى اوغستين: نعم السهم فى الزمن موضوعى. اما هل السهم فى الزمن واحد او متعدد فهو لم يناقش هذا الامر.

ثانيا المعضلة الثانية : هل الماضى و المستقبل موجودان كما أن الحاضر موجود؟. رأى اوغستين: لا فقط الحاضر له وجود موضوعى و الماضى و المستقبل غير موجودان.

لكن هناك رأى فلسفى آخر بخصوص الزمن يعرف باسم نظرية الكتلة الكونية block universe theory التى تنكر وجود السهم فى الزمن و تؤكد على الوجود الموضوعى للماضى و للمستقبل مثلما أن الحاضر موجود. ومن دعاة هذه النظرية القدامى ارخميدس و كذلك المتحمسين للنسبية فى العصر الحديث الذين ركزوا على النسبية و نسوا السهم.

ثالثا المعضلة الثالثة : هل الزمن يتدفق؟. هذه النقطة لم يناقشها اوغستين صراحة لكن من المعضلة الثانية يمكن ان نستنتج انه كان يعتقد ان الزمن يتدفق.

رابعا المعضلة الرابعة : هل هناك عدم تناظر فى الزمن فوق ما يتسبب فيه السهم فى الزمن؟. مثلا هل الزمن له بداية او نهاية؟. هل هناك ظواهر طبيعية ليست متناظرة تحت تأثير العكس فى الزمن؟.

رغم ان كل معادلات الفيزياء تقريبا بدون استثناء متناظرة تحت تأثير هذه العملية اى عملية العكس فى الزمن فان الجواب الفيزيائى على كل هذه الاسئلة هو نعم.

فمثلا الزمن له بداية وهناك تفاعلات كونية لا تحترم العكس فى الزمن.

رأى اوغستين هنا هو: نعم فالزمن له بداية لانه كان يقول بوجود الله ولو بتثليث غير عقلانى.

هذا ايضا هو رأى المتكلمين الاسلاميين من معتزلة و اشاعرة الذين نظروا لهذا الامر بشكل كبير و قالوا ان الزمن او الآنات تقاس بعدد الحركات. وان عدد الحركات يتناهى فى الماضى -لان التسلسل محال-. وبعضهم قال ان الحركات و بالتالى الزمن يجب ان يتناهى ايضا فى المستقبل وهم بعض المعتزلة.

خامسا المعضلة الخامسة : هل الزمن نسبى او مطلق؟. هذه لم يناقشها اوغستين لاسباب واضحة.

سادسا المعضلة السادسة : هل يمكن ان يكون الزمن اقليدى؟. اما هذا السؤال فلا يستطيع اصلا ان يفهمه القديس اوغستين اكيد. و هو تحدى مطروح للفيزيائئين و لو ان اغلبهم قد حسم امره -و شخصيا لست منهم- بان الزمن ليس اقليدى.

سابعا: المعضلة السابعة: ما هو الزمن الكمومى؟. أما هذه فإنه حتى الفيزيائيين اليوم لا يعرفون الاجابة عليها.

ثامنا المعضلة الثامنة: هل الزمن له مركبة سيكولوجية؟. فقط فى هذا العصر بدأ علماء العصبونات و علماء النفس و غيرهم محاولة الاجابة على هذا السؤال. لكن يبدو ان اوغستين كان ضمنيا يعتقد ان الزمن يتميز بمركبة نفسية.

تاسعا المعضلة التاسعة : ما علاقة الزمن بالوجود؟. والوجود عندى, و انى فى ذلك متابع لاغلبية الفلاسفة الكبار, ينقسم الى المادى و العقلى.

أما هذه المعضلة فمن المؤكد ان الفلاسفة مازالوا ضائعين فيها بامتياز الى غاية يومنا هذا. و ربما يمكن القول ان القديس او غستين كان من افضل الفلاسفة اداءا فى الاجابة على هذا السؤال فى كتابه السيرة الذاتية: اعترافات.

فى الختام اختم بكلام اوغستين فى الزمن الذى يلخص غموض الزمن و علاقته بالانسان بأبلغ عبارة يقول:

ما هو اذن الزمن؟ اذا لم يسألنى أحد, فإننى اعرف ما هو. أما اذا أردت أن اشرحه للذى يسأل, فإننى لا أعرف.

3.8.2 مطلقية نيوتن

فلسفة نيوتن التى تسمى المطلقية absolutism حول الفضاء-زمن تعتمد على الآتى [78, 79]:

اولا الفضاء و الزمن يأتيان منطقيا و مجازيا قبل الاجسام المادية و الحوادث. اذن الفضاء-زمن يمكن ان يوجد قبل الاشياء لكن الاشياء لا يمكن ان توجد قبل الفضاء-زمن.

ثانيا الاجسام المادية و الحوادث توجد داخل الفضاء-زمن.

ثالثا الفضاء-زمن غير قابل للتقسيم و هو لا نهائى. اذن لا يمكن فصل اى منطقة من الفضاء-زمن عن اى منطقة اخرى. ولا يوجد حدود للفضاء و لا اول و لا آخر للزمن.

رابعا من الناحية الانطولوجية (والانطولوجيا تُعنى بالوجود مقابل الابيستيمولوجيا التى تُعنى بالمعرفة) فان الفضاء-زمن هو صفة من صفات الله سبحانه و تعالى. فالفضاء (اى المكان) هى صفة الاتساع اما الزمن فهو صفة القدم.

نلاحظ شيئين:

-نيوتن و ايضا ليبنيز و من بعدهما كانط يتعامل مع الفضاء مثلما يتعامل مع الزمن. تذكروا ان النسبية لا نتعامل مع الفضاء كما نتعامل مع الزمن. لكن الرياضيات الحسابية نتعامل معهما بنفس الطريقة مثل نيوتن و كانط و ليبنيز.

-لاحظوا اننا فى الفلسفة الاسلامية لا نتعامل مع الفضاء اى المكان مثلما نتعامل مع الزمن (مثل النسبية) على الاقل بخصوص الله سبحانه و تعالى. فالله قديم لكن لا احد قال انه فى حيز اى فى مكان الا استثناءات لن ندخل فيها الآن. ولكن من اسمائه سبحانه و تعالى الواسع لكننى لم اسمع ابدا احد اراد ترقية هذا الاسم الى صفة.ربما الوحيد الذى يمكن ان نقول انه قال بان الله من صفاته الفضاء اى المكان هو ابن عربى لكن ايضا تلميحا و ليس تصريحا. اما الزمن فمن صفاته سبحانه و تعالى القدم و البقاء و اسمائه الأول و الآخر و قد صح فى الحديث القدسى ان الله هو الدهر. لكن الكل تأول هذا الحديث وقال متشابه و مجاز حتى من لا يقبل المتشابه فى القرآن و المجاز فى اللغة. ولهذا دائما اقول لا توجد منهجية موضوعية صارمة فى الفلسفة الاسلامية فهى كلها توجهات ايديولوجية ولهذا لم تصل الى اى نتائج حقيقية بل كانت كلها تخبطات و لم تستطع حتى الاستمرار.

الآن مطلقية نيوتن فى الفضاء-زمن دمرها ليبنيز بفلسفته التى تسمى العلائقة relationlism فى رسائله الى كلارك Clarke (وهو الفيلسوف الانجليزى الممثل الرسمى لنيوتن) ثم اكمل تدمير فلسفة نيوتن المطلقية اعلاه بالكامل كانط بعد ليبنيز واقول انه فعل ذلك بكل سهولة بسبب ما فعله ليبنيز فيها من قبله.

نقد ليبنيز نيوتن فى ثلاثة نقاط (نقد فلسفى دينى, نقد فلسفى فيزيائى و نقد فلسفى رياضى)

-اولا نقد فلسفى دينى. بخصوص ادعاء نيوتن ان الفضاء-زمن هو احد صفات الله سبحانه و تعالى يقول ليبنيز ان هذا الادعاء فى احسن احواله هو ادعاء مضلل missleading و فى اسوء احواله هو ادعاء ضال heretical (هكذا بالضبط). يقول مثلا ليبنيز فى احد رسائله لكلارك عن تعبيرات كلارك/نيوتن انها: تعبيرات غريبة تبين بوضوح ان المؤلف (يقصد نيوتن) يستعمل الالفاظ بشكل خاطئ.

strange expressions which plainly show that the author makes a wrong use of terms.

ومن حجج ليبنيز ضد نيوتن و كلارك ان الادعاء بان الفضاء-زمن هو صفة لله سبحانه و تعالى يعنى ان الله يحتوى على اجزاء لان الفضاء-زمن يحتوى على اجزاء. (وهذا فى رأيى ضعيف بل هو تحكم لان نيوتن صراحة يقول فى مسلماته ان الفضاء-زمن غير قابل للانقسام).

لكن نيوتن يسئ التعبير مرة اخرى (كما يقول ليبنيز اعلاه) فى كتابه الضوء Optics و يقول ان الفضاء-زمن هو محل الادراك و الاستعراف الالهى فيهاجمه ليبنيز بالاستنتاج (وهذا فى محله) ان الله اذن مفتقر الى الفضاء-زمن تعالى الله عن ذلك علوا كبيرا.

-ثانيا نقد فلسفى فيزيائى. وهذا اقوى بكثير. هذا يعتمد على مبدأ العلة الكافية حيث يقول ليبنيز ان هذا المبدأ مناقض لفكرة الفضاء-زمن المطلق. فالله يفتقر الى العلة الكافية فى خلق العالم فى فضاء لانهائى متجانس فى اتجاه دون اتجاه. اذن ليبنيز يستخدم التناظر تحت تأثير الدورانات (وهذا عبقرى جدا و فى غاية القوة) للقول بأن خلق العالم فى هذا الفضاء اللانهائى فى اتجاه دون اتجاه يفتقر الى المرجح وهو ما يسميه ليبنيز بالعلة الكافية. فالله يحتاج الى علة كافية لخلق هذا العالم فى هذا الاتجاه دون ذلك الاتجاه و لان هذه العلة غير

موجودة و الله قد خلق فعلا العالم فى فضاء لا نهائى متجانس فى اتجاه معين فان هذا يعنى ان مبدأ العلة الكافية قد انهار و هذا محال اذن الفضاء المطلق محال.

اذن يستنتج ليبنيز ان الفضاء نفسه يجب ان يُخلق مع العالم عندما يخلقه الله. وهذا مقنع جدا اذا قبلنا مبدأ العلة الكافية اى أن كل شيء له علة كافية و بخصوص الله فان هذا يعنى ان الله لا يخلق بلا مرجح اى بلا علة كافية فالارادة عند ليبنيز غير كافية.

وهذا ليس مبدأ الترجيح بغير مرجح عند الفخر الرازى الذى تكفى فيه الارادة. فالرازى يُفرق بين (بلا مرجح) و (بغير مرجح) حيث ان الاولى باطلة اما الثانية فممكنة تحتاج فقط الى الارادة الالهية. اما ليبنيز فان الارادة لوحدها غير كافية يقول: الارادة المحضة بدون باعث هى خيال ليس فقط متعارض مع كمال الله لكنه ايضا وهم و تناقض.

A mere will without any motive is a fiction not only contrary to God's perfection but also chimerical and contradictory.

ثالثا نقد فلسفى رياضى, وهو ايضا فى غاية القوة. وهذا يعتمد على ثانى اهم المبادئ الليبنيزية وهو مبدأ تطابق اللاامتمايزات. مرة اخرى فان خلق العالم فى الفضاء المطلق فى اتجاه دون اتجاه آخر يعنى انه لدينا عالمان متمايزان اى مختلفان لكنهما حسب مبدأ التناظر تحت تاثير الدورانات لا يمكن لأى كائن حتى الله سبحانه و تعالى ان يميز بين هذين العالمين. اذن لدينا عدم تطابق اللاامتمايزات, وهذا محال. اذن الفضاء المطلق محال.

4.8.2 علائقية ليبنيز

مبادئ ليبنيز الفلسفية

الذى يعجبنى فى الفلاسفة الغربيين (خاصة قبل هيغل) هو الوضوح الشديد و المنهجية الصارمة عكس الفلاسفة المسلمين.

نأخذ كمثال ليبنيز و هو فعلا افضلهم على الاطلاق. يقول بصراحة ان كل فلسفته تقوم على الستة مبادئ التالية [80, 91]:

-مبدأ الافضل principle of the best و هذا فى الحقيقة هو المبدأ الذى يعرف عندنا فى الاسلام (الفلاسفة و المعتزلة و يقف ضده الاشاعرة) ان الله لا يفعل الا لغرض. وهذا المبدأ يعممه ليبنيز (انظر المبدأ الرابع ادناه) لمبدأ السبب الكافى او العلة الكافية.

-مبدأ الخبر-فى-المبتدأ predicate-in-notion principle وهذا مبدأ ابيستيمولوجى ينص بكل بساطة ان الحقيقة truth هى قضايا تأكيدية صحيحة يكون فيها الخبر محتوى فى المبتدأ. يقول ليبنيز: فى كل قضية صحيحة تأكيدية, ضرورية كانت او ممكنة, عامة او خاصة, فان مفهوم الخبر هو بشكل ما مُحتوى فى مفهوم المبتدأ او الموضوع.

In every true affirmative proposition, whether necessary or contingent, universal or particular, the notion of the predicate is in some way included in that of the subject.

-مبدأ التناقض principle of contradiction وهذا من اوضح المبادئ التى عليها اجماع مطلق وهو يرجع فى الاصل الى ارسطو ان اى قضية لا يمكن ان تكون صحيحة و خاطئة فى نفس الوقت.

-مبدأ العلة الكافية principle of sufficient reason وهذا اعظم مبادئ ليبنيز على الاطلاق بتصريحه.

يقول ليبنيز عنه: هذا المبدأ يجب اعتباره اعظم و افيد معرفة انسانية لأن عليه يبنى جزء عظيم من الميتافيزيقا و الفيزياء و الاخلاق.

This principle must be considered one of the greatest and most fruitful of all human knowledge, for upon it is built a great part of metaphysics, physics, and moral science.

وهذا المبدأ ينص على انه لا يوجد شيء بدون سبب و لا يوجد تأثير بدون سبب. رغم ان هذه الاسباب قد تكون غير معروفة بالنسبة لنا فى اغلب الاوقات. اذن لا يحدث أبدا اى شيء بطريقة بحيث يستحيل على شخص يستحوذ على معطيات كافية ان يفسر حدوث ذلك الشيء بتلك الطريقة و ليس بغيرها.

ومن الافكار التى تفرد بها هنا ليبنيز ان مبدأ العلة الكافية ليس مبدأ اساسى فى الواقع لكنه مبدأ ينجم بشكل طبيعى عن المبدأ الابيستيمولوجى مبدأ الخبر-فى-المبتدأ.

-مبدأ تطابق اللاامتمايزات principle of identity of indiscernibles وهذا ثانى اعظم المبادئ الليبنيزية. من يفهم الترميز المنطقى فهو معطى فى الصورة الاولى. وهذا مبدأ ليس بالهين فهو ليس مبدأ لاتمايز المتطابقات indiscernability of identicals البديهى و المتفق عليه المعطى فى الصورة الثانية. اذن اترك لكم هذه المسألة لتفكروا في الفرق بالضبط بينهما و لماذا مبدأ ليبنيز ليس بديهى بنفس قدر بداهة مبدأ لا تمايز المتطابقات.

من هذين المبدأين نحصل على قانون ليبنيز المشهور (الاستلزام فى المعادلتين فى الصورة يصبح تكافؤ وبالتالى فان المعادلتين تصبح نفس المعادلة).

-مبدأ الاستمرارية principle of continuity وهذا مبدأ بسيط على الفهم لكنه خاطئ فيزيائيا كما نعرف اليوم من الكمومى و هو ينص على ان كل تغيير فى الكون يحدث بشكل مستمر و بالتالى فانه يحتوى على عدد لا نهائى من الخطوات البينية.

يقول ليبنيز: لا يوجد شيء يحدث فجأة وهو واحد من اعظم ثوابتى المؤكدة ان الطبيعة لا تقفز ابدا.

Nothing takes place suddenly and it is one of my great and best confirmed maxims that nature never makes leaps.

انظروا ثقة الرجل فى نفسه (وهو يحق له فعلا ان يثق فى نفسه) لكن العلم الكمومى خطأه حيث نعرف اليوم ان الطبيعة لا تقوم بالاساس الا بالقفز و بشكل متقطع بين حالات مختلفة.

ألاحظ هنا قول ليبنيز الآخر ان اعظم مجاهيل الفكر التى غالبا ما تضيع فيها العقول هما اللانهاية و معضلة الجبر و الاختيار. و هو يقول انه حل كلا المعضلتين و اظنه فعلا وُفق فى معضلة الجبر و الاختيار (فهو من اكبر القائلين بالتوائمية) لكنه لم يوفق ابدا فى اعتقاده ان كل تغيرات الطبيعة مستمرة (اى اللانهاية موجودة) بل كلها فى الحقيقة متقطعة.

$$(\forall F)(Fx \leftrightarrow Fy) \rightarrow x = y.$$

$$x = y \rightarrow (\forall F)(Fx \leftrightarrow Fy).$$

شكل 38.2: مبدأ تطابق اللاامتمايزات الليبنيزى (المعادلة الاولى) و مبدأ لا تمايز المتطابقات (المعادلة الثانية) المتفق عليه.

العلائقية

الفلسفة السلبية لليبنيز حول الفضاء-زمن هى ردوده على نظرة نيوتن المطلقية للفضاء-زمن. و قد ناقشناها من قبل باستفاضة.

اما الفلسفة الايجابية فهى قائمة على ركنين اساسيين:

اولا الفضاء (و الزمن) ليس شيء تتموضع فيه الاجسام و تتحرك فيه لكنه جملة من العلاقات التى تربط الاشياء. فالفضاء عنده هو نظام تعايشات او تواجدات order of coexistences بينما الزمن هو نظام تتابعات order of successions.

مثال ليبنيز الفريد هو ان الفضاء مثل شجرة العائلة (شجرة النسب) التى هى ليست شيء مستقل موجود قبل اعضائها بل هى نظام مجرد من العلاقات التى تربط بين الاباء و الاجداد و الاحفاد و الاخوة و الاخوال و الأعمام.

ثانيا الركن الثانى لفلسفة ليبنيز فى الفضاء-زمن يقوم على فكرة ان الفضاء و الزمن كأنظمة علاقات هى كائنات عقلية مثالية تبعد بخطوتين عن عالم المونادات.

فأولا رغم ان الاجسام ترتبط فيما بينها بعلاقات فضائية و زمنية فان الفضاء-زمن نفسه هو تجريد بالنسبة لتلك العلاقات اى ان الفضاء-زمن هو فكرة مثالية تعبر عن تلك العلاقات. وهذا لان العلاقات بين الاجسام هى علاقات متغيرة لكن العلاقات التى تشكل الفضاء-زمن هى علاقات مثالية ثابتة و محددة.

ثانيا بالنسبة لليبنيز فان الاجسام و الحوادث هى انفسها ظواهر مؤسسة-جيدا. اذن العلاقات هى علاقات فى الحقيقة بين ظواهر مؤسسة-جيدا اى ان العلاقات نفسها بعيدة بخطوة عن عالم المونادات.

اذن الفضاء-زمن هو تجريد للعلاقات التى هى نفسها قائمة بين ظواهر مؤسسة-جيدا فقط. و منه فان الفضاء-زمن ككائن مثالى بعيد بخطوتين عن المونادات الذى هو الجوهر الفرد المثالى الذى هو اساس كل الوجود عند ليبنيز.

والفضاء المثالى يجب ان يكون مرتبط بادراكات المونادات (تمثيلات المونادات للعالم الخارجى) اما الزمن المثالى فيجب ان يكون مرتبط بنزعات المونادات (اى الحركة المستمرة من ادراك الى ادراك لبلوغ المفهوم التام). و الادركات و النزعات هما ما يحتويه المونادات و قد ناقشناهما باستفاضة فى موضع آخر.

اذن علائقية الفضاء-زمن عند ليبنيز تتلاحم بشكل كبير مع الواقع الاساسى المثالى عند ليبنيز المشكل من المونادات.

ملاحظاتان اخيرتان. الفضاء-زمن عند ليبنيز لا نهائى و بالتالى فليس عنده معضلة خارج العالم. أو ان خارج العالم عنده (وايضا الفراغ فى العالم) هو تخيلى مثلما ان العالم هو مثالى. فالفراغ عنده رغم انه ليس محال الا انه ليس الامثل و بالتالى فهو يرجح ان العالم ملاء

لا يحتوى على اى فراغ. و اخيرا فان الفضاء-زمن عنده متفقا فى ذلك مع نيوتن هو مستمر متجانس لكنه عكس نيوتن يقول انه قابل للانقسام عدد لانهائى من المرات لأنه بكل بساطة مثالى و ليس لشيء آخر.

5.8.2 الازمان الثلاثة عند ليبنيز و العقل (الموناد)

وبالنسبة لليبنيز فان الموناد هى جواهر بسيطة غير قابلة للانقسام ليس لها قدر تشكل الوحدات الاساسية للوجود. وهى ليست الذرات او الجسيمات الاولية, فالذرات -او بالاحرى الجسيمات الاولية- تشكل الوحدات الاساسية للعالم الظواهرى. فليبنيز لا يمكنه تصور جسيم اولى ليس له قدر ابدا.

وعند ليبنيز فان العالم الظواهرى هو سراب انعكاس لكنه سراب مؤسس للعالم الميتافيزيقى الحقيقى. وهذه فكرة عميقة تشبه ما نجده عند كانط. اذن كانط اخذها من عند ليبنيز.

والمونادات هى الوحدات الاساسية للعالم الميتافيزقى. مثلا العقل أو الروح يقابل موناد واحد فى العالم الميتافيزيقى بسبب وحدة الأنا. اما الجسم فيقابل عدد لا نهائى من المونادات. وهنا يقول ليبنيز شيء يشبه التناظرات الكونفورمال فهو لا يقول بالذرة و بالتالى فان المادة قابلة للانقسام عنده عدد لانهائى من المرات. و فى كل جزء صغير فان المادة تتشكل من عدد لانهائى من المونادات الاصغر الى مالانهاية.

ثم ان ليبنيز ايضا لا يعترف بالسببية كما نعرفها نحن و بالنسبة له هى اقترانات فقط. وهذه فكرة عميقة اخرى تشبه ما نجده عند هيوم. اذن هيوم هو الآخر اخذها من عند ليبنيز. اذن بالنسبة لليبنيز السببية و كذا الفضاء-زمن هى امور مثالية فى العقل لوصف العالم الظواهرى لكنها مؤسسة جدا بمعنى انها تسمح لنا بوصف فيزيائى صحيح للعالم الظواهرى.

والسببية بالخصوص تعوض بما يسميها ليبنيز التناغمية السبقية pre-established harmony التى خلقها الله مسبقا بين المونادات بحيث ان كل المونادات فى العالم الميتافيزيقى تعمل فى تناغم دون ان تكون مؤثرة فعلا فيما بينها و فى بعضها البعض. وهذا يشبه ما سماه فيما بعد هيوم مبدأ الاقتران و ليس مبدأ السببية.

وهذا هو اساس قول كل من ليبنيز و هيوم بالتوائمية فى الارادة الحرة.

ثم أليس هذا هو نفسه -او قريب جدا من- مبدأ العادة لماالبرانش الغزالى. فالتناغمية السبقية لليبنيز هى نوع من التوازوية parallelism التى تنفى السببية بين-الجواهر و تثبت السببية فى-الجواهر لكن مبدأ العادة فهو تناسبية occasionalism تنفى النوعين من السببية.

ومبدأ التناغمية السبقية لليبنيز هو ايضا الاساس الذى يسمح لليبنيز بصياغة الثنائية عقل-جسم الديكارتية بعيدا عن التفاعلية interactionism الديكارتية.

فرأى ليبنيز كما ذكرنا هو التوازوية اى ان العقل موازى للجسم و الجسم موازى للعقل دون ان يكون احدهما مؤثر حقيقة فى الاخر.

يعطى ليبنيز مثال مشهور جدا. العقل (الذى هو موناد واحد فى العالم الميتافيزيقى) مثل الساعة و ايضا الجسم فهو مثل ساعة اخرى. وهما ساعتان تشتغلان بتناغم مطلق فيظن من لا يعرف تاريخهما ان احدهما يؤثر فى الآخر. لكن الحقيقة ان هناك سبب مشترك (هو الله) الذى يجعل الساعة الاولى (العقل او الروح) تشتغل فى تناغم مع عمل الساعة الثانية (الجسم). اذن العقل لا يؤثر فى الجسم و الجسم لا يؤثر فى العقل بل هى التناغمية السبقية (وليس السببية) فى العالم الميتافيزيقى.

والموناد monad الانطولوجى يقابل المفهوم الكامل complete concept الابيستيمولوجى. والمفهوم الكامل يتشكل من كل الاخبار (جمع خبر predicate) المترابطة فيما بينها التى تعطى وصف كامل للموناد فى الماضى و الحاضر و المستقبل (سنعرف الماضى و الحاضر و المستقبل ادناه فهذا ليس امرا هينا).

ويقترن بهذه الشبكة من الاخبار المترابطة الواصفة للموناد القوة الفاعلة active power او النور التى تجعل الموناد يُفعل كل اخباره بشكل تلقائى.

لهذا يقول ليبنيز فى احد اوصافه البليغة و هو مشهور جدا بها ان الاخبار مطوية folded up داخل الموناد.

القوة الفاعلة للموناد او نوره هو ما يسميه ارسطو الخروج من الكمون الى الفعل او الاستنجاز entelechy. فالموناد بعد ان يصبح حقيقى يريد ان يصل الى الكمال عن طريق تفعيل كل اخباره او صفاته و هذا حتى يصبح مقابل لمفهومه الكامل.

فهناك اذن بمصطلحاتنا الفيزيائية ايزومورفيزم isomporphism اى تقابل واحد-ل-واحد بين المونادات و المفاهيم الكاملة. فكل موناد يقابل مفهوم كامل و كل مفهوم كامل يقابل موناد.

اذن نور الموناد هو قوته الفاعلة او الاستنجاز الذى تجعله يحو نحو الكمال بعد تحقق وجوده. اذن النور هو شيء موجود فى العالم الميتافيزيقى ليس له علاقة بالضوء (وهذا شيء كنت اقوله لمن يسألنى عن النور لكن نظرية ليبنيز تعطى وصف نهائى لماهيته).

وهذا النور لا تميز به فقط الروح بل كل موناد يتميز بنور او قوة فاعلة تجعله يستنجز اخباره.

وبالاضافة الى القوة الفاعلة او الفعالية activity فان نشاط الموناد يحتوى ايضا على انفعالية passivity و على مقاومة او عطالة inertia وكل هذا النشاط هو الذى يظهر على شكل مبدأ السببية فى العالم الظواهرى وهو الذى يؤدى الى المفهوم الكامل المقابل لذلك الموناد.
اذن هذا النشاط يؤدى الى تغيير حالة الموناد. لكن التغيير يحتاج الى زمن. و الزمن غير موجود فى العالم الميتافيزيقى بل موجود فقط فى العالم الظواهرى.

هنا يميز ليبنيز بين ثلاثة انواع من المستويات الزمنية:

اولا قدم الله فالله موجود فى لازمن.

ثانيا الاستنجاز الذى يعانيه الموناد بشكل مستمر مما يؤدى الى تغيير حالته. اذن كل نشاط الموناد يحدث فى هذا الزمن. اذن هذا الزمن هو زمن داخلى للموناد و ليس خارجى عنه. فهو زمن الصدور او الفيض (وهذا هو التغير فى هذه الحالة) الذى يقابل الصيرورة becoming التى تنقل الموناد من الكمون الى الوجود الفعلى الى الكمال (المفهوم الكامل) بشكل مستمر. فحالة الموناد فى الحاضر "حامل" بالمستقبل "مثقلة" بالماضى ”pregnant” with the future and ”laden” with the past وهو تعبير آخر بليغ من تعبيرات ليبنيز.
لكن هذا الماضى و الحاضر و المستقبل هى بالنسبة لزمن الاستنجاز اى زمن الصدور او الفيض من الموناد عندما يستنجز اخباره كلها بشكل مستمر للوصول الى المفهوم الكامل.

ثالثا و آخر نوع من الزمن هو الزمن الفيزيائى الذى يحكم عالم الظواهر. و هو الزمن المحدث.

اذن الزمن الاول هو زمن الكائن الضرورى necessary (اى واجب الوجود) اما الزمن الثانى فهو زمن الكائن المشروط contingent (ممكن الوجود). اذن الفرق بينهما هو الفرق بين المطلق اللانهائى و النسبي النهائى. اما الفرق بين الزمن الثانى و الزمن الثالث هو ان الزمن الثانى هو زمن داخلى للتغير اما الزمن الثالث فهو زمن خارجى للتغير. و يمكن ان نفهم الثالث على انه علائقية ليبنيز وهو سراب مؤسس founded illusion (هكذا يقول ليبنيز لان الفيزياء تصفه بشكل صحيح) للزمن الحقيقى للموناد.

اذن النور هو الزمن الثانى الذى هو سط بين الزمن القديم الالهى و الزمن المحدث الظواهرى. فالنور هو زمن صيرورة او صدور الموناد عند ليبنيز. وهذه النتجية الاخيرة هى فهمى الشخصى.

للاستزادة انظروا باب فلسفة ليبنيز فى فصل الكلام و الميتافيزيقا من هذا الكتاب.

Time, then, has three levels, according to Leibniz

i. the atemporality or eternality of God;
ii. the continuous immanent becoming-itself of the monad as *entelechy*;
iii. time as the external framework of a chronology of "nows."

شكل 39.2: الازمان عند ليبنيز.

6.8.2 كانط: الزمن فطرة فى العقل

المسائل الفلسفية حول الفضاء-زمن

المسائل الفلسفية حول الفضاء-زمن تتلخص فى خمسة معضلات:
اولا انطولوجيا ontology الفضاء-زمن من ناحية هل هو جوهر substance او عرض property بمعنى هل الفضاء-الزمن هو جوهر اى شيء قائم بذاته لا فى موضوع ام هو عرض وهو ما يقوم بالجواهر كالصفات و الاحوال؟.

الاعتراض على ان الفضاء-زمن لا يمكن ان يكون جوهرا يتأتى من كونه خامل و غير متاح سببيا كما انه لا يدرك بالحس. والاعتراض الآخر انه لو كان جوهرا لكان اذن لانهائى وهذا ايضا مرفوض كما كان يفكر ديكارت و ليبنيز و كانط (فهم متفقون فى هذا) من انه لا يمكن ان يكون هناك الا جوهر واحد لانهائى هو الله. لهذا مثلا كان ديكارت يقول ان الفضاء-زمن لا متعين و لا يقول انه لانهائى.

أما الاعتراض على ان الفضاء-زمن لا يمكن ان يكون عرض فهو اوضح لان هذا يعنى ان وجوده قائم اما بجوهر ممكن وفى هذه الحال لو توقف الجوهر عن الوجود لتوقف الفضاء-زمن عن الوجود, او ان يكون قائم بجوهر قديم -اى الله- وهذا يعنى ان الفضاء-زمن هو من صفات الله وهذا ايضا يرفضه الكثير من الفلاسفة و منهم كانط.

ثانيا انطولوجيا الفضاء-زمن من ناحية ارتباطه بالاجسام الفيزيائية و علاقاتها؟.

هنا لدينا مدرستان. مدرسة نيوتن المسماة بالمطلقية absolutism التى تنص على ان الفضاء-زمن هو موجود مطلق لانهائى وهو مستقل فى وجوده عن الاجسام الفيزيائية و العلاقات فيما بينها اى ان النقاط فى الفضاء-زمن موجودة. بعبارة اخرى فان الفضاء-زمن هو الفضاء-زمن الرياضى.

ومدرسة ليبنيز المسماة بالعلائقية relationalism التى تنص على ان الفضاء-زمن يتعلق فى وجوده على الاجسام الفيزيائية و علاقاتها الممكنة اى ان النقاط فى الفضاء-زمن غير موجودة.

قارنوا ليبنيز بأينشتاين. يبدو لى ان اينشتاين هو حل وسط بين ليبنيز و نيوتن. فالفضاء-زمن فيه النقطة لكنه يتعلق على الاجسام.

وحتى استبق الاحداث اقول ان كانط كان ضد وجهتى النظر هاتين معا وهو يسميهما بالواقعية المتسامية transcendental realism اما نظرته فهى اعمق بكثير تسمى المثالية المتسامية transcendental idealism وهو كان يسمى اتباع نيوتن بالباحثين الرياضيين فى الطبيعة اما اتباع ليبنيز وهم ايضا كثر جدا ربما الاغلبية خاصة فى اوساط الفلاسفة فكان يسميهم بالباحثين الميتافيزقيين فى الطبيعة.

وقد رد كانط على كل من ليبنيز و نيوتن لكن رده على نيوتن كان اكثر حسما و اقتضابا يعتمد فى اغلبه على مبادئ ميتافيزيقية عامة اما رده على ليبنيز فقط كان اكثر تفصيلا و كان متعبا له لان ليبنيز لم يكن بالفيلسوف الهين فآراءه ايضا كانت معقدة مركبة يصعب فهمها على القارئ العادى.

ثالثا وهى معضلة لا تقل صعوبة عن معضلات الانطولوجيا اعلاه وهى التساؤل ماهو اصل تمثيل الفضاء و الزمن فى العقل؟.

والتمثيل representation -وهو احد مصطلحات كانط المعقدة- نقصد به الفكرة. اى ماهو اصل فكرة الفضاء و فكرة الزمن؟. فنحن لدينا فكرة او تمثيل للاجسام فى الفضاء و فى الزمن كما انه لدينا فكرة او تمثيل للفضاء و الزمن أنفسهما. اذن من اين جاء هذا التمثيل الثانى خاصة اذا تذكرنا ان الفضاء-زمن هو خامل سببيا وبالتالى لا يدرك بالحس.

رابعا وهى معضلة ذى علاقة وطيدة بالمعضلة السابقة وهى ماهو بالضبط محتوى تمثيل او فكرة الفضاء-زمن فى العقل؟. فحسب كانط محتوى تمثيل الفضاء-زمن يمكن ان يؤدى بنا الى اصل تمثيل الفضاء-زمن فى العقل كما ان معرفة الاصل سيعطى لنا صورة افضل عن محتوى التمثيل. فمثلا بخصوص الفضاء فان محتوى التمثيل يعكس لحد ما نعرفه عن الفضاء من الهندسة الاقليدية.

خامسا وهى المعضلة التى تربط المعضلات الاربعة اعلاه ببعضها البعض. ماهى العلاقة بين الفضاء-زمن من جهة و العقل من جهة اخرى؟. بالنسبة لكانط هذه المعضلة تصاغ بشكل اخطر: هل يتعلق الفضاء-زمن فى وجوده على العقل؟. الجواب بالنسبة اليه كما سنرى هو نعم. وهو يذهب ابعد من هذا حيث يقول ان هذا النوع من الوجود القائم بالعقل سيوفر فرصة افضل فى فهم انطولوجيا الفضاء-زمن من ناحية الجوهر-العرض و من ناحية الارتباط بالاجسام الفيزيائية و علاقاتها و ايضا سيوفر امكانية افضل لفهم اصل و محتوى تمثيل الفضاء-الزمن فى العقل.

التمثيل

ولحسن حظنا كفيزيائيين نظريين ان محور الفلسفة الحديثة كانط اعتمدت فلسفته بشكل محورى على الفضاء-زمن الذى هو مجال الفيزياء النظرية الاساسى. واضيف و اقول ان كانط فى الفلسفة مثل الميكانيك الكمومى فى الفيزياء. فيمكن ان تدرس الفيزياء و لا تدرس الكمومى و تسمى نفسك فيزيائى و تعيش سعيدا فى وهم ماشاء الله لك ان تعيش فكذلك يمكن ان تدرس الفلسفة و لا تدرس كانط و تسمى نفسك فلسفى و تعيش سعيدا فى وهم ما شاء الله لك ان تعيش. لكن الوهم لن يغنى عن الحقيقة شيئا كما يعلم ذلك الجميع.

اذن الفضاء عند كانط هو (فطرة محضة اى سبقية فى العقل) و كذلك فالزمن عنده هو (فطرة محضة اى سبقية فى العقل).

و الفطرة intuition و المحضة pure و السبقية a priori هى مصطلحات كانطية يتطلب شرحها ثم فهمها جهدا جهيدا وهذا ما سأحاوله. وهى مصطلحات تعتمد على المصطلح الآخر الاكثر تعقيدا التمثيل representation الذى هو موضوع هذه الفقرة.

ويبقى اهم مصطلحات كانط و اعقدها التسامى transcendental الذى سنشرحه فى فقرة لاحقة. اكتفى الآن بذكر ان التسامى هو تسامى الاستعراف cognition على الحس وليس العكس لان هناك تمثيلات فطرية محضة اى سبقية مثل الفضاء و الزمن و المقولات categories كلها فطرية فى العقل لا تحتاج الى الحس فى اكتسابها ولهذا فهى محضة او سبقية.

اذن الفضاء و الزمن بالنسبة لكانط هى مثل المقولات (تذكروا مقولات ارسطو و ابن سينا و كانط). وامثلة على المقولات اذكر الجوهر و السببية و غيرها.

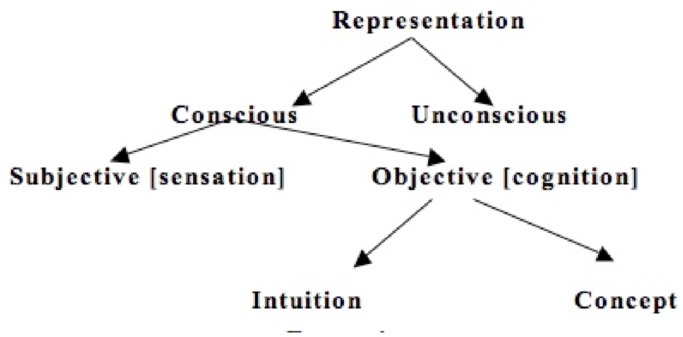
ومما يصعب قضية المصطلحات فى الفلسفة انها ليست قضية لغوية محضة لكن ليس لدينا الا اللغة لفهمها -ثم نحن لانترجم من الاصل الالمانى بل من الترجمة الانجليزية-. ولو قارنا بالفيزياء النظرية وهى ايضا تعانى من حشد هائل من المصطلحات لوجدنا ان الامر اقل سوءا فى الفيزياء لان المصطلح تضبطه اللغة لكن ايضا تضبطه الرياضيات كما ان ترجمتنا هى من الانجليزية مباشرة.

واحد امثلة الترجمة هى كلمة intuition التى ترجمناها فطرة و ليس حدس لاننى شعرت بقوة ان كانط يقصد بها الاولى و ليس الثانية. كما ان الفطرة هى قضية محورية عندنا فى الفلسفة و ادعى بعضهم انها كافية لوحدها لمعرفة الله.

كانط لانه من الاوائل الذين تعاملوا مع الفلسفة كأنها علم و ليس جدل او ادب كما يريد ان يتعامل بعضهم معها -حتى تبقى على حل شعرها كما يقولون- فقد ضبط بالضبط ماهية المعرفة المكتسبة بالفطرة ومنها مثلا الفضاء و الزمن.

اذن بعد هذه المقدمة الطويلة نسبيا أعرف الشيء-فى-ذاته thing-in-itsefl على انه الشيء فى الخارج -اى خارج الذهن-. واحد اعمدة فلسفة كانط هو الادعاء ان هذا الشيء-فى-ذاته لا يمكن ابدا ان نعرف حقيقته اى كما هو فى نفسه و كل ما يمكن ان نعرف عنه هو ظواهره appearances و فقط الله -يقول كانط- يمكنه ان يعرف الاشياء-فى-ذاتها.
ولهذا فان كانط بعد جهد جهيد يحصر المعرفة فى الرياضيات و العلوم الطبيعية اما الميتافيزقيا فيقول عنها كانط ان المعرفة فيها مستحيلة بمعنى ان كل ما يمكن تحقيقه فى الميتافيزيقا هو معرفة مثالية متسامية وليس معرفة واقعية متسامية كما فى الرياضيات و الفيزياء. وهذا نوع من التفويض الذى قال به السلف والذى نازع فيه من عطل و من اثبت. وكل هذا راجع الى القيود السبقية التى يخضع اليها العقل الناجمة من ملكة التلقى receptive capacity -الاحساسية- و ملكة التعقل conceptual capacity -الفهم- اللتان سنشرحهما بتفصيل اكثر ادناه.

نُعرف الآن التمثيل representation بأنه هو ادراك perception الراصد -مصطلح الفيزياء النظرية- او الأنا -مصطلح الفلسفة- للمرصود اى للشيء او للعرض او للحادث أخ. وهذا الادراك قد يكون بوعى conscious او بدون وعى unconscious و التمثيل الذى هو ادراك بوعى -وهو الأهم- ينقسم الى الشعور sensation الذى هو معرفة ذاتية و الى الاستعراف cognition الذى هو معرفة موضوعية التى هى المعرفة التى نسعى وراءها. ثم ينقسم الاستعراف الذى هو معرفة ذاتية موضوعية بدوره الى الفطرة intution و الى المفهوم concept كما فى الصورة.



شكل 40.2: ينقسم التمثيل الى الواعى و اللاواعى اما الواعى فينقسم الى الذاتى و الموضوعى اما الموضوعى فينقسم الى الفطرة و المفهوم.

اذن الفطرة هى تمثيل فى الذهن واعى و موضوعى. لكن الشعور هو تمثيل فى الذهن واعى و ذاتى. اذن الشعور هو ليس تمثيل للشيء او للعرض او للحادث بل هو حالة للأنا او الراصد. بعبارة اخرى فان الشعور لا يمثل اى شيء مختلف عن الأنا الذى يشعر. اذن هناك فرق جلى بين الفطرة و الشعور.
لكن هناك ايضا فرق أجلى بين الفطرة و المفهوم. فالفطرة هى تمثيل مباشر مفرد اما المفهوم فهو تمثيل غير مباشر عام. فالفطرة تمثل X حيث X هو شيء او عرض او حادث كما نمثل X فى الادراك اى ذلك الذى هناك that there. اى ان الفطرة هى تمثيل لا يستعمل تمثيلات اخرى فهو مباشر و مفرد. اما المفهوم فانها تمثل X بوضعه فى نوع او أكثر. اذن المفهوم هو تمثيل يستعمل تمثيلات اخرى كوسائط -ولهذا فهو غير مباشر و عام-.
اهم انجازات كانط هو النص على ان كل من الفطرة و المفهوم قد يكون سبقى a priori و قد يكون لحقى a posteriori و حتى ندرك اهمية هذا الامر فاننا نعرف المعرفة السبقية على انها المعرفة التى لا تعتمد على الحس و التجربة مطلقا فى ارسائها مثلا الرياضيات و الطوطولوجيات tautologies اى المغالطات -وهى القضايا الصحيحة فقط بالاستناد الى البناء اللغوى مثلا كل العزاب غير متزوجين- و الاستنباط deduction من العقل المحض مثلا براهين الانطولوجيا.
اما المعرفة اللحقية فهى المعرفة التى تعتمد على الحس و على التجربة مثلا العلوم الطبيعية. وقد كان الفلاسفة متفقون ان المفهوم الذى هو تمثيل واعى موضوعى غير مباشر و عام قد يكون سبقى كما انه قد يكون لحقى. اضافة كانط العميقة هو النص على ان الفطرة هى ايضا قد تكون سبقية كما انها قد تكون لحقية. اذن الفطرة يمكن ان تكون سبقية محضة لا تعتمد ابدا على الحس.
ينص كانط فى الجمالية المثالية transcendental aesthetic وهى الباب الاول فى كتابه نقد العقل المحض critique of pure reason على ان تمثيل او ادراك الفضاء-زمن فى الذهن هو فطرة (اى تمثيل مباشر مفرد) سبقية محضة (اى لا يعتمد على الحس).
هذا يعنى انه يستحيل علينا اختبار الاشياء التى ليست فى الفضاء و الزمن. من الجهة الاخرى لا يدرك الفضاء-زمن مباشرة اذن الفضاء-زمن هو النمط الذى يتم به ادراك الاشياء. يمكننا ان نتصور وجود وعى يدرك الاشياء-فى-ذاتها مباشرة و ليس عبر الفضاء-زمن (مثلا الله) لاننا يمكن ان نتصور-يقول كانط- وعى محض فطرى. لكن ادراكنا للاشياء يتم دائما عبر الاحساسية التى تخضع لشرطى

الفضاء و الزمن وهما شرطين سبقيين. اذن الاحساسية sensibility هى مصطلح آخر فى مقابل مصطلح اضافى هو الفهم understanding كما هو واضح.

اذن نذكر ان العقل يتميز بملكتين الأولى للتلقى هى الاحساسية -وهى المسؤولة عن الفطرة- و الثانية للتعقل هى الفهم -وهى المسؤولة عن المفهوم-. والاحساسية sensibility و الشعور sensation مختلفان جدا رغم ان الاصل الانجليزى له نفس الجذر. اما فى الالمانى فهما مختلفان تماما فنقول Sinnlichkeit و Empfindung وهنا مثال على خطورة اللغة فى الاداء.

فالاحساسية هى القدرة الموضوعية للحصول على الفطرة التى تضم مثلا المعرفة الرياضية و التخيل و غيرها اما الشعور فهى حالة الأنا الذاتية عند الادراك. اما الفهم فانه يستخدم الاحساسية للوصول الى الاشياء قبل ان يبدأ فى التفكير. يقول كانط مثلا: بدون الاحساسية لا تعطى الاشياء لنا. وبدون الفهم لا يمكن التفكير فى الاشياء. فالافكار بدون محتوى فارغة و الفطرة بدون مفاهيم ضريرة.

العرض الميتافيزيقى

سوف نركز على الفضاء فقط. وعلى آراء كل من نيوتن و ليبنيز و كانط.

نيوتن:

كان اهتمام نيوتن الأول بالحركة (التى لم تهم مطلقا ليبنيز و كانط لانها مفهوم حسي فى الاساس) و بالضبط اهتم نيوتن بتحديد الحركة الحقيقية اى المطلقة من الظاهرية اى النسبية وهذا لتعيين القوى المحددة للحركة. ولهذا افترض ان الفضاء مطلق وهذا التوجه هو ما يسمى بالنظرة المطلقية للفضاء. اذن الفضاء هو موجود واقعى مستقل عن كل شيء آخر قائم بذاته.

ليبنيز:

اما نظرة ليبنيز فهى ان الفضاء هو جملة العلاقات الممكنة و الحقيقية بين الاشياء. اذن الفضاء قائم فى وجوده على وجود الاشياء و علاقاتها. وهذه وجهة النظر العلائقية. كانط فى دوره قبل-النقدى (اى قبل ان يكتب كتابه نقد العقل المحض ويصبح كانط الذى نعرفه اليوم) كان متابعا من اكبر المتابعين لليبنيز. وخلال هذا الدور كان يحاول باستماتة التوفيق بين نظرة نيوتن المطلقية و نظرة ليبنيز العلائقية. لكنه بعد الدور النقدى فان كانط اصبح معاديا و بشدة لكلا النظرتين و هما بالنسبة اليه مختلفتان عن بعضهما البعض بشكل بسيط سطحى و هو يسميهما معا بالمثالية الواقعية.

كانط:

يقول كانط فى العرض الميتافيزيقى metaphysical exposition لفكرة الفضاء فى الجمالية المتسامية ان تمثيل (لاحظوا انه دائما يتكلم عن تمثيل الشيء و ليس عن الشيء-فى-ذاته) الفضاء لا هو حسى (ضد الفلسفة الحسية) و لا هو مفهوم (ضد الفلسفة العقلية) و حججه اربعة:

-اولا الفضاء ليس مفهوم حسى عكس ما يذهب اليه لوك Lock و هيوم Hume و هذا يعنى ان اصل تمثيل الفضاء فى الذهن ليس الحس و التجربة. اذن حتى نمثل جسمين A و B مفصولين بمسافة فى الفضاء يجب اولا ان نمثلهما فى الفضاء. اذن تمثيل الفضاء سابق على تمثيل المسافة بالنسبة لكانط و هذا عكس ما يذهب اليه لوك.

-ثانيا الفضاء هو تمثيل ضرورى سبقى (اى لا يعتمد على الحس و هى النقطة الاولى بشكل مختلف). مثلا هنا يقدم كانط الحجة التالية. رغم انه يمكننا تمثيل الفضاء على انه فارغ من الاشياء لا يمكننا تمثيل انعدام الفضاء ابدا. اذن الفضاء هو شرط امكانية الظواهر وليس تحديد يتعلق على الظواهر. تذكروا ان الظواهر هى الاشياء-فى-انفسها كما تبدو للعقل او الأنا. اذن هذه النقطة هى معارضة بشكل مباشر لموقف ليبنيز الذى ينص على ان الفضاء هو جملة العلاقات الممكنة و الحقيقية بين الاشياء. اى انه بالنسبة لليبنيز فان فكرة وجود الفضاء بدون الاشياء و العلاقات فيما بينها هى فكرة متناقضة. رغم هذا فان ليبنيز يمكنه تخيل او تصور فضاء خالى من الاشياء-اى الفضاء المطلق لنيوتن- عكس كانط الذى يعتقد ان هذا الفضاء فعلا موجود كنمط من انماط الفطرة.

المعضلة ان وجود هذا الفضاء الخالى من الاشياء كما يتصوره نيوتن -هنا كانط و ليبنيز متفقان- يخرق مبدأ العلة الكافية. هذا يعنى ان انتظام و انسجام الفضاء يعنى ان الله رغم انه يمكنه ان يخلق هذا الفضاء فانه ليس له اى علة تبرر وضع الاشياء فيه بشكل او بآخر وهذا محال فى حق الله اذن الفضاء الخالى محال. ليبنيز يذهب اكثر من هذا لهدم فكرة الفضاء المطلق و يقول ان هذا الفضاء يتناقض ايضا مع مبدا تطابق اللامتمايزات.

يبقى توضيح هل الفضاء مفهوم او فطرة و ايضا محتوى تمثيل الفضاء فى العقل. وهذا معطى بالحجتين المواليتين فى العرض الميتافيزيقي.

-ثالثا تمثيل الفضاء هو فطرة محضة (اى تمثيل مباشر مفرد) و ليس مفهوم (اى تمثيل غير مباشر عام). الحجة هنا تعتمد على القول انه لو كان الفضاء مفهوم لكان من الممكن تمثيل اجزاءه بشكل منفصل عن تمثيل الفضاء ثم اعادة تركيب مفهوم الفضاء من هذه الاجزاء. مثلا كلمة (الانسان) هى مفهوم و ليس فطرة لانها تعنى (الكائن المخلوق المادى الحى العاقل) ويمكننا تمثيل كل كلمة من هذه الكلمات و بشكل منفصل عن (الانسان) كمفهوم ثم نعيد تركيب مفهوم (الانسان) من هذه الاجزاء. هذا شيء لا نستطيع ان نقوم به مع تمثيل (الفضاء). لان تمثيلات الموضع و المسافة فرعية على تمثيل الفضاء اى ان الموضع يفترض الفضاء و المسافة تفترض الفضاء وليس

العكس (حسب الحجة الاولى) وهذا عكس رأى ليبنيز ان المكان هو المؤسس للفضاء.
-رابعا تمثيل الفضاء هو لانهائى فى المقدار اى يحتوى على عدد غير منته من الامكنة. هذا يعنى ان الفضاء لا يمكن ان يكون مفهوم لانه لوكان مفهوم لكان تمثيل الفضاء سيتطلب تمثيل عدد غير منته من الامكنة وهذا محال. بل هو فطرة محضة اى سبقية.

التسامى المثالى و الفضاء-زمن و العقل

فى الجمالية المتسامية فى نقد العقل المحض يقدم كانط عرض ميتافيزقي للفضاء (الذى يهتم بأصل و محتوى تمثيل الفضاء) ثم يقدم عرض متسامى للفضاء الذى يناقش فيه الاستعراف السبقى التركيبي المحتوى فى الهندسة.
تذكروا ان هناك معرفة سبقية لا تعتمد على الحس (الفلسفة العقلانية) و معرفة لحقية تعتمد على الحس (الفلسفة الحسية). لكن كانط عنده أيضا المعرفة التحليلة analytic التى تحتوى مقدماتها على نتائجها او يكون فيها الخبر predicate محتوى فى المبتدأ subject. مثلا كل العزاب متزوجون و كل المثلثات تحتوى على ثلاثة اضلاع. وهناك ايضا المعرفة التركيبية التى يكون الخبر فيها غير محتوى فى المبتدأ. مثلا كل الاجسام ممتدة.
اذن الفضاء هو تمثيل غير حسى مفرد و مباشر للفضاء اى فطرة سبقية. السؤال التالى الذى يجيب عليه كانط فى العرض المتسامى هو كيف يمكن الحصول اصلا على تمثيل غير حسى مفرد و مباشر للفضاء؟ و هذه المسألة هى نفسها مسألة فلسفة الرياضيات: كيف نحصل على المعرفة السبقية التركيبية فى الهندسة؟
احدى نتائج كانط الاخرى هنا انه لا يمكننا ان نتكلم عن الفضاء الا من وجهة النظر الانسانية و ان الفضاء هو متسامى مثاليا. اذن الصراع حول الفضاء و الزمن بالنسبة لنويتن و ليبنيز هو صراع حول هل الفضاء مطلق (نيوتن) ام هل هو علائقى (ليبنيز). اما الصراع بين ليبنيز و نيوتن من جهة و كانط من جهة اخرى فهو هل الفضاء واقعى (نيوتن و ليبنيز) ام هل هو مثالى (كانط).
اذن هذا الصراع الثانى هو بخصوص هل الفضاء-زمن موجود فى الواقع ام فى الذهن اما الصراع الاول فهو بخصوص هل الفضاء-زمن موجود فى نفسه ام بالنسبة للاشياء. اذن يمكن ان يكون لنا اربعة مواقف مختلفة الواقعية العلائقية, الواقعية المطلقة, المثالية العلائقية و المثالية المطلقة. وهى ملخصة فى الصورة.

Realist relationalism	**Idealist relationalism**
1. Space is the order of possible relations among objects 2. Relations are mind-independent	1. Space is the order of possible relations among objects 2. Relations are mind-dependent
Realist absolutism	**Idealist absolutism {?}**
1. Space is an object-independent framework for object relations 2. Space is mind-independent	1. Space is an object-independent framework for object relations 2. Space is mind-dependent

شكل 41.2: الواقعية العلائقية, الواقعية المطلقة, المثالية العلائقية و المثالية المطلقة.

كانط القديم (1755) كان يقول بالواقعية العلائقية مثل مذهب العلائقية الحديثة. اذن الفضاء هو نظام العلاقات الممكنة و الحقيقية بين الاشياء الممكنة و الحقيقية. وان هذه العلاقات واقعية. ليبنيز كان مختلفا قليلا فهو كان مثالى فى العلاقات relations التى هى بالنسبة اليه لا جواهر substances و لا اعراض properties اذن هى ليست موجودة الا فى الذهن.
كانط المتوسط (1770) كان يقول بالمثالية المطلقية. اى الفضاء لا يتعلق بالاشياء و العلاقات لكنه يتعلق بالعقل. اذن بالنسبة لليبنيز و نيوتن فان الفضاء-زمن موجود بشكل مستقل عن العقل و بالتالى فهو واقعى حسب كانط. وفى هذا الاطار فان قضية المطلقية و العلائقية اى قضية هل الفضاء قائم بذاته subsisting او انه قائم بالاشياء و العلاقات inhering هى قضية ثانوية. اذن وجود الفضاء بالنسبة لليبنيز و نيوتن هو وجود متسامى واقعيا.
اما كانط النقدى (1787) فهو يقول ان وجود الفضاء-زمن هو وجود متسامى مثاليا و ليس متسامى عقليا اى بكل بساطة يتعلق على العقل.
لكن ماهو التسامى الواقعى بالضبط؟
الفضاء اذن حسب ليبنيز لكن كما يفهمه كانط هو نظام معين فى مجتمع الجواهر اما الزمن فهو التوالى الديناميكى لحالات الجواهر.
اذن الفضاء لا يتعلق بالعقل لأنه اما كائن مستقل (نيوتن) او لانه يتبع supervene نظام الجواهر (ليبنيز). التسامى الواقعى بالنسبة للمطلقيين اتباع نيوتن يعنى ان الفضاء قائم بذاته subsist on its own بغض النظر عن الاشياء اما التسامى الواقعى بالنسبة للعلائقيين اتباع ليبنيز فان الفضاء قائم بالاشياء inhere in the objects و علاقاتها. و كلا الفهمين ينص على ان الفضاء-زمن مستقل عن العقل و منها تأتى الواقعية.

هذا هو التسامي الواقعي. وهو يعني بالخصوص بالنسبة لليبنيز أننا نبدأ بتمثيل حسي للفضاء, ثم نقوم بنزع العناصر المخلوطة في هذا التمثيل, للحصول على فكرة صافية و مميزة للفضاء, اي المفهوم الرياضي المجرد. اذن بالنسبة لليبنيز فانه ليس لدينا تمثيل سبقي مباشر و مفرد للفضاء. السبب وراء هذا حسب كانط هو ان ليبنيز يخلط بين الفطرة و الشعور فهي نفس الشيء بالنسبة له.

اما نقد كانط لنيوتن فهو يعتمد على الملاحظة انه بالنسبة لنيوتن فان الفضاء و الزمن هما جوهران فعليا لانهما مستقلان عن كل الجواهر و عن كل الاعراض و عن كل العلاقات و ايضا عن العقل و ايضا عن السببية. وهما ايضا غير قابلان للادراك و لا نهائيان و كل واحدة من هذه تؤدي الى مشاكل ميتافيزيقية. هنا نلاحظ ايضا ان كانط يعتقد ان التسامي الواقعي لليبنيز هو مكافئ للحسية المثالية لان وجود نظام الجواهر هو وجود متسامي واقعيا اي لا يتعلق بالعقل اما العلاقات و الظواهر فوجودها وجود متسامي مثاليا.

لكن ماهو التسامي المثالي بالضبط؟

وهذا هو موقف كانط و هو اعقد بكثير من التسامي الواقعي. يمكن شرح التسامي المثالي بخصوص الفضاء-زمن بمقارنته كما فعل كانط نفسه بمثالية بركلي الدوغماتية التي تنص انه لا يوجد شيء او صفات لا تتعلق بالعقل. اذن الفضاء و الزمن و كل ما يحتويانه ليست أشياء و ليست صفات أشياء اي ان الفضاء-زمن ليس جوهر و ليس عرض لكن الفضاء و الزمن و كل ما يحتويانه ينتمي فقط الى مظاهر هاته الأشياء اي كيف تظهر الاشياء-في-ذاتها للعقل. و من شروط تمثيل الاشياء في العقل نجد اولا الفضاء-زمن.

هذا هو موقف كل المثاليين و منهم بركلي و كانط. لكن بركلي يعتقد ان تمثيل الفضاء-زمن في العقل هو حسي اما كانط فهو يعتقد ان ذلك التمثيل فطري سبقي. اذن الفضاء-زمن قائم inhere بالعقل قبل اي تجربة او ادراك كشكل محض للاحساسية. اذن التسامي المثالي هو مثالي لانه يتعلق بالعقل و هو تسامي لانه لا يتعلق بالحس. بعبارة اخرى التسامي هو ليس لان الفضاء-زمن يتعلق بالعقل بل لانه لا يتعلق بالعقل غير الفطري (اي الحسي و المفهوم) ولكنه يتعلق بالفطرة المحضة.

اذن الحجتان الاولى و الثانية في العرض الميتافيزقي تميز بين كانط و بركلي في ان مثالية الاولى هي متسامية (تمثيل الفضاء غير حسي) اما مثالية الثاني فهي دوغماتية (تمثيل الفضاء حسي). اما الحجتان الثالثة و الرابعة فهي تميز بين مثالية كانط المتسامية (تمثيل الفضاء فطرة محضة) و مثالية ليبنيز الحسية (تمثيل الفضاء مفهوم).

للاستزادة انظروا [87, 88, 89].

7.8.2 أرخميدس حسب برايس: الزمن و علاقته بالسببية و بالكمومي و بالحرية

في هذا الباب نتبع [90].

سهم السببية و الاسهم الاربع الاخرى

سهم السببية يتلخص في الآتي:

-لماذا الحوادث تتعلق بما حدث في الازمان السابقة وليس بما سيحدث في الازمان اللاحقة؟.

-لماذا المسببات تأتي بعد الاسباب و ليس العكس ابدا؟.

-لماذا الفعل الانساني يؤثر في الحوادث اللاحقة و ليس الحوادث السابقة؟.

هذا السهم يسميه برايس السهم الثالث.

أما السهم الاول فهو السهم الترموديناميكي اي لماذا تتجه الامور نحو الفوضى اكثر فاكثر-تزايد الانطروبي-.

اما السهم الثاني فهو سهم الاشعاع. واغلبية رجال الفيزياء يرجعون هذا السهم الى السهم الترموديناميكي لكن برايس يقول انه سهم مستقل. مثلا لماذا لا نرى نجوم بالوعة للاشعاع وكل النجوم التي نراها تبث الاشعاع. مثال آخر لماذا الاشعاع الكهرمغناطيسي من اي مصدر هو اشعاع متأخر retarded و ليس اشعاع متقدم advanced اي نرى الامواج دائما كروية حول المنابع التي تبث و لا نرى ابدا الامواج كروية حول الممتصات.

مثال ابسط وهو مثال بوبر Poper: عندما نرمي حجرا في بركة فاننا نرى امواجا كروية خارجة متمركزة حول نقطة دخول الحجر الى الماء تنتشر بشكل مستمر. لكننا لم نرى ابدا امواج كروية داخلة من اطراف البركة تنتشر نحو نقطة مركزية معينة من البركة.

الفيزياء في الترموديناميك و الاشعاع كلها متناظرة اي ليس لها سهم. اذن من اين اتى السهم؟.

وهناك ايضا السهم الكوسمولوجي اي لماذا بدأ الكون من تلك الحالة الابتدائية الخاصة جدا جدا.

ثم هناك السهم الكمومي اي لماذا فعل القياس في الميكانيك الكمومي لا يمكن وصفه بمعادلة شرودينغر.

حسب رأي برايس السهم الاساسي هو السهم الكوسمولوجي و ان الزمن ليس له سهم حقيقة اذن الغموض يبقى في الشروط الابتدائية التي كانت في بداية الكون و ان كل الاسهم الاخرى ترجع الى هذا السهم.

لكن اذا كان ليس للزمن سهم فكيف يكون الزمن موجودا؟.

هل نصدق المنطق ام الحس: السؤال الازلى

جميع القوانين الفيزيائية باستثناء القوانين التى تحكم التهافت النووى الضعيف لجسيم الكاوون kaon المحايد هى قوانين متناظرة تماما تحت تأثير العكس فى الزمن. اذن اى تفاعل -باستثناء الكاوون- الذى يقع فى الاتجاه المعروف فى الزمن فان هذا التفاعل مسموح له ايضا ان يقع فى الاتجاه العكسى للزمن. اذن القوانين الفيزيائية نفسها لا تحتوى على سهم الزمن اى لا يوجد فرق فيها بين الذهاب من المستقبل الى الماضى او من الماضى الى المستقبل.

لكن العالم يبدو انه يحتوى على اتجاه فى الزمن. فهناك السهم الترموديناميكى اى ان الجمل تسعى بطبيعتها الى اللانظام. وهناك السهم الاشعاعى اى انه لدينا فقط فى الكون مصادر للاشعاع و لا نرى ابدا بالوعات للاشعاع. وهناك السهم الكوسمولوجى اى ان الكون يتسع و لا ينكمش.

كل هذه الاسهم يمكننا ان ندخلها فى القوانين الفيزيائية عبر الشروط الابتدائية و ليس عبر القوانين لان القوانين كما ذكرت متناظرة.

السؤال من نصدق الفيزياء التى تقول ان الحاضر غير موضوعى او العالم الذى يقول ان الحاضر موضوعى. يعنى مع من يقف العقل فى مثل هذه الوضعية: مع ما يراه فى النظرية ام مع ما يراه فى التجربة.

ومرة اخرى هل نصدق المنطق -بافتراض ان النظرية فعلا منطقية- ام الحس -بافتراض ان التجربة فعلا حسية-.

هذا الزمن يضعنا فى موقف صعب: اما التناظر و اما السببية!

العالم من حولنا غير متناظر بالنسبة للزمن بشكل مذهل او هكذا يبدو لنا. فهناك ماضى و هناك حاضر و هناك مستقبل و الزمن يتدفق من الماضى الى المستقبل عبر الحاضر. أليس كذلك؟

لكن الفيزياء او بالاحرى كل قوانين الفيزياء (استثناء واحد) تحترم التناظر بالنسبة للزمن بشكل مذهل هى الاخرى. اذن الطبيعة تخرق التناظر تحت العكس فى الزمن بشكل مذهل لكن الفيزياء تحترم هذا التناظر بشكل مذهل. ونحن مذهولون من هذا الذهول وذلك الذهول!.

لكن كيف يفسر الفيزيائيون هذه المفارقة.

نذهب اولا مع رأى الاغلبية. يقولون لكم نعم الطبيعة لا تحترم التناظر تحت العكس فى الزمن ليس لان القوانين الفيزيائية غير متناظرة تحت العكس فى الزمن بل لان الشروط الحدية هى بطبيعتها لا يمكن ان تحترم التناظر تحت العكس فى الزمن. واكثر من هذا فان الحوادث فى الطبيعة تحترم كلها التناظر تحت العكس الزمن و كل اللاتناظر الذى نراه هو ذو اصل احصائى.

اهم الامثلة هى:

- الترموديناميك اى الظواهر الحرارية فالحرارة تنتقل من الساخن الى البارد و ليس العكس.
-الاشعاع. كل الامواج التى نراها فى الكون تخرج من منبع و لا نرى ابدا امواج تتجمع فى منبع.
-الكوسمولوجيا. الكون فى حالة توسع مستمر اى ان حجم الكون يزداد باضطراد و لا ينقص ابدا.

كل هذه الظواهر هى ظواهر غير متناظرة فى الزمن لكن القوانين التى تحكمها متناظرة فى الزمن (مبدأ التناظر T) وكل اللاتناظر الذى نراه هو ناجم عن الشروط الحدية (اى الشروط الابتدائية مثلا الكون بدأ فى الانفجار الاعظم) وهو ذو اصل احصائى لان كل الاعيان (اى الحوادث الفردية) هى متناظرة ايضا. و نقصد بالاصل الاحصائى ان اللاتناظر الذى نراه هو التصرف المتوسط لعدد ضخم من الاعيان وليس تصرفا لكل الاعيان.

اذن هذا هو رأى الاغلبية فى اللاتناظر الزمنى الذى نراه وهو يعتمد كما ترون على مبدأ التناظر تحت تأثير العكس فى الزمن او اختصارا التناظر T.

لكن هناك من يعترض و بشدة اذكر منهم بنروز و برايس.

أما بنروز فهو من دعاة القانون الفيزيائى غير المتناظر تحت العكس فى الزمن من اجل تفسير الانطروبى الصغير جدا الذى بدأ منه الكون.

أما برايس (ورأيه اعمق فى رأيى) فهو من دعاة ان التناظر T هو فعلا تناظر حقيقى فى الكون لا يمكن التخلى عنه (وهو يسميه وجهة نظر اللامتى nowhen view و ينسبها الى ارخميدس). لكن برايس يقبل ان اللاتناظر الذى نراه فى الكون لا يمكن تفسيره عبر التناظر T فهذا فى رأيه غير ممكن اصلا و هو توجه متناقض (وله حجج كثيرة لدعم هذا الموقف ليس هنا مكانها).

لكن برايس يقول ان الفيزياء تحتوى ايضا و ضمنا على مبدأ عظيم آخر هو الركيزة الثانية بالاضافة الى T و هو ما يسميه المبدأ PI او مبدأ استقلال التأثيرات الواردة principle of independence of incoming influences وهو ينص بكل بساطة على الامر البديهى (الذى يرفض برايس بداهته) ان الاجسام المتفاعلة قبل تفاعلها هى اجسام مستقلة عن بعضها البعض.

هذا المبدأ هو مبدأ غير متناظر تحت تأثير العكس فى الزمن بشكل صريح و بالتالى فهو متناقض مع المبدأ T وعليه فان برايس يقول انه يجب علينا التضحية به و الحفاظ على المبدأ T وان هذا الفهم سيؤدى ايضا حسب رأيه الى الحد بشكل كبير من ميتافيزيقية الميكانيك الكمومى و خاصة مبرهنة بال المحورية وعدم موضعية التأثيرات الطبيعية الكمومية.

فى الخلاصة (خلاصة برايس) الطبيعة متناظرة تحت تأثير T لكن يجب ان نتخلى عن المبدأ PI اى ان الاجسام (خاصة الميكروسكوبية) ليست مستقلة عن بعضها البعض حتى قبل تفاعلها (أرأيتم التهديد الذاهب للسببية هنا!). وان هذا الخيار رغم صعوبته سيُميع ايضا كثيرا من معضلات الكمومى. الخيار الآخر هو ان نقبل التناظر T و المبدأ PI معا -حيث ان PI يفسر عبر الشروط الحدية و ان اللاتناظر ليس الا احصائى وهو رأى الاغلبية حسب برايس- و بالتالى لا نربح شيئا على جبهة الكمومى لانه بكل بساطة T و PI متناقضان. اذن الخياران احلاهما مر.

البراءة تسبق التجربة

البراءة تسبق التجربة هو المبدأ الحدسى ان الاجسام الفيزيائية لا تعرف شيئا عن بعضها البعض حتى نتفاعل. اذن خواص الاجسام لا تتعلق ببعضها البعض الا اذا تفاعلت و الى غاية لحظة ان نتفاعل. اذن البراءة تسبق التجربة و الاجسام تبقى غير واعية ببعضها البعض حتى نتقابل لاول مرة. هذه الفكرة الاساسية للمبدأ PI اى مبدأ استقلال التأثيرات الواردة. وهذا ما يسميه ايضا الفيلسوف الاسترالى المختص فى الزمن برايس Price بمبدأ البراءة لتحقيق الاثر الدرامى.

هل هذا المبدأ حدسى فعلا؟.
الجواب اكيد نعم.
اذن هل يمكننا ان نتحداه؟.
الجواب ايضا اكيد نعم رغم حدسيته.

النقطة الاساسية ان هذا المبدأ غير متناظر بالنسبة للزمن. فالاجسام الواردة من مناطق مختلفة فى الفضاء على نقطة معينة لا تتفاعل حتى تلتقى فى تلك النقطة. هذا ما يقوله هذا المبدأ. لكن الاجسام الخارجة من نقطة الى مناطق مختلفة فى الفضاء لا يمكن ابدا ان نتصور انها مستقلة عن بعضها البعض فهى أكيد مرتبطة. اذن هذا المبدأ لا يعمل فى الاتجاه العكسى للزمن!.

هذا المبدأ كان قد انتبه الى عدم احترامه للتناظر بالنسبة للزمن الفيلسوف راخنباخ Reichenbach عام 1956 فى كتابه (اتجاه الزمن) الذى نشر بعد وفاته. وهو كان يسمى مبدأ البراءة او مبدأ استقلال التأثيرات الواردة بمبدأ العلة المشتركة principle of common cause وهذا اسم افضل لانه اسم فلسفى محض.

حسب راخنباخ فان الاجسام المقترنة اذا لم يكن اقترانها راجع الى الاقتران السببى المباشر فانه يجب ان يكون راجع الى الاقتران بجسم ثالث فى الماضى المشترك بينهما و هذا ما يسميه راخنباخ بالعلة المشتركة.

فى الفلسفة التحليلية المعاصرة هذا المبدأ يسمى باللاتناظر الشوكة fork asymmetry. فشكل الشوكة (شوكة الأكل) ال V هو بالضبط الذى يعبر عن العلة المشتركة لجسمين مقترنين غير مرتبطين سببيا مباشرة (فالعلة المشتركة موجودة فى الرأس).

لكن ركزوا جيدا فى هذه النقطة الأخيرة: لاتناظر الشوكة هو لاتناظر ليس بسبب الشكل V لكن بسبب ان الشوكات من هذا النوع (اى المفتوحة نحو المستقبل) موجودة بكثرة فى الطبيعة لكن الشوكات المقلوبة (المفتوحة نحو الماضى) منعدمة تماما فى الطبيعة. وهذه معضلة السهم فى الزمن فى افضل صورها.

العالم غير بريء

الاشياء التى تفاعلت مع بعضها البعض فى الماضى القريب يجب ان تكون مرتبطة سببيا. لكن الاشياء التى ستتفاعل مع بعضها البعض فى المستقبل القريب غير مرتبطة سببيا. هذا هو نص مبدأ البراءة. كل الفيزياء مبنية فعلا على هذا المبدأ غير المصرح به. حتى الميكانيك الكمومى وقع فى الفخ وكل شيء فيه يفترض ضمنا هذا المبدأ.

غير ان هذا المبدأ ليس له اى دعم تجريبى على المستوى الميكروسكوبى وهو المستوى الاهم. اما المستوى الماكروسكوبى فالدعم التجريبى هو المبدأ الثانى للترموديناميك.

الفيلسوف برايس يقول علينا ان نضحى بهذا المبدأ حتى نحتفظ بمبدأ التناظر تحت العكس فى الزمن الذى له دعم تجريبى هائل.

واكثر من هذا يقول ان معضلات الميكانيك الكمومى منشئها هو فرضية البراءة غير المبررة تجريبيا و غير المبررة حتى عقليا: لماذا الاجسام التى ستتفاعل مع بعضها البعض فى المستقبل القريب غير مرتبطة سببيا, أما الاجسام التى تفاعلت فى الماضى القريب فهى مرتبطة

سببيا؟.

برايس يعطى المعادلة فى الصورة التى تعبر على ان الميكانيك الكمومى لو حذفنا منه مبدأ البراءة الميكروسكوبى فانه سيصبح نظرية عقلانية كلاسيكية تعبر عن الواقع حقيقة. بعبارة اخرى ان العالم بدون مبدأ البراءة هو بالضبط العالم الذى يصوره الميكانيك الكمومى.

$$\text{QM} + \mu\text{Innocence} \Rightarrow \text{Nonlocality, Indeterminacy, } \ldots$$

شكل 42.2: العالم بدون مبدأ البراءة هو بالضبط العالم الذى يصوره الميكانيك الكمومى.

هل يمكن للمستقبل ان يؤثر على الماضى؟

نعم هذا سؤال محترم جدا يطرحه الفلاسفة و الفيزيائيون النظريون مشككين و متشككين فى السببية!. وهذا ايضا هو السبيل للسفر فى الزمن و عبور سرعة الضوء و غيرها من الظواهر الممنوعة فى الفيزياء و المنطق منعا لا يرقى الى درجة الاستحالة العقلية.

حجة الخدعة bilking argument هى برهان ضد السببية العكسية قدمه ماكس بلاك max black عام 1956.

وقبل ان نقدمها نُعرف قليلا ماهى السببية العكسية و نُذكركم ايضا ماهى السببية التى قال عنها برايس انها احدى مقدسات الفلسفة رغم ان الفيزياء لا تحتاجها!. وهذا ليس انطباعى الشخصى لاننى اظنها اى السببية احدى مقدسات الفيزياء ايضا.

اولا نُعرف السببية العكسية على انها امكانية وقوع المعلول قبل العلة او امكانية حدوث المسببات قبل اسبابها او امكانية تعلق الماضى و الحاضر على المستقبل. وهى مرتبطة بالتأثير المتقدم advanced action مثلما ان السببية العادية مرتبطة بالتأثير المتأخر retarded action.

أما السببية التى نعرفها فهى تحدث فى سهم الزمن وان الماضى هو الذى يؤثر فى المستقبل و ليس العكس لان الماضى ثابت اما المستقبل فهو متغير كما يقولون او بالاحرى مجهول كما اقول.

و قد اتفق كثير من الفلاسفة ان السببية راجعة الى الفيزياء و ليس الى المنطق. اى ان السببية ضرورة طبيعية و ليست ضرورة عقلية. السببية العكسية مرتبطة ارتباطا وثيقا بالسفر فى الزمن و الجسيمات ذات السرعات التى تفوق سرعة الضوء مثل الطاكيونات tachyons و عليه فانها تؤدى الى نفس التناقضات.

نتصور حدث A سابق زمنيا لحدث آخر B كما فى الصورة. لكن نتصور او نفترض مع ماكس بلاك ان B الذى يقع فى المستقبل هو سبب A الذى يقع فى الماضى. الفكرة التى ينبنى عليها برهان الخدعة انه كل مرة يقع فيها الحدث A فاننا نتدخل فى سلسلة الحوادث التالية و نمنع الحدث B من الوقوع. هذا يمكن تحقيقه عن طريق بناء آلة تحقق اولا ما اذا كان A قد وقع ام لا. هذا نرمز له بالحدث C فى الصورة.

بعد ذلك هذه الآلة المصنوعة خصيصا لهذا الغرض تحقق ان الحدث B يقع اذا و فقط اذا لم يقع الحدث C وبالتالى فانه بواسطة هذه الالة فان الربط بين الحدثان A و C هو ربط ايجابى لان C يقع عندما يقع A أما الربط بين الحدثان B و C فهو ربط سلبى لان B يقع فقط عندما لا يقع C و هذا متناقض مع الربط الايجابى المفترض فى البداية بين الحدثان A و B: هل ترون ذلك؟.

وهذه اقوى الحجج ضد السببية المعكوسة وقد اعجزت الفلاسفة منذ وضعها صاحبها عام 1956.

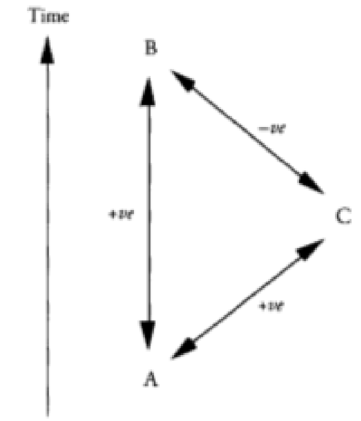
لكن فيلسوف الزمن برايس Price يعتقد ان هذه الحجة تحتوى على ثغرة و بالتالى ان السببية العكسية او التأثير المتقدم او السفر فى الزمن كلها ظواهر تبقى ممكنة فيزيائيا و انها منطقيا لا تحتوى على اى تناقض عقلى بحت. انظروا كتابه [90].

الجبر هو حل الكمومى و الزمن معا!!

فيلسوف الزمن برايس Price لا يرى مانعا فى تبنى احدى اقتراحات فيزيائى الكمومى الاول بال Bell فى ان حل معضلات الكمومى يمكن ان يكون عن طريق قبول الجبر لكن بال و برايس -كغيرهم من الفلاسفة و الفيزيائيين- يرفضان اخذ هذا الطرق الوحيد الذى يرونه سالكا. اذن هما يقولان اذا قبلنا الجبر المطلق فان كل عقد الكمومى مع نفسه و مع النسبية ومع العقل ستحل.

ومن اراد ان يفهم الربط عليه ان يقرأ الفصل الاخير التاسع من كتاب برايس [90].

اذن هذا رأى جديد جدا بالنسبة للكثيرين. مرة اخرى هؤلاء القوم لا يهمهم اسقاطات كل هذا الجنون الميتافيزيقى على المجتمع والسياسة و ما يهم الناس. هم مهتمون فقط بالواقع و الطبيعة وحقيقتهما.



شكل 43.2: حجة الخدعة.

وشخصيا فانني مقتد بهم فى هذا المضمار. فلا يأتى احد و يقول ان كلامك خطير قد يأخذه بعض الناس على انه دعوة للجبر. فاولا انا ناقل و معجب و النقل و الاعجاب ليسا بالضرورة الاعتقاد و الحب. و ثانيا لا يهمنى اذا فهمنى س او ع خطأ و اعتقد الجبر قلبا و قالبا وترك العمل لان هؤلاء اصلا تركوا العمل منذ زمان بعيد و مكان أبعد و لا يحتاجون فعلا الى آراء هؤلاء الفيزيائيين كمبررات.

السببية الخلفية أو التأثير المتقدم

من الواضح ان وضعنا الحالى يتعلق بماضينا. بعبارة اخرى الحاضر الذى نعيشه هو كان نتيجة حتمية للماضى الذى عشناه. هذا هو اتجاه السببية المباشر direct causation.

لكن هل يمكن لوضعنا الحالى ان يكون ايضا متعلق بما سيقع لنا فى المستقبل. بعبارة اخرى هل يمكن للمستقبل الذى لم نعشه بعد ان يكون مؤثرا فى حاضرنا الذى نعيشه الآن. هذا هو اتجاه السببية الخلفية backward causation.

الجواب الذى تعطيه النظرية الكمومية او بالاحرى بعض تفسيراتها (التفسير المعاملاتى transactional interpretation لكرايمر Cramer و برايس Price) هو نعم ممكن بل هذا هو المرجح ان يكون عليه الواقع فعلا. والجواب الذى يعطيه مبدأ التناظر تحت العكس فى الزمن و كذا النسبية هو أكيد نعم. فلا فرق بين الاتجاه المباشر و الاتجاه الخلفى للسببية لانه لا فرق بين السهم الموجب و السهم السالب للزمن.

والسببية الخلفية فى هذا الاطار تعنى ايضا ان مبدأ البراءة (الذى ينص على ان البراءة تسبق التجربة اى ان الاجسام مستقلة عن بعضها البعض حتى تتفاعل) يجب ان ينهار على الاقل فى العالم الميكروسكوبى. اذن الاجسام التى ستلتقى مع بعضها البعض فى المستقبل هى اجسام مرتبطة حتى لو لم تكن قد التقت مع بعضها البعض فى الماضى. ولهذا السبب بالضبط فان السببية الخلفية سوف تتجنب ما يسمى حجة الخدعة bilking argument احد اهم الحجج فى فلسفة السببية التى تنص على ان الأجسام المرتبطة من دون ان يكون احدهما سببا للآخر يجب ان يكونا لهما سبب مشترك فى الماضي المشترك بينهما.

السببية الخلفية تتجنب هذه الحجة بالقول ان الاجسام مرتبطة ليس لوجود ماضى مشترك بينهما لكن لوجود مستقبل مشترك بينهما. اذن السببية الخلفية لن تؤدى الى اى تخلف للاسباب عن المسببات رغم اسمها. اذن الواقع يحتوى على الاتجاهين للسببية و نحن لا نلحظ فى عالمنا الماكروسكوبى الا الاتجاه المباشر مثلما اننا لا نلحظ الا الاتجاه الموجب للسهم فى الزمن. لكن العالم الميكروسكوبى اى الذرى فهو يحتوى على الاتجاهين على قدم المساواة.

ومبرهنة بال الكمومية تفترض فى اساسها مبدأ البراءة او ما يسمى فى هذا النسق ايضا بفرضية الاستقلالية independence assumption التى تنص على ان حالة الجملة لا تتعلق بالقياس الذى سوف يُجرى عليها.

ثم ان بال فكر فى ارخاء هذه الفرضية عن طريق افتراض ان حالة الجملة غير مستقلة عن القياس و الرصد الذى سيجرى عليها بسبب ماضى مشترك بينهما. فوجد بال ان هذا سيؤدى به مباشرة الى الجبر اذ انه لا توجد اى حرية للراصد فى رصد ما يريد فحالة الجملة محددة تماما بالرصد الذى سيجرى عليها وليس هناك حرية حقيقية للراصد و لهذا رفض الفكرة.

لكن اصحاب التفسير المعاملاتى يقولون دعنا نرخى فرضية الاستقلالية فى الاتجاه الآخر بافتراض ان حالة الجملة تتعلق بالقياس و الرصد الذى سيجرى عليها لأنهما سيتفاعلان فى المستقبل. وهذه هى السببية الخلفية من اين جاءت. هم يدعون ان هذه الفرضية سوف

تجعل الميكانيك الكمومى واقعى و موضعى و انه علينا فقط قبول التناظر تحت العكس فى الزمن (وهذا سهل جدا), رفض مبدأ البراءة (وهذا سهل/صعب نوعا ما) و قبول السببية الخلفية (وهذا صعب جدا).

مبرهنة بال و فرضية الاستقلالية و التأثير المتقدم

مبدأ البراءة الميكروسكوبية $\mu-$innocence ينص على ان الجسيمات يجب ان تكون غير مقترنة و غير مرتبطة قبل تفاعلها. بعبارة اخرى اذا لم تلتقى الجسيمات ابدا فى الماضى فانه من الطبيعى جدا افتراض ان "البراءة تسبق التجربة" و اعتبار الجسيمات مستقلة عن بعضها البعض. من الواضح ان هذا المبدأ غير منسجم تماما مع مبدأ التناظر تحت العكس فى الزمن خاصة فى العالم الميكروسكوبى. هذا هو ادعاء الفيلسوف برايس.

اذن اذا اعتبرنا الجسيمات التى تشترك فى علة واحدة فى الماضى مقترنة و مرتبطة فانه يجب علينا ايضا اعتبار الجسيمات التى ستشترك فى حادث واحد فى المستقبل مقترنة و مرتبطة. هذا هو المنسجم مع مبدأ التناظر تحت العكس فى الزمن.

لكن مبدأ البراءة الميكروسكوبية يعمل فى اتجاه الماضى و لا يعمل فى اتجاه المستقبل و بالتالى فهو ليس متناظر تحت تأثير العكس فى الزمن.

ثم يدعى برايس ان الميكانيك الكمومى زائد مبدأ البراءة الميكروسكوبى هو الذى يؤدى فى الحقيقة الى اللاموضعية التى نجدها فى وصف الميكانيك الكمومى للعالم.

لكن كلنا يفهم ان اللاموضعية التى نجدها فى الميكانيك الكمومى هى ايضا موجودة فى الواقع كما يتنبأ الميكانيك الكمومى بالضبط. هذا يجب اخذه اذن على انه التأكيد التجريبى لمبدأ البراءة الميكروسكبى الذى يريد ان يتخلص منه برايس.

نلاحظ ايضا ان التخلص من مبدأ البراءة الميكروسكوبى ينطوى على تأثير متقدم وبالتالى فهو غير منسجم تماما مع السببية. لكن يبدو ان برايس لا يرى اى مانع فى التأثير المتقدم و لا يراه متعارضا ابدا مع مبدأ السببية. بل اكثر من هذا فهو يرى ان التأثير المتقدم هو الذى سيقبع فى قلب اى حل لمعضلة تفسير الميكانيك الكمومى.

يبدو ان مبرهنة بال (أهم نتيجة فى الفيزياء) تبين ان الطبيعة -كما يصفها الميكانيك الكمومى- هى غير واقعية و غير موضعية. هذه المبرهنة تعتمد على فرضية الاستقلالية independence assumption التى تنص على ان المتغيرات المخفية (التى تعبر مع دالة الموجة على حالة الجملة) لا تتعلق بالقياسات المستقبلية التى سنجريها على الجملة.

اقترح بال انه يمكننا ان نجعل الميكانيك الكمومى واقعى و موضعى اذا ارخينا فرضية الاستقلالية عن طريق اضعاف الاختيار الحر وذلك بافتراض اقترانات و ارتباطات بين المتغيرات المخفية و القياسات المستقبلية عن طريق افتراض انهما يشتركان فى علة واحدة فى ماضيهما المشترك. هذه الامكانية منسجمة مع مبدأ البراءة الميكروسكوبى لكن تقضى على حرية الارادة و هذا ما لم يعجب بال نفسه و غيره.

لكن برايس قدم اقتراحا مغايرا وهو ارخاء فرضية الاستقلالية عن طريق افتراض ان تلك الاقترانات بين المتغيرات المخفية و القياسات المستقبلية راجعة بكل بساطة الى انهما سيتفاعلان فى المستقبل اى اشتراكهما فى حادث واحد فى مستقبلهما المشترك (سببية خلفية).

بعبارة اخرى فان القياس الذى سنجريه على الجملة الآن فى الحاضر يؤثر على الحالة الماضية للجملة (تأثير متقدم). اذن التعلق و الارتباط و الاقتران يمتد الى الماضى كما الى المستقبل لانه بكل بساطة موجود بسبب العلة المشتركة فى الماضى و ايضا بسبب الحادث المشترك فى المستقبل. فهناك تفاعلات فيزيائية (القياس او الرصد الكمومى) لها تأثيرات سابقة متقدمة.

هذا المقترح (السببية الخلفية و التأثير المتقدم) يحترم التناظر تحت العكس فى الزمن (عن طريق التخلى عن مبدأ البراءة الميكروسكوبى) و حرية الارادة.

اذن فرضية المستقبل المشترك -كما يسميها ايضا برايس- تفسر كل الترابطات و الاقترانات التى تتنبأ بها مبرهنة بال, تتجنب الاعتراضات التقليدية ضد السببية الخلفية (حجة الخدعة), و ايضا تتجنب قلق بال وغيره بخصوص حرية الارادة و القدرية. اذن فى المحصلة الميكانيك الكمومى واقعى لكنه يحتوى على تأثير متقدم.

8.8.2 الزمن بين زينون و الغزالى و ابن سينا و ابن تيمية

أما تأثير زينون الكمومى فهو يعنى اننا يمكننا اعدام الحركة و التغير و الزمن فى الجملة الفيزيائية عن طريق النظر اليها -أى رصدها و اجراء القياس عليها- بشكل مستمر!.

بعض الناس يعطى المثال الشعبى التالى: ابريق فيها ماء موضوعة على نار و أحدهم واقف ينظر و ينتظر ان يغلى الماء. اذا كانت القدر و الماء الذى فيها و النار التى عليها كلها جمل كمومية و الذى واقف ينتظر فى غليان الماء هو راصد كمومى فان عملية الرصد المستمرة هذه ستتسبب فى عدم غليان الماء ابدا مهما كانت قوة النار و مهما كان طول الانتظار.

وهذا المثال الشعبي يعبر فعلا عن الذى يتضمنه تأثير زينون الكمومى من فيزياء غريبة تؤدى اليها المعادلات الرياضية دون ادنى شك و قد تم التحقق منه تجريبيا ايضا. وهو اذن يبقى اعظم التأثيرات الكمومية فى رأيى.

اذن فى المحصلة الزمن يمكن الغاءه عن طريق فعل الرصد او فعل القياس الكمومى.

وهذا الزمن هو الزمن الفيزيائى العكسى الذى ليس فيه اى مشاكل فلسفية.

أما الزمن المرفق بفعل الرصد فهو زمن (يبدو انه متقطع لكن يمكن اعتباره مستمرا لان التقطيع لو كان موجودا فهو صغير جدا من سلم بلانك على الاقل). لكن هذا الزمن الثانى بالبناء هو زمن غير عكسى اى له سهم و يبدو انه هو الزمن الذى يتدفق.

اذن هناك زمنان و ليس زمن واحد!

تصوروا الآن موجودا يُجرى الرصد او القياس على الكون كله. اذن يمكنه ان يلغى حركة الكون كله وبالتالى زمنه بفعل رصد مستمر لكن لا يمكنه ان يلغى الزمن المرفق بعمليات الرصد المستمرة التى يقوم بها. فالزمن الثانى مرفق بالراصد و ليس بالجملة (الكون).

ولله المثل الاعلى. اذن الله سبحانه و تعالى لانه يعلم كل شيء كان او كائن او سيكون فهو لا يحتاج الى الزمن الاول او بعبارة اخرى فان الزمن الفيزيائى هو زمن مخلوق كما قرر ذلك حجة الاسلام الغزالى و بقية المتكلمين. اى ان الزمن الفيزيائى عنده سبحانه و تعالى ثابت او بالاحرى يراه دفعة و جملة واحدة رغم اننا نراه متغيرا متفرقا متدفقا.

لكن الله سبحانه و تعالى راصد ليس كمثل رصده رصد. فاذن الزمن الآخر المرفق بفعل الرصد الالهى هو زمن قديم و هو ربما زمن الشيخ الرئيس ابن سينا (الفيض) او شيخ الاسلام ابن تيمية (قدم النوع و تعلق الحوداث بالذات الالهية).

شكل 44.2: تأثير زينون.

باب 3

أسس الرياضيات

1.3 الأنظمة البديهية ومعضلة المالانهاية و اسس الرياضيات

1.1.3 الفرق الرياضي بين المالانهاية الحقيقية و المالانهاية الكامنة

كان اليونان يعشقون الهندسة و الحساب و يمقتون الجبر و التحليل. والامر بكل بساطة يرجع الى موضوع المالانهاية. فالكل سيتفق على مفهوم و معنى مثلا العدد اربعة 4 بغض النظر هل المفهوم موجود فقط فى الواقع او هو موجود ايضا فى عالم المثل او أنه مفهوم موجود فقط فى الذهن. اما كونه موجود فى الواقع فهذا مجال اتفاق فهناك اربعة تفاحات و اربعة سيارات و اربعة نساء و هكذا.

لكن لن تجد من بين المختصين من يمكنه ان يؤكد فعلا ان مفهومنا للمالانهاية هو نفس المفهوم عند كل الناس. وهذا حتى لو تم قبول وجود المالانهاية فى عالم المثل أو فى الذهن رغم ان هذا ايضا ليس بموضوع يقبل بتلك السهولة التى يريد ان يصورها لنا البعض.

اما الواقع الفيزيائى فهو يناقض وجود المالانهاية. فهناك طول اصغرى فى الكون هو طول بلانك و هناك عمر محدود للكون و نتيجته لربما ان حجم الكون يجب ايضا ان يكون محدود. اما الكون المرصود فهو فعلا محدود فى الحجم.

اذن الفيزياء او بالاحرى الطبيعة تكذب الرياضيات فى موضوع وجود المالانهاية.

وحتى نرى بشكل ابسط لماذا يفضل اليونان الهندسة على الجبر نأخذ مثلا جذر 2.

هندسيا نحصل على جذر 2 من مثلث قائم متساوى الساقين طول الضلعين يساوى 1. طول الوتر حسب مبرهنة فيثاغورس يساوى بالضبط جذر 2. اذن عدد الخطوات الهندسية لحساب هذا العدد هو محدود جدا.

لكن اليونان انتبهوا الى ان جذر 2 هو عدد أصم اذن هو لا يمكن ان يكون كسر (اى عدد ناطق). نحن نعلم اليوم ان جذر 2 يمكن الحصول عليه مثلا من نشر الدالة جذر 1+x حول 1. عدد الحدود فى هذه السلسلة -سلسلة تايلور الناجمة عن النشر- هو عدد لا نهائى. هى تبدأ ب 1 ثم نصف و هكذا نتوالى. و هى سلسلة مقتربة بمعنى ان مجموعها يساوى بالضبط جذر 2 لكن عدد عناصرها لانهائى. كل هذا لم تتحمله اذواق اليونان العقلية.

ارسطو و هو اكثرهم حذرا و اذكاهم تمكن من الفرز بين نوعين من المالانهاية. وهى المالانهاية الكامنة و المالانهاية الحقيقية او المكتملة.

كمثال على المالانهاية الكامنة نأخذ سلسلة الاعداد الطبيعية 1, 2, 3, 4,.... هذه السلسلة تكبر باستمرار لكنها لا و لن تبلغ ابدا المالانهاية. فالمالانهاية مثل الافق هنا كلما اقتربنا اكثر كلما ابتعد عنا اكثر. هذا ما يسمى بالمالانهاية الكامنة.

وجميع العمليات الرياضية التى تتدخل فيها عملية اخذ النهاية lim فى التحليل هى عمليات تنطوى على مالانهاية كامنة.

وكل الفيزياء هى عمليات اخذ للمالانهاية الكامنة و هذا تقريب جيد جدا للطبيعة التى هى منتهية حسب كل القرائن الموجودة حالية من طول بلانك و عمر الكون و ما يمكننا ان نرصده الآن من هذا الكون.

ومن ظن ان الفيزياء تتعامل مع المالانهاية الحقيقية فهم لم يفهم اذن فكرة الشبكة و فكرة المصفوفة و الفكرة غير-الاضطرابية و غيرها التى تريد الابتعاد عن الصياغة و الاقتراب من الحساب.

اما الرياضيات فهى تعترف ايضا بالمالانهاية الحقيقية و مثال ذلك نأخذ بين حاضنتين مجموعة الاغداد الطبيعية اعلاه أى (1,2,3,4...). فهذه هى مجموعة الاعداد الطبيعية و هى مجموعة تحتوى على عدد لا نهائى من العناصر اذن هى مالانهاية مكتملة او حقيقية وهى موجودة فعلا فى العالم الافلاطونى للرياضيات (عالم المثل) لكن هل هذا العالم وجوده فعلا هو من نفس نوع وجود هذا الكون المادى.

ومما يساعد الرياضيات و يشجعها على قبول المالانهاية الحقيقية هو اننا يمكننا تصويرها هندسيا. يمكننا ان نبنى تقابل اى تطبيق واحد-ل-واحد يأخذ كل عنصر من المستقيم الحقيقى الى عنصر على نصف الدائرة. والمالانهاية السالبة و الموجبة على المستقيم الحقيقى

تقابل اطراف نصف الدائرة. اذن المالانهاية الحقيقية التى تعبر عنها مجموعة الاعداد الحقيقية عبرنا عنها هنا بفضاء متضام (نصف الدائرة) اى لا يذهب الى المالانهاية.

لكن نصف الدائرة هى نفسها تصور ذهنى مثالى لنصف الدائرة فى الواقع الفيزيائى الذى يبدو انه لا يمتع بخاصية الاستمرارية لان هناك طول اصغرى هو طول بلانك اذن لا يوجد معنى حقيقى للنقطة فى الواقع المادى.

اذن وجود المالانهاية الكامنة لا خلافى فى الفيزياء و الرياضيات و الفلسفة اما وجود المالانهاية الحقيقية المكتملة فهو المعضلة خاصة فى الفلسفة. الرياضيات و الفيزياء يقبلان كلا النوعين لكن الطبيعة التى تريد الفيزياء ان تصفها فانها لا يبدو انها تمتع بتلك الصفة. اما الرياضيات فلأنها يمكن ان تكتفى بأن تكون افلاطونية فهى فى اغلبها تتعامل مع كلا النوعين كأنهما فعلا موجودان.

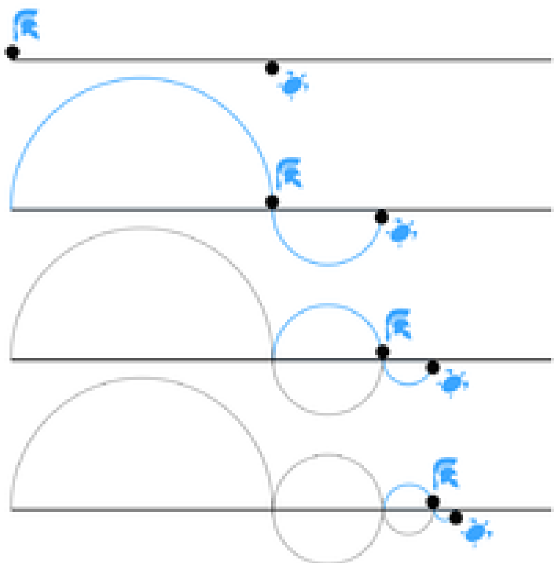
2.1.3 تناقض زينون و المالانهاية

فى سباق, يستحيل على اسرع راكض ان يتعدى الابطأ, اذ أن اللاحق يجب عليه اولا ان يصل الى النقطة التى يبدأ منها السابق, ولذلك فالابطأ يحتفظ دائما بقصب السبق.

هذا هو أحد تناقضات زينون Zeno paradox كما عبر عنه ارسطو فى كتابه الفيزياء.

زينون تصور عداء اسمه اخيل Achille, فى سباق ضد سلحفاة, التى تبدأ السباق قبله بمسافة 100 متر مثلا. نتصور للتبسيط ان سرعة السلحفاة هى نصف سرعة اخيل رغم أنها اقل من ذلك بكثير. الفطرة السليمة تؤكد ان اخيل اكيد سيلتحق بالسلحفاة و يسبقها. حساب فيزيائى عصرى بسيط يؤكد هذه النتيجة : بالمعطيات اعلاه, اخيل سيتعدى السلحفاة بعد 20 ثانية, بعد ان يكون قد قطع مسافة 200 متر.

لكن زينون تحدى الفطرة و الفيزياء و الرياضيات, ويوافقه فى ذلك راسل Russel, باقتراح تقسيم حركة اخيل كالتالى. اخيل عليه ان يقطع اولا المسافة الى النقطة التى فيها السلحفاة, و خلال هذا الوقت, تكون السلحفاة رغم سرعتها الضعيفة قد تحركت الى نقطة ابعد, اذن على اخيل ان يقطع هذه المسافة الاضافية, وخلال هذا الوقت تكون السلحفاة قد قطعت مسافة اخرى, وهكذا الى ما لانهاية.



شكل 1.3: أخيل يريد الحاق بالسلحفاة.

اذن على اخيل ان يكمل عدد غير منتهى من الخطوات, فى زمن منتهى, و هذا ما يعرف بالمهمة الخارقة و هو مستحيل عقلا.

اذن اخيل يستنتج ان الحركة مستحيلة عقلا, وان ما نراه حركة فى الواقع, هو وهم لا وجود له الا فى الذهن.

بقلب هذا البرهان على رأسه, والتسليم بأن الحركة موجودة, نحصل, عوض نتيجة اخيل, على النتيجة الاكثر اهمية, والتى استخدمها الفلاسفة و المتكلمون فى البرهان على وجود الله و غيرها من المسائل, التى تنص على ان انجاز عدد غير منتهى من الخطوات فى وقت محدود محال. اى ان اللانهاية الرياضية لا توجد الا فى الذهن.

هذه المسألة عندها علاقة, من الناحية الرياضية, بالسلاسل series و قضية تقاربها convergence و تباعدها divergence, والكثير يظن ان الرياضيات قد حلت التناقض بالكامل. يقال مثلا, ان عدد الخطوات التى يحتاج اخيل ان يقوم بها, هى عبارة عن حدود سلسلة, رغم ان عددها غير منتهى, الا انه يمكن جمعها للحصول على نتيجة غير منتهية.

هذا جواب جيد لكنه جواب سطحى وعليه فهو ليس الجواب النهائى, وتناقض زينون العصرى, المسمى مصباح تومسون Thomson lamp للفيلسوف الانجليزى تومسون Thomson يتحدى بشكل هائل هذا التفسير, وبصفة عامة رياضيات اللانهايات.

3.1.3 تناقض روس-ليتلوود

المهمة الممتازة

هل للرياضيات حقيقة مطلقة؟

هذا هو احد الاسئلة الاساسية - التى لا تسأل تقريبا اطلاقا!- فى العلم و الفلسفة و الدين. و الجواب لن نقدر عليه هنا فى هذه العجالة ولن نحاول اصلا الاجابة على هذا السؤال. لكن نأخذ مثال لنبين بعض المعضلات الموجودة فى الرياضيات نفسها.

المهمة الممتازة supertask هو انجاز عدد غير منتهى من الخطوات او المهمات الصغيرة فى زمن منتهى.

نعتبر مزهرية فارغة موضوعة على طاولة. سنحاول ملأ هذه المزهرية بكرات صغيرة خلال نصف دقيقة قبل الثانية عشر زوالا بالضبط كالتالى:

-الخطوة الاولى: قبل 30 ثانية من الثانية عشر زوالا نضع 10 كرات و ننزع كرة.

-الخطوة الثانية: قبل 15 ثانية من الثانية عشر زوالا نضع 10 كرات و ننزع كرة.

ونواصل هكذا, كل خطوة موالية تجرى خلال نصف وقت الخطوة السابقة, وفى كل مرة نضع 10 كرات و ننزع كرة.

-الخطوة رقم n: قبل $1/2^n$ دقيقة من الثانية عشر زوالا نضع 10 كرات و ننزع واحدة.

و نواصل هكذا.

من الواضح ان n سيقترب الى اللانهاية قبل أن نصل الى الثانية عشر زوالا. هذه اذن مهمة ممتازة, لاننا نريد أن نجرى عدد غير منته من الخطوات فى زمن محدود.

السؤال: كم هو عدد الكرات التى سنجدها فى المزهرية عند الثانية عشر زوالا؟

الجواب البديهى: لا نهاية.

الجواب الرياضى: صفر و البرهان كالتالى:

-الخطوة الاولى: نضع الكرات المرقمة من 1 الى 10 و ننزع الكرة رقم 1.

-الخطوة الثانية: نضع الكرات المرقمة من 11 الى 20 و ننزع الكرة رقم 2.

-الخطوة الثالثة: نضع الكرات المرقمة من 21 الى 30 و ننزع الكرة رقم 3.

-و هكذا الى مالانهاية.

- مثلا فى الخطوة رقم n ننزع الكرة رقم n.

اذن فى المحصلة ننزع عدد غير نهائى من الكرات. اذن يبقى صفر كرة فى المزهرية.

بالتالى فانه اما ان الرياضيات تؤدى الى نتيجة مناقضة للبديهة أم ان البديهة هى الخاطئة اصلا!

هذا ما يسمى تناقض روس-ليتلوود Ross – Littlewood paradox. وهو صيغة عصرية لتناقض زينون Zeno paradox و اؤكد لكم انه ليس له حل حقيقى وهم -اى الرياضيون و الفيزيائيون و الفلاسفة- لا يقولون ذلك صراحة.

هذا احد الامثلة التى تدخل الشك فى كبرى الحقائق التى لدينا و هى الرياضيات.

تعقيب على تناقض روس-ليتلوود

نحن نعرف ان عدد الاعداد الطبيعية هو عدد عابر-للنهاية transfinite يسمى ألف-صفر ويرمز له ب $\aleph_0$ و ايضا نعرف ان مجموعة الاعداد الطبيعية هى مجموعة معدودة غير منتهية countably infinite.

فى تناقض روس-ليتلوود نحن نأتى بعدد غير منتهى من الكرات, يعطى بالضبط بالعدد ألف-صفر, ثم نقوم بتنفيذ مهمة ممتازة supertask تتشكل من عدد غير منتهى من الخطوات هو ايضا يعطى بهذا العدد ألف-صفر.

اذن يمكن أن نبنى تقابل بين هاتين المجموعتين: مجموعة الكرات و مجموعة الخطوات من جهة و مجموعة الاعداد الطبيعية من جهة اخرى. وتذكروا ان التقابل يعنى تطبيق واحد -ل-واحد.

الان ننزع من المزهرية فى الخطوة n الكرة رقم n. اى انه بعد $\aleph_0$ خطوة نكون قد نزعنا $\aleph_0$ كرة. اى انه فى النهاية لا يبقى و لا كرة فى المزهرية. وهذا مناقض للبديهة بدون شك.

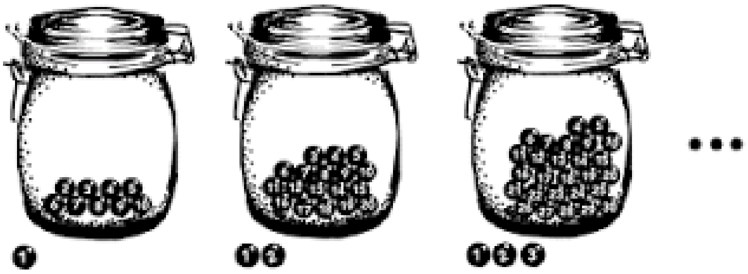
اذا اخذنا النهاية الادنى لمتتالية المجموعات limit inferior of a sequence of sets فاننا نحصل على النتيجة ان عدد الكرات التى تبقى هو عدد غير منتهى.

وفى الواقع يمكننا اتباع طرق اخرى يكون فيها عدد الكرات الباقية داخل المزهرية هو اى عدد طبيعى. و النتيجة تتعلق بالترتيب الذى ننزع به الكرات.

كل هذه الطرق المختلفة تبدو صحيحة, وفقط طريقة واحدة تعطى ما لانهاية, و بعضهم يفضل هذه النتيجة, و بعضهم يفضل الطريقة التى تعطى النتيجة صفر.

اذن هذه مسألة فيها قدر معين من الكيفية اى التعسف arbitrariness لا تحددها الرياضيات. و البعض يستنتج ان المهمة المستحيلة غير ممكنة.

شخصيا كل هذا يجعلنى بكل بساطة اتشكك فى الرياضيات التى تتعلق بالمالانهايات. وهذا كما ترون و كما سترون رأى مؤسس و ليس رأى فقط.



شكل 2.3: تناقض روس-ليتلوود.

4.1.3 فندق (معضلة) هيلبرت

تصوروا فندقا يحتوى على عدد منتهى من الغرف و كل غرفة مشغولة بضيف واحد.

اذن من البديهى مباشرة انه لا يمكن لهذا الفندق ان يستوعب عدد اضافى من الضيوف. لكن هذه ليست بديهية بل هى مبرهنة رياضية معروفة تحت مسمى مبدأ برج الحمام pigenhole principle: اذا كان عندنا n جسم و عندنا m علبة بحيث ان n اكبر من m فان احدى العلب يجب ان تحتوى ضرورة على اكثر من جسمين. نترك البرهان للمهتمين اكثر لكن الفكرة اظنها واضحة جدا.

جاء هيلبرت Hilbert العظيم -وهو ربما اينشتاين الرياضيات- و هو ايضا يعتقد فى صحة نظرية المجموعات والاعداد العابرة للنهاية transfinite numbers واقترح علينا أن نتصور فندقا يحتوى على عدد غير منتهى من الغرف وكل غرفة مشغولة بضيف. اذن هناك عدد غير منتهى من الضيوف بعدد الغرف.

اذن مبرهنة الحمام اعلاه لا يمكن ان تطبق بداهة لانها اعتمدت على عدم وجود المالانهاية فى الموضوع.

لكن للتسهيل اكثر سنفترض ان الفندق هو مجموعة معدودة countable غير منتهية. اذن رغم انها لانهائية فانها معدودة اى يمكننا ان نعد باستعمال الاعداد الطبيعية. من الناحية الرياضية نقول انه يوجد تقابل بين الفندق و مجموعة محتواة فى مجموعة الاعداد الطبيعية.

الآن السؤال الذى طرحه هيلبرت هل يمكن اضافة ضيوف جدد الى هذا الفندق اللانهائى الذى كل غرفه مشغولة بضيوف عددهم لانهائى معدود.

هو ذكى جدا جدا. عرف ان المالانهاية ليست شيئا هينا فلا هو حدسى و لا هو بديهى اذن السؤال وجيه جدا ثم اتضح له فيما بعد وبسرعة انه فعلا كذلك.

واذكر ان هيلبرت يعتقد شخصيا فى المالانهاية فليست له اذن اجندة مخفية ضد المالانهاية.

هيلبرت اكتشف مباشرة انه رغم ان كل الغرف مشغولة فى الفندق اللانهائى فانه يمكن لضيوف جدد ان يحلوا عليه اهلا و سهلا كالاتى.

نحول الضيف الذى فى الغرفة 1 الى الغرفة 2 و الضيف الذى فى الغرفة 2 الى الغرفة 3 والذى فى الغرفة 3 الى الغرفة 4 وهكذا. اذن نحول الضيف الذى فى الغرفة n الى الغرفة n+1 الى مالانهاية (أليست المالانهاية موجودة ليست لعب وهزل!!!).

بعد كل هذه العملية الفندقة التسييرية البسيطة فان الغرفة 1 اصبحت شاغرة اذن نضع فيها ضيفنا الجديد.

اذن الفندق اللانهائى يمكنه ان يتحمل ضيف جديد رغم امتلائه عن آخره.

هيلبرت لم ينتهى من تدمير نظرية المجموعات التى يحبها و يعتقد فيها.

يقترح ان نكرر. لنفترض ان ضيفا آخر يريد ان يحل على الفندق اهلا و سهلا. اذن نقوم بنفس الشيء و نخلى له الغرفة 1.

يمكننا ان نكرر عدد غير منتهى معدود.

اذن الفندق اللانهائى المعدود يمكنه ان يتحمل عدد اضافى لانهائى غير معدود من الضيوف.

5.1.3 كيف البرهان على ان $1 + 1 = 2$؟

ننطلق من مسلمات بيانو Peano التى تعرف مجموعة الاعداد الطبيعية التى يرمز لها ب N (وبيانو هو احد آباء المنطق و نظرية المجموعات و اسس الرياضيات):
المسلمة 1: الواحد موجود فى المجموعة N للاعداد الطبيعية.
المسلمة 2: اذا كان x فى N فان العدد الذى يليه هو ايضا فى N و نرمز له ب $x+$.
المسلمة 3: لا يوجد عدد طبيعى x بحيث x+=1 (يعنى ان الواحد لا يلى اى عدد طبيعى. يمكننا ان ندخل الصفر مع تغيير طفيف فى المسلمات و البرهان).
المسلمة 4: اذا كان x ليس هو الواحد اذن يوجد عدد طبيعى y بحيث y+=x (هذه تعنى ان كل عدد طبيعى باستثناء الواحد هو موالى لعدد طبيعى آخر. الواحد مستثنى لاننا لم نعتبر الصفر).
المسلمة 5: اذا كانت S مجموعة محتواة فى N و كان الواحد عنصر فى S و كان الاستلزام اذا كان x فى N فان x+ هو ايضا فى N صحيحا فان $S = N$.

بعد انّ سلمنا بهذه الامور التى تبدو بديهية و فى الحقيقة لا يمكن البرهان عليها حتى لو حاولنا نعرف عملية الجمع فى مجموعة الاعداد الطبيعية بشكل تراجعى.

تعريف: ليكن a و b عنصرين فى N. اذا كان b=1 نعرف $a + 1 = a+$ وهذا باستعمال المسلمتين الاولى و الثانية. اذا كان b لا يساوى 1 نعرف c+=b حيث c هو فى N باستعمال المسلمة الرابعة.اى ان b هو العدد الذى يلى c.
نعرف الآن $a + b = (a + c)+$.
نعرف ايضا 2 بالعلاقة 1+=2. 2 هو فى N بالمسلمتين الاولى و الثانية و بالتعريف.
حتى نرى انه تراجع يكفى ان تحقق من ان الخطوة الثانية تعطى بدلالة الخطوة الاولى. هذا يضمن ان صحة كل خطوة اخرى ستعطى بدلالة صحة الخطوة التى سبقتها.
اذا كان b=2 فان c+=2 يؤدى مباشرة الى c=1 بالجزء الثانى من التعريف. اذن a+2=(a+1)+=(a+)+ حيث استخدمنا الخطوة الاولى من التراجع من اجل $b = 1$. وهو المطلوب.

بعد أن سلمنا بالخواص الاساسية لمجموعة الاعداد الطبيعية و عرفنا الجمع عليها بشكل تراجعى نقدم المبرهنة التالية:
مبرهنة: 1+1=2
البرهان: استخدم الجزء الاول من التعريف مع a=b=1 اذن 1+=1+1. استخدم الآن الجزء الثانى من التعريف الذى يعرف 1+=2 نحصل مباشرة على النتيجة 1+1=2.
وهذا البرهان البيانوى افضل و اسرع من برهان راسل Russell و وايطهاد Whitehead فى كتابهما البرنسيبيا الرياضية الذى استهلك حوالى 370 صفحة. وقد كان برهان راسل و وايطهاد عام 1910 اول برهان على ان 1+1=2. الفرق ان راسل و وايطهاد لا يستخدمان الا منطق فرجى Frege فى برهانهما اذن هو اقوى. لكن بيانو يستخدم ايضا نظرية المجموعات كأساس و التى تلعب اليوم دورا اساسيا فى اى نقاش حول اسس الرياضيات.
اذن 1+1=2 التى توجد فى عالم المثل حسب افلاطون تحتاج كل هذا الجهد للبرهنة عليها. اذن يحق لنا جدا ان نتسائل عن كل الرياضيات الاخرى و الاسوء منها كل الفيزياء و الاسوء منهما كل الميتافيزيقا و الفلسفة.
نتعلم ايضا من هذا المثال البسيط و المحدد جدا ان كل برهان يأتى فى نسق بمعنى انه ينبنى ضرورة على مسلمات postulates و اجراءات procedures قد يدخلها الشك اذن هو غير مطلق فى المحصلة رغم انه يسمى برهان. وهذا تعبير مبسط جدا عن المبرهنة الشهيرة لغودل حول المنطق و اسس الرياضيات.

6.1.3 حول الهندسة الاقليدية: اقدم و ادق نظام عقلى فى التاريخ

بطل القصة هنا هو اقليدس.
اما اقليدس الذى عاش فى اليونان حوالى 300 قبل الميلاد فهو ربما اعظم رياضى عاش فى التاريخ. وكتابه العناصر elements الذى وضع فيه اسس ما يعرف اليوم باسم الهندسة الاقليدية يعتبر نموذج لحد اليوم فى الدقة المنطقية و البنائية و البرهانية التى لا يبقى شك وراءها فى اى عقل كائن من كان. وهو اول من استخدم فى الرياضيات و بشكل مكثف طريقة البرهان بالنقيض reduction ad absurdum التى نفترض فيها ان القضية التى نريد اثبات صحتها خاطئة ثم نحاول ان نستنتج من هذا تناقض منطقى. وهى اهم طرق الرياضيات و الفيزياء و الفلسفة التى لا غبار عليها الى غاية يومنا هذا.
ولو تذكرتم فاننا دائما نتكلم عن الفضاء-زمن و نقول انه اقليدى او انه لورنتزى. اما الاقليدى فهو بالضبط نسبة الى اقليدس و الى الهندسة الاقليدية.
لكن ماهى الهندسة الاقليدية؟

هى اول نظام بديهى شكلى فى التاريخ يعتمد غلى خمسة بديهيات و خمسة مسلمات و طرق برهان معينة (مثلا البرهان بالنقيض) لاستخراج جميع القضايا الصحيحة و المبرهنات الخاصة بهندسة المستوى الاقليدى و الفضاء الاقليدى و تعميماتهما الى الابعاد العليا.

اقليدس ينطلق من خمسة بديهيات:

-الكل اكبر من الجزء.

-اذا كان A يساوى B و C يساوى B فان A يساوى C اى ان الشيئين المساويان لنفس الشئ متساويين.

-اذا كان A يساوى B وكان C يساوى D فان A+C يساوى B+D اى انه اذا جمعت اشياء متساوية مع اشياء متساوية نحصل على مجاميع متساوية.

-اذا كان A يساوى B وكان C يساوى D فان A-C يساوى B-D اى انه اذا طرحت اشياء متساوية من اشياء متساوية نحصل على باقيات متساوية.

-اذا كان A اقل من B وكان B اقل من A فان A=B اى ان الشيئين المتطابقان متساويان.

واهم من البديهيات التى تبدو بديهية جدا فهناك المسلمات و هى قضايا صحيحة لكن المسلمة الخامسة تسببت فى مشاكل و اكتشافات عظيمة فيما بعد.

هذه المسلمات هى:

المسلمة الاولى: توجد قطعة مستقيمة واحدة تربط بين اى نقطتين.

المسلمة الثانية: اى قطعة مستقيمة يمكن تمديدها بشكل مستمر الى الخط المستقيم.

المسلمة الثالثة: الدائرة موجودة بأى مركز وبأى قيمة لنصف القطر.

المسلمة الرابعة: جميع الزوايا القائمة متساوية.

المسلمة الخامسة: وهى اشهر مسلماته و تعرف باسم مسلمة التوازى parallel postulate و تنص على ان المستقيمين المتوازيان لا يلتقيان ابدا.

اما المسلمة الاولى فهى فعلا واضحة, اما المسلمتان الثانية و الثالثة فهما تعبران على ان المستوى و الفضاء لا نهائيان و بدون اى فجوات, اما المسلمة الرابعة فهى اقل وضوحا و تعبر على ان الفضاء متجانس -اى جميع نقاطه متماثلة- و ايزوتروبى isotropic -اى ان جميع الاتجاهات فيه متكافئة-. اذن المسلمة الرابعة تعبر عن ان اى شكل فى أى مكان معين من الفضاء يمكن ان يكون له نفس الهيئة الهندسية لشكل آخر فى مكان آخر من الفضاء و نقول عندئذ ان الشكلين متشابهان congruent.

اذن المسلمات الاربعة تعبر عن فضاء مترى metric متجانس و ايزوتروبى و لا نهائى.

وكما نعرف اليوم فان النتائج الاخيرة للكوسمولوجيا تؤكد بالذات هذه الصورة. اى ان الكون هو فضاء اقليدى ثلاثى الابعاد متجانس و ايزوتروبى و فى غياب اى قرائن اخرى فهو ايضا لا نهائى. اذن اقليدس اصاب عين الصواب منذ 2300 سنة بسبب حياده المطلق و دقته و حذره الخرافيان.

لكن ماهو وضع المسلمة الخامسة بالضبط؟

اما المسلمة الخامسة فهى اقل وضوحا و تبدو و كأنها مبرهنة بحاجة الى برهان و قد حاول اقليدس بالفعل استخراجها من المسلمات الأخرى لكنه فشل.

وهذه المسلمة هى التى تستعمل فى بناء المربع. فوجود المربع ليس بديهى بالمرة و اقليدس كما ذكرت لكم عبقرى نادر و هو حذر جدا و لهذا اختزل كل الامور التى يحتاجها فعلا حتى يستطيع ان يرسم المربع -فالامر ليس بديهى بالنسبة له وهو فعلا ليس بديهى-. فبدون مسلمة التوازى فان المربع غير موجود. وفعلا لو كان الكون غير اقليدى لما كان المربع موجود على المستويات الكوسمولوجية. اذن كما ترون هو حذر و دقيق جدا جدا.

والمسلمة الخامسة هى التى تؤدى ايضا الى القضية المشهورة فى ان مجموع زوايا اى مثلث يساوى زاويتين قائمتين. و المسلمة الخامسة هى التى تؤدى الى مبرهنة فيثاغورس الفينيقى.

لكن ماذا يحدث لو تخلينا عن مسلمة التوازى. هل سنحصل على تناقض اما اننا سنحصل على شيء جديد.

الكل كان يعتقد اننا سنحصل على تناقض و أكثر من عمل على هذا الموضوع الايطالى ساكشيرى Saccheri الذى افترض ان مسلمة التوازى خاطئة وعمل جاهدا على استخراج تناقض فلم ينجح بل على العكس كان فشله فشلا ذريعا مع خيبة امل اكبر.

والحقيقة ان ساكشيرى اكتشف ما يعرف اليوم باسم الهندسة الزائدية hyperbolic geometry عندما كان يحاول البرهان على اننا سنحصل على تناقض بالتخلى عن مسلمة التوازى. اذن فى المحصلة هو اكتشف شيئا دون ان يفهمه بالمرة.

فالتخلى عن مسلمة التوازى يؤدى الى الهندسة الزائدية مباشرة و ليس الى تناقض عقلى.

فى الهندسة الزائدية فان مسلمة التوازى, مبرهنة فيثاغورس, مجموع زوايا مثلث يساوى 180 كلها قضايا غير صحيحة. وايضا من اجل اى شكل هندسى بحجم معين فانه لا يوجد عموما شكل هندسى مشابه بحجم اكبر.

جاء بعد ذلك الرياضى لامبارت Lambert الذى كان اول من استوعب امكانية ان الهندسة التى نحصل عليها عند التخلى عن مسلمة التوازى قد تكون فعلا موجودة.

مثلا اكتشف لامبارت ان مجموع زوايا مثلث فى الفضاء الزائدى الذى لا تحقق فيه مسلمة التوازى هو اقل من 180 درجة و هو متناسب بالضبط مع مساحة ذلك المثلث. انظر المعادلة فى الضورة حيث α و β و γ هى زوايا المثلث و Δ هى مساحة المثلث و C هو ثابت مقلوب جذره يسمى شبه نصف القطر pseudo radius.

$$\pi - (\alpha + \beta + \gamma) = C\Delta$$

شكل 3.3: مجموع زوايا مثلث فى الهندسة الزائدية.

لكن من المعروف ان المثلث على الكرة يحقق نفس العلاقة لكن باشارة ناقص اضافية لان C يمكن مطابقته مع ناقص مقلوب مربع نصف قطر الكرة. هذا يعنى ان الفضاء الزائدى يظهر ككرة بنصف قطر تخيلى. من هنا استنتج لامبارت ان هذا الفضاء يمكن فعلا ان يكون موجود.

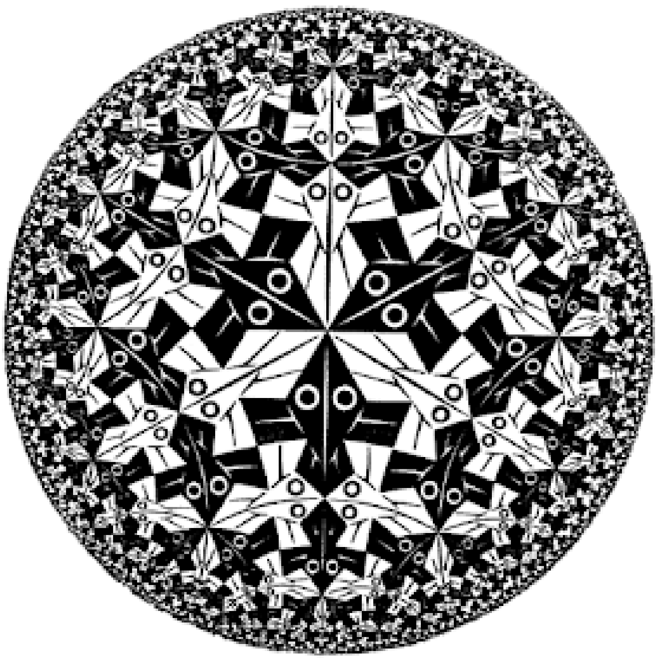
بعد ذلك جاء العبقرى غوس Guass فاعاد اكتشاف هذه الامور-لكنه لم ينشرها لانه فى مثل عبقرية اقليدس و ايضا فى مثل حذره- لكنه تيقن مباشرة ان هذا الفضاء الزائدى فعلا موجود و هو مختلف عن الفضاء الاقليدى و عن الكرة فهو موجود بشكل مستقل منفصل كما انهما موجودان.

ثم اعاد اكتشاف هذا الفضاء كل من المجرى بولاى Bolyai و الروسى لوباشفسكى Lobachevsy و الفضاء الزائدى يعرف اليوم ايضا باسم فضاء لوباشفسكى.

لكن ماهو الفضاء الزائدى او فضاء لوباشفسكى بالضبط؟

من وجهة نظرنا نحن فى الفضاء الاقليدى فان الفضاء الزائدى يعطى بتمثيلات اكتشف اغلبها الرياضى الايطالى بلترامى Beltrami لكن لا احد منها يحمل اسم بلترامى لان رياضيين آخرون اعادوا اكتشافها و كانوا الاشهر و ايضا الافضل فى استخدامها.

سأركز هنا على التمثيل الكونفورمال conformal representation الذى يسمى ايضا بقرص بوانكريه Poincare disc لان بوانكريه هو الذى اعاد اكتشافه و استعمله ايما استعمال.

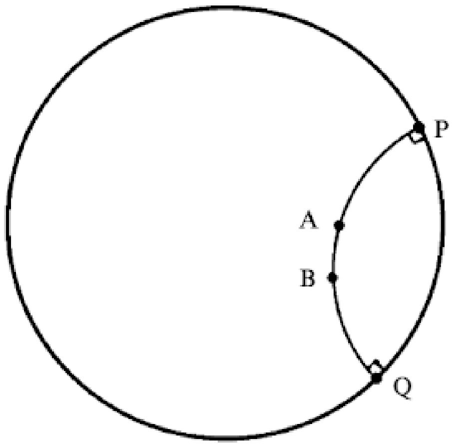


شكل 4.3: قرص بوانكريه او الفضاء الزائدى.

فى هذا التمثيل كل الفضاء الزائدى نرسمه داخل قرص فى الفضاء الاقليدى. انظر الصورة الثانية. المستقيمات فى هذا الفضاء الزائدى هى اقواس دائرية فى الفضاء الاقليدى تنزل عموديا على الدائرة التى تحد الفضاء. اما الزاوية فى الفضاء الزائدى فهى نفسها الزاوية التى

نعرفها فى الفضاء الاقليدى و لهذا يسمى هذا التمثيل بالتمثيل الكونفورمال -اى التماثلي- لانه يحفظ الزوايا. المسافة بين اى نقطتين A و B فى هذا الفضاء الزائدى تعطى بالعلاقة اللوغارتمية فى الصورة الثالثة.

نربط النقطتين A و B بالنقطتين P و Q على الدائرة التى تحد الفضاء الزائدى فى التمثيل الكونفورمال. النقطتان P و Q تقعان على الدائرة الاقليدية التى تمر بالنقطتين A و B و التى تنزل على الدائرة الحدية عموديا. نقيس كل المسافات حسب المترية الاقليدية اى كما نحسب المسافات بين النقاط فى الفضاء الاقليدى ثم نأخذ النسبة و نأخذ اللوغاريتم فى الصورة الثالثة. هذه هى المسافة فى الفضاء الزائدى.



$$\log\frac{QA\cdot PB}{QB\cdot PA}$$

شكل 5.3: المسافة فى الفضاء الزائدى.

اذن اقليدس عبقرى من ادق العباقرة اطلاقا. و هندسته الاقليدية اول نظام بديهى فى الرياضيات. و الكون تؤكد التجارب الحالية قول اقليدس فيه انه اقليدى يحقق مسلماته الخمسة.

اما المسلمة الخامسة فهى شيء لا يمكن ابدا البرهان عليه من داخل الجملة البديهية -اذن هذا مثال على مبرهنة غودل فى النظام البديهى المنسجم لكن غير المكتمل-.

لكن عند التخلى عن مسلمته الخامسة للتوازى لا نحصل على تناقض عقلى كما كان الكثير يظن لكن نحصل على فضاء جديد بخواص عجيبة جدا لكنه موجود على الاقل فى العالم الافلاطونى للمثل. هذا الفضاء هو الفضاء الزائدى الذى يمكن تصوره على انه كرة بنصف قطر تخيلى. فى هذا الفضاء مجموع زوايا مثلث هى اقل من 180 درجة و مبرهنة فيثاغورس لا تطبق و غيرها من الخواص.

هذا الفضاء الزائدى رغم انه ليس هو الفضاء التى تؤكد عليه القياسات الكوسمولوجية الاخيرة الا انه الفضاء الذى يلعب الدور الاساسى فى نظرية الوتر فيما يسمى ثنائية ال AdS/CFT فالرمز AdS هو فضاء دى سيتر الضدى و هو فضاء زائدى علينا فقط اخذ الاشارة اللورنتزية-اى ان الزمن مختلف عن المكان حسب النسبية- و ليس الاشارة الاقليدية.

7.1.3 مبرهنة غودل

اى لغة قوية بما يكفى, بحيث انها معبرة بما يرضى, هى لغة محدودة. هذه هى خلاصة مبرهنة جودل Godel theorem اعظم مبرهنة فى الرياضيات التى تضع, من بين اشياء أخرى, حدود هائلة للمنطق الرياضى.

لكن حتى اشرحها أكثر فإنى مضطر للتجريد قليلا. سنتبع بنروز Penrose فى [14].

نعتبر جملة بديهية شكلية axiomatic formal system تحتوى على الحساب. شكلية هنا نقصد بها رمزية تجريدية. هذه جملة رياضية تحتوى على مجموعة منتهية من البديهيات, و عدد منته من قواعد الاستدلال, يمكن أن نستنتج منها كل مرة قضايا واحكام رياضية صحيحة, انطلاقا من البديهيات و باستعمال قواعد الاستدلال اعلاه, و ايضا استعمال القضايا التى تمت البرهنة عليها فى مرحلة سابقة. هذه القضايا الصحيحة التى يبرهن عليها بهذا الشكل تسمى مبرهنات theorems اما الطريق التى ادت اليها- المشكلة من كل القضايا و قواعد الاستدلال المستعملة مرتبة ترتيبا صحيحا- تسمى برهان proof.

اذن نحصل هكذا من هذه الجملة البديهية على عدد ربما غير منته من المبرهنات و البراهين. نفترض ان قضايا و مبرهنات و قواعد الاستدلال و براهين هذه الجملة مرقمة بالاعداد الطبيعية وانها مرتبة ترتيبا يسمى الترتيب الليكسوغرافيكى lexicographical ordering وأن كل محتوياتها قد شفرت coded فى عمليات حسابية. هذا الجزء هو اعقد جزء فى مبرهنة جودل ليس فى وسعنا القيام به هنا وعلينا فقط ان نفترضه.

نعتبر الان قضية دالة propositional function تتعلق بمتغير واحد w مرقمة فى هذه الجملة بالعدد الطبيعى n نرمز لها ب

$$P_n(w).$$

نرمز ايضا للبرهان رقم n فى هذه الجملة ب

$$\Pi_n.$$

نعتبر الان القضية الدالة التالية

$$\sim \exists x[\Pi_x \text{ proves } P_w(w)].$$

هذه القضية تقرأ كالتالى: لا يوجد x حيث Π_x هو برهان ل $P_w(w)$. هذه القضية هى قضية دالة فى متغير واحد هو w لان x خاضع للنفى.

هذه القضية التى كتبناها اعلاه لا يمكن الا ان تكون احدى قضايا الجملة البديهية اعلاه المرقة بالاعداد الطبيعية. اذن هى مثلا القضية رقم k فى هذه الجملة. نكتب اذن القضية التالية

$$P_k(w) =\sim \exists x[\Pi_x \text{ proves } P_w(w)].$$

نأخذ فى القضية اعلاه القيمة الخاصة $k = w$ نحصل على

$$P_k(k) =\sim \exists x[\Pi_x \text{ proves } P_k(k)].$$

هل يوجد برهان داخل الجملة الشكلية البديهية للقضية $P_k(k)$؟ الجواب بكل بساطة لا. اقرأوا المعادلة المنطقية اعلاه. هى تقول: لا يوجد برهان داخل الجملة الشكلية البديهية, لانه لا يوجد x حيث $\Pi(x)$ هو برهان ل $P_k(k)$. وهذا رغم ان $P_k(k)$ هى قضية صحيحة بدون اى شك, وهذا فقط بالبناء, اى اننا بنينا هذه القضية هكذا بهذا الشكل.

الان هل يوجد برهان لنفى القضية $P_k(k)$؟ الجواب ايضا لا. هذا ابسط. لانه بكل بساطة نفى $P_k(k)$ هو خاطئ لان $P_k(k)$ قضية صحيحة بالبناء. وما دام النفى خاطئ فليس له برهان اكيد. لان هذا هو معنى كون قضية خاطئة. اذن برهنا ان هناك قضية داخل هذه الجملة نحن متأكدون انها صحيحة لكن ليس لها برهان. والاصح ان نقول انها غير محسومة undecidable. اى ان الجملة رُغم انها منسجمة consistent هى غير مكتملة incomplete.

هذه هى مبرهنة جودل Godel التى يقول عنها اعظم فيلسوف تحليلى فى القرن العشرين ويتيغنستيان Wittegenstein انها تناقض منطقى لا اقل و لا اكثر اى ان ويتيغنستيان بكل بساطة يرفض مبرهنة جودل.

فيرد عليه جودل بالقول: انك فى الواقع لم تفهمها او بالاحرى انك لا تريد ان تفهمها.

اذا اردنا ان نعبر عن هذه المبرهنة بالكلام نقول: اى لغة قوية بما يكفى بحيث انها معبرة بما يرضى هى لغة محدودة.

8.1.3 هل للرياضيات حقيقة موضوعية؟

النمساوي-الامريكى جودل Godel ضد النمساوي-البريطانى ويتيغنستاين Wittgenstein: اقوى المناطقة ضد اقوى الفلاسفة فى القرن العشرين حول ماهية الرياضيات و حقيقتها: يؤكد ويتيغنستاين ان مبرهنة جودل هى تناقض منطقى لا اقل و لا أكثر فيرد عليه جودل بالقول انت لا تفهمها او انك بالأحرى لا تريد ان تفهمها.

يا ترى مع من سنقف؟

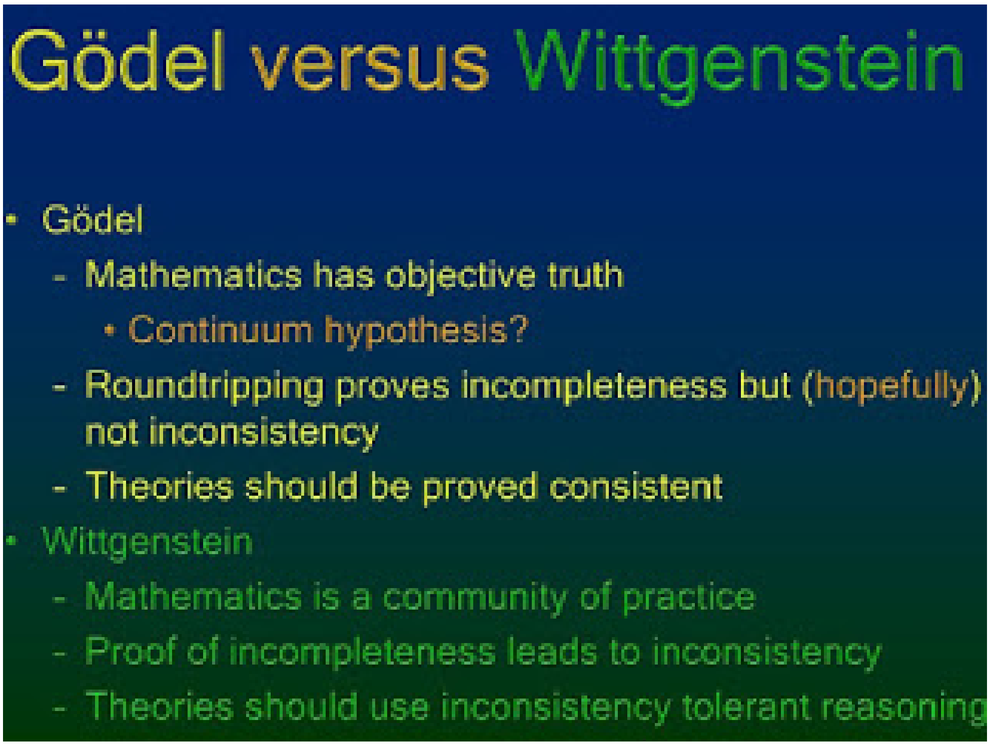
وعلينا ان نقرر موقفنا بكل صراحة و بكل حسم و بكل حزم لا مناص و لا مهرب من ذلك. فالرياضيات هى لغة الكون (الفيزياء) و لغة العقل (المنطق) واذا كان هناك شك فى انسجامها او نقصها او عدم اكتمالها فعلينا ان نعرف و نكون متيقنين من معرفتنا. اذن علينا ان نفهم جودل و وتيغنستاين و الآخرون الكبار مثل كوين و بوبر و راسل و غيرهم.

لكن كما دائما أقول عليكم ان تفهموا اولا ميتافيزقية كل واحد فيهم حتى تتمكنوا من فهم حقيقة الموقف الذى يقفه كل واحد منهم لكن هذا الامر يتطلب جهدا كبيرا فى الرياضيات و المنطق و الفلسفة ليس هذا مكانه. لكن هناك مكانه.

على كل حال السؤال الاساسي هو بكل بساطة: هل للرياضيات حقيقة موضوعية؟

فمثلا جودل يعتقد فعلا فى حقيقة موضوعية للرياضيات و ان عدم الاكتمال incompleteness الذى تتضمنه مبرهنته الشهيرة -التى ناقشناها قليلا فى الفقرة السابقة- لا تؤدى الى التناقض او عدم الانسجام inconsistency.

اما ويتيغنستاين فهو يعتقد ان موضوعية الرياضيات هى حقيقة نسبية ليست مطلقة تتعلق بالنسق العام للبرهان الرياضي و تاريخ و اجتماعية الرياضيات و ان مبرهنة جودل حول عدم الاكتمال تؤدى فعلا الى التناقض و عدم الانسجام.



شكل 6.3: اقوى المناطقة ضد اقوى الفلاسفة حول طبيعة الرياضيات.

9.1.3 خلق الله الاعداد الطبيعية اما الباقى فهو اختراع الانسان

بالنسبة الى اقليدس Euclid الرياضيات هى عبارة عن برهان و بناء.
أما بالنسبة للخوارمى فإن الرياضيات هى عبارة عن حساب.
أما ليبنيز Leibniz فهو يقول حتى البرهان يجب ان يخضع للحساب. اى انه يجب ان يكون فى استطاعتنا ان نحسب فيما اذا كان برهان ما صحيح ام لا. لكن من اجل هذا سوف نحتاج الى لغة لكتابة البراهين. بكل اختصار هذه فكرة عبقرية على كل المستويات ككل افكار ليبنيز. من الواضح ايضا ان اللغة التى يتحدث عنها ليبنيز هنا هى منطق يسمح لنا بترجمة البراهين الى حسابات.
هذا المنطق الذى يتكلم عنه ليبنيز هو جزئيا المنطق الرياضى الذى اكتشفه فرجى Frege.
نحن فعلا نفهم حقا ونستوعب تماما كما اننا نحس جيدا بكلام الخوارزمى: الرياضيات حساب. هذا نفهمه لاننا مارسناه فى الفيزياء النظرية و عرفنا حدوده تماما.
ثم ايضا نحن نرى تماما قوة فكرة ليبنيز. هل يمكننا ان نبرهن اى نحسب اما لا؟
هذه هى طريقة البرهان الاقوى فى الفيزياء النظرية.
اذن نحن لن نحتاج الى المنطق كفيزيائيين نظريين وربما حتى كفلاسفة. لاننا نريد فلسفة متكئة أكثر على العلم و الرياضيات و الفيزياء و أقل على المنطق. بهذا التوجه سنتغلب ان شاء الله على سفسطائية المتكلمين و الفلاسفة لصالح حسم و توازن العلماء.
الحساب فى الرياضيات والفيزياء النظرية بالخصوص مثل التجربة فى الحس. ثم ان الحساب مبنى على الاعداد الطبيعية: واحد, اثنان, ثلاثة ألخ ولا يهمنا ابدا اذا كانت اللانهاية موجودة ام لا. فنحن سنستطيع ان نحسب باللانهاية الكامنة كل شئ نريده.
فالاعداد الطبيعية لا يمكن لاحد ان يشككا فيها: لا نقد الحسية لهيوم Hume و لا نقد العقلانية لكانط Kant.
الاعداد الطبيعية لا نحتاج فيها الى برهان و لا يهمنا ما يقول راسل Russel وبيانو Peano و غيرهم بضرورة اقامة البرهان عليها.
فالامر الصحيح هو الذى لخصه كرونكر Kronecker بالقول: خلق الله الاعداد الطبيعية اما الباقى فهو اختراع الانسان.

10.1.3 كانتور و البرهان القطرى

اللانهاية الرياضية: هل هى الجنة ام انها جهنم؟

لن يردعنا أحد عن دخول هذه الجنة التى فتحها لنا كانتور Cantor.

هذا ما اعلنه هيلبرت Hilbert اعظم الرياضيين فى القرن التاسع عشر و ربما فى التاريخ مدافعا عن نظرية المجموعات التى وضع اسسها كانتور. هذا الاحساس هو نفسه احساس ديديكن Dedekind أحد أكبر الرياضيين فى القرن التاسع عشر.

لكن كان هناك ايضا معارضين. هناك بوانكريه Poincare ربما ثانى اعظم الرياضيين, الذى وصف نظرية المجموعات بانها مرض خطير, و هناك ايضا وايل Weyl الذى كان ايضا من المعارضين لنظرية المجموعات. وربما اكبر المعارضين كان كرونكر Kronecker الذى من شدة عدائه نزل النقاش حول هذا الامر مع كانتور الى الشخصى.

يرد ويتيغنستاين Wittgenstein اعظم الفلاسفة التحليليين والفلاسفة فى القرن العشرين وهو ايضا رياضى متمكن على القول اعلاه لهيلبرت بالقول: اذا كان احدهم يراها جنة, فلم لا يمكن لآخر ان يراها مهزلة.

اما التقييم الآخر لويتيغنستاين للرياضيات الحديثة فيمكن تلخيصه فى العبارات التالية: الرياضيات الحديثة مثقلة من البداية الى النهاية بالمجازات الشائكة لنظرية المجموعات. هذه الاخيرة ليس لها اى معنى, مضحكة, خاطئة.

ثم يقول فى فلسفة الرياضيات خاصته ان: البرهان القطرى لكانتور يخلط بين محتوى intension مجموعة الاعداد الاصلية او الحقيقية و امتدادها extension و بالتالى يخلط بين مفهوم القواعد التى تولد المجموعة (المحتوى) و عناصر المجموعة نفسها (الامتداد).

البعض ربما سيجد صعوبة فى فهم الصراع اعلاه. ارسطو قبل كل هؤلاء و هو اذكى منهم جميعا كان قد توصل الى ان المالانهاية لها و جود كامن potential و ليس وجود حقيقى actual وانها وحيدة.

كانتور ببرهانه القطرى فى الحقيقة لم يبرهن فقط على ان المالانهاية حقيقية, وليست كامنة, لكنه برهن ايضا على ان هناك عدد غير منتهى من المالانهايات.

هل ترون ماهو التحدى للفلسفة و الدين هنا؟ فكروا فى الامر.

لكن التحدى الذى رفعه ويتيغنستاين فى وجه كامل الرياضيات هو هل فعلا برهن كانتور على كل تلك الامور؟

يكفى الان ان اذكر ان نظرية كانتور اليوم هى المسيطرة بالكامل على الرياضيات و ان كانتور نفسه, بسبب الضغوط الهائلة, التى تعرض اليها فى حياته بسبب هذه النظرية, وقع تحت وطأة مرض الاكتئاب, لبقية عمره, حوالى 25 سنة, وقضى بسببها فترات طويلة فى المصح النفسى, ومات فى الاخير هناك تحت طائلة الفقر الشديد بالاضافة الى هذا المرض المزمن الخطير.

البرهان القطرى

برهان الشطب القطرى diagonal slash arugment لكانتور الذى قامت عليه نظرية المجموعات فى الصورة ادناه. خطوات هذا البرهان كالتالى:

- لتكن $\mathbf{T}$ اى مجموعة جزئية لمجموعة الاعداد الحقيقية $\mathbf{R}$. نعبر عن عناصر $\mathbf{T}$ فى النظام الثنائى بسلاسل غير منتهية مشكلة من الرقمين صفر و واحد.

- نفترض ان $\mathbf{T}$ هى مجموعة معدودة countable. اذن يمكننا ان نعطى كل الاعداد المحتواة فى $\mathbf{T}$ بالقائمة الثنائية المرقمة بالعدد الطبيعى n اى بالترقيم enumeration: s_1, s_2,....,s_n,... مثل القائمة التى فى الصورة.

- نقوم الآن ببناء عدد حقيقى جديد s فى $\mathbf{T}$ كالتالى:

  -نأخذ الرقم الاول فى السلسلة الاولى s_1 و نعكسه: اذا كان صفر يصبح واحد واذا كان واحد يصبح صفر.

  -نأخذ الرقم الثانى فى السلسلة الثانية s_2 ونعكسه بنفس الطريقة.

  ونواصل هكذا.

  -اذن بصفة عامة نأخذ الرقم n فى السلسلة رقم n اى s_n ونعكسه: اى اذا كان صفر نجعله واحد و اذا كان واحد نجعله صفر.

  -نواصل هكذا حتى آخر عنصر فى المجموعة $\mathbf{T}$ التى تحتوى على عدد غير منتهى من الاعداد الحقيقية.

- العدد الذى نحصل عليه بهذه الطريقة -انظر الصورة- هو عدد حقيقى اكيد فى $\mathbf{T}$ لكنه اكيد ليس فى الترقيم s_1, s_2,....,s_n,... اى ان العدد s المحصل عليه هو ليس اى من الاعداد s_n.

  بكل بساطة, العدد s مختلف عن كل ال s_n لان رقمه الثنائى رقم n يختلف عن الرقم الثنائى رقم n ل s_n. هل ترون ذلك؟

  اذن s رغم انه فى المجموعة $\mathbf{T}$ الا انه ليس فى اى ترقيم لهذه المجموعة مثل الترقيم s_1, s_2,....,s_n,...

  وهذا تناقض.

اذن نستنتج ان المجموعة **T** هى غير معدودة uncountable بمعنى اننا لا يمكن ترقيم اعدادها بالعدد الطبيعى n. اذن s هو فعلا فى **T** لكن s_1, s_2,....,s_n,... هى ليست ترقيم ل **T**.

بعبارة اخرى لا يمكن بناء تقابل بين مجموعة الاعداد الطبيعية و مجموعة الاعداد الحقيقية الموجودة فى **T**.

- بهذا البرهان بين كانتور أن مجموعة الاعداد الحقيقية هى مجموعة لا نهائية غير معدودة وهذا يعنى ان عدد اعدادها, الذى هو عدد غير منتهى يرمز له ب C او $\aleph_1$, هو اكبر من عدد اعداد مجموعة الاعداد الطبيعية الذى هو ايضا عدد غير منتهى لكن يرمز له ب $\aleph_0$.

برهان آخر لكانتور يعطى العلاقة بين المالانهايات الحقيقية و الطبيعية كالتالى:

$$C = 2^{\aleph_0}.$$

اذن حسب كانتور هناك على الاقل مالانهايتان مختلفتان فى هذا الوجود!

$$\begin{array}{ll}
s_1 & = 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\ldots \\
s_2 & = 1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,1\ldots \\
s_3 & = 0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\ldots \\
s_4 & = 1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\ldots \\
s_5 & = 1\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,0\,1\ldots \\
s_6 & = 0\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,0\ldots \\
s_7 & = 1\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,0\ldots \\
s_8 & = 0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\ldots \\
s_9 & = 1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,0\ldots \\
s_{10} & = 1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,1\ldots \\
s_{11} & = 1\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\ldots \\
\vdots & \quad \vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\vdots\;\ddots
\end{array}$$

$$s = 1\,0\,1\,1\,1\,0\,1\,0\,0\,1\,1\ldots$$

شكل 7.3: برهان الشطب القطرى لكانتور.

كانتور حول القطعة المستقيمة

نأخذ قطعة مستقيمة طولها l و اخرى طولها ضعف ذلك $2l$. حسب كانتور عدد النقاط فى القطعة الاولى يساوى عدد النقاط فى القطعة الثانية, و هو بالضبط يساوى عدد نقاط المحور الحقيقى اى $\aleph_1$. وهذا عدد عابر للنهاية transfinite يعطى اصلية cardinality مجموعة الاعداد الحقيقية.

البرهان بسيط يسمى برهان الشطب القطرى diagonal slash لكانتور و يعتمد على ايجاد تقابل بين مجموعتى النقاط فى القطعتين المستقيمتين. هذا التقابل فى هذه الحالة يعطى صراحة بالدالة

$$f(x) = 2x.$$

البرهان على الجزء الثانى -اى على ان عدد النقاط فى القطعة الاولى او الثانية يساوى عدد نقاط المحور الحقيقى- يعتمد ايضا على ايجاد تقابل بين مجموعة النقاط المحتواة داخل اى مجال مثلا بين $+1$ و -1, و بين مجموعة النقاط فى مجموعة الاعداد الحقيقية. هذا التقابل يعطى صراحة بالدالة التقابل

$$f(x) = \frac{x}{|x| + 1}.$$

لنشرح كل هذا بعبارة اخرى:

النقطة هي جسم رياضي ليس له طول اي طوله صفر. لكن مجموعة من النقاط عددها لانهائي يساوي $\aleph_1$ يمكن ان يعطي اطوال مختلفة. هذا هو احد تناقضات زينون Zeno الشهيرة التي يستنتج بعدها زينون ان القطعة المستقيمة و كل شئ آخر في الوجود هو وهم ليس له اي وجود حقيقي.

الحل الرياضي الحديث يكمن في فكرة أن مجموعة النقاط لا تعرف في الحقيقة القطعة المستقيمة الا طوبولوجيا topologically, وانه يجب ايضا ان نعطي المترية metric التي تحسب المسافة بين اي نقطتين.

اذن الجواب الرياضي الحديث هو أن القطعة المستقيمة هي عدد لانهائي غير معدود uncountably infinite من النقاط بالاضافة الى دالة المسافة او المترية, وهذين الامرين مع بعض هو ما نسميه بالقطعة المستقيمة.

شخصيا استخدم الفضاءات الطوبولوجية topological و الفضاءات المترية metric spaces واللانهايات يوميا في عملي. لكنني اصبحت متشككا جدا, فلسفيا اقصد وليس تقنيا رياضيا او فيزيائيا, من مفهوم اللانهاية.

سلسلة غراندي

نأخذ مثال آخر بخصوص اللانهاية. نعتبر ما يسمى سلسلة غراندي Grandi اي نأخذ المجموع

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + ...$$

اي واحد ناقص واحد زائد واحد ناقص واحد حتى نصل الى مالا نهاية. هذه سلسة متباعدة اي قيمتها تساوي مالانهاية.

لكن هل يمكن ان نعطي لها قيمة منتهية؟

نعم يمكن اعطاء قيمة لها. نكتب

$$S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + ..).$$

الذي بين قوسين هو نفسه S اذن

$$S = 1 - S.$$

اذن

$$S = 1/2.$$

هذه الامر يمكن البرهان عليه بالضبط باستعمال ما يسمى جمع سيزارو Cesaro summation الذي هو المتوسط الحسابي للمجاميع الجزئية التي ناقشناها في الفقرات السابقة.

هذه السلسلة و غيرها عندها علاقة بما يسمى المهمات الممتازة supertask في الفلسفة وبالخصوص بما يعرف بمصباح تومسون Thomson's lamp.

المشكلة هي ان الحساب الرياضي مقبول جدا -ولا اقول مقنع تماما لانه يتعامل مع اللانهاية- لكن الاعتراض الفلسفي على المهمات الممتازة ابتداءا من زينون قوي جدا و لا يمكن اهماله.

11.1.3 اللانهاية و فرضية الاستمرارية و اسس الرياضيات

أصلية cardinality مجموعة ما هي عدد عناصر هذه المجموعة. لكن الاصليات تختلف فيما بينها. فهناك مجموعة أكبر من مجموعة و بالتالي فان اصلية المجموعة الاولى اكبر من اصلية المجموعة الثانية.

هذا الامر يبدو حدسي و لربما حتى بديهي بالنسبة للمجموعات المنتهية اي التي عدد عناصرها محدود.

لكن العجيب جدا في هذا الامر انه امر صحيح حتى بالنسبة للمجموعات غير المنتهية اي التي عدد عناصرها غير محدود لا نهائي. فهناك مجموعات لا نهائية اكبر من مجموعات لا نهائية اخرى. اي ان اللانهاية تختلف مقاديرها او بعبارة اخرى فان هناك اعداد لانهائية اكبر من اعداد لا نهائية اخرى.

هذه الاعداد اللانهائية تسمى الاعداد العابرة للنهاية transfinite numbers وهي موضوع نظرية المجموعات set theory لصاحبها العبقري الالماني كانتور Cantor.

فمثلا اصلية الاعداد الطبيعية هي عدد لانهائي عابر للنهاية يسمى ألف-صفر و يرمز له ب $\aleph_0$ لكنه رغم انه لا نهائي فانه عدد اصغر من اصلية الاعداد الحقيقية التي هي الاخرى عدد لانهائي عابر للنهاية يسمى ألف-واحد و نرمز له $\aleph_1$ وايضا ب c.

اذن $\aleph_0$ و $\aleph_1$ هما عددان لانهائيان عابران للنهاية لكن $\aleph_0$ اصغر قيمة من $\aleph_1$. هذا الامر يمكن البرهان عليه باستعمال برهان الشطب القطري diagonal slash arugment لكانتور الذي يعتمد على محاولة بناء تقابل bijection او تباين injection بين المجموعات اللانهائية مثل مجموعة الاعداد الطبيعية و مجموعة الاعداد الحقيقية.

هذه النتيجة تعتمد على المبرهنة التالية: اذا كانت T هى مجموعة كل السلاسل اللانهائية الثنائية -اى المشكلة من 1 و 0 فقط, وكانت s_0, s_1,... هو ترقيم لعناصر من T فانه يوجد دائما عنصر من T ليس فى الترقيم. البرهان بالشطب القطرى ناقشناه بالتفصيل فى فقرة سابقة..

باستعمال هذا البرهان يمكن ايضا ان نبين ان الاصلية $\aleph_1$ هى فى الحقيقة تساوى 2 مرفوع للقوة $\aleph_0$. اى ان الاعداد الحقيقية هى مجموعة كل المجموعات الجزئية لمجموعة الاعداد الطبيعية او ما يعرف باسم مجموعة الاستطاعة power set.

اذن لانه لا يوجد تقابل بين مجموعة الاعداد الطبيعية و مجموعة الاعداد الحقيقية فاننا نقول ان مجموعة الاعداد الحقيقية هى مجموعة غير معدودة uncountable بينما مجموعة الاعداد الطبيعية هى مجموعة معدودة countable.

كانتور بين ايضا ان هناك عدد لا نهائى من الاعداد اللانهائية العابرة للنهاية ليس فقط $\aleph_1$ و $\aleph_0$ وان هذه الاعداد اللانهائية تترتب فيما بينهما كغيرها من الاعداد.

هذه النظرية تسببت فى حرب شعواء على كانتور من الرياضيين و الفلاسفة و الكنيسة -التى كانت تعتقد ان هناك شيء مالانهائى وحيد هو الله وهو ايضا رأى المتكلمين المسلمين فى القديم متابعين فى ذلك ارسطو الذى كان يقر بوجود المالانهاية الكامنة فقط-.

و للاسف فقد ادى الضغط النفسى الذى تعرض اليه كانتور من الآخرين بسبب نظريته هذه للمجموعات الى الانهيار العصبى و دخول مستشفى الامراض العقلية فى آخر حياته.

لكن كانتور انجز أكثر مما ذكرت اعلاه فقد قدم فرضية عميقة تعتبر اشهر فرضية رياضية لم تبرهن لحد الساعة هى فرضية الاستمرارية continuum hypothesis التى تنص بكل بساطة على انه لا يوجد اى عدد لانهائى عابر للنهاية بين اصلية الاعداد الطبيعية و اصلية الاعداد الحقيقية.

وكما ترون فهى بسيطة جدا على الفهم لكنها اعمق فرضية على الاطلاق لانها تتموضع فى اساس المنطق الرياضي المبنى على نظرية المجموعات.

وقد وضعها هيلبرت Hilbert عام 1900 على رأس قائمته لاهم المسائل الرياضية غير المحلولة فى القرن العشرين (فرضية ريمان التى شرحتها فى فقرة سابقة رتبها هيلبرت الثامنة اما فرضية الاستمرارية فقد رتبها هيلبرت الاولى من بين 23 مسألة لاهميتها القصوى فى اسس الرياضيات و المنطق).

من الجهة الاخرى فان نظرية المجموعات لانها تتعامل كثيرا مع المالانهاية فانها تُصاغ عموما داخل انظمة بديهية من اجل ضبط معناها semantic و شكلها syntax بشكل اكبر.

ومن اشهر هذه الانظمة البديهية فى الرياضيات نجد نظرية مجموعات زارميلو و فراينكل Zermelo–Fraenkel set theory مدعمة بما يسمى بديهية الاختيار axiom of choice وهما يشكلان معا ما يسمى نظرية مجموعات ZFC.

بديهية الاختيار تنص على انه يمكننا ان نختار جسم واحد من كل علبة تحتوى كل واحدة منها على الاقل على جسم واحد حتى لو كان عدد العلب لانهائى.

بديهية الاختيار و البديهية المنافسة المعروفة باسم الاجبار forcing و هى مكافئة لمعضلة كانتور التى تنص على انه لا يوجد نهاية للمالانهايات يحتاجان الى منشور لوحدهما من اجل توضيحهما.

لكن فى هذا النظام البديهى لنظرية مجموعات ZFC لا يمكننا ان نبرهن لا على صحة و لا على خطأ فرضية الاستمرارية مما يدل على استقلالية هذه الفرضية عن اقوى نظام بديهى اساسى يحكم نظرية المجموعات و بالتالى تموضع فرضية الاستمرارية على قدم المساواة تماما مع هذا النظام البديهى نفسه اى كبديهية فى اساس الرياضيات.

أما لماذا هذا يهمنا. اولا فالمنطق اساس الرياضيات و الرياضيات اساس الفيزياء. اذن علينا معرفة نقاط ضعف المنطق و الرياضيات حتى نعرف نقاط ضعف الفيزياء.

لكن ايضا قد تكلمت كثيرا عن المالانهاية قبل اليوم لاهميتها الفيزيائية العملية و الفيزيائية المحضة و كذا اهميتها الرياضية و الفلسفية و الميتافيزيقية و سأعيد الكلام عن هذا الامر ان شاء الله على ضوء كثير من النتائج الرياضية الجديدة التى تحصل عليها العلماء حيث ان الصورة الارسطية -ان المالانهاية الفيزيائية غير موجوة و ان المالانهاية الرياضية كامنة أى على أحسن الاحوال موجودة فى عالمها الافلاطونى- تتأكد يوما بعد يوم.

و من اراد ان يعلم فليقرأ بهدوء و بعمق و لا يُسَبق رؤيته الميتافيزيقية على الحقيقة فالحقيقة احق بالاتباع. فاذا كانت المالانهاية موجودة فعلينا صياغة الميتافيزقية الوجودية حول هذا الامر و اذا كانت غير موجودة فعلينا صياغة نظرتنا للوجود حول عدم وجودها. اذن العلم قبل الميتافيزيقا و ليس العكس و هذا هو المنهج الموضوعى ليس شئ آخر و هذا هو منهجى.

فمثلا قد خرج مؤخرا الفيزيائى النظرى ماكس تاغمارك بشراسة ضد مفهوم المالانهاية حيث عنون مقاله: (المالانهاية مفهوم جميل- وهو مدمر للفيزياء) [64]. و من المفارقات ان تاغمارك يقول هذا الكلام رغم انه صاحب نظرية ان عديد العوالم الكمومية هى نفسها عديد الاكوان الكوسمولوجية مع العلم ان عديد العوالم و عديد الاكوان بطبيعتيهما لانهائيين و بشراسة.

هو اذن بعد ان أعجزته المالانهاية اصبح ضد المالانهاية.

الموقف السليم الذى ندافع عنه منذ سنوات -وهو احد ركائز علم الكلام الفيزيائى الجديد- هو موقف ارسطو القديم: المالانهاية الفيزيائية غير موجودة لان الكون و الزمن محدودان و ان المالانهاية الرياضية كامنة افلاطونية مثالية وهذا ما ترجحه بشدة الاكتشافات الرياضية الحديثة.

2.3 العشوائية او الصدفة

1.2.3 العشوائية ظاهرة طبيعية محضة لكن ايضا رياضية عقلية

العشوائية هى ظاهرة طبيعية محضة. هذا صحيح. لكن هذا ليس صحيح تماما. فهناك ايضا عشوائية رياضية عقلية بحتة.

مثال: مبرهنة بورال Borel theorem.

نأخذ مجموعة الاعداد الحقيقية التى هى عبارة عن اعداد نظامية normal number. كما سنبين الآن فان خاصية النظامية هذه هى بالضبط شكل رياضى بحت للعشوائية.

نكتب هذه الاعداد الحقيقية فى النظام الثنائى الذى هو النظام الرقمى الذى اساسه 2. فى هذا النظام نعبر على اى عدد بسلسلة مشكلة من 0 و 1 فقط. فى الصورة تمثيل الاعداد الطبيعية من 0 الى 15 فى النظام الثنائى.

Decimal numbers	Binary equivalent	Decimal numbers	Binary equivalent
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	10	1010
3	0011	11	1011
4	0100	12	1100
5	0101	13	1101
6	0110	14	1110
7	0111	15	1111

شكل 8.3: النظام الثنائى.

نأتى الآن الى مبرهنة بورال. اى عدد حقيقى يقبل نشر -لا نهائى فى اغلب الاحيان- فى النظام الثنائى. هذا النشر هو سلسلة لا نهائية مشكلة من الارقام صفر و واحد. لان الاعداد الحقيقية هى اعداد نظامية فإن هذه السلسلة يقول بورال هى عشوائية بالمعنى الآتى:

-الرقم 0 يظهر فى السلسلة نصف عدد المرات فى النهاية.

-الرقم 1 ايضا يظهر فى السلسلة نصف عدد المرات فى النهاية.

اذن الصفر و الواحد متوازنان تماما فى سلسة او نشر اى عدد حقيقى فى النظام الثنائى فى النهاية.

-الكتل 00 , 01, 10 و 11 تظهر كل منها فى السلسلة ربع عدد المرات فى النهاية.

-الكتل المشكلة من ثلاثة ارقام مثل 000 و 111 و 010 و غيرها تظهر فى النهاية سدس عدد المرات لانه لدينا ستة كتل مشكلة من ثلاثة ارقام.

وهكذا.

اذن هذه العشوائية الرياضية العقلية تضاهى العشوائية المادية الطبيعية. هذه الخاصية للاعداد الحقيقية هى صالحة فى الحقيقة فى اى نظام و ليس فقط فى النظام الثنائى الذى استعملته هنا لسبب واحد هو جعل عرض الفكرة ابسط.

رغم ان بورال برهن على ان كل الاعداد الطبيعية هى اعداد نظامية و بالتالى تتميز بالخاصية اعلاه الا انه لم يأت بأمثلة محددة لاعداد نظامية. فمثلا لا نعرف لحد الان اذا كان $\pi = 3.14..$ او جذر 2 او $e = 2.71..$ هى اعداد نظامية رغم انه يعتقد فعلا انها كذلك.

فهذه المسألة -اى البرهان على ان هذه الاعداد الحقيقية بعينها هى فعلا نظامية- تبقى فى حدود التخمينية conjecture و لا احد يعرف يقينا.

وكما قال كاك Kac احد اكبر الرياضيين فى القرن العشرين بتصرف قليل: الحال فى الرياضيات أنه دائما من السهل جدا ان نبرهن على ان الاغلبية الساحقة من اشياء معينة تمتلك خاصية معينة على ان نأتى بأمثلة معينة تحقق تلك الخاصية.

اذن يبقى من الصعب جدا الاتيان باعداد نظامية محددة.

2.2.3 الصدفة الممتازة

نأخذ مشاء عشوائى اى مشاء يمشى فى خط مستقيم يمكن ان يخطو خطوة الى اليمين تساوى واحد متر باحتمال 50 بالمائة او خطوة الى اليسار تساوى واحد متر باحتمال 50 بالمائة.

هذه مسألة تتحكم فيها الصدفة بالكامل.

نسمح للمشاء بأن يأخذ N خطوة مثلا 100 خطوة. من بين هذه ال N خطوة هناك مثلا n خطوة الى اليمين و N-n خطوة الى اليسار. موضع المشاء هو اذن الفرق اى

$$m = 2n - N.$$

بالنسبة لمشاء حر فانه اما ان يخطو الى اليمين او يخطو الى اليسار. اذن 100 خطوة الى اليمين ستوصله الى النقطة 100 متر.

ماهو احتمال ان يصل مشائنا العشوائى الى النقطة 100 متر؟

بصفة عامة ماهو احتمال ان يكون المشاء قد وصل الى النقطة m متر بعد ان يكون قد خطى n خطوة الى اليمين من بين ال 100 خطوة؟

النتيجة معروفة ومعطاة بالمعادلة فى الصورة حيث ان رمز التعجب ! هو المعاملى و البرهان بسيط نسبيا موجود مثلا فى كتابى عن الفيزياء العددية.

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!}\frac{1}{2^N}.$$

شكل 9.3: احتمال ان يكون المشاء قد وصل الى النقطة $m = 2n - N$ بعد N خطوة كلية منها n الى اليمين.

عوضوا الآن بالمثال اعلاه. نريد ان نحسب احتمال ان يصل المشاء العشوائى الى النقطة 100 متر. هذا يعنى انه يجب عليه رغم الصدف غير السعيدة التى ستعترضه ان يقوم بكل خطواته ال 100 الى اليمين اى $n = 100$. بالتعويض فى المعادلة ستجدون عدد مهمل جدا فى حدود 2 مرفوع للقوة ناقص 100.

المشاء الحتمى لان له حرية الارادة يصل اكيد. لكن المشاء العشوائى لن يصل باحتمال عالى جدا.

وهذا هو الحال دائما اذا كان العدد الكلى N كبير جدا ومهما كان الموضع الذى نريد ان يصل اليه المشاء. اذن هذا المشاء العشوائى الذى يعتمد تماما على الصدفة على الارجح لا يمكنه ان يصل الى اى نقطة غير ان يبقى فى نقطة الصفر التى انطلق منها.

هذا امر ايضا يمكن ايضا وصفه بالضبط رياضيا. نأخذ عدد هائل من المشائين العشوائيين و نترك كل واحد فيهم يسجل حظه فى الوصول الى النقطة m متر مهما كانت m.

نجد ان متوسط موضع كل هؤلاء المشائين العشوائيين هو الصفر الرياضى بالضبط و ليس فقط عدد صغير جدا. وهذا يبقى صحيح حتى لو جرب عدد غير منتهى من المشائين العشوائيين حظهم.

اذن هذه الصدفة لن تفعل اى شئ!!

هنا سيفرح الرافضون للصدفة اكيد. صحيح الصدفة لن تفعل شيئا. لكن شيئا يجب ان يحدث والا لما وجدت الكثير من الاشياء فى هذا الكون.

فى المثال اعلاه اذا عممناه الى بعدين او ثلاثة ابعاد فاننا سنجد انه رغم هذه الصدف الهائلة المهملة فان متوسط الموضع لعدد هائل من المشائين يمكن ان يصبح غير منعدم اذا تعرضت الجملة لما يسمى التحولات الطورية.

وهذا هو اصل الماء و المغناطيسية و النووية و حتى الفضاء-زمن. كل هذه الاشياء نشأت من تحولات طورية.

اذن الصدفة لن تفعل اى شئ فى اغلب الاحيان. لكن تفعل اشياء عظيمة فى احيان اخرى.

واكثر من هذا و هذه الصدمة. هذا الكون -وهناك شبه اجماع من الكمومى و الكوسمولوجى- هو واحد من عدد غير منتهى من الاكوان. وفى الاغلبية الساحقة من تلك الاكوان لن نجد اى شئ نعرفه لانه بكل بساطة لا تحتوى على قانون الصدفة الذى نعرفه.

اذن هناك صدفة فائقة او ممتازة -وهذا مصطلحى- ادت الى تخلق هذه الصدفة العاملة الفاعلة فى كوننا المشهود فى هذا الكون بالضبط. لانه فى اغلبية الاكوان الاخرى لا يوجد قانون الصدفة اصلا.

اذا قلتم ان هذه الصدفة الفائقة هى صدفة مثل الصدفة التى نعرفها فى عالمنا هذا فهى اذن بالضرورة تحتاج الى صدفة لايجادها مثلما احتاجت صدفة عالمنا اليها. وهكذا نقع فى التسلسل اللانهائى.

3.2.3 التوزيع الاعتيادى و معنى الصدفة

عندما نتكلم عن الصدفة رياضيا و فيزيائيا فاننا نقصد توزيع احتمال بخواص رياضية معينة. لا هى فلسفة و لا اى شئ.

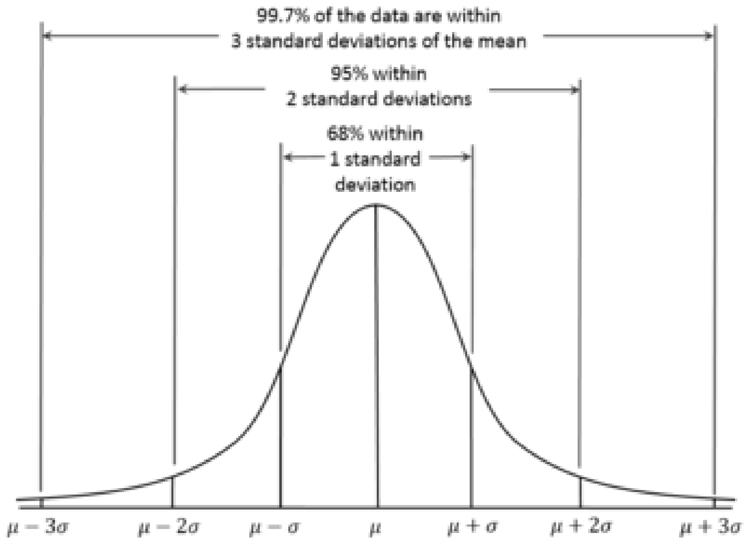
المعادلة فى الصورة تعطى اشهر توزيع احتمال فى الطبيعة و التاريخ المعروف باسم التوزيع النظامى او الاعتيادى normal distribution. منحنى هذا التوزيع فى الصورة يعرف ايضا باسم منحنى بال Bell's curve.

لنعتبر مقدار فيزيائي يتبع هذا القانون. هذا المقدار اذن سيأخذ قيم بشكل عشوائى random حسب هذا القانون. اذن كل قياس للمقدار هو عشوائى تماما اى لا يمكن ابدا ان نتنبأ به و ايضا ستوكاسطى stochastic اى لا يتعلق لا بالقياس الذى قبله و لا بالقياس الذى بعده. رغم كل هذا فان كل شئ ايضا مضبوط. فنحن نعرف امور اخرى كثيرة.

مثلا القيمة المتوسطة mean value التى نرمز لها فى الصورة ب μ لجميع قيم المقدار الفيزيائى تعطى بالنقطة الاعظمية. الانحراف المعيارى variance الذى نرمز له فى الصورة ب σ هو متناسب مع الخطأ.

الآن 68 بالمائة من قيم المقدار رغم انها عشوائية تماما الا انها ستكون محصورة داخل انحراف معيارى واحد. و 95 بالمائة محصورة بين انحرافين. و 99 بالمائة محصورة بين ثلاث انحرافات معيارية.

توزيع الاحتمال خاصة المشاء العشوائى random walk سيتناهى الى هذا التوزيع اذا كان عدد الخطوات N لا نهائى و طول الخطوة a لا متناهى فى الصغر بحيث يبقى الجداء $N.a$ ثابت.



شكل 10.3: التوزيع النظامى. صورة مأخوذة من http://www.derekscope.co.uk/2014/01/great-red-spot/.

4.2.3 الفوضى

الصدفة هى العشوائية وهى ظاهرة طبيعية او رياضية. اذن الاعداد العشوائية لا يمكن الحصول عليها الا فى الطبيعة او فى الرياضيات (مثل مبرهنة بورال) لكن لا يمكن ابدا محاكاتها بدقة. الاعداد شبه العشوائية التى تكلمنا عنها فى بداية هذا الفصل هى احدى الطرق التقريبية لتوليد الاعداد العشوائية او بالاحرى التى تتصرف بعشوائية فى حدود معينة معروفة جيدا.

الفوضى هى حركة كلاسيكية حتمية (فقط تحلى بحساسية شديدة للشروط الابتدائية) على العكس من العشوائية التى هى حركة كمومية غير حتمية لكنها تشبه ايضا العشوائية فى حدود معينة معروفة جيدا و لهذا فهى ايضا تستخدم فى توليد الاعداد العشوائية التقريبية او الاعداد شبه العشوائية.

الفضاءات الكسورية

مجموعة مندلبروت Mandebrot set هى فضاء كسوري fractal اى فضاء ذو بعد كسرى وليس عدد صحيح. هل يمكن ان نتصوروه؟

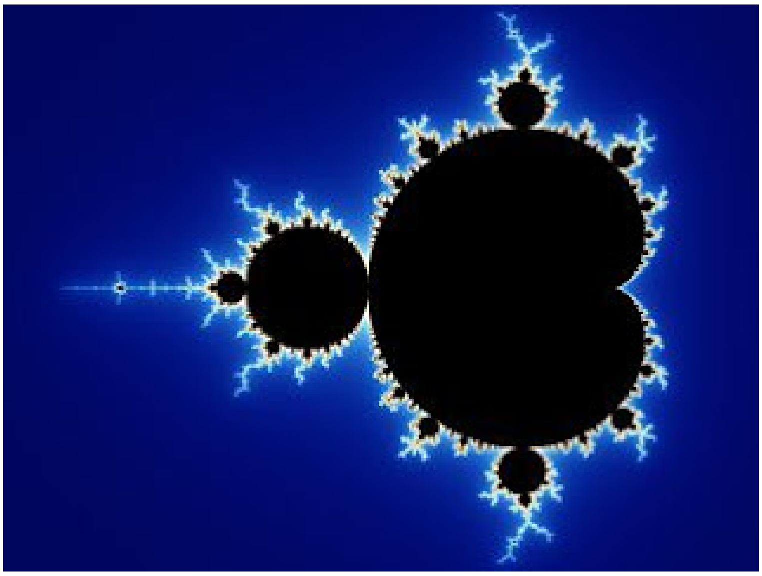
حتى لو لم يمكن ان نتصوروه فهو فضاء موجود على الاقل فى عالم الرياضيات عالم المثل لافلاطون. نحصل علي مجموعة مندلبروت كالاتى:

ليكن z_0 و c عددين مركبين. نغير العدد المركب z انطلاقا من قيمته الابتدائية z_0 بالقاعدة (التطبيق)

$$z_{n+1} = z_n^2 + c.$$

اذا كانت سلسلة الاعداد z_n التى نحصل عليها محدودة bounded فى المستوى المركب اى لا تذهب الى مالانهاية فإن العدد المركب c ينتمى الى فضاء مندلبروت ونرسمه كنقطة سوداء فى المستوى المركب. نجرب قيمة اخرى ل c و هكذا. دائما نرسم c كنقطة سوداء فى المستوى المركب اذا كانت سلسلة الاعداد المركبة z_n التى نحصل عليها بالقاعدة اعلاه محدودة. نحصل على الفضاء فى الصورة.

اغرب ما فى هذا الأمر ان فضاء مندلبروت هو فضاء متماثل ذاتيا $\mathrm{self-similar}$ اى انه اذا رأيناه فى أى نقطة منه تحت المجهر, اى نكبر الصورة حول اى نقطة, فإننا سوف نشاهد نفس الشكل. وكلما كبرنا كلما رأينا نفس الشكل.



شكل 11.3: مجموعة مندلبروت.

الفوضى: عندما لا يحدد الحاضر المستقبل

النواس الفوضوى هو من ابسط الجمل الفوضوية: اى تغيير مهما كان بسيط فى الشروط الابتدائية سيؤدى الى حركة مختلفة بالكامل. وهذه هى الميزة الاساسية للحركة الفوضوية اى الحساسية القصوية للشروط الابتدائية (لأنها حركة غير خطية فى أساسها) غير هذا فهى حركة كلاسكية حتمية تخضع لقوانين نيوتن و الميكانيك الكلاسيكى.

الفوضى كما عرفها لورنز Lorenz - وليس هو لورنتز Lorentz صاحب تحويلات لورنتز- هى: عندما يحدد الحاضر المستقبل لكن الحاضر التقريبى لا يحدد المستقبل.

معادلات الحركة من اجل النواس المضاعف -و هو احد الامثلة على النواس الفوضوى- الذى فى الصورة ادناه نحصل عليها من قانون نيوتن الثانى. وهى معادلات تفاضلية من الدرجة الثانية حلها العددى- باستعمال رونج كوتا $\mathrm{Runge-Kutta}$ مثلا- بسيط جدا. انظروا مثلا اعمالى التطبيقية فى الفيزياء العددية و هى بالعربية.

لنحسب زمن انقلاب الذراع الثانية بدلالة الزاوية الابتدائية للذراع الاولى -المحور الافقى- و الزاوية الابتدائية للذراع الثانية -المحور العمودى-. نحصل على الصورة الثانية ادناه.

فى المحصلة نستنتج انه يستحيل ان نتنبأ متى سيقع انقلاب الذراع الثانية. لدينا الآتى:

-داخل المنطقة البيضاء يستحيل ان ينقلب النواس بسبب انحفاظ الطاقة.

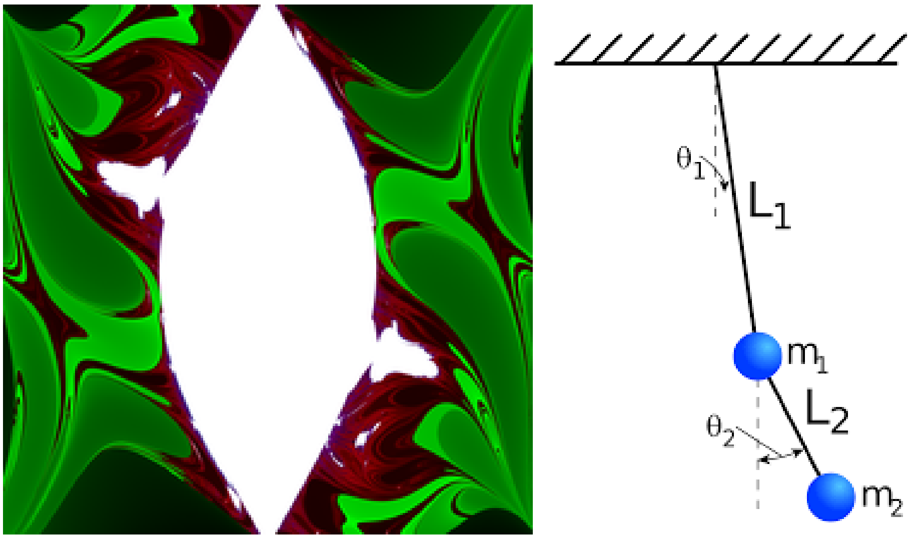
-اللون الاخضر يعبر عن الانقلاب بعد عشرة اضعاف التواتر الذاتى للنواس.

-اللون الاحمر يعبر عن الانقلاب بعد مائة ضعف.

-اللون البنفسجى بعد الف ضعف.

وهكذا.

تذكروا ان التواتر الذاتى هو جذر l - طول النواس- على g -ثابت الجذب الارضى-.



شكل 12.3: النواس الفوضوى.

3.3 حول المنطق

1.3.3 المنطق بطريقة بيداغوجية

الكتاب [65] عن المنطق لصاحبه هورلى Hurley ممنهج و بيداغوجى و مصور ذكرنى عندما فتحته مباشرة بكتب الفيزياء فى الميكانيك و الكهرباء للسنة الاولى لصاحبها ساروای Serway التى كنا نستعملها فى التدريس فى امريكا.

يبدأ من البدايات بكثير من التعريفات و الامثلة و التمرينات. و يتعرض اولا الى القياس المنطقى syllogistic لأرسطو Aristotle استاذ المدرسة المشائية Peripatetic school الذى يبقى اعظم مناطقة التاريخ بدون شك.

ثم يناقش بعد ذلك المنطق الاقتراحى propositional logic الذى ابتدأه منافس ارسطو الاكبر كريسيبوس Chrysippus تلميذ زينون الرواقى Zeno of Citium استاذ المدرسة الرواقية Stoicism (وهو ليس زينون الايلى Zeno of Elea صاحب المتناقضات تلميذ بارمانيداس Parmenides استاذ المدرسة الايلية Eleatics).

المعروف بعد ذلك ان المنطق مر بمرحلة ركود لمدة 1000 سنة الا بعض الحالات النادرة جدا مثلا اوكام Okham (المؤلف لا يعرف ابن سينا اذن هو لا يتكلم عن المنطق السيناوى تماما).

المنطق يبدأ فى العصر الحديث بليبنيز Leibniz و لغته الكونية التى كان يريدها ان تكون منطق حسابى يتحكم فى نفس الوقت فى صياغة syntax و محتوى semantics التفكير الاستدلالى عكس المنطق الحديث الذى لا يتحكم الا فى الصياغة و الشكل. اذن يمكن حسم كل الخلافات الميتافيزقية بهذا المنطق الحسابى كما يقول ليبنيز. فأنت تفكر منطقيا اذن انت تحسب منطقيا و كل شخص آخر يفكر منطقيا فهو سيحسب منطقيا مثل حسابك و سيرضى بحكم الحساب المنطقى فى الاخير. اما من لا يستطيع ان يفكر اى يحسب منطقيا فهو لن يقبل بحكم المنطق لانه لا يستطيع الحساب اصلا.

هذا الحلم الليبنيزى مازال لم يتحقق الى غاية يومنا هذا.

أما كانط Kant فرأيه ان المنطق (اى منطق ارسطو) علم مكتمل لا مزيد عليه. أما رأى هيغل Hegel فهو ان المنطق علم لا يحتوى الا على تقنيات عقيمة لا طائل من ورائها.

وهذا غريب. فان كانط أراد فى مشروعه الاعظم -وهو أحد اعظم مشاريع الفلسفة فى التاريخ- تحديد مجال العقل البشرى و مدى قدرته على سبر اغوار العلم و الرياضيات و الميتافيزيقا بموضوعية و تجرد و انصاف. ولاول وهلة كنا نظن ان الطريق الى ذلك هو المنطق و ان كانط كان يجب ان يهتم به. الا انه ذهب فى طريق مختلفة جذريا تسمى المثالية المتعالية transcendental idealism و هى طريق عقلانية اخرى.

وهذا غريب ايضا من ناحية ان ليبنيز -وهو استاذ كانط الاول فى المرحلة ما قبل النقدية- لم يقل ابدا ان المنطق علم مكتمل بل على العكس تماما كان يرى ان منطق ارسطو بعيد جدا عن اللغة المنطقية الكونية (الحسابية) التى كان يدعوا اليها.

و الاغرب من كل هذا فان هيغل قال كلامه اعلاه فى كتابه الذى اسمه -علم المنطق-. أما منطق هيغل فان الفلاسفة التحليليون يفقدون اهتمامهم به اكثر و اكثر مع مرور الزمن.

وكل هؤلاء ألمان (كانط و هيغل و ليبنيز).
بعد ذلك فى القرن التاسع عشر ينفجر البحث فى المنطق مع بعض من اعمق المناطقة فى التاريخ و بخاصة فرجى Frege و راسل Russell و بيرس Pierce و دى مورغان De Morgan و فين Venn و بوول Boole و كانتور Cantor و غيرهم.
اما الانجليز فمنطقهم مختلف جدا مرتبط جدا بالحسية و الاسمية التى يميل اليهما البريطانيون. فهيوم مثلا رغم انه لم يناقش منطق ارسطو الا انه ناقش يعمق غير مسبوق و غير ملحوق الاستقراء.
ثم ان كتب البريطانيين فى المنطق كانت دائما تضم ثلاثة محاور اساسية هى الاستدلال deduction (اى المنطق الارسطى و ما شابهه من طرق البرهان العقلى) و الاستقراء induction (وهو الاقرب الى الطريقة العلمية) و كذا الاحتمال probability.
اذن المنطق الرياضى-الفلسفى (وهناك فرق بينهما نُفصل فيه فى فرصة اخرى) هو بكل بساطة عملية توليف بين قياس أرسطو و المنطق الاقتراحى لكريسيبوس مع الترميز الرياضى الذى ابتدأه ليبنيز اى القفز بالمنطق الكلاسيكى الى منطق آخر أكثر دقة فى عكس التفكير و الفكر وضبط اللغة اى اقرب الى الرياضيات الحسابية. و نتيجة هذا التوليف و الترميز و التكميم هو المنطق الخبرى predicate logic.
أب المنطق الحديث بدون نزاع و ثانى مناطقة التاريخ هو فرجى. اذن كل الانجازات الكبرى فى هذا العصر ترجع اليه.
ثم جاء القرن العشرين و تواصل تطور المنطق مع الاب الثانى له فى العصر الحديث غودل Godel و بهذا الموضوع (و لو يبدو بشكل سطحى) يختم المؤلف كتابه.

2.3.3 المنطق الاقتراحى

وأساس كل المنطق هو المنطق الاقتراحى propositional logic وهو منطق الرتبة-صفر zeroth − order logic وهذا عكس المنطق الذى يُستخدم فى الانظمة البديهية axiomatic system للرياضيات الذى هو فى أغلبه (فهناك اشياء اخرى كثيرة) منطق الرتبة-واحد first − order logic.
ومن الأمثلة على منطق الرتبة-واحد نجد النظام البديهى للاعداد الطبيعية لبيانو Peano و النظام البديهى ال ZFC لمجموعة الاعداد لزارميلو Zermelo و فراينكل Fraenkel و النظام الذى استخدمه راسل Russell و وايطهاد Whitehead فى كتابهما البرنسيبيا الرياضية The Principia Mathematica و حتى النظام الذى استخدمه فرجى Frege فى كتابه الفذ البيغريشغيفت Begrffisschrfit الذى ابتدأت به كل هذه القصص المنطقية الحديثة وهذا حتى قبل مشروع هيلبرت Hilbert العبقرى الفذ الآخر بحوالى 30 سنة (لماذا اغلبيتهم الساحقة المان؟).
المنطق الاقتراحى لانه منطق الرتبة-صفر فهو لا يعتمد الا على القضايا و روابطها المنطقية logical connectives وتسمى ايضا المؤثرات operators اما منطق الرتبة-واحد فيستخدم الاجسام غير-المنطقية و أخبارها predicates اى صفاتها و ايضا التكميمات quantfiies (مهما يكن و يوجد).
والمنطق الاقتراحى يختلف عن منطق ارسطو المعروف باسم القياس المنطقى syllogism (والقياس المنطقى يختلف عن القياس الفقهى) فى ان المنطق الاقتراحى يتعامل مع القضايا propsoitions اما القياس الارسطى فيتعامل مع الحدود terms.
وقد ناقش ارسطو نفسه المنطق الاقتراحى قليلا ثم واصل فيه احد تلامذته بعده ذلك لكن اهم من ناقشه فى القديم هو كريسبيوس Chrysippus (وهو من طرسوس السورية قديما التركية حديثا) استاذ الرواقية فى عهده (تذكروا ان ارسطو و اتباعه مشائيين و تذكروا الفرق بين المشائية و الرواقية فاذن هناك فرق بينهما حتى فى المنطق). وكريسيبوس هو اعظم اساتذة الرواقية بعد مؤسسها زينون الرواقى .
اما فى العصور الوسيطة فنذكر ابيلارد Abelard الذى كان يقول انه لم يبقى فيسلوف غيره على ظهر الارض وهذا غرور لانه لا يعرف فلاسفة الاسلام و خاصة ابن رشد الذى كان تقريبا فى عهده.
لكن ابيلارد المغرور كان فعلا قد اعاد اكتشاف المنطق الاقتراحى لكريسيبسوس اما ابن رشد فقد اعاد ضبط منطق الحدود و القياس الارسطيان.
واظن أن ابن رشد اشهر بكثير من ابيلارد حتى عندهم و مع عيوبه الاخرى الكثيرة فهو لم يكن ابدا مغرورا.
ثم نذكر ليبنيز العظيم دائما فهو سابق لزمانه فى كل شيء.
اما فى العصر الحديث فان مؤسس المنطق الاقتراحى هو بوول Boole و دى مورغان De Morgan بدون منازعة.
بوول اكتشف الروابط المنطقية او المؤثرات الاساسية وهى الثلاثة الاولى فى الجدول.

- هناك النفى negation و نرمز له فى الفلسفة التحليلية ب $\sim$ (وتقرأ تيلدا) (انظر الجدول) اما فى الرياضيات فالترميز اوضح و نرمز للنفى ب NOT اى "ليس". اذن نفى القضية يأخذ القضية الى نقيضها.
- هناك ايضا الاقتران conjunction ونرمز له ب $\cdot$ (وتقرأ دوت) (انظر الجدول) اما فى الرياضيات فقد نرمز له ب AND أى "و". الاقتران كما يوحى الاسم بذلك يأخذ قضيتين الى قضية لا تكون صحيحة الا اذا كانت القضيتان صحيحتين معا.

نلاحظ ان ال AND يمكن ايضا ان نرمز لها ب $\wedge$ (وتقرأ وادج).

- وهناك الانفصال disjunction و نرمز له ب $\vee$ (وتقرأ فيي) (انظر الجدول) اما فى الرياضيات فقد نرمز له ب OR اى "أو". والانفصال بين قضيتين كما يوحى الاسم يكون صحيحا اذا كانت احدى القضيتين صحيحة.

Operator	Name	Logical function	Used to translate
~	tilde	negation	not, it is not the case that
•	dot	conjunction	and, also, moreover
∨	wedge	disjunction	or, unless
⊃	horseshoe	implication	if . . . then . . . , only if
≡	triple bar	equivalence	if and only if

شكل 13.3: الروابط المنطقية او المؤثرات.

كل هذا يمكن التعبير عنه بشكل افضل و اوضخ باستعمال جداول الصحة truth tables التى اشتهرت على يد فيتغنستاين Wittgenstein او مخططات فين Venn diagrms.
بوول برهن على ان الروابط المنطقية او المؤثرات الثلاثة NOT, AND, OR تشكل مجموعة تامة complete set بمعنى ان اى قضية منطقية مركبة مهما كانت درجة تعقيدها يمكن التعبير عنها بدلالة هذه المؤثرات الثلاثة فقط.
المؤثران الاخيران فى الجدول هما الاستلزام implication و التكافؤ equivalence. ركزوا فى ترميز الاستلزام فهو ايضا ليس الترميز المعتاد عندنا فى الرياضيات اى $\Rightarrow$ حيث نرمز له هنا بالاحتواء $\supset$. ايضا التكافؤ $\Longleftrightarrow$ نرمز له هنا ب $\equiv$.
أختم بشرح الشرط اللازم و الشرط الضرورى.
نقول عن قضية A انها شرط كافى لقضية B اذا كان وقوع A هو كل ماهو مطلوب من اجل وقوع B بمعنى آخر فان A يستلزم B و نكتب (B if A) أو ($A \supset B$). انظر الجدول الثانى.
نقول عن قضية A انها شرط ضرورى لقضية B اذا كان وقوع B غير ممكن بدون وقوع A بمعنى آخر فان B يستلزم A و نكتب (B only if A) أو ($B \supset A$). انظر الجدول الثانى.
التكافؤ هو استلزام فى الاتجاهين ونكتب (اذا و فقط اذا) اى (if and only if).
نختم بمثال. الاصابة بالزكام هو شرط كافى للشعور بالبؤس. و هناك اشياء اخرى بالاضافة الى الاصابة بالزكام ستجعل المرء يشعر بالبؤس. لكن الاصابة بالزكام وحده يكفى اذن هو شرط كافى.
لكن توفر هواء للتنفس هو شرط ضرورى للاستمرار فى الحياة. و هناك اشياء اخرى بالاضافة الى توفر الهواء ضرورية من اجل الاستمرار فى الحياة. لكن بدون الهواء فان الاستمرار فى الحياة يستحيل. اذن هو شرط ضرورى.

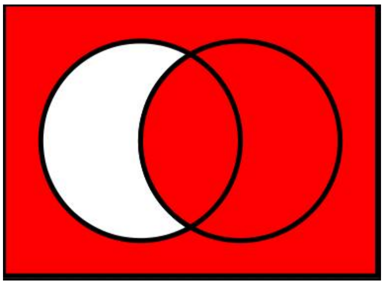
Do not confuse these three statement forms:	
A if *B*	$B \supset A$
A only if *B*	$A \supset B$
A if and only if *B*	$A \equiv B$

شكل 14.3: الاستلزام و التكافؤ.

3.3.3 التسلسل اللانهائى

ومن الفروق بين اللغة و المنطق هو الاستلزام A يؤدى الى B ونرمز له ب $A \Rightarrow B$.
فان الاستلزام اللغوى يعنى انه: اذا كانت القضية A صحيحة فان القضية B هى ايضا صحيحة. يعنى ان هناك علاقة سببية بين A و B بمعنى ان الاستلزام هو قضية صحيحة اذا كانت القضية A صحيحة و القضية B صحيحة معا.
اذن اذا مثلنا (مخططات فين) A و B بدائرتين فان التقاطع بين الدائرتين هو الاستلزام.

اما الاستلزام المنطقى فهو لا ينطوى على اى علاقة سببية بين القضية A و القضية B فهو يعنى بكل بساطة ان الاستلزام القضية (اذا كانت القضية A صحيحة فان القضية B ايضا صحيحة) يكون خاطئ فقط عندما تكون A صحيحة لكن B خاطئة. بعبارة اخرى فان القضية B هى صحيحة (وليس فقط فى هذه الحالة) اذا كانت القضية A صحيحة لكن لا توجد اى علاقة سببية بينهما.
اذن الاستلزام المنطقى صحيح فى الحالات الثلاثة التالية:
-القضية A صحيحة و القضية B صحيحة.
-القضية A خاطئة و القضية B صحيحة.
-القضية A خاطئة و القضية B خاطئة.
وهو خاطئ فقط فى الحالة:
-القضية A صحيحة و القضية B خاطئة.
الاستلزام المنطقى يسمى ايضا الشرطى المادى conditional material و هو يستعمل فى تشكيل القضايا الشرطية. مخطط فين خاصته فى الصورة ادناه.
ومن اهم تطبيقات الاستلزام الشرطى المادى هو المودوس بونونس ponens modus او القياس الاستثنائى المعطى بالقضايا التالية:
-اذا كان الاستلزام الشرطى المادى $A \Rightarrow B$ صحيح.
-واذا كانت القضية A صحيحة.
-فان القضية B صحيحة.
وهذا المودوس بونونس بديهى الصحة عند ارسطو و من تابعه و نحن منهم و اى محاولة للبرهان عليه ستؤدى الى ما يسميه المتكلمون الدور او ما تسميه الفلسفة الحديثة بالتسلسل اللانهائى infinite regress.
اذن حسب ارسطو المعرفة يجب ان نتوقف فى نقطة معينة هى اما بديهيات بالنسبة للبعض مثل المعرفة السبقية a priori او مسلمات بالنسبة للبعض الاخر مثل المعرفة المحقية a posteriori. وان هذا النوع من المعرفة هو مثل العلة الاولى بالنسبة للمعرفة.
فكما ان الحوادث فى العالم يجب ان نتوقف عند حدث ولH و الا وقعنا فى التسلسل اللانهائى المادى (البرهان الكوسمولوجى) فان تعليل المعرفة يجب ان يتوقف عند معرفة اولى (مثل المودوس بونونس اعلاه) و الا وقعنا فى التسلسل اللانهائى العقلى.
والفلاسفة (او من هو أرسطى منهم و هم الاغلبية الساحقة على كل حال) لا يتحمل التسلسل اللانهائى الفكرى اذن فالاولى بهم ان لا يتحملوا التسلسل اللانهائى المادى فالعالم منتهى فى الزمان و الزمان هو الذى يتحكم فى توسع المكان و أيضا و هذا هو الأهم لأن الفكر اوسع من المادة بداهة.
اذن لا يمكن ابدا البرهان على المودوس بونونس. و هناك مقال شهير للفيلسوف لويس كارول Lewis Carroll عنوانه: (ماذا قالت السلحفاة لاخيل) كتب عام 1895. تذكروا تناقض زينون فى استحالة الحركة من استحالة ان يلحق أخيل بالسلحفاة و يسبقها اذا انطلقت قبله (التسلسل اللانهائى المادى).
لويس كارول فى هذا المقال افترض البديهى وهو ان هذا التناقض تناقض عقلى فقط (التسلسل اللانهائى المادى غير موجود) و ان اخيل انتصر على السلحفاة فى الاخير و بعد ان فعل ذلك جلس على ظهرها.
فى هذا المقال تتحدى السلحفاة اخيل بشكل آخر وهو جالس على ظهرها عندما تطلب منه ان يبرهن على الآتى:
-القضية الاولى (علاقة اقليدس): الأشياء التي تساوي نفس الشيء أيضا متساوية مع بعضها البعض.
-القضية الثانية: اضلاع هذا المثلث هى اشياء تساوى نفس الشيء.
-النتيجة: اذن اضلاع هذا المثلث متساوية.
السلحفاة ترفض صلاحية المودوس بونونس الذى يمكننا ان نبرهن به على النتيجة بكل بساطة و تحدى اخيل ان يبرهن على النتيجة انطلاقا من مبادئ سبقية (بمعنى بديهية) و ليس انطلاقا من المودوس بونونس الذى هو مبدأ منطقى و ليس سبقى.
عندما يحاول اخيل ان يفعل ذلك يقع مباشرة فى التسلسل اللانهائى.
ولهذا فان هذه المعضلة تسمى تناقض كارول Carroll paradox وحلها يكمن فى ادراك ان المبادئ المنطقية الكبرى تقبل فى البرهان و الا وقعنا فى التسلسل اللانهائى.
اذن رغم ان السلحفاة خسرت فى التغلب على اخيل فى السباق (التسلسل اللانهائى الفيزيائى غير موجود) الا انها نجحت فى افحامه بتوريطه فى التسلسل اللانهائى الفكرى.
اذن الذى يقبل التسلسل اللانهائى كيف يمكنه ابدا ان يصل الى المعرفة او يبرهن على اى شيء؟



شكل 15.3: الاستلزام الشرطى.

4.3 فلسفة الرياضيات

فلسفة الرياضيات -على العكس من فلسفة الفيزياء او فلسفة البيولوجيا مثلا- هى قديمة قدم الفلسفة وقدم الرياضيات نفسيها.

أما المعضلتان الاساسيتان التى تهتم بهما فلسفة الرياضيات فهما:

-الواقعية الرياضية
-المعرفة الرياضية

وأول من ناقش هذين الموضوعين هو أفلاطون الذى اقترح ان الواقع الرياضى مشكل من مثل forms غير مادية و مستقلة عن العالم الفيزيائى. اذن فى هذه النظرة الافلاطونية للرياضيات فان الرياضيات هى حقيقة واقعية موجودة ومستقلة عن المادة و الحواس و العالم الخارجى.

من الجهة الاخرى نجد النظرة الافلاطونية المضادة التى تقول ان الرياضيات هى صنعة انسانية. اذن من الناحية الميتافيزقية هناك الافلاطونية و هناك الافلاطونية المضادة و بينهما مواقف متباينة.

اما من الناحية الابيستيمولوجية اى ما يخص المعرفة الرياضية فان هناك الموقف القائل ان الحقائق الرياضية يمكن ان تدرك بالعقل (الفلاسفة العقلانيون مثل ديكارت و ليبنيز و كذلك الفلاسفة الحسيون هيوم و لوك). و هناك موقف ثانى الذى يقول ان الحقائق الرياضية تعرف بالاستنباط inference من الحس مع الاستدلال dedcution.

لكن هناك مواقف اخرى للعظماء افلاطون و كانط و غودل مختلفة عن هذين الرأيين.

وهناك ربما مشكل ابيستيمولوجى آخر ذى علاقة: ماهو اصل المفاهيم الرياضية؟

الفلسفة العقلية متابعة لافلاطون قالت انها غريزية اما الفلسفة الحسية فانها قالت ان أصلها التجربة الحسية. أما علم النفس الاستعرافى الحديث فهو يميل الى الرأى الغريزى لافلاطون و اتباعه من العقلانيين.

أما كانط فهو قد اتى بشيء ايضا غير مسبوق بخصوص فلسفة الرياضيات حيث قال ان بنية العقل الانسانى نفسه توفر الاساس للواقع الرياضى و معرفتنا له. لكن البعض الآخر (مثلا ميل Mill) عارض بشدة هذه النظرة و قال ان الحقائق الحسابية و الهندسية بالخصوص هى تعميمات حول العالم الطبيعى نصل اليها بالاستقراء induction من الحواس او نصل اليها بالاستدلال انطلاقا من هذه التعميمات.

لكن الاكتشافات الرياضيات فى القرن التاسع عشر أضعفت كثيرا كل هذه الاراء.

فمثلا الهندسة غير الاقليدية تم اكتشافها بطرق غير حسية بالمرة و ايضا فانها ادخلت الشك فى الاعتقاد القديم بأن الهندسة هى النموذج الذى يجب ان يحتذى فى اليقين المبرر jusitified certainty. ومما زاد الطين بلة اكتشافات كانتور Cantor فى نظرية المجموعات و نظرية الاعداد العابرة للنهاية transfinite numbers وايضا اكتشاف الدوال فى التحليل التى ليس لها منحنى فى المستوى.

ومن اهم مدارس الرأى القائل ان الرياضيات تدرك بالعقل هو ما يعرف بالمنطقية logicism والتى بدأها فرجى Frege و ديديكنيد Dedekind انطلاقا من اكتشافات كانتور فى نظرية الاصناف theory of classes. فى هذه المدرسة الهدف هو محاولة بناء كل الحساب (وبالتالى كل الرياضيات) على المنطق. اذن فى المنطقية يعتقد أن الاساس الابيستيمولوجى لكل الرياضيات هو المنطق. لكن كانتور عاد و اكتشف تناقضات فى نظرية الاصناف ثم مباشرة بعده اكتشف راسل تناقضات ذات علاقة فى البناء المنطقى الصارم للحساب الذى قدمه فرجى. و يمكن فى الواقع القول ان كل فلسفة الرياضيات الحديثة هى رد فعل لهذه الازمة التى تسببت فيها نظرية كانتور.

اما اهم المدارس الفلسفية بخصوص الواقع الرياضى و المعرفة الرياضية فنجد اولا المدرسة العقلية التى ادت الى المدرسة المنطقية لفرجى بالخصوص. ثم تابعه فى ذلك راسل بعد اكتشاف تناقضات نظرية الاعداد لكانتور و تصحيحها او محاولة تصحيحها.

لكن ايضا هناك الفلسفة الصياغية او الشكلية formalist philosophy للعبقرى الاول للرياضيات هيلبرت Hilbert التى تدخل ضمن المدرسة المنطقية.

العقلية تحتوى بالاضافة الى المدرسة المنطقية على المدرسة الحدسية intuitionism لصاحبها براور Brouwer.
لكن اكتشاف المنطقى الثالث فى التاريخ غودل Godel لمبرهناته الشهيرة لعدم الاكتمال incompleteness theorems بين بما لا يدعو للشك ان الرياضيات لا يمكن ان يكون لها أسس منطقية بحتة مثل تلك التى يبحث عنها راسل و هيلبرت. اذن بكل بساطة الرياضيات ليس لها الاسس غير القابلة للشك التى كان يعتقد الناس ان الرياضيات تتمتع بها.

لكن المدرسة المنطقية لم تضمحل تماما لكن عوضت بمدرستين اخريتين هما: البنائية constructivism و الحسية empiricism. البنائية تميل الى الافلاطونية المضادة (التى تقول ان الرياضيات هى صنعة انسانية) اما الحسية فهى تميل الى الافلاطونية (التى تقول ان الواقع الرياضى موجود بغض النظر عن الواقع الفيزيائى).

اذن فى البنائية فقط الجزء من الرياضيات الذى يمكن ان نبنيه صراحة بالبرهان الصحيح من بديهيات مقبولة هو الذى نقبله فى عالم الرياضيات..اما الحسية (وهى افضل بكثير فى رأيى) للفيسلوف الكبير كوين Quine فهى تنص على ان الرياضيات الصحيحة هى فقط ذلك الجزء من الرياضيات الذى لا يمكن الانفكاك منه فى وصفنا للعالم الطبيعى. وهذه النظرة الحسية تسمى ايضا بالافلاطونية الحديثة فى الرياضيات.

والبنائية تدخل فيها نظرية راسل الاخبارية predicativism و ايضا حدسية براور لكن ايضا اراء اخرى ربما اهمها رأى الرياضى الفرنسى العملاق بوانكريه Poincare الذى يدخل فى اطار الاخبارية لكن بوانكريه معروف عنه ايضا انه غير متحمس للمنطقية على الاطلاق عكس راسل الذى هو الاب الثانى للمنطقية.

أما غودل فرأيه مختلف تماما عن كل هذه الاراء لكنه الاقرب من بين كل الاراء فى كل التاريخ لرأى افلاطون. فهو يقول اننا نملك نمط غير حسى non − sensory mode يسمح لنا باستعراف cognising الواقع الرياضى الذى هو ليس صنعة انسانية بأى شكل من الاشكال.

وايضا فيسلوف الفلسفة التحليلية الاول فى هذا العصر فيتينغنستيان Wittgenstein له رأى مختلف فى الرياضيات يسمى التقاليدية conventionalism.

وهناك ايضا الهيكلية structuralism مثلا لبن صراف Benacerraf الفرنسى من اصول يهودية جزائرية و مغربية. وهناك اراء اخرى مثلا ان الرياضيات خاطئة لكن مفيدة, ان الرياضيات تخص البناءات الممكنة, ان الرياضيات تخص الامكانيات الهيكلية, ان الرياضيات تخص البنى المجردة, وهذه كلها اراء تريد ان تتفادى افتراض وجود اشياء مستقلة مجردة (هذا يشبه الاسمية nominalism) اى رأى غودل فى وجود نمط غير حسى لادراك الاشياء الرياضية.

ومن المواضيع الاخرى ذات الاهمية فى فلسفة الرياضيات نجد طبيعة البرهان و الطبيعة الميتافيزقية للاعداد العابرة للنهاية من اهم الموضوعات فى فلسفة الرياضيات. و ايضا من الموضوعات المهمة المنطق الرياضى و المنطق الفلسفى و هو أعم. وايضا من المواضيع المهمة ابيستيمولوجيا الرياضيات مثلا ابيستيمولوجيا المالانهاية و الاعتقاد الحسابى و الهندسى و الاستعراف العددى (مثلا يعتقد ان طرق تحصيل الاعتقادات العددية تكفى للوصول الى المعرفة).

ترجمة بتصرف شديد للمقال حول الموضوع الموجود على موقع الدليل اللندنى للدراسات الفلسفية هنا [66].

باب 4

الكلام و الميتافيزيقا

1.4 كيف تدخل الى فلسفة الفيزياء؟

ومن باب التجربة الشخصية اقترح على من يريد ان يلج الى فلسفة الفيزياء الآتى:

اولا دراسة فلسفة ليبنيز (الجوهر الفرد, الفضاء-زمن, الجسم-و-العقل, السببية, و حرية الارادة) بأكملها مع ثلاثة ردود: نيوتن فى الفضاء-زمن, كانط فى العقل و الفضاء-زمن و الحرية و هيوم فى الحرية و السببية.

ثانيا من اجل التأصيل الاسلامى الغزالى-المعتزلى (وهو التأصيل الاسلامى المنسجم مع متطلبات العلم الحديث) كتاب دقيق الكلام للطائى. وهذا تقييم موضوعى و ليس رأى فقط.

ثالثا فى الميكانيك الكمومى كتاب بال Bell ما يقال و لا يقال فى الميكانيك الكمومى. ايضا كتب ألبارت Albert و ستاب Stapp و بوم Bohm و لوكوود Lockwood فهذه الكتب ستسمح لك ايضا بالولوج الى عالم الوعى و العقل من باب الكمومى.

رابعا فى الزمن كتاب برايس Price الذى يشرح وجهة نظر ارخميدس وهو توجه الفيزياء الحديثة و يشرح قليلا وجهة نظر القديس اوغستين.

خامسا فى التدوير الفيزيائى الشامل لفلسفة الفيزياء كتاب بنروز Penrose الدليل الى المجرة وايضا كتبه الاخرى فهى ايضا مفيدة.

سادسا فى التدوير الفيزيائى و الفلسفى الاكثر دقة انصح بكتابى هذا (الواقع و الزمن) لان هذا الكتاب كتبته خصيصا لتحقيق هذا التدوير لنفسى و هو فى الحقيقة خلاصة اولى لبعض قراءاتى فى هذا المجال.

2.4 فلسفة ليبنيز

1.2.4 ليبنيز الفيلسوف الرياضى الفيزيائى

"ربما لم يوجد ابدا رجل قرأ أكثر او درس اكثر او تأمل أكثر او كتب أكثر من ليبنيز. الذى كتبه عن الله و عن الطبيعة و عن الروح يبقى من ارفع البلاغة. و لو اردنا التعبير عن أفكاره باسلوب أفلاطون فإن فيلسوف ليبزيغ لن يتنازل امام فيلسوف أثينا فى اى شيء. اما عندما يقارن المرء مواهبه التي يمتلكها مع مواهب ليبنيز فان المرء سيشعر انه يجب عليه فقط التخلص من كتبه و الذهاب و الموت بهدوء في ظلام ركن منسي".

الفيلسوف الدهرى المادى الفرنسى ديديرو Diderot يتكلم عن عدوه الفكرى اللدود ليبنيز.

يقول ليبنيز: "بدأت بأرسطو ثم الكلام ثم افلاطون و افلوطين لكن اهتمامى بالفيزياء اوصلنى الى الرياضيات. لكن فوجئت جدا ان قوانين الحركة لا يمكن ايجادها فى الرياضيات فاضطررت الى الرجوع الى الميتافيزقا و الرجوع بالتالى من المادى الى المجرد. و بعد جهد جهيد فهمت ان اصل كل شيء هو المونادات و ان المادى ظواهرى لا اقل و لا اكثر لكنه رغم ذلك فهو مؤسس جيدا ومؤصل. و افلاطون فى رأيى ادرك قليلا هذه الحقيقة: أن منبع الميكانيكا هو الميتافيزيقا."

هذه هى خلاصة فكر ليبنيز فهدفه كان الفيزياء فوصل ضرورة الى الرياضيات ثم الى الفلسفة. و المونادات (جمع موناد) هى الجواهر الفردة عند ليبنيز لكنها ليست الجواهر الفردة الكلامية و لا هى الجواهر الفردة اليونانية و لا هى الجسيمات الاولية الفيزيائية وهى تلعب دورا اساسيا فى فلسفة ليبنيز كما سنبين.

2.2.4 الموناد او الجوهر الفرد المثالى

يقول ليبنيز: "اعتبر مفهوم الجوهر احد المفاتيح الأساسية للفلسفة الصحيحة".

اذن بالنسبة لليبنيز كل شيء موجود هو مركب من جواهر بسيطة أى ان كل شيء موجود يختزل الى و مؤسس على الجواهر البسيطة. اذن هذه هى فكرة ارسطو. لكن ارسطو كان يعرف الجوهر على أنه هو كل شيء يمكن ان يكون موضوع الاخبار او الاسناد و لا يمكن ان يكون خبرا او سندا لشيء آخر. لكن ليبنيز ينطلق فى تعريف الجوهر من مبدأ الخبر-فى-المبتدأ predicate-in-notion principle الذى ينص على انه فى اى قضية صحيحة فان مفهوم الخبر (اى ما تريد ان تسنده القضية الى الموضوع او تخبرنا به بخصوص المبتدأ) محتوى أصلا فى المبتدأ (وهو موضوع القضية).

اذن الجوهر عند ليبنيز هو كائن كامل يتميز بمفهوم تام يكفى لاحتواء و ايضا يسمح لنا باستنتاج كل الاخبار او الاسنادات predicates المرفقة بموضوع المفهوم. اذن المفهوم التام complete concept يحتوى على كل حكم صحيح يمكن ان يُقال حول هذا الجوهر. والشئ الموجود هو جوهر اذا و فقط اذا كان يتميز بمفهوم تام يحدد كل حالاته (ما يمكن ان يسند اليه او يخبر عنه) فى الماضى و الحاضر و المستقبل.

اذن حسب ليبنيز المفهوم التام هو ماهية الجوهر كما يراه الله سبحانه و تعالى.

مثال مفهوم (الاسكندر الاكبر) يحتوى على (الملك) على (تلميذ ارسطو) على (غزو الهند) ووو. اذن المفهوم التام (الاسكندر الاكبر) يسمح لنا بانتقاء الاسكندر الاكبر المعروف لنا فى التاريخ من عدد لانهائى من الجواهر الاخرى المنتهية التى تشبه الاسكندر الاكبر فى اخبار و تختلف معه و لو فى خبر واحد.

ويذهب ليبنيز ابعد من هذا بما يسمى مذهب العلامات و الاثار doctrine of marks and traces و يقول ان مفهوم (الاسكندر الاكبر) هو مفهوم تام الى الحد ان كل شيء حدث و يحدث و سيحدث للاسكندر يمكن ان يستنتج من هذا المفهوم و اكثر من ذلك فان هذا المفهوم لتمامه يحتوى على علامات و اثار على كل شيء حدث و يحدث و سيحدث للعالم و لو أن ذلك لا يمكن ان يقرأه الا الله سبحانه و تعالى وهذا لأن كل شيء مرتبط بكل شيء آخر. اذن الجوهر بالنسبة لليبنيز هو عالم تام يعكس العالم ككل و يعبر عنه بطريقته الخاصة. بعبارة اخرى الجوهر هو مرآة عاكسة للعالم.

بعض الخواص الاخرى (ستة خواص) للجوهر عند ليبنيز هى كالآتى:

-اولا لا يمكن لجوهرين متشابهين فى كل شيء ان يكونا متمايزين. وهذا هو مبدأ تطابق اللامتمايزات identity of indiscernibles. هذه الخاصية تعنى بشكل آخر ان كل مفهوم تام يقابل جوهر واحد فى العالم و انه اذا كان المفهومان التامان لجوهرين متساويان فان الجوهرين متطابقان ضرورة و انه اذا كان المفهومان المرفقان بجوهرين لا يسمحان لنا بالتمييز بين الجوهرين فهما اذن مفهومان غير تامان.

-ثانيا الجوهر عند ليبنيز لا يمكن ان يخلق الا عند خلق الله للعالم و لا يمكن ان يفنى الا عند افناء الله للعالم. اذن عدد الجواهر فى العالم لا يزيد و لا ينقص.

-ثالثا الجوهر لا يمكن ان ينقسم الى جوهرين و لا يمكن تركيب جوهر من جوهرين.

-رابعا الجواهر لا تتفاعل سببيا بين بعضها البعض وهذه سنشرحها باستفاضة فى الفقرة القادمة.

-خامسا الجوهر عند ليبنيز هو كائن واحد. وهذه أهم خاصية على الاطلاق.

اذن بالنسبة لليبنيز الجوهر يجب ان يكون ضرورة واحدا. حيث يقول ليبنيز مقولته الشهيرة: "باختصار لدينا القضية الوحدة التى لا يقع فيها التمييز الا بالنبرة و التى اعتبرها بديهية (من ليس حقيقة موجودا واحدا فهو ليس حقيقة موجودا واحدا)".

> To put it briefly, I hold this identical proposition, differentiated only by the emphasis, to be an axiom, namely, that what is not truly one being is not truly one being either.

والذى يضمن وحدة الجوهر عند ليبنيز هو النفس اى نفس الجوهر. فالنموذج الذى يعتبره ليبنيز للجوهر هو النفس او الأنا الذى هو عنده كائن واحد غير مادى متابع فى ذلك لديكارت و للقديس اوغستين. اذن بالنسبة لليبنيز الجوهر هو كائن له نفس (ليبنيز الشاب) او ان الجواهر (ليبنيز الشيخ) هى فقط النفوس و شبه النفوس التى يسميها مونادات (جمع موناد monad).

ولأن الجوهر يتميز بوحدة لا تسمح له بالانقسام فان الاجسام المادية التى اساسها الامتداد الفضائى لا يمكن ان تكون جواهر حسب ليبنيز عكس ديكارت. اذن الجواهر يجب ان تكون بسيطة اى تتمتع بوحدة و بالتالى لا تقبل الانقسام.

اذن اذا كانت الاشياء لا تتميز بحياة -اى تتمتع بأنفس-فهى لا يمكن ان تكون جواهر لانها لا يمكن ان تتمتع بالوحدة و فى هذه الحالة فهى فقط ظواهر. هذا هو المصطلح الليبنيزى و هو اساس المصطلح الكانطى فى أن عالم الاشياء-فى-ذاتها (ما يسميه ليبنيز عالم الجواهر) يقف فى مقابل و هو اساس عالم الظواهر (وهو ايضا يسميه ليبنيز عالم الظواهر اى عالم المادة).

اذن الجواهر بالنسبة لليبنيز هى فقط الكائنات التامة الحقيقية و كل شيء آخر هو ظواهر (المادة و الاجسام) او تجريد (الرياضيات) او علاقات (الفضاء-زمن و السببية).
هنا يقارن ليبنيز بين وحدة الجواهر الفردة (الوحدة الحقيقية) و وحدة الاجسام المادية (الوحدة الظواهرية) بضرب مثال قوس قزح. فنحن نمثل قوس قزح على انه شيء واحد رغم انه ناجم عن انكسار الضوء عبر عدد هائل من قطرات الماء. بنفس الطريقة فان الاجسام المادية تنجم عن عدد هائل من الجواهر البسيطة. ولهذا يسمى ليبنيز المادة ظاهرة مؤسسة-جيدا well-founded phenomena لأنها مؤسسة على الجواهر البسيطة الحقيقية.
اذن واقعية الجوهر راجعة بالضبط الى وحدته وهذه الوحدة راجعة بالضبط الى كونه شبه نفس. يقول ليبنيز: "شيء يفتقد الامتداد ضرورى من اجل جوهر الاجسام و الا لن يكون هناك اى منبع لحقيقة الظواهر او الوحدة الصحيحة. لكن لأن الذرات مقصاة لن يبقى لنا الا شيء يفتقد الامتداد يشبه النفس الذى سمى من قبل الصورة او النوع".

Something lacking extension is required for the substance of bodies, otherwise there would be no source for the reality of phenomena or for true unity. But since atoms are excluded, what remains is something lacking extension, analogous to the soul, which they once called form or species.

فليبنيز يرفض الذرة لانها حسب رأيه تكسر مبدأ تطابق اللامتمايزات اى امكانية وجود ذرتين متشابهتين فى كل شيء لكنهما متمايزتان (هذا ليس صحيح بالنسبة للذرات لكن صحيح بالنسبة للجسيمات الاولية). اذن لم يبقى امامه الا النفس لتأسيس ظاهرة المادة.
-سادسا الجوهر عند ليبنيز هو كائن فعال لانه نفس و اذن فهو يتميز بتمثيلات او ادراكات perceptions و بميول او نزعات appetitions و الجوهر او النفس يتميز اذن بقوة فطرية فعالة primitive active force التى هى القانون الكامن الذى خلقه الله عندما خلق الجوهر. ولان الجوهر هو نفس فان حالاته هى ادراكات و فعل الجوهر يكمن فى تغيير هذه الادراكات المبرجمة من قبل الله فى المفهوم التام و القوة الفعالة داخل الجوهر هى النزعة الداخلية فى الجوهر فى تغيير هذه الادراكات بشكل مستمر و اكثر من هذا فان هذه الادراكات تعمل بشكل متناغم خلقه ايضا الله مع ادراكات بقية الجواهر فى العالم.
يقول ليبنيز: "اعتقد انه من الواضح ان القوى الفطرية لا يمكن ان تكون الا الميول الداخلية للجواهر البسيطة هذه الميول التى تسمح لهم بالانتقال من ادراك الى ادراك حسب قانون تمليه عليهم طبيعتهم و فى نفس الوقت تحقيق التناغم فيما بينهم ممثلين نفس ظواهر العالم بطرق مختلفة الشيء الذى ينبع ضرورة من علة مشتركة."

I think that it is obvious that primitive forces can be nothing but the internal strivings of simple substances, strivings by means of which they pass from perception to perception in accordance with a certain law of theirnature, and at the same time harmonize with one another, representing the same phenomena of the universe in different ways, something that must necessarily arise from a cause.

اذن ليبنيز هو مثالى لأن المادة و الاجسام و الحركة يجب ان تختزل فى الاخير الى الجواهر البسيطة التى سماها مونادات. فالمادة عندة ظاهرة مؤسسة-جيدا و ليست حقيقية.
فحسب ليبنيز هناك:
اولا النفس soul او الاستنجاز الأولى primitive entelechy (الصورة).
ثانيا المادة الأولية primary matter وهى القوة الفطرية الخاملة primitive passive power (الهيولى).
ثالثا الجوهر او الموناد و هو مشكل من النفس و المادة الاولية.
رابعا الكتلة او المادة الثانوية secondary matter و هى المادة التى نعرفها و هى مشكلة من عدد لا نهائى من المونادات.
خامسا الحيوان وهو الجوهر الجسدى corporeal substance الذى يشكله الموناد المهيمن فى قالب آلة واحدة. اذن هناك موناد مهيمن على بقية المونادات التى تشكل الجسد العضوى لذلك الحيوان. لكن عند ليبنيز حتى المونادات غير المهيمنة المشكلة للجوهر الجسدى هى الاخرى لكل واحد فيها آلة عضوية مرفقة بها و هكذا نواصل الى مالانهاية فى الصغر. اذن كما يقول ليبيز كل الطبيعة مملوءة بالحياة.
ولهذا فان ليبنيز بالاضافة الى كونه مثالى فهو على مذهب عمومية-الحياة panorganicist وهى القول بأن الكون مملوء بالحياة والتى هى فرع على مذهب عمومية-العقل panpsychism الذى ينص على ان الكون مملوء بالعقل.

3.2.4 حول السببية

السببية او كيف تؤثر الاسباب فى المسببات ثلاث مدراس اساسية:
اولا التدفق الفيزيائى physical influx.
ثانيا المناسبية المشهورة اكثر تحت مسمى العادة occasionalism.
ثالثا التوازوية parallelism.

على أن الاحظ ايضا ان السببية عند الفلاسفة قبل هيوم تختلف كثيرا عن السببية عند الفلاسفة بعد هيوم. فالسببية قبل هيوم هى علاقة بين الجواهر substances فاذن الجواهر فقط يمكن ان تؤثر. اما بعد هيوم فالسببية هى علاقة بين الحوادث events وليس بين الجواهر.

وقد لاحظ ليبنيز -وهذا قبل هيوم ب 30 سنة فقط- ان النموذج القديم افضل فى جانب اساسى هو عدم وقوعه فى فخ الدور regress اى ان سلسلة الجواهر المؤثرة فى بعضها البعض تنتهى عند الجوهر الاول الذى ابتدأ السلسة. اما سلسة الاحداث المؤثرة فى بعضها البعض فهى حتى لو انتهت الى حدث أول ابتدأ السلسلة فانك لا تستطيع ان تمنع التساؤل لماذا هذه السلسلة وليس سلسلة اخرى. وهذه نقطة قوية يعترف بها ايضا الكثير اليوم.

التدفق الفيزيائى هى النظرية المادية الطاغية اليوم بخصوص السببية. وكلمة فيزيائى لا تعنى بالضرورة مادى بل هى تعنى طبيعى لان هذه النظرية تستخدم ايضا فى تفسير العلاقة السببية بين العقل الذى هو جوهر غير مادى -على راى البعض- و الجسم. فى هذه النظرية السبب يؤثر فى المسبب عن طريق تدفق فيزيائى موجود بينهما. اذن على هذا النموذج هناك سببية تسمى سببية بين-الجواهر causation intersubstantial تؤثر بين الجواهر المنتهية (والمنتهية المقصود بها غير الالهية عكس الجوهر اللانهائى الذى هو الله).

مثال عندما يلعب الموسيقار بالكمان فالموسيقار (هذا هو الجوهر المؤثر هنا) هو فعلا السبب فى اهتزاز اوتار الكمان (الجوهر المتأثر). فالحركة التى هى نمط او حالة لجسم الموسيقار تم تحويلها (تدفقت) الى اوتار الكمان.

اشهر الفلاسفة الذين قالوا بالتدفق الفيزيائى اذكر الحسى هوبز Hobbes احد غرماء ليبنز الذى اشترك مع العقلانى سبينوزا الغريم الآخر لليبنيز بالقول بالجبر الذى كان يحاربه ليبنيز.

اما العادة او المناسبية فاشهر من قال بها على الاطلاق مالبرانش Malebranche و من هو اقوى منه بكثير الغزالى . وهى تنص بكل بساطة على أن الجواهر المنتهية يستحيل ان تؤثر فيما بينها و يستحيل ان تؤثر فى نفسها اى انها تمنع بالاضافة الى سببية بين-الجواهر فانها تمنع سببية فى-الجواهر intrasubstantial causation. فى نظرية العادة المؤثر الفعال الوحيد اى السبب الحقيقى الوحيد فى هذا الوجود هو الله.

فعندما يعزف الموسيقار على الكمان فان الله يسبب اهتزاز اوتار الكمان عند مناسبة ارادة الموسيقار مداعبة اوتار كمانه. هذه الارادة نفسها التى يجدها الموسيقار فى نفسه يتسبب فيها الله. لان المناسبية او العادة تحيل النوعين من السببية بين-الجواهر و فى-الجواهر.

النظرية الثالثة هى التى يتبناها ليبنيز وهى التوازوية. وهى تمنع مثل العادة السببية بين-الجواهر لكنها تقر مثل التدفق الفيزيائى بالسببية فى-الجواهر. اذن الجواهر المنتهية لا تؤثر فيما بينها لكن تؤثر فى نفسها. ربما هذا هو موقف ابن سينا و ابن رشد و ابن تيمية و ابن حزم و غيرهم من فلاسفة الاسلام.

اذن عندما يعزف الموسيقار على كمانه فان الذى يتسبب فى اهتزاز اوتار الكمان ليس الموسيقار لكن الكمان نفسه. وهذا راجع حسب ليبنيز الى التناغم السبقى pre-established harmony الذى خلقه الله عند خلق هذا العالم الكامل بين العقل و المادة.

فعندما يكون الموسيقار فى الحالة التى يريد فيها مداعبة اوتار الكمان فان الكمان يصبح فى الحالة الفيزيائية التى ينجم عنها اهتزاز الاوتار. اذن التأثير بين الموسيقار و الكمان هو ليس سببية بين-جواهر بل هو ناجم عن التناغم السبقى.

نظرية التناغم السبقى هى من اشهر انجازات ليبنيز وهى اشهر نسخة للتوازوية. وهى تنص ان هناك تقابل بين ادراكات الجواهر التى هى كائنات مثالية عند ليبنيز يسميها انفس او مونادات (جمع موناد) و بين حركات الاجسام.

التناغم السبقى لليبنيز يلخص فى النقاط الاربعة التالية:

-لا توجد سببية بين-الجواهر.

-توجد سببية فى-الجواهر.

-طبيعة الجوهر مختزلة بالكامل فى المفهوم الكامل المرفق به الذى يحتوى على كل الحالات الماضية و الحاضرة و المستقبلية للجوهر.

-طبيعة كل جوهر متناغمة مع طبائع كل الجواهر الاخرى. وهذا التناغم بين طبائع كل الجواهر خلقه الله عند خلق العالم الكامل.

ليبنيز يرفض نظرية التدفق الفيزيائى لانه لا يمكن تفسير (هكذا يقول) كيف يمكن للاعراض accident او ما يسمى اليوم فى الفلسفة افراد-الصفة property-instances أن تنتقل من جوهر الى آخر و عليه فان التدفق الفيزيائى محال. ايضا يستخدم ليبنيز وهو فيزيائى قانون انحفاظ كمية الحركة ليدحض نظرية التدفق الفيزيائى بين العقل و الجسم. وايضا يستخدم امكانية فقدان الفعالية السببية للجوهر بسبب تأثيره المستمر حجة اخرى ضد نظرية التدفق الفيزيائى.

اما اعتراضات ليبنيز على نظرية العادة فهى تدور كلها حول فكرة ان العالم الذى يتدخل فيه الله بشكل مستمر هو عالم غير كامل!

لكن ليبنيز يأتى و يضيف ان الله يتدخل ايضا عند تأثير الجواهر فى نفسها عبر سببية فى-الجواهر و لا يكتفى بالتدخل فقط عند الخلق الاول بخلق التناغم السبقى بين الجواهر. و ان هذا التدخل المستمر هو خلق متجدد عبر الصدور الذى قال به افلوطين و ابن سينا و ابن

عربى. هنا بعد هذه الاضافة فاننى شخصيا لا ارى اى فرق بين التوازوية المعطاة بالتناغم السبقى كما يريدها ليبنيز وبين مبدأ العادة او التناسبية.

نظرية السببية عند ليبنيز هى اذن نوع من التوازوية تسمى التناغمية السبقية تتشكل من 4 نقاط اساسية:

اولا لا توجد سببية بين-الجواهر. اى ان الجواهر لا تؤثر فيما بينها.

ثانيا توجد سببية فى-الجواهر. اى ان كل جوهر يمكنه ان يؤثر فقط على نفسه.

ثالثا طبيعة كل جوهر مشفرة فى المفهوم التام المقابل لهذا الجوهر بحيث ان كل حالات الجوهر فى الماضى و الحاضر و المستقبل محتواة فى المفهوم التام.

رابعا طبيعة كل جوهر متناغمة (ومن هنا جاء الاسم التناغمية) مع طبيعة كل الجواهر الاخرى. و ان هذا التناغم خلقه الله بين كل الجواهر عندما خلق هذا العالم الكامل (ومن هنا فهى تناغمية سبقية). ولهذا نحن نرى العقل يعمل بشكل متناغم مع الجسم رغم انه لا توجد اى علاقة سببية بينهما -حسب ليبنيز-.

هذه النظرية تعنى بكل بساطة ان الذى نراه من ان الاشياء تؤثر فى بعضها البعض ليس الا من ظواهرية هذا العالم و ان الواقع فى الحقيقة ينبنى على تناغم سبقى بين مكوناته.

اذن ليبنيز حل من الجذور مسألة السببية بين-الجواهر فهى بالنسبة له (وهذا هو المصطلح) سراب مؤسس well-founded illusion و تبقى ماهية السببية فى-الجواهر هى التى تحتاج الى مزيد توضيح.

ليبنيز يعرف الجوهر على انه كائن فاعل. و الفعل هو التغير المستمر للاعراض وهى هنا تمثيلات representation (على مصطلح كانط) او ادراكات perceptions الجوهر. والادراك يعرفه ليبنيز على انه الحالة الداخلية للجوهر التى تعبر عن الاشياء الخارجية. لكن الجوهر يتميز ايضا بنزعات appetitions وهى نزعته فى الانتقال من ادراك الى ادراك.

اذن الذى يسبب هذا الفعل (التغير المستمر للادراكات داخل الجوهر) هو قوة فعالة فطرية primitive active power فى الجوهر (وبعض النقاد يقول ان هذه القوة هى نفسها الجوهر). هذه القوة هى قانون او طبيعة خلقها الله فى الجوهر عندما خلق الجوهر.

هذه القوة الفطرية او القانون او الطبيعة تتشكل اذن من المظهرين: التمثيلى المعطى بالادراكات و الديناميكى المعطى بالنزعات.

اذن فى المحصلة القوة الفطرية فى الجوهر هى السبب الفعال efficient cause وراء تغير الحالات الادراكية التى هى حالات الجوهر. و أن الفعل الوحيد للجوهر هو تغيير الادراكات. اذن هناك فرق فى الدور السببى الذى تلعبه كل من الحالات الادراكية للجوهر و القوة الفطرية الداخلية.

فالسبب الفعال (السبب الحقيقى على مصطلح هيوم) فى تغيير حالات الجوهر بشكل مستمر هو القوة الداخلية للجوهر و ليس الادراك الذى يجب فهمه على أنه الحالة. و لان الادراكات هى اعراض اى حوادث و فقط الجواهر يمكنها ان تكون فعالة سببيا -حسب الانطولوجيا التى يتبناها ليبنيز- فان الادراكات لا يمكن ان تكون فعالة سببيا بمعنى ان تكون اسبابا فعالة. اذن للتبسيط على الفهم دعنا نقول ان القوة الفطرية (أى الجوهر نفسه) هى السبب الفعال المنتج للمسبب (اى تغيير حالة الجوهر) أما حالات الجوهر فهى الحالات الادراكية و هى غير فعالة سببيا.

اذن القوة الفطرية داخل الجوهر تؤثر على الحالات الادراكية و تغيرها بشكل مستمر حسب النزعات و ليس ان الحالات الادراكية تؤثر فى بعضها البعض. لكن ليبنيز ايضا يقول ان الحالة الادراكية A مثلا هى السبب فى الحالة الادراكية B و هنا هو يعنى الاسباب النهائية final causes اى العلل الغائية و الاسباب الشكلية formal causes وهى اسباب غير ميكانيكية عكس الاسباب الميكانيكية التى سميناها الاسباب الفعالة.

اذن الاسباب عند ليبنيز ثلاثة انواع.

فالادراكات هى بالضبط التى توفر الاسباب النهائية و الشكلية لانها هى التى تحدد منطقيا الحالات النهائية للجوهر من ناحية. فهدف كل ادراك هو سبب نهائى أى غائى بقدر ان كل ادراك يحدد لماذا يجب انتاج هذه الحالات المعينة و ليس الاخرى. فالادراكات السابقة تحتوى على علة الادراكات اللاحقة. اذن الادراكات تأتى و تذهب حسب الاسباب النهائية الغائية. اذن الاسباب النهائية مرتبطة بالنزعات. و الاسباب النهائية قد تكون منتجة مثل الاسباب الفعالة وقد لا تكون منتجة (و أن تنتج حالة هو ان تتسبب فيها بفعالية).

اما الادراكات نفسها فهى أسباب شكلية بمعنى ان حالات الجوهر فى الحاضر تحدد بالكامل محتوى الحالات النهائية للجوهر. وهذه الاسباب هى دائما غير منتجة. هذه الاسباب الشكلية (بالاضافة الى ما سماه ليبنيز الادراكات الصغيرة perceptions petites او ما يسمى اليوم باللاشعور) هى التى تضمن استمرارية المحتوى الادراكى انسجاما مع مبدأ الاستمرارية لليبنيز.

اذن التأثير السببى فى-الجواهر حسب ليبنيز يحتوى على ثلاثة انواع من الاسباب التى تؤدى الى تغيير ادراكات الجوهر: فعالة تتبع القوة الفطرية الداخلية و نهائية تتبع النزعات و شكلية تتبع مبدأ الاستمرارية.

نختم بالسببية الالهية عند ليبنيز. هنا يعود ليبنيز و يقول ان التغيير فى الحالة الادراكية للجوهر ايضا يشارك فيه الله بالاضافة الى الاسباب المذكورة اعلاه. اذن الله خلق التناغم السبقى و ايضا يشارك مع الجواهر المخلوقة فى تأثيرها. هذا يسمى التزامنية concurrentism.

هل هناك فرق اذن بين التناغم السبقى لليبنيز و المناسبية او العادة لمالبرانش و الغزالى؟

حتى ينجوا ليبنيز من هذا الاعتراض الاخير الخطير -فليبنيز كان معارضا شديدا لمبدأ العادة- فانه يزيد الطين بلة و يذهب و يقول بالخلق المستمر عبر الفيض. اى ان الله يخلق العالم باستمرار. و الخلق باستمرار هو عن طريق الفيض و هو يعطى المقاربة التالية: الله يخلق العالم فيضا اى بشكل مستمر مثلما اننا ننتج افكارنا فيضا بشكل مستمر. أليس هذا ايضا مشابها جدا لفكرة ابن عربى بان الله يخلق العالم فيضا اى بشكل مستمر مثلما اننا نتكلم فيضا اى بشكل مستمر. لكن هل فعلا اصبح التناغم السبقى مختلفا عن العادة بعد اضافة الخلق المستمر بالفيض. شخصيا كنت احبذ ان يتوقف ليبنيز عند التناغم السبقى و ان الله يخلق التناغم عند الخلق الاول ثم يترك الخلق لذلك التناغم. هذه فكرة ابسط و اصفى و اقوى. واظن ان هذا هو الرأى السيناوى و الرشدى. لكن باضافة الخلق المستمر و الفيض فهو اقترب شاء او أبى وكثيرا جدا من مبدأ العادة الذى يمقته.

للاستزادة انظروا [83, 84, 85].

4.2.4 معضلة العقل-و-الجسم

ننطلق من المادة و الفكر ونسأل فعلا هل هما فعلا جوهران مختلفان؟.

اما المادية فهى القول بأن كل الظواهر العقلية تُختزل الى المادى و الفيزيائى. و من معاصرى ليبنيز القائلين بهذا الرأى و بقوة الفيلسوف هوبز Hobbes. فعند ليبنيز لا يمكن ابدا تفسير الادراك perception و الوعى consciousness تفسيرا ميكانيكيا و بالتالى فهما ليستا بظاهرتين فيزيائيتين كما كان يرمى الي ذلك هوبز. فالمادية عند ليبنيز لا يمكنها ابدا ان تصف وحدة الأنا التى نجدها فى الوعى و الادراك لأن المادة ليست وحدة فهى تقبل الانقسام عدد لانهائى من المرات.

لكن رغم ان ليبنيز كان يقول ان عالم المادة و عالم الفكر عالمان مختلفان فعلا الا انه كان من اكبر نقاد الثنائية الديكارتية. ورفض ليبنيز للثنائية الديكارتية قائم على رفضه لوجود جوهر مادى ممتد فى الفضاء. فالجوهر يجب ان يكون واحدا لأن الواحد لا يقبل القسمة و الجوهر يجب ان يكون بسيطا لكن المادة ممتدة فضائيا وبالتالى فهى تقبل القسمة و بالتالى فهى لا يمكن ان تكون واحدا اى لا يمكن ان تكون جوهرا.

فالاجسام المادية هى تجمعات و التجمع ليس جوهرا لانه يفتقد الوحدة. فوجود و حقيقة اى تجمع مشتقة من وجود و حقيقة مكوناته. فالجسم حتى يتمتع بالواقعية عليه ان يكون مكونا من كائنات واقعية. فالذرات عند ليبنيز لا تصلح لأن تكون الكائنات الواقعية المكونة للاجسام لانها اجسام ممتدة فضائيا و من ماهية الامتداد القابلية للقسمة. وايضا فان النقاط الرياضية لا تصلح لانه حتى لو أخذنا عدد لا نهائى من النقاط الرياضية فانه لا يمكننا ان نحصل على الامتداد و بالتالى لا يمكننا ان نحصل على الاجسام المادية الممتدة من تركيب نقاط رياضية.

لم يبق الا حلا واحدا امام ليبنيز. فالأجسام مكونة من جواهر بسيطة (اى غير مكونة من اجزاء) غير ممتدة فى الفضاء و غير قابلة للقسمة. هذه الجواهر حسب ليبنيز هى مثل الروح التى هو جوهر بسيط غير ممتد فى الفضاء و غير قابل للقسمة. لكن ليبنيز يضيف و يقول ان هذه الجواهر لا تشكل الجسم كأجزاء له لكن تشكله كعناصره الاولى first elements او وحداته الاولية primitive unities. فالأجسام تنجم من هذه الوحدات الأولية.

فالأجسام اذن هى تجمعات لجواهر التى تظهر لنا كظواهر جسدية ممتدة لكنها ظواهر مؤسسة-جيدا لانها مؤسسة على كائنات حقيقية.

اذن العالم عند ليبنيز يحتوى على نوع واحد من الجوهر. لكن هناك جواهر كثيرة (لا نهائية العدد فى الحقيقة) مشكلة من هذا النوع. هذه الجواهر بسيطة و غير ممتدة بعضها يتميز بالوعى و العقل و الفكر و بعضها يؤسس ظواهرية العالم المادى. اذن رأى ليبنيز هو نوع من المونيزم monism الفيزيائى. فالعالم يحتوى على نوع واحد من الجوهر و العقل و الجسم يتشكلان من نفس هذا النوع من الجوهر. الا انه من الناحية الميتافيزيقية فان ليبنيز يتبنى فى الحقيقة الثنائية اى ان العقل و الجسم جوهران مختلفان.

التفاعل بين العقل و الجسم عند ليبنيز يعطى بالتوازوية فى صيغة التناغم السبقى.

اولا حسب انعدام السببية بين-الجواهر فانه لا توجد حالة عقلية سببها الحقيقى هو حالة عقل او جسم آخر. و لا حالة جسمية سببها الحقيقى هو حالة عقل او جسم آخر.

ثانيا حسب السببية فى-الجواهر فان كل حالة عقلية سببها الحقيقى حالة عقلية سابقة فى نفس العقل و كل حالة جسمية سببها الحقيقى حالة جسمية سابقة فى نفس الجسم.

وثالثا كل العقول و الاجسام مبرمجة منذ الخلق ان تعمل فى تناغم فيما بينها. اذن العلاقة السببية بين الجسم و العقل التى تظهر لنا فيزيائيا هى من الناحية الميتافيزيقية علاقة تناغم و انسجام و توافق بين عمل العقل و عمل الجسم من دون اى تفاعل بين العقل و الجسم

و بدون تدخل الله.

ومن أهم ملاحظات ليبنيز ايضا ان أهم ما يعكس عمل العقل هو اللغة. يقول مثلا: انى فعلا اعتقد ان اللغات هى افضل مرآة للعقل الانسانى و ان دراسة دقيقة لمعنى الكلمات يجب ان تخبرنا اكثر من اى شيء آخر عن عمليات الفهم.

I really believe that languages are the best mirror of the human mind, and that a precise analysis of the signification of words would tell us more than anything else about the operations of the understanding.

لهذا كان يتحدث ليبنيز عن اللغة الكونية universal language التى هى لغة اصطناعية رمزية منطقية. فعند ليبنيز اللغة الطبيعية رغم امكانياتها الهائلة تحتوى على كثير من المراوغات التى لا تسمح لنا باستعمالها فى الاستدلال. فحدود اللغة الطبيعية تعبر عن مفاهيم مركبة مشتقة تتركب من و تختزل الى مفاهيم أبسط لا تقبل الاختزال اكثر. اذن يمكن ان نخصص رموز لهذه المفاهيم البسيطة الأولية يسميها ليبنيز حروف characters. و انطلاقا من هذه الحروف الاولية التى تقابل المفاهيم البسيطة الأولية يمكننا ان نشكل حروف اخرى تقابل مفاهيم مركبة مشتقة عن طريق أخذ كل التركيبات combinations الممكنة للرموز.

مجموع هذه الرموز هو ما يسميه ليبنيز الألفبائية الكونية universal characteristic التى هى لغة كاملة تمثل فيها كل المفاهيم الانسانية بشكل مثالى بحيث تكون حقيقتها البنيوية شفافة تماما.

بعد تحديد المفاهيم البسيطة الاولية و ترميزها فى حروف فانه علينا ايضا ان نحدد القواعد المنطقية (التى تعكس قواعد الاستدلال التى يستخدمها الانسان) لمعالجة رموز الالفبائية الكونية لنحصل بذلك على اللغة الكونية. اللغة الكونية حسب ليبنيز هى لغة تسمح بحساب (وليس الاستدلال والبرهان على) الحقيقة. اذن اللغة الكونية لليبنيز مثل الأنظمة المنطقية الشكلية تسمح لنا بالتعبير عن الاستدلال الصحيح برموز. لكن اكثر من هذا فانها تسمح لنا عكس الانظمة المنطقية الشكلية بالتعبير عن محتوى الاستدلال و ليس فقط بنيته الشكلية.

يقول ليبنيز عن اللغة الكونية: هذه اللغة ستكون اعظم اداة للعقل..فعندما يقع الخلاف بين الاشخاص يمكننا بكل بساطة ان نقول: دعنا نحسب بدون اى تأخير و نرى من هو المحق.

This language will be the greatest instrument of reason ...when there are disputes among persons, we can simply say : Let us calculate, without further ado, and see who is right.

وهذه فى رأيى من اعظم الافكار الفلسفية ابدا. اذن الاستعراف بالنسبة لليبنيز هو عملية رمزية تقع فى جملة تمثيلات تمتع ببنية شبه-لغوية. فكل الاستدلال الانسانى عند ليبنيز يستخدم اشارات و حروف و انه لولا هذه الاشارات و الحروف فانه لا يمكن للعقل ان يفكر فى اى شئ بوضوح و لا الاستدلال حوله. ضف الى هذا ايضا ان ليبنيز يعتقد أن التفكير الانسانى يتبع بديهيات المنطق. وبالتالى فانه حسب ليبنيز فان العقل -على الاقل فى التفكير- هو ألغوريتمى ضمنيا. اذن ليبنيز هو أب الذكاء الاصطناعى وهو يتفق مع هوبز فى ان كل شيء يقوم به العقل هو حسابى computation. وهذا يبدو مناقضا لقول ليبنيز الآخر ان الأنا لا يمكن ابدا ان يقع فى الآلات الصناعية.

لكن ماذا يوجد فى العقل؟.

حسب ليبنيز توجد الادراكات و النزعات. الادراكات هى تمثيلات المتعدد (العالم) فى الواحد (الأنا). فالادراك يمثل الواقع مثلما تمثل المعادلة الجبرية شكل هندسى و هذا مثال ليبنيز نفسه. اما النزعات فهى الميول من ادراك الى ادراك. اذن القوة الفطرية التى هى ماهية الأنا تعبر عن نفسها فى قوى مشتقة لحظية تنطوى على مظهرين الادراك (وهو المظهر التمثيلى حيث يتم التعبير عن العالم فى داخل الجوهر) و النزعة (وهو المظهر الديناميكى اى الميل و السعى و النزوع المستمر نحو ادراكات جديدة). هذه الادراكات و النزعات فى العقل تقابل بالضبط افعال الجسم و احداث العالم دون اى علاقة سببية (التناغم السبقى).

والادراكات و النزعات السابقة هى سبب الادراكات و النزعات اللاحقة. وهذه الادراكات و النزعات تقابل افعال الجسم. فالنزعات هى التى تدفع الجسم نحو الفعل الارادى. فحسب ليبنيز فان الله لا يفعل الا الافضل أما الانسان فيفعل ما يبدو له الافضل. ف (الفعل) اذن مرتبط بالنزعات اما (كيف يبدو العالم) فمرتبط بالادراكات. لكن العقل هو عالم مستقل عن عالم الجسم و لايوجد بينهما الا التناغم الذى خلقه الله عندما خلق الجواهر البسيطة عند بداية خلق هذا العالم الكامل. والعقل يخضع للسببية النهائية او الغائية لانه يعمل دائما من اجل غايات معينة اما الجسم فيخضع للسببية الفعالة او الميكانيكية لان فعل الجسم ليس الا حركة المادة.

اذن الفعل الارادى الانسانى الذى يظهر كسببية فعالة ميكانيكية فى العالم الظواهرى هو فى الحقيقة سببية نهائية غائية فى عالم الجواهر حيث ان الافعال الوحيدة التى تقوم بها الجواهر هو تغيير ادراكاتها بشكل مستمر لتحقيق المفهوم التام. اذن النزعات ليست فعلا ميل يقابل الفعل الارادى اى سبب فعال (ولو ان هذا صحيح فى العالم الظواهرى) لكنه ميل نابع من الادراكات الحاضرة نحو ادراكات

جديدة المحتواة فى المفهوم التام (وهذه هى الغائية).
والادراك عند ليبنيز ثلاثة مستويات:
اولا الادراك العارى (بدون تمييز و بدون ذاكرة). وهو الجوهر الفرد المونادء.
ثانيا الاحساس (تمييز عالى و ذاكرة) وهى الروح.
ثالثا الفكر (تمييز و ذاكرة و استبطان) وهى النفس.
و الادراك فى النفس يحتوى ايضا عند ليبنيز على نوع من الوعى يسميه الوعى بالاستنباط apperception و هو يعرفها على انها المعرفة الاستبطانية بالحالة الداخلية. لكن ليس واضحا اذا كان ليبنيز كان يعتقد ان الحيوان يتميز بوعى او ان الحيوان كما كان يقول ديكارت هو فقط اوتوماتيكى مادى material automata. ايضا الادراك يحتوى عند ليبنيز على نوع من اللاوعى unconsciousness يسميه الادراكات الصغيرة petites perceptions وهو من اول القائلين باللاوعى فى التاريخ لم يسبقه فى ذلك الا الاكوينى Aquinas.
للاستزادة انظروا [80, 81].

5.2.4 حرية الارادة

وأخيرا اضاء نور جديد غير متوقع من حيث لم اكن انتظر, وبالضبط من الاعتبارات الرياضية التى تخص طبيعة المالانهاية. فهناك متاهاتان للعقل الانسانى: الأولى تخص تكوين المستمر و الثانية تخص طبيعة الحرية وكلاهما ينشأ من نفس المنبع وهى المالانهاية.

هكذا يتحدث ليبنيز فى مقاله القصير المُعنون ب (حول الحرية) فى [85].
و ليبنيز يعنى بالمستمر continuum فى المقطع اعلاه المادة و لا يعنى مجموعة الاعداد الحقيقية التى تسمى اليوم ايضا كما يعرف كل رياضى و كل فيزيائى بالمستمر. اذن ليبنيز يعتقد كغيره من الفلاسفة ان المادة تقبل القسمة الى مالانهاية. اذن هذا ليس بجديد. لكن ليبنيز لكونه رياضى بالاساس فان رأيه هنا ادق من راى غيره من الفلاسفة (الموناد او الجوهر الفرد المثالى).
اما غير المعروف و الذى لن تجدونه فى كل الفلسفة هو اعتقاد ليبنيز ان المالانهاية هى ايضا منبع حرية الارادة. وهذه نقطة هذا الباب. انظر النص ادناه المأخوذ من (حول الحرية) لليبنيز حيث يهاجم ليبنيز تلميحا لا تصريحا قول ديكارت بأنه لا يمكننا فهم حرية الارادة لان محاولة فهمها هو محاولة الجمع بين علم الله بما سيقع و تقديره له فى الازل و بين حرية الانسان فى فعله و مسؤوليته عنه اليقينية.

فيرد ليبنيز ان عدم الفهم شيء و فهم ان هناك تناقض شيء آخر. فيمكننا ان لا نفهم قضية ما لكن يقينا يمكننا ان نفهم اذا كانت هذه القضية تؤدى الى تناقض ام لا. وهذه هى ما اسميها العقلية الحازمة الحاسمة التى يتميز بها ليبنيز بالمقارنة خصوصا مع كانط و بدرجة اقل مع ديكارت.

لكن كيف تنشأ حرية الارادة من المالانهاية؟.
يبدأ ليبنيز فى هذا المقال نفسه و فى اماكن اخرى ايضا من مسألة ابيستيمولوجية و ليس انطولوجية. اولا عند ليبنيز هذا العالم هو العالم الاكثر كمالا و لهذا خلقه الله لأن الله لا يفعل الا الافضل لكن هناك عوالم اخرى لا نهائية فى العدد ممكنة جدا و كان يمكن ان يخلقها الله لكنه لم يفعل لانها فقط اقل كمالا.

القضايا عند ليبنيز او ما يسمى الأنماطية modality تأتى فى اربعة انواع: الضرورية, الطارئة, الممكنة و المستحيلة.
-الضرورة necessary: القضية تكون قضية ضرورية اذا وفقط اذا كانت صحيحة ضرورة فى كل عالم ممكن. نفى القضية الضرورية يستلزم ضرورة تناقض.

-الطارئ contingency: القضية تكون قضية طارئة اذا و فقط اذا كانت صحيحة فى هذا العالم و خاطئة فى عالم آخر. اذن نفى القضية الطارئة لا يستلزم اى تناقض.

-الامكان possibility: القضية تكون قضية ممكنة اذا و فقط اذا كانت صحيحة فى أحد العوالم الممكنة. قارنوا بالقضية الطارئة التى يجب ان تكون صحيحة فى هذا العالم الاكثر مثالية.
-الاستحالة impossibility: القضية تكون قضية مستحيلة اذا و فقط اذا كانت خاطئة فى كل عالم.

أهم شيء بالنسبة لحرية الارادة هى القضايا الضرورية و القضايا الطارئة. الفرق بينهما كما يقول ليبنيز فى مقاله الآخر المُعنون (حول الطارئ) فى [85] ان برهان القضية الضرورية ينتقل من علة reason الى علة ثم ينتهى الى علة نهائية بعد عدد منته من الخطوات. اذن القضية الضرورية تنتهى الى متطابقة identity وهى مبدأ ليبنيز الشهير فى تعريف القضية الصحيحة على انها الخبر-فى-المبتدأ predicate-in-notion اى ان الخبر محتوى فى المبتدأ.
مثال نأخذ القضية 2+2=4.
نحن نعرف ان 1+1=2 و 4=1+1+1+1 اذن القضية الاولى هى فى الواقع المتطابقة 1+1+1+1=1+1+1+1.

القضية الضرورية عند ليبنيز هو ما يسميه كانط القضية التحليلية لكن كانط يرفض القول بان الحساب هو قضايا تحليلية. والنقاد فى هذا الامر وقفوا فى الاغلبية الساحقة مع ليبنيز.

اما فى القضية الطارئة فان خطوات البرهان تمتد الى مالانهاية وفقط الله سبحانه و تعالى يمكنه ان يرى كل الخطوات دفعة واحدة اما نحن فكل خطوة نحتاج الى رؤية صحتها فى الخطوة الموالية الى مالانهاية. اذن فى القضايا الطارئة لا يمكن ابدا البرهان على ان المبتدأ و الخبر يُختزلان الى متطابقة. وهذا رغم ان القضايا الطارئة تخضع ايضا للمبدأ الليبنيزى (الخبر-فى-المبتدأ) مثلها مثل القضايا الضرورية لكن الفرق ان الله فقط فى هذه الحالة يستطيع ان يرى كيف يحتوى المبتدأ على الخبر اما نحن فليس لدينا الا التعليل اللانهائى اى الذى لا ينتهى الا عند خلق هذا العالم الكامل على يد الله.

هنا على ان اذكر ان ليبنيز لان فهمه للمالانهاية هو فهم رياضى دقيق فهى بالنسبة له غير موجودة. اذن التعليل اللانهائى لا ينتهى بالنسبة له. اذن الله -حسب ليبنيز- لا يرى فى الواقع تلك المالانهاية لانها غير موجودة لكنه يرى الخبر-فى-المبتدأ الذى تنطوى عليه القضية الطارئة.

ليبنيز يقدم المقارنة الرائعة التالية. القضايا الضرورية هى مثل الاعداد الكسرية التى يُعاد فيها كتابة الكسر بعدد منته من الارقام بعد الفاصلة (مثال نصف هو 0,5 و ربع هو 0,25) اما القضايا الطارئة فهى مثل الاعداد الكسرية التى عندما يُعاد كتابة الكسر فى الكتابة العشرية فان عدد الارقام بعد الفاصلة لا نهائى (مثال ثلث هو 1,33333...).

اذن القضايا فى بعض الاحيان هى قابلة للبرهان لانها تختزل الى متطابقات (الضرورية) و فى بعض الاحيان طارئة و يسميها ايضا ليبنيز حرة free فرغم ان هناك برهان الا ان البرهان مخفى و راء المالانهاية و فقط الله يستطيع ان يراه .

هذا التفريق بين الضرورى و الطارئ يسميه ليبنيز بالتحليل اللانهائى infinite analysis. وهذا مبدأ يعتمد على فرضية ان عدد العوالم الممكنة هو لا نهائى و وجودها كامن فى علم الله اكثر من شيء آخر. فوجود هذه العوالم ممنوع ليس لانها محال لكن لانها اقل كمالا والله حسب مبدأ الافضل لا يفعل الا الافضل.

فالقضايا الضرورية لا تتعلق بخلق هذا العالم الكامل -حسب ليبنيز- لكن القضايا الطارئة شرط صحتها خلق هذا العالم. وليبنيز يسمى القضايا الطارئة قضايا حرة لانها حرة من البرهان و لان كل افعال الانسان الاختيارية هى قضايا طارئة. اذن القضايا الضرورية هى القضايا التى نقيضها هو تناقض. ومثال ذلك الاحكام الخالدة eternal truths للحساب و الهندسة. اما القضايا الطارئة فهى قضايا صحيحة لا ينجم عن نفيها تناقض وهى صحيحة فقط بناءا على الافتراض الابتدائى ex hypothesis الذى من ضمنه خلق العالم. اذن القضايا الطارئة هى قضايا عارضة احتمالية فرضية وهذه كلها من خواص الفعل الانسانى.

أمثلة ليبنيز هى أكل آدم من الشجرة,و غدر يهوذا بالمسيح و عبور يوليوس قيصر لنهر الروبيكون Rubicon من غول (فرنسا) و تسببه فى الحرب الأهلية.

نأخذ المثال الثالث اى عبور يوليوس قيصر لنهر الروبيكون. فهذه قضية طارئة صحيحة فقط بناءا على ما سبقها من الاحداث التاريخية ومن بينها خلق هذا العالم الكامل. ففعل يوليوس قيصر هو فعل حر لانه ينجم بشكل تلقائى من المفهوم الكامل complete concept المقابل للجوهر substance الذى هو يوليوس قيصر وهو فعل حر من يولويوس قيصر لانه نجم من ارادة يوليوس قيصر التى تتبع مبدأ الافضل. لكن فعل قيصر رغم انه يقينى فى هذا العالم الا انه ليس ضرورى. فهو فعل يقينى بناءا فقط على الافتراض الابتدائى. اذن الفعل الانسانى لانه متشكل من قضايا طارئة هو ليس فعل ضرورى رغم انه يقينى. فهو فعل ليس ضرورى لان هناك عوالم اخرى كان يمكن ليوليوس قيصر فيها ان يبقى فى غول و لا يعبر الروبيكان. وهذا هو المدخل الى تواؤمية ليبنيز العميقة التى يربط فيها بين فعل الانسان الحر و القضايا الطارئة ذات التعليل اللانهائى الذى ينتهى عند خلق هذا العالم الكامل. ففعل الانسان عنده حر يقينى ليس ضرورى.

الخلاصة:

القضية الضرورية تلعب دور العدد الكسرى ذو النشر العشرى المنتهى (فهناك اعداد كسرية ذات نشر عشرى غير منتهى) بمعنى ان تعليل القضية الضرورية ينتهى الى حد كما ان الفاصلة العشرية للعدد الكسرى تنتهى الى حد. اما القضية الطارئة فانها تلعب دور العدد الحقيقى غير الكسرى بمعنى ان تعليل القضية الطارئة لا ينتهى الى حد كما ان الفاصلة العشرية للعدد الحقيقى بصفة عامة لا تنتهى الى حد.

لكن كل من الضرورية و الطارئة هى تخضع للمبدأ (الخبر-فى-المبتدأ) اى انها قضايا صحيحة. الضرورية صحيحة فى كل العوالم اما الطارئة فصحيحة فى هذا العالم فقط.

الفرق ان الله فقط يمكنه ان يرى بشكل سبقى القضية الطارئة كما هى فى علمه كما انه يرى سبقيا فى علمه العدد الكسرى ذو النشر العشرى المنتهى. اما الانسان فهو لا يستطيع ان يرى تعليل القضية الطارئة و لا العدد الحقيقى غير الكسرى الا خطوة بعد خطوة عن طريق الحس او الاستدلال اى لحقيا و ليس سبقيا. اما القضايا الضرورية فيشترك فى رؤيتها الله و الانسان.

At last a certain new and unexpected light shined from where I least expected it, namely, from mathematical considerations on the nature of infinity. For there are two labyrinths of the human mind, one concerning the composition of the continuum, and the other concerning the nature of freedom, and they arise from the same source, infinity. That same distinguished philosopher I cited a short while ago preferred to slash through both of these knots with a sword since he either could not solve the problems, or did not want to reveal his view. For in his *Principles of Philosophy* I, art. 40 and 41, he says that we can easily become entangled* in enormous difficulties if we try to reconcile God's preordination with freedom of the will; but, he says, we must refrain from discussing these matters, since we cannot comprehend God's nature. And also, in *Principles of Philosophy* II, art. 35, he says that we should not doubt the infinite divisibility of matter even if we cannot grasp it. But this is not satisfactory, for it is one thing for us not to comprehend something, and quite something else for us to comprehend that it is contradictory. And so, we must at least be able to respond to those arguments, which seem to entail that freedom or the division of matter implies a contradiction.

شكل 1.4: ليبنيز يشير تلميحا الى ديكارت.

فعل الانسان الحر هو مجموعة من القضايا الطارئة. ولان القضية الطارئة لا يراها الا الله اذن الله فقط يستطيع ان يرى فعل الانسان من الازل. لكن القضية الطارئة ليست ضرورية رغم انها يقينية فى علم الله. ومن هنا فان الانسان حر لان فعله غير ضرورى بل طارئ. بمعنى انه توجد عوالم اخرى غير كاملة فى علم الله تكون فيها القضية الطارئة خاطئة.

لكن لماذا اختار الله هذا العالم او لماذا هذا العالم هو العالم الكامل؟. الجواب هو نظرية بقاء للافضل ميتافيزقية من بنات افكار ليبنيز يشرحها لن ندخل فيها هنا.

وهذه هى حرية الانسان كيف ترتكز على المالانهاية. ولا اظن ان هناك فيلسوف استفاد ايجابيا -وليس سلبيا- من المالانهاية مثل ليبنيز ابدا.

ولو تصفحتم الكتاب [85] لعرفتم كيف استطاع ليبنيز ان يكون اكثر الفلاسفة كتابة. ليس لانه يكتب طويلا. بل على العكس هو يكتب بشكل مركز قصير فى نقطة معينة. ثم يرجع الى نفس النقطة باشكال مختلفة فى اماكن و ازمنة مختلفة. اذن لديه نفس طويل جدا على الفكرة و ليس على اللفظ.

6.2.4 فلسفة الفيزياء

انظروا المدونة.

3.4 دقيق الكلام و جديده

1.3.4 دقيق الكلام للطائى

يذكر الاستاذ الطائى ان علم الكلام ينقسم الى قسمين منفصلين هما (دقيق الكلام) وهى الطبيعيات اى الفيزياء و (جليل الكلام) وهى الالهيات اى الميتافيزقيا. وان اكبر مدارس علم الكلام و اهمها على الاطلاق هما المعتزلة (واصل و النظام و العلاف و الجبائى و القاضى عبد الجبار و غيرهم) و الاشاعرة (الاشعرى و الغزالى و الباقلانى و الرازى و الجوينى) و ان المعتزلة هى ام علم الكلام و ان الاشاعرة هى البنت الوريثة الشرعية لهذا العلم بعد اندثار الاعتزال بعد محنة خلق القرآن. و يذكر الطائى ان اول من قسم علم الكلام الى دقيق و جليل هو الاشعرى نفسه.

ثم يلاحظ الاستاذ ان المعتزلة و الاشاعرة متفقان فى اغلب مسائل دقيق الكلام و كل اختلافاتهم هى فى الجليل و اخطرها على الاطلاق مسألتى الصفات و افعال العباد. وكل اختلافاتهم ترجع الى معضلة شيئية المعدوم فالمعتزلة تقول ان المعدوم شئ ثابت فى العدم اما الاشاعرة فتقول ان الشيء هو الموجود اذن المعدوم ليس بشىء.

بعد ذلك يميز الاستاذ الطائى بين منهج المتكلمة و منهج الفلاسفة كالتالى. فعلم الكلام ينطلق من الله او بالاحرى من مسلمات الوحى ثم يستعمل العقل لفهم النص ومنه لبناء العلاقة الوجودية بين المخلوق و الخالق التى تمر عبر فهم العالم. اذن معادلة علم الكلام كما يكتبها الاستاذ الطائى هى:

الله...العقل...العالم.

اما الفلاسفة من افلاطون و ارسطو و ابن سينا و ابن رشد حتى ديكارت و ليبنيز و كانط فنهجهم معكوس تماما ينطلق من العالم و معرفته للتعرف على الله عبر العقل اى

العالم...العقل...الله.

اذن علم الكلام يفترض الله عن طريق التسليم بالوحى ثم يذهب و يتعرف على العالم ثم يثبت الله من خلال عملية عكسية يتم فيها توظيف الشاهد لاثبات الغائب اما الفلسفة فهى تفترض العالم ثم تريد ان تصل الى الله بشكل عقلى محض فالشاهد عندهم دالا على الغائب.

والخلاف فى المنهج بين علم الكلام (الله..العقل..العالم) و الفلسفة (العالم..العقل..الله) هو الذى ادى الى تلك الخلافات العميقة بين المعتزلة و الاشاعرة من جهة و السيناوية و الرشدية من جهة اخرى فى مسألة قدم العالم.

لكن الاستاذ الطائى يقر ايضا ان المسلك الفلسفى اكثر تحررا و هذا حق و لهذا كانت الفلسفة اكثر تقدما وبشكل حاسم من علم الكلام خلال العصور الاخيرة. وهما مسلكان متكاملان و ليسا متناقضان بالضرورة.

لكن كلا المسلكين وقعا فى جليل الكلام و فى الخطأ القاتل و هو قياس الشاهد على الغائب فعلم الكلام يستند الى النص يتأوله بالعقل قياسا و الفلسفة ترفع العالم الى الله قياسا.

ولهذا فان هدف الاستاذ الطائى هو اعادة احياء علم الكلام و بعثه عن طريق التركيز على دقيق الكلام و غض الطرف عن جليله.

ثم ينتقل الاستاذ الطائى فى مقدمته الى عرض ادلة علم الكلام و الفلسفة حسب تصنيف ابن رشد و هى ثلاثة:

-الادلة الخطابية و هى ادلة انشائية.

-الادلة الجدلية و هو ما يسمى النظر عند المعتزلة و الاشاعرة و هو مبني على المنطق الصورى.

-ثالثا الادلة البرهانية وهى ما تدعيه الفلسفة او ما يدعيه ابن رشد. وهى الادلة المنطقية لكن يضاف اليها الادلة الهندسية و الادلة الرياضية القليلة الاستعمال جدا فى الفلسفة.

يقول موسى بن ميمون (مايموناید) تلميذ ابن رشد فى دلالة الحائرين ملخصا مقدمات المتكلمين انها تتمثل فيمايلى (12 مقدمة تتطلب دراية قليلة بمصطلحات علم الكلام):

اولا اثبات الجوهر الفرد.
ثانيا وجود العدم او الخلاء.
ثالثا الزمن مؤلف من آنات.
رابعا أن الجوهر لا ينفك من عدة الاعراض.
خامسا ان الجوهر الفرد تقوم به الاعراض و لا ينفك منها.
سادسا أن العرض لا يبقى زمانين.
سابعا ان حكم الملكات حكم اعدامها وأنها كلها اعراض موجودة مفتقرة لفاعل.
ثامنا أن ليس ثم فى جميع الموجود غير جوهر و عرض.
تاسعا ان الاعراض لا تحتمل بعضها بعضا.
عاشر مبدأ التجويز اى ان الممكن لا يعتبر مطابقة هذا الوجود لذلك التصور.
الحادى عشر ان لا فرق فى استحالة ما لانهاية له بين ان يكون بالفعل او بالقوة او بالعرض.
الثانى عشر ان الحواس تخطئ و يفوتها كثير من مدركاتها.

الاستاذ الطائى يقرر ان هذه القائمة الميمونية صحيحة الى حد كبير و انها لا تخالف الحقيقة كثيرا مما يدل على فهم موسى بن ميمون الممتاز للكلام الا انه فى نقده -اى موسى بن ميمون فى الحائرين- لعلم الكلام فانه قد شنع وأدلج كغيره (ومنهم استاذه و معلمه ابن رشد).

لكن الطائى يقرر ان هذه القائمة رغم صحتها الا انها تخلط بين المبادئ و المسائل.

يقدم الاستاذ الطائى قائمة المبادئ الاساسية لدقيق علم الكلام المستخرجة من كتابات المعتزلة و الاشاعرة الاصلية كما يلى:

اولا مبدأ الحدوث و هى القول ان لكل حادث سبب و منه فان العالم و المكان و الزمن و كل شيء مخلوق. و ان بدء العالم كان ببدء المكان و الزمن.

ثانيا مبدأ الذرية يمكن تقسيم المادة (بالوهم) بشكل متواصل حتى نصل الى الجزء الذى لا يتجزأ و هو الجوهر الفرد. و الاعراض موجودة و تتعلق الاعراض بالجوهر الفرد و الجواهر.

ثالثا مبدأ الخلق المتجدد وهو قول موسى بن ميمون بان الاعراض لا تبقى زمانين او آنين. اذن يخلق الله الاعراض فى الجواهر خلقا متجددا كل حين.

رابعا مبدأ التجويز الذى يعنى ان العلائق السببية فى العالم وكذا الطبائع ممكنة غير واجبة اى ان انها غير حتمية.

خامسا مبدأ نسبية الزمان و المكان وهو القول ان القبل و البعد فى الزمان (الزمن) و الفوق و التحت و الشمال و اليمين فى المكان (الفضاء) غير مطلقة.

ويؤكد الاستاذ ان الجوهر الفرد و الزمن و الفضاء عند المتكلمين ليست هى نفس الاشياء عند الفلاسفة. نلاحظ اذن ان المبدأ الاول هو مبدأ السببية و مفردة الانفجار الاكبر التى بدأ عندها الفضاء-زمن, المبدأ الثانى هو فكرة الجسيم الأولى, المبدأ الثالث هو فعل الرصد الكمومى, المبدأ الرابع هو عدم حتمية الميكانيك الكمومى و هو مبدأ السببية كما يفهمه الغزالى و مالبرانش كعادة او كما يفهمه ليبنيز كتناغم سبقى, و المبدأ الخامس و هو اغربها هو نسبية الفضاء-زمن.

فى رأيى كان من الاولى ايضا اضافة المبدأ الحادى عشر لموسى بن ميمون فى استحالة اللالانهاية بغض النظر عن كونها بالقوة او بالفعل او بالعرض لان هذا يبدو لى هو مبدأ رياضى و ليس فيزيائى و بالتالى فهو مستقل وهو ينص على ان اللالانهاية الحقيقية غير موجودة.

2.3.4 الكلام الجديد

وهو مصطلح يعبر عن فكرة كتبت عنها لاول مرة على المدونة منذ حوالى خمس سنوات.

وهذه الفكرة هى برنامج يحاول اعادة احياء الفلسفة الاسلامية الاصيلة و الاصلية اى علم الكلام على اسس متينة مبنية اولا على دقيق الكلام للطائى (وهذا هو الجانب الاسلامى) و ثانيا على اسس الفلسفة التحليلية الحديثة (وهذا هو الجانب العقلى) لكن بشحنة فيزيائية و رياضية و علمية قوية جدا (وهنا تدخل الفيزياء النظرية).

وفى هذا البرنامج فاننى دعوت الى محاولة دفع علم الكلام القديم بعيدا عن الذات الالهية (التى هى غيب الغيوب) و اكثر نحو الذات الكونية (التى تبقى فى كثير من مناحيها غيب لكن تتم دراستها بأقوى علم عرفته الانسانية و هى الفيزياء) و ايضا دفع علم الكلام الجديد اكثر نحو الذات الانسانية (التى هى غيب اكثر من الكون نفسه و هو مجال علوم العصبونات و الحاسوبية النظرية و كذا الفيزياء النظرية و فلسفة العقل بالخصوص).

اذن فى علم الكلام الجديد فاننا سندرس:

اولا الذات الكونية.
ثانيا الذات الانسانية.
ثالثا الذات الالهية.

وهذا عكس الترتيب الموجود عند الاساتذة القدماء من المعتزلة و الاشاعرة.

وبالتالى فان الفيزياء النظرية بالخصوص ستلعب دورا محوريا فى هذا المجال لانها هى المعنية اكثر بالنقطة الاولى و لديها الكثير جدا الذى يمكن ان تقوله مع غيرها فى النقطة الثانية. اما النقطة الثالثة فان الذى قاله المعتزلة و الاشاعرة قديما مع ما قالته الفلسفة الحديثة خاصة ليبنيز و الفلسفة التحليلية يبقى غير مسبوق و لا أظن اننا سنأتى بالجديد فيه الا ما استمددناه من النقطتين الاولى و الثانية لتصحيح المفاهيم فى النقطة الثالثة (وهناك امثلة كثيرة لكن لن ادخل فيها ههنا).

و هذا المشروع بدأناه فى هذا الكتاب ان شاء الله (الفصول الثلاثة الاولى) وهو كما رأيتم تمحور حول اربعة محاور اساسية:

-فلسفة و اسس الميكانيك الكمومى و من أهم مسائله على الاطلاق معضلة التفسير و معضلة الرصد الكمومى و لا واقعية و لا موضعية و لا حتمية الواقع و غيرها من المسائل (الفصل الاول).

-فلسفة الزمن و علاقته بالوعى و فلسفة حرية الارادة و فلسفة العقل (الفصل الثانى).

-فلسفة و أسس الرياضيات وهو محور هائل لان كل الفيزياء النظرية هى رياضيات كما ان اجزاء واسعة من الميتافيزيقا تعتمد على المنطق و اسس الرياضيات (الفصل الثالث).

اذن هذه هى المحاور الاساسية لعلم الكلام الجديد التى حاولنا بنائها من جديد فى هذا الكتاب الأول من نوعه -أظن- باللغة العربية و النادر حتى بالانجليزية بهذا النسق و بهذا التوجه.

اذن علينا ان نرجع من علم الكلام القديم الذى لا يهتم الا بالذات الالهية الى علم الكلام الجديد -وهو مصطلحى الشخصى-الذى يهتم بالاضافة الى ذلك بالذات الانسانية و الذات الكونية, الذى نرمى فيه الى الابتعاد قدر الامكان من الميتافيزيقا الالهية نحو الميتافيزيقا

الكونية, التى رغم وجود علوم الفيزياء النظرية و التجريبية -من ميكانيك كمومى و كوسمولوجى وغيرها-فهى ايضا مجال خلافى كلامى و فلسفى هائل, لكنه رغم ذلك فهو -اى الميتافيزيقا الكونية- مجال مفيد و مثمر فكريا و معرفيا عكس الميتافيزيقا الالهية.

يمكنم ان تفكروا فى الامر كالتالى: نحن لم نستطع تحديد طبيعة و هوية الذات الكونية و لا طبيعة وهوية الذات الانسانية مع كل هذا العلم التجريبى و النظرى الهائل الذى تحت ايدينا فهل يا ترى سيمكننا تحديد طبيعة الذات الالهية التى هى بالبناء لا تخضع للعلم و قواعده و ليس لدينا حولها الا النص الذى الصحيح منه فى اغلبه ليس صريحا.

3.3.4 مثال على الكلام الجديد: الكون الواحد الأحد

كمثال على علم الكلام الجديد اعرض عليكم اليوم كتاب:

الكون المفرد و حقيقة الزمن: اقتراح فى الفلسفة الطبيعية.

The singular universe and the reality of time : a proposal in natural philosophy.

تأليف الفيلسوف روبرتو مانغابيرا انغر Roberto Mangabeira Unger و الفيزيائى النظرى المشاكس لى سمولين Lee Smolin.

هذا الكتاب يحاول ان يقدم نظرة شاملة للطبيعة و الزمن و موقف الفيزياء و الرياضيات منهما انطلاقا من ثلاثة مسلمات اساسية مرتبطة ببعضها البعض و تخدم بعضها البعض و توجهين ميتافيزقيين اساسيين كالآتى.

المسلمة الاولى: الكون هو العالم و هو واحد. لا عديد العوالم و لا متعدد الاكوان ولا اى من تلك الافكار.

المسلمة الثانية: الزمن واقعى وهو اكثر المظاهر الطبيعية واقعية. اذن السهم موجود و التدفق موجود و ايضا فان الزمن اكثر اساسية من المكان مثلا فهو لا ينبعث من اى شئ آخر. وكل شئ فى الكون يتغير حتى القوانين التى تحكمه.

المسلمة الثالثة: الرياضيات تتميز بواقعية انتقائية selective realism و الواقعية مقصود بها هنا الواقعية بازاء العالم الخارجى و هى عكس الافلاطونية التى تعتقد ان الرياضيات موجودة بغض النظر عن العالم الخارجى.

المواضيع التى تدرسها الرياضيات هى الطبيعة و الرياضيات نفسها. الرياضيات تبدأ بالبحث عن علاقات عامة فى العالم الخارجى, ثم تقوم بتجريدها, وبعدها تهرب تماما من قيود الحس وتخترع مفاهيم جديدة من القديمة وهكذا. وهذا هو معنى انتقائية الرياضيات. اذن الرياضيات لا تختصر الطريق لا نحو الحقيقة او الحقائق الأزلية التى تحكم الكون ولا نحو طبيعة الرياضيات نفسها. فهى ليست نبى لاى شئ -وهذا لفظهم- و قد تكون مفيدة و قد تكون غير مفيدة وهى لا يمكن ابدا ان تعوض قوة الخيال و طريقة الاكتشافات العلمية التقليدية.

فلسفتهم فى ربط المسلمات الثلاثة اعلاها ببعضها البعض, و محاولة تفكيك ما يسمونه الزواج بين النتائج التجريبية الحسية و بين الميتافيزقا التى تحكم وتتحكم فى كثير من العلماء و نظرياتهم, حتى يمكن فعلا تحقيق تقدم ثورى جديد, تعتمد على اتجاهين ميتافيزقيين هما:

-المقاربة العلاقاتية relational approach للطبيعة التى اشتهرت بالخصوص على يد ليبنيز والتى تنص على انه فقط العلاقات بين الامكنة و الازمنة هى التى ذات معنى و انه لا معنى مطلقا للامكنة و الازمنة نفسها.

-اولوية الصيرورة becoming على الوجود being او اولوية الطريقة porcess على الجوهر substance وقد قال بهذا قديما هيراكليتوس Heraclitus و فى العصر الحديث نيتشه Nietzsche و هايدغر Heidegger و خاصة وايتاهاد Whitehead و هذه الفلسفة تنص بالخصوص على انه لا يوجد موجود مطلق و الشئ الوحيد الثابت هو التغير و الحدوث.

أذكر فى الاخير انه يعجبنى جدا قولهم بانهم بكتابهم هذا يريدون المشاركة فى احياء الفلسفة الطبيعية التى اندثرت عندهم عند قيام علم الفيزياء الحديث.

بعض من ملاحظاتى السريعة:

-المسلمة الاولى معقولة جدا. و ايضا المسلمة الثانية معقولة جدا الى حد ما لكنهما يبالغان عندما يذكران ان الكوسومولوجى التى تنص على ان للكون تاريخ هى من اكبر الدلائل على ان القوانين الفيزيائية متغيرة. الكوسمولوجى دليل على ان الزمن متدفق و له سهم هذا هو الصحيح اما صمود او عدم صمود القوانين فهذا شئ آخر.

-هل فعلا اينشتاين كان يقول بأن الفضاء-زمن علاقاتي بالاضافة الى كونه ديناميكي؟. سؤال مهم جدا لانه بالنسبة لاينشتاين حتى الفضاء-زمن المسطح لمينكوفسكى الذى لا يحتوى على اى شيء -وبالتالى لا يحتوى على اى علاقة- موجود عكس ما يذهب اليه ليبنيز أب العلائقية.

-حكمهم و تقييمهم للرياضيات قاسى جدا لا يمكن القبول به.

-رغم ادعائهم انهم طلقوا الحقائق العلمية التجريبية من الميتافيزقا الا ان تحليلهم اللاحق يعتمد على ميتافيزقا هائلة خاصة اولوية التغير على الجوهر. ودعنى اوضح ان سمولين يذهب فى هذا الاتجاه لانه ضد نظرية الاوتار التى تنص على وجود الجواهر الفردة التى هى فى هذه الحالة الاوتار الاساسية و ايضا تنص على ان هناك قوانين اساسية صامدة لا تتغير تعطى بنظرية كل شئ.

4.3.4 معضلة التفسير: فعل الرصد و ضياع المعلومات و الوعى

ومن اعظم مسائل علم الكلام الجديد قاطبة هى معضلة التفسير التى تعتمد على معضلة الرصد الكمومى الاكثر اساسية فى الميكانيك الكمومى. وهى معضلة تربط بين الكون و الوعى بشكل غير مسبوق فى كل تاريخ العلم و الفلسفة. و قد شرحنا باستفاضة العلاقة بين الكون و الوعى فى الفصلين الاول و الثانى حيث ربطنا الكون بالزمن الفيزيائى و ربطنا الوعى بالزمن النفسى ثم قمنا بتوحيدهما اولا فى الزمن الكمومى (العالم او عالم الظواهر) ثم فى الزمن الميتافيزيقى (الواقع او عالم الاشياء-فى-ذاتها). الحل الفيزيائى -وليس الميتافيزيقى- الذى قدمناه فى آخر الفصل الاول لمعضلة الرصد الكمومى يعتمد على ربط معضلة الرصد بمعضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود (انظر الفصل السابع) التى لها حل أحادى فى اطار نظرية الوتر.

4.4 ملاحظات فلسفية و كلامية

1.4.4 فضيحة الفلسفة و الأنطينوميات الكانطية

فضيحة الفلسفة

وتبقى فضيحة الفلسفة انها لم تستطع ان تبرهن على وجود العالم الخارجى و لم تستطع ان تبرهن على وجود العقول الاخرى. هذا محتوى ما يقوله هيوم اعظم الفلاسفة بعد ارسطو و كانط. أقول اذا كنتم لا يمكنكم البرهان على العالم الخارجى الذى هو عالم مادى فكيف يمكنكم ابدا البرهان على العالم الميتافيزيقى؟. وهى ورطة عظيمة لكم كلكم فتأملوا.

العالم الذى نشأ قبل خمس دقائق

يقول الفيلسوف راسل فى كتابه تحليل العقل: "ليس هناك استحالة منطقية في افتراض أن العالم نشأ قبل خمس دقائق فقط، تماما كما كان عليه حينئذ، مع انسان "يتذكر" ماضي لم يكن موجود اصلا. فليس هناك اى ربط منطقى ضروري بين الأحداث في الأزمان المختلفة, وبالتالي لا يوجد شيء حدث الآن أو سيحدث في المستقبل يمكنه ان يدحض فرضية أن العالم قد بدأ قبل خمس دقائق."

وهذا من اعظم التشكيك على الاطلاق. و هو فى رأيى من اكثر التشكيك بنائية رغم ظاهره التهديمي. فهنا المؤلف يفصل بين الضرورات العقلية و الضرورات الطبيعية. فالزمن و نتيجته السببية هما ضرورتان طبيعيتان فقط و ليستا ضرورتان عقليتان. وأساس الزمن هو الكمومى وليس العكس.

وكمثال نأخذ الموت الحرارى للكون الذى تتنبأ به الكوسمولوجيا. هل يمكن للكون بعظمته ان يتجنب هذا القدر المحتوم؟. هل يمكن للكون بعد ان يموت حراريا ان يرجع بالزمن الى الوراء و يعود شابا كما هو اليوم؟. هل يمكن ان يختار الكون مصيرا آخر غير هذا المصير الذى كُتب عليه فى المعادلات الرياضية؟.

اذن النسبية و من ورائها الفيزياء تجيب عن كل هذه الاسئلة بنعم لانها تقول بالتناظر تحت تأثير العكس فى الزمن. لكن الزمن لا يمكن للكون العظيم ان يعكسه كما انه لا يمكن للانسان المتعاظم ان يعكسه. فهو يتدفق بدون رحمة و له سهم متجه من الماضى الى المستقبل و منه نبع سهم التوسع الكونى او ان سهم التوسع الكونى هو الذى ادى الي سهم الزمن. لكن المهم ان الزمن له اتجاه يسمى السهم و هذا متناقض مع النسبية لكنه منسجم الى حد ما مع الكمومى و عليه فان اى نظرية للثقالة الكمومية يجب ان تعطى تفسيرا للسهم فى الزمن قبل ان تحترم العكس فى الزمن او لربما عليها ان تحتوى على ثنائية بين العكس و السهم كغيرها من الثنائيات التى تملأ الفيزياء و التى يُتوقع ان ستضمها الثقالة الكمومية.

الشك فى الله يجب ان يسبقه الشك فى العالم يجب ان يسبقه الشك فى العقل

يقول زوانغ زو Zhuang Zhou فى كتابه زوانغى Zhuangzi: "ذات مرة, حلم زوانغ زو أنه فراشة, فراشة تحلق و ترفرف بجناحيها, سعيد جدا يفعل ما يشاء. لم يكن يدرى انه زوانغ زو. فجأة, نهض من نومه و انتبه, هو زوانغ زو لاريب. لكن لم يكن متيقن ما اذا كان هو زوانغ زو الذى كان يحلم انه فراشة, او انه فراشة تحلم الآن انها زوانغ زو. بين زوانغ زو و الفراشة يجب ان يكون هناك تمييز!. هذا ما يسمى تحول الاشياء."

هذه المعضلة مازالت قائمة الى يومنا هذا. وقد اتفق الفلاسفة كلهم انه لا يوجد اى برهان عقلى نهائى على وجود ذاتك. وربما افضل ما كتب فيها هو الكوجيتو الديكارتى: أنا افكر، اذن انا موجود cogito, ergo sum.

اذن هذا الذى قاله زوانغ زو ليس حلما بريئا هو معضلة حقيقية مازالت تعانى منها الفلسفة الى يومنا هذا. وهذا اسوء شئ.

ثانى اسوء شيئ من عدم القدرة على البرهان العقلى النهائى على وجود ذاتك هو عدم القدرة على اقامة البرهان العقلى النهائى على وجود العالم الخارجى. وهذا ما يسميه كانط فضيحة الفلسفة. و يقول ايضا انه لا احد شككنا فى قدرتنا على البرهان على هذه القضية مثلما فعل هيوم الدهرى الذى قال ما معناه: لا يوجد عدد كاف من الاقترانات الثابتة بين الاسباب و المسببات يمكن ان يبرهن به منطقيا على مبدأ السببية. واذا سقط مبدأ السببية فلا يمكن اثبات اى شئ. وهذا هو جوهر الميتافيزيقا crux metaphysicorum وهو لفظ كانط. وكتاب كانط العظيم (نقد العقل المحض) الذى حسب كل النقاد اعظم كتاب فلسفة فى العصر الحديث اراد الاجابة فيه على هذا التحدى الهيومى بالضبط.

ثالث اسوء شئ هو عدم القدرة على اقامة البرهان النهائى على وجود العلة الاولى. لكن الدهرى الاول فى العصر الحديث و فى التاريخ اوقفكم و اوقفنا فى القضية الثانية -وهذا بافتراض ان القضية الاولى صحيحة او على الاقل مقبولة من الجميع-: أنتم و نحن لا نستطيع ان نقيم البرهان العقلى النهائى على وجود العالم الخارجى الذى يخضع للفيزياء التى يؤمن بها الكل, فلماذا اذن نتطنع و نتشرط و نطالب غيرنا باقامة برهان عقلى نهائى على وجود العلة الاولى الذى لا يمكن دراسته الا عن طريق الميتافيزيقا المشكوك فيها أصلا تقريبا من الجميع.

هل ترون كيف يمكن التشكيك فى الشك نفسه ؟

الأنطينوميات الكانطية الاربعة

وهى اربعة أنطينوميات مفردها أنطينومية antinomy اى معضلات فلسفية متشكلة من أطروحتين متناقضتين رغم ان براهين كل منهما صحيحة. المشكلة حسب كانط ان المقدمات نفسها خاطئة لانها مبنية على تصورنا للطبيعة انها ذات وجود واقعي متسامي اى على تصورنا ان الاشياء الموجودة فى الفضاء-زمن هى اشياء-فى-ذاتها.

الأنطينومية الاولى (وهى فيزيائية تخص الفضاء-زمن)
الاطروحة: العالم محدود فى الزمن و فى الفضاء.
الاطروحة المضادة: العالم غير محدود فى الزمن و فى الفضاء.

الأنطينومية الثانية (وهى ايضا فيزيائية تخص الذرة او الجوهر الفرد)
الاطروحة: كل جوهر مركب فى العالم مكون من اجزاء بسيطة.
الاطروحة المضادة: لا تتكون الجواهر المركبة من اجزاء ابسط.

الانطينومية الثالثة (وهى ميتافيزقية تخص حرية الارادة و فعل الانسان)
الاطروحة: توجد بالاضافة الى الحتمية السببية التى تحكم العالم حرية ارادة التى يسميها كانط التلقائية spontaneity.
الاطروحة المضادة: لا يوجد فى العالم الا الحتمية السببية و لا وجود لحرية الارادة.

الأنطينومية الرابعة (وهى ايضا ميتافيزيقية تخص الصانع أو الله)
الاطروحة: يوجد واجب للوجود هو اما جزء او علة للعالم.
الاطروحة المضادة: لا يوجد واجب للوجود هو جزء او علة للعالم.

اذن البراهين على كل واحدة من هذه الاطروحات و الاطروحات المضادة هو صحيح فى خطواته لكن الخطأ حسب كانط فى المقدمات التى تفترض ان الاشياء الموجودة فى الفضاء-زمن هى اشياء-فى-ذاتها اى اشياء موجودة فعلا خارج العقل.

كانط فى الحقيقة يبرهن باستخدام طريقته المثالية المتسامية transcendental idealism ان كل من الاطروحة و الاطروحة المضادة هى قضية خاطئة.

حسب ما ارى شخصيا فان المنطق التجريبى المعاصر هو مع اطروحتى الانطينومية الأولى و الثانية اذن لا يهمنا رأى كانط هنا.

أما بخصوص الانطينومية الثالثة و الرابعة فان كانط يرجح فى الاخير الاطروحة على الاطروحة المضادة بناءا على الامرية القاطعة categorical imperative وهى قانونه الاخلاقى الاساسى. نحن ايضا نرجح هذا الذى رجحه كانط فى الانطينومية الثالثة و الرابعة اعتمادا على اشياء اخرى كثيرة بالاضافة الى الاخلاق اهمها الموت و مصير الانسان و العدمية و العبثية التى تتهدد كل هذا الوجود اذا رجحنا الاطروحة المضادة.

وحتى نرى موقف الفلاسفة من الأنطينوميات الميتافيزيقية -التى لا يمكن ابدا ان نتوفر على الطريقة العلمية- نأخذ رأى الثلاثى الفلسفى الهجومى الخطير الذى انجته اوروبا فى اقل من قرن:

-ليبنيز الالمانى العقلانى.
-هيوم الانجليزى الحسى.

-كانط الالمانى المتسامى.
وهم اكبر ثلاثة فلاسفة بعد ارسطو الى غاية يومنا هذا.

أما بخصوص المعضلة الفلسفية الرابعة -هل الله موجود؟-:
-فان ليبنيز قال هو موجود والدليل العقلى حاسم وانى مؤمن به.
-واما هيوم فقال غير موجود و الدليل العقلى حاسم و انى غير مؤمن به.
-واما كانط فقال هى معضلة فلسفية (التى يسميها انطينومية) بمعنى ان ليبنيز صحيح فى برهانه و هيوم صحيح فى برهانه و عليه فلا يمكن التعويل على اى منهما لانهما يؤديان الى نتيجتين متناقضتين. لكن كانط يرجح الوجود اعتمادا على السبب الاخلاقى و ليس العقلى و يقول انى مؤمن. اذن ليبنيز هو الهى ايجابى و كانط هو الهى سلبى اما هيوم فهو دهرى ايجابى.
اما بخصوص المعضلة الفلسفية الثالثة -هل الانسان حر و مختار ام هو مجبر؟-:
-فان ليبنيز الالهى الايجابى يقول ان الانسان تواؤمى بمعنى هو مجبر و حر فى نفس الوقت او هو لا مجبر و لا حر او هو ثنائية بين الجبر والحرية (وهذه الاخيرة هى فهمى الشخصى واظن ان هذا هو الفهم الصحيح للتواؤمية).
-اما هيوم الدهرى فهو متفق تماما مع ليبنيز و اسبابه اقوى تتعلق بالسببية و الاستقراء و يقول نعم الجبر منسجم مع الحرية و الانسان تواؤمى.
-اما كانط الالهى السلبى هو هنا ايضا الهى سلبى يقول التواؤمية هى استهزاء ب وضحك على العقل الانسانى اما الانسان فهو حر لانه خاضع للامرية القاطعة. اذن الانسان حر ليس لاى سبب عقلى بل لسبب اخلاقى مرة اخرى. وهذا احد توجهاته المتسامية الاخرى.
لكن اظن كانط تواؤمى فى المحصلة لانه ليس هناك موقف رابع. فهى اما جبر محض او حرية مطلقة او شيء بينهما. و التواؤمية هو الوسط التام بين الجبر و الحرية. اذن اين يمكن ان يهرب كانط.
الخلاصة:
-النقطة الاولى 1-2 لصالح الوجود ضد الدهر.
-النقطة الثانية 1-2 لصالح التواؤمية ضد الحرية و الجبر معا.

2.4.4 ماذا يعتقد الفلاسفة المحترفون؟

الدراسة اجريت عام 2013 من قبل الفيلسوف دايفيد شالمرز David Chalmers -من أكبر فلاسفة العقل فى هذا العصر-و دايفيد بورجى David Bourget على عينة من الفلاسفة المحترفين من امريكا و اوروبا و استراليا و كندا و غيرها مع الاغلبية من امريكا.
العينة تضم حوالى 1000 فيلسوف من ضمنهم 20 بالمائة نساء و 80 بالمائة رجال. تم طرح 30 سؤالا على هؤلاء الفلاسفة و طلب منهم اعطاء رأيهم. الاسئلة موجودة فى الصورة ادناه.

تخصصات هؤلاء الفلاسفة موجودة فى الجدول الثانى فى مقال شالمرز و بورجى. أكبر التخصصات الاربعة الأولى هى الميتافيزيقا, فلسفة العقل, فلسفة اللغة, الابيستيمولوجى. التوجهات الفلسفية لهؤلاء الفلاسفة موجودة فى الجدول الثالث. التوجهات الاربعة الاهم الممثلة هى هيوم, ارسطو, كانط, فيتيغنستاين.

اذن ارسطو بعد ثلاثة الاف سنة مازال موجود بقوة هائلة و الملاحظة الاخرى هيوم تفوق على كانط!. أعطى هنا بعض اجوبتهم التى أعرف انها تهم الكثيرين عندنا.

- السؤال الاول: المعرفة السبقية a priori knowledge.
  الجواب: نعم 71 بالمائة- لا 18 بالمائة- غير ذلك 10 بالمائة.
- السؤال الثانى: الاشياء المجردة.
  الجواب: الافلاطونية 39 بالمائة- الاسمية 38 بالمائة- غيرها 23 بالمائة.
- السؤال السادس: العالم الخارجى.
  الجواب: الواقعية غير التشكيكية 82 بالمائة-التشكيكية 5 بالمائة-المثالية 4 بالمائة-غير ذلك 9 بالمائة.
- السؤال السابع: الجبر او الاختيار.
  الجواب: التواؤمية 60 بالمائة-التحررية 14 بالمائة- لا وجود للحرية 12 بالمائة.
- السؤال الثامن: وجود الله.
  الجواب: غير موجود 73 بالمائة- موجود 15 بالمائة- اغنوسية 13 بالمائة.

- السؤال العاشر: المعرفة.
الجواب: حسية 35 بالمائة-عقلية 30 بالمائة- غير ذلك 37 بالمائة.
- السؤال الثانى عشر: المنطق.
الجواب: كلاسيكى 52 بالمائة-غير كلاسيكى 15 بالمائة- غير ذلك 33 بالمائة.
- السؤال السادس عشر: العقل.
الجواب: فيزيائى 57 بالمائة- غير فيزيائى 27 بالمائة- غير ذلك 16 بالمائة.

بعد قراءة متأنية لمقال فيلسوف العقل المتميز شالمرز Chalmers مع زميله بورجى Bourget يمكن ان نخرج بالنتيجة الصغيرة التالية: كل الفلاسفة المحدثون هم دهرية -اكثر من سبعين بالمائة-, و ماديون -حوالى ستين بالمائة- و رغم هذا فاكثرهم تواؤميون -ستين بالمائة-.
و تذكروا ان التواؤمية تعنى تواؤم الجبر مع حرية الارادة بشكل او بآخر. يعنى بعبارة اخرى ان هؤلاء الدهرية المادية يؤمنون بالجبر.
لكن هذا الجبر الذى يؤمنون به ليس راجع الى الله لانهم لا يؤمنون به اصلا بل هو راجع الى الطبيعة التى لا يؤمنون الا بها.
لكن رغم هذا يؤمنون ان هذا الجبر لا يناقض حريتهم و تراهم يصارعون و يحاربون و ينجزون.

3.4.4 المعضلة الانطولوجية

ماذا كائن هناك؟

يقول الفيلسوف كوين Quine (فى مقدمة مقاله الاكثر من رائع حول ماذا كائن هناك؟):
ان الشيء الغريب بخصوص المعضلة الأنطولوجية هى بساطتها. فانه يمكننا وضعها في ثلاثة كلمات أنجليزية: "ماذا كائن هناك؟"
"What is there?.
ويمكن علاوة على ذلك الإجابة عليها بكلمة واحدة "كل شيء".
"Everything".
والجميع سوف يقبل هذه الإجابة على انها هى الاجابة الصحيحة.
ومع ذلك تبقى هذه الاجابة مجرد القول أن هناك ما هو هناك.
لنفترض الآن أن اثنين من الفلاسفة، ماكس و أنا، مختلفان حول الأنطولوجيا. لنفترض ان ماكس مصر على أن هناك شيء "كائن" او "أيس" و اصر شخصيا على انه "غير كائن" او "ليس".
يمكن لماكس، منسجما تماما مع وجهة نظره الخاصة، يصف الاختلاف بيننا في الرأي بالقول أنني أرفض الاعتراف ببعض الكينونات. سأحتج بالطبع على أنه أخطأ في صياغته لأنني أؤكد أنه لا توجد اصلا تلك الكينونات من النوع الذي يدعيه حتى اعترف بها انا.
لكن اكتشافى لخطأه فى صياغته لخلافنا لا يهم لاننى ملتزم بما هو اكثر منذ ذلك لاننى اعتبره مخطئا فى الانطولوجية خاصته على أي حال.
لكن من الناحية الاخرى فانه عندما أحاول صياغة اختلافنا في الرأي اقع سريعا في مأزق. فاننى لا أستطيع أن أعترف بكينونة الأشياء التي يقر ماكس بكينونتها، لأنني اذا اعترفت بأن مثل هذه الأشياء كائنة أتناقض مع رفضى الاول لكينونتهم. ويبدو، إذا كان هذا المنطق سليم، أن في أي نزاع أنطولوجي المؤيد للجانب السلبي يعاني من اعاقة عدم القدرة على الاعتراف بأن خصمه لا يتفق معه.
هذه هى الاحجية الأفلاطونية القديمة الخاصة باللاكينونة. فاللاكينونة يجب أن تكون كينونة بمعنى ما، وإلا ما هو هذا الشيء الذى ليس هو كائن؟.

الكينونة و الوجود

الوجود فى الفلسفة و فى اللغات الاوروبية يأتى على نوعين: الكينونة being و الوجود existence.
فمثال عن الاول نأخذ مثال هايدغر Heidegger:
the sky is blue.
عند الترجمة الى العربية نقول:
السماء زرقاء.

1. A priori knowledge: yes or no?
2. Abstract objects: Platonism or nominalism?
3. Aesthetic value: objective or subjective?
4. Analytic-synthetic distinction: yes or no?
5. Epistemic justification: internalism or externalism?
6. External world: idealism, skepticism, or non-skeptical realism?
7. Free will: compatibilism, libertarianism, or no free will?
8. God: theism or atheism?
9. Knowledge: empiricism or rationalism?
10. Knowledge claims: contextualism, relativism, or invariantism?
11. Laws of nature: Humean or non-Humean?
12. Logic: classical or non-classical?
13. Mental content: internalism or externalism?
14. Meta-ethics: moral realism or moral anti-realism?
15. Metaphilosophy: naturalism or non-naturalism?
16. Mind: physicalism or non-physicalism?
17. Moral judgment: cognitivism or non-cognitivism?
18. Moral motivation: internalism or externalism?
19. Newcomb's problem: one box or two boxes?

20. Normative ethics: deontology, consequentialism, or virtue ethics?
21. Perceptual experience: disjunctivism, qualia theory, representationalism, or sense-datum theory?
22. Personal identity: biological view, psychological view, or further-fact view?
23. Politics: communitarianism, egalitarianism, or libertarianism?
24. Proper names: Fregean or Millian?
25. Science: scientific realism or scientific anti-realism?
26. Teletransporter (new matter): survival or death?
27. Time: A-theory or B-theory?
28. Trolley problem (five straight ahead, one on side track, turn requires switching, what ought one do?): switch or don't switch?
29. Truth: correspondence, deflationary, or epistemic?
30. Zombies: inconceivable, conceivable but not metaphysically possible, or metaphysically possible?

شكل 4.2: اهم المعضلات اليوم فى الفلسفة التحليلية. صورة مأخوذة من [59].

لكن بالاحرى يجب ان نقول:

السماء أيس زرقاء.

"أيس" هو نفى "ليس" و هو ترجمة is اى being التى نفيها not ويُقال أن الكلمة "أيس" فعلا قد استعملت فى الترجمات العربية الاولى للفلسفة اليونانية.

لكن العربية كلغة لا تحتاج تماما هذه ال "أيس" فنحن نقول "السماء زرقاء" و هى تؤدى المعنى تماما و لا نحتاج ابدا ان نقول "السماء أيس زرقاء". فالعربية لا تحتوى على الرابط copula الانجليزى is الذى فى الأنجليزية او الالمانية او اليونانية -لغة الفلسفة القديمة- يعبر عن الوجود الذى هو الكينونة being و ليس عن الوجود الذى هو الواقع existence.

لكن يبقى فى المحصلة انه ليس لدينا نصف الوجود وهو الكينونة او الأيس being ولدينا فقط النصف الآخر و هو الوجود existence او هكذا يبدو.

يبدو ان ابن سينا من كل فلاسفة الاسلام و لانه فارسى و الفارسية تحتوى على النوعين من الوجود هما ast و hast هو الوحيد ربما الذى كان مدركا لهذه المفارقة ولهذا تجده يستخدم واجب الوجود بمعنى الواقع او الموجود existence و ممكن الوجود بمعنى الكينونة being وهو فى هذا غير متناقض لا لغويا لانه فارسى و لا فلسفيا لانه يقول بقدم العالم و الروح والعقل. اذا كان فعلا هذا احد اسباب قوله بقدم العالم فهو سبب عميق جدا و وجيه جدا فعلا.

اما الدارجة الجزائرية فهى اللغة العربية الوحيدة من بين اللغات العربية التى تحتوى على النوعين من الوجود اللذين تحتويهما اللغات الاوروبية و تقر بهما الفلسفة وهما أيس being و موجود existence فنحن نقول كاين أى كائن و نقول موجود و فى الواقع فاننا نستخدم كاين اكثر بكثير من موجود.

اذن اقترح ان نعوض "أيس" ب "كائن" كمصطلح.

و الوجود ليس صفة للاشياء. الثلاثى ارسطو و هيوم و كانط متفقون تماما على هذا الامر.

يقول كانط فيما معناه: عندما نفكر فى شئ, فاننا لا نضيف اى جزء مهما كان صغيرا الى ذلك الشئ عندما نفترض ايضا ان الشئ موجود, والا لكان الشئ الموجود اكثر من الشئ. اذن حسب هذا الفهم الوجود هو ليس صفة منفصلة للشئ. وهذا هو اساس رفض كانط للبرهان الانطولوجى: الوجود ليس زائدا على الماهية.

اكبر منطقيان فى هذا العصر فرجى و راسل متفقان مع ارسطو و هيوم و كانط. الوجود ليس صفة اعيان اى ليس صفة من الدرجة الاولى بل هو صفة من الدرجة الثانية او صفة مفاهيم كما يقول فرجى.

اذن عندما نقول ان الديناصورات غير موجودة نعنى بها ان صفة ان تكون ديناصورا غير متعينة instantiated. و عندما نقول مثلا ان أبى حامد الغزالى غير موجود نعنى بها ان صفة ان تكون فيلسوف الاسلام الذى كتب التهافت ردا على فلسفة الاسلام السيناوية غير متعينة. اذن القول بأن الديناصورات غير موجودة و ان ابى حامد الغزالى غير موجود اى معدوم ليست أقوالا ذات معنى بالنسبة لراسل و فرجى.

اذن بالنسبة لراسل فان رفض ان يكون الوجود صفة من الدرجة الاولى هو الطريق الوحيد الذى يسمح لنا بتفادى ان تكون بعض الاشياء غير موجودة وبالتالى هناك فرق بين ان تكون being و ان توجد existing او بين الكينونة و الوجود.

هذا النقاش موجود ايضا فى الفلسفة الاسلامية الاصيلة اى علم الكلام او الصراع المعتزلى-الاشعرى. المعتزلة تقول بالاجماع ان المعدوم الممكن شئ اى ذات و عين و تأثير الموجد هو فى ايجاده فقط و ليس فى جعله ذات و عين. اذن حسب المعتزلة فان الماهية ماهية قبل دخولها الوجود اى ان الوجود زائد على الماهية. وفى هذه النقطة الاخيرة هم اذن عكس ارسطو و هيوم و كانط الذين قالوا ان الوجود ليس زائد على الماهية. لكن فى النقطة الاولى هم يسمون المعدوم الممكن شيئا لكن بالنسبة لراسل الشئ لا يمكن ان يكون معدوما لكن يمكن ان يكون غير متعين فقط. أما الاشاعرة فهى تقول بالاجماع ان المعدوم الممكن ليس بشئ. اذن بالنسبة للاشاعرة لا فرق بين الوجود و الشيئية اى لا فرق بين ان توجد و بين ان تكون. وهذا هو نفس هدف راسل لكنهم حققوه بطريقة مختلفة على ما يبدو. لانه بالنسبة للاشاعرة غير الموجود ليس بشئ اما بالنسبة لراسل فالشئ موجود دائما لكن ربما غير متعين كما ذكرنا. ايضا بالنسبة للاشاعرة فان الوجود هو ايضا زائد على الماهية لكن هو ليس صفة ايجابية بل صفة سلبية. اذن فى هذا هم و المعتزلة يختلفون عن الغربيين الذين اقروا ان الوجود ليس زائد على الماهية و ان هذا هو اساس ان لا فرق بين ان تكون و ان توجد. لكن القول بانها صفة سلوب من قبلهم ربما له علاقة بالقول ان الوجود صفة من الدرجة الثانية.

هل هناك اذن فرق بين ان تكون و ان توجد؟. واذا كان هناك فرق ما هو بالضبط؟. واذا لم يكن هناك فرق فلماذا؟. وماهو فعلا الفرق بين الفلسفة الغربية الحديثة فى هذا الامر والفلسفة الاسلامية الاصيلة؟. ومن هى الاكثر انسجاما؟.

ولعلمكم هذا الامر بالنسبة للمعتزلة و الأشاعرة هو امر جلل لانه يتعلق بالقدرة و القادرية على الخلق المتجدد والابداع الالهيين. اما بالنسبة للغربيين فهو امر جلل ايضا لان هناك اتفاق ضمنى ان طبيعة الكينونة-ان تكون- اكثر اساسية و اكثر عمومية من طبيعة الوجود-ان توجد-.

مقولات الكينونة

العقلاء اجمعوا على ان ارسطو هو اعقلهم فبدون ادنى شك هو الفكر الاعمق و الاشمل و الانظف والاكثر نظاما. وهذا بغض النظر عن كونه كان مصيبا او مخطئا او كون الفلاسفة متفقون معه او لا لانه ليس علينا الا ان نتذكر انه جاء منذ 2500 سنة و رغم هذا مازال تأثيره هائلا على الجميع فى الغرب و الاسلام و غيرهما.

ففى الفلسفة التحليلة الانجلوساكسوسونية-التى هى الفلسفة الاكثر ثقة لانها تعتمد على المنطق الرياضى و اللغة فى لسانياتها فى التحليل الفلسفى- فان تأثير ارسطو على الفلاسفة مازال هو الاول لا يضاهيه الا هيوم و بدرجة أقل كانط و فيتغنستاين.

احد الأسئلة التى طرحها أرسطو و مازالت تطرح الى غاية يومنا هذا: ماهى الكينونة being?.

يقول ارسطو و هو استاذهم جميعا: هذا سؤال صعب بل هو اصعب سؤال فلسفى على الاطلاق.

وما كتبه فى كتابه الميتافيزقيا بخصوص هذا الامر من اصعب ما كتب على الاطلاق. لكن عندما يضرب الأمثلة يمكن ان نفهم الى حد ما. وهو رائع فى ضرب الامثلة.

يقول: حتى نفهم معنى الكينونة نختزل الامر الى اللغة -مثلما تفعل الفلسفة التحليلية اليوم- ونحاول ان نفهم المعانى المختلفة للفعل اليونانى الذى يقابل عندنا: كان يكون كن وفى الانجليزية يقابل to be.

مثلا:

سقراط كائن.

سقراط كائن حكيم.

كلا الامران حسب ارسطو يقولان شيئا و شيئا مختلفا حول الكينونة. يقول ايضا اى كائن فى اى من مقولات الكينونة categories of being ما عدا مقولة الجوهر substance هى صفة للجوهر او تعديل فى الجوهر. لهذا يقول ارسطو ان دراسة الجوهر هو الطريق لدراسة طبيعة الكينونة.

تذكروا ان مقولات الكينونة هى كل الالفاظ الدالة على معلومات وهى عشرة: الجوهر وهو واحد و تسعة اعراض و هى: الكم و الكيف والمضاف و الاين ومتى والوضع و الملك و ان يفعل و ان ينفعل. لاحظوا ان الاين هو المكان و المتى هو الزمن و الكم يحتوى على العدد واترك لكم ان تفكروا فى الآخرين. اذن فى الاخير اللغة هى الحل او على الاقل الحل المؤقت لفهم الكينونة التى هى اعم من الوجود الذى هو اعم من الواقع.

وهذا هو رأى فيتغنستين Wittgenstein الثانى ان اللغة هى الاساس فى تحليل: ماذا هناك?

what is there?

وهذا سؤال عبقرى صاغه بهذه الطريقة اولا كوين Quine وجوابه معروف كل شئ everything وهو جواب اجمالى يتفق عليه الجميع, لكن التفصيل هو بالضبط معضلة الكينونة التى يختلف حولها الجميع.

وهذا الرأى الارسطى الاصيل -فى ان بداية تحليل معضلة الكينونة هو فى فهم لغة الفعل كان يكون كن- منسجم ايضا مع مدلول الاية الكريمة- وعلم آدم الأسماء كلها- كما شرحها الفخر الرازى.

نذكر الآن مقولات الكينونة لارسطو على لسانى ابن سينا و الغزالى.

يقول الغزالى: "أما الرسوم الجارية مجرى الحدود فهى: الجنس والفصل والنوع والخاصة والعرض العام.

والاجناس العالية التى هى اعلى الاجناس زعم المنطقيون انها عشرة:

واحد جوهر

وتسعة اعراض وهى الكم و الكيف والمضاف و الاين ومتى والوضع و له و ان يفعل و ان ينفعل.

فهذه اجناس الموجودات.

فلا معلوم الا و داخل فى هذه الاقسام و لا لفظ الا وهو دال على شئ من هذه الاقسام.

فأما الاعم من جميعها فهو الموجود".

يقول ابن سينا: "كل لفظ مفرد يدل على شي من الموجودات فإما أن يدل علي جوهر، وهو ما ليس وجوده في موصوف به قائم بنفسه مثل إنسان وخشبة.

وإما أن يدل على كمية: وهو ما لذاته يحتمل المساواة بالتطبيق أو التفاوت فيه، إما تطبيقا متصلا في الوهم -مثل الخط والسطح والعمق و الزمان- وإما منفصلا كالعدد.

وإما على كيفية وهو كل هيئة غير الكمية مستقرة لا نسبة فيها مثل البياض والصحة والقوة والشكل.

وإما على إضافة كالنبوة والأبوة.

وإما على أين كالكون في السوق والبيت.

وإما على متي كالكون فيما مضي أو فيما يستقبل أو في زمان بعينه.
وإما على الوضع ككل هيئة للكل من جهة أجزائه كالقعود والقيام والركوع.
وإما على الملك والجدة كالتلبس والتسلح.
وإما على أن يفعل شيء مثل ما يقال: هو ذا يقطع، هو ذا يحرق.
وإما على أن ينفعل شيء كما يقال: هو ذا ينقطع، هو ذا يحترق".
أما حسب كانط فان قدرتنا على الحكم تكافئ قدرتنا على التفكير.
Our ability to judge is equivalent to our ability to think.
اذن كل مقولات الكينونة -التى هى حسب كانط عبارة عن مفاهيم محضة للفهم- تقابل احكام. وهناك اثنا عشر مقولة كينونة يقابلها اثنا عشر حكما. انظروا الصورة.

Form of Judgement	*Corresponding Category*
I. Quantity.	I. Quantity.
(*a*) Singular (*This S is P*)	(*a*) Unity
(*b*) Particular (*Some S's are P*)	(*b*) Plurality
(*c*) Universal (*All S's are P*)	(*c*) Totality
II. Quality	II. Quality
(*a*) Affirmative (*S is P*)	(*a*) Reality
(*b*) Negative (*S is not P*)	(*b*) Negation
(*c*) Infinite (*S is not P*)	(*c*) Limitation
III. Relation	III. Relation
(*a*) Categorical (*S is P*)	(*a*) Substantiality
(*b*) Hypothetical (*If A, then C*)	(*b*) Causality
(*c*) Disjunctive (*Either A or B*)	(*c*) Reciprocity
IV. Modality	IV. Modality
(*a*) Problematic (*S may be P*)	(*a*) Possibility and Impossibility
(*b*) Assertive (*S is P*)	(*b*) Existence and Non-existence
(*c*) Apodictic (*S must be P*)	(*c*) Necessity and Contingency.

شكل 3.4: مقولات الكينونة حسب كانط.

اما اعظم فيلسوف بعد افلاطون و ارسطو الى غاية ابن سينا فهو افلوطين بدون منازع. الفيلسوف صاحب التوليفة العجيبة الغريبة العميقة المسماة الافلاطونية المحدثة neoplatonism بين فكرى افلاطون و ارسطو. الصاحب الاصلى المبدع لنظرية الفيض و الصدور لكل الوجود من العلة الاولى. النظرية الوحيدة المعروفة للانسان التى تنافس نظرية الخلق الابراهيمية فى عقر دارها و هو طبيعة العالم و علاقته بالمسبب الاول او المحرك الاول او العلة الاولى او غيرها من المصطلحات.

وكل من أتى بعد افلوطين فهو افلاطونى محدث حتى ابن سينا -الوحيد الذى ربما يضاهيه فى الابداع فى رأيى بمنطقه السيناوى و نظرية الفيض المنهجية عنده و برهانه الانطولوجى الذى لم يسبقه اليه احد-. اذن كل الفلاسفة الذين اتوا بعد افلوطين هم افلاطونيين محدثين الى غاية ابن رشد وهو اول فيلسوف لم يكن افلاطونى محدث لكن وقف معهم ضد الفلسفة الاسلامية الاصيلة الغزالى و غيره.

اذن ماهى مقولات الكينونة عند افلوطين التى عند ارسطو تصف اعم انماط الكينونة اما عند كانط فهى تصف اعم انماط العقل اى الفهم و الفكر. افلوطين يبدأ من قائمة ارسطو لمقولات الكينونة وهى:
-الجوهر وهو واحد.
و
-تسعة اعراض: الكم و الكيف والمضاف و الاين والمتى والوضع و الملك و ان يفعل و ان ينفعل.

بعد عملية تجريد هائلة لا يستطيع عليها الا هذا النوع من الفلاسفة وصل افلوطين الى النتيجة انه ليس هناك فى الحقيقة الا خمسة مقولات و ليس عشرة:
-الجوهر و هو واحد.
-واربعة اعراض: العلاقة و الكم و الكيف و الحركة.

اذن ادخل مقولة جديدة هى الحركة -ربما عوض الاين اى المكان و المتى اى الزمان- اما العلاقة فهى نفسها المضاف عند ارسطو وتخلص من الاعراض الاخرى لانه بين انها تشتق من هذه الاربعة.
اكثر من هذا قال ان الكم و الكيف و الحركة يجب ان تشتق هى نفسها من العلاقة او المضاف.
اذن تبقى مقولتان اساسيتان: الجوهر و العلاقة.
لكن العلاقة لا توجد -فى رأى الكثيرين- الا فى الذهن.

اذن حسب افلوطين المقولتان الاساسيتان لانماط الوجود -تذكروا هو متابع لارسطو و ليس لكانط- هما: الجوهر الذى يعبر عن المادى و العلاقة التى تعبر عن العقلى. ورجعنا بذلك الى الدواليزم الديكارتى -قبل ديكارت بالف سنة- و هو الدواليزم الذى يكرهه اغلب الفلاسفة فى هذا العصر لانه بكل بساطة طغت عليهم الاحادية المادية ويقينهم المطلق فى تلك الاحادية.

لكن من الجهة الاخرى يمكن فهم اختزال افلوطين للمقولات بطريقة اخرى وهذا فهمى الشخصى: الجوهر لانه جوهر هو بالتعريف لا يحتاج الى غيره للوجود. اما العلاقة او المضاف فلانه عرض فهو يحتاج الى القيام بغيره. اذن العقل حسب هذا الرأى يجب ان يفسر او ان ينبعث من الجوهر الذى هو المادة. اذن العقل هو مضاف الى المادة وهذا هو بالضبط رأى الماديين أليس كذلك؟.

4.4.4 معضلة الكليات

هل المثلث موجود فعلا أم لا؟

اذا كان الجواب لا فان اللغة اعتباطية فعلا لا تعنى شيئا! اما الرياضيات فلن تتأثر بالجواب اصلا!.

عالم اللوغوس logos هو عالم المُثل ideals او الكليات universals او الصور forms وهو عالم جاء به اولا افلاطون.

لنأخذ مثال ديكارت: المثلث هو مثال او كلية او صورة وكل الذى نتعامل معه فى الواقع هو تعينات لهذه الفكرة الكلية و ليس المثلث نفسه.

و حسب افلاطون فان المثلث كمثال موجود فعلا لكن فى عالم آخر يسمى عالم اللوغوس و ليس فى هذا العالم المادى أما الذى نسميه مثلث فى عالمنا فهو فقط تقريب.

امثلة افلاطون فى الجمهورية: الحسن و القبح و الخير و الشر و العدل و الظلم.

وهذه المثل يسميها ايضا افلاطون الصور.

مثال آخر: الرياضيات.

مثال آخر: فكرة الانسان.

مثال آخر: فكرة الالوان.

لكن ماهى مواقف الناس من الكليات او المثل او الصور -وهذا امر استراتيجى اساسى تترتب عليه فلسفات كاملة- فاللغة نفسها و معانى مفرداتها هل هو توقيفى او اصطلاحى او غيرها تتوقف على وجود الكليات من عدمها.

هناك اربعة مواقف:

الواقعية الافلاطونية: و هو رأى افلاطون و هو يقول ان المثل موجودة مستقلة عن العقل و الانسان ومستقلة عن الاعيان و ان وجودها اكثر حقيقية من المادة. وربما اكثر من هذا المثل هى فقط الموجودة و ليست المادة و الاعيان. وهذا يسمى الواقعية الحدية extreme realism.

الواقعية الارسطية: وهو رأى ارسطو وهو يقول ان المثل او الكليات حقيقية لكن وجودها موقوف على وجود اعيانها. فالمثلث هو حقيقي لكن وجوده فى الواقع لا يتحقق الا فى اعيانه. والجمال حقيقي لكنه لا يوجد الا عندما توجد الاشياء الجميلة وهكذا. وهذا يسمى الواقعية القوية strong realism.

المثالية idealism: وهى الواقعية المضادة فالكليات غير موجودة فى الواقع لكنها موجودة فى الذهن فقط فالكليات هى فئات categories اساسية للعقل المحض. اذن بالنسبة للمثاليين الكليات مرتبطة ارتباطا وثيقا بالانسان العاقل و بالتالى فان مسألة المثل هى مسالة ايبستيمولوجية بالاضافة الى كونها مسألة ميتافيزيقة. واشهر من قال بهذا الرأى كانط و هيغل.

الاسمية nominalism: الكليات غير موجودة وفقط الاعيان موجودة. فالاعيان مثلا الاشياء الجميلة رغم انها تشترك فعلا فى كلمة الجمال لكنها لا تمتع فعلا بخاصية مشتركة تسمى الجمال. الاسمية تختلف عن المثالية بشكل اساسى لانه بالنسبة للاسمية الكليات هى اسماء اعتباطية ليس لها اى ارتباط موضوعى بالذى موجود فى الواقع. اذن انتبهوا للفرق.

5.4.4 ولماذا هذا الموقف العدائى من الفلسفة تجاه الذرة؟

ليبنيز ضد الذرة

فى المحصلة ليبنيز يرفض الذرة:

اولا لانها أجسام ممتدة فضائيا و من ماهية الامتداد القابلية للقسمة اذن الذرات قابلة للقسمة فهى اذن غير موجودة. بالتالى فان الاجسام المادية لا يمكن ان تكون مكونة من ذرات.

ثانيا الاجسام المادية لا يمكن ان تكون مكونة من نقاط رياضية. لأن وضع عدد لانهائى من النقاط الرياضية مع بعضها البعض لا يولد الامتداد الفضائى الضرورى للمادة.

ثالثا اذن لم يبقى الا حلا واحدا امام ليبنيز هو ان الاجسام مكونة من جواهر غير ممتدة فضائيا بسيطة بدون اجزاء و لا تقبل القسمة. هذه الجواهر الفردة هى شبيهة بالروح او بالنفس لان الروح أو النفس هى جوهر غير ممتد فضائيا بسيط بدون اجزاء و لا يقبل القسمة.

اذن جوهر ليبنيز هو جوهر فرد مثالى و ليس مادى (الموناد). لكن هذه الجواهر لا تشكل الجسم كأجزاء له لكن تشكله كعناصره الاولى. لاحظوا ان النقطة الثالثة هى تعريف الجسيم الأولى لكن ليبنيز يرى هذا التعريف متناقض مع المادية اى الفيزياء (النقطة الاولى) و الامتداد فى الفضاء اى الرياضيات (النقطة الثانية).

اذن الجواهر الفردة التى هى الجسيمات الاولية فى الطبيعة هى غير ممتدة فضائيا مثل النقطة الرياضية و اذن هى غير قابلة للانقسام و لا تحتوى على اجزاء لكنها ذات كتلة و عزم لف و غيره من الخواص الفيزيائية وهى التى تشكل الاجسام المادية كأجزاء حقيقة (فيزيائيا عندما نقسم المادة نجد هذه الاجزاء التى لا تقبل القسمة فى نفسها) لان وضع عدد لانهائى من النقاط الرياضية مع بعضها البعض ينجم فعلا عنه الامتداد الفضائى (رياضيا نضيف للنقاط مترية).

لا أعرف الا المعتزلة من فهم هذه النقطة الاخيرة تماما و لم يخطئ. فالجوهر الفرد عندهم هو كائن غير ممتد فضائيا (ليس له قدر) لكنه موجود ماديا (وليس مثاليا مثل ذرة ليبنيز). أما ذرة اليونان و الاشاعرة فهى ذرة ممتدة فضائيا اذن ليست هى الجوهر الفرد اصلا. اما كل الفلسفة الاخرى (ارسطو, ابن رشد و ديكارت) فقد انكرت الجوهر الفرد حتى ان كانط ضمنها (اى الجوهر الفرد) فى أنطونيمياته و الأنطونيمية antinomie هى المعضلة العقلية. وكانط معروف عنه سلبيته و عدم الحسم العقلى. فالجوهر الفرد لا هو معضلة عقلية و لا أى شيء. هنا على العقل ان يرضخ للحس و ننتهى من هذا الامر حتى نستطيع ان نبنى الموالى.

الفرق بين الفيزياء النظرية و الفلسفة: حالة الجوهر الفرد

فى الفلسفة التحليلية يقولون ان كل شيئ هو لغة و منطق واذا ضبطت اللغة و ضبط المنطق فإن اى مسألة فلسفية ستحل بسهولة و يسر. هذا حقيقة ما يقوله راسل Russel و فينتغنستين Wittgenstein وهما آباء الفلسفة التحليلية.

اما فى الكلام الاسلامى- بين الغزالى وابن تيمية وابن رشد- فكل يدعى وصلا بليلى وليلى لا تقر له بذاك. فالكل يقول انه لا يفعل اى شئ الا انه فهم القرآن و لغته ورغم هذا نجد اختلافا رهيبا بينهم يدخل الشك فى القلوب الضعيفة مثل قلبى.

لكن لدى حل.

نعطيهم كلمة و مفهوم واحد: الجسيم الاولى او الجوهر الفرد. هذا أكيد سيختلفون فيه اختلافا عظيما, لانها عادتهم, و لان الفيزيائى سيختلط بالميتافيزيقى, وستضيع الكلمة: جسيم او جوهر, والمفهوم: اولى او فرد, بين نعال ذكائهم وهو ذكاء حقيقى- فهؤلاء اذكياء حقيقة و ليسوا متذاكين-, و فى المحصلة فإن السؤال سيضيع فى خضم خلافاتهم.

أما فى الفيزياء النظرية فالامر محسوم ومضبوط تماما بالرياضيات التى لا شك و لا غبار عليها: نظرية الزمرات group theory و تمثيلات الجبريات algebra representation.

اذن الجسيم الاولى او الجوهر الفرد ليست كلمة يمكن ان يأتى فحل فى الشعر مثل امرؤ القيس او فحل فى الادب مثل الجاحظ او فحل فى الفسلفة الاسمية مثل ابن تيمية او فحل فى الفلسفة الارسطية مثل ابن رشد و يقلب علينا الطاولة و يخلط علينا اوراق اللعبة ونضيع نحن المساكين فى وسط هؤلاء العمالقة. استحالة لن نضيع على الأقل فى هذه النقطة.

الجسيم الاولى او الجوهر الفرد هو تمثيلة representation غير قابلة للاختزال irreducible للجداء المباشر لزمرة بوانكريه Poincare group و باقى زمر التناظر الداخلية.

هذا ما تقوله الفيزياء النظرية غير الخلافية المجمع عليها. ربما يظن البعض ان هذا الامر صعب و تجريدى جدا. اقول هو صعب و تجريدى لكنه حسابى نحسبه مثلما نحسب واحد زائد واحد يساوى اثنان وكل خطوات الحساب هى فى قمة الشفافية.

لاحظوا اننى لم اتحدث عن التجربة و كيف نحصل فيها على الجسيمات الاولية لان التجربة فى هذا المجال غير حاسمة من ناحية تقديم تعريف لغوى و مفاهيمى حاسم للجسيم الاولى. انظروا ما يقوله واينبرغ Weinberg [36].

يمكن ان يأتى و يقول لنا ابن تيمية وابن رشد- وهما محقان فى هذا- انتم لم تستطيعوا ان تقسموا الالكترون لحد الان الى اجزاء اصغر, لانه ليس لديكم طاقات كافية, وهذا هو السبب الوحيد الذى من اجله تقولون ان الالكترون جسيم اولى او جوهر فرد. هذا صحيح.

لكن ليس هذا هو السبب.

نحن نقول ان الالكترون هو جسيم اولى او جوهر فرد ليس لانه لا ينقسم أكثر -كما توحيه اللغة- بل لانه يخضع الى تناظرات مضبوطة -انسحابات و دورانات و نسبية- ملخصة فى زمرة بوانكريه بالاضافة الى تناظرات أخرى داخلية وان تمثيلات هذه الزمرات هى بالضبط الجسيمات الاولية التى نعرفها كلها بدون استثناء.

الالكترون جسيم اولى لانه تمثيلة غير قابلة للاختزال و اما البروتون فهو جسيم غير اولى لانه تمثيلة قابلة للاختزال.

ركزوا فى الجملتين اعلاه كيف وزعت كلمة -غير-. اذن الاولى او الفرد يقابل رياضيا غير القابل للاختزال.
بعبارة أخرى عندما نكتب لاغرانجية النموذج المعيارى للجسيمات الاولية -واللاغرانجية هى الكمية التى تتحكم فى ديناميك الجسيمات الاولية و تفاعلاتها- فإننا نكتبها بدلالة الالكترون و ليس بدلالة البروتون. البروتون يظهر كحالة مرتبطة فقط و نكتب بدلا منه الكوارك.
اذن على الاقل فى مسألة الجوهر الفرد فان الغزالى و الاشاعرة من وراءه -وافضل منهم فى هذه النقطة المعتزلة- قد اصابوا الحق أما ابن تيمية و ابن رشد فكانوا على خطأ اوقعتهم فيه لا ادرى ماذا.

ايضا فى هذه المسألة نرى الفرق بين حسم الفيزياء النظرية فى ضبط اللغة و المنطق -فما نقوله ليس كلمات فقط- و تميع و تمييع الفلسفة و الكلام.

من لم يرد ان يصدقنى -ويبدو ان هناك من لا يصدقنى ويظننى ايديولوجى امارس الحشو كما ان هناك من يعشق الاعتراض لانه فى لا شعوره يظن ان ذلك هو الذكاء و الثقافة- اقول لهؤلاء اذهبوا و ادرسوا هذه الاشياء بأنفسكم لتتأكدوا. ومن اراد ان يجادل فى الاخير فليفعل -فهو حر أكيد- لكننا سنقصفه عندها بنظرية تمثيلات الجبريات باكملها ودعه يجادل تلك اذا استطاع.

6.4.4 السببية و الحتمية: بين الغزالى و النظرية الكمومية

هذا مختصر مترجم مستمد عن كارن هاردينغ Karen Harding فى [34].

مبدأ العادة وليس مبدأ السببية

حسب الغزالى العلاقات السببية محالة طبعا و أكثر من هذا هى محالة ضرورة لان الله يخلق العالم بصورة مستمرة فى كل لحظة. فالعلاقات السببية بين الاشياء ليس لها تأثير حقيقي, لأن التأثير الوحيد هو لله سبحانه و تعالى, و خلقها الله مرتبطة ببعضها البعض, الاسباب سابقة للمسببات, والمسببات لاحقة للاسباب لا تتخلف ابدا, لاحقة لها فقط على طريق العادة, وضرورتها هى الضرورة الطبييعية و ليس هناك اى ضرورة عقلية وراءها. هذا هو لب مبدأ العادة, أو مبدأ السببية المخفف, كما يفهمه حجة الاسلام ابى حامد الغزالى.

على هذا الفهم للاسباب فإن الله سبحانه و تعالى يخلق كل شئ فى هذا العالم بصورة مستمرة وأنه لو اراد و توقف عن الخلق والايجاد لانتهى كل شئ فى هذا العالم. أى ان العالم يخلقه الله جديدا فى كل لحظة من وجوده. وعلى هذا الفهم فإن الاشياء ليس لها ديمومة حقيقية فى الزمن, ووجودها يعتمد بالكلية على خلق الله تعالى لها المستمر فى الزمن, وان الاشياء لا تتصرف بالشكل النظامى الاعتيادى الذى نراه الا لان الله يريد ذلك, وليس للاسباب أى دور فى كل هذا الا أن العادة قد جرت على رؤيتها ترافق تصرف هذه الاشياء.
اذن وجود و تصرف الاشياء فى الكون لا يمكن توقعه توقعا عقليا ضروريا محضا كما يتهيأ لنا من اول وهلة بل هو فقط العادة الالهية. والعادة يعنى أن المسببات تحدث مع الاسباب و ليس بالاسباب.

وعلى هذا الفهم ايضا يمكن بسهولة, ليست موجودة فى الفلسفات الاخرى, فهم معجزة النبى على أنها خرق للعادة, اى توقف الله سبحانه و تعالى عن خلقه المستمر بالصورة الاعتيادية, عند المعجزة.
يبدو ان هناك شبه كبير بين مبدأ العادة و تفسير كوبنهاغن Copenhagen interpretation للنظرية الكمومى كما سنبين فيما يلى.

تفسير كوبنهاغن للميكانيك الكمومى

القرائن التجريبية و الحسية و البراهين الرياضية والعقلية على نظرية الميكانيك الكمومى لا يمكن ان يُجادل فيها انسان يعرف الحد الادنى الضرورى فى هذا المجال. النظرية صحيحة تماما بما لا يدع اى مجال للشك. وهى ربما النظرية الاكثر صحة فى تاريخ الانسان و العلم على رأى بنروز Penrose. المشكل يبقى فى كيفية فهم هذه النظرية وتفسيرها التفسير الفيزيائى الميتافيزيقى الصحيح و هذا هو مجال ما يسمى اسس الميكانيك الكمومى foundations of quantum mechanics.
من المؤكد ان هناك كثير من الامور التى اتت بها هذه النظرية لا يمكن ابدا انكار صبغتها و رائحتها الميتافيزيقية القوية. ومحاولة نزع هذه النبرة الميتافيزيقية و معالجتها بنظرية علمية, قابلة للتكذيب على رأى بوبر Poper, هو التحدى الاكبر فى مجال فلسفة النظرية الكمومية و اسس الميكانيك الكمومى.
من المعروف أنه فى الميكانيك الكمومى لا يمكن توقع تصرف اى جملة فى الزمن فقط من معرفة القوانين الفيزيائية التى تخضع لها. معنى هذا الكلام أنه حتى لو وجدنا دالة حالة الجملة عن طريق حل معادلة شرودينغر فإنه لا يمكن ان نكون على يقين من تصرف الجملة فى الزمن لان كل ما تعطيه لنا دالة الحالة هو احتمالات. مثلا أن نترك جسم يسقط على الارض. هذا متوقع ان يحدث و هو يحدث فى

الاغلبية الساحقة من الحالات. لكن الميكانيك الكمومى يعطى ايضا احتمال ضئيل جدا فى أن الجسم عندما نتركه يسقط قريبا من سطح الارض, فإنه لا ينزل, لكن يصعد. الاحتمال ضئيل جدا لكنه لا يساوى صفر.

هذا هو ما يقوله بالضبط مبدأ العادة. جرت عادة الله سبحانه و تعالى على أن يسقط الجسم بالقرب من الارض وهذه هى الحالة النظامية الاعتيادية المتوقعة. لكن الله سبحانه و تعالى من السهولة عليه ان يجرى الحالة غير المتوقعة كما هو سهل عليه ان يجرى الحالة المتوقعة كما هى العادة على قدم المساواة. اذن الجسم يمكن ان يصعد عوض ان ينزل بالقرب من الارض. و هكذا كيف يتحدى مبدأ العادة, كما يتحدى الميكانيك الكمومى على تفسير كوبنهاغن, العلاقات السببية الظاهرية.

من الجهة الاخرى, تلعب عملية القياس measurement دورا محوريا غامضا فى الميكانيك الكمومى. الالكترون ليس له موضع حتى يجرى عليه القياس. قبل القياس الالكترون موصوف بدالة حالة او موجة متلاحمة coherent. أى فى الحقيقة الالكترون ليس له موضع!. لدينا فقط قبل القياس احتمال ان يكون الالكترون فى المكان او المكان الفلانى. اى ان الالكترون وهو جسيم كمومى ليس له وجود حقيقى, اى لا يوجد فى أى مكان محدد, حتى نجرى عليه القياس.

هذا التصرف يحدث ايضا بالنسبة للاجسام العيانية, الفرق أن التلاحم coherence فى دالة الموجة يكون ضعيف جدا, وبالتالى فإن الاجسام العيانية غير الخاضعة لاى قياس لا تتواجد ايضا فى أى مكان محدد, لكن تتواجد فى امكنة مختلفة بإحتمالات مختلفة, وبالتالى فإن هذه الاجسام ليس لها وجود حقيقى. هذا لا نراه بالنسبة للاجسام العيانية لان التلاحم بين كل هذه الامكانيات ضعيف جدا و فقط امكانية واحدة ذات الاحتمال الاكبر تطغى.

اذن الاجسام حسب الميكانيك الكمومى ليس لها وجود مستقل عن تفاعل الملاحظ observer معها الذى يقوم بعملية القياس.

و ايضا فإن خواص هذه الاجسام حسب الميكانيك الكمومى تتعلق ايضا بطريقة تفاعلها مع الملاحظ.

ايضا لا يمكن توقع تصرف الاجسام فى هذه النظرية و اقصى ما يمكن ان نقوم به هو حساب احتمال تصرف معين. مثلا نأخذ جدار. الجدار مشكل من ذرات. يمكن فى أى لحظة ان تتصرف الالكترونات داخل الذرات بشكل غير محتمل بالمرة, مثلا يمكن ان تكون بعيدا جدا عن انويتها, مما يؤدى الى أنهيار القوى التى تمسك صلابة الجدار, وانهيار الجدار نفسه وانعدامه. اذن حسب النظرية الكمومية يوجد احتمال و لو أنه ضئيل جدا فى أنه لو حاولنا المرور عبر الجدار, عندما تكون كل الالكترونات فى الذرات بعيدة جدا عن انويتها, فاننا سنمر, وهو عكس المعهود و العادة.

ايضا فإن الأجسام حسب الميكانيك الكمومى تخضع ايضا لمبدأ الارتياب uncertainty principle لهايزنبرغ Heisenberg الذى ينص على ان خواص الاجسام تؤثر على بعضها البعض و ان هناك حد نظرى أقصى للمعرفة التى يمكن ان نحصل عليها حول خواص هذه الاجسام.

المقارنة

كما أن الاجسام حسب الغزالى يخلقها الله بصورة مستمرة فى كل لحظة, فإن الاجسام حسب الميكانيك الكمومى ليس لها وجود مستقل عن تفاعلها مع الملاحظ, او بالاحرى وجود مستقل عن الملاحظ. الاجسام غير الخاضعة للقياس ليست لها خواص محددة و بالتالى لا يمكن ان نقول انها موجودة. اذن حسب الغزالى الاجسام و خواصها يخلقهما الله بصورة مستمرة فى كل لحظة و ليس لهما اى حقيقة مستقلة, بينما حسب الميكانيك الكمومى فإن القياس هو الذى يُجبر الاجسام أن تصبح لها خواص معينة و بالتالى يُصبح لها وجود حقيقى.

من الواضح ايضا أنه بالنسبة للغزالى و بالنسبة لتفسير كوبنهاغن فإن العلاقات السببية, اى العلاقات التى يمكن من خلالها التنبؤ بتصرف الاجسام بدقة انطلاقا من الشروط الابتدائية و القوانين الديناميكية, غير حقيقية وغير موجودة.

ايضا بالنسبة للغزالى و بالنسبة لتفسير كوبنهاغن فإن الحوادث غير متوقعة بالكامل و هذا واضح تماما ربما أكثر من جهة تفسير كوبنهاغن.

أما بالنسبة للعلاقات السببية فإن تفسير كوبنهاغن يقول ان هذه العلاقات ليست ذات معنى على المستوى المجهرى لانه ليس هناك اجسام بالمعنى المعتاد للكلمة, وان هذه الاجسام ليس لها الا خواص باحتمالات, وان هذه الخواص لا تظهر الا عند القياس. اذن كون هذه الاجسام لها احتمالات فقط و ليس خواص محددة فإنه ليس بذى معنى ان نقول ان هذه الاجسام يمكن ان تتفاعل سببيا.

النظام والاعتياد الذى نراه فى الكون هو العادة التى اجراها الله حسب الغزالى. اما حسب تفسير كوبنهاغن للميكانيك الكمومى فهو راجع الى ان بعض الحوادث لها احتمال اكبر من حوادث اخرى, أى ان دالة الموجة ليست فى العموم متلاحمة coherente, اى ان مفهوم العادة عند الغزالى هو نفسه مفهوم تلاشى التلاحم decoherence فى الميكانيك الكمومى.

شكل 4.4: مأخوذ من [35].

7.4.4 قدم او حدوث العالم و مبدأ السببية

انظروا المدونة.

8.4.4 حول المنطق و الرياضيات

معضلة الكذاب: الفرق بين التناقض و المعضلة

لنعتبر القضية التالية:
هذه الجملة أيس خاطئة.
حيث (أيس) هو نفى (ليس).
اذن (أيس) هو فعل الكينونة to be (الذى نستخدمه بكثرة فى الدارجة الجزائرية بالخصوص فنقول كاين كاينة و يكون). من الواضح انه يمكن وضع مكان (أيس) الضمير (هى) او حذفهما بالكامل دون ان تفقد الجملة صحتها الاعرابية فى اللغة العربية. لكن فى الانجليزية و الفارسية و غيرهما فان هذا الامر غير ممكن. و لهذا اقترح بعضهم فى العربية قديما على عهد المأمون و حركتة فى الترجمة استخدام (أيس) كاعراب لفعل الكينونة فى الحاضر.

القضية او الجملة اعلاه تسمى جملة الكذاب the liar sentence لانها الصيغة المنطقية لقول الكذاب: (انى أكذب) او (كل شيء اقوله هو خاطئ).
لنرمز لهذه القضية ب L و اذن القضية L اعلاه هى:
هذه الجملة (L) أيس خاطئة.

لاحظ انه اذا كانت L صحيحة اذن الجملة (هذه الجملة L أيس خاطئة) هى جملة صحيحة. لكن من معنى الجملة نستنتج مباشرة ان L خاطئة. وهذا تناقض.

لكن اذا كانت L خاطئة اذن الجملة (هذه الجملة L أيس خاطئة) هى خاطئة. اذن من معنى الجملة نستنتج مباشرة ان L صحيحة. وهذا تناقض آخر.

اذن بافتراض ان جملة الكذاب هى صحيحة نبين انها خاطئة و بافتراض انها خاطئة نبين انها صحيحة. وهذا ما يعرف بمعضلة الكذاب liar paradox و هى معضلة و ليست تناقض.

والمعضلة الفلسفة او ما يسميها كانط انطينومية antinomy اعظم بكثير من التناقض. فهى تؤدى بحد ذاتها الى عدد لا نهائى من التناقضات المنطقية و الرياضية الاخرى التى لا تُحتمل. ولهذا فان الناس تحاول حل هذه المعضلة منذ 2300 سنة بدون اى نجاح حاسم. والامر غير واضح هل هى مشكلة فى اللغة نفسها ام هى مشكلة فى العقل.

وحل هذه المعضلة هو جزء مهم من المشروع الفلسفى القديم -الجديد-المتجدد: فهم الصحة و الخطأ وهما أول الاحكام المتعلقة بالقضايا المنطقية وهو المشروع الذى يسمى نظرية الصحة truth theory.

حتى نفهم كارثية الوضع نشرح الفرق بين التناقض و المعضلة. التناقض contradiction بالتعريف هو اى قضية تجمع بين النقيضين اى:

$$P \text{ AND } (\text{NOT } P).$$

بكل بساطة لا يمكن للقضية ان تكون صحيحة و خاطئة فى نفس الوقت.

اما المعضلة paradox الفلسفية او الانطينومية فهى اى استدلال او استنباط inference صحيح يُبرهن به على تناقض. اللغة يمكنها ان تحتوى على تناقضات لكن لا يمكنها ابدا ان تحتوى على معضلات.
جملة الكذاب تؤدى الى معضلة و ليس تناقض.
فى الجدول فى الصورة نبرهن على ان 1+1=3 وهو تناقض رياضى باستخدام جملة الكذاب.

فى الصورة القضية Q هى اى قضية نعرف مسبقا انها خاطئة مثلا 1+1=3. اذن البرهان الاستدلالى الصحيح يؤدى الى ان القصية Q صحيحة. فى الحقيقة يمكننا ان نستخدم جملة الكذاب للبرهان بشكل استدلالى صحيح على عدد لانهائى من التناقضات الرياضية. وهذا هو السبب لماذا تعتبر جملة الكذاب معضلة و ليس تناقض. و هذا هو الفرق بين المعضلة و التناقض. فالمعضلة استدلال صحيح على تناقض وهذا اسوء بكثير من التناقض نفسه.

ورغم هذا فان الفيلسوف الفرنسى جون بوريدان Jean Buridan استخدم معضلة الكذاب للبرهان على وجود الله كما يلى:
-الله موجود.

God exists.
-لا احد من هاتين الجملتين فى هذا الزوج (المقصود هذه الجملة و الجملة السابقة) صحيحة.
None of the sentences in this pair is true.
نعبر عن هذه القضية الثانية كالآتى:
-هاتان القضيتان أيس خاطئتان.
الحل الوحيد حتى تكون لكل جملة من هاتين الجملتين قيمة صحة محددة (اى اما صحيحة او خاطئة بعيدا عن عدم التحديد الموجود فى معضلة الكذاب) هو ان تكون الجملة الاولى صحيحة اى (الله موجود).
البرهان بسيط كما يلى:
لنفترض ان الجملة الاولى (الله موجود) خاطئة. اذا كانت الجملة الثانية صحيحة. فهذا يعنى ان الجملة الثانية يجب ان تكون خاطئة و هذا هو التناقض الاول للكذاب. اما اذا كانت الجملة الثانية خاطئة. فهذا يعنى ان الجملة الثانية يجب ان تكون صحيحة لان الجملة الاولى خاطئة ابتداءا و هذا هو تناقض الكذاب الثانى. اى انه عندما افترضنا ان (الله موجود) قضية خاطئة لم نتمكن من اعطاء قيمة صحة للقضية الثانية لاننا وقعنا فى معضلة الكذاب. اذن لم يبقى الا ان نفترض ان الجملة الاولى (الله موجود) صحيحة. اذن الجملة الثانية خاطئة لان الجملة الاولى صحيحة.
لكن معضلة الكذاب رغم انها تعطى وجود الله بشكل بسيط جدا و عقلى محض الا ان هذا البرهان غير مقبول من كل الفلاسفة لان نفس المعضلة تؤدى الى ان 1+1=3 مثلا.

1.	L and ~L	from the Liar Paradox
2.	L	from 1
3.	L or Q	from 2 using the Law of Addition
4.	~L	from 1
5.	Q	from 3 and 4

شكل 5.4: مأخوذ من [92].

سكستوس أمبيريكوس

و اعظم من نقد المنطق الارسطى فى العصور القديمة هى سكستوس أمبيريكوس Sextus Empiricus أكبر فلاسفة التشكيك فى التاريخ حوالى 150 بعد الميلاد.
مثال:
-المقدمة الاولى: كل انسان هو حيوان.
-المقدمة الثانية: سقراط هو انسان.
-النتيجة: اذن سقراط هو حيوان.
يقول سكستوس أمبيريكوس التشكيكى بكل هدوء ان المقدمة الاولى يجب دائما ان تكون مقدمة كلية اى تخص كل عناصر مجموعة معينة. فى هذه الحالة فان المجموعة هى مجموعة الانسان. لهذا تبدأ المقدمة الاولى دائما ب "كل" حتى تمسح كل عناصر المجموعة قيد الدراسة. اذن المقدمة الاولى لانها مقدمة كلية فهى تحتاج للبرهان عليها الى الاستقراء induction على كل عناصر مجموعة الانسان. اى علينا ان نحقق حسيا -وهذا هو الاستقراء- ان كل انسان فى الماضى و الحاضر و المستقبل هو حيوان.
اذا كان الاستقراء غير كامل بمعنى اننا لم نجرب كل انسان من لدن آدم الى غاية يومنا هذا و تحققنا منه بالفعل انه حيوان فان هذا يعنى بكل بساطة ان المقدمة الكلية ليست كلية لأن بعض الاعيان او الافراد التى لم نتحقق منها قد تكون ليست حيوان. فالعقل لا يمنع ذلك أبدا. و يسقط بذلك القياس الارسطى syllogism من الاساس.
اذن القياس الارسطى الذى يجب ان ينطلق من مقدمة كلية انطلق هنا من مقدمة فى الحقيقة ليست كلية لان البرهان الاستقرائى كان غير كامل.
اما اذا كان الاستقراء كاملا بمعنى اننا نفترض اننا فحصنا كل انسان من لدن آدم الى غاية يوما هذا و تحققنا صراحة من انه حيوان. فان هذا يعنى مباشرة اننا أخذنا النتيجة بعين الاعتبار فى تشكيل المقدمة الكبرى الكلية. بمعنى انه بافتراضنا ان الاستقراء كامل اى اننا

لخصنا كل الافراد فاننا بذلك افترضنا ضمنا اننا لخصنا ايضا سقراط و بالتالى قمنا باستخدام النتيجة التى نريد الوصول اليها. اذن وقعنا فى الدور و يسقط بذلك القياس الارسطى بالكامل.

وهذا اقوى نقد وجه للقياس ارسطو منذ عهد ارسطو حتى عهد فرجى. و لم ينتبه اليه الا سكستوس أمبيريكوس.

يقول وائل حلاق ان ابن تيمية لم يتهم ابدا القياس الارسطى بالدور رغم انتقاده الشديد له. أليس هذا نقدا بسيطا عميقا مدمرا للقياس الارسطى.

كيف لم يتمكن امثال ابن سينا و الغزالى و ابن رشد و ابن تيمية من الانتباه له رغم صرفهم لاعمارهم على مثل هذه الاشياء و رغم ذكائهم الشديد و رغم بساطة المطلوب. فعلا هو التوفيق الالهى الذى يعطى للكافر! و يحرم منه كبار علماء و فلاسفة الاسلام لا لشيء الا لسوء نيتهم على ما اظن.

هل هناك تفسير آخر.

او لربما التفسير الآخر هو الاقرار ان اليونان و الغرب اذكى من المسلمين و العرب فكما نرى فان سكستوس أمبيريكوس وهو اقل بكثير من ارسطو و افلوطين و غيرهما تفوق على اذكى اذكيائنا. اذن الذكاء الذى يخرج من العلبة غير متوفر عند المسلمين بالكامل. فكل ذكائنا هو اجترار لما هو موجود اصلا. اذن هى اما سوء النية و عدم توفيق الله للمسلمين او هو قلة ذكاء الذى هو ايضا عدم توفيق بشكل مباشر للمسلمين لان الله كان يعلم ان نيتهم ستكون سيئة فخلقهم اقل ذكاءا.

حول المنطق

وحسب الرياضى و المؤرخ الفرنسى-الامريكى جون فان هايجنورت Jean van Heijenoort الذى كان سكرتيرا شخصيا لتروتسكى Trotsky و المختص الأول فى تاريخ المنطق ان البحث فى المنطق ابتداءا من عام 1930 كان يدور فى مجمله حول الميتالوجيك metalogic اى ماوراء المنطق او البحث فى نظرية المنطق و ليس المنطق بحد ذاته.

حسب هايجنورت فان الميتالوجيك مدرستان: الاولى التى ترى المنطق على انه حساب جبرى و الثانية التى ترى المنطق انه لغة تواصل.

اما المدرسة الثانية فاشهر من يمثلها فرجى Frege و راسل Russell و كانت ترى رؤية ليبنيز Leibniz فى ان المنطق يجب ان يكون لغة كونية lingua universalis اى لغة تواصل لا تحدها الافكار و لا المادة و لا الحدود تعبر عن كل الاحكام المنطقية الممكنة حول العالم.

وحسب هذه المدرسة فان المنطق اذن لا يمكن ان يهتم الا باللفظ او الصياغة syntacs اى الشكل لكن لا يمكنه تعيين الدلالة او المعنى semantics اى المحتوى. اى ان دلالة الالفاظ فى المنطق -حسب وجهة نظرمن يقول ان المنطق هو لغة- لا تقبل التعبير عنها من داخل المنطق.

اما المدرسة الاولى فهى ترى ايضا رؤية ليبنيز الاخرى فى ان المنطق يجب ان يكون حساب عقلانى calculus ratiocinator يسمح لنا باستخراج الاستنباطات inferences بشكل آلى حاسم. و اهم من يمثل هذه المدرسة جورج بول George Boole احد آباء الحاسوبية الحديثة.

اذن المنطق حسب فرجى و راسل هو الجزء الاهم من اللغة -وهو لغة كونية- و احكام المنطق هى اعم الاحكام الممكنة حول العالم. اما المنطق حسب بول -وهو جبر و حساب- فهو رياضيات تهتم بكل انواع عوالم التعاطى discourse الممكنة.

المنطق اللغوى فهو الاقرب الى المنطق الفلسفى واما المنطق الجبرى فهو الاقرب الى المنطق الرياضى وهذا فهمى. وشخصيا فاننى ارتاح اكثر مع الثانى لاسباب و اضحة.

لكن المنطق الفلسفى اقوى لان اغلب الفلاسفة التحليليون بالاضافة الى فرجى و راسل و نذكر على سبيل المثال فيتغنستاين Wittgenstein الاول و كوين Quine و شورش Churche كانوا ايضا من دعاة المنطق كلغة كونية. ولهذا السبب فانك تجد اغلب التطورات و التطويرات الحاصلة فى المنطق هى تطورات و تطويرات من جهة الصياغة و اللفظ (اى بعبارة اخرى الشكل) و ليس من جهة المعنى و الدلالة (اى بعبارة اخرى المحتوى).

وبهذا نرجع الى رأى هيغل و ابن تيمية فى ان المنطق عبارة عن عمليات تقنية عقيمة لا طائل من ورائها و معرفته لا ينتفع بها البليد و لا يحتاج اليها الذكى. لكن المنطق الجبرى الذى تقوم عليه كل الالكترونيات و الحاسوبيات و الخوارزميات و التشفيرات الحديثة لا مجال لانكار فائدته ليس فقط التطبيقية و لكن ايضا المبدأية و لهذا فاننى اميل اليه بشدة فهو فعلا ينفع البليد و يحتاج اليه الذكى.

والملاحظة الاخيرة بخصوص ليبنيز العظيم. فان ليبنيز كان يتصور المنطق على انه لغة كونية و فى نفس الوقت حساب عقلانى و ليس حصريا هذا او ذلك. اذن اين هو هذا المشروع الاعظم فى كل هذه المشاريع العظيمة؟

مستمدة بتصرف شديد فى الترجمة و الفهم (الا الاراء الشخصية التى لا تعبر الا عن رأيى الشخصى) من الموسوعة البريطانية [93].

9.4.4 من الاصل اللغة ام الرياضيات؟

فالجميع سيتفق معك اذا قلت ان الرياضيات هى شفرة الكون او لربما هى الكون نفسه. بينما اللغة هى شفرة الانسان او لربما هى الانسان نفسه. فاللغة هى وعاء الفكر لكنها مع اعجازها كيف ظهرت و متى ظهرت و لماذا ظهرت فهى غير دقيقة تعبر ربما عن عدم دقة الانسان فى محاولة تعبيره عن وجوده حيال الكون. اما الرياضيات فهى تقنين الفكر وهى رغم دقتها الا انها لم تغن فى الحقيقة عى اللغة شيئا.

واكبر مثال فى الفيزياء التى هى ادق العلوم و اكثرها تعويلا على الرياضيات الا ان اصلها المتين الذى هو الميكانيك الكمومى لم تكفه الرياضيات فى التعبير عن حقيقة الواقع و مازلنا نعتمد بشكل كبير على اللغة فى اداء كثير من معانيه المتشابهة واللغة كما قلنا متشابهة. اذن نحن فى حلقة دوراة مغلقة.

اذن السؤال من الاصل اللغة او الرياضيات يختزل فى الحقيقة الى السؤال الاكثر اساسية من الاصل الانسان أم الكون؟.

العلم سيقول لك الكون لا محالة ثم نشأ منه الانسان عبر الفيزياء و التطور و الاجتماع. والعلم يستخدم الرياضيات لكن لم يستغن عن اللغة حتى فى ادق تخصصاته كما ذكرنا آنفا.

اما الوحى فسيقول لك بل الاصل هو الانسان فهو انزل الى الارض و استخلف على الارض و اعيد الى الارض ثم سينشر من الارض. فكل شيء يدور حول الانسان والارض -وربما الكون كله- ليست الا مسرح فقط لهذا الانسان. والوحى لم يعتمد الا على اللغة فى ايصال حقائقه و استغنى بالكامل عن الرياضيات -أو هكذا يبدو-. واظن أن هذا امرا مهما جدا لان تحمل اللغة الرهيب للمتشابهات هو الذى يُمكّن الوحى من الصمود عبر الزمان و المكان و الحياة و الانسان.

اذن يبدو ان اللغة اكثر اصالة و عمقا من الرياضيات. أليست هى التى استغنت عن الرياضيات لكن الرياضيات لم تستغن عنها -الا يشبه هذا مبرهنة غودل الشهيرة لكن بطريقة مختلفة تماما!-.

وعلى اقل الاحتمالات فان الرياضيات جزء من اللغة لكنه ادق جزء فيها. اذن يبدو ان الانسان لما خرج خرج واللغة كاملة فيه اما الرياضيات فهى تجريد للغة استغرق وقت طويل قبل ان يصل اليه الانسان.

ثم لو نظرنا الى هذا الامر من زاوية اخرى لوجدنا ان الرياضيات و الفلسفة و العلم كان اغلب ظهورهم فى الغرب -منذ عهد الهيلينيين- اما اللغة و الوحى و التصوف فاغلبه كان فى الشرق. فالغرب يقول العقل حر والوحى غير علمى -وهذه ليست سبة او قدح بالضرورة اذا فكرتم فى الامر-. اما الشرق فيقول ان الوحى مرتبة اعلى من العقل -وهذه قالها صراحة اولا حسب علمى الغزالى- و ان العقل يجب ان يقيد بالوحى. و هذه نظرة فعلا تستحق النظر. فالعقل هو الذى علم الانسان الرياضيات التى هى لغة العلم و الكون. أما الله فهو الذى علم الانسان اللغة و الوحى. ثم أليس الله هو الذى خلق العقل الذى علم الانسان الرياضيات و العلم. اذن مرة اخرى تدخل فى الاخير الصيرورة الطبيعية تحت الصيرورة الالهية!.

10.4.4 نظريات الخلق و الفيض و التطور

انظروا المدونة.

11.4.4 نحو نقد علمى و فلسفى مقبول للتطور

الى المهتمين بنقض او نقد نظرية التطور و لان اسلوبكم ايديولوجى و ليس علمى او فلسفى و بالتالى لن يسمع له و لن يقبل به الا المقتنع اصلا بتلك الايديولوجية اعطيكم مرجع من الداخل هو من المراجع التى يُعتد بها كثيرا عندهم.

الفيلسوف التحليلى الامريكى الكبير توماس نايغل Thomas Nagel فى كتابه:

العقل و الكون: لماذا تصور المادية الداروينية الجديدة للطبيعة يكاد يكون من المؤكد خاطئ.

Mind and cosmos : why the materialist neo − Darwinian conception of nature is almost certainly false.

اشهر ما كتب هذا الرجل هو المقال الشهير من عام 1974 المعنون: ماهو شعورك ان تكون خفاشا؟.

."What Is it Like to Be a Bat?"

وقد كنا شرحناه من زوايا مختلفة فى باب الوعى من فصل الزمن من هذا الكتاب.

نايغل فى الكتاب اعلاه ينقد الاختزالية الايديولوجية الشوفينية التى تمارسها المادية الداروينية الجديدة من اجل تفسير كيفية ظهور الحياة من الكيمياء و كيفية ظهور الوعى و العقل من العمليات البيولوجوية فى الدماغ. ولا تظنوا ان الرجل غير مادى او دينى او متدين. بل بالعكس فهو مثلا دهرى ومادى. هو فقط يرى ان نظرية التطور فى هذا الجزء الاساسى لا تفعل اى شئ الا الحشو.

وبالمناسبة هذا الرجل مقبول من الداروينيين انفسهم و لا يمكنهم ان يزايدوا عليه و من اراءه فى الكتاب اعلاه ان التصميم الذكى intelligent design رغم انه ليس من اتباعه على الاطلاق هو فى نفس مرتبة التطور عندما نصل الى مسألتى ظهور الحياة و تطور العقل. وهو -اى التصميم الذكى- نظرية علمية مثلها مثل نظرية التطور و يختلف كثيرا عن نظرية الخلق التى تبقى فى رأيه نظرية دينية غير علمية.

وحتى ألخص رأيه فهو من دعاة الغائية teleology التى كان يقول بها الكثير من الفلاسفة القدامى و المحدثين. وان التفسير التطورى المادى الميكانيكى قاصر و يتناقض مع ابسط شئ نحن نشعر به مباشرة و هى ذاتينا.

اذن هذا الرجل يقدم نقدا فلسفيا-مستمدا من العلم- لنظرية التطور فى هذه الاجزاء الجوهرية كما انه يقدم نقدا فلسفيا لاجزاء اخرى منها لانها بكل بساطة تبقى نظرية علمية. مشكلتها انها اختلطت بالدين و الفلسفة و الايديولوجيا و المسؤول هم اهلها انفسهم لانهم وقعوا فى نفس التشنج الذى وقع فيه دعاة نظرية التصميم الذكى و دعاة نظرية الخلق.

12.4.4 نظرات فى نظرية المعرفة

انظروا المدونة.

13.4.4 معضلة الجبر-و-الاختيار و معضلة العقل-و-الجسم

الجبر و الاختيار الكموميان

تصوروا انسانا يتصرف حسب قوانين الفيزياء الكمومية مثل الالكترون او الفوتون, او الكترونا او فوتونا له عقل, فالامران سيان. عندما يصل هذا الانسان الكمومى الى مسألة او قضية له فيها طريقين او اختيارين مختلفين, فإنه حسب القوانين الكمومية التى افترضنا أنه يخضع لها, سيأخذ الطريقين فى آن معا, لان دالة موجته هى تركيب خطى لحالته اذا فعل, و حالته اذا ترك. اذن الفعل و الترك كلاهما يتحقق فى دالة حالته.

حسب تفسير الميكانيك الكمومى المسمى تفسير عديد العوالم فإن كل من الفعل و الترك متحقق بالفعل فى الواقع, لكن فى عوالم متوازية منفصلة عن بعضها البعض, يقوم فى احداها هذا الانسان بالفعل, و فى الاخر بالترك.

هذا صحيح كله اذا لم نجرى على هذا الانسان الكمومى اى قياس او رصد. بالنسبة للالكترون القياس يعنى أنه علينا ان نحاول ان نبحث من اى الطريقين سيمر الالكترون, وهذا يمكن ان نقوم به, واذا قمنا به فاننا سندمر تلاحم دالة الموجة, ويصبح الالكترون جسيم كلاسيكى يمر عبر الطريق الاول او الطريق الثانى, كما تصوره ارسطو ومن أتى بعده.

بالنسبة للانسان الكمومى فإن القياس هو محاولة تعيين ماذا سيفعل بالضبط هذا الانسان, عن طريق مراقبة هذا الانسان عن كثب, وهذا سيجبره على أخذ احد الطريقين. الانسان الكمومى حر اى الحالة الاولى, اما الانسان الكلاسيكى فهو مجبر اى الحالة الثانية. وهو مجبر فى العالم الذى فعل فيه على الفعل. ومجبر فى العالم الذى ترك فيه على الترك. لكن من منظور الميكانيك الكمومى حسب عديد العوالم هو فعلا حر لانه ذهب فى الطريقين. الانسان مجبر بسبب القيود الاجتماعية و الطبيعية والدينية وهذا ما يمثل القياس. لكنه حر اذا تُرك لخالقه, لان الله رغم انه يعلم دالة الحالة الكلية, اذن يعرف كل شيء عن هذا الانسان, لكن علمه السابق لا يشكل قياس, فالله هو الذى خلق الميكانيك الكمومى و الانسان, و جعل الانسان يخضع للميكانيك الكمومى, فالانسان يفعل فى عالم, و يترك فى عالم آخر, والله يعلم الامرين, ويثيب نسخة فى عالم, و يعاقب نسخة فى العالم الآخر, و هذا كمال العدل الالهى.

هذه الفكرة لا تصلح الا فى تفسير عديد العوالم الذى ينص على انه عند اجراء قياس على جملة فيزيائية اى محاولة معرفة حالتها بالضبط - لان معادلة شرودينغر لا تعطى الا احتمالات- فان العالم ينشطر الى عوالم متعددة بقدر ماهو موجود من امكانيات وفى كل عالم نجد امكانية معينة.

فى هذا التفسير لا يوجد انهيار لدالة الموجة ولم يقبل مؤسساه ويلر و ايفريث الا التطور الاحادى لمعادلة شرودينغر. وهذا التفسير اصبح ذو شعبية كبيرة فى الوقت الراهن بسبب الفكرة الجديدة لعديد الاكوان multiverse فى الكوسمولوجيا وهى فكرة مختلفة عن عديد العوالم و ايضا التقدم النظرى الهائل الذى حققته نظرية المعلومات الكمومية و الحاسوبية الكمومية.

فكرة بسيطة وقصيرة: العقل الانسانى هو طاقة مظلمة

الطاقة المظلمة تهيمن على الكون الان بعد أن هيمن عليه الاشعاع ثم المادة فى الماضى السحيق للكون. هذه الطاقة هى طاقة الفراغ. يعنى حتى لو لم يكن هناك شئ فى الكون فالطاقة المظلمة موجودة. هى طاقة موزعة بانتظام فى الفضاء, ولا تتفاعل الا عن طريق الثقالة, و هى

تتفوق فى التأثير على باقى انواع المادة و الطاقة هذا فقط لان الفضاء هائل فى الحجم, أما المادة فهى متموضعة فى هذا الفضاء الهائل.
اقترح الآتى.
الطاقة المظلمة هى عقل الكون.
بعبارة أخرى.
دعنا نفهم العقل الانسانى على أنه نوع من الطاقة المظلمة التى تهيمن على الجسم. فالانسان بدأ عند تخلقه فى الرحم و عند ولادته جسم مادى فقط مثل الكون, ثم عند بلوغ التميز و بعده, غلب العقل على الجسم و اصبح مُهيمنا عليه, ايضا هذا العقل يمكن ان يتواجد بدون الجسم بعد الموت, مثلما أن الطاقة المظلمة يمكن ان تتواجد بدون المادة فى الكون, كما أن العقل يتفوق فى التأثير على الجسم لان بيده الاختيار, اما الجسم فهو مجبور.
فى الاخير هذه الفكرة لا هى بسيطة و لا هى قصيرة. فعذرا.

حرية الانسان و نظرية العوالم

الله سبحانه و تعالى يعلم ما سنقوم به قبل ان نقوم به. كيف اذن يمكن للانسان ان يكون حرا فى اختياره؟.
نموذج من الميكانيك الكمومى:
عند اى اختيار انسانى سيتفرع العالم الى عوالم متوازية حسب عدد الاختيارات التى كانت متاحة للانسان. والله يخلق كل تلك العوالم و فى كل عالم الانسان اختار احدى الامكانيات.
اذن من جهة فان الانسان حر لان كل نسخة منه فعلت ما اختارت و اختارت ما ارادت. من الجهة الاخرى علم الله محيط بكل تلك العوالم.
اذن رغم ان الله يعلم ما سيقوم به الانسان فان الانسان فعلا حر غير مجبر لانه توجد نسخة منه فى كل عالم تختار احدى الامكانيات التى كانت متاحة له. الله يخلق كل العوالم بمن فيها و باختياراتهم. اما كل انسان فى عالمه فانه يخلق فعله فعلا لانه اختاره.
هناك اقتران للقدرة و الخلق الالهيين مع القدرة و الخلق الانسانيين فى كل عالم من العوالم المتوازية. أما فى محصلة العوالم فلا توجد هناك الا القدرة و الخلق الالهيين.
أما الارادة الالهية فهى ايضا محفوظة بالكامل فى هذا النموذج لانه لم يخرج شئ قط عن ارادته سبحانه و تعالى.

بين الزمن و العقل و العلم و الجبر و الاختيار

يقول الله سبحانه و تعالى: وإذ قلنا للملائكة اسجدوا لآدم فسجدوا إلا إبليس كان من الجن ففسق عن أمر ربه أفتتخذونه وذريته أولياء من دوني وهم لكم عدو بئس للظالمين بدلا.
هذا ابليس كان يعرف الله سبحانه و تعالى معرفة يقينية ضرورية. لا يحتاج فيها الى دليل عقلى و لا الى نبوة و قرآن تقام عليه بهما الحجة. هو مثل الملائكة ومثل الانسان له عقل لكنه عكس الملائكة و مثل الانسان له اختيار وارادة على فعل الخير و الطاعة او فعل الشر و المعصية. اذن هو غير مجبول او مجبور على الطاعة مثل الملائكة. لكنه بعقله و رغم علمه بالله اختار واراد ان يكفر و يعصى. هل تعتقدون ان الله سبحانه و تعالى كان لا يعلم فى الازل ان ابليس كان سيعصى؟. ثم بعد ان عصى ابليس وكفر, هل تعتقدون انه بعصيانه و كفره خرج عن المشيئة الالهية؟. ثم هل تعتقدون ان هذا العلم الالهى السابق والمشيئة الالهية النافذة, جبرا ابليس على كفره؟ و لانه اذن غير مختار فهل هو معذور؟.
اذا تمكنتم من بناء نموذج معيارى ميتافيزيقى يأخذ بعين الاعتبار كل هذه المعطيات التى تبدو متناقضة, بحيث يتم فيه تحقيق التوازن بين حرية العقل و الانسان من جهة و علم الله الازلى و ارادته المطلقة النافذة من جهة اخرى, نموذج يتم فيه فهم الحالة الابليسية المطلقة اعلاه, اذا لم تجدوا هذا النموذج فإنه ليس هناك اى امل فى فهم الحالة الانسانية النسبية, التى ينقصها العلم اليقينى المطلق بالمقارنة مع الحالة الابليسية الملعونة.
ركزوا فى أن النتيجة التى توصلت اليها هو ان العقل, رغم أنه هو مناط التكليف, الا انه ليس اساسى او ضرورى للايمان, بمعنى ان رؤية الدليل مثل حالة الشيطان او اقامة الدليل مثل حالة الانسان لن تؤدى بالضرورة الى الايمان, واكثر من هذا فإن دخول مسألة الجبر و الاختيار علي العقل, هو الذى جعل الامر أعظم سر الهى بامتياز. بعبارة اخرى يبدو من هذا العرض ان الجبر و الاختيار اكثر اساسية من العقل.

فالملائكة نجوا لان لهم عقل لكن ليس لهم اختيار, وابليس هلك رغم ان له عقل و علم و اختيار, اما نحن فوضعنا مازال لم يحسم بعد وهو وضع اسوء من سابقيه لان لنا عقل و اختيار لكن ليس لدينا علم ضرورى مثل الذى عند الملائكة و الشيطان. هو وضع اسوء لانه لم يحسم و ترك للزمن وهذه معضلة اخرى.

لكن لا تظنوا ان مشكلتنا هى فى عدم العلم لان ابليس له علم و رغم هذا كفر. المسألة بامتياز هى جبر و اختيار - وربما زمن- و ليس عقل او علم.

نموذج رياضى للتواؤمية ومبرهنة كونواى و كوشن

واعتقد ان الجبر و التجبير هو من اقوى الآراء الفلسفية رغم نفور العلماء و الفلاسفة منه بسبب علمهم و تجرهم و نفور العامة منه بسبب سطحيتهم و تذاكيهم. والقول به يتطلب شجاعة حقيقية. ولا نعرف الا الجهم بن صفوان فى الاسلام من قال به. و مازال يحتفى السنة بقتل بنى امية له لاسباب سياسية زاعمين ان قتله كان لاسباب بدعية.

ولو لاحظنا فان القول بالجبر المطلق يعنى الالغاء التام للمسؤولية امام الله (بالنسبة للالهيين) و لربما هو الالغاء التام لضرورة الاعتقاد فى الله. فاذا كنت مجبرا غير مسؤول على شيء ثم افترضت ان الله موجود و عاقبك على افعالك التى انت غير مسؤول عنها فهذا يعنى ان المفهوم نفسه -مفهوم الله- غير ذى معنى حقيقى.

وايضا فان الجبر يلغى تماما فكرة الدهرية الاساسية ان الوجود نفسه كوجود يحتوى على عناصر ايجابيته و بنائيته. لانه اذا كنت غير مسؤول عن اى شيء فان تكون اسوء شخص على ظهر الارض كما ان تكون افضل شخص على ظهر الارض فهما سيان ما الفرق و هذا ايضا ليس بذى معنى.

اذن الجبر المحض ينقذنا من اهوال العقاب الدينى و كذا العقاب الدنيوى كما انه يجعل المثاب الدينى كما المثاب الدنيوى لا معنى لهما لانها الصدفة المحضة التى تجعلك تصل الى ذلك المثاب لا شيء آخر فانت مجبر.

وقد قال الجهم بالجبر المحض فبدعته السنة. وقد قالت السنة بالجبر المتوسط او ما يسمى التواؤمية و كما ان الجبر المحض يلغى سطوة العقاب و المثاب دينى او دنيوى فان الجبر المتوسط يخفضهما ايضا حتى لو أصر اهل السنة على غير ذلك.

فالسنة الغزالية فهمت فعلا المعضلة و فهمت ان القرآن نفسه و بالتالى الاسلام نفسه تواؤمى فى مجمل نصه فحاولت التوفيق. اما السنة التيمية فهى غير واضحة و تنعت من باب القدح السنة الغزالية بالجهمية. وكل الناس تسمى السنة الغزالية جبرية وهذا ديدن الامر منذ بداية التاريخ الى يومنا هذا.

من قال بالتواؤمية فهو جبرى عند خصومه. اذن لنحتضن مصطلح الجبر و ننتهى من هذه التهمة التى نرمى بها فى كل حين.

اذن اذا كان الجهم قال بالجبر و السنة قالت بالجبر المقنع فماذا اذن فعل فعلا الجهم بن صفوان ليستحق كل هذا التنديد.

كما ان الموضوع فى الحقيقة ليس فيه اى مهرب فاما ان تقول بالجبر المحض كما قال الجهم او تقول بنوع من التواؤمية كما قال بقية المسلمين و منهم حتى المعتزلة فهم تواؤميون على الارجح و كل ذلك الحديث عن خلق فعل العباد المنسوب اليهم هو مبالغة فى الامر. فقط الفلاسفة تحرريين فعلا و ربما المعتزلة ايضا لا يهم فهى ليست جريمة فى آخر المطاف.

اذن اين سيذهب ابن تيمية فى هذا الموضوع فهو يقينا بين الامرين و عليه فهو ايضا تواؤمى حتى لو ضحك على الغزالى. وهو قد تكلم صراحة عن مصطلح الجبر و قال لا نرفضه مطلقا فهو ذكى جدا يعرف اين يضع رجله و كيف يضعها.

واظن ان ابن القيم و هو أول و آخر التيميين الحقيقين فهم هذا الامر جيدا (فهو عبقرى ايضا) و لهذا فهم ان الثواب و العقاب ليسا بمطلقين و قال بفناء النار وهى ايضا احدى افكار الجهم البدعية الاساسية.

اذن فعلا ماذا فعل الجهم. هو قال بالجبر فقلتم بالتواؤمية التى هى تخفيف للجبر. وقال بفناء النار فلم يتجرأ على القول بها عند السنة الا امامهم الثانى ابن القيم ربما متابعا لشيخه فهذا ايضا غير مستبعد.

والضحك و الاستهزاء فى هذا الامر مستشرى. فكانط التحررى يضحك على ليبنيز و هيوم التواؤميان وهى قصة اخرى سنحكيها فى يوم آخر. وليبنيز صاحب المونادة monad يضحك على الجوهر الفرد الفلسفى و على الذرة الفيزيائية و الموناد ليس شيئا آخر الا جوهر فرد و لو انه من اغرب البناءات العقلية التى يمكن ان تقرأ عنها لانها من بنات افكار ليبنيز العبقرى الذى قرأ ارسطو باكمله وفهمه قبل ان يتجاوز ال 12 من العمر فذلك كان قرآنه.

ومن اشهر الفلاسفة الذين قالوا بالجبر المحض و هو من اشهر الفلاسفة قاطبة هو سبينوزا استاذ ليبنيز الذى قال ايضا بالمونيزم وهو وسط ايضا بين المادية و المثالية. ونظيره عندنا ابن عربى (وهو عبقرى فذ من نوع آخر) الذى قال بوحدة الوجود و هى نظير المونيزم السبينوزى و قال ايضا بالجبر المحض على التحقيق بقوله بفكرة الفناء فى الله و ان كل شيء يجرى نحو الله قسرا و قهرا (النقطة اوميغا

الكوسمولوجية-الكمومية التى سنشرحها بعد قليل).
اذن الجبر ثم التواؤمية ثم التحررية.

اما التحررية فالميكانيك الكمومى يسمح لنا بالبرهان عليها فى مبرهنة لكونواى Conway وهو رياضى عبقرى و كوشن Kochen التى تنص انه اذا افترضنا البديهيات الثلاث التالية:

-بديهية السبين Spin وهى تخص السبين او عزم اللف و خواص رصده فى الميكانيك الكمومى (هذه هى مبرهنة كوشن-سباكر). هنا يدخل السبين و الرصد الكمومى.

-بديهية التوين Twin وهى تخص التشابك الكمومى اى امكانية وجود جمل رغم انها مشكلة من جسمين او اكثر الا انها تتصرف فعلا و حقيقة و كانها جسم واحد و وحيد. هنا يدخل التشابك الكمومى.

-بديهية الفين Fin وهى تخص السببية الفعالة effective causality اى السببية الناجمة عن النسبية الخاصة و التى تنص على ان هناك سرعة قصوى (ليست بالضرورة سرعة الضوء) لانتشار المعلومات. وهذه البديهية لا يمكن التحقق منها تجريبيا مباشرة. وهنا تدخل النسبية التى فى الفيزياء تعنى ضمانها للسببية.

اذن اذا افترضنا ان بديهيات السبين و التوين والفين هى بديهيات صحيحة فاننا يمكن ان نبرهن مباشرة ان الانسان و الجسيم الاولى يتميزان بخاصية مشتركة هى بالضبط الارادة الحرة.

وهذا من اعجب ما يمكن ان يقرأ على الاطلاق!.

اذن الميكانيك الكمومى يقول انه اذا كان الانسان الحر فان الجسيم الاول ايضا حر و بنفس المعنى.

الآن حان دورى لاستنتج شخصيا الآتى.

لان الجسيم الاولى لا يتميز بوعى اذن هو ليس بحر يقينا فالانسان رغم انه يتميز بوعى الا انه هو الآخر مثل الجسيم الاولى ليس بحر.

اما من ناحية علوم العصبونات و علوم الاستعراف فكل التجارب (وهى تجارب) تؤكد التواؤمية و قد تكلمت عن هذا بالتفصيل من قبل و لا اريد ان اكرر. اذن فى تلك التجارب لو تذكرتم فان كمون التهيؤ readiness potential فى الدماغ يبدأ فى التصاعد قبل ان يصبح الشخص قيد التجربة واعيا باختياره الذى يختاره (وهو فقط رفع اليد) بمحض ارادته اى قبل ان يصبح العقل واعيا بالفعل.

اليوم اعطى نموذج رياضى جديد (اظنه اول مرة يقترح بهذا الشكل) للارادة التواؤمية.

نأخذ جسيم اولى هو الالكترون الذى يخضع للقوة المهرومغناطيسية. من خواص القوة الكهرومغناطيسية انها تضعف من اجل المسافات الطويلة. اذن يصبح الالكترون حر من اجل هذه المسافات. اما من اجل المسافات القصيرة فانه من المعروف ان نظرية الالكترودیناميك الكمومى-التى تصف الكهرومغناطيسية الكمومية عند هذه المسافات- تنهار لانها تلاقى ما يسمى قطب لانداو. اذن الالكترون غير معرف اصلا من اجل المسافات القصيرة جدا.

تصوروا الانسان فى المجتمع هو الكترون. اذن القوة الكهرومغناطيسية تعطى الفهم الحدسى لحرية الارادة التى نمتلكها كلنا. عندما يكون الفرد بعيدا عن كل مؤثرات المجتمع و بعيدا عن بقية الافراد فهو فعلا حر (حى بن يقظان). لكن لما تضيق الدائرة حول فرد ما عن طريق اقتراب المجتمع (الاقتراب المجازى بالحقوق و الواجبات) منه بشكل مفرط فان تصرفه يصبح غير معرف.

اظن أن هذا فهم حدسى لكن الحدس ليس هو المعيار بل على العكس.

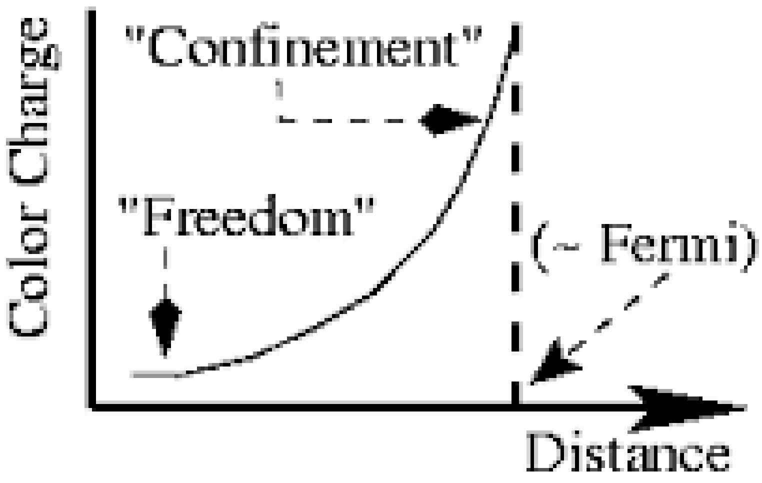
اظن ان الكوارك و هو جسيم اولى آخر لكنه نووى يخضع للقوة النووية القوية يعطى نموذج افضل بل النموذج الحقيقى لتصرف الانسان. الكوارك يخضع للقوة النووية القوية مثلما ان الالكترون يخضع للقوة الكهربائية. اما القوة النووية القوية فهى تتميز بشيئين غائبين تماما فى القوة الكهربائية. اولا من اجل المسافات الطويلة فان الكوارك يعانى من شيء يسمى الحبس اللونى color confinement اى ان القوة النووية القوية تتزايد بشدة و يصبح الكوارك محبوس تماما داخل الحالات المرتبطة التى يعيش فيها. وهذا فعلا عكس الحدس. اما من اجل المسافات القصيرة فان الكوارك يعانى من شيء اسمه الحرية المقاربة asymptotic freedom اى ان القوة النووية القوية تصبح ضعيفة جدا و يصبح الكوارك حرا.

اذن الكوارك يعيش بين الحرية المطلقة (الحرية المقاربة) من اجل المسافات القصيرة و الجبر المطلق (الحبس اللونى) من اجل المسافات الطويلة. انظر الصورة.

وهذا هو الانسان فى الكون فهو بين الحرية المطلقة من اجل المسافات القصيرة (فهو مسيطر اكثر كلما ضاقت الدائرة حوله من الدولة الى المجتمع الى القرية الى الاسرة) و بين الجبر المطلق من اجل المساقات الطويلة (من الاسرة الى القرية الى المجتمع الى الدولة الى الكون). وهذا هو نموذجى الرياضى للتواؤمية. فالانسان مثل الجسيم الاولى تواؤمى. والانسان حقيقة و فى الاخير لا هو حى (مجبر) و لا هو يقظان (حر).

بين العقل و الكون

شيئ يحيرنى دائما هو قول الله سبحانه و تعالى: لخلق السموات والأرض أكبر من خلق الناس ولكن أكثر الناس لا يعلمون.



شكل 6.4: الجسيم الاولى بين الحبس اللونى والحرية المقاربة.

اذن حسب هذه الآية الكريمة فإن خلق العالم أكبر من خلق الانسان. وشخصيا كنت دائما أظن ان الانسان بروحه و عقله اكبر خلقا من الكون. لكن يبدو انى كنت ذاهلا فقط عن الحقائق العلمية البسيطة التالية.

-اولا: الكون و الانسان يشتركان فى المادة و هى تتصرف حسب القوانين الكمومية. وهى القوانين التى تتحدى عقلانية العقل. الكون و العقل متساويان من هذه الناحية.

-ثانيا: الكون يزيد على الانسان حتى من الناحية المادية لان 95 بالمائة من مكونات الكون هى مادة مظلمة زائد طاقة مظلمة و هذه لا تدخل فى تكوين الانسان المادى الذى تدخل فيه فقط المادة المضيئة. اذن الكون يتفوق على العقل من هذه الناحية.

-ثالثا: الانسان يتميز بالروح و العقل. لكن الكون يتميز بالمكان و الزمان. هل المكان شئ بسيط فى هذا الكون؟. هل فعلا نفهم حقيقة الاعداد الفلكية للمكان؟. تلك الاعداد هى اقرب شئ لدينا للمفهوم الغريب الآخر المفهوم الرياضى للمالانهاية.

-رابعا: ثم الزمان أليس هو أمر احتار فى تناوله العقل مثلما احتار العقل فى تناول العقل؟.

لو ركزنا اكثر و تأملنا الامر لوجدنا ان المشاكل العقلية التى نتورط فيها عند تفكيرنا فى الزمن تضاهى و ربما تزيد عن المشاكل العقلية التى نتورط فيها عند تفكيرنا فى العقل و الوعى و غيرهما.

ثم ألا نرى ان السباق المحموم بين الزمن و العقل يغلب فيه الزمن أكيد. فالعقل يقاس فى الزمن و ليس العكس.. والعقل اذا قسناه بوجود الكون نفسه فله نهاية. فالكون تقول الفيزياء الحديثة له عمر محدود يسمى التجمد الاعظم big freez او التمزق الاكبر big rip او السحق الأكبر big crunch. و سيفنى الانسان و عقله, الذى تسبب لنا بكل هذه المشاكل و غيرها, قبل أن يدرك الكون تلك المرحلة من عمره لا محالة. وكل ذلك اذا لم يرد الله شئ غير ذلك قبل ذلك.

-خامسا: لكن يبقى اغرب ما فى العقل هو ذاتيته وادراكه لنهايته اى الموت. هل يدرك الكون نهايته. لا أدرى و لا اعتقد ذلك. أليس بسبب هذا الفرق فى الادراك للنهاية يقول كثير من الانسان يوم القيامة بعد فوات الاوان: يا ليتنى كنت ترابا. لكن رغم هذا فإن نهاية الكون يعنى نهاية الزمان نفسه و هذا من ابلغ ما يكون. اذن ربما هو لا يحتاج ان يدرك نهايته لانها هى النهاية التى ليس بعدها شئ.

والله لم أستطع أن افهم أى شيئ من هذه الامور. لكن سأبقى أحاول. لاننى بكل بساطة لا أمل و لا أكل.

لكن الذى يبدو انى توصلت اليه ان الزمان اكثر اساسية من العقل. وقد افترضت ضمنيا كبقية الفيزيائيين ان المكان يختزل للزمان وقد أغير رأيى و ارجع الى رأى سبينوزا. وفى منشور آخر لى كنت قد بينت ان الارادة اكثر اساسية من العقل ايضا. يبقى السؤال الاساسي من الاكثر اساسية الزمان ام الكمومى؟

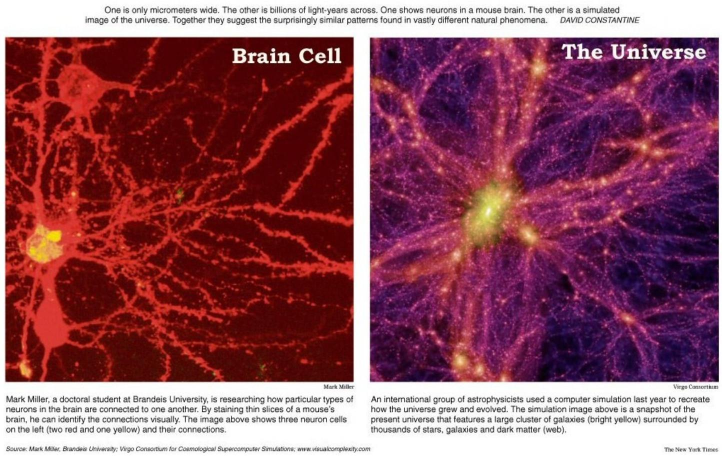
14.4.4 محاولات فى التأويل الفيزيائى

الثقوب السوداء و معضلة الرؤية

المعتزلة على لسان زعيمها الأستاذ النظام تقول: الله ليس فى جهة و فقط من فى جهة يمكن ان يُرى و بالتالى فان الله لا يُرى.

الحنبلية تقول على لسان زعيمها شيخ الاسلام ابن تيمية: الله يُرى ومن ليس فى جهة لا يمكن ان يُرى اذن الله فى جهة.

الاشاعرة تقول على لسان زعيمها حجة الاسلام ابى حامد الغزالى: الله ليس فى جهة ورغم ذلك فان الله يُرى لانه ليس كمثله شئ.



شكل 7.4: صورة مأخوذة من .http://sprott.physics.wisc.edu/pickover/pc/brain-universe.html

اذن ضمنيا -وهذه احدى ملاحظاتي الاساسية دائما- ان الالتقاء بين المعتزلة و الحنبلية ليس بذلك البعيد الذى يظنه الناس فكلا الفريقين يعتقد ان كل موجود يمكن ان يُرى يجب ان يكون فى جهة حتى يُرى. أما الاشاعرة فقد ميزت كما يقول الغزالى -وهو لفظه- بين المُتوهم فى الذهن الذى ليس له حقيقة فى الخارج و بين المُتعقل الذى حقيقته فى الخارج موجودة اما حسية او غيبية. فالله سبحانه و تعالى موجود اذن هو يُرى و لانه غيب الغيوب ليس كمثله شئ رؤيته ليست بالضرورة كرؤية غيره من الموجودات اى ان رؤيته لا تتطلب بالضرورة الجهة كما توهم كل من المعتزلة و الحنبلية.

والجهة نقص بداهة.

اذن الله موجود ليس موجود فى جهة عقلا و يُرى نصا رؤية ليس كمثلها شئ لان الله ليس كمثله شيء.

مرة أخرى لن اناقش الله سبحانه و تعالى غيب الغيوب اكثر من هذا لكن سأناقش مثال مادى محسوس.

كمثال مضاد لفكرة المعتزلة و الحنبلية -فى ان الجهة تستلزم الرؤية و فى ان الرؤية تتطلب الجهة- اعطيكم اليوم مثال الثقب الاسود. افق الحدث هو الكرة المحيطة بالثقب الاسود الفاصلة بين منطقة العودة و منطقة اللاعودة. افق الحدث موجود فى جهة لا ريب. لكن اى جسم ساقط فى الثقب الاسود لا يمكننا ابدا ان نراه يعبر افق الحدث رغم اننا متأكدين من انه يعبر افق الحدث فى زمن محدود. اذن ماوراء افق الحدث هو موجود وهو موجود فى جهة لكن لا يمكن رؤيته ابدا. وهذا رغم انه مادى اى مثله شئ و ليس ليس كمثله شئ مثل الله سبحانه و تعالى!.

الموت الحرارى للكون

والشمس تجرى لمستقر لها. اذن هى تجرى و هذا ما نراه. لكن لمستقر لها هذا ما نراه فقط فى الفيزياء فى النموذج المعيارى الكوسمولوجى الذى ينص على ان اكثر النهايات احتمالا للكون هى الموت الحرارى heat death او التجمد الاكبر big freez و فى هذه السيناريوهات الاكثر رجحانا فان توسع الكون سيتواصل الى مالانهاية و سيتواصل انخفاض درجة حرارته الى مالانهاية.

لكن حتى قبل بلوغ تلك المالانهاية -اذا كان ذلك اصلا ممكنا او ذى معنى- فان توزيع كمية الحرارة فى الكون يصبح منتظما لا يحتوى على اى تدرج وبالتالى يستحيل معه توليد اى عمل ونتوقف الحركة تماما فى الكون بمعنى يتوقف تصنيع النجوم و غيرها. آخر ما يبقى هم الثقوب السوداء. لكن هى الاخرى سوف تتلاشى عبر اشعاعات هاوكينغ بعد دهور سحيقة اخرى. وبعد ذلك لن تبقى الا الفوتونات و الالكترونات تسبح فى الكون حرة تماما لا تلتقى و تصطدم ابدا بسبب الحجم الخيالى الذى يكون قد بلغه الكون حينئذ. الشمس تكون قبل هذا الزمان بدهور طويلة قد بلغت مستقرها بعد ان تكون تحولت الى قزم ابيض او نجم نيوترونى او ثقب اسود ثم تلاشى كل ذلك. هذا هو مستقر الشمس و غيرها وهو الموت الحرارى للكونى.

الجنى الكمومى و الانسى الذى سخَر الكمومى

و يقول الله سبحانه و تعالى: قال عفريت من الجن انا آتيك به قبل أن تقوم من مقامك. قال الذى عنده علم من الكتاب أنا آتيك به قبل ان يرتد اليك طرفك.

يقول الفخر الرازى:

العفريت من الشياطين الخبيث المارد.
من مقامك فالمعنى من مجلسك.
الذى عنده علم هو سليمان و هو ترجيح الفخر و البعض قال هو ملك و الاغلبية قالت هو انسان.

أما الكتاب فهو اللوح المحفوظ او كتاب سليمان لكن الاغلبية قالت انه اسم الله الاعظم الذى وقعت الاجابة به من الله فى اسرع الاوقات.

أما قبل ان يرتد اليك طرفك ففيها وجهين اما المبالغة فى السرعة لكن الفخر رجح الوجه الثانى انها سرعة حقيقية يقول: "ههنا سؤال: وهو أنه كيف يجوز والمسافة بعيدة أن ينقل العرش في هذا القدر من الزمان، وهذا يقتضي إما القول بالطفرة أو حصول الجسم الواحد دفعة واحدة في مكانين. جوابه: أن المهندسين قالوا: كرة الشمس مثل كرة الأرض مائة وأربعة وستين مرة، ثم إن زمان طلوعها زمان قصير. فإذا قسمنا زمان طلوع تمام القرص على زمان القدر الذي بين الشام واليمن كانت اللمحة كثيرة فلما ثبت عقلا إمكان وجود هذه الحركة السريعة، وثبت أنه تعالى قادر على كل الممكنات زال السؤال".

شخصيا مازلت محتار. لذا سأسمح لنفسى بالاجتهاد. هل هذا الذى حدث معجزة او كرامة او علم. أما كونها معجزة او كرامة فهذا مستبعد لان العفريت خبيث لكنه يقدر علي هذا الامر اذن لا يمكن ان يكون مؤيد بالمعجزة او الكرامة. وكون الذى اقترحه العفريت ليس بكرامة او معجزة يعنى ان المعارضة من قبل الذى عنده علم لا يمكن ان تكون معجزة (جبريل او سليمان) او كرامة (جبريل او ولى). اذن هو علم. والقرآن يقول الذى عنده علم. أما لفظ الكتاب فالتفسير خلافى جدا هنا. اذن ليس هو بالضرورة اللوح المحفوظ و لا كتاب نبى.

اذن الذى اقترحه العفريت الخبيث هو ايضا علم بمعنى انها من طبيعته التى تسمح له بعبور المسافات و نقل الأشياء بسرعة هائلة. فلا يوجد خرق للطبيعة هنا. واذا كنا سنقبل بوجود الجن فعلينا ان نقبل ايضا انهم خاضعون للطبيعة مثلما اننا خاضعون لها. ولربما طبيعتهم الكمومية هى التى تسمح لهم بفعل اشياء لا نقدر عليها نحن.

ثم يأتى الذى عنده علم من الكتاب. أما هذا فهو انسان تحكم بواسطة العلم فى الطبيعة التى تأتى للعفريت بصورة طبيعية و سخرها لفعل هذه الاشياء التى تبدو خارقة لمن لا يعرف اسبابها الفيزيائية. اذن كما ان الطائر يطير بجناحيه لانها طبيعته فان الانسان الذى تحكم فى الطيران يستطيع ان يفعل بالطيران اكثر بكثير مما يفعله الطير. نفس الشيء بالنسبة لهذا الجنى الذى ينقل الاشياء بطبيعته الكمومية او ربما الكمومية الثقالية لكن ذلك الانسى لانه تحكم فى الطبيعة الكمومية او الطبيعة الكمومية الثقالية فانه يستطيع ان يفعل افضل بكثير مما يفعل الجنى. والله اعلى و اعلم.

وماذا تعنى السبعة التى فى السموات السبعة؟

وماذا تعنى السبعة التى فى السموات السبعة؟ ولماذا تقرن هذه السماوات دائما بالارض؟

نظرية الوتر -وهى اكثر النظريات اساسية فى الفيزياء- تقول ان الفضاء هو تسعة ابعاد و ليس ثلاثة. ثم نضيف الزمن فيصبح الفضاء-زمن عشرة ابعاد و ليس اربعة.

نحن نعيش على ما يسمى براين brane فى هذا الفضاء-زمن و البراين هو سطح او حجم جزئى فى الفضاء-زمن قد يكون له اى بعد.

لكن هذا البراين الذى نعيش عليه له من الابعاد ثلاثة و لهذا فاننا نرى ثلاثة ابعاد مكانية فقط. حتى تتصوروا هذا البراين تصوروا و كأننا نعيش على مستوى متموضع مثلا داخل الفضاء الثلاثى. اذن نحن على هذا المستوى لا نرى البعد الثالث للفضاء العمودى على المستوى و لا يمكننا الا ان نرى ابعاد المستوى الذى نعيش عليه. نفس الشيء نحن نعيش على البراين و لا نرى الا ابعاده الثلاثة و لا يمكننا ان نرى الابعاد الستة الاخرى العمودية. اذن هذه الابعاد الستة الاخرى وهى ما تسمى بالابعاد الاضافية extra dimensions هى عالم كامل مخفى عنا لا نتصل به الا عبر قوة الثقالة.

فقوة الثقالة يمكنها ان تتسرب الى الابعاد الاضافية مما يتسبب فى تمييع رابط اقترانها coupling constant اى شدتها ولهذا نرى ثابت نيوتن فى عالمنا ضعيف جدا فضعفه اذن راجع الى كون قوة الثقالة تؤثر فى كامل الجسد bulk -هكذا يسمى- والجسد هو كل الفضاء-زمن خارج البراين الذى نعيش عليه. اما القوى الثلاثة الاخرى فهى محبوسة على البراين ولهذا فهى تبدو اقوى من قوة الثقالة.

اما لماذا الامر؟.

لأنه فى نظرية الوتر فان الثقالة يعبر عنها بالاوتار المغلقة التى لها الحرية ان تنتشر فى الجسد و لهذا فان قوة الثقالة تؤثر فى الجسد كما تؤثر على البراين و كل هذا لان الوتر المغلق هو الذى يمكنه ان يحتوى فى طيفه على قوة الجذب الثقالية (اى على جسيم الغرافيتون).

اما القوى الثلاثة الاخرى فهى يعبر عنها فى نظرية الوتر بالاوتار المفتوحة التى يجب ان تنتهى اطرافها على البراين. فنظرية الوتر تحتم على الوتر المفتوح ان تنتهى اطرافه على البراين و الوتر المفتوح هو الذى يحتوى فى طيفه على القوى المعيارية (اى الجسيمات البوزونية الشعاعية vector bosons) ولهذا فان الوتر المفتوح هو الذى يؤدى الى قوى الكهرومغناطيسية و النووية الكبرى و النووية الاشعاعية.

آتى الى محاولة اخرى من محاولاتى فى التفسير.
البراين اى الابعاد الثلاثة التى نراها x و y و z هى السماء الاولى.
البعد الرابع هو السماء الثانية.
البعد الخامس هو السماء الثالثة.
البعد السادس هو السماء الرابعة.
البعد السابع هو السماء الخامسة.
البعد الثامن هو السماء السادسة.
البعد التاسع هو السماء السابعة.
وهذه المحاولة الأولى.
الآن لو استخدمنا:

-اولا المبدأ الانطروبيكى anthropic principle (أنظر لاحقا) الذى ينص على ان الارض رغم انها ليست مركزية فى الكون كما قال كوبرنيكوس الا انها مميزة لان الحياة العاقلة تطورت عليها فى هذا الوقت بالضبط من عمر الكون حتى ترى الكون المرصود بقوانينه و ثوابته المدوزنة fine-tunned فهى لم تكن لتستطيع ان تتطور فى اى وقت آخر لترصد لان الكون ما كانت ستسمح ظروفه اصلا بذلك.

وهذا ما نأخذ فقط من المبدأ الانتروبيكى و هو فى الحقيقة اقوى نقطة فيه.

-ثانيا الميكانيك الكمومى حسب تفسير كوبنهاغن ضمنا و تفسير فيغنر-نيومان صراحة ينص على ان الرصد يتطلب الراصد العاقل و ان الرصد هو الذى يتسبب فى وجود المرصود.

من المسلمة الثانية اذن نستنتج ان رصد الابعاد الاضافية العمودية على البراين الذى نعيش فيه يتطلب راصد عاقل وهذا لا يمكن ان يتم الا على الارض من المسلمة الاولى لانه فقط على الارض توجد يقينا الحياة العاقلة فى هذا الوقت من عمر الكون (الحياة العاقلة يمكن ان توجد فى اماكن اخرى لكن هذا مستبعد ضمنيا من المبدأ الانطروبيكى). بعبارة اخرى فان الارض التى تقع على البراين هى المنفذ الوحيد فى هذا الكون المرصود على الابعاد الاضافية. وهذا هو تفسير لماذا يقرن الله فى القرآن دائما السماوات بالارض رغم علمنا -وحتى القدماء كانوا يعلمون هذا- ان السماوات اكبر بكثير من الارض و ان الارض مهملة بأى مقياس امام شساعة الكون و عظمته وهوله.

اذن المبدأ الانطروبيكى (الحياة العاقلة على الأرض) و الميكانيك الكمومى (الرصد يتطلب الوعى) و نظرية الوتر (الابعاد الاضافية) تجعل الارض على نفس اهمية السماوات فهى نافذة على ستة ابعاد اضافية.

15.4.4 معضلة الشر

واذا كان الله هو الرحمن الرحيم المحب الودود المحسن العادل الكامل فلماذا نجد فى هذا الكون كل هذا الشر و العذاب و الألم و المرض و الظلم؟. هذا ما يسمى بمعضلة الشر.

جواب الغزالى هو ان الله لا يفعل لغرض (ما يسمى العلة الغائية) موجود فى الذهن متقدم عن الفعل لكن المصلحة (جائزة و ليست واجبة فى حق الله سبحانه و تعالى) مستتبعة للفعل موجودة فى الخارج. اى انه رغم ان الله لا يفعل لغرض و علة غائية لكن فعله مستوجب للفائدة او الغاية و هو ما يسمى الحكمة. لهذا يقول الغزالى ان الله سبحانه و تعالى لا تتخلف الحكمة عن افعاله و لا يقول ان فعله لا يتخلف عن الحكمة.

جواب غيره ممن يقول ان الله يفعل لحكمة غير مفهوم عندى. و (غير المفهوم) اكثر من (غير المقبول). فاننا نفهم اولا حتى نقبل او لا نقبل. لكننا اذا لم نفهم فاننا نتوقف عن التعليق وهذا موقف معرفى قوى جدا تعلمته من ليبنيز.

وهذا الموقف الضد-غزالى يشترك فيه الجميع: المعتزلة الذين ينفون كل الصفات و التيمية الذين يثبتون كل الصفات (و منها صفة الحكمة) و الفلاسفة الذين يعطلون و يجبرون الله سبحانه و تعالى.

لكن وجدت ليبنيز يقدم محاولة جادة عميقة لأنه يقول بمبدأ العلة الكافية (اذن هو مناقض للغزالى لانه لا يفرق بين العلة الغائية من جهة و الغرض و الحكمة التى هى الفائدة و الغاية من الجهة الاخرى وهو فى هذا يشبه المعتزلة و التيمية و الفلاسفة).

يقول ليبنيز فى معضلة الشر الآتى:

اولا العقل الانسانى لا يدرك الا جزءا ضئيلا من الكون و بالتالى فان الحكم بان الشر يطغى على كل الكون هو جرأة من العقل ليست فى محلها فنظام الكون الحقيقى يتعدى قدرتنا على الحكم عليه . ويعطى مثال اللوحة الفنية التى لا نستطيع ان نرى الا ركن صغير منها.

ثانيا افضل كون ممكن (وهو احد مصطلحات ليبنيز. و هو يقول اننا نعيش فى افضل كون ممكن) لا يعنى ان الشر منعدم او صفر لكن يعنى ان قدر اجمالى من الشر اقل من الموجود مستحيل.

ثالثا حسب الافلاطونية المحدثة (افلوطين, اوغستين, ابن سينا) فان الشر هو نفى (اى القضية الضدية) للواقع المطلق الايجابى. ولأن كل المخلوقات نسبية و محدودة و غير مثالية فانه من الضرورى ان تميز بالشر.

16.4.4 فلسفة الموت

حول الموت و الوعى و قول القائلين ان الله ليس بجسم و لا بعقل

اولا عند العلم التطورى فان المادة هى الجوهر الوحيد الذى يُختزل له كل شيء آخر فى هذا العالم ومن ذلك الوعى و العقل فهما من مظاهر المادة عرفنا ذلك او جهلناه. ثم ان العلم يقول ان المادة لا يمكن ابدا ان تفنى. اذن مادة اجسامنا عندما نموت لا تفنى ابدا. اذن الوعى و العقل من المادة ولهذا فهما لا يفنيان ابدا (وهذه النتيجة الاولى).

اذن اين يذهب الوعى المادى و العقل المادي بعد ان نموت؟.

الغريب ان العلم يقول ان الوعى بعد الموت ينحدر فى حالة تسمى التلاشى oblivion. والذى افهمه من هذا المصطلح ان الوعى و العقل ينحدران الى حالة من اللاشيئية او العدم.

اذن بعد الموت فان العلم التطورى يقول ان الوعى لا هو موجود و لا هو معدوم وهذا هو اللاشيء (الاشاعرة) او انه يقول ان الوعى معدوم اذن هو شئ لكنه غير موجود (المعتزلة). فى كلتا الحالتين فان الوعى بعد الموت هو غير موجود (و لا يهم اذا كان شيئا او لا شئ) وهذا متناقض تماما مع عدم فناء المادة المشكلة للوعى اساسا و ابتداءا. اذن اما ان الوعى غير مادى و عند ذلك يصبح لهذا الرأى معنى اى ان الوعى لا شيء او معدوم بعد الموت. اما اذا اصر العلم التطورى على ان الوعى مادى و ان المادة لا تفنى بعد الموت فان قولهم ان الوعى غير موجود بعد الموت هو تهافت ما بعده تهافت.

ثانيا اذن حسب العلم التطورى فان الموت هو ليس انعدام الحياة لكن الموت هو انعدام الوجود. فان وجودنا فى الوعى اكثر من وجودنا فى المادة و الوعى يفنى على رأيهم (بالمعنى اعلاه) اما المادة فهى باقية (وهذه مختلفة عن قضية ازلية المادة). اذن الموت هو ليس نقيض الحياة بل هو نقيض الوجود (وهذه النتيجة الثانية).

اما الرأى الآخر الذى يمكن ان يُجيب به العلم التطورى فهو كالتالى: لان مادة الجسم لم تفنى بعد الموت اما وعيه فقد فنى فهذا يعنى اننا بعد الموت فى منزلة بين المنزلتين وهذا مصطلح معتزلى مشهور لا يمكن الاعتراض عليه بما عرفناه من العلم و العقل و الحس فى هذا الزمان فهناك كثير من المنازل بين المنزلتين (وهذه النتيجة الثالثة). و هو رأى وسط يُعجبنى (وتذكروا ان الاعجاب عندى شيء و الاقتناع شيء آخر).

ثالثا لو تذكرنا صفاته سبحانه و تعالى فانه ليس من صفاته الجسم وليس من صفاته العقل و الوعى. اذن الله ليس جسما واعيا عاقلا. هذا يؤدى بى الى نتيجة اخرى ان الجسم و الوعى و العقل ربما كلها فعلا من نفس الاصل (المادى) و هذا لا يضر البتة فان المادة ليست هينة على الاطلاق و غموضها و غرابتها لا يستهان بهما. تذكروا الميكانيك الكمومى: وهذه ملاحظة الفيلسوف لوكوود Lockwood.

اذن لربما نفى الله سبحانه و تعالى عن نفسه الجسم و العقل و الوعى هو لانها كلها صفات نقص فى حقه سبحانه و تعالى فهى كلها مغرقة فى العالم السفلى المادى. اذن لربما العلم قد يكون فى الاخير محقا فى ان العقل و الوعى يجب ان يُختزلا الى المادة فى الاخير و لربما رأى الصوفية و المثالية هو الاصح فى ان الجوهر الوجودى الاساسى هو لا عقل و لا مادة بل هو شيء آخر.

نموذج رياضى للموت

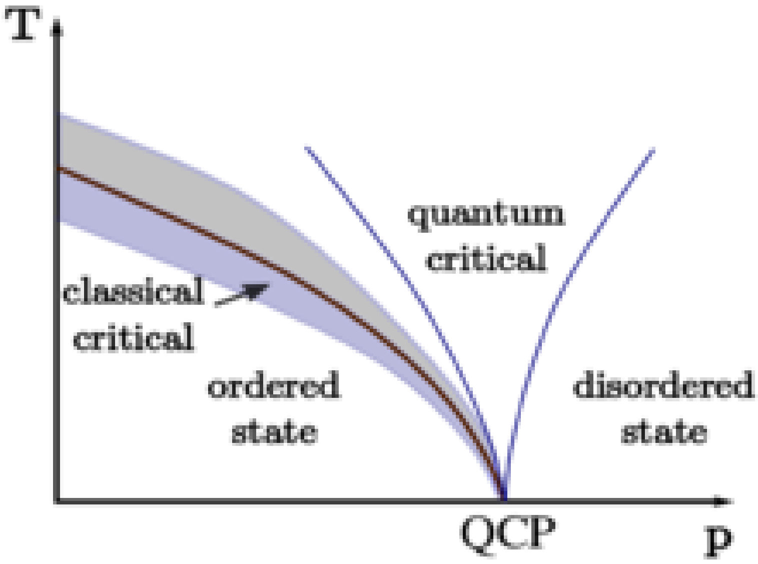
حجة الاسلام الغزالى رحمه الله فى تصوره للموت قارن نسبة الوعى الانسانى بعد الموت الى وعيه فى حياته بنسبة الوعى الانسانى فى يقظته الى وعيه فى منامه. اى ان الانسان عندما يموت سينظر الى وقته عندما كان حيا مثلما ينظر الانسان اليقظ الى وقته عندما يكون نائما. اذن الموت هى حالة اعلى من الوعى و الادراك فى الانسان اعلى من حالة وعيه و ادراكه حال حياته مثلما ان حالة وعيه حين يقظته اعلى من حالة وعيه حين نومه.

اذن الوعى دائما يزيد و لا ينقص.

لكن من الجهة الاخرى نحن نعرف بحدسنا وايضا هناك فى المصادر ان الموت يشبه النوم والقرآن يذكر ذلك صراحة: الله يتوفى الأنفس حين موتها والتي لم تمت في منامها فيمسك التي قضى عليها الموت ويرسل الأخرى إلى أجل مسمى إن في ذلك لآيات لقوم يتفكرون. اذن الموت بالنسبة للحياة مثل النوم بالنسبة لليقظة.

اذن هناك تناقض بين النظرتين.

ساحاول ان استخدم الفيزياء لمحاولة وضع نموذج او فهم لهذا الامر العميق وسترون انه ليس هناك اى تناقض بل تكامل تام.
اولا اعتقد فعلا ان الموت مثل النوم بل هو حالة اعمق من النوم. الموت و النوم هما تحولان طوريان phase transitions اذا استخدمنا المصطلحات الفيزيائية فاننى اقول ان النوم هو مقابل لدرجة حرارة غير معدومة اما الموت فيقابل درجة حرارة تساوى الصفر المطلق الرياضى. هنا درجة الحرارة ليست هى درجة حرارة الجسم لكن هى درجة حرارة العقل فهى اذن درجة حرارة ميتافيزقية.
لكن التحولات الطورية كلها تقع بين طور مرتب ordered phase و طور غير مرتب disordered phase و اقول ان الحياة هى الطور غير المرتب اما النوم فهو الطور المرتب و اما الموت فهو الطور اكثر ترتيبا.
اذن الذى يحدث هو انه عندما تنعدم درجة الحرارة الميتافيزقية فان الانسان يموت و يموت معه وعيه و ادراكه. لكن هناك تحول طورى آخر عند درجة الحرارة صفر الميتافيزيقية هذه يتم فيه المرور الى الحالة المرتبة مرة اخرى عن طريق تغيير الضغط او الحقل المغناطيسى الميتافيزيقيان. عندها نسترجع كامل وعينا و ادراكنا وربما افضل لان الذى نسترجعه هو ترتيب كمومى وليس ترتيب كلاسيكى. فكلاسيكيا لا يمكن ابدا ان يقع تحول طورى بين طور غير مرتب و طور مرتب عند درجة حرارة معدومة لكن كموميا يمكن ان يقع الامر عبر ما يسمى مكثفة اينشتاين و بوز.
اذن التقلبات الحرارية المسؤولة عموما عن التحولات الطورية الحرارية تعوضها التقلبات الكمومية للفراغ المسؤولة عموما عن التحولات الطورية الكمومية.
وحتى أؤكد لكم ان الصورة الميتافيزيقية اعلاه هى فى الحقيقة صورة فيزيائية حقيقية بالنسبة لما يسمى مكثفات بوز و اينشتاين Bose-Einsetin condensation و التحولات الطورية من الدرجة الثانية الكمومية quantum second order phase transitions انظروا المخطط الطورى لهذه التحولات التى تنبأت بها النظرية فى العشرينات و التى لم يتم اكتشافها تجريبيا الا فى تسعينات القرن الماضى فى الصورة.
هذا فعلا هى يوفر نموذجا رائعا لفهم الموت و كيفية بقاء الوعى بعد الموت.



شكل 8.4: التحولات الطورية من الدرجة الثانية الكمومية.

الموت افق كأفق الثقب الاسود

وكما ان الفيزياء تصمد عبر الافق -افق الثقب الاسود- لكن تتغير طبيعتها فان الحياة تصمد عبر الموت لكن تتغير طبيعتها. فالموت بالنسبة للانسان هو الافق الذى يفصل وجوده الى ما قبل و ما بعد. ولان الموت هو الافق فان دراسته هو اقرب شئ لدينا لادراك كنه الوجود و بناء ميتافيزيقا حقيقية.
دعنى اقدم مثالا فيزيائيا. افق الحدث هو الافق الذى يفصل الفضاء-زمن الى خارج الثقب الاسود و داخل الثقب الاسود. الكل متفق انه لا يمكننا ان نحصل على اى اشارة من داخل الثقب. لكن لا احد جاء و قال لنا ان داخل الثقب شيء آخر غير فضاء-زمن مثل الفضاء-زمن خارج الثقب لكن مع تأثيرات جديدة بسبب المفردة فى الوسط. ثم الاغلبية قالوا انه لا يمكن لاى شئ يعبر الافق ان يضيع حقا رغم انه سيذهب فى المفردة.

هؤلاء الفيزيائيون انفسهم يأتون بعد ذلك و يقولون لك الموت هو افق فاصل بين الحياة و اللاحياة و ان الانسان سيضيع بعد الموت. ألا ترون التناقض. قبلوا الامر الاول ورفضوا الثانى رغم انه فى كلا الحالتين لا يمكننا ابدا ان نتواصل مع ماوراء الأفق.

كل ما لدينا فى حالة الثقب الاسود هو الاشعاع الصادر من الثقب وقد كفاهم هذا الامر رغم ان هذا اشعاع ضئيل جدا. فمن اجل ابسط الثقوب السوداء سوف يستغرق عمر الكون كله و اكثر من اجل ان يتبخر الثقب الاسود بالكامل. اما فى حالة الموت فهم لا يرون انه لدينا اشعاع ايضا هو اشعاع النبوة و النبوات.

بين الموت و الفعل التواؤمى

ومن افضل مقارباتى الكلامية هو التركيز على آخر شيء فى علم الكلام القديم و محاولة البناء منه حتى الوصول الى اول شيء وهو الله. وآخر شيء فى الميتافيزيقا الاسلامية القديمة هو معضلة الموت.

وصلت الى ثلاث نقاط ان شاء الله جديدة:

-اولا الموت افق كأفق الثقب الاسود لا اقل و لا اكثر.

فنحن لا نحتار عندما نقول ان ما داخل الثقب الاسود لا يتواصل مبدأيا مع ما هو خارجه. لكننا متيقنون ان هناك داخل الثقب الاسود. فلماذا نحتار بخصوص الموت!. ماوراء افق الموت موجود لكن لا يمكن التواصل معه من الناحية المبدأية.

-ثانيا برهان الوعى الذاتى على الالهيات يعتمد على البرهان على وجود حياة بعد الموت.

-ثالثا الوعى لا يمكن ان يضيع وراء افق الموت لانه معلومات لا يهم اذا كان مادى او عقلى. فلماذا لا نقبل بضياع المعلومات فى الثقب و نرضى بضياعها فى الموت.

والنقطة الثالثة اذا تم بناؤها بشكل صحيح محكم فانها هى البرهان على النقطة الثانية.

واذا كانت النقطة الثانية صحيحة (فانها مع بديهية وجود الوعى الذاتى و مسلمة الفعل التواؤمى) تؤدى مباشرة الى وجود الله.

لكن هذا البرهان يعتمد على اقرار كل انسان بوجود وعى ذاتى بداخله. لكن ايضا يعتمد على الفعل التواؤمى لان نظرية القدر فى القرآن و كذا فى العلم التجريبى تنص كلها على ضرورة الفعل التواؤمى.

بطبيعة الحال هذه النقطة الاخيرة سيكثر المناوئين فيها خاصة من جهة تفسير النص القرآنى او من جهة اقرار الوعى الذاتى بالفعل التواؤمى رغم حكم العلم التجريبى الذى سوف يُخضع هو الآخر الى التأويل من قبل هؤلاء المناوءين.

النقطة أوميغا

اذن الواقع يأتى فى مراتب. وجود ثم حياة ثم وعى ثم عقل. وبعد العقل نعرف ان الصيرورة الميتافيزيقية (الحالة 1 و 2) و كذا الصيرورة الطبيعية (الحالة 3) تؤدى الى أحد ثلاثة امور:

-بالنسبة الى الصفوة من الناس نجد مرتبة النبوة.

-بالنسبة الى القلة من المتألهين نجد الكشف.

-اما بالنسبة لكل الناس نجد الموت.

فهى ثلاثة مراتب يُعتقد ان العقل يتطور بعدها الى مرحلة اعلى من الوعى و الادراك و التعقل. وهذه مراتب قد تكلم عنها الدين. لكن قد تكون هناك مراتب اخرى تكلم عنها الخيال العلمى الفلسفى -نعم هناك خيال فلسفى! وهذا مصطلحى- بناءا على العلم الفيزيائى و التطورى.

فمثلا قد نتطور الحياة و العقل على الأرض او فى مكان آخر من الكون (قبل ادراك الموت و دون مزية النبوة و مرتبة الكشف) الى مرحلة عليا يتوحد فيها الوعى الانسانى مع الوجود الالهى فى نقطة تسمى النقطة أوميغا. وهى فرضية بدون أى برهان تماما قد تكلم عنها عالم اصول الانسان الفرنسى اليسوعى بيار تياغ دو شاردان Pierre Teilhard de Chardin -وهو كان اول دعاة الخلق عبر التطور- ثم طورها بعده بشكل كبير -بالاعتماد على الميكانيك الكمومى و الكوسمولوجيا- الفيزيائى النظري فرانك تيبلر Frank Tipler.

لكن ادراك تلك النقطة قد يتطلب مليارات من السنوات اذن نحن سيدركنا الموت أكيد قبل ذلك بكثير و لن نحظى ابدا برؤية هذه النقطة التى سينعدم فيها الموت نفسه.

معضلة ضياع معلومات ميتافيزيقية

ما يضر الشاة سلخها بعد ذبحها.

هذا ما قاله ابن عمر رضى الله عنهما لاسماء بنت ابى بكر رضى الله عنهما بعد مقتل عبد الله بن الزبير رضى الله عنهما. أليس هذا يدل ايما دليل على ان ابن عمر وهو من علماء و عباد الصحابة الكبار يعتقد ان الانسان لن يضره اى شيء من عالم المادة بعد ان يموت.

لكن الانسان عقل و روح و دم.

وحتى لو كان العقل و الروح يُختزلان للمادة كما يحب ان يقول الماديون و الدهريون فان الذى سأقوله يبقى صحيح.

نحن نموت ونتبعثر ذراتنا مرة أخرى فى هذه الارض التى ستتبعثر ذراتها هى الاخرى فى هذا الكون بعد حين. لكن اين يذهب العقل و الروح اذا كانا مختلفان عن المادة او اذا كانا منبعثان من المادة لا فرق بين الحالتين.

فى كلتا الحالتين اين هما العقل و الروح بعد ان تبلى الاجساد و تتبعثر ذراتها فى هذا الكون الفسيح؟.

أكيد ان المادة لم تضع لكن ليس من الواضح ان العقل و الروح لم يضيعا.

أليست هذه معضلة ضياع معلومات اعقد من معضلة ضياع المعلومات فى الثقوب السوداء. لكن لا احد تكلم عنها بل بالعكس الكثير يراها امر عادى تماما. لكن هو ضياع للمعلومات لا ريب فيه. فنحن قبل ان نموت كنا عبارة عن مجموعة من الذرات نتفاعل فيما بينها بشكل معين ادت الى انبعاث أشخاصنا نحن بالضبط بعقولنا و أرواحنا ثم متنا. الذرات مازالت موجودة اكيد لكن اين هى تلك التفاعلات. تلك التفاعلات المعقدة التى تولدت عنها أشخاصنا هى معلومات هائلة ضاعت او هكذا يبدو.

اذن هذا الضياع الذى نتكلم عنه هو ضياع من وجهة النظر المادية البحتة: بمعنى اننا ناقشت هذا الامر من وجة نظر عالم الشهود و اردنا فهمه من وجهة نظر عالم الشهود فقط فتحصلنا على المعضلة.

الحل فى الحقيقة تعرفونه فلا شئ يضيع. لكن كثير منكم لا يريد ان يعترف و يقر الا بوجود عالم المادة عالم الشهود. وهذا احد حججى على ان هناك شيء فوق المادة وراء هذا العالم المادى.

هل يمكن قياس الروح؟

اذا كانت موجودة متصلة سببيا بالمادة فأكيد نعم لم لا!. هذا رأيى.

لكن لماذا لا يحاول أحد, خاصة فى الغرب, أن يقيس الروح. الجواب بكل بساطة لانهم لا يؤمنون بوجودها و يعتقدون ان الروح و العقل يجب اختزالهما للمادة فى الاخير. لكن رغم هذا هناك من حاول ولو انها محاولة غير علمية.

الطبيب دنكن ماكداول Duncan MacDougall فى عام 1901 حاول قياس كتلة الروح عن طريق وزن الجسم عند لحظة الوفاة مباشرة عند ستة اشخاص مسنين مرضى بالسل فى دار رعاية.

هذا الرجل يقول ان كتلة الروح تساوى 21 غرام وهى الكتلة التى انخفض بها وزن المريض الاول عند وفاته. القياسات الاخرى لم تؤكد هذه النتيجة و رغم هذا فإنه اصر فى تصريحه للصحافة أنه قد حدد كتلة الروح ب 21 غرام.

لا أحد يعترف بنتائج دنكن ماكداول لعدم علميتها وهذا واضح, لكن لا احد حاول محاولته هذه مرة أخرى, وهذا هو الذى اجده غريب الى حد ما. فهل هم خائفون من ان نكتشف الروح عبر قياسها. أليست الحقيقة لا تخشى البحث؟. واذا كانت الروح فعلا تختزل للمادة فهذا ايضا نريد ان نعرفه من التجربة و الحس لا كرأى دوغماتى آخر ثم يقولون عن آرائنا انها دوغماتية.

الزمن و الوعى و الموت

وعندما يموت الانسان ماذا يحدث للزمن الذى كان يشعر به وهو حى؟. وهو سؤال ميتافيزيقى ربما أسهل على العقل من السؤال المباشر الأصعب و الاعقد: ماذا سيحدث لذلك الانسان كله (وليس زمنه فقط) عندما يموت؟. و الاجابة عن السؤال الاسهل قد تساعد على الاجابة عن السؤال الاصعب و هذا معروف متعارف عليه.

الانسان أى انسان حسب قوانين الفيزياء هو راصد اما كلاسيكى او نسبى او كمومى وهذا امر مقبول جدا و يُعتد به. والانسان كل انسان هو مادة و وعى لا خلاف على هذا. لكن الخلاف هو حول الوعى.

هل الوعى يُختزل هو الآخر للمادة و يخضع بذلك لقوانينها الفيزيائية ام انه شيء منفصل تماما يخضع لقوانين نفسية تختلف عن القوانين الفيزيائية مازالت لم تُكتشف بعد؟

اذن يموت هذا الانسان الراصد. كيف سيشعر بالزمن بعد يوم, بعد اسبوع, بعد سنة, بعد عشرة سنوات, بعد قرن من يوم وفاته.

هل الزمن يمر او يتدفق بنفس الوتيرة ام انه لا يمر و لا يتدفق ام ان الزمن غير موجود أصلا.

الجواب الاول ان الموت هو نقطة التلاشى اذن لا يوجد شيء بعد الموت الا العدم. اذن فى هذه الحالة فان الراصد يتلاشى و لا يوجد رصد اذن لا يوجد عالم خارجى فهو نفس العدم الذى كان عليه الانسان قبل ان يولد. هل يتذكر الانسان مثلا الزمن سنة قبل

مولده, عشرة سنوات قبل مولده, عشرة سنوات قبل مولده.
بالنسبة لهذا الانسان فان العالم قبل ان يولد لم يكن فعلا موجود و كل من يقول -من دين و علم و تاريخ- ان هناك عالم قبل ان تولد هو قول فقط تقوم عليه القرائن لكن الحقيقة ان الزمن بالنسبة لهذا الراصد لم يكن موجودا قبل ولادته و بالتالى فالمرصود غير موجود فى معلمه الذى يقبع فيه هذا الانسان فى مركزه.

قارن مثلا بحدود الكون فنحن نعلم ان ذلك مكان موجود من القرائن فقط لكن لا يمكننا ابدا ان نذهب الى هناك.

نفس الشيء بعد الموت فلا شيء هناك فعلا و الزمن يتوقف بالنسبة لهذا الراصد فى معلمه و لا يوجد اذن عالم او اى شيء آخر.

هذا هو الجواب المادى.

الجواب الثانى ان الانسان بعد الموت يتواصل وعيه عبر تواصل وعيه فى الوعى بوجوده. لكن كيف سيشعر هذا الوعى بالزمن فعلا. هل سيشعر مثلا بنفس التدفق فى الزمن الذى كان يشعر به قبل موته.

بعضهم يقول -مثلا الغزالى- ان الانسان بعد موته سيدرك حالة من الوعى اعلى و ليست ادنى. فالموت بالنسبة للحياة -حسب الغزالى و كونفوشيوس و افلاطون- مثل اليقظة بالنسبة للنوم.

فى هذه الحالة مادام الوعى اعلى فشعورنا بالزمن سيكون اشمل و اعم. فالتدفق قد يكون اسرع او ابطأ حسب رغبة ذلك الوعى. و قد ينظر الوعى بعد موته الى كل الازمان مرة واحدة فيرى الماضى و الحاضر و المستقبل مرة واحدة. و قد يتمكن ذلك الوعى من السفر فى الزمن فى الاتجاهين و مادام الامر كذلك فان ذلك الوعى يمكنه ان يستشف المستقبل -اى مستقبله-. و يمكن لذلك الوعى ان يوقف الزمن تماما -وقد يكون هذا ضروريا اذا تصورنا الخلود و الأبدية كما تصورها الفلاسفة و الصوفية و المعتزلة مثلا-.

هذه اذن نظرة روحانية لكنها ممكنة و تقوم اساسا على فكرة ان الوعى مستمر بعد الموت و يبلغ درجة قد تكون فى مبلغ الكمال.

لكن ماذا سيحدث لو بقى الوعى بعد الموت لكن نقص و تناقص. فى هذه الحالة فاننا نتصور ان شعور ذلك الوعى بالزمن سيكون فى غاية الضبابية و الغائمية. فهو مثل المصاب بالدوران يشعر بالوجود لكنه ليس فى قمة الصفاء. اذن الجواب الروحى سيفترض وجود وعى بعد الموت و سيستمر الرصد بعد الموت من قبل ذلك الوعى فى معلمه الواقعى -اى واقعه الخاص به- و بالتالى فهناك نوع من الزمن. هو اما الزمن الذى نعرفه او انه زمن مضبب او انه زمن كامل عابر لكل حواجز الزمن الفيزيائى الذى نعرفه.

وهذه تشبه-او انها تعميم ل- نظرة التناسخ الهندوسية فى ان الانسان بعد ان يموت اما ان يترقى فى سلم الموجودات (الزمن الكامل) او يتدهور فى سلم الموجودات (الزمن المضبب).

وهى نظرة للمتأمل موجودة ايضا فى الديانة الابراهيمية لاننا نتكلم فى الاسلام مثلا عن الموت مثلما نتكلم عن النوم وان هناك وعى هناك كما ان هناك وعى هناك و كما ان النوم يحتوى على جزء من عدم الوعى و انعدام الزمن طويل فان الامر كذلك بالنسبة للموت. لكن النوم يحتوى على نوع من الوعى الصافى جدا -الرؤيا او كما يسميها الغربى الحلم الشفاف- فكذلك الموت يجب ان يحتوى على جزء من الوعى الكامل فليس كله تلاشى.

ثم يضيف ابراهيم عليه السلام على كل هذا بالقول ان الصالح فى نعيم بعد الموت (وهذا هو الزمن الكامل او الترقى فى سلم الموجودات) و ان الطالح فى شقاء بعد الموت (وهذا هو الزمن المضبب او التدهور فى سلم الموجودات).

17.4.4 المبدأ الأنطروبيكى و المفردة اوميغا

المبدأ الأنطروبيكى او المبدأ البشرى

لماذا وُجد و يُوجد الانسان الآدمى او الهوموسابيان على الارض فى هذا الوقت بالضبط من عمر الكون وليس فى وقت آخر؟

هذا سؤال فيزيائى بامتياز و ليس ميتافيزيقى كما يبدو لأول وهلة. والجواب استعصى حتى توصل الفيزيائيون الى ما يسمى بالمبدأ الانطروبيكى او المبدأ البشرى anthropic principle.

الفيزيائى النظرى و الكوسمولوجى ديكى Dicke لاحظ فى عام 1961 انه لو كان عمر الكون اقل بعشرة مرات من عمره الحالى لما تمكنت الحياة و بالتالى العقل من الظهور على سطح الارض لانه لما كان هناك وقت كافى لتشكل الكربون و هو اهم عنصر مكون للحياة. ولو كان عمر الكون اكبر بعشرة مرات من عمره الحالى لكانت الشمس كنجم قد ماتت و لكانت الحياة على الارض قد انقرضت معها. اذن وجود العقل و وجود الانسان و وجود الحياة على الارض يتصادف مع العمر الذهبى فى حياة النجوم ومنها الشمس التى هى كلها نجوم تقع على ما يسمى السلسلة الرئيسية main sequence اى النجوم الشابة فى منتصف عمرها.

السؤال اعلاه لماذا الانسان موجود على ظهر الارض فى هذا الوقت بالذات من عمر الكون و ليس فى وفت آخر يُصاغ فى الفيزياء عن طريق التساؤل لماذا تأخذ القوانين الفيزيائية شكلها الحالى و ليس شكلا مختلفا و تأخذ الثوابث الطبيعية (سرعة الضوء و ثابت بلانك و ثابت نيوتن و ثابت بولتزمان) القيم التى تأخذها بالضبط و ليس قيما اخرى.

وقد لاحظ الفيزيائيون ان هذه الثوابت تحقق ايضا فيما بينها علاقات عددية لا تتحقق الا فى هذا الوقت بالذات من عمر الكون. فمثلا استخدم واينبرغ المبدأ الأنطروبيكى لتبيان ان الطاقة المظلمة -او ما يسمى ايضا بالثابت الكوسمولوجى- والتى تقتطف حوالى 70 بالمائة من كتلة الكون لوحدها لو كانت قيمتها اكبر قليلا من قيمتها الحقيقية لكان عانى الكون من تضخم inflation كارثى يمتنع معه تشكل النجوم و الحياة و الانسان و العقل.

اذن الثواب الفيزيائية هى مدوزنة بدقة fine tuned (اى مضبوطة مثل الذى نفعله للسيارة) بحيث تسمح بوجود الحياة. فمثلا لو كان ثابت اقتران القوة النووية الكبرى اكبر قليلا لكان الانصهار النووى ادى الى تحويل كل الهيدروجين فى الكون البدائى الى الهيليوم و لما كانت هناك امكانية لتشكل الماء الضرورى للحياة. اذن اى تغيير فى قيم ثوابت اقتران القوى الكونية الاربعة كان سيؤثر فى عمر الكون و بنيته و قدرته على تحمل الحياة.

اذن المبدأ الانطروبيكى ينص على ان الشروط التى وجد ويوجد عليها الكون هى بالضبط بحيث يمكن للحياة و الوعى و العقل ان نتواجد على ظهر الارض فى هذا الوقت بالضبط. و هذا الوقت يتزامن بالضبط مع العمر الذهبى للنجوم التى هى على السلسلة الرئيسية مثل الشمس. أما فى اى وقت آخر فان الحياة العاقلة لا يمكن اصلا ان نتواجد على ظهر الارض حتى ترصد هذه الثوابت الفيزيائية. اذن هذه المصادفة بين قيم الثوابت الفيزيائية و ووجود الحياة العاقلة ضرورية اصلا لوجود الحياة العاقلة التى سوف تقيس هذه الثوابت.

والمبدأ الأنطروبيكى سمى كذلك من طرف الفيزيائى النجمى براندن كارتر Brandon Carter عام 1973 الذى وضع هذا المبدأ لمعارضة المبدأ الكوسمولوجى الكامل perfect cosmological constant الذى ينص على ان كل النقاط فى الكون و كل الازمان فى الكون متكافئة والذى كان فى اساس النموذج الكوسمولوحى الذى سبق نموذج الانفجار الاكبر و الذى كان يعرف باسم نموذج الحالة الساكنة steady state universe و هو نموذج عالم قديم قد كنا ناقشناه فى باب سابق من هذا الفصل.

لكن المبدأ الانطروبيكى هو معارض ايضا للمبدأ الكوبرنيكى copernican principle الذى ينص على ان الارض ليست مركز الكون. و قد نبه كارتر الى ذلك بالقول: رغم ان موقع الارض فى الكون ليس مركزيا لكنه مميز. اذن الانسان رغم انه ليس محورى فى الكون الا انه محظوظ.

ولربما باستعمال هذا المبدأ الانطروبيكى يمكن لنا ان نفهم لماذا يقرن القرآن دائما خلق السماوات بخلق الارض رغم علمنا ان الكون اعظم بكثير من الارض. الجواب ربما هو المبدأ الانطروبيكى الذى ينص على ان الارض فى الاخير مميزة و محظوطة رغم انها ليست مركزية و محورية.

اذن الحياة العاقلة ضروري ان توجد فى هذا الوقت بالضبط لانها لا يمكن ان توجد الا فى هذا الوقت حتى تبصر الثوابت الفيزيائية بقيمها التى تسمح لها اصلا بالوجود. فهذا الكون فى هذا الوقت من عمره بالضبط -العصر الذهبى- هو المجال الوحيد لامكانية وجود الانسان العاقل الذى يمكنه ان يتأمل هذا الكون و نفسه و يقيس الثوابت الفيزيائية كما يجدها و يشتق القوانين الفيزيائية التى نعرفها ثم يتسائل لماذا وُجدت فى هذا الوقت بالضبط.

اختم بالقول ان هناك صيغ اقوى للمبدأ الانطروبيكى ترجع بالخصوص للفيزيائى النظرى تيبلر Tipler فى كتابه عام 1986 الذى استعمله لبناء كوسمولوجيا جديدة تسمى الكوسمولوجيا أوميغا omega cosmology عندما اقرأها اشعر و كانني اقرأ فلسفة وحدة الوجود لابن عربى و سنشرحه بتفصيل اكثر فى الباب اللاحق من هذا الفصل.

ايضا هذا المبدأ كان قد استخدمه منذ قرنين تقريبا الفيلسوف المشهور شوبنهاور Schopenhauer بنفس الطريقة اعلاه لكن لم يشتهر لاسباب مختلفة و ايضا استعمله بعض الكتاب البيولوجيون لكن لم يشتهر ايضا.

ايضا يجب على ان اقول ان هذا المبدأ له ايضا انتقادات واسعة من الفيزيائيين النظريين و انى شخصيا كنت لفترة قصيرة غير مقتنع تماما بأنه يحتوى فعلا على اى محتوى لكن بدأت نظرتى تتغير بعد ان رأيت الربط بينه و بين مركزية الارض التى كانت من اكثر النقاط المحيرة لى فى الميتافيزيقا الدينية او الفلسفية.

الفناء فى المفردة اوميغا و فيزياء الخلود

المبدأ الانطروبيكى الكوسمولوجى ويسمى ايضا المبدأ الانطروبيكى النهائى او القوى لصاحبه تيبلر Tipler (وهو نظرية ميتافيزيقية اكثر من فيزيائية غير مقبولة الا من اقلية فى الاوساط العلمية) ينص بكل بساطة على انه كما ان المادة تطورت نحو الحياة و الحياة تطورت نحو العقل فان العقل يجب ان يتطور نحو ما يسميه تيبلر النقطة أوميغا. ثم يضيف تيبلر و يقول ان هذه النقطة هى نفسها الله.

هذه الامور التى سأذكرها موجودة فى كتابه فيزياء الخلود physics of immortality الذى صدر عام 1994. اما النص الرسمى للمبدأ فهو: الحياة العاقلة الذكية التى يمكنها معالجة المعلومات يجب ان توجد فى الكون و عندما توجد فانها لن تنقرض.

هذه الفرضية تنبنى على على اربعة خطوات:

-اولا تيبلر ينطلق من ملاحظة ان القوانين الفيزيائية للميكانيك الكمومى حتى تكون منسجمة يجب ان يكون فى مستقبل كل نقطة من الفضاء-زمن راصدا عاقلا للقيام بعملية الرصد و الدفع بدالة الموجة الى الانهيار كما يتطلب ذلك الميكانيك الكمومى. ثم يلاحظ ان هذا غير ممكن الا اذا كان الفضاء-زمن نفسه مغلق عبارة عن كرة ثلاثية (الفضاء) مضروبة فى الخط الحقيقى (الزمن).

-ثانيا هذا الفضاء-زمن لا يحتوى على افق حدث بمعنى ان المفردة المستقبلية هى نقطة عارية ليست مثل مفردة الثقب الاسود -سماها النقطة اوميغا-. هذا يعنى بعبارة اخرى ان الكون سيعود و ينقبض على نفسه عند نقطة معينة هى بالضبط مفردة النقطة اوميغا كما انه بدأ من نقطة معينة هى مفردة الانفجار الاكبر. النقطة او ميغا هى اذن سحق اكبر big crunch.

لاحظوا ان القرائن التجريبية هى ضد النقطة الاولى (فالفضاء اقليدى و ليس كرة) و ضد النقطة الثانية (فالتوسع يبدو انه يتسارع و الكثافة الحرجة تدفع باتجاه تواصل التوسع).

-ثالثا يجب ان يحتوى الفضاء-زمن على عدد غير منتهى من الراصدين الكموميين بقدرات خارقة (سماها تيبلر قدرات شبه-الهية) تسمح لهم بالقيام بعدد غير محدود من القياسات فى زمن محدود و هذا حتى يتم الدفع بجميع الدوال الموجية الى الانهيار و بالتالى اكتمال و انغلاق الميكانيك الكمومى.

اذن الفضاء-زمن اى الكون سوف تحتله الحياة العاقلة بأكمله. بعبارة اخرى فان العقل سوف يسيطر على كل المادة فى الكون و هو الذى يدفع نحو انهيارها الكمومى و كذا الكوسمولوجى (ركزوا فى الفرق بين النوعين).

-رابعا كمية المعلومات المعالجة من هنا الى غاية المفردة اوميغا هى لا نهائية.

-خامسا كمية المعلومات المخزنة فى الكون تصبح لانهائية عندما نقترب من مفردة النقطة اوميغا خلال الانهيار الكوسمولوجى. اذن القدرة الحاسوبية للكون عندما نقترب من المفردة اوميغا تقترب من مالانهاية و يصبح عندها من الممكن محاكية جميع انواع الواقع بهذه القدرة الحاسوبية اللانهائية و هى محكايات سوف تستمر لأزمان لانهائية دون ان تنضب الامكانيات الحاسوبية.

اذن اى كائن عاقل يعيش فى هذه المفردة يمكنه بعث الموتى عن طريق اعادة محاكية جميع انواع الاكوان الممكنة من الانفجار الاكبر الى السحق الاكبر.

يقول فرانك تيبلر ان مفردة النقطة اوميغا هى بالضبط الله.

اقول ان النقطة اوميغا هى مثل العقل الكلى لابن سينا و افلوطين حتى نكون محايدين اكثر.

اذن كل شيء -حسب هذه الفرضية- يسير نحو الله او العقل الكلى او بالاحرى نحو النقطة اوميغا.

فقد كانت البداية عدم ثم كان وجود (فضاء و زمن) ثم كانت المادة التى نعرفها ثم تطورت الحياة ثم تطور الوعى و حسب المبدأ الانطروبيكى النهائى فان الوعى و العقل سيتطوران هما بدورهما نحو المفردة اوميغا اى ان كل شيء سيفنى فى هذه المفردة.

أليس هذا ما يقوله ابن عربى بعبارات اخرى فقط فى ان كل شيء سيفنى فى الله سبحانه و تعالى واجب الوجود.

5.4 براهين وجود الصانع

1.5.4 البرهان الكوسمولوجى او الكلامى

يستعمل الفلاسفة و المتكلمون دليلين مختلفين على وجود الله سبحانه و تعالى. الدليل الاول هو الدليل الانطولوجى ontological argument, وهو دليل يعتمد على العقل المحض, وكان قد اخترعه انسلم كانتربرى anselm of canterbury , ثم طوره فيما بعد ديكارت, و فى العصر الحديث غودل Godel. من الفلاسفة الاسلاميين فقط الفيلسوف الشيعى ملا صدرا استخدم هذه الطريقة.

الدليل الثانى, و هو الاقوى فى رأيى, و هو الدليل الكوسمولوجى cosmological argument, و هو دليل طبيعى, و كان يسميه المتكلمة قديما بدليل الحدوث, وهو دليل طوره اساسا المعتزلة و الاشاعرة, حتى أنه يسمى الان عند الغربيين بالدليل الكلامى, و من اكبر المدافعين عليه, والقائمين على تطويره, الفيلسوف الأمريكى المعاصر وليام لاين كراغ william lane craig.

هذا الدليل يمكن ان يعطى كالتالى:

- كل موجود بدأ فى الوجود بعد ان لم يكن موجود يجب ان يكون له سبب.
- العالم موجود بدأ فى الوجود بعد ان لم يكن.
- اذن العالم له سبب.

هذا البرهان كما حرره حجة الاسلام, وهذه النقطة احدى ابداعاته الكثيرة, يعتمد على فكرة أن التسلسل اللانهائى مستحيل, اى أن اللانهاية الرياضية لا توجد الا فى الذهن. وهذه يبرهن عليها بما يسمى برهان التطبيق.

تصوروا ان بعض الفلاسفة انكروا مبدأ السببية (المقدمة الاولى) من اجل تدمير هذا البرهان, واؤكد هنا أنهم انكروه حتى فى الصورة المخففة التى تسمى مبدأ العادة التى يقول بها اهل السنة الاشاعرة. اذن هم ينكرون الضرورة العقلية و كذلك الطبيعية لمبدأ السببية. و

اعتمادهم فى ذلك هو فلسفة الميكانيك الكمومى. و هذا يبدو لى تخبط ليس بعده تخبط. ثم هناك من انكر ان التسلسل اللانهائى مستحيل مثل ابن تيمية, و كثيرون من الفلاسفة الغربيين فى هذا العصر, وأصروا على ان المالانهاية فعلا موجودة فى الخارج, و يحتج المعاصرين بنظرية المجموعات وعمل كانتور Cantor فى هذا المجال, والرد على كل هؤلاء يتطلب فرصة اخرى, لان هناك تفاصيل كثيرة بهذا الشأن.

اما المقدمة الثانية ان العالم وُجد بعد ان لم يكن, فالفيزياء, وخاصة نظرية الانفجار الاكبر هى اكبر دليل. ورغم هذا تجد من يمارى حتى فى هذا, وفعلا كما قال حجة الاسلام: المراء و الجدال داء محض لا دواء له.

أما النتيجة فهى بديهية اذا تم قبول المقدمتين الاولى و الثانية.

2.5.4 البرهان الانطولوجى

اهم واقدم برهان على وجود الله هو البرهان الكوسمولوجى وقد شرحته فى الفقرة السابقة. الان اقدم للتوازن الفلسفى و العلمى نقد هذا البرهان كما صاغه كانط Kant.

كانط هو ثانى اقوى الفلاسفة قاطبة بعد ارسطو, واكثر الفلاسفة موضوعية فى رأيى, و الفيلسوف الذى نقد العقل المحض نقدا لم يسبقه اليه احد, والفيلسوف الذى حقق التوازن بين العقل و الحس, والفيلسوف الذى توقفت فى رأيى عنده الفلسفة الغربية منذ قرنين.

يقول كانط ان نقطة ضعف البرهان الكوسمولوجى ليس هو التراجع او التسلسل اللانهائى infinite regress كما يظن البعض, فتلك النقطة قبلها هذا الفيلسوف العظيم بدون اى مشاكل, لكن نقطة ضعف هذا البرهان هى أنه يعتمد على البرهان الانطولوجى ontological argument, والبرهان الانطولوجى نقطة ضعفه أنه يميز بين الوجود و الماهية.

البرهان الانطولوجى هو من البساطة بحيث أنك على الارجح لن تفهمه لاول وهلة اذن ارجوا الصبر معه:

-إنه صحيح بالتعريف العقلى, أن الله هو أعظم موجود يمكن أن نتصوره. هذه القضية تقدم تعريف لمفهوم الله.

-الله يوجد كفكرة فى الذهن.

-الموجود الذى يوجد فى الذهن و الواقع, مع تساوى كل شئ آخر, اعظم من الموجود الذى يوجد فقط كفكرة فى الذهن.

-اذن, اذا كان الله هو موجود يوجد فقط كفكرة فى الذهن, يمكن أن نتصور موجودا اعظم منه يوجد فى الذهن و فى الواقع.

-لكن لا يمكن أن نتصور موجودا اعظم من الله لان تصور موجود اعظم من الموجود الذى هو اعظم موجود يمكن تصوره تناقض. هل ترون التناقض هنا!.

-اذن الله موجود.

هذا البرهان صاغه اولا انسلم كانتبرى Anselm of Canterbury ثم صاغة حديثا بشكل اكثر احكاما غودل Godel. و من الفلاسفة المسلمين لا نعرف الا الفيلسوف الشيعى الملا صدرا الذى تبنى هذا البرهان عوض برهان الحدوث الذى هو نفسه البرهان الكوسمولوجى.

انطلاقا من انسلم -صاحب هذا الدليل المبدع- مرورا بالفلاسفة العباقرة ديكارت و ليبنيز و كانط وصولا الى الاب الثالث للمنطق الحديث غودل وحتى لا ننسى هيوم المدمر و ايضا راسل فان كل هؤلاء كان لهم رأى فى البرهان الانطولوجى لا يمكن اهماله.

اذن البرهان الانطولوجى هو برهان عقلى بحت يعتمد فى لبه ليس على التساؤل: هل الله موجود؟ لكن على التساؤل: من اين جاءت فكرة الله؟.

انتم تعرفون ان هؤلاء الفلاسفة عباقرة فلاحظوا انهم لم يتسائلوا: هل الله موجود؟ لان هذا سؤال متناقض متهافت. بعبارة اخرى: اذا افترضنا جدلا اننا فهمنا جيدا مفهوم الله فاننا لن نسأل او نتسائل بهذا الشكل اى هل الله موجود؟. لكن السؤال من اين جاءت اصلا فكرة الله العلة الاولى العالم بكل شئ القادر على كل شئ صاحب الارادة الازلية ووو هذا هو السؤال الحقيقى!.

أنسلم بعبارة أخرى قال لكم و لنا و لكل أحد: اذا فهمتم بالضبط مفهوم الله فلا بد ان تقبلوا بوجوده لان وجوده هو فى المفهوم نفسه وليس فى شئ آخر خارجى مثل ما يحاول ان يفعله البرهان العظيم الآخر البرهان الكلامى الكوسمولوجى.

أقولها بعبارتى الشخصية: كل افكار الانسان تأتى اما من العالم الخارجى او العالم الداخلى -نفسه- الا هذه الفكرة فهى لا من الخارج و لا من الداخل. اذن من اين أتت؟.

وحتى أكمل فان هؤلاء الفلاسفة لم يفقدوا موضوعيتهم او اى شئ هنا. فان نقد كانط لهذا البرهان يبقى اقوى النقود وهو يعتمد على فكرة ان الوجود لا يضيف شيئا للماهية و بالتالى يمكن ان نتصور كائن كامل دون ان يكون بالضرورة موجود. هو اذن نقده من الناحية العقلية لان هذا هو عمل الفيلسوف الموضوعى بغض النظر عن رأيه. فكانط لمعلوماتكم يبقى من أكبر المؤمنين بالله.

أما ليبنيز فان نقده لنسخة ديكارت للدليل هو الاكثر تداولا اليوم. ونسخة لينبز هى ايضا الاقوى: اذا كان الله ممكنا فهو موجود وهذا لا يتميز به اى كائن آخر الا الكائن الكامل الأكبر لانه بالتعريف كذلك.
وهذه النسخة هى التى عمل عليها غودل فى القرن العشرين والتى لم ينشرها الا بعد ان عرف ان نهايته اوشكت فى اوائل السبعينات. هذه النسخة تستخدم المنطق الشرطى modal logic اذن فهمها يتطلب جهدا اكبر لكن تبقى هى الاكثر ضبطا. و من لم يعجبه الامر فعليه ان ينتقد ليس البرهان لكن المنطق النمطى و هذا اصعب بكثير.
خلاصة غودل هو نعم يمكن ان نبرهن على الوجود انطلاقا من المنطق النمطى -والبرهان لا غبار عليه- بافتراض خمسة مسلمات. اذن اذا سلمنا بمسلماته و قبلنا بآليات المنطق النمطى فليس هناك مهرب من البرهان فعلا بان الله موجود.
أشير هنا ايضا الى رأى راسل الذى قال انه من السهل جدا رفض و انتقاد البرهان الانطولوجى لكن من الصعب جدا الاشارة بالضبط الى مكان الخطأ فيه.
أما هيوم فهو أقوى بكثير فى نقوده فهو مستوى آخر جدا من الفلاسفة -مثل كانط و ارسطو- يقول فيما معناه: لا يمكن البرهان على اى شئ الا اذا كان النقيض يؤدى الى تناقض. لا يوجد كائن عدم وجوده يؤدى الى تناقض. اذن لا يوجد كائن يمكن البرهان على وجوده. وحتى تأخذوا الامور دائما بتوسط -وهذا دائما موقفى- فان هيوم من اكبر المشككين فى تاريخ الفلسفة: شكك فى العلاقات السببية, شكك فى وجود العالم الخارجى و شكك حتى فى ضرورة الرياضيات العقلية. اذن موقفه اعلاه طبيعى فى اطار فلسفته الحسية التشكيكية لكن موضوعيته لا غبار عليها.
ملاحظتان سريعتان فى الأخير. اولا البرهان الانطولوجى على عكس البرهان الكوسمولوجى يمكن ايضا نقله على الحواسيب و التحقق منه آليا automated reasoning.
ثانيا اقول انه ربما ابن سينا هو اول من قال بهذا البرهان و ليس انسلم. فأدعوا اذن المختصين فى ابن سينا ان يتحققوا لنا من هذا الامر. أما فى الاسلام فانه من المؤكد ان الملا صدرا هو فعلا ربما الوحيد -اذا لم يتأكد ابن سينا- الذى قال به و تبناه.
اذن حتى أختم: هذه الامور اذا أخذناها بموضوعية هى عبارة عن فهم و تقييم وترجيح. تأخذوا معطيات كل طرف و تقارنوا و ترجحوا. شخصيا أرجح ان الدليل الانطولوجى هو صحيح و حتى لو لم يرق الى مستوى البرهان proof فهو قرينة و حجة argument قوية جدا لا شك فى ذلك.

البرهان الغودلى على وجود الله و على وجود السامون مالوم

غودل Godel هو اعظم المناطقة فى القرن العشرين بدون منازع و هو احد اعظم المناطقة فى التاريخ لن يتفوق عليه يقينا الا ارسطو و فرجى Frege و كان قد قدم فى نهاية حياته برهانا انطولوجيا (فى مقابل البرهان الكوسمولوجى) على وجود الله و لم ينشر الا سنوات بعد وفاته.
و البرهان الانطولوجى هو البرهان الذى يعتمد فقط على العقل على عكس البرهان الكوسمولوجى الذى يعتمد على العقل وقليل من الحس. فالانطولوجى مثل الرياضيات البحتة و الكوسمولوجى مثل الفيزياء النظرية.
وهذا لانه كان يخشى ان يُتهم بالايمان بالله (فهى تهمة عندهم فى العلم و الرياضيات و الفلسفة) رغم انه لم يكن مهتما (هو نفسه صرح بهذا لمقربيه) الا بمسألة منطقية بحتة: هل يمكن البرهان رياضيا عقليا على الله او العلة الاولى؟ (وهذه فكرة البرهان الأنطولوجى عكس البرهان الكوسمولوجى الذى هو برهان عقلى فيزيائى وهى فكرة راجعة اولا الى انسلم كانبرى و الملا صدرا ويحتمل قبلهما ابن سينا ايضا).

البرهان الانطولوجى خاصة غودل:

البديهية 1: اى صفة اما ان تكون موجبة أو ان نفيها هى صفة موجبة.

A property is either positive or its negation is positive.

البديهية 2: أى صفة مستتبعة لصفة موجبة هى صفة موجبة.

Any property strictly implied by a positive property is positive.

التعريف 1: المتغير x هو الهى اذا كان و فقط اذا كان x يتميز بكل الصفات الموجبة.

x is God-like if and only if x incorporates all positive properties.

البديهية 3: الصفة "ان تكون الهى" هى صفة موجبة.

The property of being God-like is positive.

البديهية 4: الصفات الموجبة هى صفات موجبة ضرورة.

Positive properties are necessarily positive properties.

التعريف 2: F هى ماهية x اذا كان و فقط اذا كان F هو صفة ل x وكل صفة اخرى G ل x هى مستتبعة ل F.

F is an essence of x if and only if F is a property of x and every property G that x has is strictly implied by F.

التعريف 3: x موجود ضرورة اذا كان و فقط اذا كان كل ماهية ل x هى ممثلة ضرورة.

x necessarily exists if and only if every essence of x is necessarily exemplified.

(هذا يحتاج القليل من الشرح الاضافى: نقول ان x موجود اذا كان وفقط اذا كان من أجل كل ماهية F ل x يوجد متغير y ماهيته هى F).

البديهية 4: الوجود الضرورى هو صفة موجبة.

Necessary existence is positive.

المبرهنة 1: اذا كانت الصفة موجبة فهى اذن صفة منسجمة اى انها ربما ممثلة.

If a property is positive, then it is consistent, i.e., possibly exemplified.

(ركزوا فى كلمة "ربما" "possibly").

اللازمة 1: الصفة "ان تكون الهى" هى صفة منسجمة.

The property of being God-like is consistent.

المبرهنة 2: اذا كان شيء ما هو الهى, فان صفة "ان تكون الهى" هى ماهية ذلك الشيء.

If something is God-like, then the property of being God-like is an essence of that thing.

اللازمة2: الكائن الالهى هو ممثل ضرورة.

A God-like being is necessarily exemplified.

المبرهنة 3: الكائن الالهى موجود ضرورة.

Necessarily, a God-like being exists.

شرح اضافى:

هذا برهان يعتمد على المنطق الشرطى modal logic اذن ليس هناك اى جدل فى صحة المبرهنات اعلاه.

حتى ان موسوعة ستانفورد للفلسفة وصفت هذه النوعية من البراهين الغودلية بأنها براهين لا تشوبها اى شائبة منطقية.
arguments with impeccable logical credentials.

اذن المبرهنات اعلاه ليس عليها اى غبار بمعنى انه اذا سلمنا بالبديهيات و قبلنا قواعد المنطق الشرطى (الذى يميز بين القضايا الضرورية و القضايا الممكنة من بين اشياء اخرى) فان المبرهنات صحيحة يقينا.

اذن كل الاعتراض على هذا البرهان يمكن ان يكون اعتراض على المسلمات انفسها.

اخطر من هذا الاعتراض هو الاعتراض على الصفات الموجبة. ماهى هذه الصفات الموجبة?. هنا المنطق الشرطى لا يسعفنا و كما قال غودل نفسه اختيارنا للصفات الموجبة لا يعتمد الا على الذوق الاخلاقى و الجمالى و ليس لدينا شئ عقلانى محض.

واخطر من كل هذا ان البرهان اعلاه يمكن ان يستخدم ايضا للبرهان على ضرورة وجود الشر الاعظم او الاله العكسى او ما يسمى الساموم مالوم summum malum.

رابعا البرهان اعلاه هو برهان على صفة الوجود و ليس برهان على صفة الوحدانية ويمكن تمديده للوصول الى الوحدانية لكن انطباعى انه لا يوجد هنا اتفاق بين المناطقة. لكن الوحدانية يمكن البرهان عليها ايضا رياضيا من الجهة الاخرى باستخدام قانون ليبنيز Leibniz المسمى بقانون تطابق اللاامتمايزات.

3.5.4 البرهان الانطولوجى على وجود الله (ليبنيز)

البرهان الانطولوجى لليبنيز هو كما يلي:

المقدمة الاولى (تعريف): الله (أو سمه ما شئت) هو الكائن الذى يتحلى بكل الكمالات.

المقدمة الثانية (تعريف): الكمال هو صفة بسيطة (اى غير مركبة) و مطلقة (اى لاتتغير).

المقدمة الثالثة (تقرير): الوجود هو كمال.

المقدمة الرابعة (تقرير): اذا كان الوجود هو جزء (ليس بمعنى التقسيم و التبعيض) من ماهية شئ فهذا الشئ يجب ان يكون وجوده ضرورى (اى انه واجب الوجود).

المقدمة الخامسة (تقرير): اذا كان يمكن ان يوجد الكائن الضرورى فان الكائن الضرورى يجب ان يوجد (هنا بالضبط يبدأ فعلا البرهان الانطولوجى).

المقدمة السادسة (تقرير): يمكن لأى كائن ان يتحلى بكل الكمالات (واضح جدا).

المقدمة السابعة (نتيجة): الكائن الضرورى (الذى نسميه الله او الصانع او المحرك الاول او العلة الاولى و آخرون يسمونه اشياء اخرى) اذن موجود (لان الوجود كمال (3) و لان الكائن الضرورى يتحلى بكل الكمالات (1 و 4 و 6) و لانه يمكن فقط ان يوجد (4)).

شرح اضافى:

A1	Either a property or its negation is positive, but not both:	$\forall\phi[P(\neg\phi) \equiv \neg P(\phi)]$
A2	A property necessarily implied by a positive property is positive:	$\forall\phi\forall\psi[(P(\phi) \land \Box\forall x[\phi(x) \supset \psi(x)]) \supset P(\psi)]$
T1	Positive properties are possibly exemplified:	$\forall\phi[P(\phi) \supset \Diamond\exists x\phi(x)]$
D1	A *God-like* being possesses all positive properties:	$G(x) \equiv \forall\phi[P(\phi) \supset \phi(x)]$
A3	The property of being God-like is positive:	$P(G)$
C	Possibly, God exists:	$\Diamond\exists xG(x)$
A4	Positive properties are necessarily positive:	$\forall\phi[P(\phi) \supset \Box\ P(\phi)]$
D2	An *essence* of an individual is a property possessed by it and necessarily implying any of its properties:	$\phi\ ess.\ x \equiv \phi(x) \land \forall\psi(\psi(x) \supset \Box\forall y(\phi(y) \supset \psi(y)))$
T2	Being God-like is an essence of any God-like being:	$\forall x[G(x) \supset G\ ess.\ x]$
D3	*Necessary existence* of an individ. is the necessary exemplification of all its essences:	$NE(x) \equiv \forall\phi[\phi\ ess.\ x \supset \Box\exists y\phi(y)]$
A5	Necessary existence is a positive property:	$P(NE)$
T3	Necessarily, God exists:	$\Box\exists xG(x)$

شكل 9.4: البرهان الانطولوجى لغودل.

البرهان الانطولوجى يبدأ فعلا من المقدمة الخامسة وهو برهان لا يعتمد الا على ماهو موجود داخل الذهن اى الرياضيات (وقد صاغه غودل رياضيا على شكل خوارزمية تقبل التشفير على الحواسيب كما شرحت فى الفقرة السابقة) وهذا عكس البرهان الكوسمولوجى (الذى هو ايضا قوى جدا بسبب الانفجار الاكبر) الذى يعتمد على ما يوجد خارج الذهن اى على الفيزياء. لب البرهان كما قلت هى المقدمة الخامسة التى تنطلق من الامكان لتصل مباشرة الى التحقق. اى انه بالنسبة للكائن الضرورى فانه يكفى ان يكون وجوده ممكنا فقط حتى يكون وجوده فعلا متحقق فى الخارج اى يجب ان يوجد (وهذا فى غاية القوة).

لو اردت شخصيا ان اشكك فى هذا البرهان فاننى اشكك فى المقدمة الثالثة: هل الوجود فعلا كمال؟.

(1) God is a being having all perfections. (Definition)
(2) A perfection is a simple and absolute property. (Definition)
(3) Existence is a perfection.
(4) If existence is part of the essence of a thing, then it is a necessary being.
(5) If it is possible for a necessary being to exist, then a necessary being does exist.
(6) It is possible for a being to have all perfections.
(7) Therefore, a necessary being (God) does exist.

شكل 10.4: البرهان الانطولوجى لليبنيز.

4.5.4 الذى اوجد العقل الذى يفكر فى الصدفة هو هذه الصدفة نفسها!

الذى اوجد العقل الذى يفكر فى الصدفة هو هذه الصدفة نفسها التى لاعقل لها. لنرى كيف يرى اهل الصدفة ذلك فى عشر نقاط فقط.

- اولا: الكون أوجدته الصدفة عند الانفجار الاكبر من مفردة مازلنا نجهل عنها كل شئ.
- ثانيا: ثم تطورت المجرات و النجوم و الكواكب عبر القوانين الفيزيائية المعروفة مثل التضخم و التوسع وغيرهما.
- ثالثا: ثم فجأة صدفة ظهرت الحياة على كوكب الارض الذى يدور حول نجم صغير يسمى الشمس. هذه الحياة ظهرت صدفة من التفاعلات الكيميائية فى الحساء الأول.

  ولانها -اى الحياة- ظهرت صدفة و لان الكون هائل الاتساع فانها اى الحياة يجب ان تظهر صدفة مرة و مرات اخرى فى أماكن أخرى. لكن هذه الحياة الاخرى لم نر لها اى اثر لحد الساعة وهذا اول شكوكنا فى برنامج الصدفة هذا!.
- رابعا: ثم واصلت الحياة فى تطورها عبر مراحلها المختلفة.
- خامسا: ثم صدفة ظهرت الروح اى الحيوان من الحياة.
- سادسا: ثم صدفة على هذه الارض منذ ربما 200 الف سنة ظهر العقل و الوعى واللغة فى الانسان. ويبدو ان كل ذلك ظهر فجأة و ليس فقط صدفة. ولان الصدفة هو تأثير الدهر و المادة -كوما و نسبية- و ايضا تأثير التطور فإن العقل و اللغة والروح لهم كلهم تفسير مادى حتى لو مازلنا لا نعلمه.
- سابعا: ثم واصل الانسان تطوره و تمدنه و تحضره.
- ثامنا: ثم صدفة وُجدنا نحن الجزائريين و الغرب و الامازيغ و العرب و المسلمين والمسيحيين و كل هؤلاء البشر.
- تاسعا: و صدفة بدأنا نفكر فى الصدفة و كيف اوجدتنا من عدم ثم نفخت فينا الروح ثم وهبتنا العقل واللغة ثم اوجدتنا غربيين و مسلمين نفكر فى الصدفة.

- عاشرا: لكن الصدفة عندما اوجدتنا من عدم و نفخت فينا الروح والعقل ارادت و شاءت ان يكون تطور الحياة الى حين. فنحن يجب ان نموت ونرجع الى حالة الابليفيون او التلاشى oblivion اى حالة اللاشئ كما كنا. وهذه ارادة ومشيئة الصدفة!.

هذه هى قصة الصدفة وكما ترون فهى تشبه كثيرا قصة الدهر التى كان يقول بها الفلاسفة الدهريون. ونحن مخطئون عندما نسميهم دهرية فهم ايضا عندهم اله يؤمنون به و يعتقدون في عظمة صفاته يسمى الصدفة. وهذه الصدفة كما يفهمونها لها قدرة الهية فعلا بالاضافة الى الارادة التى لا تقل فى إلاهيتها عن القدرة, ولو لم ينزعوا عنها العقل و الكلام و العلم و غيرها من صفات الادراك, و ايضا لو لم ينزعوا عنها اعادة البعث, لاصبحت إلها مشخصنا مثل كل الالهة الاخرى.

الذى اعجبنى أكثر فى كل هذه القصة. أن الذى اوجد العقل الذى يفكر فى الصدفة هو هذه الصدفة نفسها التى لاعقل لها. يكاد عقلى ينفجر من دائرية هذه القضية!.

5.5.4 تناقض فرمى: اين هى الحياة الفضائية الذكية؟

وكما رأيتم فان محاولة البرهان على الصانع الذى هو غيب الغيوب شيء صعب جدا. فلنحاول اذن امرا اسهل بكثير وهى أن نبرهن على وجود الحياة الفضائية. يا هل ترى سننجح افضل فى هذه المهمة الأسهل بكثيرا!.

تناقض فرمى هو السؤال او التساؤل اين هى الحياة الفضائية الذكية ذات الاحتمال الكبير جدا؟. هذا الاحتمال الكبير يحسب باستعمال معادلة درايك Drake التى تسمح لنا بحساب عدد الحضارات N فى مجرة درب التبانة التى يمكن الاتصال بها عن طريق ضرب المعاملات التالية فى بعضها البعض:

-معدل تشكل النجوم فى مجرتنا R_*.

-نسبة النجوم f_p التى لها كواكب من بين النجوم التى تشكلت.

-العدد المتوسط n_e للكواكب فى وحدة النجوم التى لها كواكب و التى يمكن ان تدعم الحياة.

-نسبة الكواكب f_l التى طورت الحياة فى زمن ما من بين الكواكب التى يمكن ان تدعم الحياة.

-نسبة الكواكب f_i التى طورت الذكاء من بين الكواكب التى طورت الحياة.

-نسبة الحضارات f_c التى طورت تكنولوجيا تسمح لها بارسال اشارات الى الفضاء الخارجى قابلة للرصد.

-الزمن L الذى صرفته هذه الحضارات فى ارسال اشارات قابلة للرصد الى الفضاء الخارجى.

نحصل اذن على

$$N = R_*.f_p.n_e.f_l.f_i.f_c.L.$$

العدد المحصل عليه بالنسبة لمجرة درب التبانة و بالنسبة للكون ككل هو عدد كبير جدا مهما كانت النماذج المستعملة لتقييم المعاملات المذكورة اعلاه. اذن هناك حياة ذكية فى هذا الكون بشكل مستفيض حسب معادلة درايك.

السؤال اذن كما قال الفيزيائى النظرى الشهير فرمى Fermi:

اين هم الجميع؟.

Where is everybody?.

هذا التناقض يعرف باسم تناقض فرمى Fermi paradox: اى التناقض بين الاحتمال الكبير الذى تعطيه معادلة درايك لوجود حياة فضائية ذكية, و عدم رؤيتنا لاى اثر لهذه الحياة الذكية لحد الان.

يعطون عدة حلول لهذا التناقض لا احتاج ان اذكر اى منها لانها كلها حلول ركيكة. المعضلة واضحة: الاحتمال كبير جدا لا يمكن ان نهرب من ذلك.

الحل الذى اقترحه شخصيا: لم نر اى اثر لاى حياة ذكية لانه لا توجد حقيقة اى حياة ذكية فى كل هذا الكون. تطور او خلق الانسان على الارض هو مفردة مثلما ان الكون ككل جاء من مفردة.

لكن هذا سيضرب نظرية التطور فى الصميم, و يضيف الى الفيزياء النظرية عبء جديد هو تفسير مفردتين اخريتين: الحياة و العقل, بالاضافة الى المفردة الاولى للانفجار الأكبر التى انجبت الزمان و المكان و المادة و الطاقة.

6.5.4 ظاهرة النبوة او الوجودية الالهية

انظروا المدونة.

7.5.4 وبرهان آخر على الالهيات و النبوات نابع من الوعى الذاتى

و رغم شكوكى و شكوكى المضادة فاننى متيقن فقط من ثلاث اشياء لا رابع لهما:

-فاولهما اننى متيقن من الوعى و الأنا اللذان بالداخل. فهذا ما لا يمكن لأى علم و اى عالم و اى فلسفة و اى فيلسوف ان يختزله لى لا الى المادة و لا الى العقل و لا الى المعلومة و لا الى التغير.

-و ثانيا اننى ايضا متيقن ان ارادتى و فعلى النابعان ايضا من الداخل ليسا حرين مطلقين كما يدعى الفلاسفة و المعتزلة و الشيعة و الحنابلة و عوام السنة. ورغم انهما مقيدان الا اننى ايضا اشعر أن هذه الارادة و هذا الفعل ملكى و اننى انا المسؤول عنهما وبهما.

-وثالثا اننى متيقن اننى سأموت. والموت هو الشيء الوحيد الذى يخيف الوعى و هو الشيء الوحيد الذى لا دخل لارادتى و فعلى فيه باتفاق كل العقول.

هذه اليقينيات الثلاث لا احتاج فيها للبرهان لا لنفسى و لا لأحد آخر ابدا. فان هذا البرهان الذى أريد ان ابنيه فيما يلى بطبيعته ذاتى و ليس خارجى.

وبعد ان تيقنت من هذه الامور الثلاث: الوعى الذاتى و الفعل التوائمى و الموت اليقينى اتسائل ماهو افضل نموذج يصف و يفسر هذه الظواهر مع بعضها البعض بتناسق و انسجام.

نبدأ بالموت و الوعى. اذن انا لم أكن ثم كنت ثم ماذا؟.

هناك نموذجان: - النموذج الاول: اما اننى لم أكن ثم كنت ثم لا اكون بعد الموت. اذن الوعى كان صفر ثم اصبح غير معدوم ثم رجع الى صفر فهذا التصرف يشبه دالة ديراك.

-النموذج الثانى: او اننى لم أكن ثم كنت ثم أكون بعد الموت فى حالة من الوعى اعلى وربما تليها حالات اعلى. اذن فى هذا النموذج الثانى الوعى كان صفر ثم اصبح غير معدوم فى الحياة ثم سيزداد بعد الموت و لربما هناك مراحل اخرى (ربما البعث و الحساب و الثواب و العقاب) يكون فى كل واحدة منها الوعى فى درجة اعلى. فالوعى يزداد فقط.

كيف نرجح بين النموذجين؟.

اذا اخترت النموذج الاول مع اليقينيات الثلاث الاولى فاننى اصل الى نتيجة واحدة لا ثالث لها ألخصها فى التساؤل: ما هذه العبثية من الوجود!.

اذا كنت لست حرا تماما و سأنتهى الى الموت الذى سأنتهى عنده يقينا فماذا عساى ان افعل بهذا الوعى. هل لأتفكر فقط اننى سأموت و لن يكون هناك شيء بعد الموت رغم اننى لم اختر ان اكون حيا فى البدء. أليس هذا الكلام دائريا دائرية كاملة فهذا ما يبدو لى!.

اذن هذا النموذج يؤدى الى العبثية المطلقة المعروفة باسم القدرية fatalism فهى الحل الوحيد هنا وهى اخطر و افظع من الوجودية التى تريد عقلنة هذه العبثية. وحلها الوحيد الحقيقى هو الانتحار لتسريع النهاية لانها النهاية التى ليس بعدها شيء.

لكن اذهب الى وعى الذاتى مرة اخرى فأجد اننى فعلا اخاف من الموت الذى انا ملاقيه و رغم اننى متيقن من تلك النهاية فاننى اريد تأجيلها و تأجيلها قدر الاستطاعة. هذا يجعلنى اعتقد فى داخلى ان هذا النموذج الاول غير متسق بالمرة. لانه لو كان متسقا لكان وعى العاقل تغلب على خوفه اللاعقلانى من الموت و لكان رضى بالقدرية والعبثية و خلاصهما فى الانتحار.

كما ان الانتحار متعارض ايضا مع اليقينية الاخرى وهى مسؤلية الفعل التوائمى عن هذا الوعى و شعوره انه لا يملك حقيقة هذا الوعى حتى يفعل به ما يشاء.

اذن اختار النموذج الثانى لما يحدث بعد الموت.

اما اذا اخترت النموذج الثانى فان الوعى يزداد باضطراد (كان صفر ثم اصبح غير معدوم ثم يزداد بعد الموت ربما عبر مراحل لا نهائية) و هذا منسجم تماما مع نظرية التطور اى اننا نسعى دائما -حتى ميتافيزيقيا- الى الافضل و ليس الى الاسوء ولهذا ايضا رجحت انه بعد الموت الوعى يزداد و لا ينقص.

الآن اذهب و ابحث عن نموذج دينى او فلسفى يحقق اليقينيات الثلاث اعلاه و النموذج الثانى فلا اجد الا شيئا واحدا هو الفلسفة الالهية النبوية اى الفلسفة التى تقرر وجود الله والتى تقرر ضرورة النبوات.

ثم انظر الى آخر نبى فاجد قرائن كثيرة على نبوته منها تحديه العرب ان يأتوا بمثله و رفضه الحلول الوسط مع قريش و اليهود و يثرب. فلو كان نبى كذاب لقبل بالحل الوسط و لو كان نبى كذاب لما ادعى انه النبى الخاتم و لرضى ان يكون نبى و خلص نفسه ولو كان نبى كذاب لرضى ان يُعبد الله يوم و تُعبد آلهة قريش يوما وغيرها.

لكن أهم قرائن نبوته تحديه العرب الفصحاء البلغاء ان يأتوا بعشر سور (فقط) مثله مفتريات (اى لا يهم الافتراء اذهبوا و آتوا بمثله فقط). ثم تقرأ القرآن فتجده يتكلم فى العقل و القدر (وخاصة القدر) و الموت بمثل ما تشعر به بداخلك بخصوص تلك اليقينيات

الثلاث. وفى القرآن فان اقوى اليقينيات فيه هو نظرية القدر وهكذا.

وهذا كيف تنطلق من الشكوك و الشكوك المضادة (فنحن فى عصر الشكوك فليس هو شك واحد) و تنطلق مما انت متيقن منه فى نفسك التى بداخلك و تبنى برهانا ينبع من الداخل لا من الخارج لاحلال اليقين مكان الشك وهو برهان لا يهمك فيه ان يقتنع الآخرون لانه برهان الوعى الذاتى بذاته لذاته.

وكل وعى يمكن ان يقيم هذا البرهان لنفسه الا اذا كان هذا الوعى ينكر وجود ذاته.

6.4 نظرية كل شيء الميتافيزيقية

و قد نكتشف (وفعلا اتوقع ذلك و لا استبعده تماما) خلال السنوات أو القرون القادمة ان اعظم فيلسوف مر عبر التاريخ الانسانى و ليس فقط الاسلامى هو الشيخ الأكبر محى الدين بن عربى الطائى (اى العربى) الأندلسى (اى المغاربى) الذى ربما قدم بحق ما يمكن تسميته "نظرية كل شيء الميتافيزيقية" المبنية على المونيزم المحايد المحمدى المعروف ربما باسم وحدة الوجود (وهو اسم اطلقه شيخ الاسلام ابن تيمية على فلسفة ابن عربى من باب النقد). وهذا المونيزم يختلف عن المونيزم الذى اشتهر على يد سبينوزا فى كون شخص النبى يلعب فيه دورا مهما و هو يستمد ايضا من الرؤية الغزالية للوجود الغيبى و يعتمد فيزيائيا بشكل اساسى على نظرية بولتزمان فى الزمن.

فتوحيد وحدة الوجود بين الخالق و المخلوق للشيخ الاكبر -مع نظرية بولتزمان فى الزمن- يتميز حسب فهمى الشخصى بالآتى:

-هو توحيد يظهر فيه الله (او العالم القديم على مصطلح بولتزمان) على أنه الكائن المميز بعدد لانهائى من الصفات (الحالات الميكروسكوبية) اى يتميز بأنطروبى لانهائى وهو قائم بذاته.

-وأن الله اى هذا العالم القديم حى (يعيش) فى الدهر (الزمن القديم) وهو أهم صفاته وهو يفعل حسب القوانين الطبيعية (ارادته القديمة).

- وهذا التوحيد تظهر فيه الاكوان المخلوقة (هناك عديد عوالم و ليس عالما واحدا) كتجليات (تقلبات حرارية او كمومية) للذات الالهية دون ان يلحق بالذات الالهية اى تغيير و حدوث لانها بكل بساطة لانهائية تعيش فى الزمن القديم حول القيمة المتوسطة اللانهائية للانطروبى.

-و أن هذه التجليات او التقلبات تظهر عبر الصدفة (وهذا هو الخلق او الفيض) المحضة (وهذا هو الفعل بدون غرض) لكن لحكمة (وهى العودة الى الله و الفناء فيه لأنها هى الصيرورة). اذن الحكمة هنا هى الغائية.

-وهذه التقلبات هى عميقة بعيدة عن السطح (اى القيمة اللانهائية للانطروبى) الى الحد الذى تصبح فيه محدودة منتهية (عدد نهائى من الحالات الميكروسكوبية وقيمة منتهية للانطروبى) اى تنقطع فعليا العلاقة السببية المباشرة بين العالم القديم و الكون و لا تبقى الا القوانين الطبيعية (الارادة الالهية) عاملة على التقلب.

-و هذا التوحيد تضيع فيه معالم المخلوق فى الالانهاية المطلقة التى هى الله تماما فرغم ان الأكوان موجودة الا ان الله هو الوجود نفسه.

-و الذى يسعى فيه المخلوق او الكون عبر القوانين الفيزيائية الى الفناء فى الله وهذه هى الحكمة (لكن بدون تعليل لفعل الله فكل التقلبات الكمومية هى عبر الصدفة اى تصدر عن الذات الالهية صدورا و ايضا كما قلنا فان القوانين الطبيعية هى ارادة الله).

-هذا التوحيد سيخضع للفيزياء و تخضع له الفيزياء دون خوف احدهما من الآخر. و السبب وراء هذا واحد فيزيائى و آخر فلسفى. اما الفيزيائى فان الفيزياء تسعى الى التوحيد بطبيعتها لانها تستطيع ان تصف جملة واحدة افضل من وصفها لجملة مع مؤثر. أما الفلسفى فلان نظرة ابن عربى تُبنى على الحب و التناغم و ليس على الكره و التنافر. اذن هذا النوع من التوحيد لن يشعر بأى تهديد من الفيزياء.

-و ان الانسان بوعيه و عقله و حريته يخضع ايضا لهذه الصيرورة الطبيعية (الالهية) قهرا و قسرا وهو ليس مسؤول امام الله (العالم القديم) الا مسؤولية معرفته و حبه لكنه مسؤول امام نفسه و بنى الانسان المسؤولية المترتبة على الحرية المتوفرة.

-فكل الخلق قهرا و قسرا يحب الله لأن الله يحب نفسه و يحب خلقه. و حب المخلوق لله هو الفناء فى الله (فكل تقلب كمومى يعود و يرجع الى الحالة اللانهائية للعالم القديم) و حب الله لذاته هو التجلى المستمر (الخلق الكمومى) لتلك التقلبات او الاكوان المخلوقة. فالله يخلق (او ربما الافضل ان نقول يصدر عنه) منذ الازل الاكوان المحدثة (هذا هو عدم التعطيل عن الخلق التيمى بصورة بليغة مقبولة جدا) دون تغير و تبدل و فى كل مرة يعود خلقه الى الفناء فيه حبا و عشقا. وهذا هو الحب القهرى القسرى لانه سعى مستمر من المحب للفناء فى المحبوب و ارادة مستمرة من المحبوب لاعادة خلق المحب حتى يحب و يفنى.

-وهذا التوحيد هو توحيد فعلى لكل الوجود و ليس فقط توحيد لواجب الوجود. فهو اقرار بأن الوجود هو فقط واجب الوجود الله و ان كل شيء آخر هو تجليات من طبيعة هذه الذات لكنها تجليات محدثة تعود و تفنى فى الله كل مرة بل تسعى الى ذلك الفناء سعيا.

وهذا يشبه توحيد كل القوى فى قوة واحدة الذى تسعى اليه الفيزياء و تسميه نظرية كل شيء. اذن ابن عربى يقدم هنا نظرية كل شيء الميتافيزيقية.
-هذا التوحيد المبنى على المونيزم المحايد monism neutral المحمدى (فهو يبدو لى مختلف عن غيره من المونيزم المحايد و اشهرهم سبينوزا) للشيخ الاكبر ابن عربى او ما يسمى ايضا بوحدة الوجود ربما هو التوحيد الوحيد الذى يمكن ان ينجو بالفعل من المسيح الدجال الذى هو العلم الحديث.

7.4 الخلاصة الميتافيزيقية

و خلاصتنا الميتافيزيقية فى هذا الفصل تمثل فى القضايا الاربعة التالية:

- الكلام الجديد كتعويض للكلام القديم و كفلسفة اسلامية اصيلة و كفلسفة علم جديدة و كأساس لكل المتافيزيقا الكونية و النفسية.
- التواؤمية كأساس لكل الميتافيزيقا الالهية.
- ليبنيز كنموذج للفلسفة الرياضية و الفيزيائية العقلية حقا.
- نظرية كل شيء الميتافيزيقية.

انظروا المدونة للاستزادة [94].

القسم II

جولة عامة فى الفيزياء الاساسية

باب 5

الجسيمات و الحقول و الأوتار

1.5 الميكانيك الكمومى النسبي

1.1.5 معادلة ديراك

معادلة ديراك Dirac اعظم المعادلات الفيزيائية فى العصر الحديث. اكتشفها ديراك عام 1927 و هى معادلة الموجة التى تصف الجسيمات الاولية ذات الكتلة m و السبين - اى عزم اللف المغزلى- نصف. هذه المعادلة تأخذ الشكل

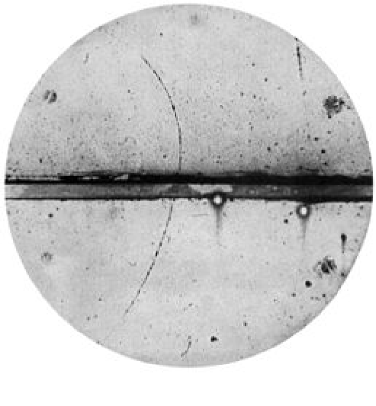
$$(\gamma^{\mu}\hat{p}_{\mu}-m)\Psi=0,$$

حيث Ψ هى دالة الموجة (أو بالاحرى السبينور spinor), و γ^{μ} هى ما تسمى مصفوفات ديراك, و $\hat{p}_{\mu}$ هو مؤثر كمية الحركة.

هذه المعادلة كان يعتقد انها تصف الكترونات حرة تعطى طاقتها بالعلاقة النسبية للطاقة لاينشتاين. الا أن ديراك لاحظ أن كل حل موجب لهذه المعادلة, يأتى مرفق بحل سالب, مما يعنى ان الالكترونات يجب ان تكون غير مستقرة, لانها ستحاول دائما ان تقفز للحالات ذات الطاقة الاقل, التى هى الحالات ذات الطاقة السالبة فى هذه الحالة.

حتى ينقذ ديراك معادلته من الفشل, افترض أن الحالات ذات الطاقة السالبة مملوءة تماما بالاكترونات, ولان هذا البحر- و هكذا سماه- من الحالات السالبة هو دائما موجود , ومنتظم, فإنه لا يؤثر على أى شيئ بأى قوة, وبالتالى فهو غير مشاهد.

الان بسبب مبدأ الاستبعاد exclusion principle لباولى Pauli, الذى ينص بكل بساطة ان اى الكترونين اثنين لا يمكن أن يحتلا نفس الحالة الكمومية, فإن امتلاء بحر الحالات ذات الطاقة السالبة بالالكترونات عن آخره, يمنع قفز الالكترونات ذات الطاقة الموجبة الى هذا البحر, وعليه فهذه الالكترونات مستقرة تماما, وهو ما نراه.



شكل 1.5: صورة مأخوذة من [45]. أول بوزيترون شوهد فى التاريخ -الخط الغامق هو مساره-.

بالاضافة الى كل هذا, يمكن عن طريق اعطاء طاقة كافية لاى الكترون بطاقة سالبة, ان نجعله يقفز و يصبح الكترون بطاقة موجبة. الفراغ او الثقب الذى يتركه وراءه فى البحر السالب, سيظهر لنا بالضبط على أنه جسيم ذو طاقة موجبة و شحنة عكس شحنة الالكترون. هذا الثقب هو ما سماه ديراك البوزيترون positron الذى هو الالكترون المضاد, و الذى تم اكتشافه عام 1932 من طرف اندرسون

Anderson الذى سماه هو الالكترون الموجب و كان هذا ايضا عنوان مقاله فى ال PR حول هذا الاكتشاف . انظر الصورة اعلاه من اجل اول بوزيترون رؤى فى التاريخ.

هذه النظرية, رغم أنها ليست صحيحة تماما, هى اروع ما كتب فى الفيزياء الحديثة, و باجماع اغلبية الفيزيائيين.

2.1.5 مصفوفات غاما

نأخذ الوحدات الطبيعية التى نضع فيها سرعة الضوء و ثابت بلانك يساوى واحد.

مترية الفضاء-زمن او فضاء مينكوفسكى تعطى ب

$$ds^2 = dt^2 - d\vec{x}^2.$$

هذه المترية تقيس المسافة بين نقطتين فى الفضاء-زمن. نعرف احداثيات شعاع الموضع الرباعى $\mathrm{four-vector\ position}$ فى الفضاء-زمن بالعلاقات

$$\begin{aligned} x^0 &= +x_0 = t \\ x^1 &= -x_1 = x \\ x^2 &= -x_2 = y \\ x^3 &= -x_3 = z. \end{aligned}$$

لاحظوا الاشارة. مترية الفضاء-زمن تصبح

$$ds^2 = dx_\mu dx^\mu.$$

لاحظوا الدليل index الذى نرمز له ب μ فهو مرة فى الاسفل و مرة فى الاعلى: نقول اننا قلصنا contracted الدليل μ. الدليل μ يأخذ القيم من صفر الى ثلاثة. كون الدليل مكرر ومرة فى الاعلى و مرة فى الاسفل يعنى اننا نجمع على جميع قيم الدليل اى ان العبارة اعلاه تعنى

$$dx_\mu dx^\mu = dx_0 dx^0 + dx_1 dx^1 + dx_2 dx^2 + dx_3 dx^3.$$

هذه الكتابة المختزلة تسمى اتفاقية اينشاين للجمع Einstein's summation convention.

الآن معادلة اينشتاين للطاقة تكتب على الشكل

$$E^2 = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2.$$

نعرف مركبات شعاع كمية الحركة الرباعى $\mathrm{four-vector\ momentum}$ ب

$$\begin{aligned} p^0 &= +p_0 = E \\ p^1 &= -p_1 = p_x \\ p^2 &= -p_2 = p_y \\ p^3 &= -p_3 = p_z. \end{aligned}$$

يمكن اعادة كتابة معادلة اينشتاين بدلالة مركبات شعاع كمية الحركة الرباعى $\mathrm{four-vector\ momentum}$ كالتالى

$$p_\mu p^\mu - m^2 = 0.$$

مبدأ التقابل correspondence principle يسمح لنا بالمرور من العبارة النسبية الكلاسيكية اعلاه الى العبارة النسبية الكمومية عن طريق تعويض مركبات شعاع كمية الحركة الرباعى بمؤثرات تفاضلية هى عبارة عن الاشتقاق بالنسبة الى مركبات شعاع الموضع الرباعى اى

$$p_\mu \longrightarrow i\partial_\mu$$

حيث i هو العدد التخيلي البحت و ∂_μ هو مؤثر الاشتقاق

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}.$$

نحصل بالتعويض فى معادلة الطاقة على

$$\partial_\mu \partial^\mu + m^2 = 0.$$

لان الذى نحصل عليه هو مؤثر فإنه يجب ان يؤثر على شيئ. هذا الشئ هو بالضبط دالة الموجة او بشكل ادق السبينور ψ. اى انه يجب ان نكتب

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\psi = 0.$$

هذه هى معادلة كلاين - غوردن Klein – Gordon التى اكتشفها اول مرة شرودينغر والتى تعطى عبارة للاحتمال (البرهان بسيط) يمكن ان تكون سالبة و لهذا السبب رفضها شرودينغر. شرودينغر اعاد نفس العمليات اعلاه باستعمال علاقة الطاقة الكلاسيكية وليس العلاقة النسبية للوصول الى معادلته الشهيرة.

لكن معادلة كلاين - غوردن اعلاه هى فى الواقع (اتضح بعد ذلك) مازالت صحيحة فهى معادلة الحقل السلمى اى ان تفسير ψ كحقل وليس كدالة موجة هو الصحيح.

ديراك لم يعجبه عدم تمكن شرودينغر و كلاين و غوردن من استخراج معادلة موجة نسبية تعطى تعريف موجب دائما للاحتمال. الملاحظة الاساسية التى توصل اليها ان معادلة شرودينغر تعطى احتمال موجب دائما لانها معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى. أما معادلة كلاين - غوردن فلا تعطى عبارة احتمال موجب لانها معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية. اذن ديراك فكر انه حتى ينجح فى الحصول على تعريف احتمال موجب نسبي, عليه ان يستخرج من معادلة اينشتاين للطاقة معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى و ليس من الدرجة الثانية, وهذا كما سنرى هو فعلا الحل.

نرجع اذن الى معادلة الطاقة النسبية لاينشتاين المكتوبة اعلاه ونحاول تفكيك الشكل التربيعى الى حدوده اى نحاول ان نكتب

$$p_\mu p^\mu - m^2 = (\gamma_\mu p^\mu + m)(\gamma_\mu p^\mu - m).$$

السؤال المحدد جدا: ما هى الاشياء γ_μ ?.

اولا هذه الاشياء لا يمكن ان تكون اعداد حقيقية او مركبة.

ثانيا يمكن ان نتحقق بكل سهولة من المعادلة اعلاه ان هذه الاشياء يجب ان تحقق المعادلة

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\eta_{\mu\nu}.$$

حيث $\eta_{\mu\nu}$ هى مصفوفة المترية التى تساوى 1+, 1−, 1−, 1− على القطر و صفر فى كل مكان آخر. حل المعادلة اعلاه هى مصفوفات بعدها اربعة فى اربعة تسمى مصفوفات ديراك. انظر الحل الصريح فى الصورة.

اذن ديراك يستنتج ان معادلة طاقة اينشتاين هى مكافئة ل

$$\gamma_\mu p^\mu - m = 0.$$

باستخدام مبدأ التقابل كما فعلنا فى السابق نحصل على معادلة ديراك الشهيرة

$$(\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0.$$

مصفوفات ديراك تعبر عن سبين الجسيم الذى تصفه دالة الموجة ψ الذى بعد الحساب سوف يتضح انه يساوى نصف. لنتذكر ان السبين هو خاصية للجسيم زائدة على الكتلة تحسب العزم الحركى الذاتى للجسيم. ايضا معادلة ديراك اعلاه تؤدى مباشرة الى وجود جسيم مضاد لكل جسيم فى الكون وهذا ربما هو اهم انجازاتها و انجازات ديراك على الاطلاق.

3.1.5 هل تعرفون ماهى السبينورات؟

الجسيمات الاولية تحول كأجسام رياضية تحت تأثير الدورانات و تحويلات لورنتز Lorentz - اى التحويلات النقطية للنسبية الخاصة - التى تشكل مع بعضها البعض زمرة تسمى زمرة لورنز Lorentz group.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

شكل 2.5: مصفوفات ديراك.

فهناك اولا الجسيمات السلمية scalars اى انها لا تتحول اصلا تحت تأثير اى تحويل. مثل جسيم الهيغز Higgs.

وهناك الجسيمات الشعاعية vector particles. اى تتحول مثل الشعاع العادى تحت تأثير الدوران. ومن هذه الجسيمات الفوتون photon, وهو ناقل التفاعلات الكهرومغناطيسية و الضوء, و الغليونات gluons, وهى ناقلة التفاعلات النووية القوية, وجسيمات W و Z وهى ناقلة التفاعلات النووية الضعيفة.

فكل الجسيمات الاشعاعية- اى التى تنقل القوى- هى اذن جسيمات شعاعية. ومن المؤكد انكم لم تركزوافى هذه الخاصية من قبل: أن جسيم الضوء يتصرف كشعاع. غريب فعلا لكن صحيح تماما!

وهناك الجسيمات التى تتحول مثل التنسورات tensors مفردها تنسور الذى يتحول مثل الجداء (التنسورى) لشعاعين وهذا مثل الغرافيتون graviton. اذن جسيم الجذب الثقالى هو تنسور. اذا لم تصدقوا هذا الكلام فإننى متفهم جدا لان هذا فعلا عجيب!!!!

وهناك ايضا السبينورات spinors مفردها سبينور وهذا موضوعنا هنا وهى الدوال الموجية التى تظهر فى معادلة ديراك.

كل الجسيمات الاولية الفرميونية fermions - اى الجسيمات التى عزم لفها او السبين spin هو عدد نصف صحيح - وهى الجسيمات المشكلة للمادة مثل اللبتونات leptons (الالكترون و اشقائه) و الكواركات quarks (المشكلة للبروتون و النوترون و أشقائهما) تتحول كسبينورات تحت تأثير الدورانات و تحويلات لورنتز.

السبينور هو مثل الشعاع فى الشكل كما فى هذه الصورة لكنه ليس بشعاع بل هو شيء مختلف جدا رياضيا.

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}$$

شكل 3.5: السبينور

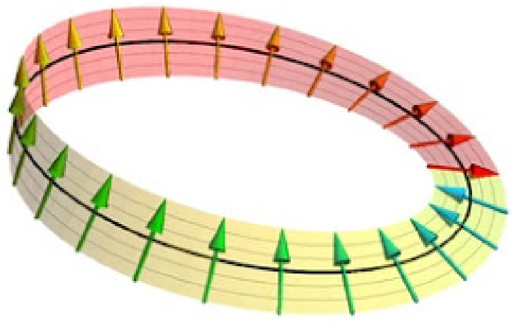
فمثلا تحت تأثير دوران بزاوية 360 درجة فإن السبينور يعود الى ناقص نفسه عكس الشعاع كما هو موضح فى الصورة ادناه.

هذه الخاصية الرياضية العجيبة (التى تسمى مبرهنة السبين-الاحصاء spin – statstics theorem) يترتب عليها من الناحية الرياضية الدخول الى عالم الاعداد المركبة الغراسمانية Grassmannian وهى اعداد ضد-تبديلية anticommutative عكس الاعداد المركبة العادية التى هى اعداد تبديلية commutative. لكن هذا اتجاه آخر للقصة نتركه ان شاء الله لفرصة أخرى.

هناك ثلاثة انواع من السبينورات:

- **سبنور ديراك:**

اذا كان الجسيم الفرميونى ذى كتلة غير معدومة فهو يوصف بسبينور ديراك Dirac spinor . من ناحية الشكل سبينور ديراك يشبه شعاع بأربعة مركبات هى اعداد مركبة و تسمية سبينور ديراك لانه يحقق معادلة ديراك. هذا السبينور يمكن تقسيمه وكتابته



شكل 4.5: السبينور عكس الشعاع يغير الاشارة تحت تأثير دوران ب 360 درجة.

على شكل مجموع سبينور يسارى - اى يدور فى فضاءه من اليسار الى اليمين - و الى سبينور يمينى - اى يدور فى فضاءه من اليمين الى اليسار -. هاتان الحالتان: السبينور اليمينى right − handed spinor و السبينور اليسارى left − handed spinor تسمى الحالات الهيليسيتية helicity states. وهما تختلطان ببعضهما البعض تحت تأثير تحويلات لورنتز. الالكترون هو من هذا النوع. وكذلك جسيمه المضاد البوزيترون الذى يختلف عنه بالشحنة فقط. سبينور ديراك اذن يوفر تمثيلة representation قابلة للاختزال reducible لزمرة لورنتز.

- **سبينور وايل:**

النوع الثانى اذا كان الجسيم الفرميونى ذى كتلة معدومة فهو يوصف بسبينور وايل Weyl spinor و هو يشبه شعاع بمركبتين فقط عوض اربعة. هذا يوفر تمثيلة غير قابلة للاختزال لزمرة لورنتز. من اجل هذا النوع فإن الخاصية الهيليسيتية هى عدد كومى جيد good quantum number لانه صامد invariant تحت تأثير تحويلات لورنتز. و هذا بسبب ان هذا النوع من الفرميونات يتحرك بسرعة الضوء لان كتلته صفر. اذن سبينور وايل اما ان يكون سبينور يمينى او ان يكون سبينور يسارى. النيترينو لو اهملنا كتلته الصغيرة جدا فهو فرميون او سبينور وايل. لكن بسبب كتلته المهملة تلك فهو فى الحقيقة سبينور ديراك.

- **سبينور ماجورانا:**

النوع الثالث اذا كان الجسيم الفرميونى معدوم الشحنة فهو يوصف فى هذه الحالة بسبينور ماجورانا Majorana spinor. هذا السبينور من ناحية الشكل يوصف بشعاع باربعة مركبات هى اعداد حقيقية او بشعاع بمركبتين فقط تعطى باعداد مركبة. قارن مع اعلاه لتمييز الفرق بالضبط وهو فرق كبير جدا. سبينورات ماجورانا تصف الجسيمات الاولية الفرميونية التى لا تتميز عن اضدادها. واذا كانت بالاضافة الى كل هذا ذات كتلة معدومة فإنها تدخل بشكل محورى فى بناء نظريات التناظرات الممتازة. لكن علينا القول انه لحد الان لا نعرف اذا كانت فرميونات ماجورانا موجودة فعلا فى الطبيعة أم لا.

2.5 عالم الجسيمات الأولية و القوى الكونية الأساسية

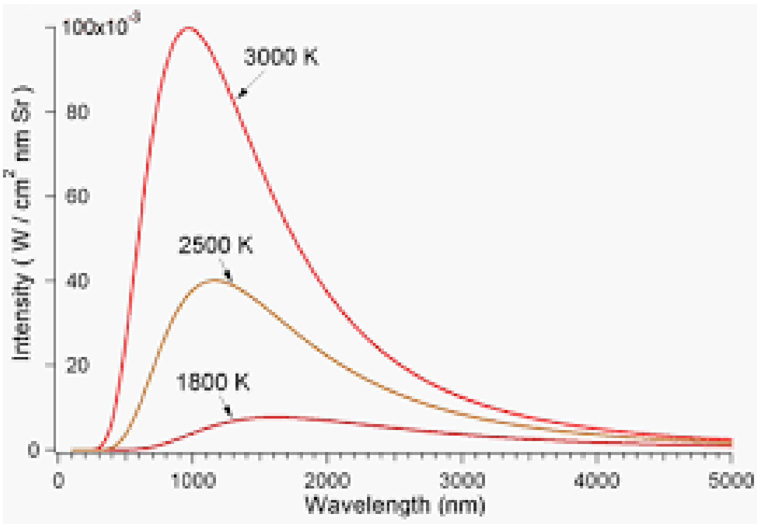
1.2.5 الالكترون و الفوتون و البيون

الالكترون الالكترون هو اول الجسيمات الاولية اكتشافا و كان ذلك عام 1897 من قبل تومسون Thomson الذى افترض عندها مباشرة ان الالكترون يجب ان يكون مكونا اساسيا للذرة.
هذا الامر برهن عليه تجريبيا فيما بعد رذرفورد Rutherford عام 1914 عن طريق تجارب تصادم مرنة elastic scattering بين جسيمات ألفا, التى هى عبارة عن انوية هيليوم, و ذرا ت الذهب.
نحن نعرف الان, ان النواة مشكلة من بروتونات, عددها هو بالضبط عدد الالكترونات و شحنتها تساوى شحنة الالكترونات بالقيمة المطلقة, بالاضافة الى نيوترونات, ذات شحنة حيادية و كتلة مقاربة لكتلة البروتونات, هذه الاخيرة اكتشفها شادويك Chadwick عام 1932.
هذه التجارب بينت, بما لا يدع مجالا للشك, ان بنية الذرة تتشكل من نواة كثيفة فى المركز, ذات شحنة موجبة تتركز فيها اغلب الكتلة الذرية, و مجموعة من الالكترونات, ذات شحنة سالبة و كتلة مهملة بالمقارنة, تسبح فى مدارات حول النواة.
على العكس من الالكترون فان البروتون وكذا النيوترون ليست جسيمات اولية لانها تتشكل من جسيمات أخرى اكثر اولية تعرف بالكواركات quarks. ايضا هناك انواع أخرى من الالكترونات تسمى اللبتونات leptons. بصفة عامة هناك ستة لبتونات و ستة كواركات فى الاجمال. و المكونات الأولية للمادة المضيئة فى الكون هى اللبتونات و الكواركات.

الفوتون الفوتون photon هو الجسيم الذى ينتشر مع الضوء او اى اشعاع كهرومغناطيسى. الفيزيائى النظرى الشهير بلانك Planck عام 1900 هو اول من افترض أن الضوء يأتى على شكل كمات quantums ذات طاقة E تعطى بدلالة التواتر ν بالعلاقة

$$E = h.\nu$$

حيث h هو ثابت اصبح يعرف فيما بعد بثابت بلانك, وهذا من اجل تفسير ما يسمى بطيف اشعاع الجسم الاسود black body radiation.
هذه الكمات المفترضة هى جسيمات و هى بالضبط ما نسميه الان بالفوتونات.
الان ماهو اشعاع الجسم الاسود الذى ادى الى هذه الفرضية؟ اى جسم مسخن عند درجة حرارة T فى حالة توازن ترموديناميكى يصدر عنه طيف اشعاع كهرومغناطيسي لا يتعلق الا بدرجة الحرارة. اى ان كل الاجسام المسخنة عند نفس درجة الحرارة يكون لها نفس الطيف. هذا هو ما يسمى باشعاع الجسم الاسود. انظر الصورة التالية التى تظهر طيف اشعاع الجسم الاسود كدالة فى طول الموجة $\lambda = c/\nu$ من اجل درجات حرارة مختلفة.



شكل 5.5: اشعاع الجسم الاسود من اجل درجات حرارة مختلفة.

حتى الكون نفسه يتصرف كجسم اسود يصدر منه اشعاع بهذا الشكل تماما عند درجة حرارة تساوى حوالى 3 كلفن.

عندما نحاول الآن ان نحسب هذا الطيف باعتبار أن الضوء موجة كلاسيكية نحصل على قيمة لا نهائية نسميها نحن فى الفيزياء بالتباعد divergence.

و نتيجة هذا الحساب الكلاسيكي تُعرف فى تاريخ الفيزياء باسم الكارثة مافوق البنفسجية ultraviolet catastrophe.

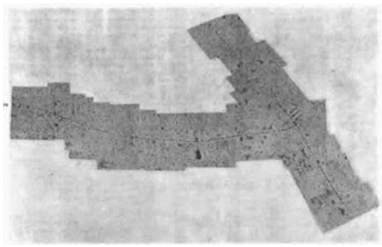
اما بافتراض ان الضوء هو عبارة عن جسيمات ذات طاقة مكممة, تعطى بعلاقة بلانك اعلاه, نحصل عند الحساب بالضبط على الطيف فى الصورة. وهذا هو انجاز بلانك التاريخى الذى ابتدأت به الفيزياء الكمومية.

اينشتاين اخذ فرضية بلانك على محمل الجد, عن طريق التأكيد على أن خاصية التكميم quantization هى خاصة حقيقية تُميز طبيعة الضوء و كل الحقول الكهرومغناطيسية, و باستعمال علاقة بلانك اعلاه, تمكن من تفسير ما يعرف بظاهرة الفعل الكهروضوئى photoelectric effect.

نظرية اينشتاين للفعل الكهروضوئى تحقق منها تجريبيا ميليكان Millikan عام 1916, وأما التأكيد التجريبي النهائى على حقيقة الفوتون فقد تحقق على يد كومبتون Compton عام 1923.

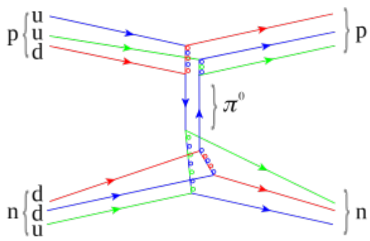
البيون البيون pion هو من اول الجسيمات الاولية اكتشافا. لم يسبقه الا الفوتون (بدون تاريخ محدد), الالكترون (1897), البروتون (1919) و النوترون (1932) ولو ان هذين الاخيرين ليسا جسيمين اوليين, ثم البوزيترون (1932) والميون (1937).

تم اكتشاف البيون pion, وهو جسيم ميزونى meson, فى الاشعة الكونية cosmic rays عام 1947 من طرف باول Powell و فريقه فى الصورة التى تبين اثر اول بيون رؤي فى التاريخ.



شكل 6.5: أثر أول بيون فى التاريخ.

البيون هو فى الحقيقة ليس جسيم اولى تماما لانه يتشكل من كوارك u وكوارك مضاد $\bar{d}$. و هو الجسيم الذى يحمل او يتوسط القوة النووية المتبقية residual nuclear force التى تنجم عن القوى النووية القوية strong nuclear forces الاكثر الاساسية مثلما تنجم قوى فان دار والز VanderWaals بين الجزيئات غير المشحونة من القوى الكهرومغناطيسية. اذن البيون هو الجسيم الذى يتم امتصاصه و ارساله بشكل مستمر فى التفاعلات النووية مابين البروتونات و النوترونات كما فى الصورة الثانية التى تبين تصادم بروتون مع نيوترون عن طريق تبادل بيون بينهما.

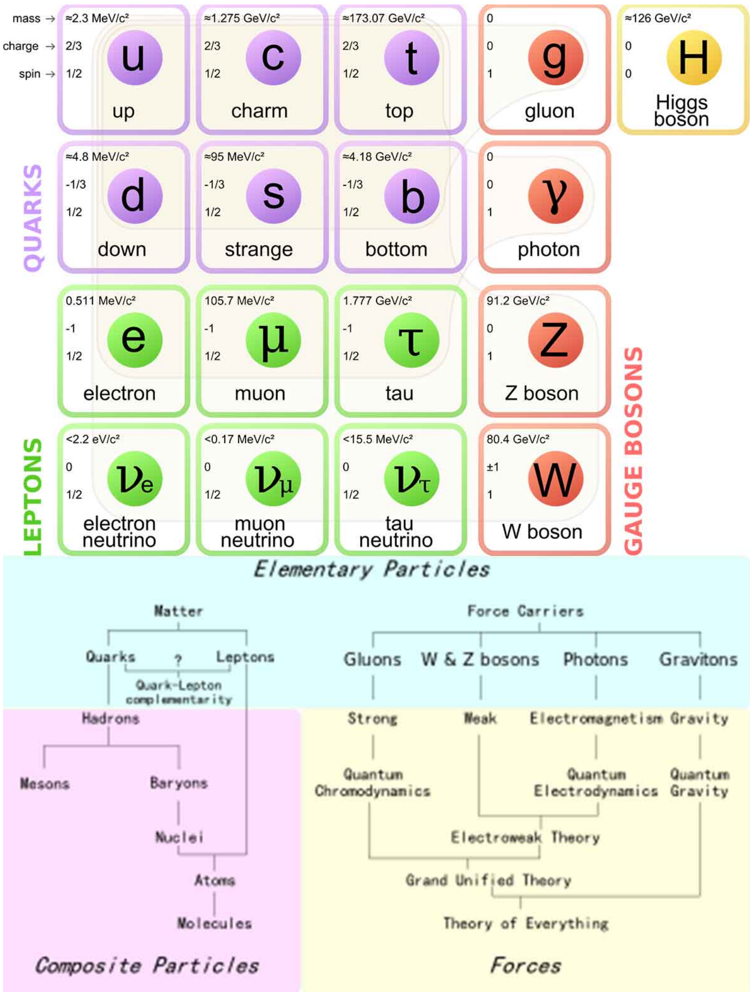


شكل 7.5: تصادم بروتون و نيوترون عن طريق تبادل بون بينهما.

2.2.5 الجسيمات الاولية و القوى الاساسية

الجسيمات الاولية هي الاجزاء التى لا تجزأ للمادة او ما كان يعرف بالجواهر الفردة. و على عكس ما يمكن ان يعتقده البعض فان عدد هذه الجسيمات محدود.

اولا هناك ما يعرف بالبوزونات الشعاعية vector bosons المسؤولة عن نقل تأثير القوي الكونية من نقطة الى اخري. فكما هو معروف, ربما, فان التفاعلات الكهرومغناطيسية ينقلها جسيم بوزنى شعاعي يسمي الفوتون photon. أما القوي الثقالية فينقلها جسيم يسمي الغرافيتون graviton. و القوي النووية القوية تنقلها ثمانية جسيمات بوزونية تسمي الغليونات gluons. و التهافت الاشعاعى اى القوة النووية الضعيفة فمسؤول عنها ثلاث جسيمات بوزونية ليس لها اسم محدد لكن يرمز لها ب W^+, W^- , Z.

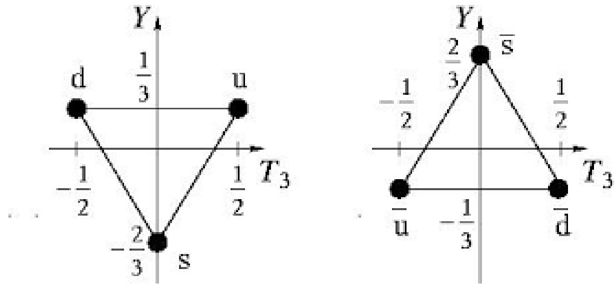


شكل 8.5: الجسيمات الاولية و القوى الكونية.

بالاضافة الى البوزونات المذكورة اعلاه هناك ايضا الفرميونات التى تنقسم الى عائلتين مشكلتين من ستة جسيمات و اضدادها.
عائلة الكواركات quarks و تحتوي علي جسيمات يرمز لها بالحروف u (up)$,d$ (down)$,s$ (strange)$,c$ (charm)$,t$ (top)$,b$ (bottom).
وعائلة اللبتونات leptons التي تحتوي علي الالكترون و اخويه الميون muon و التاوون taon, بالاضافة الى ثلاث انواع من النيترينو neutrino التي هي من اصعب الجسيمات الاولية مشاهدة فى الطبيعة و المسرعات.
اذن كل المادة مشكلة من الفرميونات اى اللبتونات و الكواركات.
آخر القائمة و ليس اخيرا هو جسيم هيغز Higgs و هو المسؤول عن اعطاء الكتلة للكواركات و اللبتونات و ايضا الجسيمات البوزونية الشعاعية W^+,W^-, Z. هذا الجسيم هو الوحيد الذي له عزم لف او سبين spin يساوي صفر اي انه جسيم سلمي, اما البوزونات الشعاعية فعزم لفها يساوي واحد ولهذا فهى شعاعية, و الفرميونات من كواركات و لبتونات فعزم لفها يساوي نصف. جسيم هيغز هو آخر الجسيمات الاولية اكتشافا.
كل هذه الجسيمات الاولية و التفاعلات الكونية الثلاثة, الاشعاعية و النووية و الكهرومغناطيسية, تخضع لكثير من التناظرات في الفضاء-زمن, و في فضاء الحالات الكمومية او ما يسمي بفضاء هيلبرت, اهمها على الاطلاق تناظرات لورنتز فى الفضاء-زمن و التناظر المعياري فى فضاء هيلبرت الذي يرمز له ب $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.
كل هذه الفيزياء يختزلها نموذج ظواهرى واحد يسمي النموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية.

3.2.5 نموذج الكواركات

فرضية الكوارك Quark التي اقترحها غالمان Gell – Mann و غيره تؤدي الي ترتيب الجسيمات النووية الاولية في تمثيلات للزمرة SU(3) وهى زمرة شاملة تعبر عن تناظر شامل global وليس موضعى local مثل التناظر المعيارى. اصغر هذه التمثيلات هي التمثيلة الاساسيةً fundamental representation التي تحتوي علي الكواركات نفسها (u, d, s) كما فى الصورة حيث ان المحاور هى العدد الكمومى المسمى عزم اللف او السبين الايزوتوبى isospin الذى يرمز له ب T_3 فى المحور الافقى أما فى المحور العمودى فيوجد العدد الكمومى المسمى الشحنة المفرطة hypercharge التي يرمو لها ب Y.



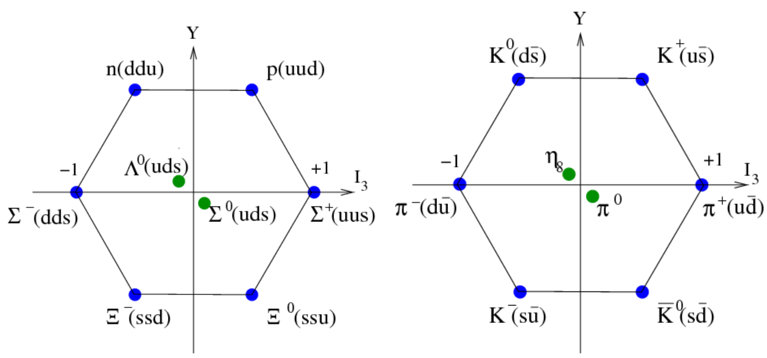
شكل 9.5: التمثيلة الاساسية (الكواركات) و التمثيلة الاساسية المضادة (الكوراكات المضادة) للزمرة الشاملة SU(3) لتناظر النكهة.

هذا النموذج الذى يعرف ايضا تاريخيا بالطريقة الثُمانية eigthfold way (لان اغلب التمثيلات المهمة التى اكتشفت فى البداية هى ثمانيات مشكلة من ثمانية جسيمات اولية) مبنى على تناظر شامل يسمى تناظر النكهة flavor symmetry وهو يعتمد على الزمرة $SU(3)$ فى حالة الكواركات الثلاثة اعلاه: u (up)، d (down)، s (strange).

هذه الكواركات هى بالضبط ما يعرف بالنكهات ولان هذه الكواركات هى الاقل كتلة فان تناظر النكهة $SU(3)$ هو الاقرب الى الدقة. الكواركات الاخرى كتلتها معتبرة و تناظرات النكهة الناجمة عن اضافتها غير دقيقة بالمرة. ايضا عليكم الا تخلطوا بين الزمرة $SU(3)$ التى تعبر عن نكهات الكواركات و الزمرة $SU(3)$ التى تعبر عن التناظرات المعيارية للقوة النووية الكبرى لان هذه الاخيرة هى تناظرات موضعية local دقيقة أما تناظرات النكهة فهى دائما تناظرات شاملة global تقريبية.

هذا التناظر التقريبى للنكهة يسمح لنا بترتيب كل الجسيمات الاولية فى تمثيلات اخرى للزمرة $SU(3)$ وليس فقط الكواركات.

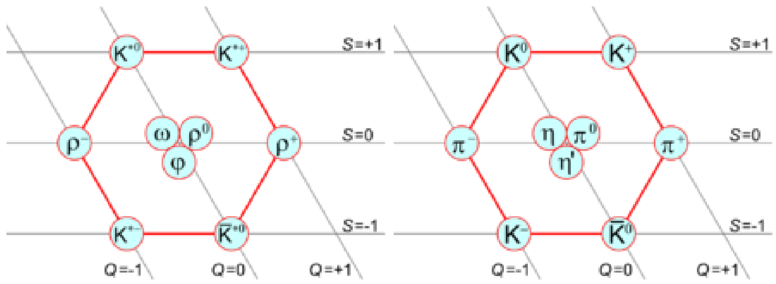
فمثلا فى الصورة الثانية ادناه التمثيلة الثمانية للميزونات mesons شبه السلمية pseudoscalars ذات عزم اللف المنعدم, التى من بينها جسيمات البيون الشهيرة اول الجسيمات اكتشافا بعد البروتون و النوترون, و التمثيلة الثمانية للباريونات baryons الفرميونية ذات عزم لف يساوى نصف التى من بينها البروتون و النوترون. وتذكروا ان الميزون يتشكل من زوج كوارك و كوارك مضاد اما الباريون فيتشكل من ثلاثة كواركات.



شكل 10.5: التمثيلة الثمانية للميزونات (يسار) و التمثيلة الثمانية للباريونات (يمين). صورة مأخوذة من [48].

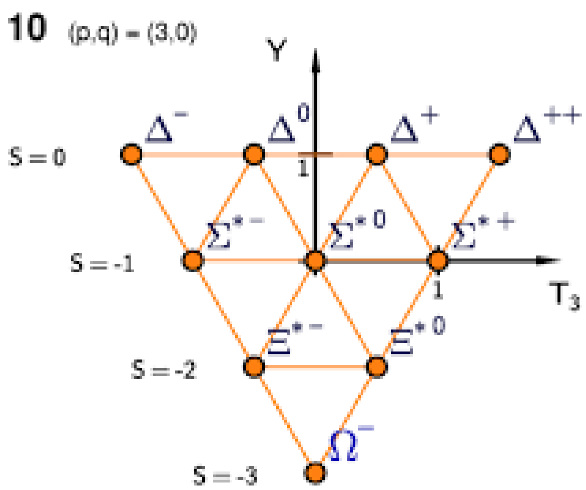
انظروا فى مركز الشكل الاول فى الصورة اعلاه - اى التمثيلة الثمانية للميزونات- هناك جسيمان: البيون المحايد π^0 وجسيم ايطا η. هناك جسيم آخر شقيق لجسيم ايطا يسمى جسيم ايطا فتحة η' ذى اصول طوبولوجية topological راجعة الى تشكيلات معيارية gauge configurations تسمى انسطانطون instanton وبالتالى فان كتلته مرتفعة لا يتحملها نموذج الكواركات. اذا اضفنا هذا

الجسيم للتمثيلة الثمانية نحصل على تمثيلة تساعية في الصورة الثالثة. وهناك تمثيلة تساعية اخرى للميزونات ذات سبين يساوى واحد ايضا في الصورة الثالثة.



شكل 11.5: التمثيلات التساعية للميزونات و الباريونات باضافة الجسيمات ذات الاصل الطوبولوجي.

وايضا هناك مثلا التمثيلة العشرية للباريونات في الصورة الاخيرة و هناك غيرها كثير. غالمان تحصل علي نوبل عام 69 لتنبؤه بالجسيم Ω_- فقط من بنية التمثيلة العشرية ادناه التى بدون هذا الجسيم تكون غير مكتملة ينقصها رأس المثلث!!.



شكل 12.5: التمثيلة العشرية و الجسيم اوميغا في رأس المثلث الذى تنبأ به غالمان فقط من ضرورة التناظر (اى اكتمال الشكل الهندسى للمثلث).

4.2.5 ثورة نوفمبر

و قد تكتشف ليس جسيما واحدا فقط بل عشرات من الجسيمات مرة واحدة مثلما حدث في شهر نوفمبر من عام 1974 عندما افترض الفيزيائيون لتفسير جسيم جى/بساى الذى يرمز له ب J/ψ ان هناك اربعة كواركات: بالاضافة الى الثلاثة التى افترضها نموذج الكواركات u, d و s يوجد كوارك رابع هو الجذاب charm ويرمز له ب c.

ال ψ يتشكل من كوارك c و كوارك مضاد $\bar{c}$.

نموذج الكوارك يمدد بالتالي من الزمرة $SU(3)$ الى الزمرة $SU(4)$.

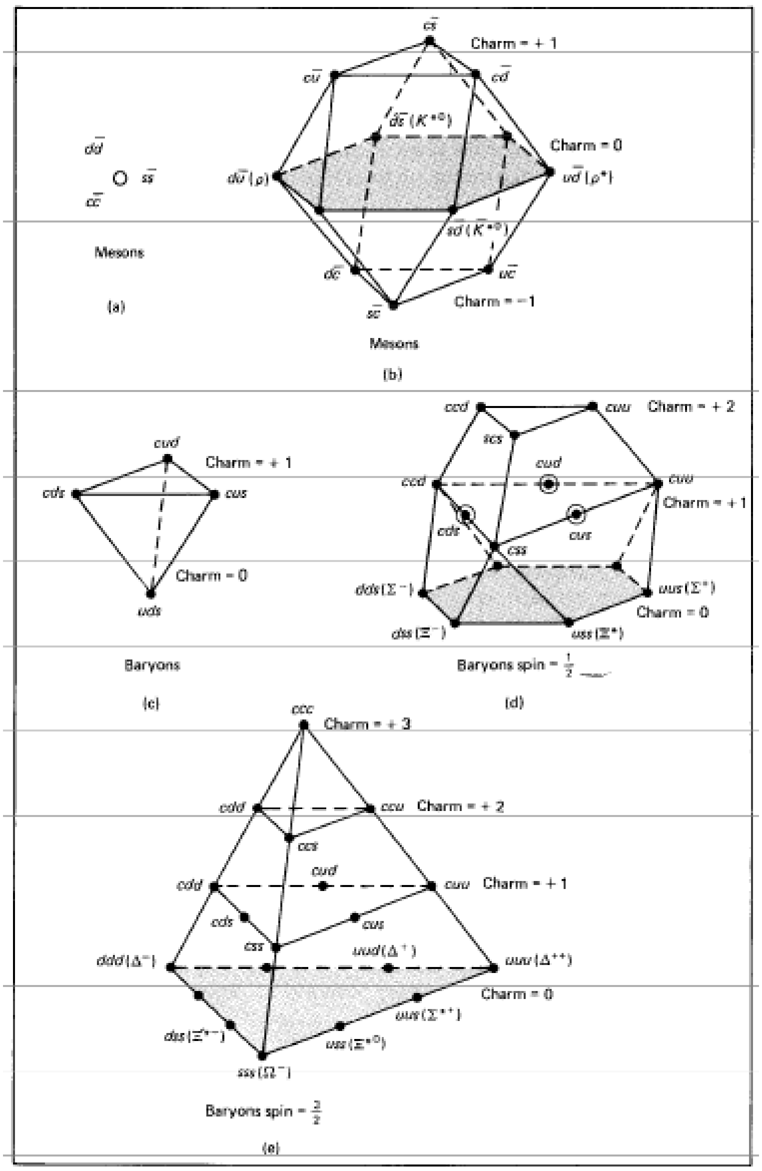
كنتيجة مباشرة يتم اكتشاف ان عدد اكبر من الجسيمات الأولية هى قريبة لبعضها البعض و تترتب في تشكيلات الآن فضائية هى تمثيلات الزمرة $SU(4)$. انظروا الصورة ادناه.

وهذا هو ما يعرف في فيزياء الجسيمات الاولية بثورة نوفمبر التى وقعت بتاريخ $11-10$ نوفمبر من عام 1974 عند الامريكان (وليس عندنا).

وقد تحصل المكتشفان ريتشر Richer من SLAC و تينغ Ting من Brookhaven - وهو المكتشف الاول الذى لم يعلن عن اكتشافه حتى اعلن عنه بصورة مستقلة زميله ريتشر من الجهة الاخرى- على هذا الاكتشاف على نوبل عام 1976.

ريتشر سمى الجسيم ψ أما تينغ فسماه J ولهذا فان الجسيم اسمه J/ψ.

لاحظوا ان التجربتين فى SLAC و Brookhaven تحتويان على عدد ضخم من الفيزيائيين التجريبيين الا ان الرئيس فقط فى كل تجربة هو الذى يأخذ الجائزة و يدخل التاريخ. وهذا هو الفرق بين التجريبى و النظرى!!



شكل 13.5: الكواركات كتمثيلات للزمرة SU(4) لتناظر النكهة.

5.2.5 المقطع العرضى التفاضلى للتصادم

كل فيزياء الجسيمات الاولية التجريبية و قدر معتبر من الفيزياء النووية و كذا الفيزياء الذرية تقوم على اجراء تجارب التصادمات فى المسرعات و المفاعلات . و فى تجربة التصادم فانه يمكن لجسيمات مسرعة فى شكل حزم beams أن ترد ولهذا تسمى الجسيمات الواردة incident على جسيمات أخرى ساكنة تسمى الجسيمات الهدف target وتتفاعل معها عبر قوى معينة مما يؤدى الى تغيير اتجاه تلك الجسيمات الواردة التى سوف تغادر فى اتجاه معين يحدده التصادم الذى وقع.

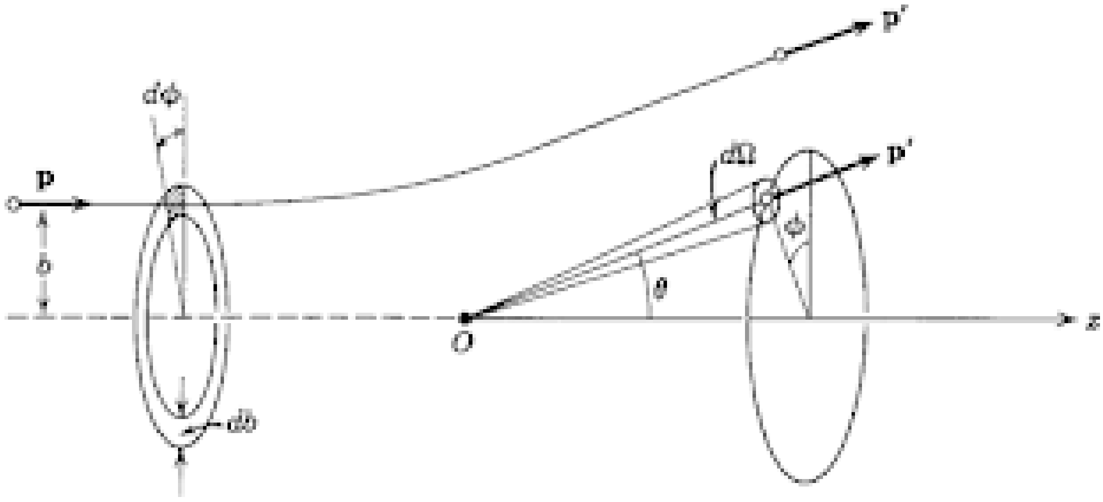
هذا الذى وصفته هو تصادم مرن. لكن يمكن للتصادم ان يكون غير مرن.

و أكثر من هذا يمكن ان تتغير طبيعة الجسيمات خلال التصادم و تصبح شيئا آخر. وأهم مميزات هذه التصادمات الأولية انها نسبية و انها كمومية. لكن فى أحيان اخرى -مثل الحالات التى نتوفر عليها الفيزياء الذرية و النووية- فان الميكانيك الكمومى العادى او حتى الميكانيك الكلاسيكى قد يكون كافى لوصف هذه التصادمات. لكن الوصف النهائى الاساسى لما يحدث فى التصادم هو ما تعطيه فيزياء الجسيمات الاولية و نظرية الحقول الكمومية.

التصادم قد يعطى ايضا بصيغة اخرى. فى تجارب تصادم اخرى مهمة جدا فان حزمة من الجسيمات ترد من اليمين مثلا و حزمة اخرى من الجسيمات ترد من اليسار مثل أهم التجارب التى تجرى فى المسرع الاوروبى CERN لكن بسرعتين متعاكستين ثم يقع التصادم بسبب تفاعل ما فى الحزمتين -عبر القوى الكهرومغناطيسية او النووية او الاشعاعية- الذى يؤدى الى انحراف الحزمة الاولى وكذا الثانية فى اتجاهين متعاكسين ايضا تحدد زاويته تماما مرة اخرى طبيعة التصادم الذى وقع. هذا الوصف هو الوصف فيما يسمى معلم المُختبر laboratory frame وهو معلم التجربة فعلا.

من الناحية الرياضية فان التصادم من الافضل ان يدرس فى معلم مركز الثقل center – of – mass frame وفى كل الحالات ذات الاهمية فان مركز الثقل هو نفسه مركز الكتل واذا لم يتطابقا فالمقصود اذن هو مركز الكتل و ليس مركز الثقل.

فى معلم مركز الثقل كما يدل الاسم فان مركز الثقل ساكن اى ان كمية الحركة الكلية تنعدم. فى هذه الحالة فانه لدينا كتلة مختزلة تأتى الى مركز القوة O الذى هو نفسه مركز ثقل الجملة (و الذى يمثل مركز قوة التفاعل بين الجسيمات الواردة و الهدف او قوة التفاعل بين الجسيمات الواردة فى الاتجاهين المتعاكسين) و بعد التصادم فان الكتلة المختزلة تغادر فى اتجاه معين يحدده مرة اخرى التصادم الذى وقع كما فى الصورة.



شكل 14.5: زوايا التصادم θ و ϕ, معامل التأثير b, الزاوية الصلبة للتصادم $d\Omega$ و المقطع العرضى التفاضلى $d\sigma$ الذى يعطى من اجل القوى المركزية ب $d\sigma = bdbd\phi$ حيث $b = b(\theta)$. المقطع العرضى التفاضلى يحسب باستخدام قاعدة فرمى الذهبية فى الصورة ادناه.

الزوايا التى تحدد اتجاه الخروج تسمى زوايا التصادم وأهمها الزاوية القطبية θ. و المسافة العمودية للجسيمات الواردة بالنسبة لمركز الثقل يسمى معامل التأثير impact parameter و هو مقدار تجريبى مهم. مثلا من اجل القوى المركزية central forces فان b يتعلق فقط بالزاوية θ.

اذن الجسيمات الواردة التى تقطع سطح عرضى $d\sigma$ سوف تتفاعل مع مركز القوة و تتصادم داخل الزاوية الصلبة $d\Omega$ التى تُعرفها زوايا التصادم كما يلى

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi.$$

من اجل القوى المركزية فان المقطع العرضى يعطى (من الصورة اعلاه فقط) بدلالة معامل التأثير و الزاوية القطبية ب

$$d\sigma = bdbd\phi.$$

النسبة

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}.$$

تسمى المقطع العرضى التفاضلى للتفاعل scattering differential cross section و هو اهم شيء يقاس تجريبيا و يحسب نظريا. وهو مهم لانه يحتوى على كل المعلومات التى تخص قوة التفاعل المسؤولة عن التصادم و منه فان تحديد خواص هذا المقطع كدالة فى زوايا التصادم يسمح لنا بمعرفة خواص القوة المسؤولة عن التصادم اى تحديد خواص القوى الطبيعية الاساسية: أليس هذا هو الهدف المحورى للفيزياء؟.

و المقطع العرضى التفاضلى يساوى تجريبيا عدد الجسيمات الواردة فى وحدة الازمن التى سوف تتصادم داخل الزاوية الصلبة اللامتناهية فى الصغر و هكذا يقاس تجريبيا. اما من الناحية النظرية فهو متناسب مع احتمال الانتقال transition probability من الحالة الابتدائية -قبل التصادم- الى الحالة النهائية -بعد التصادم-. وهو يعطى بالعبارة الشهيرة (انظر الصورة الثانية) المسماة قاعدة فرمى الذهبية Fermi's Golden rule التى تنص على ان المقطع العرضى التفاضلى يساوى الى جداء حدين اساسين:

-العنصر الاول ديناميكى dynamical هو مربع عنصر مصفوفة الانتقال transition matrix و هذا ما تحسبه نظرية الحقول الكمومية بدلالة مخططات فاينمان Feynman diagrams. وهو اهم شيء كما قلنا لان هذا هو الجزء الذى يتعلق على القوة. مربع عنصر مصفوفة الانتقال هو $|T_{fi}|^2$ فى الصورة.

-العنصر الثانى حركى kinematical هو الحجم فى فضاء الطور المتوفر لهذا التصادم و هذا ما تحسبه فيزياء الجسيمات الأولية النظرية. وهو التكامل على كميات الحركة النهائية $\vec{p}'_1$، $\vec{p}'_2$ مع شرط انحفاظ الطاقة و كمية الحركة المعطى بدالة ديراك $\delta^4(P'-P)$. لاحظ ان الطاقة E تعطة بدلالة كمية الحركة $\vec{p}$ بعلاقة الطاقة النسبية لاينشتاين.

$$d\sigma = (2\pi)^4\delta^4(P'-P)\frac{d^3\vec{p}'_1}{(2\pi)^3 2E'_1}\frac{d^3\vec{p}'_2}{(2\pi)^3 2E'_2}|T_{fi}|^2\frac{1}{4I_0}.$$

شكل 15.5: قاعدة فرمى الذهبية التى تعطى المقطع العرضى التفاضلى للتفاعل.

3.5 التناظر و قوانين الانحفاظ

1.3.5 جولة فى عالم التناظرات

يأتى التناظر على اشكال و انواع.

فهناك تناظر خارجى اى فى الفضاء-زمن و هناك تناظر داخلى اى فى فضاء حالات الجملة او ما يسمى بفضاء هيلبرت.

وهناك تناظرات موضعية local و هذه ما تسمى بالمعيارية gauge و هناك تناظرات شاملة global اى تؤثر بنفس الطريقة فى جميع النقاط.

وهناك تناظر مستمر-وهى الاغلبية الساحقة- و هناك تناظر متقطع مثل العكس فى الزمن time reversal او العكس فى الفضاء parity او ارفاق الشحنة charge conjugation اى عكسها.

وهناك تناظر مضبوط exact مثل اغلبية التناظرات فى الفضاء-زمن و هناك تناظر تقريبى لكنه جيد جدا مثل تناظرات عزم اللف النووى او الايزوسبين isospin و تناظرات اليدوانية chiral symmetry التى تؤثر فى الفضاء الداخلى لعزم اللف او السبين.

وحتى التناظرات المضبوطة فانها يمكن ان تكون منكسرة تلقائيا spontaneously broken عندما تختار الجملة تلقائيا-بمعنى تحت تأثير القوى التى تخضع لها فقط- حالة معينة فى فضاء هيلبرت للحالات. واشهر هذا النوع هو الانكسار التلقائى للتناظر المعيارى الموضعى للقوة الكهروضعيفة electroweak الذى يؤدى الى القوة الكهرومغناطيسية التى نراها فى الطبيعة. وجميع الانكسارات التلقائية هى تحولات طورية من الدرجة الثانية.

و قد ينكسر التناظر بفعل ما يسمى الشذة الكمومية quantum anomlay عندما لا يمكن لتكامل الطريق path integral او دالة التقسيم التى تحسب كل شيء حول حالة الجملة ان يحترم هذا التناظر لاسباب فيزيائية اساسية. واشهر هذا النوع -ومن اشهر الاشياء فى الفيزياء النظرية- ما يعرف بالشذة اليدوانية chiral anomaly و كذلك الشذة الكونفورمالية conformal anomlay.

والشذة الكمومية-بالذال و ليس بالدال من شذ يشذ شذوذا- ليس بالامر الهين فهى عموما ليست بالمرحب بها. فمثلا التناظرات المعيارية الموضعية لا يمكن ان تعانى من هذا الامر و الا رُمى بالنظرية الى سلة المهملات. اذن شرط غياب الشذة هو شرط كبير جدا على النظرية مثل شروط الاحادية unitarity و قابلية اعادة التنظيم renormalizability وهذا حتى تكون النظرية مقبولة.

اذن التناظر و غيابه عبر اى سبب امر مهم جدا جدا. وكل تناظر يأتى مرفقا بانحفاظ conservation مقدار فيزيائى نسميه الشحنة. فمثلا التناظر المعيارى للقوة الكهرومغناطيسية يؤدى الى انحفاظ الشحنة الكهربائية. و التناظر تحت تاثير الانسحابات فى الفضاء-زمن

يؤدى الى انحفاظ كمية الحركة و الطاقة. والتناظر تحت تأثير الدورانات يؤدى الى انحفاظ العزم الحركى. وهكذا. وهذه هى مبرهنة نوثر Noether's theorem الشهيرة.

لنركز فى الباقى على التناظرات الخارجية فى الفضاء-زمن. وابسطها الدورانات و اعمها الديفيومورفيزمات diffeomorphisms وهى التحويلات النقطية point transformations العامة للاحداثيات التى تقبل الاشتقاق عدد لانهائى من المرات و تقبل العكس.

فالتعميم المباشر للدورانات ياخذنا الى تناظرات بوانكريه Poincare ثم التعميم الموالى يأخذنا الى التحويلات الكونفورمال ثم التعميم الذى يليه ياخذنا الى الديفيومورفيزمات.

الدورانات تهم الميكانيك الكمومى.

و هى تعطى بالزمرة SO(d) فى بعد d حيث ان الرمز SO نقصد به العمودية الخاصة special orthogonal بمعنى ان الدورانات يعبر عنها بمصفوفات "عمودية" -اى مضروب المصفوفة فى منقولها transpose يساوى واحد- و "خاصة"-اى محدد determinant المصفوفة يساوى واحد-. و مجموعة كل هذه المصفوفات هى ما تشكل الزمرة SO(d) للدورانات.

تحويلات بوانكريه تضم بالاضافة الى الدورانات على الانسحابات و على تحويلات لورنتز. فى الفضاء-زمن ببعد d فانها تعطى بالزمرة SO(d-1,1) اما بعد الذهاب الى الفضاء الاقليدى (تدوير ويك Wick rotation) فانها تعطى بالزمرة SO(d) اى تصبح زمرة دورانات محضة لان تحويلات لورنتز للنسبية تصبح دورانات عادية تحت تاثير تدوير ويك.

للتذكير فان كل نظرية الحقول الكمومية مبنية على تناظرات بوانكريه. فمثلا ما نسميه "الجسيم الاولى" هو تمثيلة representation لهذه الزمرة مميزة بعددين كموميين هما الكتلة و السبين وهما العددان المرفقان بمؤثرات كازيمير Casimir التربيعية فى زمرة بوانكريه.

اما التحويلات الكونفورمال فهى تحتوى بالاضافة على تحويلات بوانكريه على تحويلات السلم dilatation -وهى التحويلات التى نضرب فيها كل احداثيات الفضاء بنفس العدد- و تحتوى ايضا على التحويلات الكونفورمال الخاصة-التى هى عبارة عن تركيب انسحاب زائد عكس inversion زائد انسحاب-.

الزمرة الكونفورمال فى الفضاء-زمن هى SO(d,2) وبعد تدوير ويك نحصل على الزمرة SO(d+1,1) و هذه الزمرة تلعب دورا استراتيجيا فى نظرية الحقول الكونفورمال الجديدة المسماة بالثنائية الثقالية-المعيارية او التقابل AdS/CFT التى تعيش على الفضاء AdS و هو الفضاء دى سيتر الضدى anti – de Sitter و نلاحظ مثلا ان الزمرة SO(d,2) هى بالضبط زمرة الايزومتريات isometries -وهى التحويلات النقطية التى تحفظ المترية - على فضاء دى سيتر الضدى ببعد d+1 وهذا احد الاسباب الرئيسية للنجاح المبهر للثنائية الثقالية-المعيارية.

اعم نوع من التحويلات هى الديفيومورفيزمات و الديفيومورفيزم هو اى تحويل نقطى معطى بتطبيق mapping كيفى يقبل الاشتقاق عدد لا نهائى من المرات و يقبل التطبيق العكسى. وهذه هى التحويلات النقطية التى تظهر فى النسبية العامة و نظرية الوتر و اى نظرية ثقالة كمومية.

زمرة التحويلات النقطية المسماة التحويلات الكونفورمال (او التحويلات الامتثالية) تشكل زمرة تسمى الزمرة الكونفورمال و هى زمرة جزئية محتواة داخل زمرة الديفيومورفيزمات التى تترك مترية metric الفضاء-زمن صامدة غير متغيرة. التحويلات الكونفورمال بالاضافة الى ترك المترية غير متغيرة فإنها تترك الزوايا بين الاشعة ثابتة و تغير فقط الاطوال.

زمرة التحويلات الكونفورمال تتشكل اذن من:

- تحويلات لورنتز اى الدورانات و الدفوعات boosts. المعادلة الاولى فى الصورة.

- الانسحابات. المعادلة الثانية.

- تحويل السلم scale transformation. المعادلة الثالثة. وهذا فعلا احد اسرار الكون التى لا يدركها الا القليل!! فانه يكفى ان تكون النظرية الحقلية متمتعة بهذا التناظر السلمى حتى تكون متناظرة تحت كل الزمرة الكونفورمال.

- التحويلات الكونفورمال الخاصة special conformal transformations التى هى عبارة عن عكس + انسحاب + عكس حيث ان العكس inversion هو التحويل الذى يأخذ x الى $1/x$. المعادلة الرابعة.

كل هذه التحويلات هى تناظرات مضبوطة فى الكون باستثناء التحويلات الكونفورمال التى هى مكسورة بسبب وجود الكتلة فى الكون لكن رغم انكسارها فان الكونفورمال تلعب دورا ليس اقل من ان يقال عنه انه دور حياة او موت فى الفيزياء الاساسية للحقل و الوتر و المصفوفة.

هناك تعميم آخر لهذه التحويلات النقطية (التحويلات الكونفورمالية و الديفيومورفيزمات) المرفقة بتناظرات الفضاء-زمن هى التناظرات الممتازة او السوبرتناظرات supersymmetry لكن هذا النوع لم يُكتشف بعد -لكننى شخصيا اعتقد انه فعلا موجود فى الطبيعة- و هو يحتاج لتفصيل اكثر ليس هذا وقته و لا مكانه.

$$M_{\mu\nu} \equiv i(x_\mu \partial_\nu - x_\nu \partial_\mu)\,,$$
$$P_\mu \equiv -i\partial_\mu\,,$$
$$D \equiv -ix_\mu \partial^\mu\,,$$
$$K_\mu \equiv i(x^2\partial_\mu - 2x_\mu x_\nu \partial^\nu)\,,$$

شكل 16.5: التحويلات النقطية الكونفورمال: الدورانات +تحويلات لورنتز M و الانسحابات P و السلم D و الكونفورمال الخاصة K فى الفضاء-زمن.

شكل 17.5: العكس فى الزمن.

2.3.5 التناظرات المتقطعة

هناك ثلاث تناظرات متقطعة discrete فى عالم الجسيمات الاولية كلها منتهكة violated من قبل التفاعلات النووية الضعيفة المسؤولة عن النشاط الاشعاعى. هذه التناظرات هى:

P: التناظر المرآة او العكس فى الفضاء parity الذى يعكس الفضاء او المكان اى ان اى شعاع $\vec{v}$ سوف يذهب تحت تأثير هذا التحويل النقطى الى $-\vec{v}$.

T: تناظر العكس فى الزمن time reversal و هذا يعكس الزمن t الى $-t$.

C: تناظر ارفاق الشحنة charge conjugation وهذا يعكس الشحنة الكهربائية التى يحملها اى جسيم.

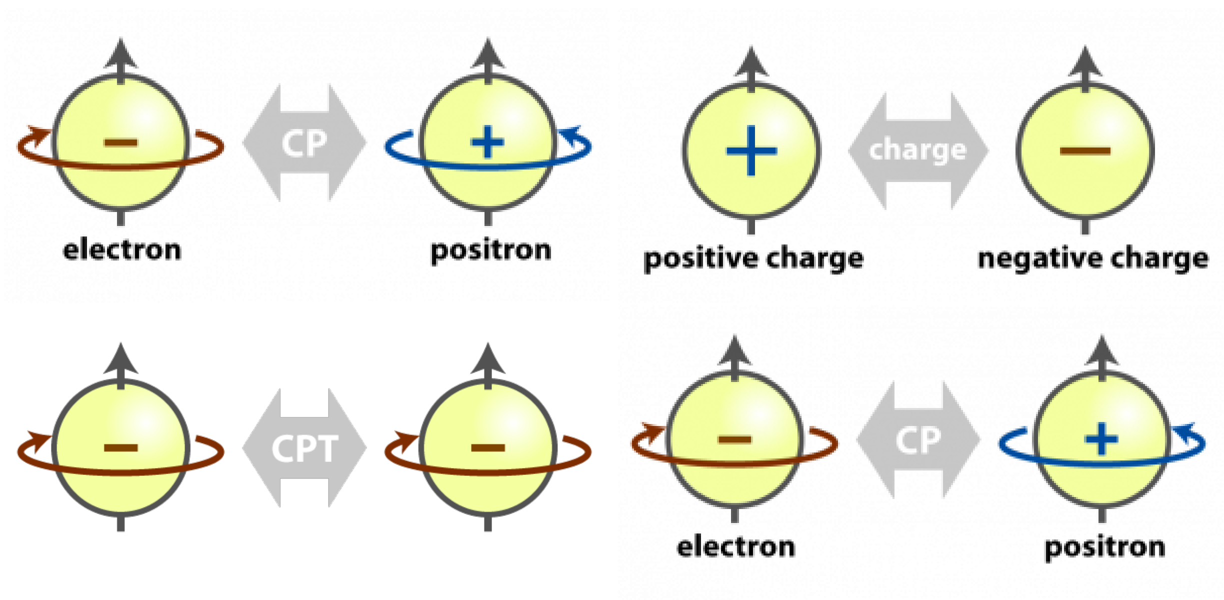
انتهاك التناظر المرآة P violation تم اكتشافه عام 1957 من طرف الفيزيائية التجريبية فو Wu بعد اقتراح من الفيزيائيين النظريين يانغ Yang و لى Lee. يانغ هو نفسه مكتشف نظريات التناظرات المعيارية المسماة نظريات يانغ و ميلز Yang − Mills theories. هذه النظريات التى تلعب الآن دورا محوريا فى كل شيئ تقريبا يخص التفاعلات الاولية و التكميم و الثقالة الكمومية وغيرها. حتى أن يانغ الذى مازال حيا - يقارب المائة الآن- مازال يطالب - وشخصيا متعاطف معه- بجائزة نوبل ثانية على هذه النظريات بعد ان تحصل على نوبل اولى مشاركة مع فو و لى من اجل اكتشاف انتهاك التناظر المرآة اعلاه.

انتهاك التركيب CP, وهو الاعمق و الاعقد والاغمض فى الفيزياء النظرية و فى الطبيعة - جسيمات اولية او كوسمولوجيا-, تم اكتشافه عام 1964 من طرف كرونين Cronin و فيتش Fitch فى التفاعلات الضعيفة لجسيم الكاوون Kaon. اللاتوازن الملاحظ فى الكون بين المادة و المادة المضادة يرجع بالضبط للانتهاك فى التناظر CP.

كل هؤلاء الفيزيائيون كما ذكرنا آنفا تحصلوا على جائزة نوبل على هذه الاكتشافات الاساسية.

لكن الفيزياء النظرية حققت انجازا اكبر عندما بينت اعتمادا على تنظير تجريدى عام و شامل ان الطبيعة رغم كل الانتهاكات اعلاه يجب ان تخضع لما يسمى مبرهنة CPT التى تنص على ان التفاعلات النووية كغيرها يجب ان تخضع للتناظر المحصل عليه من تركيب التناظرات المتقطعة C و P و T مع بعضها البعض. هذا يعنى ان اى تفاعل موجود فى الطبيعة هو متناظر تماما اذا عكسنا الفضاء ثم عكسنا الزمن ثم عكسنا الشحنات الكهربائية لاننا نتحصل فى الاخير على تفاعل هو ايضا موجود ايضا فى الطبيعة.

النتيجة العظيمة الاخرى التى نحصل عليها من مبرهنة CPT هو ان انتهاك CP يؤدى مباشرة الى انتهاك T - هذه سهلة جدا أترون



شكل 18.5: التناظر CPT هو تناظر مطلق فى الطبيعة عكس C و CP كما هو مبين فى الصورة الاخيرة.

لماذا؟- اذن تناظر العكس فى الزمن T يجب ان يكون ايضا منتهك فى الطبيعة بنفس القدر لكن فى الاتجاه المخالف للانتهاك الذى يعانى منه التناظر CP. اى انه لا يوجد تناظر فى الزمن - ولو انه مقصور على التفاعلات النووية الضعيفة- اسوء مما يفعله المبدأ الثانى للترموديناميك.

اذن رجعت بكم مرة أخرى من حيث لا تشعرون الى الزمن. فالزمن لا يضاهيه و يتعداه فى الاساسية و الغموض الا الكمومى. واختم بالقول ان هذه الانتهاكات تبقى, رغم كل ما حققه العلماء فى فهمها, من اغمض خصائص الجسيمات الاولية.

3.3.5 مبدأ انحفاظ الطاقة و اخواتها و اصل المادة المضادة

من اجمل المبادئ, الصحيحة تماما, فى الفيزياء هو مبدأ التناظر symmetry. او بمصطلح القدماء الاتقان الذى نراه فى خلق و بناء الكون. و هذا المبدأ كان قد قال به كل الفلاسفة القدماء و الفلاسفة المسلمون و المتكلمون.

من أكثر التناظرات اساسية نجد الانسحابات فى الزمن و الانسحابات فى المكان, والدورانات, و التحويلات النسبية المعروفة تحت مسمى تحويلات لورنتز Lorentz. و هذه التناظرات تفترض زمانا و مكانا لا نهائيين, لكن ذلك ليس ضروريا لصحتها, و لكن من الناحية الاخرى فإن حجم الكون و عمره هما من الضخامة والقدم بحيث يمكن اعتبارهما بالفعل لا نهائيين. المهم هو الاتى.

ايمى نوثر Emmy Noether فى الصورة ربما اول امرأة فى ألمانيا و فى العالم تخصص و تنجح فى المجال الصعب جدا للفيزياء النظرية. وهى قد اكتشفت احد ابسط و لكن اهم المبرهنات فى الميكانيك التحليلى المعروفة تحت اسم مبرهنة نوثر. هذه المبرهنة تنص بكل بساطة على أن كل زمرة تناظر لجملة فيزيائية ما تكون بالضرورة مرفقة مع انحفاظ قيمة فيزيائية معينة لتلك الجملة. مثلا زمرة الانسحابات فى الفضاء-زمن مرفقة بانحفاظ الطاقة و كمية الحركة, زمرة الدورانات مرفقة بانحفاظ العزم الحركى, وزمرة التحويلات المعيارية مرفقة بانحفاظ الشحنة, وهكذا.

اذن كل تناظر يؤدى الى انحفاظ كمية فيزيائية معينة, والانحفاظ نقصد به عدم تغير قيمة هذه الكمية فى الزمن, و هذا ليس بالامر الهين, اذا تذكرنا ان الجملة الفيزيائية تتغير بشكل معقد جدا فى الزمن.

مثال على هذه التناظرات التى تؤدى الى انحفاظات:

- التناظر تحت تأثير الانسحاب فى الزمن وهو اهمها على الاطلاق و يؤدى الى انحفاظ الطاقة.
- التناظر تحت تأثير الانسحاب فى المكان يؤدى الى انحفاظ كمية الحركة.
- التناظر تحت تأثير الدورانات يؤدى الى انحفاظ العزم الحركى.

هذه الانحفاظات الثلاثة - انحفاظ الطاقة, كمية الحركة, والعزم الحركى- هى انحفاظات مطلقة, تجريبيا و نظريا. تجريبيا, لحد الان لم نرى و لا ظاهرة واحدة فى الطبيعة, اركز و اقول و لا واحدة, لا تحفظ فيها هذه الامور الثلاثة, وايضا من الناحية النظرية, هذه الانحفاظات هى فى مستوى القانون الكلى, و كل النظريات الفيزيائية المعروفة التى يعتد بها, تحترم هذه المبادئ.

اما تحويلات لورنتز للنسبية الخاصة فهى تؤدى مباشرة لوجود المادة المضادة. وهذا الامر يمكن فهمه, ولو بطريقة مبسطة أكثر من اللازم, انطلاقا من ما يسمى علاقة الطاقة-الزخم energy – momentum relation التى تعطى الطاقة بدلالة الزخم اى كمية الحركة بالعلاقة فى الصورة.

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0c^2)^2$$

شكل 19.5: علاقة الطاقة-الزخم التى تعطى الطاقة بدلالة الزخم اى كمية الحركة.

فى هذه العلاقة تعطى الطاقة النسبية E بدلالة كمية الحركة p و الكتلة m_0 و سرعة الضوء c. لاحظوا هناك مربع على الطاقة, اذن علينا أخذ الجذر التربيعى, عندما نفعل ذلك, نحصل على زائد الجذر او ناقص الجذر. كلا الحلين صحيح, الاشارة الموجبة تعطى طاقة الجسيمات, اما الاشارة السالبة, فتعطى, بعد عمل اضافى آخر تتخلص فيه من هذه الاشارة!!!!, طاقة الجسيمات المضادة.

الان هناك مادة و هناك مادة مضادة, وهى نراها و نشاهدها فى الكون, لا شك فى ذلك. المشكل الوحيد الكبير, ان كتلة هذه المادة المضادة المشاهدة فى الكون اقل بكثير من, او بالاحرى مهملة امام, كتلة المادة. المادة هى الطاغية فى الكون.

هذا السؤال هو احد اعقد الاسئلة المطروحة فى فيزياء الجسيمات الاولية, و الفيزياء الكوسمولوجية الكونية, و الفيزياء النظرية. الجواب المقترح حاليا هو يعرف باسم باريوجينسيس baryogenesis لكن على أن اتوقف هنا لان هذا موضوع آخر طويل جدا جدا.

شكل 20.5: الرياضية الألمانية ايمى نوثر.

4.3.5 مبرهنة نوثر

مبرهنة نوثر هى واحدة من أهم المبرهنات اساسية و محورية فى نظرية الحقول الكلاسيكية و الكمومية. وكما تعرفون فاننى أحب تتبع هكذا نوع من المبرهنات. ونوثر نسبة الى ايمى نوثر هى رياضية ألمانية كانت قد برهنت على هذه المبرهنة عام 1915. و المبرهنة نصها بسيط جدا و محتواها الفيزيائى أبسط و برهانها من البساطة ان المبرهنة عموما تدرس فى بدايات مادة نظرية الحقول الكمومية او حتى فى الميكانيك الكمومى النسبى و فى الميكانيك الكلاسيكى.

تقول نوثر ان اى زمرة تناظرات مستمرة لجملة فيزيائية يجب و لا بد ان تكون مرفقة بانحفاظ لمقدار فيزيائى يسمى الشحنة بالنسبة لهذا التناظر. وهنا شرط ضرورى و كافى بمعنى ان التناظر يؤدى الى انحفاظ و ان الانحفاظ يؤدى الى تناظر.

و التناظر يُعبر عنه بمجموعة من التحويلات النقطية تشكل فيمابينها زمرة group (مجموعة رياضية بخواص معينة) التى تترك الجملة (بمعنى اللاغرانجية Lagrangian اى الفعل action و الهاميلتونية Hamiltonian اى الطاقة) و حالاتها صامدة invariant اى لا متغيرة وهذا عندما نسمح لمتغيراتها الديناميكية ان تتغير تحت تأثير هذه التحويلات النقطية.

اما الانحفاظ conservation فيعبر عنه بشعاع-رباعى four − vector يكون تباعده divergence يساوى الصفر و هذا يعنى ان المركبة الزمنية time − component لهذا الشعاع وتسمى الشحنة charge تكون منحفظة conserved اى لا تتغير فى الزمن. اعطى أربعة امثلة شهيرة جدا جدا -لا نعرف لها أى استثناء فى كامل الكون المشهود-:

اولا التناظر تحت تأثير الانسحابات فى الزمن. اذا كانت جملة ما متناظرة تحت تأثير الانسحاب فى الزمن فان هذا يعنى مباشرة من مبرهنة نوثر ان طاقة الجملة منحفظة لا تتغير فى الزمن. الطاقة هى الشحنة اذن المرفقة بالانسحابات فى الزمن.

ثانيا التناظر تحت تأثير الانسحابات فى الفضاء. اذا كانت جملة ما متناظرة تحت تأثير الانسحابات فى الفضاء فان هذا يعنى مباشرة من مبرهنة نوثر ان كمية حركة الجملة منحفظة لا تتغير فى الزمن. كمية الحركة هى اذن الشحنة المرفقة بالانسحابات فى الفضاء.

ثالثا التناظر تحت تأثير الدورانات فى الفضاء. اذا كانت جملة ما متناظرة تحت تأثير الدورانات فى الفضاء فان هذا يعنى مباشرة من مبرهنة نوثر ان العزم الحركى منحفظ لا يتغير فى الزمن. اذن العزم الحركى هو الشحنة المرفقة بالدورانات فى الفضاء.

رابعا التناظر تحت تأثير التحويلات المعيارية gauge transformations -وهى المسؤولة عن القوة الكهرومغناطيسية و القوة النووية القوية و القوة النووية الاشعاعية التى هى كلها اذن قوى معيارية-. وهذه التناظرات عكس الانسحابات فى الفضاء-زمن و الدورانات التى تؤثر فى الفضاء العادى الذى نعيش فيه فان التناظرات المعيارية تؤثر فى فضاء الحقل المعيارى gauge field الكهرومغناطيسى أو المعيارى النووى القوى أو المعيارى النووى الاشعاعى و لهذا قد يصعب تصورها.

اذن اذا كانت جملة متناظرة تحت تأثير التحويلات المعيارية التى تؤثر فى فضاء الحقل المعيارى و ليس الفضاء الفيزيائى فانه مباشرة نستنتج من مبرهنة نوثر ان الشحنة الكهربائية التى تعرفونها و الشحنة النووية القوية التى تسمى اللون color و الشحنة النووية الاشعاعية التى تسمى الطعم flavor تكون منحفظة اى لا تتغير فى الزمن.

اذن الشحنة الكهرومغناطيسية هى الشحنة المرفقة بالتناظرات المعيارية الكهرومغناطيسية. ولهذا السبب سميت الكمية الفيزيائية المنحفظة تحت تأثير اى تناظر بالشحنة لانها هى فعلا الشحنة فى حالة الكهرومغناطيسية. هناك ايضا استثناء عميق بخصوص القوة النووية الاشعاعية حيث ان هذه القوة غير متناظرة معياريا كغيرها بل تناظرها منكسر تلقائيا spontaneously broken. والانكسار التلقائى هو تناظر مخفى اذن يطبق عليه مبرهنة نوثر ولو بشكل معقد قليلا.
اذن هذه هى مبرهنة نوثر. والبرهان عليها بسيط.

نبدأ من الفعل الذى يصف الحركة الكلاسيكية للجملة وهو عبارة عن تكامل اللاغرانجية على الزمن وهى دالة تشبه الهاملتونية -اى الطاقة- لكنها تساوى الطاقة الحركية ناقص الطاقة الكامنة و ليس الطاقة الحركية زائد الطاقة الكامنة كما فى الهاميلتونية. بصورة ادق اللاغرانجية هى تحويل لوجوندر Legendre transformation للهاميلتونية.

هذه اللاغرانجية تكتب بدلالة المتغيرات الديناميكية او ما يسمى ايضا درجات حرية degrees of freedom الجملة. نفترض ان هذه المتغيرات تحقق معادلات أولر-لاغرانج Euler − Lagrange equations للحركة.

التناظر يُعبر عنه بتحويلات نقطية تؤثر على المتغيرات الديناميكية و تغُيرها بشكل معين. نعتبر عموما تحويلات نقطية لامتناهية فى الصغر infinitesimal والتى نعوض بها فى اللاغرانجية. التناظر يعنى اننا نفترض ان الفعل لا يتغير تحت تأثير هذا التغيير اللامتناهى فى الصغر للمتغيرات الديناميكية. الحساب البسيط يؤدى مباشرة الى اكتشاف ان هناك شعاع-رباعى منحفظ يسمى التيار current -تذكروا أصل التسمية الذى جاء من الكهرومغناطيسية- وانحفاظ هذا الشعاع يعبر عنه بالقول ان تباعد هذا الشعاع (اى اشتقاقه) يساوى الصفر. المركبة الصفرية لشعاع التيار هى الشحنة و المركبة المكانية هى التيار الذى تعرفونه. اذن من كون تباعد الشعاع-الرباعى يساوى الصفر نحصل على شرط ثبات الشحنة فى الزمن اى انحفاظها. وهذا هو البرهان.

5.3.5 مبرهنة واينبرغ

مبرهنة واينبرغ Weinberg هى واحدة من اجمل المبرهنات فى نظرية الحقل تربط بين انحفاظ الشحنة - مهما كانت طبيعتها- و تناظرات لورنتز - اى الدورانات و النسبية- دون الحاجة الى المرور عبر مبدأ التناظر المعيارى المعقد جدا. هذه المبرهنة تتلخص فيما يلى:
- جميع الجسيمات منعدمة الكتلة ذات عزم اللف الذى يساوى واحد تستلزم انحفاظ الشحنة.

هذا يخص كل التفاعلات الكهرومغناطيسية و النووية القوية و النووية الضعيفة التى تتحكم فيها جسيمات شعاعية - اى ذات سبين يساوى واحد- منعدمة الكتلة.

- جميع الجسيمات منعدمة الكتلة ذات عزم اللف يساوى اثنان تستلزم ان قوة الجذب الثقالى هى قوة كونية. هذا يعنى ان جميع الجسيمات تتفاعل ثقاليا بنفس الشدة.

- لا توجد جسيمات منعدمة الكتلة ذات عزم لف اكبر او يساوى من ثلاثة متفاعلة.

6.3.5 التناظر الممتاز

مازلت اقول ان التناظر الممتاز موجود فى الطبيعة وان المادة المظلمة هى النوترالينو او اى جسيم آخر مرتبط بالتناظر الممتاز. وهذا رغم النتائج التجريبية السلبية لحد الساعة. لان الذى رأى رياضيات التناظر الممتاز لا يستطيع ان يصدق ان الواقع ليس متناظرا تحت تأثير التناظرات الممتازة. دعنى اقولها وهى قضية منطقية بحتة بشكل معكوس. لنفترض جدلا ان التجربة فى الاخير حسمت الامر و قالت لا للتناظر الممتاز. السؤال الذى ستطرحه الفيزياء مباشرة هو لماذا لم يتخلق الكون مستعملا التناظر الممتاز و هو سؤال ستكون الاجابة عليه اصعب بكثير من السؤال لماذا يجب ان يتخلق الكون بالتناظر الممتاز. فوجود التناظر دائما اسهل بكثير فى الفهم و التفسير النظريان من غياب التناظر.

الشقيقتان كاترين Katrin و ميلانى Melanie باكر Becker فى كتابهم عن نظرية الاوتار و النظرية M مع احد رواد هذا المجال جون شوارز John Schwarz تتحسران على ان الطبيعة ربما لم تستغل فرصة التناظرات الممتازة فى بناءها خاصة ان هذه الاخيرة-اى التناظرات الممتازة-لم تكتشف لحد الساعة و النتائج التجريبية الاخيرة ل ATLAS و CMS لم تكن تماما فى صالح التناظرات الممتازة.

4.5 نظرية الحقل المعيارى

1.4.5 مخططات الفيزيائى النظرى الفنان فايمان لنظرية يانغ - ميلز

نظرية يانغ Yang و ميلز Mills هى تعميم لنظرية ماكسويل للكهرومغناطيسية اى نظرية الكهرباء و المغناطيسية و الضوء.

نظرية يانغ و ميلز اكتشفها بصورة اساسية يانغ - عمره الآن 94 سنة- فى الخمسينات و هو مازال يطالب فى مقابل هذا الاكتشاف العظيم بجائزة نوبل فى الفيزياء وهو حقا يستأهلها. وحتى تكونوا فى الصورة أكثر فهو قد حصل من قبل على جائزة نوبل فى الفيزياء النظرية على اكتشافه ظاهرة خرق violation تناظرات ال CP. اذن هو بمطالبته بالجائزة مرة أخرى يريد ان يحصل عليها للمرة الثانية. وشخصيا اقول لم لا فهو كما قلت آنفا يستأهل اكيد و بدون ادنى شك هذا التكريم على هذه النظرية حتى لو كانت هى المرة الالف.

الفوتون فى الكهرومغناطيسية يتم تعويضه بالغليونات - مفرد غليون gluon- فى نظرية يانغ و ميلز.

من الجهة الاخرى يوجد فوتون واحد لكن هناك ثمانية غليونات مختلفة.

الفوتون هو الذى يحمل التفاعل الكهرومغناطيسي و الغليونات فهى التى تحمل التفاعل النووى القوى.

الفوتون و الغليونات هى جسيمات شعاعية اى ذات عزم لف او سبين يساوى واحد وكتلتها معدومة.

لكن الفرق الاكبر يأتى من التناظرات المعيارية gauge symmetries لكل منهما. فالفوتون تناظره المعيارى تبديلى يسمى $U(1)$. اما الغليونات فتناظرها المعيارى غير تبديلى يسمى $SU(3)$. ال $U(1)$ و ال $SU(3)$ هى زمر groups رياضية.

هذا الفرق فى التناظر المعيارى يؤدى الى فروق هائلة كالتالى:

الفوتون لا يمكن ابدا ان يتفاعل مع نفسه ابدا. لكن الغليونات يمكن ان تتفاعل مع بعضها البعض اما عند عقدة ثلاثية three vertex - المخطط الثانى فى الصورة - او عند عقدة رباعية four vertex - المخطط الثالث فى الصورة ادناه-. وهذه ليست كل القصة.

التناظر شئ استراتيجى واى اختلاف فيه يؤدى الى فروق جسيمة.

الفرق الآخر بسبب التناظر هو انه فى نظرية يانغ و ميلز المبنية على ال $SU(3)$ فإنه توجد جسيمات اخرى بالاضافة الى الغليونات تسمى الاشباح ghosts. وهذه الاشباح تتفاعل مع الغليونات عند عقدة ثلاثية - المخطط الخامس فى الصورة-.

الاشباح تسمى اشباح لانه لا يمكن ابدا رؤيتها فى الطبيعة. اى انها صناعة رياضية محضة ندخلها لنعبر بها على شئ يسمى محدد التثبيت المعيارى gauge fixing determinant. وهى ضرورية من اجل الحفاظ على احادية unitarity الميكانيك الكمومى و سببية causality النسبية وشرط قابلية التنظيم renormalizability للحقول الفيزيائية. وكل هذه امور عظيمة غير هينة. اذن ربما هى موجودة فى الاخير فقط لا نستطيع ان نراها!.

الاشباح ضرورية اذن فى نظرية يانغ و ميلز - للاسباب الآنفة الذكر- ولكن لا نحتاج اليها فى كهرومغناطيسية ماكسويل مطلقا وهذا كل ما نحتاج لقوله لأنه فى هذه الحالة محدد التثبيت المعيارى هو بكل بساطة ثابت لا يتعلق بالحقل.

المخططان الآخران فى الصورة ادناه اللذان لم نناقشهما هما ما يعرف بالمنتشرات propgators وهما:

المخطط الاول يعبر عن انتشار الغليونات فى الفضاء-زمن انتشارا حرا. وهذا هو المخطط الوحيد الذى نجده فى كهرومغناطيسية ماكسويل معبرا هنالك عن انتشار الفوتون فى الفضاء-زمن انتشارا حرا.

المخطط الرابع يعبر عن انتشار الاشباح فى الفضاء-زمن انتشارا حرا. وهذا لا يعنى انها موجودة فيزيائيا بالضرورة. أكرر.

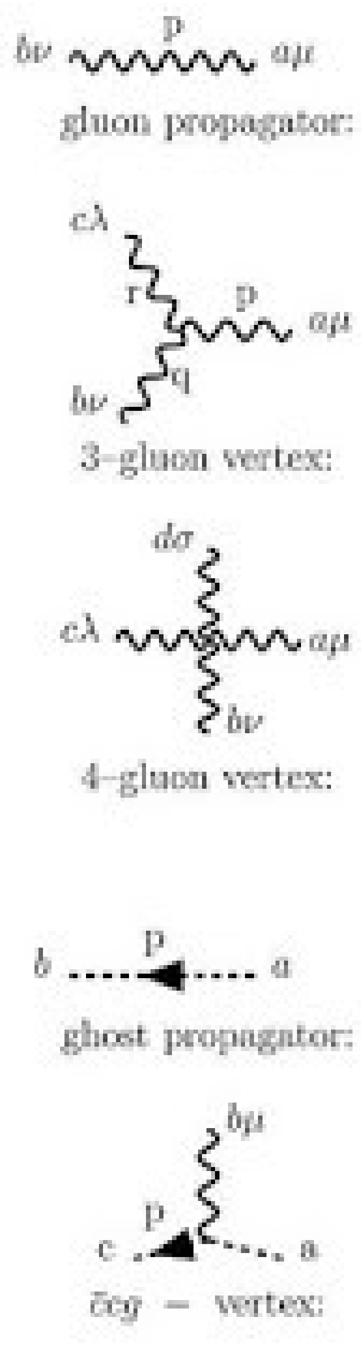
كل هذه المخططات تسمى مخططات فايمان Feynman و تعبر عن التفاعلات الممكنة فى هذ الجملة كما تحدث بالضبط فى الفضاء-زمن.

غياب اربعة من الخمسة مخططات - كما شرحنا اعلاه- فى كهرومغناطيسية ماكسويل يعنى بكل بساطة ان هذه الاخيرة هى نظرية حرة.

اما وجود كل هذه المخططات فى نظرية يانغ و ميلز يعنى ان هذه النظرية غير اضطرابية الى اقصى حد.

وهذا هو السبب لماذا ماكسويل تمكن من فهم الكهرومغناطيسية فى القرن التاسع عشر بالكامل اما نحن فى القرن الحادى و العشرين فمازلنا لم نفهم النووية الكبرى كما نريد بالضبط.

لاحظوا انى لم اتكلم هنا تماما عن الكواركات - مفرد كوارك quark - وهى الجسيمات المادية التى تربط بينها الغليونات لتشكل النواة كما تربط الفوتونات الالكترونات والبروتونات لتشكل الذرة. نحن لم نتكلم عن الكواركات لان ادخال هذه الاخيرة سيزيد فى تعقيد الصورة أكثر مما يمكن تحملها الآن فتفاديتها اذن. ولو الى حين.



شكل 21.5: مخططات فايمان لنظرية يانغ و ميلز المعيارية.

2.4.5 الجسيمات الافتراضية

الخطوط الداخلية فى أى مخطط فايمان (الذى يصف تفاعل معين للجسيمات الأولية) يعبر عن انتشار جسيمات نسميها افتراضية virtual اى نفترضها للتفسير و هى فعلا تُفسر لكنها ليست حقيقية لانها لا تُشاهد و هذا هو المعيار الفيزيائى العام: مالايشاهد فهو غير حقيقى حتى لو فسر لنا كل شيء.

هذه الجسيمات الافتراضية هى تشكيلات configurations للحقل تتميز بجميع الاعداد الكمومية التى تتميز بها الجسيمات الحرة الا انها لا تحقق العلاقة النسبية للطاقة. فمثلا لو رأيتم خط داخلى يعبر عن الكترون او فوتون او كوارك او غليون داخل مخطط فايمان فذلك الخط يعبر عن الكترون او فوتون او كوارك او غليون افتراضى أى لا يحقق علاقة الطاقة-الزخم النسبية

$$p^2 = -E^2/c^2 + \vec{p}^2 = -m^2c^2.$$

نقول من الناحية التقنية ان الجسيم الافتراضى يقع خارج القشرة off-shell اما الجسيم الحقيقى فهو دائما يقع على القشرة on-shell و القشرة هى السطح (وهو فضاء دى سيتر de Sitter) الذى يعطى بالمعادلة اعلاه فى فضاء كميات الحركة الرباعية.

البعض يمكن ان يقول لكم ان الجسيم الافتراضى لا يحفظ الطاقة. هذا غير صحيح بل هذه خرافة. الصحيح هو الذى ذكرته. اذا كان الجسيم الافتراضى لا يحفظ شيء فهو لا يحفظ العلاقة النسبية للطاقة اعلاه و هو على كل حال لا يفعل ذلك الا خلال ازمان قصيرة جدا جدا يمكن تقييمها من مبدأ الارتياب (وليس الريبة!!!!) لهايزنبرغ.

أما مبدأ انحفاظ الطاقة فهو مبدأ مطلق و فى مخططات فايمان فان التفاعلات بين الجسيمات تحدث عند العقد وعند كل عقدة من تلك العقد فان كميات الحركة الرباعية الداخلة الى و الخارجة من العقدة تحقق مبدأ انحفاظ الطاقة تماما. و هذا مما لا شك فيه.

3.4.5 حساب المنتشر فى مخططات فايمان

المُنتشر propagator هو المركبة الاساسية الاولى فى مخططات فايمان. فهو مقدار فيزيائى (رغم انه لا يقاس مباشرة فى التجربة) يربط نقطتين x و y فى الفضاء-زمن الخاص بالنسبية الخاصة و هو يقيس كما وضح فايمان العبقرى -و من جاء قبله مثل ديراك و هايزنبرغ و شرودينغر و غيرهم- احتمال انتقال الجسيم من النقطة x الابتدائية الى النقطة y النهائية .

وهناك المنتشر الحر free الذى يحسب عموما بسهولة نسبية و هناك المنتشر المضبوط exact الذى يحتوى بداخله على تأثير كل التفاعلات التى يمكن ان يتعرض اليها الجسيم عند انتقاله من النقطة x الابتدائية الى النقطة y النهائية.

والمنتشر المضبوط هو ايضا ما يسمى دالة الربط الثنائية $\mathrm{two-point\ correlation\ function}$ لانه يربط بين حقلين: الحقل الذى دخل من النقطة x الابتدائية و الحقل الذى خرج من النقطة y النهائية.

و هناك ايضا دوال ربط ثلاثية -اى تربط بين ثلاثة حقول- ورباعية-اى تربط بين اربعة حقول- و هكذا. و مجموعة دوال الربط هذه تعرف فى مجملها نظرية الحقل الكمومى. اذن معرفتها و حسابها يعنى معرفة نظرية الحقل.

ويندر جدا ان نستطيع ان نحسب المنتشر المضبوط فى نظرية ما بسبب تعقيد التفاعلات الطبيعية. والتفاعلات يعبر عنها فى مخططات فايمان بعقد vertices (جمع عقدة vertex) وهذه هى المركبة الاساسية الثانية فى هذه المخططات التى تسمح لنا بتصور التفاعل كما يحدث فعلا فى الفضاء-زمن او فى فضاء الطاقة-زخم.

وحتى حساب المنتشر الحر فهى مهمة سهلة نسبية فقط و ليست سهلة بالمطلق. ولمن درس قليلا نظرية الحقل الكمومى فهو يعرف مدى الصعوبة التى نصادفها فى حساب هذه الكمية حتى فى نظرية الاضطرابات.

وهذا التعقيد يزداد اضعافا مضاعفة عندما نريد ان نحسب التصحيحات الكمومية الاولى للمنتشر الحر - اى نشر تايلور للمنتشر المضبوط فى ثابت الاقتران coupling constant و الذى يكون حده الاول هو المنتشر الحر ثم تأتى التصحيحات الحلقية الاولى $\mathrm{one-loop\ corrections}$ ثم التصحيحات الحلقية الثانية و هكذا.

فنضطر عندها الى ادخال نظرية اعادة التنظيم renormalization theory وبعد الحساب و اكتساب الخبرة الذى قد يمتد لسنوات نضطر الى ادخال النظرية الاعظم الاعقد الادق لمعادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation التى تحمل المعنى و المحتوى الحقيقى النهائى لنظرية الحقول الكمومية و هذا امر قلما يهتم او يلتفت اليه الطلبة بسبب قلة اهتمام اساتذهم بهذا الامر.

فنظرية الحقول الكمومية -التى هى تعميم للميكانيك الكمومى- هى آلة ضخمة تسمح لنا بحساب كل شيء و اى شيء لكن بدون معادلة زمرة اعادة التنظيم فهى لا تساوى شيئا لانها لا تعنى شيئا واقصد هذا حرفيا.

اذن حساب المنتشر الحر امر سهل نسبيا, حساب المنتشر المضبوط حسابا اضطرابيا هو امر مخلوط بالوحل الرياضى- الفيزيائى اما حساب المنتشر المضبوط حسابا غير-اضطرابي فهو امل و هدف يصعب تحقيقه الا نادرا.

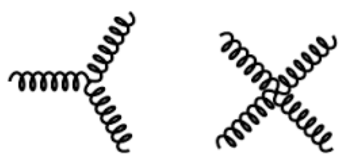
لكن هناك استثناء و كل الاستنتاءات فى الفيزياء تعتمد على وجود تناظرات اضافية و استغلالها.
نظرية الحقول الكمومية هى نظرية متناظرة تحت تأثير زمرة بوانكريه Poincare التى تضم الانسحابات و الدورانات و تحويلات لورنتز.
اما نظرية الحقول الكونفورمال فهى اقوى بمراحل لانها بالاضافة الى تناظرها تحت تأثير زمرة بوانكريه فانها متناظرة تحت تأثير تحويلات اضافية فى غاية القوة هى تحويلات السلم (التى هى مثل المجهر او المنظار تُصغر او تُكبر نقاط الفضاء-زمن) و التحويلات الكونفورمال الخاصة (التى هى نوع من العكس مع انسحاب).
بسبب كل هذه التناظرات الاضافية فان المنتشر المضبوط فى اى نظرية حقل كونفورمال يجب ان يكون متناسبا مع المسافة $r = |x-y|$ بين النقطتين x و y التى ينتشر بينهما مرفوعة للقوة 2Δ اى

$$\langle \phi(x)\phi(y)\rangle \propto \frac{1}{|x-y|^{2\Delta}}.$$

حيث Δ هو ما يسمى البعد السلمى scaling dimension للحقل وهو يلعب فى الزمرة الكونفورمال نفس الدور الذى تلعبه الطاقة فى زمرة بوانكريه.
اذن فى نظرية الحقل الكونفورمال ليس لنا ان نحسب المنتشر المضبوط لانه محدد تماما مسبقا بسبب التناظر. نفس الشيء يحدث لدالة الربط الثلاثية التى تكون محددة تماما بالتناظرات فى اى نظرية حقل كونفورمال. فقط دوال الربط العليا لا يستطيع التناظر الكونفورمال تحديديها و تبقى مجال حساب فى نظرية الحقل الكونفورمال.

4.4.5 الانحباس النووى و الحرية المقاربة

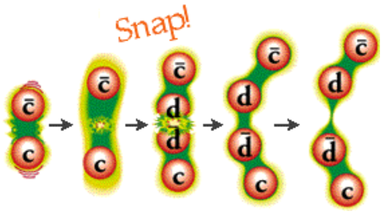
التفاعلات الكهرومغناطيسية تقو م على تناظر معيارى موضعى local أبيلى abelian (اى تبديلى) يسمى الزمرة $U(1)$ group أما التفاعلات النووية الكبرى فهى الاخرى تقوم على تناظر معيارى موضعى لكنه غير-أبيلى non − abelian يسمى الزمرة $SU(3)$.
هذا يترتب عليه تماثل القوتان الكهرومغناطيسية و النووية فى اشياء كثيرة و اختلافهما فى امور اخرى اكثر. مثلا هناك شحنة كهربائية واحدة هى الموجبة + و ضدها السالبة − تخضعان للتفاعلات الكهرومغناطيسية, اما القوة النووية فلديها ثلاث شحنات نووية نسميها الالوان colors, هذه الالوان هى الشحنات الحمراء و الزرقاء و الخضراء, و اضدادها. علينا ان نؤكد ان هذه الشحنات ليست لها اي علاقة بالالوان لكنها سميت كذلك لانه لم يكن هناك بديل بسبب ضيق اللغة على الفيزياء!!!.
الفرق الاخر هو ان القوة الكهرومغناطيسية هى قوة ذات ثابت اقتران coupling ضعيف اما القوة النووية فثابت اقترانها كبير و لهذا لا يمكن تطبيق نظرية الاضطرابات على التفاعلات النووية وهذا امر مشهور و لهذا تم اختراع نظريات الحقول على الشبكة, و تبنى طرق مونتى كارلو للحساب بشكل مكثف, واستعمال الحاسوبية العلمية على الشبكات.
الفرق الاخر ان ناقل carrier التفاعل الكهرومغناطيسى, و هو جسيم الفوتون photon, لا يتفاعل مع نفسه. اما ناقلات التفاعل النووى, و هى ثمانية جسيمات تسمى الغليونات gluons, فيمكنها ان تتفاعل مع نفسها ثلاثيا و رباعيا حسب مخططات فايمان فى الصورة.



شكل 22.5: العقدتان الثلاثية و الرباعية للحقل المعيارى. كل خط هو منتشر يعبر عن غليون اى حقل معيارى.

اذن القوة الكهرومغناطيسية تؤثر على الشحنة الكهربائية + و ضدها − أما القوة النووية الكبرى فتؤثر على ثلاثة انواع من الشحنات النووية, تسمى الاحمر و الاخضر و الازرق, و اضدادها.
الفرق الاكثر خطورة بين الشحنات الكهربائية و الشحنات النووية, و بين الالكترونات ككائنات كهربائية, وبين الكواركات ككائنات نووية, أن الشحنة النووية محبوسة confined, بمعنى أنه لا يمكن ابدا, وهذا من الناحية المبدأية وليس عجز تكنولوجى, ان نرى كوارك او اى جسيم اخر يحمل شحنة نووية معزولة.
كل الشحنات النووية تأتى داخل حالات مرتبطة bound states تكون عازبة singlet تحت تاثير القوة النووية الكبرى. بعبارة اخرى كل الجسيمات النووية التى يمكن مشاهدتها تجريبيا يجب ان تكون بدون لون و كل جسيم ملون نوويا فهو يجب ان يكون محبوس و هذه احدى اعمق نتائج التناظر المعيارى هنا. هذه الخاصية ليس فيها شك من الناحيتين الرياضية و التجريبية لكن من المؤكد ان الذى يمكنه ان يبرهن رياضيا بالضبط على هذه الخاصية سيحصل بدون ريب على جائزة نوبل.

خاصية الانحباس هذه تعنى بالخصوص انه اذا اردنا ان نفصل زوج من الكوارك و الكوارك المضاد داخل ميزون meson فاننا مهما اعطينا طاقة للجملة فاننا لن نكسر الميزون الى مركبتيه الكوارك و الكوارك المضاد لكن سنقسمه الى ميزونين. انظر الصورة.

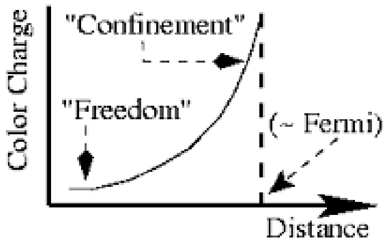


شكل 23.5: كيف ينقسم ميزون الى ميزونين. الكوارك و الكوارك المضاد لا يتحرران ابدا. هذه خاصية الانحباس النووى. صورة مأخوذة من http://particleadventure.org/.

اذن القوة النووية تصبح هائلة عندما تزيد المسافة بين الجسمين وهذا هو ما يسمى الانحباس اللونى color confinement أما عندما تصبح المسافة بين الجسمين صغيرة جدا فان الجسمين يصبحان حرين و هذه الخاصية العميقة الاخرى تعرف باسم الحرية المقاربة asymptotic freedom. ولان هذه قد برهنت رياضيا فان اهلها - غروس Gross و تلميذه ولشيك Wilczek و بوليتزر Politzer - قد تحصلوا على نوبل عليها. تبقى اذن خاصية الانحباس اللونى كما ذكرت اعلاه.

اذن الذى يحدث فى القوة النووية هو النقيض بالضبط لما يحدث فى القوة الكرومغناطيسية: أليس كذلك؟

لانه فى حالة التفاعل الكهرومغناطيسى الاجسام البعيدة لا تتفاعل اما القريبة فهى تتفاعل بشدة و هو الذى نعرفه من حواسنا. أما فى النووية الكبرى فان البعيدة تتفاعل بشدة اما القريبة فلا تتفاعل مطلقا. انظر الصورة الاخيرة.



شكل 24.5: الفرق بين الانحباس النووى (كلما زادت المسافة زادت القوة) و الحرية المقاربة (كلما نقصت المسافة نقصت القوة). صورة مأخوذة من http://conferences.fnal.gov/lp2003/forthepublic/qcd/.

5.4.5 نظرية الاضطرابات و الصياغة غير-الاضطرابية

أما النظرية الفيزيائية فهى اما ان تكون معرفة بطريقة اضطرابية وهى اغلب الحالات او معرفة بطريقة غير-اضطرابية وهو هدف كبير يندر و يصعب تحقيقه لكن موجود.

أما الاضطراب فيعنى ان النظرية تحتوى على وسيط صغير جدا (او وسيط كبير جدا فنقلبه) ثم ننشر النظرية فى هذا الوسيط. الذى يعرف نشر الدوال (نشر تايلور مثلا) فنشر النظرية حول وسيط صغير هو بالضبط نشر للمقادير الفيزيائية التى تهمنا حول الوسيط عند حسابها.

والذى لا يعرف نشر الدوال الرياضية نقول ان وجود وسيط صغير فى النظرية سيسمح لنا بكتابة اى مقدار فيزيائى نريد ان نحسبه كسلسلة من الحدود متناسبة مع الوسيط مرفوع لقوة معينة وكل حد فى هذه السلسلة هو اصغر من الحد الذى يسبقه. نسمى هذه السلسلة بالسلسلة الاضطرابية.

نأخذ كمثال هنا أدق نظرية (من ناحية التحقق التجريبى) عرفها الانسان وهى نظرية الالكتروديناميك الكمومى التى نعتها فايمان احد مؤسسيها بجوهرة الفيزياء و هى النظرية الاساسية التى تصف التفاعل بين الالكترونات و المادة بصفة عامة مع الاشعاع الكهرومغناطيسى اى مع الكهرباء و المغناطيسية و الضوء فى اطار الميكانيك الكمومى اى التفاعلات بين تلك الاشياء على المستوى الاساسى الكمومى و ليس على المستوى الكلاسيكى النيوتونى.

اذن جوهرة الفيزياء وهى الالكتروديناميك الكمومى الذى هو ادق نظرية عرفها الانسان هى نظرية اضطرابية بالاساس بمعنى انها معرفة كسلسلة من الحدود حول وسيط هو ثابت اقتران (اى تفاعل) coupling constant يساوى بالضبط شدة التفاعلات الكهرومغناطيسية

مع المادة و يسمى ثابت البنية الدقيقة fine structure constant و هو بعبارة مبسطة جدا لكن دقيقة الى حد كبير الشحنة الكهربائية للالكترون.

هذه السلسلة الاضطرابية للالكتروديناميك الكمومى هى معرفة كسلسلة مقاربة asymptotic series فقط و هذا يعنى ان النظرية لا يمكن ان تمدد اى تطبق فى مجال طاقات عليا كيفى. هذه المعضلة تسمى قطب لانداو Landau pole نسبة الى لانداو (وهو الفيزيائى الروسى العظيم الذى رتب غيره من الفيزيائين العباقرة فى سلم لاندو ووضع نفسه فى الصف الرابع!!!).

من الناحية الفيزيائية نقول ان ثابت الاقتران الكهرومغناطيسي يتباعد diverges عند الطاقات العليا حيث تنهار السلسلة الاضطرابية و تصبح ليس ذات معنى فيزيائى. أما من الناحية الرياضية فاننا نقول ان نصف قطر تقارب radius of convergence السلسلة الاضطرابية هو صفر.

عندما نحسب فاننا نجد فعلا ان هناك قطب فى عبارة ثابت الاقتران الجارى running اى ثابت الاقتران الذى يتعلق بالطاقة ولهذا سميت هذه المعضلة او العلة بقطب لانداو. اذن ادق نظرية فيزيائية او جوهرة الفيزياء لا يمكن تعريفها بطريقة غير-اضطرابية اى بدون السلسلة التى حسبها فايمان و شوينغر Schwinger و توموناغا Tomonaga و غيرهم من العظماء. هذه السلسلة التى تحسب بالضبط باستخدام مخططات فايمان.

ومن اجل هذا السبب فان لانداو بعد اكتشافه لقطبه و لانه عظيم جدا (اى لانداو و ليس القطب و لو ان القطب ايضا عظيم) و متحكم تماما فى كل الفيزياء السوفياتية فى عصره فان رأيه كان ان هذا يعنى ان نظرية الالكتروديناميك الكمومى هى نظرية معلولة يجب رميها الى سلة المهملات وهذا بالضبط ما فعلته الفيزياء السوفياتية فى عهدة لمدة عشرين سنة تقربا حتى توفى لانداو ثم وقع اكتشاف معادلات اعادة التنظيم العظيمة التى فسرت لماذا يقع او بالاحرى لماذا يجب ان يقع مثل هكذا امور للسلسلات الاضطرابية.

أما النظريات غير-الأبيلية المعيارية non − abelian gauge theories (التى هى تعميم للكهرومغناطيسية و للالكتروديناميك الكمومى) فهى تؤسس اضطرابيا لكنها ايضا تقبل تعريف غير-اضطرابى non-perturbative على الشبكة lattice اى على فضاء -زمن منته و مقطع. وهذا عالم آخر سنناقشه لاحقا.

اما الرسالة تحت الضوئية subliminal التى ارسلتها اعلاه فهى ان انهيار السلاسل الاضطرابية بتباعدها فى اللانهاية عندما تبلغ الطاقات المالانهاية من جهة و من جهة اخرى بناء النظريات بناءا كاملا غير-اضطرابي على الشبكات المنتهية يجعلنى اقول ان الفيزياء عكس الرياضيات متواضعة و واقعية و عقلانية وانها هى التى تفضح ضعف الرياضيات عند تطبيقها على الواقع المادى.

فالفيزياء تود فعلا ان نتعامل مع اشياء مُعرفة رياضية تماما و هذه الامور لا تأتى الا بالبعد عن المالانهاية و جعل كل شيء منته ثم نقوم باستقراء extrapolation النتيجة فى الاخير الى المالانهاية. بعبارة اخرى الفيزياء لا تحب المالانهاية الفعلية لكنها تقبلها كاستقراء للنهاية الكامنة فقط و هو توجه ارسطو الاول منذ 2500 سنة.

6.4.5 نظرية الحقل على الشبكة

نظرية الحقول الكمومية, التى هى عبارة عن مزج للميكانيك الكمومى مع النسبية الخاصة, من اجل وصف عدد غير منته من الجسيمات, مع امكانية التخلق و التلاشي, والتى تصف كل التفاعلات الكهرومغناطيسة, والنووية القوية, و الاشعاعية, هى نظرية تحتاج الى تسوية غير اضطرابية non − perturbative regularization, والا فهى ليست ذات فائدة.

اهم طرق التسوية يمر عبر خطوتين:

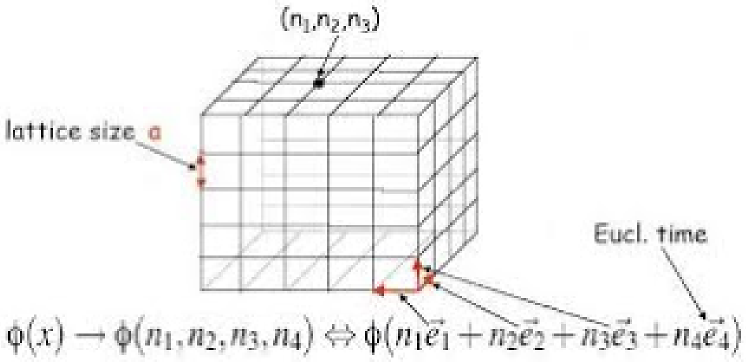
- الاقلدة Euclidianization اى تحويل فضاء-زمن مينكوفوسكى Minkowski الى فضاء اقليدى عبر ما يسمى تدوير ويك Wick rotation. وهذا يترتب عليه تحويل نظرية الحقل الكمومى الى ميكانيك احصائى.

- تعويض الفضاء-زمن بشبكة lattice كما فى الصورة للحصول على ما يسمى بنظرية حقل على الشبكة.

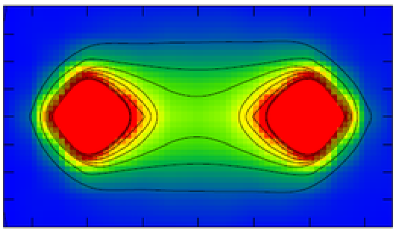
هذه هى الطريقة الوحيدة التى تسمح لنا بمحاكاة simulation نظرية الحقول الكمومية على الحواسيب الالكترونية باستعمال خوارزميات مونتى كارلو Monte Carlo algorithms, وهو ما معناه امكانية اجراء تجارب افتراضية virtual experiments على اعقد النظريات المعروفة للانسان على الحاسوب الالكترونى.

بعض الامثلة من نظرية الديناميك اللونى الكمومى quantum chromodynamics التى تصف التفاعلان النووية الكبرى.

الجسيمات النووية المسماة الهادرونات hadrons تنقسم الى ميزونات mesons, وهى حالات مرتبطة bound states لزوج كوارك و كوارك مضاد, و باريونات baryons, وهى حالات مرتبطة لثلاثة كواركات, وهذه الجسيمات تشكل مع بعضها البعض طيف يسمى طيف الديناميك اللونى. الهدف هو حساب كتل و اعمار هذا الطيف. وهذا حساب معقد جدا جدا لان الديناميك اللونى نظرية كما قلت غير اضطرابية.

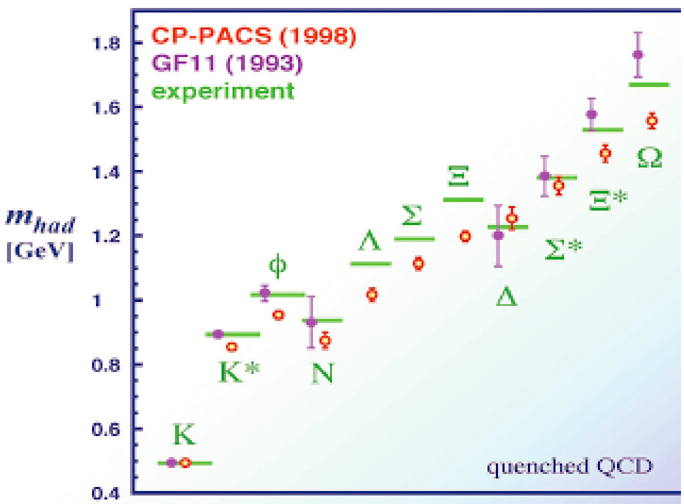


شكل 25.5: الفضاء-زمن الاقليدى كشبكة. صورة مأخوذة من https://universe-review.ca/.



شكل 26.5: جسيم ميزونى كما يظهر فى محاكيات مونتى كارلو. صورة مأخوذة من [44].

فى الصورة الثانية اعلاه, وهى فى رأيى احد اروع الصور التى رأيتها فى حياتى, تعطى نتيجة حساب مونتى كارلو لنظرية الحقل المعيارى النووى على الشبكة تظهر بوضوح جسيم ميزونى مشكل من زوج كوارك و كوارك مضاد.



شكل 27.5: المقارنة بين نتائج التجربة و حساب مونتى كارلو بخصوص طيف الميزونات و الباريونات. صورة مأخوذة من http://www.rccp.tsukuba.ac.jp/.

المقارنة بين التجربة و النظرية بخصوص طيف الجسيمات النووية المسماة بالميزونات و الباريونات معطى فى الصورة الثالثة اعلاه التى لا تقل روعة عن سابقتها. الحساب النظرى اجرى عن طريق محاكاة نظرية حقل معيارى, التى هى كما قلت نظرية الديناميك اللونى, على شبكة باستعمال خوارزميات مونتى كارلو على حواسيب الكترونية تعمل بالتوازى parallel computation.

7.4.5 الحرية المقاربة و استقطاب الفراغ الكمومى

الحرية المقاربة asymptotic freedom هى خاصية تتميز بها نظرية الكروموديناميك الكمومى QCD التى تصف التفاعلات النووية القوية الاساسية. وهى تعنى ان قوة التفاعل تصبح اضعف عندما نذهب الى الطاقات العليا. اذن ثابت الاقتران يجرى runs نحو الصفر كلما زادت الطاقة و هو ما يُكافئ ان ثابت الاقتران يصغر كلما صغرت المسافة. و هذا عكس الحدس لو فكرتم قليلا. مثلا فى الكهرومغناطيسية فانه كلما اقتربت الالكترونات من بعضها البعض كلما زادت القوة. لكن فى القوة النووية فانه كلما اقتربت الكواركات من بعضها البعض كلما نقصت القوة اى تصبح الكواركات تتصرف و كأنها حرة.

هذه هى الحرية المقاربة التى اكتشفها اولا توهفت Hooft 't و لم ينشرها ثم اكتشفها غروس Gross و تلميذه ويلشيك Wilczek و بصورة مستقلة بولايتزر Politzer عام 1973 و أخذ هؤلاء الثلاثة من اجلها نوبل عام 2004.

اذن النظرية التى تمتع بالحرية المقاربة يمكن تعريفها من اجل كل سلم الأطوال. فالنظرية تصبح اضطرابية مهما كان الطول صغيرا وهذا جيد جدا. يُعتقد ان مثل هذه النظريات -واهمها ال QCD اى الكروموديناميك اللونى- هى نظريات اساسية لانه ليس هناك حد ادنى للاطوال (وهو ما يقابل حد اعلى للطاقات) تصبح فيه النظرية غير صالحة.

مثلا نظرية ال QED او الالكترودناميك الكمومى التى تصف التفاعلات الكهرومغناطيسية الكمومية هى نظرية تعانى من شيء يسمى قطب لانداو و هى طاقة عليا جدا يصبح فيها ثابت الاقتران الجارى الكهرومغناطيسي -وهو الشحنة الكهربائية- لا نهائي. اذن النظرية تنهار عند هذا القطب و هى ليست نظرية حرية مقاربة. ونتيجة كل هذا فان الالكترودناميك الكمومى يُعتقد انه نظرية فعالة effective و ليست نظرية اساسية fundamental -ركزوا فى الفرق فى المصطلح- وهى نظرية مُعرفة فقط بالنشر الاضطرابى perturbative expansion المعطى بمخططات فاينمان.

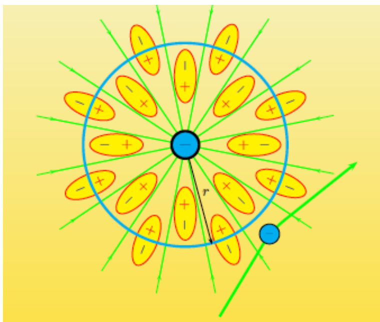
لكن كيف يزيد ثابت الاقتران الكهرومغناطيسى مع الطاقة و ينقص ثابت الاقتران النووى مع الطاقة؟

اولا فان ثابت الاقتران هو متناسب مع الشحنة. اذن الذى يزيد و ينقص هو فى الحقيقة الشحنة الكهربائية أو الشحنة النووية.

ثانيا فان الشحنة-تفترضها سالبة- الموضوعة فى الفراغ الكمومى تؤدى الى استقطاب الفراغ polarization مثل الذى يحدث فى العوازل الكهربائية dilectrics كما فى الصورة الاولى.

تذكروا ان الفراغ الكمومى مملوء بازواج من الشحنات و الشحنات المضادة الافتراضية virtual. اذن الشحنات المضادة الافتراضية الموجبة ستنجذب نحو الشحنة المركزية السالبة اما الشحنات الافتراضية السالبة فستنفر منها. هذا يؤدى الى توليد حقل كهربائى بين الشحنات الافتراضية عكس الحقل الكهربائى للشحنة المركزية مما يعنى ان الحقل الكلى ينقص بسبب الاستقطاب. اذن الشحنة الفعالة effective charge التى سنراها ليست هى الشحنة السالبة المركزية لكنها تتعلق بالمسافة التى ننظر منها الى الشحنة. هذه الشحنة الفعالة تكون صغيرة اذا نظرنا من بعيد و تبدأ بالازدياد كلما اقتربنا اكثر من الشحنة المركزية.

هذه الظاهرة الاساسية التى تعرف باسم استقطاب الفراغ vacuum polarization هى التى تؤدى الى حجب screening الشحنة الكهربائية على المسافات البعيدة و الى ازديادها على المسافات القصيرة. هذا هو اذن سبب ازدياد ثابت الاقتران الكهرومغناطيسى من اجل المسافات الصغيرة اى الطاقات العليا.



شكل 28.5: استقطاب الفراغ.

ثالثا لكن من اجل القوة النووية فان شيء آخر مختلف جدا يحدث فى استقطاب الفراغ الكمومى هو الذى يؤدى الى نقصان ثابت الاقتران من اجل المسافات القصيرة و ليس زيادته.

فهناك شحنات نووية تحملها الكواركات quarks مثلما تحمل الالكترونات شحنات كهربائية. لكن الغليونات gluons تحمل هى الاخرى شحنات نووية عكس الفوتون الذى لا يحمل شحنات كهربائية. تذكروا ان الفوتون هو الذى ينقل الكهرباء اما الغليونات (مفرد غليون)

فهى التى تنقل النووية. فى الحقيقة فان الغليونات تحمل نوعين من الشحنات النووية فهى تحمل شحنات لونية مثل الكواركات لكنها ايضا تحمل شحنات لونية مضادة مثل التى تحملها الكواركات المضادة.

لا اريد ان اطيل فى الشرح الرياضي لماذا الامر على هذا الشكل؟

لكن اقول فقط ان الكوارك موجود فى التمثيلة الاساسية fundamental representation, الكوارك المضاد موجود فى التمثيلة الاساسية المضادة anti – fundamental representation اما الغليون فهو موجود فى التمثيلة المرفقة adjoint representation للزمرة المعيارية gauge group.

اذن الازواج الافتراضية للكواركات و الكواركات المضادة تؤدى الى حجب الحقل النووى مثلما ان الازواج الافتراضية للالكترونات و البوزيترونات ادت الى حجب الحقل الكهربائى حول شحنة مركزية. لكن الجديد ان هناك غليونات افتراضية ايضا فى الفراغ الكمومى تؤدى الى حجب عكسى للحقل النووى اى الى زيادته اذن هو يعمل عكس الحجب الذى تؤدى اليه الكواركات و الكواركات المضادة الافتراضية و بالتالى فان الشحنة النووية المركزية قد تنقص و لا تزيد من اجل المسافات القصيرة اى الطاقات العليا. تذكروا ان الفوتون لم يكن يملك شحنة اذن هو لم يمارس لا حجب و لا حجب عكسى و هذا هو الفرق بين الكهرومغناطيسية و النووية القوية.

لكن من سيتغلب الحجب الذى تمارسه الكواركات ام الحجب العكسى الذى تمارسه الغليونات. هذا يتعلق على عدد ما يسمى الوان colors و نكهات flavors الكواركات!!!.

و كل هذا يتم حسابه عبر دالة تسمى دالة بيطا beta function.

ودالة بيطا هى دالة تخضع لمعادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation -التى سنشرحها بقليل من التفصيل لاحقا- وتقيس كيف يتغير ثابت الاقتران مع السلم الطاقوى energy scale او مع سلم المسافات distance scale.

النتيجة مشهورة جدا جدا فى الفيزياء و هى معطاة بالمعادلة فى الصورة.

$$\beta_1(\alpha) = \frac{\alpha^2}{\pi}\left(-\frac{11N}{6} + \frac{n_f}{3}\right)$$

شكل 29.5: الدالة بيطا لنظرية حقل معيارى تحتوى على N شحنة (لون) و n_f كوارك (نكهة).

دالة بيطا تتعلق على عدد الالوان number of colors ويُرمز له ب N فى النظرية وهو عدد الشحنات النووية المختلفة. فعكس الكهرباء التى تحتوى على شحنة واحدة فان النووية القوية تحتوى على 3 انواع من الشحنات تسمى الالوان. اذن

$$N = 3.$$

لكن دالة بيطا فى الصورة تتعلق ايضا على عدد النكهات number of flavors ويرمز له ب n_f وهو عدد انواع الكواركات الموجودة فى النظرية. ونحن نعلم ان الطبيعة تحتوى على ستة انواع من الكواركات و هى u,d,s,c,b,t اذن

$$n_f = 6.$$

بالتعويض فى المعادلة ادناه نجد ان دالة بيطا سالبة مما يعنى ان ثابت الاقتران النووى يجرى runs -مصطلح معادلة زمرة اعادة التنظيم- نحو الصفر عند الطاقات العليا اى من اجل المسافات القصيرة.

هذا يعنى ان الشحنة النووية فى الفراغ الكمومى تتناقص كلما اقتربنا منها و لا تتزايد مثلما يحدث فى الكهرومغناطيسية. اذن تأثير الغليونات يتغلب على تأثير الكواركات من اجل الكروموديناميك اللونى. لو لاحظنا فان التاثير سينعكس اذا كان عدد نكهات الكواركات كبير يساوى 16 -جرب فى المعادلة فهذا تمرين بسيط حيث تصبح دالة بيطا موجبة-.

اذن الكروموديناميك اللونى يجرى او يتدفق flow -وهو مصطلح آخر لمعادلة زمرة اعادة التنظيم- تحت تأثير تحويلات زمرة اعادة التنظيم نحو ثابت اقتران صفر من اجل الطاقات العليا.

هذه نقطة ثابتة fixed point لمعادلة زمرة اعادة التنظيم.

هذه النقطة الثابتة هى ما يعرف بالنقطة الثابتة البنفسجية ultraviolet fixed point -مصطلح آخر من مصطلحات معادلة اعادة التنظيم- للقوة النووية الاساسية. وهى نقطة بنفسجية -و ليست تحت حمراء- لانها تخص الطاقات العليا.

فالكروموديناميك الكمومى يتميز ايضا بنقطة ثابتة تحت حمراء infrared fixed point التى تصف فيزياء القوة النووية عند سلم الكروموديناميك اللونى QCD scale الذى يرمز له ب Λ_{QCD} -و هو يقابل الطاقات المنخفضة التى نرى فيها الباريونات baryons و

الميزونات mesons و ليس الكواركات و الغليونات-. و هذه النقطة الثابتة تحت الحمراء هى ايضا التى تظهر عندها مثلا ظاهرة الحبس confinment و ظاهرة كسر تناظر اليدوانية chiral symmetry breaking وهى ظواهر اساسية اخرى غير-اضطرابية تماما من اعمق و اعقد ما يكون.

8.4.5 نظرية الحقول الكمومية المحدثة

المادة المضيئة فى الكون تتشكل من جسيمات فرميونية fermions (اللبتونات leptons و الكواركات quarks) ذات سبين او عزم لف spin يساوى نصف تتفاعل فيما بينها عبر جسيمات اولية اخرى (جسيمات شعاعية معيارية gauge vector particles) بوزونية bosonic ذات سبين يساوى واحد. هذه الاخيرة تتوسط التفاعلات الكونية الثلاثة الاساسية: القوة الكهرومغناطيسية, القوة النووية القوية strong nuclear force و التفاعلات الضعيفة weak interaction للظواهر الاشعاعية. اما القوة الرابعة قوة الجذب الثقالى فان الذى يتوسطها فهو جسيم تنسورى tesnor و ليس شعاعى بمعنى ان عزم لفه يساوى 2.

هذه الجسيمات كلها ذات كتلة معدومة و هذه القوى كلها تخضع لمبدأ تناظر symmetry principle اساسى يسمى مبدأ التناظر المعيارى gauge symmetry principle الذى لا يمكنه ان ينكسر ابدا فى الطبيعة الا تلقائيا spontaneous (حالة القوة الكهروضعيفة electroweak التى تنكسر تلقائيا الى القوة الكهرومغناطيسية و قوة الاشعاعية الضعيفة).

هذا الانكسار يتم عبر جسيم اولى آخر يسمى جسيم الهيغز Higgs الذى يتميز بسبين او عزم لف معدوم و هو الجسيم السلمى scalar الاولى الوحيد فى الكون. هذه العملية (عملية الانكسار التلقائى للتناظر spontaneous symmetry breaking) هى التى تتسبب فى اعطاء كل الجسيمات الاولية كتلها المرصودة تجريبيا و هى ايضا التى تعطى كل القوى فى الطبيعة ثوابت اقترانها coupling constants الذى نراه فى الطبيعة.

نظرية الحقول الكمومية المحدثة neo quantum field theory (مصطلحى) هى نظرية الميكانيك الكمومى النسبى التى تتحكم فى كل هذه الجسيمات الاولية و تفاعلاتها والتى يمكن تلخيصها فى ثلاثة نظريات جزئية لكن ضخمة اساسية كالاتى:

- اولا النموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية. وهو النموذج الرياضى الذى يتم فيه توحيد ثلاثة قوى من بين اربعة و هى القوة الكهرومغناطيسة و القوة الاشعاعية الضعيفة و قوة الربط النووية القوية. وهو يرجع تاريخيا الى عمل كل من واينبارغ Weinberg و عبد السلام Abdus Salam و غلاشو Glashow من بين فيزيائيين آخرين كثيرين.

  النموذج القياسى هو انجح (تجريبيا) نظرية حقل كمومى الى غاية اليوم و لربما انجح نظرية حقل كمومى ابدا (خصوصا نظرية الكهرومغناطيسية الكمومية quantum electrodynamics التى هى محتواة بداخله). وهو يصف عدد هائل من المشاهدات التجريبية و الفينيمينولوجية phenomenological ويفسرها بدلالة عدد منتهى (لكن كبير نسبيا =19) من الوسائط parameters مثل ثوابت الاقتران المعيارية gauge coupling constants و القيمة المنتظرة فى الفراغ vacuum expectation value لجسيم الهيغز و زوايا ال CKM الخاصة بالتفاعلات الضعيفة و الزاوية θ الخاصة بانتهاك violation تناظرات ال CP المتقطعة.

  لكن من الجهة الاخرى فان النموذج القياسى هو نموذج اضطرابى perturbative بالاساس و يحتوى بطريقة اساسية على ظاهرة الانهيار التلقائى للتناظر و هو ايضا مبنى بالكامل رياضيا على الميتانظرية meta-theory الخاصة بمعادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation.

  هذا النموذج يحتوى على جزئين اساسيين: الجزء الاول هو النظرية الكهروضعيفة التى توحد الكهرومغناطيسية الكمومية مع ديناميك النكهات الكمومى quantum flavor dynamics الذى يصف القوة الاشعاعية.

  اما الجزء الثانى فهو الديناميك اللونى الكمومى quantum chromodynamics الذى يصف القوة النووية و هى النظرية الوحيدة فى النموذج المعيارى التى تقبل تعريف غير-اضطرابى و صياغة على الشبكة lattice. الديناميك اللونى على الشبكة lattice QCD هو بدون شك اكثر تخصصات الفيزياء العددية computational physics تطورا و اناقة ويمكن اعتباره محورا حقليا منفصلا بالكامل عن النموذج القياسى للجسيمات الاولية.

- ثانيا النظريات المعيارية للتناظرات الممتازة supersymmetric gauge theories فى اربعة ابعاد.

  هذه النظريات تسمح لنا بصياغة مبدأ التناظر المحورى بطريقة غير-اضطرابية (بمعنى لا نحتاج فيها الى وسيط صغير ننشر حوله المعادلات). هذه الصياغة غير-الاضطرابية يمكن حلها بشكل مضبوط exact (مثلما نحل الهزاز التوافقى مثلا) فى كثير من الاحايين باستخدام التناظرات الممتازة supersymmetry و الهولومورفى holomorphy و اشياء اخرى كثيرة (انظر مثلا نظرية سايبرغ و ويتن و نيكراسوف Seiberg − Witten − Nekrasov theory).

  و هذه النظريات-غير الاضطرابية و هذه الحلول الممتازة يُعتقد انها ستلعب دورا استراتيجيا فى محاولة فهمنا للتفاعلات القوية جدا وبخاصة الديناميك اللونى لان القوة النووية هى قوة غير-اضطرابية بالاساس لا تنفع معها نظريات الحقول العادية التى كما ذكرنا

آنفا اغلبها اضطرابى. لكن هذه النظريات وهذه الحلول توفر لنا ايضا فهم عميق جدا لظواهر الانكسار التلقائى للتناظر و ظواهر اعادة التنظيم المرفقة بذلك.

- ثالثا الثنائية AdS/CFT.

كل الذى ذكرنا اعلاه لا نستطيع ان نصف به الا الجسيمات الشعاعية التى تتوسط القوى الكهرومغناطيسية و النووية و الاشعاعية. اما القوة الثقالية فان الذى يتوسط لها فهو جسيم تنسورى و ليس شعاعى يسمى الغرافيتون graviton.

ال AdS/CFT هى النظرية التى تسمح لنا بوصف الغرافيتون و قوة الجذب الثقالى و الثقوب السوداء باستخدام نظريات الحقل الكمومى الاحادية. ورغم ان هذه النظرية انبثقت تاريخيا من نظرية الوتر string theory الا انها فى حقيقتها نظرية حقل كمومى لا اقل و لا اكثر. وهى تعتمد بشكل جوهرى على نظريات الحقل الكونفورمال conformal field theory و على التناظرات الممتازة و على اعادة التنظيم.

هذه الثنائية تنص بكل بساطة على ان نظرية الثقالة الممتازة supergravity (نظرية الوتر بصفة عامة) فى الفضاء دى سيتر الضدى anti – de Sitter هى معطاة بنظرية حقل معيارى ممتاز كونفورمال superconformal gauge theory على محيط boundary هذا الفضاء.

محيط فضاء دى سيتر الضدى و ابعاده خمسة هو فضاء-زمن رباعى عادى خاصة النسبية الخاصة (مثال محدد جدا على مبدأ الهولوغرافى holography فى الفيزياء).

هذه الثنائية تعمم الى الثنائية الثقالية/المعيارية duality gauge/gravity التى هى فى رأيى اعظم الثنائيات الفيزيائية على الاطلاق.

5.5 النموذج القياسى للجسيمات الاولية

1.5.5 تناظرات الايزوسبين للقوة النووية القوية

بالنسبة للقوة النووية القوية فان التفاعل بين البروتون و النوترون يساوى التفاعل بين البروتون و البروتون يساوى التفاعل بين النوترون و النوترون. هذا يعنى ان البروتون و النوترون هما فى الواقع حالتين مختلفتين من جسيم واحد نسميه النوية nucleon وهى فرضية اول من وضعها كان هايزنبرغ.

نميز هاتين الحالتين بعدد كمومى نسميه الايزوسبين isospin فالبروتون له ايزوسبين يساوى زائد نصف والنوترون له ايزوسبين يساوى ناقص نصف.

والتفاعلات النووية القوية متناظرة تماما تحت تأثير تحويلات الايزوسبين التى تشكل زمرة SU(2) والنوية فى الحقيقة تشكل التمثيلة الاساسية representation fundamental لهذه الزمرة.

اذن من الناحية الرياضية البحتة فان الايزوسبين هو مماثل للسبين اى عزم اللف لكن الفرق الفيزيائى شاسع لان السبين يؤثر فى الفضاء الفيزيائى الخارجى الذى نعيش فيه و تعيش فيه النوية لكن الايزوسبين يؤثر فى فضاء الحالات الداخلى للنوية.

ثم جاء يوكاوا Yukawa -احد انجازات اليابان- فى العام 1935 و اقترح ان التفاعلات النووية بين البروتون و النوترون التى يتحول فيها البروتون الى نوترون و يتحول فيها النوترون الى نوترون و قد يتحول فيها حتى البروتون الى بروتون آخر و النوترون الى نوترون آخر كل هذه التفاعلات بين البروتونات و النوترونات تتوسط فيها جسيمات سماها البيونات pions و يرمز لها ب π التى يمكن ان تكون مشحونة ايجابيا أو سلبيا او منعدمة الشحنة. واكثر من هذا فان يوكاوا تمكن من حساب كتلة هذه الجسيمات بالضبط (باستخدام مبدأ الارتياب لهايزنبرغ و حل معادلة كلاين Klein و غوردن Gordon التى يخضع لها اى جسيم سلمى مثل البيون) وايضا حدد قيمة السبين او عزم اللف على انه 0 اى ان البيونات هى بالفعل جسيمات سلمية و حدد قيمة الايزوسبين على انه يساوى واحد بمعنى ان البيونات تشكل التمثيلة الشعاعية vector representation لزمرة الايزوسبينات $SU(2)$.

البيون تم اكتشافه بكل هذه المواصفات عام 1947 وتحصل يوكاوا على نوبل فى الفيزياء من اجل توقعه للبيون عام 1949 بعد قصف اليابان بالقنبلة الذرية بأربعة سنوات.

اذن البيونات تتوسط التفاعل النووى القوى بين البروتونات و النوترونات (وهو تصور تقريبى) مثلما ان الفوتونات تتوسط التفاعلات الكهرومغناطيسية بين الالكترونات (وهو تصور مضبوط). و الايزوسبين هو محفوظ فى القوى النووية مثلما ان الشحنة الكهربائية هى محفوظة فى القوى الكهرومغناطيسية.

لكن هناك فرق آخر فان الايزوسبين I_3 هو ناجم عن تناظر شامل global symmetry تقريبى اما الشحنة الكهربائية Q فهى ناجمة عن تناظر موضعى local symmetry.

لكن ليس فقط الايزوسبين I_3 هو المحفوظ فى القوى النووية الكبرى لكن ايضا ما يسمى الغرابة strangeness وهو عدد آخر كمومى s يميز الجسيمات التى يتم انتاجها عبر القوى النووية القوية لكنها لا يمكن ان تتهافت الا تحت تأثير القوة النووية الضعيفة.

و اذا اضفنا الغرابة s الى الايزوسبين I_3 فان هناك ثنائيات اخرى تحت تأثير الايزوسبين ليست فقط النوية منها مثلا ميزونات الكاوون K و باريونات الكساي Ξ التى فى الصورة.

$$\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix} \quad (s=+1)\ ,\ \begin{pmatrix} \bar{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix} \quad (s=-1)\ ,\ \begin{pmatrix} \Xi^0 \\ \Xi^- \end{pmatrix} \quad (s=-2).$$

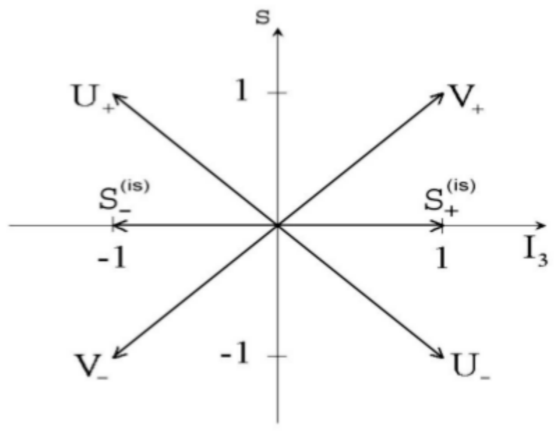
شكل 30.5: بعض ثنائيات الايزوسبين.

العلاقة بين الشحنة الكهربائية Q التى هى محفوظة فى كل التفاعلات فى الطبيعة و الايزوسبين I_3 و الغرابة s اللذان هما محفوظان فقط فى القوة النووية القوية هى معطاة بعلاقة نيشيجيما Nishijima و غال-مان Gell-Mann فى الصورة المكتوبة بدلالة ما يسمى الشحنة الفائقة hypercharge التى يرمز لها ب Y و التى تساوى مجموع الغرابة s و العدد الباريونى baryon number الذى يرمز له ب B (وهو يساوى واحد بالنسبة للباريونات و صفر من اجل اى جسم آخر).

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}\ ,\ Y = B + s.$$

شكل 31.5: علاقة نيشيجيما.

لكن باضافة الغرابة فان تناظرات الايزوسبين $SU(2)$ التى تميز القوى النووية القوية يتم تمديدها الى تناظرات النكهة flavor symmetries المعطاة بالزمرة $SU(3)$ و التى تحتوى بداخلها على ثلاثة زمرات $SU(2)$ مختلفة وهى المعطاة بالسبينات S (الذى يمثل الايزوسبين) و V و U فى الصورة الثالثة.

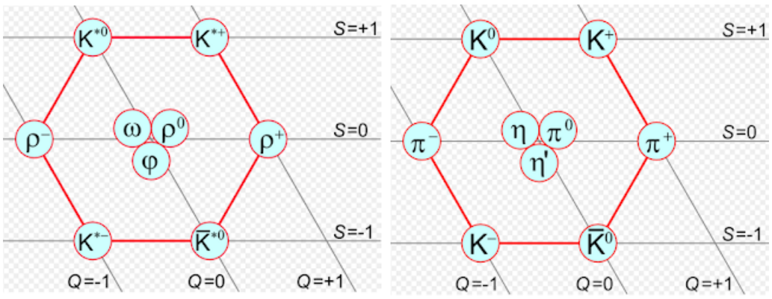


شكل 32.5: مولدات زمرة النكهة $SU(3)$.

ال 3 فى الزمرة $SU(3)$ تعنى فى الحقيقة الكواركات الاخف u (الكوارك الواقف up) و d (الكوارك الجالس down) و s (الكوارك الغريب strange) كما أن ال 2 فى الزمرة $SU(2)$ كانت تعنى الكواركات u و d و هذه الكواركات u و d و s تشكل التمثيلة الاساسية لزمرة النكهة $SU(3)$.

التناظر $SU(3)$ يسمح لنا بترتيب الجسيمات الاولية فى تمثيلات احادية غير قابلة للاختزال unitary irreducible representation لهذه الزمرة.

ولان الجسيمات المتفاعلة عبر القوة النووية القوية يمكن ان تأتى اما على شكل ميزونات (وهى الجسيمات المشكلة من كوارك و كوارك مضاد) او باريونات (وهى الجسيمات المشكلة من ثلاثة كواركات) فان التمثيلات الاحادية للزمرة $SU(3)$ التى تنتظم فيها الجسيمات الاولية نحصل عليها من الجداءات التنسورية tensor products التالية:

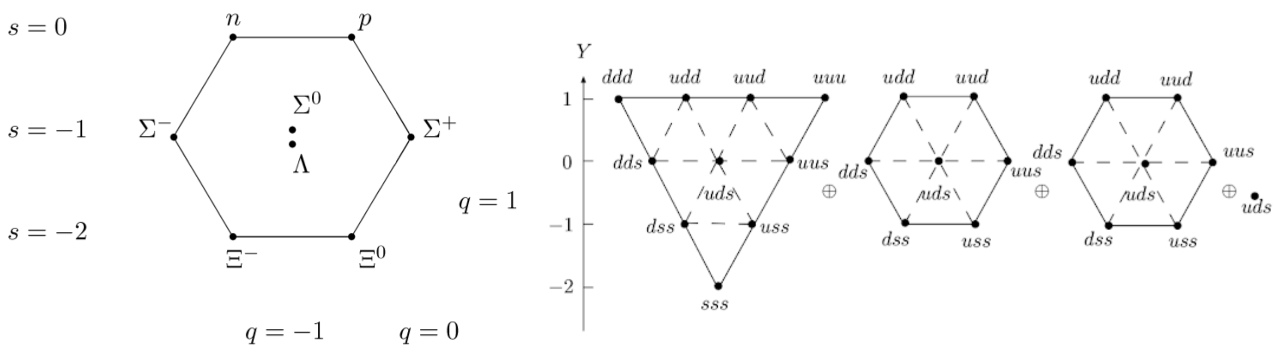


$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8.$$

شكل 33.5: الميزونات.

-الجداء التنسورى فى الصورة الرابعة الذى يؤدى الى الميزونات المرفقة فى الصورة.
-الجداء التنسورى فى الصورة السابعة الذى يؤدى الى الباريونات المرفقة فى الصورة.

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10.$$



شكل 34.5: الباريونات.

هذا يؤدى بنا الى النماذج التالية للقوة النووية القوية:
-الطريق الثماني eightfold way التى اقترحها غال-مان و نعيمان Neeman الاسرائيلي عام 1961.
-نموذج الكوارك quark model الذى اقترحه غال-مان و زويغ Zweig عام 1964 والذى تحصل من اجله غال-مان على نوبل فى عام 1969.
-النظرية اللونية الكمومية quantum chromodynamics و هى النظرية النهائية للقوة النووية القوية التى تدخل كواحدة من المركبتين الاساسيتين للنموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية.

2.5.5 نظرية زمر ليه

من يريد فعلا ان يفهم النموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية (وهو ادق نظرية فيزيائية بناها الانسان تصف كل شيء فعلا الذى هو شيء نراه) فان عليه ان يكون فصيحا (لا يكفى الفهم الذهنى بل الامر يتطلب الفصاحة الذهنية) فى نظرية زمر ليه Lie groups و دورها المحورى الذى تلعبه فى:
-التناظرات المعيارية الموضعية local gauge symmetries (فكل القوى الكونية بدون استثناء هى تناظرات معيارية موضعية).
-و جبرياتها (التى تنبثق منها الزمر) المسماة جبريات ليه Lie algebras.
-و نظرية التمثيلات representation theory التى تعنى بكيفية تمثيل زمر و جبريات ليه بمصفوفات غير قابلة للاختزال irreducible على فضاءات منتهية.
و النموذج المعيارى هو اتحاد من نظريتين اساسيتين هما:
- اولا نظرية القوة الكهروضعيفة electroweak force لأصحابها غلاشو Glashow (الامركي اليهودى من اصل روسى) و واينبرغ Weinberg (وهو ايضا امريكي يهودى من اصل روسى) و عبد السلام Salam (الباكستانى) التى يتم فيها توحيد الكهرومغناطيسية

مع النووية الضعيفة الاشعاعية فى تناظر معيارى واحد يقابل زمرة ليه $SU(2)_L \times U(1)_Y$ التى تسمى الزمرة الكهروضعيفة electroweak group.

هذا التناظر يعود و ينكسر تلقائيا (ضرورة لان الاشعاعية نراها فى عالمنا مختلفة عن الكهرومغناطيسية) نحو الزمرة الكهرومغناطيسية $U(1)_{\rm em}$ (وهى ليست نفس ال $U(1)_Y$ التى تظهر فى الزمرة الكهروضعيفة) التى هى زمرة مضبوطة فى هذا الكون تقابل او تؤدى الى انحفاظ الشحنة الكهربائية.

الانكسار التلقائى يعنى ان الانكسار يتم عبر تحويل طورى من الدرجة الثانية second order phase transition و هو يعنى ان التناظر رغم انه محفوظ على مستوى الهاميلتونية Hamiltonian (أى الطاقة) الا انه غير محفوظ على مستوى الحالة الاساسية ground state (وهذا اذن مختلف جدا جدا عن اى طريقة اخرى لكسر التناظر).

وبسبب هذا الانكسار التلقائى للتناظر spontaneous symmetry breaking (الذى يتم بالمناسبة عبر حقل الهيغز Higgs field) فان الفوتون وهو وسيط القوة الكهرومغناطيسية يبقى بدون كتلة لانه يقابل تناظر غير مكسور (هو الشحنة الكهربائية) اما اشقائه الجسيمات الشعاعية ال W و Z التى تتوسط القوة النووية الضعيفة فتكتسب كتلة معبرة عن انكسار التناظر الضعيف (وهما الشحنة الفائقة hypercharge و الايزوسبين isospin).

ثانيا المركبة الثانية للنموذج المعيارى هو الديناميك الكمومى اللونى quantum chromodynamics الذى يصف التفاعلات النووية او القوة القوية اللونية strong color force للكواركات و هى تعتمد على تناظر معيارى موضعى مضبوط لا ينكسر ابدا يقابل زمرة ليه $SU(3)$ حيث ال 3 تعبر عن الشحنات اللونية الثلاثة المختلفة التى يمكن ان تحملها الكواركات (وهى نظير الشحنة الكهربائية).

الاجسام البوزونية التى تحمل هذا التفاعل القوى اللونى هى ثمانية جسيمات تسمى الغليونيات gluons و هى كلها بدون كتلة لان هذا تناظر مضبوط غير مكسور.

اذن حتى يمكن فهم كل هذه النظريات لا يكفى ان تفهم الزمر و تمثيلاتها بل يجب ان تصبح فصيحا فى نظرية الزمر (لأنها هى اللغة الاولى و اللغة الأم فى هذا الموضوع). و هذا الأمر اى التحكم النهائى فى نظرية الزمر و تمثيلاها هو اول الامور التى يُقصر فيها الاساتذة و الطلبة عندنا (أما ثانى التقصيرات فهى نظرية معادلة اعادة التنظيم renormalization group equation theory و قد تكلمت عنها من قبل). صدقونى لا يوجد طريق آخر. و لو كان هناك طريق آخر لما بخلت به عليكم أبدا.

3.5.5 لاغرانجية النموذج القياسى

الآن نحاول ان نبنى بشكل تفصيلى صريح اللاغرانجية (وهى الطاقة فى فضاء التمثيلات اذا صح التعبير) التى تصف القوة الكهروضعيفة (وهى القوة الموحدة للقوة الكهرومغناطيسية و التفاعلات النووية الضعيفة الاشعاعية) وهذا كما يصفها النموذج الرسمى ل غلاشو و واينبرغ و عبد السلام -وهم تحصلوا على نوبل من اجل هذا العمل بالضبط-.

اذن هذا النموذج متناظر بالكلية تحت تأثير الزمرة $SU(2) \times U(1)$ و لا يحتوى على انكسار تلقائى للتناظر. و هو يصف الحقول المعيارية الشعاعية و اولها الفوتون γ و ايضا البوزونات الشعاعية للتفاعل الضعيف W و Z و هو ايضا يحتوى على ثلاثة عائلات من اللبتونات موصوفة بحقول فرمينوية من نوع ديراك و المتفاعلة مع الحقول المعيارية و مع حقل الهيغز السلمى. واول عائلة من هذه اللبتونات تتشكل من الالكترون و النيترينو الالكترون.

وهو ايضا يحتوى على حقل الهيغز و هو حقل سلمى (او بالاحرى اربعة حقول سلمية) تتفاعل مع الحقول المعيارية و مع حقول ديراك للبتونات.

كل هذه الحقول تصف جسيمات بدون كتلة (وهذا هو معنى التناظر المضبوط الذى لا يسمح بأى كتلة).

لكن فى الطبيعة نرى ان هناك كتلة:

-لجسيم الهيغز.

-لمختلف اللبتونات (باستثناء النيترينوات فهى جسيمات خاصة جدا جدا كتلتها تتطلب تعامل خاص ستناوله فى جزء لاحق).

-لمختلف الجسيمات الشعاعية باستثناء الفوتون (الذى هو فعلا صفر الكتلة لانه يقابل تناظر موضعى مضبوط فى الطبيعة هو ال $U(1)_{\rm em}$ الكهرومغناطيسي).

اذن يجب ان نولد كتلة لكل هذه الجسيمات الاولية و حتى نولد كتلة لكل هؤلاء يكفى ان نجعل حقل الهيغز يتفاعل مع اللبتونات عبر الاقتران الشهير ل يوكاوا.

اللاغرانجية المُحصل عليها فى الاخير هى متناظرة تحت تأثير تحويلات بوانكريه (الانسحابات و الدورانات و تحويلات لورنتز اى النسبية) و متناظرة تحت تأثير التناظر المعيارى $SU(2)_L \times U(1)_Y$ الذى يعبر عن القوة الكهروضعيفة عندما كانت الكهرومغناطيسية و الاشعاعية قوة واحدة موحدة عند الطاقات العليا فوق طاقات النموذج القياسى لكن تحت طاقات النظريات التوحيدية الكبرى. لكنها غير متناظرة تحت تاثير التناظرات المتقطعة بالخصوص التناظر P اى العكس فى الفضاء لان القوة الاشعاعية لا تحفظ هذا التناظر (وهذا

من اغرب الظواهر الطبيعية قاطبة).
وايضا فان هذه اللاغرانجية تحقق شرط اضافى هو شرط اعادة التنظيم و هذا مما يجعلها وحيدة تماما اى لا يمكن ان تكون الا على هذا الشكل.

4.5.5 النيترينوات

هناك ثلاثة انواع من النيترينو:
-النيترينو الالكترون electron neutrino و يرمز له ب ν_e.
-النيترينو الميون muon neutrino و يرمز له ب ν_μ.
-النيترينو الطاو tau neutrino و يرمز له ب ν_τ.
وهى جسيمات لا تحمل شحنة كهربائية و بالتالى لا تتفاعل عبر الكهرومغناطيسية و ايضا لا تحمل شحنة لونية color charge نووية و بالتالى لا تتفاعل عبر القوة القوية اللونية strong color force النووية ومنه فانه لا يبقى لها الا التفاعل عبر القوة الضعيفة weak force النووية الاشعاعية التى هى اضعف القوى على الاطلاق فى الطبيعة و منه فان رؤية النيترينو هى فى الواقع من اصعب المهمات التجريبية للضعف الشديد لتفاعلاته مع المادة.

وفى الماضى كان يُظن ان النيترينو هو ايضا صفر الكتلة مما يعنى انه لا يتفاعل ايضا عبر قوة الجذب الثقالى.

وهذا يعنى -اذا كان فعلا صفر الكتلة- ان النيترينو يمكن ان يأتى الا كحالة دوارة الى اليسار. وفعلا فان كل النيترينو المشاهد فى الطبيعة هو دوار الى اليسار left-handed و ليس دوار الى اليمين right-handed و لكن انعدام الكتلة ايضا يعنى ان انواع النيترينو الثلاثة لا يمكن ان تمتزج مع بعضها البعض او ما يعرف بظاهرة اهتزاز النيترينو neutrino oscillation.

واهتزاز النيترينو يعنى ان النيترينو الالكترون الذى تنتجه الشمس مثلا يتحول نصفه (بالضبط) الى نيترينو ميون عند وصوله الى سطح الارض و هذا التحول هو اهتزاز و ليس تهافت. بمعنى ان النيترينو الالكترون لم يتهافت اى يتلاشى و يتحول الى نيترينو ميون بل هو اهتز اى تحول خلال انتشاره فى الفضاء يتغير ذوقه flavor -هذا هو المصطلح- من النيترينو الالكترون الى النيترينو الميون .

لكن النيترينو ليس منعدم الكتلة.

بل له كتلة صغيرة جدا جدا تبينها ظاهرة اهتزاز النيترينو كما برهنت على ذلك التجربة اليابانية Super-Kamiokande فى واخر التسعينات و تحصل رئيسها مع رئيس التجربة الكندية (فقط الرؤساء فى الفيزياء التجريبية يحصلون على نوبل و ليس المئات و الآلاف التى تعمل تحت امرتهم و هذا معقول) على نوبل فى الفيزياء فى سنة 2015 بسبب ذلك. اذن النيترينو بسبب هذه الكتلة له حالة دوارة الى اليمين و حالة دوارة الى اليسار.

وهاتان الحالاتان تتحولان بشكل مختلف تحت تأثير التناظر المعيارى الموضعى للتفاعلات الكهروضعيفة الذى يعطى بالزمرة $SU(2)_L \times U(1)_Y$ والتى يتم فيها توحيد القوى الكهرومغناطيسية مع القوى النووية الضعيفة.

فالنيترينو الدوار الى اليسار يتحول فى التمثيلة الاساسية fundamental representation لهذه الزمرة اما النيترينو الدورار الى اليمين فيتحول فى التمثيلة الاحادية singlet representation اى انه لا يتفاعل و لا يرى التفاعل الكهروضعيف.

وهذا الاختلاف فى التحويل بين الدوار الى اليمين و الدوار الى اليسار يعبر عن كون التفاعلات الضعيفة ليست متناظرة تحت تأثير العكس فى الفضاء parity الذى يرمز له ب P الذى يؤثر مثل المرآة اى انه يأخذ الاشياء الى صورها. فالتناظر P يعنى ان كل تفاعل فى الطبيعة صورته فى المرآة هو ايضا تفاعل موجود فى الطبيعة الا عندما نصل الى القوة النووية الضعيفة فهى استثناء.

ف P كان عليه ان يأخذ النيترينو الدوار الى اليمين الى نيترينو دوار الى اليسار لكن كونهما يتصرفان بشكل مختلف جذريا تحت تأثير التناظر الكهروضعيف يعنى ان التناظر المرآة P مغتصب قصويا maximally violated فى التفاعلات النووية الضعيفة (ودائما اقول ان هذا من اعمق الظواهر الطبيعية و اكرر ذلك هنا).

اذن النيترينو الدوار الى اليمين هو فعلا جسيم شبح لا يتفاعل عبر اى شيء بشكل مباشر و كل تفاعلاته مع الجسيمات الاخرى تتم عبر جسيم الهيغز Higgs و لولا الهيغز لكان هذا النيترينو شبحا فعلا.

ثم ان الخاصية الغريبة الاخرى لكتلة النيترينو هى انه لا احد يعلم يقينا بعد فيما اذا كان النيتيرنو هو جسيم ديراك Dirac او انه جسيم ماجورانا Majorana و لو ان الاحتمال الاخير هو المرجح وهو يعنى مما يعنى ان الجسيم المضاد للنيترينو هو نفسه لا يتغير.

لكن كتلة النيترينو فى النموذج القياسى يعبر عنها ضرورة بكتلة ماجورانا لان النيترنو الدوار الى اليمين مختلف جذريا عن النيترينو الدوار الى اليسار بازاء التناظر الكهروضعيف اعلاه $SU(2)_L \times U(1)_Y$ وهى يُحصل عليها عبر ميكانيزم هيغز و ميكانيزم الارجوحة seesaw mechanism.

اذن النيترينو بسبب الكتلة يهتز بين اذواقه الثلاثة فمثلا لو اخذنا النيترينو الميون الذى ينتج فى الاشعة الكونية cosmic rays من تهافت جسيم البيون pion كما فى الصورة حيث ان الميون يتهافت مباشرة بدوره الى الالكترون. و كل ذلك يحدث فى الغلاف الجوى.

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu.$$

شكل 35.5: تهافت جسيم البيون.

اذن نرى من التفاعل الذى فى الصورة انه لدينا فى المحصلة 1 نيترينو الكترون و 2 نيترينو ميون اذن نتوقع مباشرة ان عدد النيترينو الميون الذى سنراه على سطح الارض هو ضعف عدد النيترينو الالكترون. لكن المشاهد ان عدد النيترينو الميون يساوى بالضبط عدد النيترينو الالكترون و ليس الضعف. و التفسير الوحيد ان نصف عدد النيترينو الميون قد اهتز اى تحول فى طريقه الى الارض الى شئ آخر هو أكيد ليس النيترينو الالكترون لاننا رأيناهم كلهم. اذن لم يبقى الا ان يكون قد اهتز الى النيترينو الطاو و هذا فعلا الذى يقع و لهذا فان نصف عدد النيترينو الميون لا يصل الى الارض ابدا لانه قد اهتز الى النيترينو الطاو و الذى نراه فى النهاية هو ان عدد النيترينو الميون يساوى فعلا عدد النيترينو الالكترون و ليس الضعف كما يشير اليه التفاعل فى الصورة و هذا بسبب ظاهرة اهتزاز النيترينو.

ويبقى النيترينو فى الحقيقة من اغرب الجسيمات الاولية قاطبة و اهم ظواهره التى يعانيها هى ظاهرة اهتزاز النيترينو التى تعنى مما تعنى ان النيترينو له كتلة و منه فان النيترينو الدوار الى اليمين موجود و هو مختلف عن الدوار الى اليسار و منه فان كتلة النيترينو يجب ان تعطى بحد ماجورانا و ليس حد ديراك (وهو الجسيم الوحيد فى الطبيعة الذى هو ماجورانا) اى ان الجسيم المضاد له هو نفسه.

و ايضا هذا يعنى انه يجب ان يكون هناك جسيم آخر ثقيل جدا (حسب ميكانيزم الارجوجة) كتلته فى حدود السلم الطاقوى energy scale للنظريات التوحيدية الكبرى grand unified theories (وهو السلم الطاقوى الموالى لسلم النظرية الكهروضعيفة) هو الذى يؤدى الى كتلة صغيرة جدا لكن غير منعدمة للنيترينو و لهذا سميت بالارجوحة فالكتلة صغيرة من جهة (انخفاض) تؤدى الى كتلة مرتفعة من الجهة الاخرى (ارتفاع).

5.5.5 اهتزاز النيترينو

النيترينو neutrino هو جسيم منعدم الشحنة الكهربائية و لهذا لا يتفاعل كهرومغناطيسيا, منعدم الكتلة او يكاد و لهذا لا يتفاعل ثقاليا, ومنعدم الشحنة النووية و لهذا لا يتفاعل عبر القوة النووية الكبرى, و يتفاعل فقط عبر قوى التحلل الاشعاعى الضعيفة جدا ولهذا فهو يسمى الجسيم الشبح لأنه من اصعب الجسيمات اخضاعا للمشاهدة فى الطبيعة و فى المختبرات.

فتفاعلاته ضعيفة الى الحد ان النيترينوات الشمسية تضربنا فى الليل كما تضربنا فى النهار, فى النهار تخترقنا من الاعلى, اما فى الليل فانها تخترق كل الكرة الارضية بدون اى تفاعل حى تخترقنا من الاسفل. و نحن هنا نتكلم عن مئات المليارات من النيترينوات الشمسية عبر كل انش مربع من اجسامنا فى كل ثانية ليلا و نهارا. تفاعلات هذه النيترينوات هى من الضعف بحيث انها يمكن ان تخترق الف سنة ضوئية من الرصاص دون ان تتفاعل مطلقا و كأنها غير موجودة.

وهذا ليس كل شئ.

النيترينو neutrino هو جسيم شبح ليس فقط من جهة الضعف الشديد لتفاعلاته, وبالتالى صعوبة مشاهدته, و لكن ايضا من جهة اهتزازاته المستمرة و الدورية بين مختلف نكهاته flavors- أو شخصياته- الثلاثة عند انتشاره فى الفضاء.

النيترينو هو لبتون lepton لا يتفاعل الا عبر القوة النووية الضعيفة.

هناك ثلاثة انواع- نسميها نكهات- من النيترينو. النيترينو المرفق بالالكترون. النيترينو المرفق بالميون muon. و النيترينو المرفق بالتاوون tau. والميون و التاوون هما اللبتونان الاخران الشقيقان الكبيران للالكترون. وانى افترض ان الالكترون- وهو اللبتون الاشهر-معروف للكل.

النيترينو لديه كتلة صغيرة جدا لكن غير معدومة. و هذا بالضبط ما يتسبب فى ظاهرة طبيعية من اعمق ما يكون تسمى اهتزاز النيترينو. والاهتزاز ليس هو تهافت النيترينو تحت تأثير أى قوة, بل هو تغير لنكهة النيترينو عند انتشاره فى الفضاء, فقط بسبب كتلته غير المعدومة. نتبع فى مايلى [32].

قبل ذلك نعتبر هنا جملة مشكلة من نواسين مرتبطين عبر نابض.

الاهتزاز المقترن coupled oscillation لهذين النواسين هو النموذج الكلاسيكى لما يحدث فى اهتزاز النيترينوات. الطاقة الكلية يتبادلها النواسان فيما بينهما بشكل مستمر. بنفس الشكل, فإن النيترينو يهتز تحت تأثير قوانين الميكانيك الكمومى التى يخضع لها, وبسبب كتلته غير المعدومة, بصورة مستمرة عندما ينتشر فى الفضاء بين نكهاته الثلاثة.

سأفترض للتبسيط انه لدينا نكهتين مختلفتين فقط للنيترينو هما النيترينو الاكترونى و النيترينو الميونى. تصوروا الان مثلا نيترينو الميون, و يرمز له ب ν_μ, الذى ينتج مع الميون نفسه, الذى يرمز له ب μ, من تهافت جسيم البيون pion, الذى نرمز له ب π, المعطى بالتفاعل

النووى الضعيف التالى

$$\pi \longrightarrow \mu + \nu_\mu.$$

هذا النيترينو الميونى عند انتشاره فى الفضاء سوف يتحول الى نيترينو الكترونى ν_e, ثم هذا الاخير هو ايضا سيرجع و يتحول الى نيترينو ميونى, وهكذا, ويبقى التحول من النيترينو الميونى الى النيترينو الالكترونى والعكس عبر الاهتزاز يحدث بصفة مستمرة و دورية فى الزمن.

من الناحية الرياضية و الفيزيائية هذا يمكن فهمه كالتالى.

الحالات النيترينوية ν_e و ν_μ التى تنتج فى التفاعل اعلاه هى حالات ذاتية eigenstates للقوة النووية الضعيفة, اما الحالات الذاتية لمؤثر الكتلة فهى حالات مختلفة نكتبها مثلا ν_1 و ν_2.

اذن لدينا فضاء هيلبرت Hilbert space ثنائى البعد اساسه معطى إما بالحالات الذاتية النووية الضعيفة ν_e و ν_μ او بالحالات الذاتية للكتلة ν_1 و ν_2 لا فرق لان هذا فضاء هيلبرت و يمكننا ان نختار اساسه كما نريد. بعبارة أخرى يمكن أن ننشر decompose الحالات النووية الضعيفة بدلالة الحالات الذاتية للكتلة كما يلى

$$\nu_e = \cos\theta\nu_1 + \sin\theta\nu_2 \ , \ \nu_\mu = -\sin\theta\nu_1 + \cos\theta\nu_2,$$

حيث θ هى ما يعرف بزاوية الامتزاج mixing angle بين النيترينو الالكترونى و النيترينو الميونى. هذه الحالات كلها تتعلق بالزمن. أما زاوية الامتزاج فهى لا تتعلق بالزمن.

من الواضح ان مؤثر الطاقة-اى الهاميلتونية- سيكون قطري diagonal فى الحالات الذاتية للكتلة لان الكتلة هى الطاقة.

بعبارة اخرى الحالات الذاتية للكتلة نحصل عليها من حل معادلة شرودينغر. بالتعويض فى المعادلة اعلاه نحصل على الحالات الذاتية النووية الضعيفة كدوال فى الزمن.

احتمال الاهتزاز يعطى بأخذ الجداء السلمى scalar product المناسب بين الحالات الذاتية النووية الضعيفة. فمثلا احتمال ان يتحول النيترينو الميونى, الذى ينتج فى التفاعل اعلاه فى اللحظة صفر, الى نيترينو الكترونى فى اللحظة t, بعد ان ينتشر النيترينو الميونى مسافة L خلال زمن t, يعطى باخذ مربع طويلة الجداء السلمى التالى

$$\langle\nu_e(t)|\nu_\mu(0)\rangle.$$

لاحظ اين نضع الزمن t. بعد الحساب- بسيط نسبيا- نحصل على النتيجة

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \longrightarrow \nu_e) &= |\langle\nu_e(t)|\nu_\mu(0)\rangle|^2 \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{c^3 L\Delta m^2}{4E\hbar}. \end{aligned}$$

c هى سرعة الضوء, و $\hbar$ هو ثابت بلانك, و الطاقة E هى طاقة النيترينوات النسبية المعرفة ب $L/t = E/p = c$, و Δm^2 هو الفرق فى الكتلة

$$\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2.$$

m_1 و m_2 هى الكتل المرفقة بالحالات الذاتية للكتلة.

تطبيق اول على النيترينوات الشمسية solar neutrinos. عدد النيترينوات الالكترونية التى تنتجها الشمس هو ضعف عدد النيترينوات الالكترونية التى نشاهدها على الارض. لماذا؟ لان النصف الباقى يتحول الى نيترينوات ميونية بفعل الاهتزاز عند وصوله الى الارض.

تطبيق ثانى على النيترينوات الكونية cosmic neutrinos. لدينا فى هذه الحالة بالاضافة الى التفاعل اعلاه $\pi \longrightarrow \mu+\nu_\mu$ التفاعل الذى يتحول فيه الميون الى الكترون و نيترينو الكترونى ونيترينو ميونى مضاد كما يلى

$$\mu \longrightarrow e + \mu_e + \bar{\nu}_\mu.$$

اذن نرى من التحولين اعلاه ان عدد النيترينوات الميونية هو ضعف عدد النيترينوات الالكترونية. لكن الذى نراه على الارض هو ان العدد متساوى. التفسير لان نصف النيترينوات الميونية يتحول بفعل الاهتزاز الى نيترينوات تاوونية.

6.5 التحولات الطورية و معادلة زمرة اعادة التنظيم

1.6.5 الحقل السلمى

الحقل السلمى scalar field هو واحد من أهم حقول القوة فى الطبيعة. وهو مرافق لجسيم سلمى scalar particle اى عزم لفه spin يساوى صفر (مثلما ان الفوتون وهو بعزم لف يساوى واحد يرافق الحقل الكهرومغناطيسى ولهذا يسمى الفوتون جسيم شعاعى vector particle و الحقل الكهرومغناطيسى حقل شعاعى vector field).

اما الحقل السلمى فهو مهم جدا جدا من ناحية اخرى. فهو لا ينتمى للحقول الشعاعية التى تعبر عن القوى و لا الى الحقول السبينورية spinorial (ذات عزم اللف يساوى نصف) مثل حقل ديراك المرفق بالالكترون التى تعبر عن المادة بل هو صنف لوحده. فجسيم الهيغز Higgs هو جسيم سلمى موصوف بحقل سلمى مثل الذى فى الصورة وايضا جسيم التضخم او الانفلاطون inflaton فى الكون البدائى primordial universe هو جسيم سلمى.

الحقل السلمى هو اساس ما يسمى نموذج ايزينغ Ising model الذى يصف كل التحولات الطورية من الدرجة الثانية فى الطبيعة.

فمثلا فان مخطط الطور phase diagram للحقل السلمى -كما هو مشروح فى الصورة- يحتوى على طورين اساسيين:

-الطور المنظم ordered phase و يسمى ايضا طور المادة الفيرومغناطيسية ferromagnetism اى الحديدية.

-الطور غير-المنظم disordered phase و يسمى ايضا طور المادة البارامغناطيسية paramagnetism اى شبه الحديدية.

والانتقال بينهما هو تحول طورى من الدرجة الثانية يقابل انكسار تلقائى للتناظر-انظر مثال الزمرة $O(N)$ فى الصورة-.

الميكانيزم المسؤول عن انكسار القوة الكهروضعيفة electroweak فى الكون البدائى الى قوة مغناطيسية و قوة ضعيفة كما نراهما اليوم هو تحول طورى من هذا النوع.

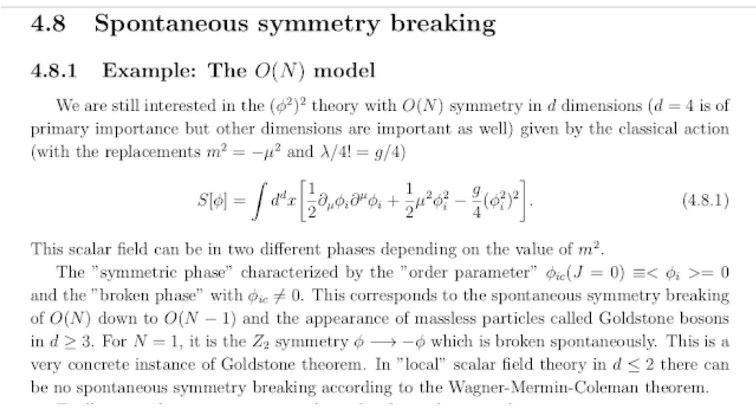
التحول من المادة المغناطيسية الدائمة -الفيرومغناطيسية- الى المادة المغناطيسية المؤقتة -البارمغناطيسية- هو ايضا تحول ايضا من هذا النوع وهو المثال النموذجى وهو الذى يكفى فى وصفه نموذج ايزينغ. لكن الحقل السلمى هو النظرية الميكروسكوبية اى الاساسية لنموذج ايزينغ.

التحول الطورى من الدرجة الثانية بين الغاز و السائل (مثلا فى حالة الماء) هو ايضا من هذا النوع.

التحول الطورى من الناقلية العادية الى الناقلية الممتازة superconductivity و من المائعية العادية الى المائعية الممتازة superfluidity هما ايضا من هذا النوع.

فى الواقع فان كل التحولات الطورية من الدرجة الثانية فى الطبيعة وتسمى ايضا تحولات حرجة critical او مستمرة continuous مهما كانت طبيعتها هى موصوفة بالحقل السلمى ادناه او بنموذج ايزينغ الذى هو تقريب للحقل السلمى ادناه و هى مرفقة بانكسار تلقائى للتناظر -قد يصعب تحديده فى بعض الاحيان- وهى تشكل فيما بينها ما يسمى صنف الكينونة لايزينغ Ising univetsality class.

وحتى بعض نماذج الثقالة الكمومية فانها تحتوى على تحويلات طورية من الدرجة الثانية بين طور لا يحتوى على فضاء-زمن وطور آخر تنبعث فيه هندسة الفضاء-زمن فى تحول طورى حرح مستمر من الدرجة الثانية و اشهر هذه الامثلة نظريات التثليث الديناميكى dynamical triangulation و نظرية هورافا و لفيشيتز Horava-Lfishitz theory و الهندسة غير-التبديلية للنماذج المصفوفية الوترية.



4.8 Spontaneous symmetry breaking

4.8.1 Example: The $O(N)$ model

We are still interested in the $(\phi^2)^2$ theory with $O(N)$ symmetry in d dimensions ($d = 4$ is of primary importance but other dimensions are important as well) given by the classical action (with the replacements $m^2 = -\mu^2$ and $\lambda/4! = g/4$)

$$S[\phi] = \int d^dx \left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi_i\partial^\mu\phi_i + \frac{1}{2}\mu^2\phi_i^2 - \frac{g}{4}(\phi_i^2)^2\right]. \quad (4.8.1)$$

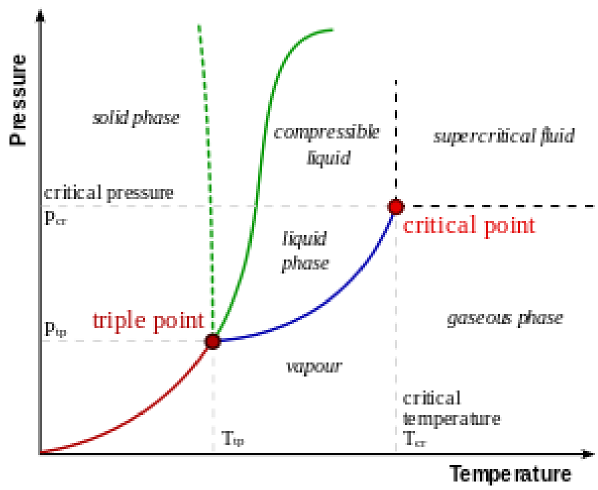
This scalar field can be in two different phases depending on the value of m^2.

The "symmetric phase" characterized by the "order parameter" $\phi_{ic}(J = 0) \equiv <\phi_i> = 0$ and the "broken phase" with $\phi_{ic} \neq 0$. This corresponds to the spontaneous symmetry breaking of $O(N)$ down to $O(N-1)$ and the appearance of massless particles called Goldstone bosons in $d \geq 3$. For $N = 1$, it is the Z_2 symmetry $\phi \longrightarrow -\phi$ which is broken spontaneously. This is a very concrete instance of Goldstone theorem. In "local" scalar field theory in $d \leq 2$ there can be no spontaneous symmetry breaking according to the Wagner-Mermin-Coleman theorem.

شكل 36.5: فعل الحقل السلمى و اطواره.

2.6.5 التحولات الطورية

التحولات الطورية phase transition هى واحدة من تلك الظواهر الطبيعية التى تجدها فى كل مجال من الفيزياء, تحتوى على كم هائل من الظواهر الفيزيائية, وتحتاج الى قدر لا يستهان به من الرياضيات, و هى المواصفات التى تجذب كل فيزيائى نظرى. التحولات الطورية المعروفة اكثر لدى الكثيرين, هى تحولات المادة بين اشكالها الاربعة التى هى الصلب و السائل و الغازى و البلازما. انظر الصورة. لكن هناك ايضا تحولات طورية مازالت مجهولة الى حد كبير فى النشأة الاولى للكون, و اخرى هى المسؤولة عن الظواهر غير-الاظطرابية التى تميز التفاعلات المعيارية التى تتحكم فى كل القوى الطبيعية.



شكل 37.5: المخطط الطورى للماء.

هناك نوعان اساسيان من التحولات الطورية. التحول الطورى من الرتبة الاولى و يكون فيه الانتقال من طور الى اخر بشكل غير مستمر, ويحدث التحول تحت تأثير تغيير خارجى. و النوع الثانى و الاهم هو التحول الطورى من الرتبة الثانية, و هو تحول مستمر, و يحدث تحت تأثير القوى الداخلية للجملة, و اغلب التحولات الطورية التى تحدث فى الطبيعة هى من هذا النوع الثانى.

التحولات الطورية من الرتبة الثانية, التى تسمى ايضا بالتحولات الطورية المستمرة, تتميز بستة اساسات حرجة critical exponents تتحكم فى تصرف المقادير الفيزيائية, مثل المغنطة و السعة الحرارية و الطاقة الداخلية و الحساسية, عند درجة الحرارة الحرجة T_c.

هذه الاساسات الحرجة تحقق فيما بينها علاقات تدريج scaling relations وبالتالى فان اثنين فقط هما فعلا مستقلين خطيا. اهم من هذا خاصية الكونة universality التى تحققها هذه الاساسات, و التى تنص بكل بساطة على ان هذه الاساسات لا تتعلق الا بالبعد الذى يحدث فيه التحول الطورى و تناظرات الجملة و لا تتعلق اطلاقا بأى تفاصيل اخرى للتحول طورى.

اى ان جميع التحولات الطورية فى بعد ثلاثة مثلا لها نفس الاساسات الحرجة و هكذا. وهذاالامر الاخير - كون كل التحولات الطورية فى بعد واحد تتشاطر نفس الاساسات الحرجة- مازلت شخصيا لا اصدقه رغم اننى اعرف البرهان الرياضى - غير الهين على الاطلاق- على هذا الامر فهو فعلا من الامور العميقة جدا فى الفيزياء النظرية التى تبقى لا تصدق.

3.6.5 نموذج ايزينغ

نموذج ايزينغ هو نموذج كان قد اقترحه لنز Lenz على تلميذه ايزينغ Ising من اجل دراسة التحول نحو او من الفيرومغناطيسية ferromagnetism الذى نشاهده فى كثير من المعادن عندما نغير درجة الحرارة. هذا النموذج يمكن أن يوجد فى أى بعد.

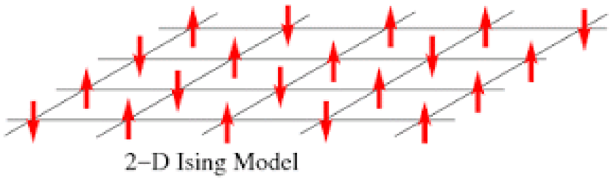
فى بعد واحد الحل قدمه ايزينغ نفسه فى رسالة الدكتوراة, فى بعدين الحل المعقد جدا قدمه اونساغر Onsager الذى حصل عليه على نوبل, النموذج فى بعد اربعة او اكثر يصبح اضطرابى و حله سهل جدا يعطى بنظرية الحقل المتوسط mean field theory.

يبقى بعد ثلاثة, الذى هو أهم الابعاد على الاطلاق, والذى تتواجد فيه الاغلبية الساحقة من التحولات الطورية phase transitions من الدرجة الثانية الموجودة فى الطبيعة. يبقى نموذج ايزينغ فى هذا البعد غير محلول, وهذا ليس من قلة الاذكياء الذين حاولوا جهدهم و جربوا حظهم, لكن المسألة معقدة جدا جدا, وسوف يشعر بها أى أحد جرب بالتفصيل حل اونساغر فى بعدين.

نموذج ايزينغ, هو احد تلك الامور السهلة جدا جدا, فهو من السهل الممتنع حقا. تصور شبكة من النقاط, وتصور ذلك فى بعدين للتبسيط, كما في الصورة ادناه. فى كل نقطة من الشبكة يوجد جسيم يأخذ اما القيمة نصف للسبين spin او القيمة ناقص نصف. تذكروا

ان السبين هو العزم الحركى الذاتى, او للتبسيط, تصوروا ان السبين هو مقدار فيزيائى لا يمكنه ان يأخذ الا قيمتين. نفرض ايضا ان كل جسيم لا يتفاعل الا مع جواره الاقرب, اى فى بعدين, مع الجسيمات الاربعة الاقرب اليه. المطلوب الآن هو ان تحلوا هذا النموذج بمعنى ان تحسبوا ما يسمى دالة التقسيم partition function.

عليكم أن تصدقونى ان هذه الجملة تصف كل التحولات الطورية من الرتبة الثانية الموجودة فى الكون مثل تحول الماء الى بخار, التحول نحو المغناطيسية, التحول نحو الناقلية الممتازة superconductivity, التحول نحو الميوعة الممتازة superfluidity, التحول نحو الانحباس النووى confinement, التحول نحو التضخم inflation الكونى, و غيرها من التحولات فى فيزياء الجسيمات الاولية و الكوسمولوجيا و فيزياء المادة المكثفة و غيرها. هذا يمكن ان نشاهده بوضوح فى محاكيات مونتى كارلو Monte Carlo لهذا النموذج. وهذا هو سر اهتمام الفيزيائيين النظريين بهذا الموضوع منذ لنز و ايزينغ و اونساغر.



شكل 38.5: نموذج ايزينغ فى بعدين.

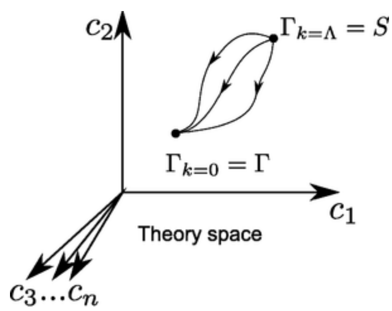
4.6.5 معادلة زمرة اعادة التنظيم و الكوننة

من اقوى الطرق التحليلية غير-الاضطرابية هى معادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation.

هذه الطريقة تعرف لنا نظرية نظريات الحقل او الميتانظرية metatheory لنظرية الحقل نفسها.

بعبارة أخرى فإن اى نظرية حقل معينة هى فقط نقطة واحدة بالنسبة لمعادلة زمرة اعادة التنظيم. هذه المعادلة تعطينا اذن كيف ستتغير هذه النقطة- التى تعبر عن نظرية الحقل التى ابتدأنا بها- تحت تأثير تغيير السلم اى عندما نغير الطاقة التى ندرس عندها الجملة.

تغيير السلم هو بالضبط التحويل النقطى السلمى الذى هو جزء من التناظرات الكونفورمال conformal التى من بينها الدورانات و الانسحابات.



شكل 39.5: مسار تغير النظرية تحت تاثير معادلة زمرة اعادة التنظيم فى فضاء النظريات. كل نقطة من هذا الفضاء هى تمثل نظرية بأكملها و الوسيط على مسار معادلة زمرة اعادة التنظيم هو السلم الطاقوى. اذن النظرية ستنتقل من الفعل المجرد bare اى الكلاسيكى عند $k = \Lambda$ الى الفعل الفعال effective اى الكمومى عند $k = 0$.

نظرية معادلة زمرة اعادة التنظيم بالفهم و العمق الذى نعرفه بها اليوم هى من اكتشاف و تطوير الامريكى كينيث ويلسون Kenneth Wilson وهو من اعمق الفيزيائيين النظريين الذين عرفهم القرن العشرين. فشخصيا اعتبره ثانى افضل فيزيائى عندى بعد توهفت 't Hooft.

تحصل ويلسون على نوبل فى عام 1982 لانه حسب الاسس الحرجة critical exponents للتحولات الطورية من الدرجة الثانية باستعمال معادلة زمرة اعادة التنظيم. هذا الحساب هو الاول من نوعه و الادق نظريا مقارنة مع القياس التجريبى.

انظروا الجدول ادناه لمقارنة التجربة بالحساب النظرى باستعمال معادلة زمرة اعادة التنظيم فى ثلاثة ابعاد $d = 3$ وهو اهم الابعاد بالنسبة لفيزياء المادة المكثفة .

Pure $d = 2$	Experiment	Theory[12]
α	0.00 ± 0.01[6]	$O(\log \lvert t \rvert)$
A^+/A^-	1.01 ± 0.00[6]	$1(\log \lvert t \rvert)$
β	0.155 ± 0.02[7]	1/8
ν	$1.02 \pm 0.05^+$[7]	1
	$1.12 \pm 1.13^-$[7]	
$\kappa^+/\kappa-$	0.54 ± 0.06[7]	1/2
γ	$1.82 \pm 0.07^+$[7]	7/4
	$1.92 \pm 0.20^-$[7]	
χ^+/χ^-	32.6 ± 3.7[7]	37.33
Pure $d = 3$	Experiment	Theory
α	0.11 ± 0.005[13]	0.1099 ± 0.0007[14]
		0.109 ± 0.004[15]
A^+/A^-	0.54 ± 0.02[13]	0.55[16]
β	0.325 ± 0.005[11]	0.32648 ± 0.00018[14]
		0.3258 ± 0.0014[15]
ν	0.64 ± 0.01[8]	0.63002 ± 0.00023[14]
		0.6304 ± 0.0013[15]
$\kappa^+/\kappa-$	0.53 ± 0.01[8]	0.52[16]
γ	1.25 ± 0.02[8]	1.2371 ± 0.0004[14]
		1.2396 ± 0.0013[15]
χ^+/χ^-	4.6 ± 0.2[8]	4.8[16]

شكل 40.5: مقارنة بين الاساسات الحرجة المحسوبة باستعمال معادلة زمرة اعادة التنظيم و المقاسة تجريبيا فى بعد 3.

ويلسون هو ايضا الذى أتى بفكرة نظرية الكروموديناميك الكمومى quantum chromodynamics و الحقول المعيارية gauge fields على الشبكات lattices التى تصف القوى النووية القوية . وهو ايضا الذى حل معضلة كيفية وضع الفرميونات على الشبكة بدون مضاعفة doubling باستعمال ما يعرف الان باسم فرميونات غينسبرغ - ويلسون Ginsparg − Wilson fermion . وهذا ايضا اكتشاف جبار لا يعرف قيمته الا القليل حتى من النظريين انفسهم الراسخين فى العلم.

وهو ايضا من اوائل من استعمل الحاسوب الالكترونى و الحاسوبية العلمية رغم قوته التحليلية الهائلة. وهذه رسالة لمن يظن نفسه افضل من الحساب العددى و هو لا يستطيع حتى ان يقيم ابسط البراهين التحليلية.

لكن تبقى فى رأيى معادلة زمرة اعادة التنظيم هى اهم انجازات ويلسون وانجازات الفيزياء النظرية بأكملها فى هذا القرن. لانه بدونها فإن نظرية الحقل تصبح غير ذات معنى فيزيائى او رياضى اطلاقا.

لكن نؤكد ايضا ان هذه المعادلة هى من اعقد و اصعب المواضيع التى يمكن ان ندرسها للطلبة ليس فقط فى نظرية الحقل لكن فى كامل الفيزياء النظرية.

اذن من يهمه الامر - وكل فيزيائى نظرى جاد يجب ان يهمه الامر- عليه ان يشمر عن ساعد الجد و ويوطن نفسه على مسار طويل و شاق قبل ان يحقق اى تقدم محسوس على هذه الجبهة.

ننبه ايضا ان هذا الامر مهم جدا لان هذا هو المقابل التحليلى العملاق لطرق مونتى كارلو العددية. وفى كثير من الاحايين تصبح لها الاسبقية و الاولوية.

علينا ان نلاحظ ايضا ان هناك فيزيائيين سبقوا ويلسون فى معادلة زمرة اعادة التنظيم نذكر بالخصوص غالمان Gell − Mann و لو Low وآخرين. لكن النظرية كنظرية تأصيلية و حسابية هى فعلا اليوم قائمة على فهم و تطوير ويلسون لها.

كمثال على التطبيقات الفيزيائية الجبارة لهذه المعادلة نأخذ الظاهرة الفيزيائية العميقة المسماة الكونة universality.

الاسس الحرجة للتحويل الطورى من الدرجة الثانية من الغاز الى السائل للماء اى كيف يتبخر الماء تساوى الاسس الحرجة للتحويل الطورى من الدرجة الثانية من الحديدية الى المغناطيسية اى كيف يصبح الحديد ممغنطا.

السؤال: كيف يمكن ان يحدث هذا؟

الجواب: هو بالضبط الكونة التى تعطيها معادلة زمرة اعادة التنظيم والتى تعنى بكل بساطة ان الاسس الحرجة لكل التحويلات الطورية من الدرجة الثانية المعروفة فى الطبيعة تأخذ كلها نفس القيمة و لا تتعلق الا على البعد و على درجة التناظر. فى الصورة الاولى اعلاه لاحظوا ان المنحنيات المختلفة تقترب كلها من نفس النقطة.

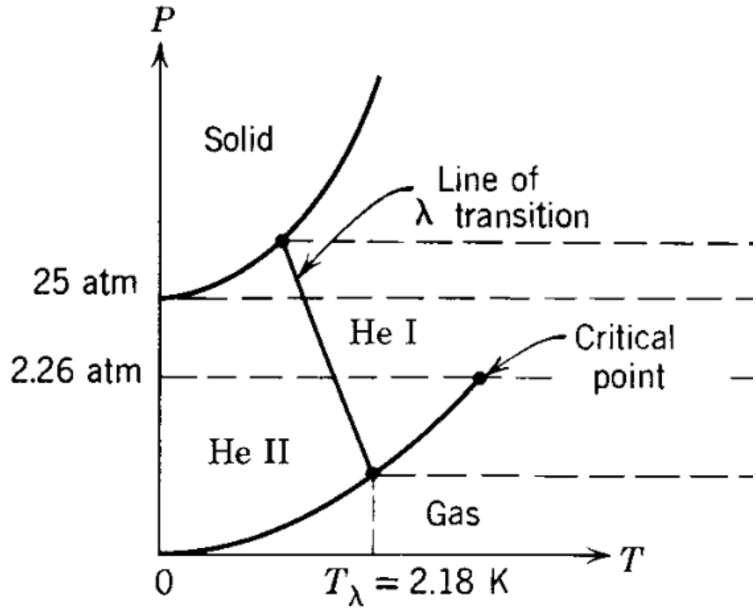
5.6.5 المائع الفائق

نشرح 3 نقاط:

-المخطط الطورى للهيليوم 4.
-التحولات الطورية فى الطبيعة و الانكسار التلقائى للتناظر.
-ماهى اللزوجة؟

المخطط الطورى للهيليوم 4 الهيليوم هى المادة الوحيدة التى لا يمكن أن نجعلها صلبة عند الضغط الجوى مهما خفضنا درجة الحرارة و حتى لو خفضناها الى درجة الصفر المطلق. فالهيليوم لا يبلغ طوره الصلب الا عند ضغط يساوى 25 ضغط جوى.
السبب وراء هذا ان الهيليوم هو غاز مثالى بمعنى ان التفاعلات بين ذراة الهيليوم فيه ضعيفة جدا و ايضا فان كتلة ذرة الهيليوم هى الاقل بين كل ذرات الغازات المثالية وهذا يؤدى الى طاقة حالة اساسية كبيرة جدا وبالتالى حركة كبيرة جدا اى استحالة تحديد موضع ذرات الهيليوم. اذن الهيليوم لا يمكن ان يكون صلبا الا اذا طبقنا ضغط كبير عليه.
لكل هذه الأسباب فان الهيليوم يقع فى الطبيعة و بشكل طبيعى على شكل سوائل كمومية. السائل الأكثر توفرا هو الهيليوم 4 و السائل الأندر هو الهيليوم 3. و أؤكد ان هذه سوائل كمومية و ليست سوائل كلاسيكية كما سنبين الآن.
المخطط الطورى للهيلوم 4 يتشكل من اربعة اطوار مختلفة. انظروا الصورة الاولى حيث نرسم المخطط الطورى فى المستوى TP حيث T هى درجة الحرارة و P هو الضغط.
أطوار الهيليوم هى:
-الطور الغازى.
-الطور الصلب.
-الطور السائل العادى و يسمى الهيليوم I.
-الطور السائل الفائق -وهذا أهم شيء بالنسبة لنا- و يسمى الهيليوم II.
فى الطور السائل الفائق فان الهيليوم هو سائل فائق او ممتاز. فهو سائل فائق لانه يجرى بدون لزوجة اى بدون احتكاك عبر اضيق المنافذ و عبر كل الحواجز. فهو سائل يتميز بكون كل جسيماته فى نفس الحالة الكمومية و لهم نفس الطاقة و نفس كمية الحركة. و بالتالى فانه اذا تحركت ذرة واحدة فان باقى الذرات يجب ان تتحرك ايضا بنفس القدر. فان الهيليوم 4 فى الطور الفائق يمكنه ان يتدفق الى الاعلى على جدران الاناء الذى يحتويه (وهذا ما يسمى بالصوت الثالث third sound وهو نوع من الامواج السطحية التى يتمتع بها الهيليوم 4 و هناك ايضا ثلاثة انواع اخرى من الانماط الاهتزازية التى تسمى الاصوات اولها هو الصوت العادى الذى نجده فى باقى الاجسام).
ومن خواص الهيليوم 4 (الناجمة عن الصوت الثالث ايضا) ما يسمى بتأثير النافورة founatin effect و هو ان الهيليوم المستثار بالضوء سيؤدى الى نافورة نحو الاعلى انطلاقا من سطحه.
ومن خواصه ايضا الناقلية الحرارية العالية لان الهيليوم 4 ينقل الحرارة ليس كغيره عبر التبدد **dffiusion** لكن عبر امواج حرارية (وهذا ما يسمى بالصوت الثانى second sound). وخواص اخرى.
الاهم بالنسبة لنا ان الانتقال او التحول من الطور السائل العادى الى الطور السائل الفائق يتم عبر تحول طورى من الدرجة الثانية من اشهر ما هو موجود فى الفيزياء و فى الطبيعة يسمى التحول لمبدا lambda transition. على منحنى البخار vapor curve -انظر المخطط فى الصورة الاولى- يقع هذا التحول عند درجة الحرارة الحرجة critical temperature التى تساوى $T = 2.18K$. تذكروا ان خط البخار بالنسبة لأى مادة (مثلا الماء و هو صحيح هنا ايضا) هو الخط الذى نتواجد فيه الحالة الغازية و الحالة السائلة للمادة فى حالة توازن ترموديناميكى thermodynamical equilibrium. وهو ينتهى عند نقطة حرجة critical point اين يصبح فيها التمييز بين الغاز و السائل مستحيلا.
اذن الانتقال من الهيليوم السائل العادى الى الهيليوم الفائق و هو مائع ممتاز يتم عير تحول طورى من الدرجة الثانية يسمى التحول لامبدا.
ككل تحول طورى من الدرجة الثانية فان هذا يعنى انه عند التحول الطورى فان التقلبات تصبح تقلبات حرجة critical fluctuations و هذا يعنى مما يعنى ان السعة الحرارية specific heat (وهى الطاقة فى وحدة درجة الحرارة) تتباعد-اى تذهب الى مالانهاية- عندما نقترب من درجة الحرارة من الأسفل او من الاعلى. السعة الحرارية كدالة فى درجة الحرارة بالنسبة للهيليوم 4 بالقرب من التحول الطورى من الطور السائل العادى الى الطور السائل الفائق موجود فى الصورة الثانية. وكما نرى فان السعة الحرارية تتباعد عند درجة الحرارة الحرجة التى يقع عندها التحول و هى تتباعد لو غاريتميا. لاحظوا شكل السعة الحرارية الذى يأخذ صورة الحرب اليونانى لامبدا ولهذا سمي هذا التحول بالتحول لامبدا.

التحولات الطورية فى الطبيعة و الانكسار التلقائى للتناظر التقسيم الكلاسيكى للتحولات الطورية فى الطبيعة هى ثلاثة اقسام.



شكل 41.5: المخطط الطورى للهيليوم 4.

-اولا تحولات من الرتبة الاولى. وهى تحولات يعانى فيها وسيط النظام order parameter من لا استمرارية discontinuity عند نقطة التحول و تكون مرفقة بحرارة كامنة latent heat اى حرارة تصدر من الجملة ليس تلقائيا لكن تستهلك وقتا.
-ثانيا تحولات طورية من الرتبة الثانية وتسمى ايضا التحولات الطورية المستمرة continuous phase transition. وهى تحولات يكون فيها وسيط النظام مستمر, لا يوجد فيها حرارة كامنة, لكنها تكون مرفقة بتقلبات حرجة, وانكسار تلقائى للتناظر spontaneous symmetry breaking.
لنذكر ان وسيط النظام هو المتغير الذى يسمح لنا بالتمييز بين مختلف الاطوار. فمثلا هو المغنطة فى حالة الفيرومغناطيسية.
-ثالثا تحولات طورية لانهائية الرتبة infinite – order phase transition. وهى من اغرب ما يكون فهى تحولات مستمرة لكنها لا تكسر اى تناظر. وأهم الامثلة هنا هى التحولات الطورية الكمومية. وهذا موضوع طويل آخر.

بالنسبة لنا أهم مثال هو التحولات الطورية من الرتبة الثانية (مثل الفيرومغناطيسية و المائع الفائق). اذن الهيليوم 4 يتمتع بتحول طورى من الدرجة الثانية هو التحول الطورى لمبدا. اما الهيليوم 3 فهو لا يتمتع بأى تحول طورى من الدرجة الثانية. الفرق بين الاثنين ان الهيليوم 4 هو مشكل من ذرات بوزونية اى ذات عزم لف يساوى صفر اما الهيليوم 3 مشكل من ذرات فرميونية اى ذات عزم لف يساوى نصف-مثل الالكترونات-.
اذن الهيليوم 4 فى طوره الممتاز او الفائق هو تكثف بوز- اينشتاين Bose – Einstein condensation المشهور للغازات الكمومية البوزونية. وهى الظاهرة التى تذهب فيها كل الذرات الى الحالة الاساسية وبالتالى يتكثف الغاز هناك. اذن المائع الفائق مثل الهيليوم 4 فى طوره الفائق يتميز بكون جميع ذراته فى نفس الحالة الكمومية.
هذه الظاهرة (ظاهرة تكثف بوز-اينشتاين) لا يمكن ان تقع الا لغاز مشكل من بوزنات ولهذا فان الهيليوم 3 لا يتمتع بالتحول الطورى لمبدا. لكن رغم هذا فان الهيليوم 3 يمكنه هو الآخر ان ينتقل الى الطور المائعى الممتاز لكن عند درجات حرارة اقل بكثير حوالى 0,001 كلفن. والميكانيزيم وراء هذا ان كل ذرتين من ذرات الهيليوم 3 الفرميونية يمكن من اجل درجات الحرارة المنخفضة جدا ان تجتمع فى زوج بوزوني -تذكروا ان مجموع فرميونين هو بوزون- وبالتالى يمكنها ان تخضع لتكثف بوز-اينشتاين.
هذا الميكانيزم هو بالضبط الميكانيزم الذى يحدث فى الناقل الفائق superconductor حيث تجتمع الالكترونات (وهى جسيمات فرميونية) فى ازواج كوبر Cooper's pairs. ولان ازواج كوبر هى جسيمات بوزونية فهى يمكنها ان تخضع لتكثف بوز-اينشتاين و بالتالى فان كل الالكترونات فى الناقل تصبح جملة اشتراكية collective system و نحصل بذلك على الناقل الممتاز الذى يمتاز بمقاومة معدومة كما ان المائع الممتاز يتميز بلزوجة معدومة.
لكن قلنا ان التحول الطورى من الدرجة الثانية يتميز بانكسار تلقائى للتناظر. لكن ماهو هذا التناظر بالنسبة للهيليوم ؟.
التناظر الذى ينكسر بالنسبة للناقل الممتاز هو الزمرة $U(1)$ للتناظرات الموضعية الكهرومغناطيسية و نشوء الفورتاكصات vortices (مفرد فورتاكص vortex) وهى تشكيلات طوبولوجية فى 1+2 أبعاد كما ان المونوبولات monopoles هى تشكيلات طوبولوجية فى

3+1 ابعاد.

أما بالنسبة للمائع الممتاز فالامر اصعب قليلا لانه لا يقال كثيرا. وسيط النظام بالنسبة للهيليوم هو حقل سلمى مركب يخضع لمعادلة كلاين-غوردون Klein − Gordon equation . هذا الحقل يتمتع ايضا بزمرة $U(1)$ من التناظرات الشاملة. وهذه هى الزمرة التى تُكسر تلقائيا خلال التحول الطورى من السائل العادى الى السائل الفائق. هذا امر معقد اذن اكتفى بهذا القدر.

اذن فى المحصلة الصحيح ان نقول ان تحول لمبدا للمائع الفائق هو تكثف بوز-اينشتاين مصحوب بانكسار تلقائى للتناظر.

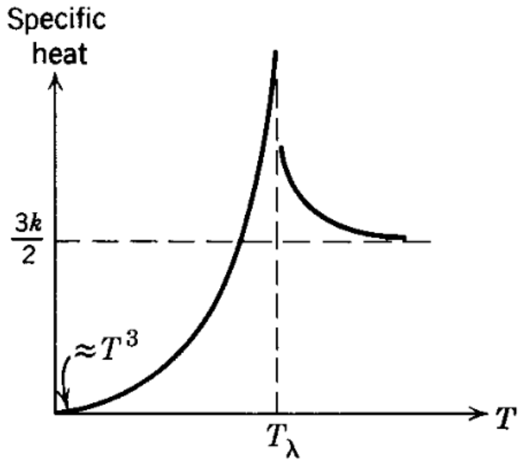
ماهى اللزوجة؟ قلنا ان المائع الفائق يتمتع بلزوجة معدومة كما ان الناقل الفائق يتمتع بمقاومة معدومة. لكن ما هى اللزوجة بالضبط؟

تذكروا فان اللزوجة هى مقاومة المائع للجريان. فاذا كان المائع يجرى بين صفيحة سفلية ساكنة و اخرى علوية تتحرك بسرعة صغيرة v فان جسيمات المائع بالقرب من السطح الساكن تكون ساكنة اما التى بالقرب من السطح المتحرك فهى تتحرك بالموازاة له و بنفس السرعة v. أما الجسيمات الأخرى بينهما فهى تتحرك بسرعات بين 0 و v. اذن كل طبقة من المائع تتحرك بسرعة اكبر من الطبقة التى تحتها اى ان حركة هذه الطبقات يجر عليها قوى احتكاك تقاوم حركتها. اذن المائع سيؤثر على الصفيحة العلوية بقوة F هى عكس حركتها و يؤثر على الصفيحة السفلية بقوة مساوية فى الاتجاه العكسى.

اذن حتى نحافظ على حركة الصفيحة العلوية بنفس السرعة v علينا تطبيق قوة تساوى بالضبط القوة F. هذه القوة متناسبة طردا مع السرعة v و مع سطح الصفيحتين A و متناسبة عكسا مع المسافة d بين الصفيحتين. اى

$$F = aAv/d.$$

ثابت التناسب a هو بالضبط اللزوجة. لاحظوا ان اللزوجة تنعدم اذا انعدمت قوة الاحتكاك.



شكل 42.5: التحول الطورى λ للهيليوم 4.

6.6.5 معادلة زمرة اعادة التنظيم

النظرية الأساسية التى تصف المادة هى نظرية الحقول الكمومية quantum field theory وهى نظرية يتم فيها توحيد مبادئ الميكانيك الكمومى مع مبادئ النسبية من أجل وصف عالم الجسيمات الأولية. وهذا ما يعرفه الكل.

لكن الذى يغيب عن ذهن الكثير حتى من المختصين هو ان الآلة الرياضية التى تجعل نظرية الحقل الكمومى من أدق ما كتبه الانسان فى وصف الظواهر الطبيعية هى معادلة تسمى معادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation.

وهذه المعادلة بالاضافة الى تقديمها المحتوى الفيزيائى لنظرية الحقل و ضبطها للالة الرياضية التى تقوم عليها نظرية الحقل فانها ايضا تُؤسس -حسب فهم ويلسن Wilson- للفلسفة التى تقوم عليها نظرية الحقل. ففهم ويلسن لهذه المعادلة فى اطار تكامل الطريق path integral وتناظراته و الذى تم فيه مزج فيزياء الجسيمات بفيزياء المادة المكثفة هو ما يُعول عليه فعلا فى رؤية ماهية نظرية الحقل و ليس نظرة وينبرغ Weinberg مثلا التى تعتمد كثيرا على مصفوفة التصادم S − matrix و تناظراتها.

وهى مع كل هذا معادلة يصعب جدا شرحها و كذا فهمها لكنها تقوم فى نظرية الحقل الكمومى مقام العمودى الفقرى من الجسم. فنظرية معادلة زمرة اعادة التنظيم هى نظرية نظرية الحقل او الميتانظرية meta − theory لنظرية الحقل.

كما أنها آلة حسابية هائلة تقدم التأسيس غير-الاضطرابى non − perturbative للفيزياء الكمومية مثلها مثل طرق مونتى كارلو Monte Carlo العددية.

فمن الناحية غير-الاضطرابية فان معادلة اعادة التنظيم هى الجناح التحليلى اما طريقة مونتى كارلو فهى الجناح العددى.

معادلة اعادة التنظيم تقدم ايضا اختزال هائل لنظرية الحقل الكمومى نحو نظرية الحقل الكونفورمال conformal field theory اى نظرية الحقل التى تتميز بتناظرات اضافية-فوق الدورانات و الانسحابات- هى تناظرات السلم scale transformations التى يتم فيها تغيير المسافات و الازمان بنفس المقدار السلمى دون ان تتغير النظرية.

اذن حسب معادلة اعادة التنظيم فان نظرية الحقل هى اما نظرية حقل كونفورمال او انها نظرية حقل بصدد التتطور نحو نظرية حقل كونفورمال.

حتى اشرح معادلة اعادة التنظيم اعود الى الميكانيك الاحصائى حيث تلعب المعادلة هناك دورا جوهريا فى تفسير التحولات الطورية من الدرجة الثانية second order phase transition و نأخذ كمثال ما يعرف بنموذج ايزينغ Ising. نتصور اذن شبكة lattice من النقاط فى بعدين حيث يوجد فى كل نقطة ذرة او الكترون بعزم لف (سبين spin) يمكن ان يأخذ احد قيمتين اما 1+ او 1- وهذا اذن هو تصورنا للمادة.

وسائط parameters هذه الجملة هى ثابت الاقتران coupling constant بين مختلف عزوم اللف و نرمز له ب J و درجة الحرارة T.

نفترض ان قوى الاقتران بين عزوم اللف او السبينات هى قوى الجوار الاقرب nearest neighbor بمعنى ان كل ذرة فى الشبكة لا تتفاعل الا مع الذرات المجاورة لها مباشرة و هى اربعة ذرات فى حالة شبكة ذات بعدين. اذن اذا كانت عزوم اللف كلها متوجهة فى اتجاه واحد- وهذا تحت تأثير قوى الاقتران J- فان الشبكة تتصرف مثل المادة المغناطيسية فمجموع السبينات او عزوم اللف هو بالضبط العزم المغناطيسي و هو غير معدوم فى هذه الحالة.

اما اذا كانت اتجاهات عزوم اللف او السبينات موزعة بشكل عشوائى-وهذا تحت تأثير درجة الحرارة- فاننا نحصل على عزم مغناطيسي معدوم و فى هذه الحالة فان المادة حديدية.

اذن نموذج ايزينغ يصف التحول الطورى من الدرجة الثانية من المادة المغناطيسية العادية وتسمى الطور الفيرومغناطيسي ferromagnetic الى المادة الحديدة العادية وتسمى الطور البارامغناطيسي paramagnetic.

وهو يقع عند درجة حرارة حرجة معينة T_c -درجة حرارة كورى Curie - وعند ثابت اقتران حرج معين J_c -ثابت اقتران كورى-.

الاعظم من هذا ان نموذج ايزينغ يصف ايضا اى تحول طورى من الدرجة الثانية آخر فى الطبيعة مثلا التحول من البخار الى السائل فى الماء.

وهذا -اى نجاح نموذج ايزينغ فى وصف ظواهر مختلفة- لا يمكن تفسيره الا بمعادلة زمرة اعادة التنظيم.

لانه عند التحول الطورى فان الخواص الحرجة critical properties للجملة الفيزيائية لا تتعلق الا بالتقلبات fluctuations ذات الطول الموجى الطويل -اى الطاقات المنخفضة- و لا تتعلق تماما بالتقلبات ذات الطول الموجى القصير-اى الطاقات العليا-.

اذن تفاصيل الجملة الفيزيائية -هل هى مادة مغناطيسية او ماء او مائع ممتاز او ناقل ممتاز او سبيكة ثنائية binary alloy - ذات العلاقة بدرجات الحرية degrees of freedom الذرية ذات الطاقة العليا لا تدخل فى فيزياء التحول الطورى الذى تخضع له الجملة و بالتالى يجب التخلص منها -اى أخذ المتوسط عليها- و هذه عملية تسمى التحبيب الخشن coarse graining.

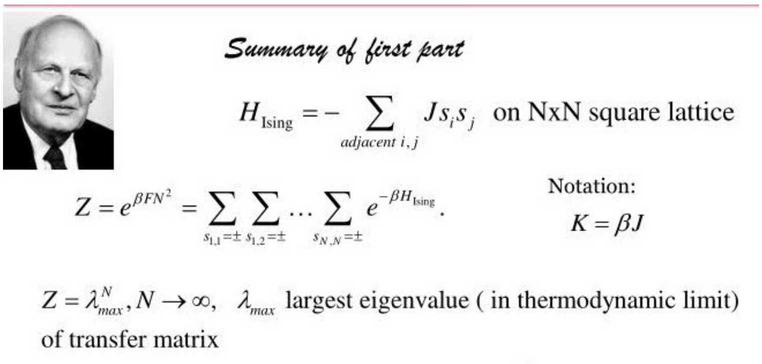
اذن فى المحصلة نجد نموذج بسيط مثل نموذج ايزينغ -الذى اقترحه لنز Lenz على ايزينغ فى رسالة الدكتوراة- يصف كل التحولات الطورية من الدرجة الثانية اعلاه. انظر الصورة الاولى من اجل هاميلتونية -اى طاقة- نموذج ايزينغ.

ايزينغ فى رسالته للدكتوراة تمكن من حل النموذج فى بعد واحد لكن فى بعدين فان الحل وجده فيما بعد الكيميائى العبقرى اونصاغر Onsager -وأخذ من اجل ذلك نوبل فى الكيمياء- اما فى ثلاثة ابعاد فقد حاول و مازال الكثير من عباقرة الفيزياء النظرية ايجاد الحل لكن بدون اى نجاح يذكر لحد اليوم.

أول من طبق التحبيب الخشن على نموذج ايزينغ هو كادانوف Kadanoff عام 1966 وهو ما اصبح يُعرف اليوم بعزم اللف او السبين الكلي block spin.

اذن نُقسم الشبكة الى كتل اى حجرات تحتوى كل حجرة على b^2 عزم لف. اى ان كل حجرة تتشكل من b ذرة او عزم لف فى الاتجاه x و من b ذرة او عزم لف فى الاتجاه y ومنه فان عدد الذرات فى كل حجرة هو b^2.

الآن نعوض عزوم اللف فى كل حجرة بمتوسطها. اذا كان المتوسط موجب نأخذ عزم اللف فى الحجرة يساوى 1+ و اذا كان المتوسط



شكل 43.5: هاميلتونية (طاقة) نموذج ايزينغ (المعادلة الاولى) و دالة التقسيم (المعادلة الثانية) وحل اونصاغر (المعادلة الثالثة).

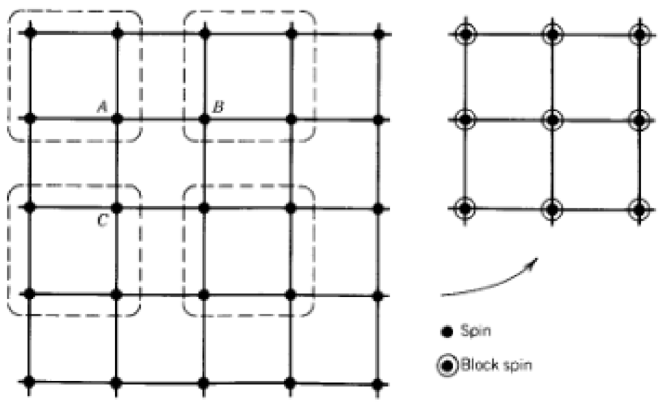
سالب نأخذ عزم اللف فى الحجرة -1 اما اذا اكان المتوسط معدوم فاننا ننتقى عزم لف كيفى فى الحجرة كممثل عنها. هذا السبين المتوسط فى كل حجرة هو ما نسميه بالسبين الكتلة او السبين الكلى. اذن مجموع السبينات فى الشبكة يتم تعويضها بسبينات كتلية.

اذن الشبكة الاولى التى كانت تحتوى على N ذرة تُعوض بشبكة بديلة يكون فيها عدد الذرات اقل ب b^2 مرة اى

$$N/b^2.$$

و كونها تحتوى على عدد اقل من الذرات يجعلها اسهل للدراسة.

لكن من الجهة المقابلة فان الفسحة الشبكية lattice spacing فى الشبكة البديلة زادت ب b مرة. فى الحقيقة فان كل المسافات فى الشبكة البديلة قد زادت ب b مرة. فاذا كانت السبينات فى الشبكة الاصلية مرتبطة correlated عبر n فسحة شبكية فان السبينات الكتلية فى الشبكة البديلة تكون مرتبطة عبر n/b فسحة. انظر الصورة الثانية.



شكل 44.5: شبكة التحبيب الخشن.

الشبكة البديلة هى ما يسمى بشبكة التحبيب الخشن coarse – grained lattice او الشبكة الخشنة اختصارا وايضا تسمى الشبكة المعاد تنظيمها renormalized lattice.

الخطوة الثانية وتسمى عملية اعادة السلم rescaling و هى العودة بالشبكة الخشنة الى الطول الاصلى وهذا ضرورى حتى يمكننا المقارنة فعلا بين الشبكة الاصلية و الشبكة الخشنة.

بعد كل هذا فان كادانوف اكتشف ان الشبكة الخشنة يجب ان تكون موصوفة بهاميلتونية -اى طاقة- هى نفسها هاميلتونية الشبكة الاصلية لكن عوض السبينات تظهر السبيات الكتلية و عوض ثابت الاقتران J يظهر ثابت اقتران حشن J' و عوض درجة الحرارة T تظهر درجة حرارة خشنة T'. اذن حسب كادانوف فان جملة السبينات الخشنة هى طريقة اخرى لكن افضل فى وصف الجملة الفيزيائية بالقرب من التحول الطورى. وهى طريقة افضل لان التقلبات ذات الطول الموجى القصير تم أخذ المتوسط عليها فى السبينات الكتلية.

الخلاصة اذن ان عملية التحبيب الخشن اولا متبوعة ثانيا بعملية اعادة السلم هى ما يسمى بتحويل زمرة اعادة التنظيم.

تحت تأثير هذا التحويل فان السبينات تتحول الى سبينات كتلية لكن هذا غير مهم فى الجمل الفيزيائية اللانهائية -وهى ما نجده فى الطبيعة و هذا ما سنقوم به ايضا عندما نأخذ النهاية المستمرة continuum limit للجملة الفيزيائية بجعل الشبكة لا نهائية و جعل الفسحة

الشبكية صفر-.

لكن ايضا تحت تأثير تحويل زمرة اعادة التنظيم فان ثوابت الاقتران تتغير. فمثلا ثابت الاقتران J و درجة الحرارة T تتحولان نحو درجة اقتران خشن J' و درجة حرارة حشنة T'. الذى يحدث ان الوسائط الخشنة يمكن التعبير عنها بدلالة الوسائط الاصلية وهذا بالضبط ما يسمى بمعادلة زمرة اعادة التنظيم.

مثلا اذا رمزنا الى ثوابت الاقتران ب K و الى تحويل زمرة اعادة التنظيم ب R فان ثوابت الاقتران الخشنة التى يرمز لها ب K' تعطى ب

$$K' = R(K).$$

هذه هى معادلة زمرة اعادة التنظيم.

عموما فان معادلة زمرة اعادة التنظيم هى معادلة معقدة جدا: تكاملية-تفاضلية-جبرية فى نفس الوقت و حلها يتطلب طرق تقريبية معقدة هى الآخرى لكن اهم ما تعطينا هى الفيزياء الكمومية غير-الاضطرابية للجملة الفيزيائية فى هذه الحالة عند التحول الطورى حيث تكون التفاعلات قوية جدا.

هذه المعادلة تسمى معادلة زمرة اعادة تنظيم لانها تعيد تنظيم ثوابت الاقتران و تسمى زمرة لانها تحقق خاصية الزمرة بمعنى انه اذا كانت R_1 و R_2 هى تحويلات زمرة اعادة التنظيم فان التركيب $R_1.R_2$ هو ايضا تحويل زمرة اعادة التنظيم. لكن هذه التحويلات لا تشكل تماما زمرة لان التحويل العكسى غير موجود اى ان السبينات الكلية لا يمكن الرجوع بها الى السبينات الاصلية.

ثوابت الاقتران K تتغير اذن تحت تأثير معادلة زمرة اعادة التنظيم. نقول انها تجرى تحت تأثير معادلة زمرة اعادة التنظيم ونسميها ثوابت الاقتران الجراية running و هى ايضا تسمى بثوابت الاقتران المعاد تنظيمها renormalized.

اذن لا نحتاج بعد الآن الى التمييز بين القيم الاصلية لثوابت الاقتران التى انطلقنا منها و القيم الخشنة التى توصلنا اليها. فهى فقط ثوابت تجرى تحت تأثير تحت تأثير معادلة زمرة اعادة التنظيم.

لكن الى اين تجرى بالضبط؟

هذه هى القوة الكبرى لمعادلة زمرة اعادة التنظيم. لو كررنا تحويل زمرة اعادة التنظيم عدة مرات حتى نصل الى التصرف الفيزيائى على المسافات الطويلة. فنذهب من J_1, T_1 الى J_2, T_2 فى خطوة اعادة التنظيم الاولى. ثم نذهب من J_2, T_2 الى J_3, T_3 فى خطوة اعادة التنظيم الثانية. وهكذا.

فاننا سنصل بعد عدد كافى من الخطوات و بشكل تلقائى الى النقاط الثابتة fixed points لمعادلة زمرة اعادة التنظيم. وهى النقاط التى اذا وصلنا اليها لا يمكن ابدا لتحويل زمرة اعادة التنظيم ان يخرجنا منها مرة اخرى.

بالنسبة لنموذج ايزينغ اعلاه نجد ثلاثة نقاط ثابتة:

-اولا درجة الحرارة صفر و ثابت الاقتران لا نهائى. هذا يعبر عن الطور الفيرومغناطيسى الذى يتميز بمغنطة دائمة للجملة اى كل السبيات تتوجه فى نفس الاتجاه.

-ثانيا درجة الحرارة لا نهائية و ثابت الاقتران صفر. هذا يعبر عن الطور البارامغناطيسى الذى يتميز بمغنطة معدومة اى ان السبينات تتوزع عشوائيا بين +1 و -1.

-ثالثا درجة حرارة حرجة T_c و ثابت اقتران حرج J_C هما بالضبط القيم الحرجة لكورى التى يقع عندها التحول الطورى من الدرجة الثانية من الفيرومغناطيسية الى البارامغناطيسية و العكس. اذن التحول الطورى المغناطيسي -وكل التحولات الطورية من الدرجة الثانية الاخرى- تظهر كنقطة ثابتة لمعادلة زمرة اعادة التنظيم وهى نقطة شهيرة جدا تسمى النقطة الثابتة لويلسون و فيشر $\mathrm{Wilson-Fisher\ fixed\ point}$.

فى هذه النقطة فان الجملة تصبح متناظرة تحت تأثيرات التحويلات السلمية -وهى كما ذكرنا التحويلات التى يتم فيها تغييركل المسافات بنفس القدار- و هذا مُرفق بذهاب طول الارتباط correlation length الى مالانهاية (لغة الميكانيك الاحصائى) او ذهاب الكتلة الى صفر (لغة فيزياء الجسيمات) مما يعنى ان التفاعلات اصبحت ذات مدى طويل و كل السبينات فى الشبكة تتفاعل مع كل السبينات الاخرى مهما كانت بعيدة. فى هذه النقطة فان الذى يصف الجملة هى نظرية حقل كونفورمال لان التناظر تحت تأثير التحويلات السلمية يؤدى الى التناظر تحت تأثير كل الزمرة الكونفورمال.

وهذا هو التفسير النهائى للتحولات الطورية من الدرجة الثانية فى الطبيعة عن طريق معادلة زمرة اعادة التنظيم. فكل شيء بخصوص هذه التحولات يمكن حسابه و فهمه-مثلا الاسس الحرجة critical exponents - باستعمال هذه المعادلة. و حساب هذه الاسس و التحقق من خاصية الكونية universality التى تميزها هو الذى أخذ من اجله ويلسن نوبل فى الفيزياء.

والكونية يعنى ان الفيرومغناطيسية و كذا الماء و كذا السبائك الثنائية و الناقلية الممتازة و كذا المائعية الممتازة رغم انها جمل فيزيائية مختلفة جدا جدا الا انها تتميز كلها بنفس الاسس الحرجة لانها كلها موصوفة بنموذج ايزينغ و تحولات طورية من الدرجة الثانية.

اما الاسس الحرجة فهى تقيس تصرف المقادير الفيزيائية (المغنطة, السعة الحراية, الحساسية,...) حول درجة الحرارة الحرجة كدالة من الشكل

$$(T - T_c)^a.$$

حيث a هو الاساس الحرج.

اذن فى النهاية معادلة زمرة اعادة التنظيم هى النظرية النهائية للتحولات الطورية.

اما معادلة زمرة اعادة التنظيم نفسها فاننى لم اقدم هنا الا اقدم و ابسط طرقها على الاطلاق و هى طريقة السبينات الكلية لكادانوف.

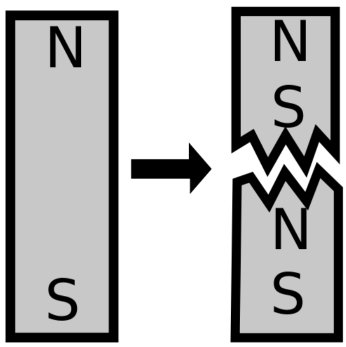
اذن كل الذى ذكرناه ليس نهائى بالمرة بل هو هو تحضيرى بامتياز.

7.5 التشكيلات الحقلية الطوبولوجية

1.7.5 أين هى المونوبولات المغناطيسية؟

الطبيعة لا تحتوى - او هكذا يبدو الأمر لحد الآن - على الجسيمات الاولية او بصورة ادق التشكيلات الطوبو لوجية (و التشكيلة الطوبولوجية topological configuration و الجسيم الاولى يشكلان زوج ثنائي dual pair تحت تأثير الثنائية الكهربائية-المغناطيسية electrcic − magnetic duality) المسماة احاديات القطب المغناطيسية magnetic monopoles او المونوبولات.

والمونوبولات هى جسيمات تحمل شحنة مغناطيسية معزولة (شمالية أو جنوبية) مثلما يمكنها ان تحمل شحنة كهربائية معزولة (موجبة أو سالبة). اذن احادى القطب المغناطيسى هو ما يقابل احادى القطب الكهربائى و كل الجسيمات الاولية التى نعرفها فى الطبيعة هى احاديات قطب كهربائية لانها كلها يمكن ان تحمل شحنة كهربائية واحدة. أما احاديات القطب المغناطيسية فغير موجودة تماما لانه بكل بساطة لا يمكن عزل الشحنة المغناطيسية مثلا فى قضيب مغناطيسى عن طريق كسره لان كل قطب مغناطيسى شمالى مرفق بقطب مغناطيسي جنوبى و العكس.



شكل 45.5: المونويول او احادى القطب المغناطسيى.

نظريات التوحيد الكبرى grand unified theory وكذا نظرية الاوتار - التى يتم فيها توحيد القوى الكهرومغناطيسية و النووية القوية و النووية الضعيفة فى اطار قوة واحدة- تؤدى بشكل تلقائى الى وجود الشحنة المغناطيسية. كما ان جميع نظريات يانغ - ميلز Mills-Yang المعيارية المقترنة مع حقل سلمى و التى تعانى من الانكسار التلقائى للتناظر spontaneous symmetry breaking تظهر فيها احاديات القطب المغناطيسية كتشكيلات طوبولوجية topological configuration و من اشهرها احادى القطب المغناطيسى خاصة توهفت - بولياكوف Polyakov-'t Hooft.

كما أن احادى القطب المغناطيسي يمكن ايضا ان يلعب دور مهم فى الكوسمولوجيا.

و قبل كل هذا الذى ذكرناه كان الفيزيائى النظرى العبقرى الشهير ديراك Dirac قد بين فى الثلاثينات انه اذا كانت هناك ولو شحنة مغناطيسية واحدة فى هذا الكون فإن هذا سيفسر مباشرة تكميم كل الشحنات الكهربائية: اى لماذا نرى كل الشحنات الكهربائية فى الكون تساوى مضاعف صحيح للشحنة الكهربائية على الالكترون. احادى القطب المغناطيسى هذا الذى اكتشفه ديراك و الذى يعرف باسمه هو اول احادى قطب تم اكتشافه فى الفيزياء النظرية.

اذا كانت الشحنة المغناطيسية موجودة فإن معادلات ماكسويل تصبح متناظرة بالكامل بين الكهرباء و المغناطيسية تحت تأثير تحويلات الثنائية الكهربائية-المغناطيسية.

انظروا الصورة الثانية ادناه - التغيير هو فى المعادلة الثانية و الثالثة حيث تم ادخال كثافة الشحنة المغناطيسية ρ_m و كثافة تيار الشحنة المغناطيسية $\vec{J}_m$ غير الموجودان تجريبيا لحد الآن-. نلاحظ الآن انه اذا تم تغيير الحقل الكهربائى $\vec{E}$ بالحقل المغناطيسى $\vec{B}$ والعكس و فى نفس الوقت تغيير الشحنة و التيار الكهربائيين بالشحنة و التيار المغناطيسيين و العكس فان هذه المعادلات تبقى صامدة غير متغيرة. اذن المعادلات متناظرة كما قلنا لكنه تناظر عميق و غامض من نوع خاص يسمى الثنائية duality و هو يعكس ثنائية مطلقة بين الكهرباء و المغناطيسية فى حالة وجود احاديات القطب المغناطيسية فى هذا الكون على قدم المساواة مع احاديات القطب الكهربائية.

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \times \bar{E} = -\mu_0 \bar{J}_m - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = \mu_0 \rho_m \qquad \nabla \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J}_e + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$$

شكل 46.5: معادلات ماكسويل مع اضافة شحنة و تيار مغناطيسيين ρ_m و $\vec{J}_m$.

لكن اين هى هذه الاحاديات القطب المغناطيسية؟.

لانه بكل بساطة لا احد رأى احدهم تجريبيا لحد الان. التفسير النظري مرة أخرى يعطى كالاتى: احادى القطب المغناطيسى اذا كان فعلا موجود فى هذا الكون فهو يجب ان يكون ذو كتلة كبيرة جدا لهذا الصعوبة الشديدة فى انتاجه فى المسرعات التجريبية او رؤيته بسهولة فى المشاهدات الطبيعية. وهذه هى المعضلة.

يمكنكم فى الاخير ان تتصوروا جسيم اولى يحمل شحنة كهربائية و شحنة ومغناطيسية فى آن معا. هذا ايضا موجود فى النظرى و نسميه الديون dion و هو ايضا مثله مثل احادى القطب المغناطيسى غير متوقع ان يشاهد فى التجريبى فى اى وقت قريب.

2.7.5 المونوبولات المغناطيسية فى نظرية الحقل المعياري

هذه الخلاصة بالعربية للمحاضرات الحقلية حول المونوبولات التى تخرج كل اسبوع على المدونة.

هل يمكن لجملة مرتبطة bound system مشكلة من بوزونين (و البوزون boson هو اى جسيم عزم لفه صحيح) ان تؤدى الى فرميون fermion (اى عزم لف يساوى عدد نصف صحيح)؟

الجواب محال أكيد فى كل نظرية الحقول غير-الطوبولوجية. الا اذا كان أحد البوزونين عبارة عن مونوبول monopole اى قطب أحادى مغناطيسى وهو جسيم بوزونى عزم لفه منعدم. فى هذه الحالة فان البوزون الآخر يمكن ان يتحول بقدرة قادر الى فرميون.

السبب فى الاخير يرجع الى انه بالنسبة للمونوبول فان الدورانات فى الفضاء العادى ليست تناظرات له بل هو متناظر تحت تأثير الدورانات التى تندمج فيها الدورانات الفضائية مع الدورانات الايزوسبينية isospinic اى النووية. فالمونوبول هو متناظر تحت هذا المزج من السبين spin او عزم اللف العادى و الايزوسبين isospin و هو عزم اللف النووى. و هذا لا يحدث الا فى العالم الذى يوجد فيه المونوبول.

ورغم ان المونوبول المغناطيسى لم يُكتشف تجريبيا لحد الساعة الا ان الفيزيائيين النظرين متيقنون من وجوده مثلما انهم متيقنون من وجود التناظر الممتاز supersymmetry و غيرها من الافكار النظرية الآخاذة رغم عدم توفر قرائن تجريبية عليها.

لانه بكل بساطة اى انكسار تلقائى للتناظر فى النظريات التوحيدية الكبرى ستؤدى الى وجود مونوبولات مغناطيسية فى طيف الجسيمات لكن بكتلة ثقيلة جدا وهذا هو ربما السبب فى عدم مشاهدتها لحد الساعة.

تذكروا ان الانكسار التلقائى يعنى ان الطاقة متناظرة دائما لكن الجملة تختار تلقائيا اى ديناميكيا اى لوحدها بنفسها حالة مميزة غير متناظرة. هذا هو المقصود بالانكسار التلقائى. اى شيء آخر من الانكسار لا يمكن ان يؤدى الا الى كوارث رياضية و فيزيائية. اذن احذروا ابدا من كسر التناظرات باليد كما يفعل البعض!!.

اما ماهو المونوبول المغناطيسى بالضبط؟

تصوروا جسيم يحمل شحنة مغناطيسة مثلما انه يمكنكم ان تتصوروا جسيم يحمل شحنة كهربائية. هل يمكنكم؟ كل المغناطيسية فى الطبيعة تأتى ثنائية بقطب شمالى و قطب جنوبى. هل يمكنكم تصور قطب شمالى وحيد معزول او قطب جنوبى وحيد معزول. ذلك اذا تمكنتم من تصوره هو ما نسميه بالمونويول المغناطيسى.

ابسط من هذا تصوروا وشيعة solenoid ذات سمك لا متناه فى الصغر لكن ذات طول لا نهائى يجرى فيها تيار كهربائى مستمر. سيتولد عنها اذن حقل مغناطيسى حيث ان احد وجهى الوشيعة سيتصرف مثل القطب الشمالى أما الوجه الآخر فسيتصرف كالقطب الجنوبى. لكن نحن افترضنا انها لا نهائية الطول اذن نحن لا نستطيع ان نرى احد وجهيها لانه فى المالانهاية مثلا القطب الشمالى. كما اننا افترضنا ان نصف قطرها صغير جدا اذن نحن لا نرى الوشيعة. اذن فى المحصلة نحن لا نرى الوشيعة و لا نرى القطب الشمالى لكن نرى فقط القطب الجنوبى. اذن كل الوشيعة ستظهر لنا كقطب مغناطبسى احادى او مونوبول.

هذه الجملة هى التى وجدها ديراك Dirac عندما اكتشف المونوبول المغناطيسى فى الثلاثينات حيث ان الوشيعة اصبحت تعرف فى هذه الوضعية بوتر ديراك Dirac string. والوتر هو المكان الذى يتباعد فيه الحقل المغناطيسى اى يصبح غير مُعرف لانه بكل بساطة معادلات ماكسويل فى صورتها العادية التى استعملها ديراك لا تحمل وجود المونوبول المغناطيسى.

لكن يبقى أهم اكتشاف لديراك فى هذا المجال هو ما اصبح يُعرف بشرط تكميم الشحنة الكهربائية charge quantization condition. فقد بين ديراك ان طوبولوجيا topology الحقل المغناطيسى الذى يولده المونوبول والذى تحرك فيه شحنة كهربائية كيفية يتسبب فى تكميم هذه الشحنة. بمعنى انه يكفى ان يوجد مونوبول مغناطيسى واحد فى هذا الكون حتى تكون كل الشحنات الكهربائية بكل استثناء مكممة وهذا فعلا ما نراه فى الطبيعة. فكل الشحنات الكهربائية فى الكون هى مضاعف صحيح لشحنة اساسية هى شحنة الالكترون.

الاكتشاف الاعظم جاء فى السبعينات على يد توهفت 't Hooft و بولياكوف Polyakov اللذان بينا فى نفس الوقت تقريبا و بصورة مستقلة ان اى نظريه حقل معيارى تخضع لانكسار تلقائى نحو زمرة group التفاعلات الكهرومغناطيسة التى يرمز لها ب $U(1)$ ستحتوى على مونوبولات مغناطيسية ضرورة. و ان الشحنة المغناطيسة هى محفوظة ليس بسبب التناظر لكن بسبب الطوبولوجيا.

بشكل تفصيلى اكثر هذا راجع الى كون جسيم هيغز Higgs السلمى الذى يؤدى الى الانكسار التلقائى للتناظر يعيش فى كرة و بالتالى فهو تطبيق mapping من الكرة فى المالانهاية التى تحدد الفضاء الى الكرة التى ينتمى اليها حقل الهيغز.

هذه التطبيقات تُصنف طوبولوجيا topologically بما يسمى زمرة الهوموتوبيا الثانية second homotopy group التى فى هذه الحالة هى مجموعة الاعداد الصحيحة.

اذن الشحنة المغناطيبسة هى محفوظة لانها تساوى عدد الالتفاف winding number الخاص بهذا التطبيق اى يعطى كم مرة تلتف كرة الفضاء حول كرة الهيغز. أليس هذا عجيب.

أكثر من هذا يمكن ان نبين ان كتلة المونوبول هى محدودة من الاسفل بكتلة الجسيمات المعيارية الشعاعية gauge vector particles المرفقة بالانكسار التلقائى للتناظر وهذا ما يسمى بقيد بوغومولناى Bogomolnyi bound.

وايضا فى النهاية المسماة ب نهاية براساد و سومورفالد Prasard – Sommerfield limit فان كتلة المونوبول تصبح متناسبة مع شحنته المغناطيسية و هو يحل معادلات الحركة الكلاسيكية. فى هذه النهاية فان المونويول يصبح ما يعرف بحالة بوغومولناى و براصاد و سومورفيلد او اختصارا حالة BPS.

اذن المونوبول هو ليس جسيم أولى بل هو بالاحرى سوليطون soliton اى تشكيلة طوبولوجية ممتدة غير-اضطرابية وهو لا يخضع تماما لمبرهنة نوثر Noether الخاصة بالانحفاظ تحت تاثير التناظرات. ثم جاء مونتينون Montonen و اوليف Olive و بينا ان هناك ثنائية بين الكهرباء و المغناطيسية حيث يتم فيها تحويل الحقول الكهربائية الى مغناطيسية و العكس, و الشحنات الكهربائية الى مغناطيسية و العكس, و حيث يتم فيها ايضا وهذا الاهم تحويل الجسيمات النوثرية الاضطرابيبة الى مونوبولات طوبولوجية غير-اضطرابية.

اذن المونوبولات تصف الجملة الكهربائية-المغناطيسية من أجل الاقترانات القوية للتفاعلات عكس الجسيمات الاولية التى تصفها من اجل الاقترانات الضعيفة للتفاعلات. وهذا ما يجعل المونوبولات على اقصى درجات الاهمية من اجل التفاعلات النووية الكبرى ذات الاقترانات القوية بطبيعتها حيث يُعتقد ان المونوبولات هى التى ستُفسر ما يعرف ظاهرة الحبس confinement النووى الشهيرة.

هذا ما قام به صراحة فيما بعد كل من ويتن Witten و سايبرغ Seiberg فى التسعينات ثم بعدهم نيكارسوف Nekrasov لكن بعد ادخال التناظرات الممتازة الى الموضوع.

أما بدون التناظرات الممتازة فالامر مازال قيد البحث الشديد و هذه المسألة هى المسألة الفيزيائية النظرية الوحيدة بين مسائل معهد كلاى Clay Institute للرياضيات العشرة التى هى كلها مسائل رياضية بحتة وُضع من أجلها مبلغ مليون دولار لمن يحلها. اذن الحبس هو الظاهرة الأهم بالنسبة للرياضيات و المنافسة لمسائلهم الرياضية البحتة و ليست مسألة الثقالة الكمومية او الثقوب السوداء.

لاحظوا ان فى كل نقاشى اعلاه حول المونويولات لم أتكلم ابدا عن الانسطانطونات instantons لكنها تلعب دورا محوريا نتركه للفقرة القادمة.

3.7.5 الفورتيص و المونوبول و الانسطانطون و نظرية الهوموتوبيا

قصة الفورتيص و المونوبول و الانسطانطون و نظرية الهوموتوبيا هى ساغا فيزيائية و رياضية تأخذنا من الناقلية و المائعية الممتازتين الى الحبس النووى, الفجوة الكلية و الانكسار التلقائى للتناظر اليدوانى.
ومن التشكيلات الحقلية الطوبولوجية نجد:

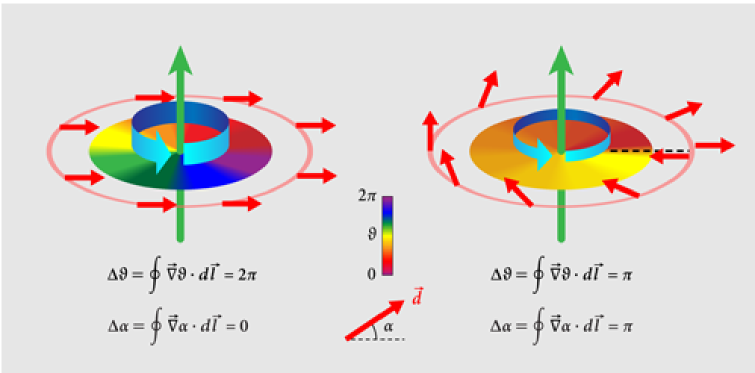
- - اولا الفورتيص vortex جمع فورتيصات vortices وهى تشكيلات فى بعد 2+1 حيث 2 هو الفضاء و 1 هو الزمن بزمرة معيارية $U(1)$ اى الكهرومغناطيسية.

اذن فى هذه الحالة فان الفضاء الذى هو المستوى تحده دائرة كما ان الزمرة $U(1)$ هى نفسها مكافئة طوبولوجيا لدائرة.

نشير ان الحقل يعيش فى الزمرة $U(1)$ اى على الدائرة الحقلية.

اذن اذا درنا حول الدائرة الفضائية مرة واحدة فان الحقل غير-الهين $non-trivial$ المرفق بالفورتيص يمكنه ان يدور او يلتف حول الدائرة الحقلية عدد k من المرات و لهذا يسمى k عدد الالتفاف. و عدد الالتفاف هو بالضبط الشحنة الطوبولوجية topological charge للفورتيص.

والفورتيصات هى ما يفسر بصورة نهائية اساسية الناقلية الممتازة super-conductivity و المائعية الممتازة super-fluidity مثل التى تحدث فى الهيليوم 4. انظر فى الصورة انواع مختلفة من الفورتيصات.



شكل 47.5: الفورتيصات.

- -ثانيا المونوبول monopole جمع مونوبولات monopoles فى بعد 3+1 حيث 3 هو الفضاء و 1 هو الزمن بزمرة معيارية $SU(2)$ اى القوة النووية الكبرى بشحنتين نوويتين فقط.

والمونوبول جسيم لكنه ليس بجسيم اولى بل جسيم طوبولوجى فى الصياغة المغناطيسية العادية للنظرية. اما بعد الذهاب عبر الثنائية الكهربائية-المغناطيسية $electric-magnetic$ duality الى الصياغة الكهربائية للنظرية فان المونوبول يصبح جسيم اولى اما الالكترون فيصبح طوبولوجى!!.

والمونوبول لا يظهر الا عند الانكسار التلقائى للتناظر المعيارى $SU(2)$ عبر ميكانيزم هيغز Higgs mechanism. لكن فى هذه الحالة فان الفراغ الكمومى quantum vaccum منحل degenerate و هذا يعنى مما يعنيه ان الحقل لا ينتمى الى الزمرة $SU(2)$ لكن ينتمى الى الكوسلاط coset المعطاة ب $SU(2)/U(1)$ و الكوسلاط هى زمرة مضاف عليها علاقة تكافؤ.

فى هذه الحالة فان الفضاء هو الفضاء الثلاثى و تحده كرة و ايضا فان الكوسلاط $SU(2)/U(1)$ اين يعيش الحقل المونوبولى هى مكافئة طوبولوجيا لكرة. اذن اذا درنا حول الكرة الفضائية فان الحقل غير-الهين الطوبولوجى المرفق بالمونوبول يلتف عدد k من المرات حول الكرة الحقلية اين يعيش. عدد الالتفاف k هو بالضبط الشحنة المغناطيسية التى هى شحنة طوبولوجية للمونوبول. اذن الشحنة المغناطيسية هى مكممة لانها هى عدد التفاف. وهذا من اقوى البراهين على تكميم الشحنة.

هذا النوع من البراهين الطوبولوجية يسمى نظرية الهوموتوبيا homotopy theory.

ودور المونوبول استراتجى فى ظاهرة الحبس confinment و ظاهرة كسر التناظر اليدوانى chiral symmetry breaking و ظاهرة الفجوة الكلية mass gap فى الكروموديناميك اللونى quantum chromodynamics الذى يصف القوة النووية الكبرى. ويُعتقد ان هذا الدور يشبه دور الفورتيص فى الناقلية الممتازة و المائعية الممتازة.

- -ثالثا الانسطانطون instanton جمع انسطانطونات instantons فى بعد 3+1 الذى يصبح بعد تدوير ويك فضاء اقليدى ببعد 4.

فى هذه الحالة نأخذ ايضا الزمرة $SU(2)$ لمحاكاة تصرف القوة النووية الكبرى. وايضا فى هذه الحالة لا يوجد انكسار تلقائى للتناظر المعيارى.

الفضاء الاقليدى الرباعى تحده الكرة الثلاثية فى المالانهاية- هل يمكنكم تصور ذلك- كما ان الزمرة $SU(2)$ هى مكافئة طوبولوجيا للكرة فى ثلاثة ابعاد. اذن اذا درنا حول الكرة الثلاثية الفضائية مرة واحدة فان الحقل غير-الهين المرفق بالانسطانطون و الذى يعيش فى الكرة الثلاثية الحقلية يلف عدد k من المرات. مرة اخرى فان نظرية الهوموتوبيا تنص على ان الشحنة الطوبولوجية مكممة تساوى بالضبط الى عدد الالتفاف. الانسطانطون ليس بجسيم بل هو شبه-جسيم $\mathrm{quasi-particle}$ لانه اذا كان المونوبول هو نقطة فى الفضاء العادى فان الانسطانطون هو نقطة فى الفضاء-زمن و لهذا فهو حدث event و هذا ما يسمى شبه-جسيم.

لكن الانسطانطون اكثر اساسية من المونوبول.

فبوجود المونوبول يحدث انكسار تلقائى للتناظر مما يعنى ان جريان running ثابت الاقتران المعيارى -حسب معادلة زمرة اعادة التنظيم يتوقف اى يمكننا ان نأخذ ثابت الاقتران صغير ونحسب فى نظرية الاضطرابات.

هنا يمكن ان يدخل الانسطانطون-لان ثابت الاقتران صغير- و يسمح لنا بتعميم نظرية الاضطرابات العادية الى ما يسمى التقريب شبه-الكلاسيكى $\mathrm{semi-classical\ approximation}$.

للاشارة فان نظرية الاضطرابات العادية تكافئ الانسطانطون الهين trivial ذى الشحنة صفر. ايضا فان الانسطانطون هو المسؤول عن ظاهرة النفق الكمومية quantum tunneling التى تسمح للجملة للانتقال من قطاع طوبولوجى الى قطاع طوبولوجى مختلف.

مثلا حل سايبرغ Seiberg و ويتن Witten الشهير للنظرية المعيارية الممتازة فى اربعة ابعاد بزمرة $SU(2)$ هو قائم بالضبط على التقريب شبه-الكلاسيكى اى حساب كل التصحيحات الكمومية للنظرية الراجعة للانسطانطونات بعد ان تسببت المونوبولات فى الكسر التلقائى للتناظر و قطع جريان ثابت الاقتران.

اما من الناحية الرياضية البحتة فان الانسطانطونات لعبت دورا استراتيجيا فى وصف هندسة الفضاءات فى اربعة ابعاد. ويبقى الانسطانطون اهم الاكتشافات على الاطلاق التى جعلت الفيزياء النظرية رياضية اكثر و جعلت الرياضيات اكثر اهتماما بالفيزياء النظرية.

واظن ان هذا اول شرح عربى لهذه الامور الفيزيائية-الرياضية المعقدة على قدر المستطاع. واظن اننى لم ارى حتى بالانجليزية شرحا مبسطا للنقاط اعلاه التى تربط الفيزيائى بالطوبولوجى بشكل لا يمكن لاحدهما ان يستغنى عن الآخر.

8.5 نظرية الوتر

1.8.5 نظرية الوتر هى بنت نظرية الحقول من فيزياء الجسيمات

النموذج القياسى للجسيمات الاولية يعبر عن ثلاثة تفاعلات اساسية فى الكون هى: الكهرومغناطيسية و النووية القوية و الاشعاعية الضعيفة. و هو يعبر ايضا عن الجسيمات الاولية التى تخضع لتلك التفاعلات.

فهناك ستة لبتونات leptons نبدأها بالالكترونات وهى اشهرها و اقدمها و النيترينوات neutrinos (الجسيمات الاشباح) و اخوانهم الاثقل و كل هؤلاء لا يخضعون الا للكهرومغناطيسية و الضعيفة الموحدتان فى قوة واحدة تسمى القوة الكهروضعيفة. ثم هناك عائلة الكواركات quarks وهى ستة انواع و هذه تخضع بالاضافة للقوة الكهروضعيفة للقوة النووية القوية. اللبتونات و الكواركات هى فرميونات fermions بمعنى انها ذات سبين يساوى نصف.

أما التفاعلات فيما بينها فيعبر عنها بجسيمات معيارية بوزونية ذات سبين يساوى واحد حاملة للقوة فمثلا الكهرومغناطيسية ينقلها جسيم الفوتون photon و النووية تنقلها ثمانية جسيمات تسمى غليونات gluons و الضعيفة تنقلها ثلاثة جسيمات يرمز لها ب W+,W-,Z0 وهى الوحيدة التى لها كتلة على عكس الفوتون و الغليونات لان التناظر الكهروضعيف هو تناظر منكسر تلقائيا نحو التناظر الكهرومغناطيسى الذى نراه فى الكون.

هذه التفاعلات كلها تخضع لتناظر يسمى التناظر المعيارى فالتناظر الكهرومغناطيسى و التناظر النووى القوى و التناظر الاشعاعى الضعيف هى كلها امثلة عن تناظرات معيارية. وهى كلها تناظرات مضبوطة حتى الضعيف منها الذى انكسر تلقائيا هو بالفعل تناظر للاغرانجية Lagrangian الجملة و لهذا نقول انه انكسر تلقائيا لانه عندما تختار الجملة اتجاه معين فى فضاء الحالات-وهنا الانكسار التلقائى- فان اللاغرانجية تبقى دائما متناظرة.

وكل هذا ضرورى حتى تبقى النظرية قابلة للتنظيم renormalizable اى لديها قوة تنبأ predictive power و بالتالى تبقى احادية unitary -وهو فى ابسط صوره شرط ان يبقى مجموع الاحتمالات يساوى واحد- وهذه شروط قوية جدا جدا لا تهاون فيها البتة خاصة الاحادية.

ثم ان اللبتونات و الكواراكات و اجسامها المضادة antiparticles يجب ان تأتى اولا بدون كتلة بسبب هذه التناظرات المعيارية ثم تكتسب الكتلة عند الانكسار التلقائى للتناظر المعيارى و هذا عن طريق جسيم الهيغز الذى يتحكم بكل هذا الامر وهو جسيم سلمى scalar ذو سبين يساوى صفر و هو الجسيم السلمى الوحيد فى الكون و ايضا آخر الجسيمات الأولية اكتشافا فى المسرعات.

شيء آخر ربما يجب ذكره هنا ان النيترينوات لا تأتى فى نسختين مثل الالكترونات: نسخة دوارة الى اليمين left-handed و نسخة دوراة الى اليسار righ-handed بل تدور فقط فى اتجاه واحد معين وهذا بسبب عدم احترام التفاعلات الضعيفة للتناظرات المتقطعة discrete symmetries.

والتناظرات المتقطعة هى العكس فى الزمن time reversal او T و العكس فى الفضاء parity أو P و الارفاق فى الشحنة charge conjugation أو C.

والنيترينوات (القوة الاشعاعية الضعيفة) رغم انها لا تحترم هذه التناظرات المتقطعة لكنها كغيرها من الجسيمات تحترم التناظر الكلى CPT الذى هو تركيب لهذه التناظرات المتقطعة. وهذه احدى اقوى مبرهنات نظرية الحقل.

ايضا فان النيترينوات كتلتها مهملة جدا لكنها غير منعدمة تتسبب فى ما يسمى اهتزاز النيترينوات تسمى مبرهنة ال CPT.

اللاغرانجية القياسية تتشكل من لاغرانجية ديراك Dirac بالنسبة للكواركات و اللبتونات و لاغرانجية ماكسويل Maxwell بالنسبة للحقل الكهرومغناطيسى و لاغرانجية يانغ و ميلز Yang-Mills التى هى تعميم لماكسويل بالنسبة للحقل النووى القوى و الحقل الاشعاعى الضعيف و لاغرانجية التفاعل الرباعى للحقل السلمى phi-four بالنسبة لجسيم الهيغز.

التناظرات المعيارية الثلاثة للكهرومغناطيسية و النووية القوية و الاشعاعية الضعيفة التى تتحلى بها اللاغرانجية القياسية يعبر عنها رياضيا بثلاث زمر groups يرمز لها على التوالى ب U(1) و SU(2) و SU(3) و اذن النموذج القياسى يتحلى بالتناظر المعيارى الذى يعبر عنه رياضيا بالجداء المباشر U(1)xSU(2)xSU(3) للزمر الثلاثة.

من البديهى ان اللاغرانجية المعيارية تتحلى ايضا بتحويلات لورنتز Lorentz و الدورانات و الانسحابات المرفقة على التوالى بالنسبية الخاصة و انحفاظ العظم الحركى و انحفاظ الطاقة و كمية الحركة.

فى الاخير البعض يضيف الى هذه اللاغرانجية القياسية-التى تبدو معقدة لكن هى ليست كذلك حقيقة- لاغرانجية هيلبرت Hilbert و اينشتاين للحقل الثقالى الذى هو مرفق بجسيم الغرافيتون graviton ذو السبين 2 الذى يصف النسبية العامة.

لكن تبقى التفاعلات الثقالية فى عالم الجسيمات الاولية مهملة جدا جدا.

بعد كل هذا العذاب الأليم من فيزياء الجسيمات الاولية و نظرية الحقول الكمومية تأتى الكوسمولوجيا و تقول لنا بكل بساطة و بكل ثقة انتم لم تفعلوا شيئا فان كل هذا الذى ذكرتموه لا يشكل الا 5 بالمائة من اجمالى كتلة الكون. فاين الباقى؟.

الباقى تقول الكوسمولوجيا هو طاقة مظلمة و مادة مظلمة وهو كلام فقط لان الطاقة المظلمة و المادة المظلمة مازالتا مجهولتين الى حد كبير بالنسبة لنظرية الحقول الكمومية التى لا تعرف ماهيتهما و كيف تحسبهما.

المادة المظلمة يُتوقع انها ذات علاقة بالتناظر الممتاز و بالتالى سيجيب عنها النموذج القياسى الممدد بالتناظر الممتاز. و اهم من هذا فان الطاقة المظلمة يُعتقد انها هى طاقة الفراغ الكمومى و حسابها يحتاج الى الثقالة الكمومية وهى النظرية الموحدة للميكانيك الكمومى و النسبية العامة.

و حتى تستطيع نظرية الحقول ان تستجيب الى هذا الضغط الهائل و الصداع المزمن الذى تسببت فيه الكوسمولوجيا كان يجب عليها ان تأتى اذن بنظرية ثقالة كمومية و من هنا جاءت نظرية الوتر التى هى بكل المقاييس بنت نظرية الحقول من فيزياء الجسيمات.

2.8.5 هل الجوهر الفرد نقطة أم وتر ام غشاء

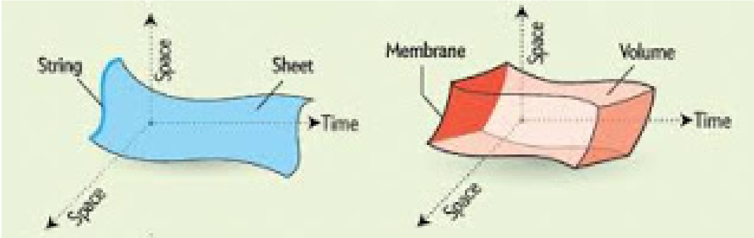
الجسيم الاولى او الجوهر الفرد نتصوره فى نظرية الحقل كنقطة رياضية.

الرؤية الاعمق هى القول بأن الجسيم الاولى او الجوهر الفرد هو تمثيلة غير قابلة للاختزال لزمرة بوانكريه Poincare group. هذه النتيجة مذكورة فى اعمق كتاب لنظرية الحقل الكمومى عرفه الانسان: كتاب واينبرغ Weinberg.

فعندما نكتب لاغرانجية (كمية تشبه الطاقة لكنها غير منحفظة و لا تقاس) جملة فيزيائية فإننا نكتبها بدلالة درجات حريتها الاساسية و تلك هى الجسيمات الاولية او الجواهر الفردة. ولا تدخل الجسيمات المركبة الى الموضوع اصلا الا بعد اجراء الحساب الكمومى.

اغتنم هذه الفرصة للاشارة بأن وابنبرغ Weinberg هو الفيزيائى النظرى الذى حصل على نوبل لسنة 1979 مع عبد السلام Abdu Salam و غلاشو Glashaw لاكتشافهم القوة الكهروضعيفة electroweal force والنموذج المعيارى standard model.

الآن نظرية الوتر تفترض ان الجواهر الفردة هى ليست نقاط بل اوتار. لكن السؤال لماذا اوتار و ليس اغشية membrane.



شكل 48.5: الفرق بين الوتر و الغشاء عندما ينتشران فى الفضاء-زمن. صورة مأخوذة من American Scientfiic 304, 60 - 65 (2011).

اى لماذا التوقف عند الاوتار و لا نذهب و نفترض ان الجسيمات هى سطوح ثنائية البعد او اشياء اخرى ذات ابعاد ثلاثية او رباعية او اكثر. الجواب تجدونه فقط فى كتاب بولشينسكى Polchinski كملحوظة صغيرة فى اسفل صفحة 4 من الكتاب يقول:
هناك نوعان من اللانهايات او بالضبط التباعدات divergences التى يمكن ان تعانى منها اى جملة فيزيائية. اللانهايات الناجمة عن الفضاء-زمن و اللانهايات الناجمة عن عدد درجات الحرية الداخلية. وفقط بالنسبة للاوتار- اى الأجسام الرياضية التى بعدها واحد- يقع التوازن بين هذين النوعين من اللانهايات و فقط فى بعد واحد يمكن التحكم فيهما. اما فى ابعاد اكثر من واحد فإن اللانهايات الناجمة عن عدد درجات الحرية الداخلية تسوء الى حد كبير يفسد معه تصرف النظرية. اما من اجل ابعاد اقل من واحد- وهى حالة واحدة: حالة الجسيم النقطى- فإن اللانهايات الناجمة عن الفضاء-زمن لا يوجد من يوازنها لانه لا توجد فى هذه الحالة الا درجة حرية واحدة هى النقطة.

3.8.5 عناصر من نظرية الوتر

طول بلانك

الثوابت الاساسية للكون هي سرعة الضوء c , التى تتحكم في الظواهر النسبية, ثابت بلانك $\hbar$, الذي يتحكم في الظواهر الكمومية, و ثابت نيوتن G, الذي يتحكم في الظواهر الثقالية. من هذه الثوابت الكونية الثلاثة يمكن تشكيل كمية واحدة وحدتها هي وحدة الاطوال, اي المتر, و التى تعرف باسم طول بلانك Planck distance نسبة للفيزيائي الالمانى بلانك. هذا الطول هو ايضا ثابت كونى, لانه ثابت يتحكم بالضبط فى ما يسمى بالظواهر الوترية string effects, و التى هي اكثر الظواهر اساسيةً في الكون, و يعطي بالعبارة التالية

$$\ell_{\mathrm{P}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.616\,199(97) \times 10^{-35}\ \mathrm{m}$$

شكل 49.5: طول بلانك.

لاحظ ان ثابت بلانك هو واحد من 10^{20} من نصف قطر البروتون. اذن صغر هذا الطول هو صغر شديد يصعب جدا على العقل الاحاطة به مثلما يصعب على العقل الاحاطة بالحجم الهائل للكونين المشاهد و غير المشاهد.

اعتمادا علي مبدأ الارتياب uncertainty principle لهايزنبرغ, الذي نأخذه كمبدأ فيزيائى كمومي مسلم به, طول بلانك هو اصغر طول يمكن قياسه, و محاولة الذهاب او قياس اطوال اقل منه غير ممكنة اصلا لان مفهوم الفضاء-زمن على هذا السلم ينهار اساسا و يصبح غير ذي معني.

بعبارة اخري, لا يمكن تمييز اي نقطتين من الفضاء-زمن من بعضهما البعض اذا كانت المسافة بينهما اقل من طول بلانك.
من الجهة الاخري, على المسافات الاقل من طول بلانك يصبح الفضاء-زمن ذو بنية رغوية كمومية quantum foam او هندسة غير تبديلية noncommutative geometry او شيئ آخر لا نعرفه.

نظرية الاوتار string theory هي النظرية الفيزيائية الوحيدة التى يمكنها ان تصف الظواهر الكمومية الوترية, اي التي تحدث على مسافات و ابعاد مقاربة لطول بلانك, و هي عبارة عن ميكانيك كمومي يتم فيه تعويض الجسيمات الاولية باوتار, و من هنا جاءت تسمية الاوتار. اذن على ابعاد و مسافات مقاربة لطول بلانك تظهر لنا الجسيمات لا كنقاط لكن كاوتار, و لما نسمح للمسافات و الابعاد ان تصبح اكبر بكثير من طول بلانك, عندها فقط ستبدو لنا الاوتار كجسيمات مرة اخري.

في نظرية الاوتار يتم توحيد القوي الكونية الاساسية الاربعة: الثقالة و الكهرومغناطيسية و النووية و التهافت الاشعاعي في قوة واحدة. ومرة اخري فقط عندما نذهب للابعاد و المسافات التى هي اكبر بكثير من طول بلانك عندها فقط تنفصل هذه القوي الاربعة من بعضها البعض الي القوي التى نشاهدها الآن.

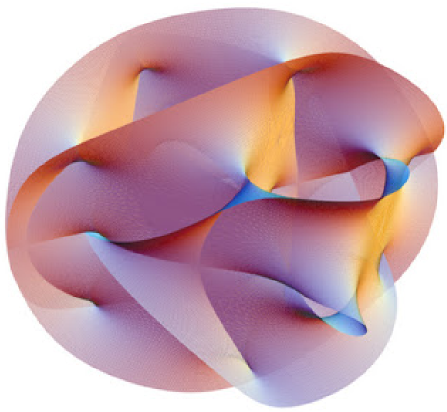
ايضا فان نظرية الاوتار هي الوحيدة التي يتم فيها توحيد الميكانيك الكمومى و النسبية العامة في اطار رياضي واحد و شامل, خال مما يعرف باللانهايات او التباعدات ما فوق البنفسجية UV divergences, و معضلة عدم اعادة التنظيم non − renormalizability, اللذان تعانى منهما اي عملية تكميم عادية للثقالة.

البعد الحرج

من اهم التنبؤات الرياضية البحتة لنظرية الاوتار التى يظن الكثيرون ان لها حقيقة فيزيائية يجب ان نذكر التناظرات الفائقة supersymmetry و الابعاد الاضافية extra dimensions.

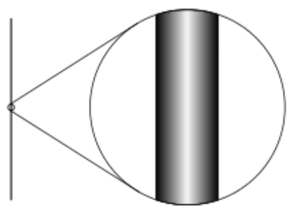
نظرية الاوتار لا يمكنها ان تتواجد بدون التناظرات الفائقة التي توحد بين الجسيمات البوزونية bosons, اي التي لها سبين صحيح مثل الفوتون, و الجسيمات الفرميونية fermions, اي التي لها سبين نصف صحيح مثل الالكترون, عن طريق ربط هذين النوعين من الجسيمات بتحويلات نقطية معينة تسمى التحويلات الفائقة supersymmetric transformations, و جمعها في تمثيلات representation لزمرة تسمى زمرة بوانكريه الفائقة super − Poincare group.

من الجهة الاخري, فان نظرية الاوتار لا يمكن الا ان تتواجد في عشر ابعاد, تسعة منها مكانية, والبعد العاشر هو الزمن الذى نعرفه. هذا هو ما يسمى بالبعد الحرج. الابعاد المكانية الستة الاضافية تلتف علي نفسها و تشكل متشعب manifold يسمى متشعب كلابيا-يو Clabia − Yau الذى يظهر فى الصورة.



شكل 50.5: متشعب كلابيا-يو.

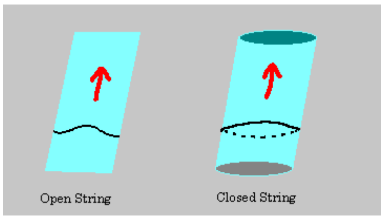
هذه المتشعبات ذات ابعاد صغيرة جدا جدا مقاربة لطول بلانك و لهذا لا يمكننا رؤيتها لا فى عالمنا الماكروسكوبى ولا فى عالمنا الميكروسكوبى. كمثال على هذه الظاهرة التى تسمى التضامية compactification نأخذ النقطة على الخط المستقيم فى الصورة (51.5). عندما ننظر اليها عبر ميكروسكوب فانها تبدو لنا على حقيقتها ويبدو لنا الخط المستقيم على حقيقته: الخط المستقيم هو فى الحقيقة سطح اسطوانة.



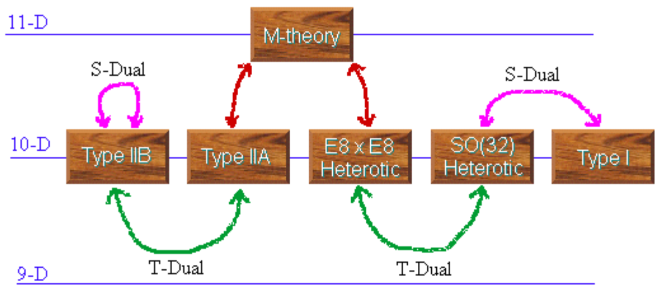
شكل 51.5: التضامية. صورة مأخوذة من [42].

انواع نظرية الوتر

هناك اوتار مفتوحة و اوتار مغلقة كما هو موضح فى الصورة (52.5). و توجد فى المجمل خمسة انواع لنظريات الاوتار موحدة فيما يسمى النظرية M وهذه هى التى تعرف باسم نظرية كل شئ وهى نظرية فى 11 بعد. هذه النظريات الخمسة مرتبطة فيما بينها بالثنائيات S
$\mathrm{S-duality}$ (اللون البنفسجى) و الثنائيات T
$\mathrm{T-duality}$ (اللون الاخضر) فى الشكل ادناه.



شكل 52.5: صورة مأخوذة من .http://www.phys.ens.fr/



شكل 53.5: صورة مأخوذة من .http://www.sukidog.com/jpierre/

اذن نظرية الاوتار الممتازة هى النظرية الوحيدة التى استطاعت توحيد النسبية العامة و الميكانيك الكمومي اى هى النظرية الوحيدة للثقالة الكمومية أو نظرية كل شيء.

و الوتر فى نظرية الوتر هو وتر نسبي اى يتحرك بسرعة الضوء طوله هو طول بلانك اى واحد من عشرة للقوة عشرين من نصف قطر البروتون. لا يمكنه ان ينضغط لان هذا متعارض مع النسبية و يمكنه فقط ان يهتز عرضيا وتلك الاهتزازات هى بالضبط ما يظهر لنا نحن كجسيمات اولية. الميكانيك الكمومى لهذا الوتر النسبي هو ميكانيك كمومى نسبي مع وجود مستوى طاقوى اساسى الا فى البعد عشرة و هذا مع افتراض ايضا تناظرات ممتازة. ولهذا فهى تسمى نظرية الاوتار الممتازة.

اذن الفضاء في الحقيقة له تسعة ابعاد. الثلاث ابعاد المعروفة بالاضافة الى ستة ابعاد اضافية تلتف حول نفسها على شكل فضاء يسمى متشعب كلابيا-يو. و هذه الابعاد صغيرة جدا لا يمكن رؤيتها في حدود طول بلانك 10^{-33} سنتيمتر.

عناصر اخرى من نظرية الوتر

- **اولا** فى هذه النظرية الهائلة -والكلمة لا تعبر حقيقة على حقيقتها- نفترض كما قلت ان الجسيمات او بالاحرى درجات الحرية الاساسية فى الكون ليست نقاط لكن هى اوتار يمكن ان تكون مفتوحة او مغلقة.
- **ثانيا** نطبق قوانين النسبية, عامة و خاصة فى هذه الحالة, و قوانين الفيزياء الكمومية فنكتشف انه ليس لدينا نظرية حقل و لا نظرية نقطة بل نحصل على نظرية وتر.
- **ثالثا** نكتشف انه لدينا عدد هائل من التناظرات التى تتمتع بها هذه الجملة. لدينا كالعادة تناظرات بوانكريه Poincare العادية التى نعرفها فى نظرية الحقل -مثل الانسحابات و الدورانات و التحويلات النسبية للورنتز- والتى تتصرف كتناظرات شاملة global.
- **رابعا** لكن لدينا بالاضافة لكل هذه التناظرات الشاملة اعلاه, تناظرات موضعية local, هى بالضبط التناظرات المعيارية gauge للنسبية العامة فى بعدين و التى من ضمنها التحويلات الامتثالية او الكونفورمال conformal, و ايضا لدينا تناظر معيارى اضافى لكنه ليس نقطى يسمى تحويل وايل Weyl, الذى يعنى بكل بساطة ان تعريف الطول فى الفضاء غير مطلق.

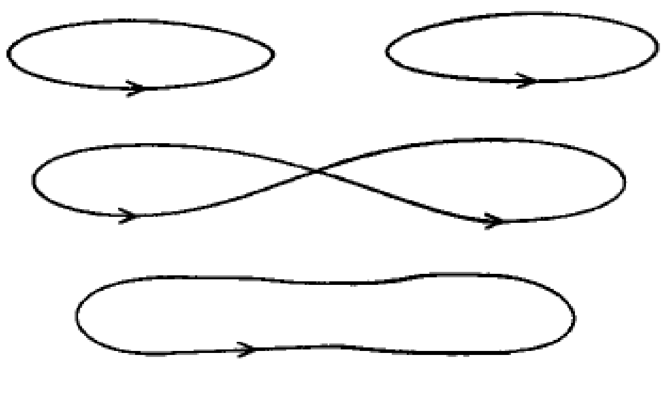
عدد هذه التحويلات الموضعية المعيارية هو غير منته وهذا امر خاص جدا بالوتر.
- **خامسا** تكميم الجملة يمر عبر تثبيت fixing التحويلات المعيارية الموضعية و التى يمكن القيام بها بعدة طرق. هذا التثبيت يمكن اجراؤه بحيث يتم تبسيط نظرية الوتر الى اقصى حد. وهذا ما نفعله.

- **سابعا** بعد التكميم نكتشف اننا فقدنا التناظر تحت تأثير تحويلات لورنتز الا اذا افترضنا ان بعد الفضاء يأخذ قيمة معينة هى بالضبط 26. هذه القيمة تسمى البعد الحرج critical dimension, وفقط عند هذه القيمة يمكننا الحفاظ على تحويلات لورنتز النسبية والدورانات كتناظرات للجملة. وهذه مطلبية معقولة و مقبولة جدا.
اذن الوتر ينتشر فى 25 بعد مكانى و بعد زمانى واحد. اى انه بالنسبة لنظرية الوتر, التى هى اكثر النظريات اساسية, المكان يجب ان يتكون من 25 بعد, و نحن نرى منها ثلاثة اما الاخرى فهى ملتوية على نفسها و صغيرة جدا لهذا لا نراها او هكذا يقولون.

- **ثامنا** نحسب هاميلتونية الجملة اى طاقة الوتر و نركز على الوتر المغلق لأنه اهم. فنكتشف شيئا رائعا و هو نقطة قوة النظرية فى رأيى. طيف الوتر فى حقيقة الامر مشكل من جسيمات. اذن هذا ممتاز: استرجعنا الجسيمات التى نراها فى الواقع.

لكن الحالة الاساسية هى جسيم كتلته سالبة و هذا يسمى طاكيون tachyon. لكن هذه الحالة يمكن جعل طاقتها صفر اى الغاء الطاكيون بادخال ما يسمى التناظر الممتاز supersymmetry.
اذن هذه ازمة محلولة الى حد ما. وعندما ندخل التناظر الممتاز نكتشف ايضا ان البعد الحرج يخفض من 26 الى 10. اذن فى المحصلة التناظر الممتاز شئ ايجابى جدا للنظرية لا يمكن انكاره.
- **تاسعا** الحالة المثارة الاولى فى الطيف نكتشف انها مشكلة من الحقول المعيارية التى نعرفها فى الجسيمات الأولية مثل حقل الفوتون photon و الغليونات gluons و غيرها من الجسيمات البوزونية bosonic particles الناقلة للقوة.
- **عاشرا** الحالة المثارة الثانية تتشكل - وهذه هى المفاجأة الكبرى السارة- من الغرافيتون graviton و هو الجسيم الناقل للقوة الثقالية.

اذن حصلنا على الثقالة الكمومية و هم يمكنهم الاحتجاج ان هذه النظرية هى الوحيدة التى تفعل ذلك. نحصل ايضا فى الحالة المثارة الثانية على جسيم سلمى scalar particle يسمى ديلاطون dilaton و هو الذى يعطى قوة تفاعل الاوتار. اذن النظرية تحدد لنفسها بنفسها قوة تفاعلاتها و لا نحتاج ان نحدد لها ذلك من الخارج. اذن هذا ايضا ممتاز لا شك.
الحالة المثارة الثانية تحتوى ايضا على حقل معيارى هو تعميم للحقل المعيارى الكهرومغناطيسى و هذا يمكن ان يؤدى فيما بعد الى ان بنية الفضاء-زمن غير تبديلية noncommutative مثل تلك التى اكتشفها الرياضى الفرنسى كون Connes فى الثمانينيات عكس الهندسة التفاضلية العادية لريمان Riemann.
- **الحادى عشر** التضامية compactification هى احدى الافكار الاساسية فى نظرية الاوتار. من بعيد, اى من المسافات البعيدة, فإن الاسطوانة مثلا التى هى سطح, اى فضاء ببعدين, تظهر على شكل خط, اى فضاء ببعد واحد, اذن الابعاد الاضافية التى تأتى بها نظرية الاوتار الممتازة, وعددها ستة, يحدث لها نفس هذا الامر: نحن لا نراها لانها صغيرة جدا او لاننا نحاول ان نراها من مسافات بعيدة فلهذا لا تظهر لنا.
- **الثانى عشر** فى نظرية الأوتار المغلقة كل الجسيمات نحصل عليها اذن كحالات مختلفة للوتر و كل التفاعلات -معيارية, ثقالية و يوكاوا Yukawa- تنجم من العملية الوحيدة فى الصورة ادناه التى ينفصل فيها وتر اساسى الى وترين اساسيين او بالعكس يتوحد فيها وترين اساسيين فى وتر اساسى واحد.
فى الصورة ادناه فيزيائى نظرية الاوتار الفيزيائى الاشهر ويتن Witten الذى كانت له مشاركة حاسمة فى كثير من اكتشافات نظرية الوتر خلال ال 30 سنة الماضية.



شكل 54.5: التفاعل الاساسى لنظرية الوتر. الصورة مأخوذة من [43].

شكل 55.5: ادوارد ويتن اشهر فيزيائيي نظرية الوتر.

لكن ماهى الجسيمات الاولية التى تحتويها نظرية الوتر؟

الحقول الكمومية الموجودة فى الحالة الأساسية ground state للوتر الممتاز المغلق closed superstring من النوع IIA type فى الصورة.

ألاحظ اولا أن الامواج المستقرة standing waves على الوتر المغلق هى اما امواج دوارة الى اليمين اى يمينية right − handed او امواج دوار الى اليسار اى يسارية left − handed.

يمكن للامواج اليمينية ان تكون فى قطاعين sectors نرمز لهما ب: R او NS وكذلك الامواج اليسارية يمكن ان تكون فى قطاعين: R او NS حيث R يرمز الى قطاع راموند Ramond و NS يرمز الى قطاع نوفو-شوارز Neveu-Schwarz و قطاع راموند هو قطاع فرميونى fermionic اما قطاع نوفو-شوارز فهو قطاع بوزونى bosonic.

تذكروا ان الفرميون عزم لفه اى السبين spin يساوى عدد نصف صحيح اما البوزون فعزم لفه عدد صحيح.

اذن فى المحصلة الوتر الممتاز المغلق يمكن ان يكون فى اربعة قطاعات مختلفة هى:

- القطاع R-R وهو بوزونى.
- القطاع NS-NS وهو بوزونى.
- القطاع R-NS وهو فرميونى.
- القطاع NS-R وهو فرميونى.

الحقول او الجسيمات التى تحتويها الحالة الاساسية للوتر-اى الحالة ذات الطاقة صفر للوتر- فى مختلف القطاعات موجودة فى الصورة.

هذه الجسيمات هى:

-لنلاحظ اننا نحصل من بين الجسيمات التى نحصل عليها على الغرافيتون graviton فى القطاع NS-NS ولا توجد نظرية تفعل هذا الا نظرية الوتر وعلينا ان نعترف بذلك. تذكروا ان الغرافيتون هو الجسيم الناقل للقوة الثقالية الكمومية.

-ايضا من الجسيمات التى نحصل عليها الديلاطون dilaton وهو جسيم سلمى فى القطاع NS-NS و هذا الحقل هو الذى يحدد شدة تفاعلات الاوتار وهذه الخاصية ايضا لا تتمتع بها الا نظرية الوتر.

-ومن الجسيمات ايضا نحصل فى القطاعين NS-R و R-NS على نسختين من الديلاطينو dilatino و الغرافيتينو gravitino و هى الجسيمات الشريكة عبر-partner التناظرات الممتازة- لكل من الديلاطون و الغرافيتون على التوالى. وهى جسيمات فرميونية.

وكوننا نحصل على نسختين هذا يعبر عن كوننا نتعامل مع تناظرين ممتازين و من هنا جاءت التسمية IIA فالعدد الرومانى يحسب عدد التناظرات الممتازة.

-نلاحظ ايضا اننا نحصل على الحقل الكهرومغناطيسي اى جسيم الفوتون فى القطاع R-R أما فى القطاع R-R و ايضا فى القطاع NS-NS فاننا نحصل على حقلين آخرين هما تعميم للحقل الكهرومغناطيسى. هذه الحقول الثلاثة هى حقول معيارية يرمز لها ب A لكن بدليل واحد -وهو الحقل الكهرومغناطيسى- او دليلين اثنين او ثلاثة ادلة من اجل الحقلين الآخرين-انظر الصورة مرة اخرى-.

$$\begin{aligned}\text{NS}-\text{NS} &= (1 \oplus 28 \oplus 35_v)_B \\ &= \phi(\text{scalar dilaton}) \oplus A_{\mu\nu}(\text{antisymmetric } 2-\text{form gauge field}) \\ &\oplus\ g_{\mu\nu}(\text{symmetric traceless rank} - \text{two tensor graviton}). \qquad (2.5.22)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{R}-\text{R} &= (8_v \oplus 56_v)_B \\ &= A_\mu(\text{gauge field}) \oplus A_{\mu\nu\lambda}(\text{antisymmetric } 3-\text{form gauge field}). \qquad (2.5.23)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{NS}-\text{R} &= (8_{s+} \oplus 56_{s+})_F \\ &= \psi_+(\text{spin half dilatino}) \oplus \chi_+(\text{spin three half gravitino}). \qquad (2.5.24)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{R}-\text{NS} &= (8_{s-} \oplus 56_{s-})_F \\ &= \psi_-(\text{spin half dilatino}) \oplus \chi_-(\text{spin three half gravitino}). \qquad (2.5.25)\end{aligned}$$

شكل 56.5: طيف الوتر المغلق.

النظرية M

النظرية M النظرية الموحدة للنظريات الوترية الخمسة تعيش فى 11 بعد و هى تقبل كنهاية لها نظرية الثقالة الممتازة supergravity فى 11 بعد كما ان نظريات الاوتار الخمسة تقبل الثقالة الممتازة فى عشرة ابعاد كنهاية لها.

الثقالة الممتازة هى ثقالة مع تناظر ممتاز supersymmetry موضعى local مثل نظرية الوتر.

الوتريات الخمسة تعيش كلها فى 10 ابعاد وهى:

-النوع 1 -وهى نظرية اوتار مفتوحة-, بتناظر ممتاز واحد.

-و النوعان 2A و 2B -وهى نظريات اوتار مغلقة بتناظرين ممتازين.

-والنوعان الهجينان heterotic -وهى نظريات اوتار مغلقة بتناظر ممتاز واحد.

شرط انعدام ما يسمى بالشذة الكونفورمالية الكمومية quantum conformal anomaly يحدد الشحنات المعيارية gauge charges- تعميم للشحنات الكهرومغناطيسية- التى يمكن ان تحملها بعض هذه الاوتار للزمرتين التناظريتين (32)SO و E8xE8 فقط.

يُعتقد أن النظرية M هى نظرية اغشية membrane و ليست نظرية اوتار مثل نظريات الوتر و لا نظريات نقاط مثل نظريات الحقل.

البعد 11 محدد من شرط الانسجام الكمومى quantum consistency مثلما ان البعد 10 فى نظريات الوتر محدد ايضا من الانسجام الكمومى. الانسجام هنا نقصد به وجود حالة اساسية كمومية.

ايضا البعد 11 محدد من شرط ان السبينور spinor -وهو مكون اساسى للتناظر الممتاز- فى بعد اكبر او يساوى من 12 يتسبب فى وجود جسيمات ذات سبين اكبر من 2 التى لا تقبل اى تفاعلات قابلة للتنظيم renormalizable وهذه مبرهنة وينبرغ.

هذا العالم النظرى الاعلى فى درجة التنظير و التجريد على الاطلاق هو الاقل فوضى على الاطلاق فى كل عوالم الفيزياء النظرية. فالذى يحدد كل شيء و اى شئ هو مبدأ التناظر و لسنا نحن.

هناك تناظرات لورنتز و انسحابات و تناظرات ممتازة شاملة و موضعية و هناك تناظرات معيارية و ديفيومورفيزمات وغيرها كثير. ثم هناك التناظر الكمومى و هو شرط اعلى من التناظر الكلاسيكى. اذن فى هذه السمفونية المعقدة عليكم فقط تتبع كل تناظر اين يؤثر و ماذا يفعل و الباقى يبقى على عاتق هذه التناظرات التى ستقوم بكل شئ لكم دون ادنى عناء. اذن أكيد و مؤكد هى ليست فوضى!!!

وهذا لانها طبيعة الرياضيات التى تريد ان تصف الواقع او هى ربما طبيعة هذا الواقع نفسه او لربما هى طبيعة الانسان نفسه الذى يريد ان يصف الواقع بهذه الرياضيات او يقرب الرياضيات بهذا الواقع وهما لا يمتان لبعضهما البعض بأى صلة. فربما كل هذا فى الاخير هو انعكاس لصراع الانسان مع نفسه فى ان يصف نفسه.

4.8.5 البراينات: لماذا الثقالة ضعيفة و لماذا لا نرى المادة المظلمة؟

احد اقوى السيناريوهات هو فكرة براينات دريشلي Drichlet branes التي يرمز لها ب Dp و البراين Dp هو جسم فى الفضاء-زمن خاصة نظرية الوتر اى الذى بعده 1+9.

هذا البراين هو اذن سطح او حجم فى هذا الفضاء ببعد p. اذا كان p=0 البراين نقطة ومسارها خط. اذا كان p=1 فان هذا البراين خط و مساره فى الفضاء-زمن هو سطح. اذا كان p=2 فان هذا البراين غشاء و مساره هو حجم. واقصى قيمة ل p هى p=9 و هو براين يحتل كل الفضاء-زمن.

ميزة البراينات الاساسية ان الاوتار المفتوحة يجب ان تنتهى عليها أما الاوتار المغلقة فيمكن ان تنتشر خارجها فى باقى الفضاء-زمن الذى يسمى فى هذا المجال بالحجم bulk.

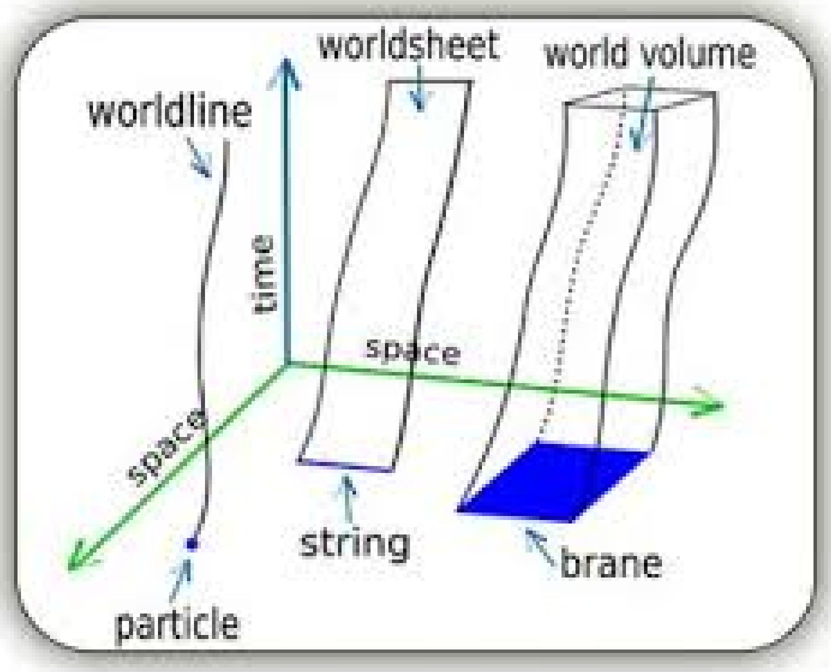
اذكر ان الاوتار المفتوحة تعبر عن التفاعلات المعيارية التى هى تعميم للتفاعلات الكهرمغناطيسية اما الاوتار المغلقة فهى تعبر عن الثقالة.

اذن الفكرة التى جاءت من هذا المجال بخصوص السؤال اعلاه (لماذا الثقالة ضعيفة؟) هو ان كل هذا الكون الذى نعيش هو فى الحقيقة عبارة عن براين واحدة وهى بالضبط البراين D3 فى الفضاء-زمن الحجم الذى بعده 1+9.

وان هناك براينات اخرى لا نستطيع ان نراها لان الضوء الذى هو تفاعل معيارى لا يستطيع ان يغادر تلك السطوح و النجوم المستقلة عنا ليصل الى السطح الذى نعيش عليه و العكس ايضا صحيح. اذن تلك المادة موجودة لكن لا نراها لانها موجودة على براينات مختلفة عن البراين الذى نعيش عليه ولهذا فهى مادة مظلمة.

أما تأثير هذه المادة علينا عبر الثقالة فيمكننا ان نشعر به لانه يتم عبر الاوتار المغلقة التى يمكنها ان تغادر تلك البراينات لتصل الى البراين D3 الذى نعيش عليه. ايضا لان كل القوى المعيارية محبوسة على البراين D3 الذى نعيش عليه اما القوى الثقالية فيمكنها ان تهرب خارج هذا البراين الى الحجم فان هذه الاخيرة تصبح اضعف لان تأثير الثقالة فى كل الحجم يميع قوتها و تظهر لنا ضعيفة بالمقارنة مع باقى القوى.

وهذه احدى افكار نظرية الوتر الظواهرية.



شكل 57.5: البراينات Dp فى الفضاء-زمن الحجم.

5.8.5 الثنائية T

الثنائية تقول للتناظر انت قديم الطراز يا صاحبي!

ومن غرائب الفيزياء العقلية-الحسية (اى الفيزياء النظرية) ان المفاهيم الهندسية العادية للفضاء-زمن تنهار عند سلم بلانك -وهو اصغر طول يمكن تصوره نظريا او ادراكه تجريبيا-. فمثلا دائرة نصف قطرها R مكافئة تماما لدائرة نصف قطرها هو مقلوب R اى $1/R$. اذن الدائرة الكبيرة جدا لما R يذهب الى مالانهاية هى مكافئة للدائرة الصغيرة جدا و عند النهاية تماما فان النقطة (الدائرة الصغيرة جدا) تظهر على شكل خط (الدائرة الكبيرة جدا) و الخط يظهر على شكل نقطة. وهذا التناظر هو اكثر و اشمل و اعمق من اى تناظر و لهذا فانه لا يسمى تناظر لكن يسمى ثنائية و هذه الثنائية التى ذكرتها اعلاه هى بالضبط ما يسمى الثنائية T فى نظرية الوتر.

الدائرة التى تظهر من جديد عندما نرسل نصف قطرها الى الصفر!!!

نأخذ جسيم يتحرك على دائرة. نعرف ان هذا الجسيم لديه انماط modes حركة تتميز بدفع (اى كمية حركة تساوى الكتلة فى السرعة) يساوى عدد صحيح تقسيم نصف قطر الدائرة.

نأخذ الآن وتر مغلق يتحرك على دائرة.

أما الوتر المغلق الذى يتحرك على دائرة فانه يتمتع بنوعين من انماط الحركة. حركة مترية تتميز بكمية دفع مثل الجسيم وهى ايضا تعطى بعدد صحيح تقسيم نصف قطر الدائرة. لكن الوتر المغلق على الدائرة يتميز ايضا بانماط حركة طوبولوجية تسمى التوائية winding حيث يمكن للوتر ان يلتوى حول الدائرة مرة واحدة فهذا يتميز بعدد التواء يساوى واحد و يمكن للوتر ان يلتوى حول الدائرة مرتين فهذا يتميز بعدد التواء يساوى 2 وهكذا. اذن انماط الالتواء للوتر المغلق على الدائرة تتميز هى الاخرى بعدد صحيح.

كل هذا يبدو جديد. لكن هناك اكثر. نظرية الوتر تتميز بتناظر غير-اضطرابى ذكرته فى الفقرة السابقة يسمى الثنائية T و بالنسبة للوتر المغلق فان هذه الثنائية تقوم بأخذ النظرية الى نظرية اخرى لكن مكافئة تعيش على دائرة نصف قطرها هو مقلوب نصف قطر الدائرة الاصلية وتقوم بتحويل انماط حركة الدفع الى انماط حركة الالتواء و العكس.

أكثر من هذا و اغرب. اذا اخذنا نصف القطر كبير جدا فان انماط الالتواء تختفى و تبقى فقط انماط الدفع. أما اذا اخذنا نصف القطر صغير جدا فان انماط الدفع هى التى تختفى و تبقى انماط الالتواء.

لكن فى كلتى الحالتين نحصل فى الاخير على عدد غير نهائى من انماط الحركة المستمرة و الحركة تصبح حركة على خط مستقيم غير متضام بعد ان تكون الدائرة المتضامة قد انفتحت بالكامل. هذا الامر واضح تماما فى الحالة الاولى عندما نأخذ نصف القطر لا نهائى.

اما الحالة الثانية فهى تناقض مع الكلاسيكى بأتم معنى الكلمة. فانه عندما نأخذ نصف القطر الى الصفر فان من المفترض مما نعرفه من الميكانيك الكلاسيكى و ايضا الميكانيك الكمومى العادى ان تختفى الدائرة تماما (وهذا يسمى الاختزال البعدى dimensional reduction) لكن الذى يحدث مع الوتر المغلق هو العكس تماما: الدائرة تنفتح ايضا عندما نبعث قطرها الى الصفر. وهذا ليس من عجائب الميكانيك الكمومى بل هو من عجائب الهندسة الكمومية الوترية.

ولهذا أحب الكمومى فهو علم لكن ايضا غيب عظيم حتى لمن يفهمه. وهو ايضا تحدى للميتافيزيقا و العقل و الدين غير مسبوق فى تاريخ الانسانية والعلم. فهو الغيب الوحيد الذى يخضع للحس و التجربة تماما. لكنه يتصرف من الجهة الاخرى مثل الميتافيزيقا الفلسفية و الدينية الغيبية فى اسوء صورها. وحتى لو رأيتم الرياضيات فان الحيرة لن ترتفع مطلقا بل تزيد. اذن هو من السحر الذى هو فعلا سحر. واذا لم تفهموا فلا تقلقوا تماما فنحن ايضا لم نفهم.

9.5 الجسيم الممتاز او البراين $D0$

1.9.5 الجسيم البوزونى

تفترض الوحدات الطبيعة التى نضع فيها سرعة الضوء c تساوى واحد و ثابت بلانك $\hbar$ يساوى واحد اى

$$\hbar = c = 1.$$

نعتبر الآن جسيم نسبي يتحرك فى فضاء - زمن منحنى بعده D ومتريته $g_{\mu\nu}$. نفترض ان **شارة** [1] هذه **المترية** [2] تعطى بشارة **مينكوفسكى** [3]

$$g_{\mu\nu} = (-1, +1, ..., +1).$$

اى ان الزمن يدخل باشارة -1 أما الفضاء فيدخل باشارة $+1$. تذكر ان **الدليل** [4] μ او ν يأخذ القيم من 0 الى $D-1$. سوف نستخدم هنا ايضا **اصطلاح اينشتاين:** [5] ان الدليل المكرر يعنى اننا نجمع عليه.

نرمز لاحداثيات هذا الجسيم النسبي فى الفضاء - زمن ب X^{μ}. لان الفضاء - زمن منحنى فان المترية يمكن ان تتعلق بهذه الاحداثيات. الطول المتناه فى الصغر ds فى الفضاء - زمن يعطى بالعلاقة الاساسية للنسبية

$$ds^2 = -g_{\mu\nu}(X)dX^{\mu}dX^{\nu}.$$

الجسيم يختط فى حركته فى الفضاء - زمن منحنى نسميه **الخط الكونى** [6] وهو مسار الجسيم وهو ايضا **جيوديزية** [7] فى الفضاء - زمن.

ليكن τ وسيط حقيقى على الخط الكونى قد يكون هو الزمن الذاتى للجسيم.

لان مسار الجسيم هو جيوديزية, ولان الجيوديزية هى اقصر طريق بين اى نقطتين بالتعريف, اى انه يشكل القيمة الاصغرية **لفعل** الجسيم [8], فاننا نستنتج مباشرة ان فعل الجسيم يجب ان يكون متناسب طردا مع طول المسار او طول الخط الكونى وثابت التناسب هو بالضبط كتلة الجسيم m [9]. نكتب مباشرة

$$S = -m\int ds.$$

هذه هى نقطة الانطلاق الاساسية. نكتب هذا الفعل على الشكل

$$S_0 = -m\int d\tau\sqrt{-g_{\mu\nu}(X)\dot{X}^{\mu}\dot{X}^{\nu}}\ ,\ \dot{X}^{\mu} = \frac{dX^{\mu}}{d\tau}.$$

عملية **تكميم** [10] هذا الفعل صعب جدا بسبب الجذر التربيعى. ايضا هذا الفعل لا يمكن ان يستخدم لوصف جسيم منعدم الكتلة. حل هاتين المشكلتين معا يتأتى من ادخال المترية على الخط الكونى **كمتغير ديناميكى** [11] حر. لان الخط الكونى اى مسار الجسيم هو احادى البعد فان المترية عليه هى عدد حقيقى واحد نرمز له ب e. لنعتبر الآن الفعل التالى الذى يتعلق بالاضافة على الاحداثيات X^{μ} على المترية e المعطى ب

$$\tilde{S}_0 = \frac{1}{2}\int d\tau(e^{-1}g_{\mu\nu}(X)\dot{X}^{\mu}\dot{X}^{\nu} - m^2 e).$$

بالتعويض بمعادلة حركة المتغير e فى الفعل $\tilde{S}_0$ نحصل على الفعل S_0 اى ان الفعلين $\tilde{S}_0$ و S_0 متكافئين كلا سيكين [12].

الفعل $\tilde{S}_0$ او الفعل S_0 يتمتع بالتناظرات المحورية التالية:

- التناظر تحت تأثير **تحويلات بوانكريه** [13] فى بعد D.

---

[1] signature.
[2] metric.
[3] Minkowski.
[4] index.
[5] Einstein convention.
[6] Worldline.
[7] geodesic.
[8] action.
[9] تمرين 1: برهن على ان ثابت التناسب m هو بالضبط كتلة الجسيم.
[10] quantization.
[11] dynamical variable.
[12] تمرين 2: بين ان الفعلين S_0 و $\tilde{S}_0$ متكافئين كلاسيكيا.
[13] Poincare transformations.

• التناظر تحت تأثير الديفيومورفيزمات - جمع **ديفيومورفيزم** [14]- التي تعطى بتحويلات **اعادةالتوسيط** [15]

$$\tau \longrightarrow \tau' = f(\tau).$$

البرهان على هذه التناظرات واضح بالبناء [16] .

2.9.5 الجسيم الممتاز

الجسيم النسبي الذى يظهر **كتشكيلة طوبولوجية** [17] **غير اضطرابية** [18] فى نظرية الاوتار من **النوع** IIA [19] هو **جسيم ممتاز** [20] وبالتالى فهو يتوفر بالاضافة الى التناظرات اعلاه على **تناظرات ممتازة** [21]. هذا الجسيم الممتاز اوالتشكيلة الطوبولوجية غير الاضطرابية تعرف ايضا تحت مسمى **البراين** - جمعها البراينات- $D0$ [22].

ولان هذه التشكيلات الطوبولوجية تظهر فى نظرية الاوتار من النوع IIA فهى تتمتع بتناظرين ممتازين اثنين فى الفضاء - زمن بعشرة ابعاد اى $D=10$, و يعبر عنهما بسبينورين - مفرد **سبينور** [23] - كل منهما هو **سبينور وايل - ماجورانا** [24] متعاكسين فى **الكيرالية** [25] .

شرط الماجورانا يعنى ان السبينور حقيقى - بدون شحنة - اما شرط الوايل فيعنى ان السبينور له كيرالية اى يدوانية واحدة بمعنى انه يدور - فى فضاءه- اما فى اتجاه عقارب الساعة او عكس اتجاه عقارب الساعة, و فقط فى عشرة ابعاد يمكن ان نفرض هذين الشرطين - شرط الماجورانا و شرط الوايل- فى نفس الوقت.

لذا سنعتبر فيما يلى جسيم نسبى ممتاز بتناظرين ممتازين فقط مرفقين بسبينورين ماجورانا- وايل نرمز لهما ب Θ^{aA} حيث ان الدليل A يشير الى عدد التناظرت الممتازة اى $A=1,...,\mathcal{N}$, أما الدليل a فيشير الى عدد مركبات السبينور فى الفضاء - زمن ببعد D اى $a=1,...,2^{D/2}$. الحالة التى تهمنا هنا هى $\mathcal{N}=2$ و $D=10$. غير هذا يمكن للجسيم الممتاز ان يأتى باى عدد من التناظرات الممتازة و ان يعيش فى اى عدد من الابعاد.

فى المحصلة اذا كان الجسيم البوزونى موصوف **بالاحداثيات البوزونية** [26] X^μ فان الجسيم الممتاز موصوف بالاضافة الى هذه الاحداثيات البوزونية **باحداثيات فرميونية** [27] معطاة بالضبط بالسبينورين Θ^{aA}. الاحداثيات البوزونية هى اعداد حقيقية اما الاحداثيات الفرميونية فهى **اعداد غراسمانية** [28]. التناظرات الممتازة هى تعميم للتحويلات النقطة لبوانكريه - اى الانسحابات و تحويلات لورنتز- تنظر الى X^μ و Θ^{aA} معا على انها احداثيات فى **فضاء ممتاز** [29] وهى تمزج بين الاحداثيات البوزونية و الاحداثيات الفرميونية كما يلى. اولا التناظر الممتاز يظهر كانسحاب فى الاتجاه الفرميونى. اى ان تأثير التناظر الممتاز على السبينور Θ^{aA} هو ان يسحبه بسبينور ماجورانا - وايل ثابت ϵ^{aA}. نكتب

$$\Theta^{aA} \longrightarrow \Theta^{aA} + \delta\Theta^{aA}\ ,\ \delta\Theta^{aA} = \epsilon^{aA}.$$

تأثير التناظر الممتاز على X^μ يجب ان يكون خطى فى وسيط التناظرالممتاز ϵ^{aA} و يجب ان يكون شعاع بمعنى انه يحمل الدليل μ ويجب ان يكون حقيقى. هناك حل واحد يحقق هذه الشروط الثلاثة هو [30]

$$X^\mu \longrightarrow X^\mu + \delta X^\mu\ ,\ \delta X^\mu = \bar{\epsilon}^A\Gamma^\mu\Theta^A,$$

---

[14] diffeomophism.

[15] reparametrization.

[16] تمرين 3: برهن ان الفعل $\tilde{S}_0$ لا يتغيرتحت تأثير الديفيومورفيزم $\tau \longrightarrow \tau' = f(\tau)$ وعين قانون تحويل المترية e تحت تأثير هذا الديفيومورفيزم.

[17] topological configuration.

[18] non − perturbative.

[19] type IIA.

[20] superparticle.

[21] superymmetries.

[22] D0 − brane.

[23] spinor.

[24] Weyl − Majorana spinor.

[25] chirality.

[26] bosonic coordinates.

[27] fermionic coordinates.

[28] Grassmannian numbers.

[29] superspace.

[30] تمرين 4: بين أنه من اجل سبينورين ماجورانا - وايل مثل Θ^{aA} و ϵ^{aA} فان $\bar{\epsilon}^A\Gamma^\mu\Theta^A = -\bar{\Theta}^A\Gamma^\mu\epsilon^A$.

حيث Γ^μ هى مصفوفات ديراك فى عشرة أبعاد اى $\mu = 0, 1, ..., 9$. وهى مصفوفات **هرميتية** [31] ذات بعد $2^{D/2} = 32$ وتحقق العلاقات **الضدتبادلية** [32]

$$\Gamma^\mu \Gamma^\nu + \Gamma^\nu \Gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}.$$

مصفوفة الكيراليةتعرف بالجداء

$$\Gamma_{11} = \Gamma_0 \Gamma_1 ... \Gamma_9,$$

وهى تحقق

$$\Gamma_{11}^2 = 1 \ , \ \{\Gamma_\mu, \Gamma_{11}\} = 0.$$

مجموعة تناظرات بوانكريه تشكل زمرة تسمى **زمرة بوانكريه** [33] أما تناظرات بوانكريه زائد التناظرات الممتازة فتشكل **زمرة ممتازة** [34] تسمى **زمرة بوانكريه الممتازة** [35] . فمثلا **مبدل** [36] تناظرين ممتازين **لا متناهين فى الصغر** [37] - اى نأخذ السبينور ϵ^{aA} لا متناهى فى الصغر- هو انسحاب لا متناه فى الصغر [38].
كل هذه التناظرات هى **تناظرات شاملة** [39] لفعل الجسيم الممتاز على الخط الكونى اى انها لا تتعلق بالوسيط τ على الخط الكونى.

3.9.5 فعل الجسيم الممتاز

الآن نصل الى السؤال الاهم: ماهى الصيغة الممتازة للفعل S_0؟
نلاحظ أولا ان S_0 يتعلق بالسرعات $\dot{X}^\mu$. هذه السرعات تتغير تحت تأثير التناظرات الممتازة كما يلى

$$\begin{aligned}\delta \dot{X}^\mu &= \bar{\epsilon}^A \Gamma^\mu \dot{\Theta}^A \\ &= \delta \bar{\Theta}^A . \Gamma^\mu \dot{\Theta}^A \\ &= \delta (\bar{\Theta}^A \Gamma^\mu \dot{\Theta}^A).\end{aligned}$$

اذن نستنتج مباشرة أن العبارة

$$\Pi_0^\mu = \dot{X}^\mu - \bar{\Theta}^A \Gamma^\mu \dot{\Theta}^A$$

صامدة [40] تحت تأثير التناظرات الممتازة. اذن نحصل على الصيغة الممتازة للفعل S_0 بالتعويض $\dot{X}^\mu \longrightarrow \Pi_0^\mu$. نحصل اذن على الفعل

$$S_1 = -m \int d\tau \sqrt{-g_{\mu\nu}(X) \Pi_0^\mu \Pi_0^\nu}.$$

بدلالة المترية e على الخط الكونى للجسيم نحصل على الفعل

$$\tilde{S}_1 = \frac{1}{2} \int d\tau (e^{-1} g_{\mu\nu}(X) \Pi_0^\mu \Pi_0^\nu - m^2 e).$$

نعرف سبينور ماجورانا Θ جديد بدلالة سبينورات ماجورانا - وايل Θ^1 و Θ^2 بالعلاقة

$$\Theta = \Theta^1 + \Theta^2.$$

[31] Hermitian.
[32] anticommutation.
[33] Poincare group.
[34] supergroup.
[35] super − Poincre group.
[36] commutator.
[37] infinitesimal.
[38] تمرين 5: بين أن مبدل تناظرين ممتازين هو انسحاب.
[39] global symmetries.
[40] invariant.

اذن Θ^1 هى المركبة الكيرالية الموجبة ل Θ و Θ^2 هى المركبة الكيرالية السالبة ل Θ. يمكننا ان نعبر عن هذا بدلالة مصفوفة الكيرالية Γ_{11} كما يلى

$$\Theta^1 = \frac{1+\Gamma_{11}}{2}\Theta\ ,\ \Theta^2 = \frac{1-\Gamma_{11}}{2}\Theta.$$

نعبر عن Π_0^μ بدلالة السبينور Θ كما يلى [41]

$$\Pi_0^\mu = \dot{X}^\mu - \bar{\Theta}\Gamma^\mu\dot{\Theta}.$$

نحسب الآن معادلات الحركة. أولا نعرف **كمية الحركة القانونية المرافقة** [42] ل X^μ:

$$P^\mu = \frac{\delta S_1}{\delta \dot{X}_\mu} = \frac{m}{\sqrt{-g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\Pi_0^\nu}}\Pi_0^\mu.$$

اذن ليست كل مركبات كمية الحركة P^μ مستقلة خطيا. بالفعل هذه المركبات تحقق شرط الكتلة

$$g_{\mu\nu}P^\mu P^\nu = -m^2.$$

معادلات حركة المتغيرات X^μ[43] تعطى ب

$$\dot{P}^\mu = -0.$$

معادلات حركة المتغيرات Θ^a تعطى ب

$$P_\mu\Gamma^\mu\Theta = 0.$$

نلاحظ ان $(P_\mu\Gamma^\mu)^2 = P_\mu P^\mu = -m^2$. اذن من اجل $m=0$ المصفوفة $P_\mu\Gamma^\mu$ غير قابلة للقلب لان نصف قيمها الذاتية تنعدم. اذن عدد المعادلات المستقلة خطيا هو فقط نصف عدد مركبات السبينور Θ, و بالتالى فان المعادلة الاخيرة اعلاه تقيد نصف مركبات السبنور Θ بأن تجعلها ثابتة و تترك النصف الآخر من المركبات حر بدون قيود [44].
هذه الملاحظة تعنى بكل بساطة ان الفعل S_1 من اجل $m=0$ يتمتع, بالاضافة الى التناظرات التى ذكرناها اعلاه, بتناظرات **موضعية** [45] فرميونية جديدة تتسبب فى جعل نصف مركبات السبينور Θ عبارة عن درجات حرية معيارية وبالتالى يمكن اختزالها من الديناميك. هذه التناظرات المعيارية الفرميونية الجديد تسمى **بالتناظرات** κ[46].
قبل ان نكتب كيف تؤثر بالضبط التناظرات κ, نشير الى ان الحالة $m\neq 0$ يجب هى الاخرى ان تتمتع بهذه التناظرات الاضافية, لانه لا يوجد هناك فرق فيزيائى واضح بين الحالتين $m=0$ و $m\neq 0$. لكن من الواضح ان الفعل فى الحالة $m\neq 0$ يجب ان يتغير بشكل مناسب حتى تتغير معادلة الحركة الاخيرة اعلاه بالطريقة المناسبة حتى تصبح نصف مركبات السبينور Θ درجات حرية معيارية ليست ذات تأثير فيزيائى. السؤال بكل بساطة ماهى المصفوفة فى الحالة $m\neq 0$ التى يجب ان تعوض المصفوفة $P_\mu\Gamma^\mu$ فى الحالة $m=0$ اى ماهالمصفوفة التى يجب ان ينعدم مربعها. الجواب ببساطة اكبر هو $P_\mu\Gamma^\mu + m\Gamma_{11}$ حيث Γ_{11} هى مصفوفة الكيرالية لان $(P_\mu\Gamma^\mu + m\Gamma_{11})^2 = 0$ [47]. اذن معادلة الحركة الاخيرة اعلاه يجب ان تتغير الى

$$(P_\mu\Gamma^\mu + m\Gamma_{11})\dot{\Theta} = 0.$$

هذه المعادلة يمكن اشتقاقها من الفعل [48]

$$S_2 = -m\int d\tau\sqrt{-g_{\mu\nu}(X)\Pi_0^\mu\Pi_0^\nu} - m\int d\tau\bar{\Theta}\Gamma_{11}\dot{\Theta}.$$

[41] تمرين 6: برهن على أن $\bar{\Theta}^A\Gamma^\mu\dot{\Theta}^A = \bar{\Theta}\Gamma^\mu\dot{\Theta}$.
[42] canonical conjugate momentm.
[43] تمرين 7: اشتق معادلات حركة المتغيرات X^μ و Θ^a انطلاقا من الفعل S_1. استخدم معادلات اولر - لاغرانج.
[44] تمرين 8: بين ان $(P_\mu\Gamma^\mu)^2 = 0$ لما $m=0$ يؤدى مباشرة الى النتيجة ان نصف القيم الذاتية للمصفوفة $P_\mu\Gamma^\mu$ تنعدم.
[45] local.
[46] $\kappa -$ symmetry.
[47] تمرين 9: بين أن $(P_\mu\Gamma^\mu + m\Gamma_{11})^2 = 0$.
[48] تمرين 10: اشتق معادلات اولر - لاغرانج للحركة من الفعل S_2.

4.9.5 التناظر κ

نشتق الآن عبارة التناظر κ الذى يترك الفعل S_2 صامد. هذا التناظر هو تناظر فرميونى مثل التناظر الممتاز لكنه موضعى معيارى عكس التناظر الممتاز الذى هو تناظر شامل. المتغير X^μ يتحول تحت تأثير التناظر الممتاز مثل $\delta X^\mu = -\bar{\Theta}\Gamma^\mu\delta\Theta$. اذن تحت تأثير التناظر الفرميونى الجديد سنجعل X^μ يتحول ايضا على الشكل

$$\delta X^\mu = \bar{\Theta}\Gamma^\mu\delta\Theta.$$

اذن بخصوص الشكل هناك بالمقارنة اشارة اضافية فقط. أما فى المضمون فان التناظر الممتاز يختلف جوهريا عن التناظر κ. ففى التناظر الممتاز $\delta\Theta$ هو سبينور ماجورانا - وايل ثابت يساوى بالضبط ϵ اما فى التناظر κ فالتغير $\delta\Theta$ هوسبينور ماجورانا - وايل غير ثابت اى يتعلق بالزمن τ نبحث عنه الآن.

من التغير δX^μ اعلاه نحسب $\delta\Pi_0^\mu = -2\delta\bar{\Theta}\Gamma^\mu\dot{\Theta}$. بالتالى فان التغير فى الفعل S_1 يعطى ب

$$\begin{aligned}
\delta S_1 &= m\int d\tau\frac{g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\delta\Pi_0^\nu}{\sqrt{-g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\Pi_0^\nu}}\\
&= -2m\int d\tau\frac{g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\delta\bar{\Theta}\Gamma^\nu\dot{\Theta}}{\sqrt{-g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\Pi_0^\nu}}\\
&= -2m\int d\tau\delta\bar{\Theta}\gamma\Gamma_{11}\dot{\Theta},
\end{aligned}$$

حيث ان المصفوفة γ تعطى ب

$$\gamma = \frac{g_{\mu\nu}\Gamma^\mu\Pi_0^\nu}{\sqrt{-g_{\mu\nu}\Pi_0^\mu\Pi_0^\nu}}\Gamma_{11}.$$

نلاحظ ان هذه المصفوفة تحقق $\gamma^2 = 1$ [49] وبالتالى فهى تعرف **المسقطات** [50]

$$P_\pm = \frac{1\pm\gamma}{2}.$$

نحسب الآن التغير تحت تأثير التناظر κ للحد الثانى فى الفعل S_2:

$$\delta\Big(-m\int d\tau\bar{\Theta}\Gamma_{11}\dot{\Theta}\Big) = -2m\int d\tau\delta\bar{\Theta}\Gamma_{11}\dot{\Theta}.$$

التغير تحت تأثير التناظر κ للفعل S_2 نفسه يعطى اذن ب

$$\delta S_2 = -4m\int d\tau\delta\bar{\Theta}P_+\Gamma_{11}\dot{\Theta}.$$

هذا ينعدم من اجل التغيرات $\delta\bar{\Theta}$ المعطاة ب

$$\delta\bar{\Theta} = \bar{\kappa}P_-,$$

لان المسقطات P_+ و P_- متعامدة وبالتالى فان جداؤها ينعدم, أما κ فهو سبينور ماجورانا كيفى.

[49] تمرين 10: بين ان $\gamma^2 = 1$ ثم بين ان $P_\pm$ هى مسقطات اى ان $P_\pm^2 = P_\pm$.

[50] projectors.

باب 6

الرياضيات

1.6 الفيزياء العددية و التجربة الافتراضية

1.1.6 الفيزياء العددية

الفيزياء العددية computational physics هي احدى فروع الحاسوبية العلمية scientific computing التى ظهرت و تبلورت خلال ال $40 - 30$ سنة الاخيرة مع التقدم الهائل الذي حصل في التكنولوجيا الرقمية خاصة في الولايات المتحدة الامريكية.

يمكن اعتبار الفيزياء العددية قسم من اقسام الفيزياء النظرية او يمكن اعتبارها جسر يربط بين الفيزياء النظرية و الفيزياء التجريبية و هناك حتي من يعتبرالفيزياء العددية تخصص قائم لخدمة الفيزياء التجريبية لا حسب.

تقليديا هناك مقاربتان متكاملتان, علي الاقل منذ عصر نيوتن, للفيزياء. فهناك من ناحية المقاربة النظرية و من ناحية اخري هناك المقاربة التجريبية. هناك الكثير الان, خاصة من العاملين في هذا المجال و من غيرهم, من يعتبر انه توجد مقاربة ثالثة منفصلة و مختلفة للفيزياء هي المقاربة العددية. من وجهة النظر هذه فان الفيزياء العددية هي حقل منفصل بذاته غير مرتبط بالضرورة بالحقلين النظري و التجريبي. رغم هذا فان وجهة النظر التي سوف نتبناها في هذه المقالة هو الرأي الاول الذي يعتبر ان الفيزياء العددية هو فرع من فروع الفيزياء النظرية.

في الفيزياء العددية يتم مزج عناصر من الفيزياء و خاصة الفيزياء النظرية و عناصر من الرياضيات التطبيقية مثل التحليل العددي مع عناصر من علوم الحاسوب مثل البرمجة من اجل هدف واحد هو حل مسالة فيزيائية معينة ليس لها حل كامل او حل معروف.

اهم استعمالات الكمبيوتر في الفيزياء هو اجراء المحاكيات (جمع محاكاة simulations) العددية. المحاكيات العددية تلائم اكثر المسائل الفيزيائية التي تتحكم فيها معادلات رياضية غير خطية و التي لا تتوفر في معظمها علي حل تحليلي مضبوط. نقطة البدء لاي محاكاة عددية هو نموذج مثالي للجملة الفيزيائية قيد الدراسة و من الطبيعي اننا نريد ان نتأكد ما اذا كان تصرف هذا النموذج منسجم مع المشاهدة او لا في حالة توفر نتائج تجريبية للمقارنة اما في حالة عدم توفر اي نتائج تجريبية فان الهدف هو استشراف ما يمكن ان تعطيه التجربة اذا ما اجريت.

الخطوة الاولي من اجل تحقيق هذا الهدف هو ايجاد خوارزمية algorithm رياضية من اجل انجاز هذا النموذج نظريا و ايضا علي الكمبيوتر. تنفيذ هذا الانجاز علي كمبيوتر هو ما نسميه بالمحاكاة العددية و هو يعتمد علي ترجمة الخوارزمية الرياضية الي شفرة code مكتوبة باحدي لغات البرمجة يمكن للكمبيوتر ان يفهمها.

المحاكيات العددية هي اذن تجارب افتراضية virtual experiments. فمثلا يلعب النموذج الرياضي في المحاكاة العددية بالضبط دور العينة في التجربة المعملية اما الخوارزمية او الشفرة التي تستعملها المحاكاة العددية فهي تقوم بدور جهاز القياس في التجربة المعملية.

قبل البدء في استعمال المحاكاة العددية في الدراسة الفيزيائية فانه علينا القيام بما يسمى المعايرة calibration اى اختبار الشفرة وهذا تماما كما نقوم بمعايرة جهاز القياس في التجربة المعملية قبل البدء في اجراء اي قياس. القياس الذي نقوم به في التجربة المعملية يقابله الحساب الذي تجريه المحاكاة العددية واخيرا نختتم كلا العمليتين بنفس الأمر و هو تحليل المعطيات.

من الواضح جدا و من الطبيعي ان اهم وسائل الفيزياء العددية هي لغات البرمجة. في معظم المحاكيات العددية التي نجدها في الاعمال البحثية الفيزيائية تكتب الشفرات في احدي اللغات المجمعة compiled languages مثل الفورترون FORTRAN او لغة سي C او لغة سى بلاس بلاس C^{++}. في هذه المحاكيات يمكن ايضا عند الحاجة مناداة مكتبات الروتينات العددية numerical subroutines مثل لاباك Lapack و غيره.

استعمال البرمجيات العددية الجاهزة مثل ماتلاب Matlab و ماثيماتيكا Mathematica في هذه المحاكيات العددية, خاصة التي

تعتمد علي طريقة المونتي كارلو Monte Carlo , غير عملي بالمرة لانه يؤدي الي زمن سير طويل جدا للشفرة علي الكمبيوتر و هذا راجع بالخصوص الي كون البرمجيات الجاهزة هي لغات مترجمة interpreted languages و ليست لغات مجمعة.

ليس هناك ادني شك في ان البرمجيات الجاهزة مفيدة للغاية في الحسابات العددية التي لا تعتمد علي التكرار لكنها غير ملائمة تماما في المحاكيات العددية التي تعتمد بالاساس علي تكرار نفس الخطوة عدد هائل من المرات الذى هو روح التجارب الافتراضية التى تعتمد على المونتى كارلو.

2.1.6 التجربة الافتراضية

التجربة الافتراضية هى محاكاة عددية تعتمد بشكل جوهرى على احدى طرق مونتى كارلو. الشئ المشترك فى جميع طرق مونتى كارلو هو مولد الاعداد العشوائية. هذا هو البنزين - العدد العشوائى- للمحرك - طريقة مونتى كارلو-.

كتابة مولدات الاعداد العشوائية التى تنجح و تمر عبر اختبارات الاعداد العشوائية هى فن و علم وتخصص من اغرب ما يكون.

عموما فى محاكياتنا العددية نستخدم مولدات عشوائية معروفة و مشهورة اختبرها الناس منذ عقود مثلا ال ran2 - وهذا الذى استعمله شخصيا- و ranlux - الذى يستخدم فى الكروموديناميك على الشبكة و الذى كتبه الفيزيائى الالمانى الشهير لوشر Luscher- وهناك ايضا ال rand وهو الذى تجدونه على انظمة اللينيكس Linux كاحدى دوال النظام الاصلية وغيرها. كل هذه الطرق تستخدم بشكل او بآخر - لكن ذكى جدا جدا- المولد الخطى المنسجم linear congruent method.

لا احتاج ان اذكركم انه يستحيل رياضيا ان نولد عدد عشوائى. نحن فى الحقيقة نولد عدد شبه عشوائى يتصرف كعدد عشوائى بمعنى انه يمر عبر اختبارات معينة وهذا افضل ما يمكن ان نقوم به. اما الطبيعة فهى تولدهم بسهولة عجيبة.

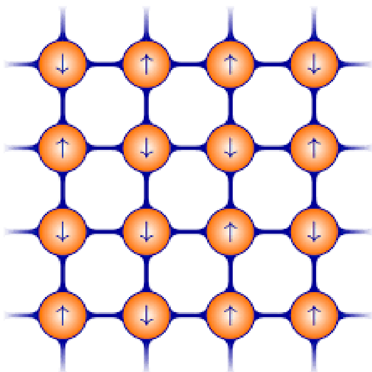
3.1.6 لكن ماهى طريقة مونتى كارلو؟

من يهمه الامر فعليه ان يصبر. سآخذكم فى جولة من الميكانيك الاحصائى الى رياضيات التحليل العددى و نظرية الخوارزميات الى الحاسوبية العلمية ولغات التشفير ثم ارجع بكم الى الفيزياء النظرية - التجريبية - العددية.

اذن من يهمه الامر فليصبر. فالعلم لا يرحم.

نعتبر جملة فيزيائية ذات N درجة حرية او متغير ديناميكى s_i عند درجة حرارة T. مثلا جملة مغناطيسية مشكلة من عزوم لف - سبينات- على شبكة متقطعة. كل عزم لف لا يأخذ الا قيمتين زائد او ناقص واحد.

هذا هو المثال النموذجى الذى يعطى فى مثل هذه الحالات. فى الصورة شبكة لفات فى بعدين للتبسيط او ما يعرف بنموذج ايزينغ فى بعدين.



شكل 1.6: نموذج ايزينغ فى بعدين.

احتمال ان تكون الجملة فى حالة احصائية معينة طاقتها مثلا E_i يعطى باحتمال بولتزمان

$$P_i = \exp(-E_i/kT)/Z.$$

حيث k هو ثابت بولتزمان و Z هى دالة التقسيم التى تعطى بالشرط ان مجموع الاحتمالات P_i يساوى واحد و T هى درجة الحرارة.

ليكن O مقدار فيزيائى ما يأخذ فى الحالة ذات الطاقة E_i القيمة O_i. القيمة المتوسطة لهذا المقدار تعطى ب

$$<O>=\sum_i P_i O_i \ , \ (1).$$

هذا واضح جدا. المتوسط هو كل قيمة يأخذها المقدار مضروبة فى احتمالها ونجمع على جميع القيم.
لكن كيف نحسب المتوسط $<O>$ فى الواقع؟
اهم الطرق و اقواها هى الطرق العددية و اقوى هذه الطرق العددية هى طريقة مونتى كارلو Monte Carlo. واقوى طرق مونتى كارلو هى خوارزمية ميتروبوليس Metropolis. هذه الطريقة هى الاقدم و الاكثر عمومية فى جميع طرق مونتى كارلو. تصبح غير فعالة فقط فى الجمل غير الموضعية $\text{non}-\text{local}$ مثل الجمل الفرميونية fermionic systems و جمل المصفوفات matrix systems.
لكن كيف تعمل بالضبط؟
خطوات طريقة ميتروبوليس:

- الخطوة الاولى: نبدأ من حالة ابتدائية ما نختارها كما نشاء - مثلا التى فى الصورة- طاقتها مثلا E.
- الخطوة الثانية: نبدأ من عزم اللف الاول. نغير قيمته وهذا يسمى اقتراح proposal. نحسب الفرق الناجم فى الطاقة و لنسميه δE. اذا كان هذا الفرق سالب فإننا نقبل هذا التغيير للعزم الاول لانه ادى الى نقصان الطاقة. اى انه نقلنا اقرب الى الحالة الاساسية ذات الطاقة الاقل للجملة.
- الخطوة الثالثة: اذا كان الفرق فى الطاقة من الخطوة السابقة موجب. يعنى اننا ابتعدنا عن الحالة الاساسية للجملة. فانه فى هذه الحالة نقبل الاقتراح لتغيير عزم اللف الاول فقط باحتمال يعطى بالضبط بمعامل بولتزمان كالتالى

$$P=\exp(-\delta E/kT).$$

لكن فى المونتى كارلو كيف نفعل هذا بالضبط؟

نختار عدد عشوائى r منتظم بين الصفر و الواحد ثم نقارن. اذا كان العدد العشوائى اصغر من معامل بولتزمان نقبل الاقتراح. اما اذا كان العدد العشوائى اكبر من معامل بولتزمان نرفض الاقتراح.

- الخطوة الرابعة: نعيد الخطوتين الثانية و الثالثة من احل باقى عزوم اللف فى الشبكة كلها. بعد ان نكمل هذه الخطوة نقول انه قمنا بمسح مونتى كارلو واحد a single Monte Carlo sweep.
- الخطوة الخامسة: نعيد الخطوة الثانية و الثالثة و ايضا الرابعة عدد كبير من المرات - تحددونه فى التجربة الافتراضية- حتى نصل الى ما يسمى التوازن الحرارى thermalization. اى نغير الجملة عدد كافى من المرات حتى نصل الى حالة التوازن. اذا كان للجملة حالة اساسية واذا لم يكن هناك انسدادات obstructions - لا استطيع ان اذكرها الان- فإنه من المؤكد ان هذه الطريقة ستصل بنا الى التوازن الحرارى. أكيد لا شك فى ذلك.

عدديا سوف ترون التوازن الحرارى عن طريق ما يسمى تاريخ مونتى كارلو Monte Carlo history خاصة المقدار الفيزيائى O. انظروا كيف تتصرف قيم O كدالة فى زمن مونتى كارلو. ستجدون انها تتزايد او تتناقص ثم تستقر و تبدأ بالاهتزاز حول قيمة معينة لما تصل الى التوازن الحرارى.

- الخطوة السادسة: نختار حالات للجملة i غير مرتبطة احصائيا - لن اشرح معنى هذه الكلمة الأخيرة هنا- من بين الحالات فى زمن التوازن الحرارى. لنفترض اننا اخترنا مثلا M حالة من هذه الحالات. نحسب قيم المقدار الفيزيائى O_i فى هذه الحالات. ثم نحسب المتوسط الحسابى كالتالى

$$<O>=\frac{1}{M}\sum_i O_i \ , \ (2).$$

المعادلة الاولى اعلاه (1) المحصل عليها من المجموعة القانونية canonical ensemble هى بالضبط المعادلة الثانية اعلاه (2) المحصل عليها من سلاسل ماركوف Marlov chain التى مونتى كارلو حالة خاصة لها.

ايضا للاشارة فإن طريقة ميتروبوليس التى شرحناها اعلاه تحقق عدة خواص اساسية اشهرها التوازن التفصيلى detailed balance.

- لن احكي ايضا كيف نحسب الاخطاء الاحصائية و العشوائية و لن اوضح لكم حتى الفرق بين النوعين. فهذه تتطلب خوارزميات اخرى.

لم يتبقى الا استعمال احدى لغات البرمجة و افضل الفورترون Fortran (لانني قديم) لكن هناك ايضا السي C و افضل منه في هذا العصر هو السي بلاس بلاس $C++$. قلت استعمال احدى هذه اللغات وترجمة الخوارزمية اعلاه الى سابروتينات subroutines في حالة الفورترون او كلاصات classes في حالة ال C ثم ربط كل شيئ ببعضه البعض. وهذا يسمى التنفيذ implementation. ثم عليكم الانجاز execution و الدبياغين debugging و اجراء running الشفرة المحصل عليها على حاسوب و البدء بالمحاكاة simulation.

هنا ينتهي تحالف الفيزياء الاساسية و الرياضيات و الحاسوبية العلمية. ويبدأ دور الفيزياء النظرية - التجريبية التي تسمى الفيزياء العددية.

مع تحياتي و تمنياتي بالحظ الجيد.

ملحوظة: من اراد البرهان على كل هذه الرياضيات و علاقتها بالفيزياء فإنني انصح بالنظر الى كتابي في هذا الشأن المنشور حديثا مع ال World Scientific. فكل شيئ قائم على رياضيات و فيزياء غير هينة. و في رأيي متعة الامر في النهاية هي رؤية البرهان الرياضي التحليلي و البرهان الحسي التجريبي الذي نجريه هنا عن طريق اجراء المحاكاة نفسها.

4.1.6 توليد الاعداد العشوائية

اي حساب مبني على طريقة مونتي كارلو يحتاج الى اعداد عشوائية. الاعداد العشوائية لا يمكن ان تُنتجها الا الطبيعة لكن الحصول عليها صعب جدا و غير متيسر.

البديل هو الاعداد شبه العشوائية التي تُولدها خوارزميات رياضية حتمية. لكن هذه الاعداد ليست عشوائية حقيقة لكنها يجب ان تنجح في المرور عبر عدة اختبارات حتى تصبح مقبولة في الحسابات و لهذا تسمى اعداد شبه عشوائية. هذا امر تقني معقد لن اتكلم عليه اكثر.

الان نحتاج الى مثال للتوضيح.

ابسط مولدات الاعداد العشوائية هي خوارزمية رياضية تعرف بالمولد الخطي المنسجم linear congruential وهو يعمل كالآتي:

-ننطلق من عدد x_0 يسمى البذرة seed اي نقطة الانطلاق.

-نختار عدد a يسمى الضارب multiplier.

-نختار عدد c يسمى الاضافة increment.

-نختار عدد m يسمى الطويلة modulus.

كل الاعداد العشوائية ستكون بالضرورة في المجال بين 0 و m-1 وهي بالضرورة تحتوي على دور, اي تتكرر, كما سنبينه في المثال الحسابي ادناه.

الخطوة الاساسية هو اننا نولد الاعداد شبه العشوائية بالعلاقة الرياضية

$$x_{n+1} = (a.x_n + c) \bmod m.$$

هذه الكتابة تعني أننا نأخذ باقي قسمة العدد $a.x_n + c$ على الطويلة m. اذن الخوارزمية لا تتطلب الا عمليات قسمة بسيطة.

لنأخذ مثلا m=9 و a=2 و c=0 والبذرة $x_0 = 1$.

باقي قسمة $2.x_0$ على 9 هو 2 اذن $x_1 = 2$. باقي قسمة $2.x_1$ على 9 هو 4 اذن $x_2 = 4$. باقي قسمة $2.x_2$ على 9 هو 8 اذن $x_3 = 8$. باقي قسمة $2.x_3$ على 9 هو 7 اذن $x_4 = 7$. باقي قسمة $2.x_4$ على 9 هو 5 اذن $x_5 = 5$. باقي قسمة $2.x_5$ على 9 هو واحد اذن $x_6 = 1$.

نلاحظ ان العدد العشوائي السادس هو نفسه البذرة اي العدد العشوائي الاول و بالتالي سلسلة الاعداد العشوائية ستتكرر من هنا.

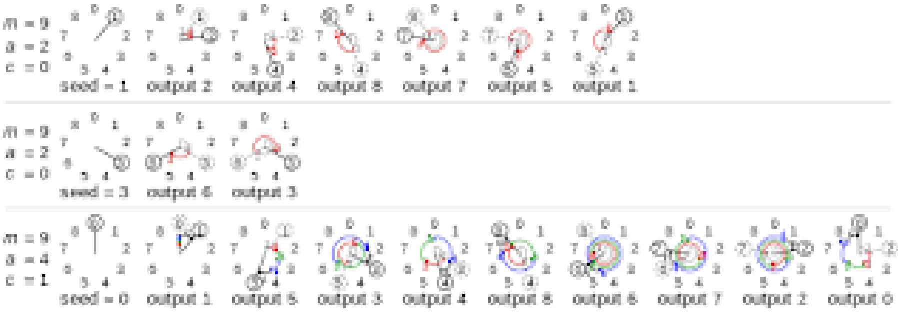
هذا هو ما يسمى بدور المولد العشوائي وهو دائما موجود واقصى قيمة-التي هي الوضعية التي نريدها- يمكن ان يأخذها هي الطويلة m و اذن من الواضح ايضا اننا نريد ان يكون m اكبر قيمة يمكن ان يحملها الكمبيوتر.

بالنسبة للمثال اعلاه تحصلنا اذن على الاعداد شبه العشوائية التالية: 1,2,8,7,5.

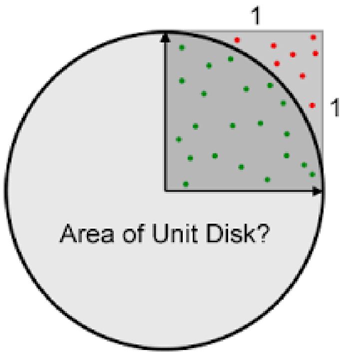
امثلة اخرى عن سلاسل اعداد شبه عشوائية مولدة باستخدام المولد الخطي المنسجم بقيم مختلفة للطويلة و البذرة و الضارب و الاضافة موجودة في الصورة ادناه.

5.1.6 كيف تحسب مساحة الدائرة؟

تصور انك لا تعرف قانون مساحة الدائرة. كيف تفعل اذن لتحسب مساحتها. واضيف اننا لن نعطيك اي مسطرة او خيط. ماذا تفعل حتى تحسب مساحة القرص الدائري الذي في الصورة.



شكل 2.6: المولد الخطى المنسجم للاعداد العشوائية.



شكل 3.6: حساب مساحة الدائرة باستخدام طريقة مونتى كارلو. صورة مأخوذة من http://www.scratchapixel.com.

خذ عددا كبيرا من الاسهم N. مثلا مائة. ويستحسن ان يكون العدد كبيرا. فكلما كان كبيرا كلما كانت دقتك اعظم. أرم الان هذه الاسهم على الحيز اى المربع الذى يحتوى القرص بشكل عشوائى. عشوائى هى الكلمة المفتاح. احسب عدد الأسهم التى تقع داخل القرص. لنسمى هذا العدد N_0. مثلا من المائة سهم ربما عشرة تقع داخل القرص. الان مساحة القرص الدائرى هى متناسبة بالضبط مع النسبة N_0 على N.

ثابت التناسب هو بالضبط مساحة المربع الذى نضع فيه القرص . اذن

$$A = A_0 N_0 / N.$$

الخطأ فى هذا القياس - ويسمى قياس كما يسمى حساب- يتناقص مع N كما واحد على جذر N. اذن هذا الخطأ يذهب الى الصفر لما N يذهب الى مالانهاية.

هذه ابسط طريقة مونتى كارلو Monte Carlo معروفة للانسان و قد كان اخترعها فون نيومان Von Neumann.

اعطيكم تمرين بسيط فى الاخير: كيف يمكن ان نحسب π من هذه الطريقة؟

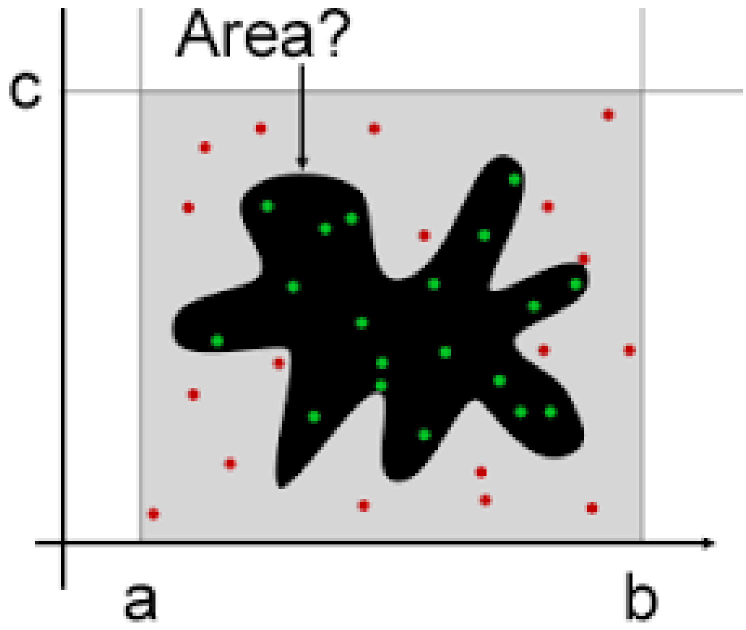
6.1.6 طريقة تصيب-أو-تخيب

العلم و بالخصوص الفيزياء يتبع احد طريقين: اما التجريبي و اما النظري. هذه هى النظرة الكلاسيكية. لكن توقفوا قليلا هناك طريق ثالث تبلور منذ اقل من خمسين سنة ذلك هو الطريق العددى. و هو خلاف التجريبي و خلاف النظرى. هذا الطريق يستعمل الحساب العددى numerical calculation واهم من ذلك يستعمل التجربة الافتراضية virtual experiment على الحواسيب الالكترونية التى يجريها على النماذج الرياضية للفيزياء النظرية.

و ادواته - اى الطريق العددى- هى التحليل العددى, علوم الحاسوب, نظرية الخوارزميات algorithms و التشفير coding و لغات البرمجة, و قبل كل ذلك الفهم الفيزيائى التجريبي و النظرى للمسائل المبحوث فيها. اذن هذا علم لم يعد بالامكان الاستغناء او حتى تصور الاستغناء عنه.

التجربة الافتراضية يعنى محاكيات مونتى كارلو Monte Carlo simulation و محاكيات مونتى كارلو تعنى الاعداد العشوائية.

الان ماهى اهم المسائل التى نريد حلها؟



شكل 4.6: حساب التكاملات باستعمال طريقة تصيب-أو-تخيب.

بكل بساطة حساب التكاملات.

التكاملات التى تحتاجها الفيزياء النظرية هى تكاملات ذات ابعاد هائلة و ربما لانهائية. محاولة حساب هذه التكاملات بالحساب العددى العادى يعنى بكل بساطة ان الخطأ المرتكب يزداد مع البعد - بعد التكامل- بشكل هائل بالضبط مثل

$$1/n^{1/d},$$

حيث n هو عدد الخطوات و d هو البعد. اذن عندما يزداد البعد, يزداد عدد الخطوات اكيد, لكن فى نفس الوقت يزداد الخطأ.

الحل من هذه الورطة هو طريقة مونتى كارلو التى يكون فيها الخطأ المرتكب مهما كان بعد التكامل هو واحد على الجذر التربيعى ل n اى

$$1/\sqrt{n}.$$

هل ترون و تعون الفرق الهائل بين الحالتين اى المعادلتين اعلاه!!!

كمثال لنعتبر تكامل الدالة $f(x)$ من a الى b. ابسط طرق مونتى كارلو لحساب هذا التكامل هى طريقة تصيب- او- تخيب miss-or-hit للعبقرى فون نيومان Von Neumann وتعتمد على الآتى:

- حدد القيمة الاعظمية c ل $f(x)$.
- ارسم مستطيل حول السطح الذى تحدده الدالة طوله $b-a$ و عرضه c.
- اختر n زوج من الاعداد العشوائية (x_i, y_i) حيث x_i بين 0 و $b-a$ و y_i بين 0 و c.
- احسب عدد الازواج $n_{\rm in}$ التى تقع داخل السطح.
- التكامل اذن يعطى -وهذه يمكن ان نبرهن عليها- ب

$$I=(b-a)c\frac{n_{\rm in}}{n}.$$

اذن التكامل متناسب, او بالاحرى يحدده بالكامل, عدد الاعداد العشوائية التى لو رميناها على المستطيل لوقعت داخل السطح الذى يحدده منحنى الدالة. ومن هنا اتت التسمية: ان - تصيب- او- تخيب.

ومن يريد ان يجرب, ولا يحتاج الى حاسوب فى الحقيقة, فليفعل. لكن عليه ان يستعمل اعداد عشوائية والا فان الامر لن ينجح.

7.1.6 مبرهنة شيبيشاف و خوارزمية ريماز

أقدم مبرهنة من اعمق ما يكون و ايضا افيد ما يكون وكذلك قمة فى الاناقة و اللباقة. نأخذ دالة f على مجال مغلق ونعتبر عدد حقيقي كيفى صغير e.

مبرهنة وايسنراس Weierstrass تنص على أنه مهما كانت الدالة f و مهما كان العدد الحقيقي e فانه يمكننا تقريب الدالة f بكثير حدود من الدرجة n نرمز له مثلا ب P_n بحيث ان المسافة بين الدالة f و كثير الحدود P_n اصغر من e الذى يمكن ان نختاره صغير كما نريد.

اذن الدالة يمكن تقريبها باى دقة نريد بكثير حدود. وتذكروا انه ليس هناك ابدا دوال اسهل من كثيرات الحدود فى التعامل تحليليا و عدديا.

ربما يتسائل بعضكم: نحن نعرف كيف نقيس المسافة بين النقاط لكن كيف نقيس المسافة بين الدوال؟.

المسافة بين دالتين التى تستخدمها المبرهنة اعلاه هى ما يسمى معيار norm شيبيشاف Chebyshev الذى يساوى القيمة المطلقة الاعظمية للفرق بين الدالتين. نقول ان فضاء كثيرات الحدود هو كثيف dense فى فضاء الدوال المستمرة بالنسبة لمعيار شيبيشاف.

عندما نقرب الدالة f بكثير حدود P_n من الدرجة n فاننا نرتكب خطأ هو بالضبط القيمة المطلقة للفرق بين f و P_n.

نصل الآن الى واحد من اعظم مبرهنات الرياضيات : مبرهنة شبيشاف.

من اجل كل درجة n يوجد كثير حدود وحيد P_n يقرب الدالة f بحيث يكون الخطأ اصغرى اذا وفقط اذا اخذ الخطأ قيمته المطلقة الاعظمية فى $n+2$ نقطة و بحيث تهتز اشارة الخطأ بين هذه القيم الحدية.

الرياضيون وكذلك الفيزيائيون النظريون يحبون الوجود وكذلك الوحدانية!!.

اذن عرفنا ان تقريب الدالة بكثير حدود موجود و اكثر من هذا عرفنا ان هذا التقريب هو وحيد بخطأ اصغرى والشرط الضرورى و الكافى هو ان يأخذ الخطأ المرتكب قيمه العظمى و الصغرى فى عدد محدد من النقاط و بحيث اشارته تهتز بين هذه النقاط.

هذه المبرهنة هى الاساس لكل خوارزميات التقريب المينيماكس minimax approximation algorithms و اقوى هذه الخوارزميات هى خوارزمية ريماز Remez algorithm.

هذه الخوارزميات تسمح لنا بتفادى حساب دوال معقدة جدا - قد يكون حسابها مكلف عدديا- و تعويض ذلك بحساب التقريب بكثير حدود خاصة ان هذا التقريب موجود ووحيد و يحقق خواص ممتازة منها ان الخطأ اصغرى و يهتز فى مجال محدد بين قيمه الحدية. وهذه احدى كرامات الرياضيات.

8.1.6 كيف تقلب مصفوفة بالفعل دون ان تقلبها حقيقة

لتكن A مصفوفة موجبة و متناظرة بعدها n. وليكن v شعاع ما. المطلوب هو ايجاد الشعاع x الذى يحقق المعادلة

$$A.x = v. \tag{1.6}$$

الحل معروف يتطلب قلب المصفوفة A ويعطى ب

$$x = A^{-1}v. \tag{2.6}$$

لكن قلب المصفوفات عمل معقد جدا من الناحية التحليلية و العددية و هو يكلف فى افضل الخوارزميات زمن متناسب مع n^3 من اجل مصفوفة بعدها n.

البديل هو طريقة التدريج المرافق conjugate gradient method التى سوف تعطى لنا الحل x وكأننا قلبنا المصفوفة A بالفعل دون ان نحتاج ان نقلب حقيقة المصفوفة A.

هذه الخوارزمية بدون برهان تعطى كالاتى:

- نختار نقطة انطلاق معينة x_0 كما نشاء.
- نحسب ما يسمى بالباقى فى هذه النقطة الذى يعطى بالعلاقة

$$r_0 = v - A.x_0.$$

نختار اتجاه البحث الاول بالعلاقة

$$p_1 = r_0.$$

• الحل الاول يعطى اذن ب

$$x_1 = x_0 + s_1.p_1,$$

حيث ان المعامل s_1 يعطى ب

$$s_1 = \frac{p_1 r_0}{p_1 A p_1}.$$

• نحسب الباقى الثانى و نختار اتجاه البحث الثانى بالعلاقتين

$$r_1 = v - A.x_1,$$

و

$$p_2 = r_1 - \lambda p_1,$$

حيث ان المعامل λ يعطى بالعلاقة

$$\lambda = \frac{p_1 A r_1}{p_1 A p_1}.$$

• الحل الثانى يعطى اذن بالعلاقة

$$x_2 = x_1 + s_2.p_2,$$

حيث ان المعامل s_2 يعطى ب

$$s_2 = \frac{p_2 r_1}{p_2 A p_2}.$$

• نكرر على كل اشعة البحث p_i كما يلى

$$r_i = v - A.x_i,$$

$$p_{i+1} = r_i - \lambda p_i \ , \ \lambda = \frac{p_i A r_i}{p_i A p_i}.$$

$$x_{i+1} = x_i + s_{i+1}.p_{i+1} \ , \ s_{i+1} = \frac{p_{i+1} r_i}{p_{i+1} A p_{i+1}}.$$

• نكرر حتى يقترب الحل المحصل عليه بهذه الطريقة من الحل الحقيقى بأى دقة نختارها. نحن نعرف اننا اقتربنا من الحل الحقيقى من مراقبة قيمة الباقى التى عندما تصغر بما فيه الكفاية يمكن ان نتوقف.

من المؤكد ان هذه الطريقة ستقترب من الحل و بسرعة كبيرة جدا. لكن لاحظ اننا لم نقلب حقيقة المصفوفة A. أما البرهان على كل هذا فيمكننى ان اعطيه لمن يسأل او لمن شك!!!. وكما دائما اقول الفهم الحقيقى لا يتأتى الا بالبرهان الحقيقى.

هذا المثال هو من افضل ما اعرف عن الفرق بين ماهو واقع بالفعل -وكأننا قلبنا المصفوفة هنا- وما هو واقع فى الحقيقة -عدم قلبها حقيقة-.

9.1.6 طريقة الحل المتوسط

ونأخذ مسألة رياضية ذات ابعاد فلسفية. و هى مسألة معروفة على نطاق واسع فى كتب الرياضيات و الفيزياء العددية لكننى اتوقع بشدة ان تكون مفيدة للكثيرين من المهتمين بالرياضيات و الفيزياء. وهى كما سترون لها ربما ايضا انعكاس فلسفى ولهذا فاننى ترجمتها ب (طريقة الحل الوسط).

نتصور أنه عندنا دالة y=f(x) مثلا ذات المنحنى فى الصورة. دالة مهما كانت و نفترض فقط انها دالة رتيبة monotonic فى المجال وبالتالى فهى تتمتع بحل هناك.

لنفترض ان حل هذه الدالة هو x_0 وهى النقطة التى تنعدم فيها الدالة. اى النقطة التى يقطع فيها منحنى الدالة محور السينات. انظر النقطة الحمراء فى الصورة.

الهدف هو ايجاد هذا الحل x_0. الدالة f(x) معقدة جدا الى الحد انه لا يمكننى قلبها و ايجاد هذا الحل بسهولة او ربما يستحيل ان نقلبها اصلا لنجد الحل (و هى فى الحقيقة الحالة المعتادة وهذا هو الوضع فى الفيزياء و الرياضيات فما بالك بالفلسفة).

كيف الطريق لايجاد هذا الحل اذن ؟

هناك طريقة قديمة جدا و قوية جدا (لا تفشل ابدا) لكنها بطيئة للوصول الى الحل (لكن هذا لا يهمنا). فكل ما يهمنا ويهم كل مبتدئ غير مختص ان يجد الحل و لا يهم ان الطريقة هى من ابطأ الطرق و يكفيه انها من انجع الطرق.

هذه الطريقة تسمى طريقة التنصيف bisection و بعضهم يسميها طريقة الديكوتومى dichotomy او الجدلية. و التنصيف او الجدلية تعنى ايجاد الحل بطريقة تنطوى على التنافى exclusive و الشمولية exhaustive. فهذه هى الجدلية فهى اما هذا او ذلك فى الخطوة الاولى. ثم فى الخطوة الموالية اما هذا او ذلك. وهكذا. حتى نصل الى الحل يقينا بعد عدد معين من التكرار.

هذه الطريقة قررت ان اسميها الآن طريقة الحل الوسط. فهى فعلا هذا ما تعنيه. وكل هذه ترجمات شخصية (التنصيف, الجدلية, الديكوتومى و طريقة الحل الوسط) ولانها كلها ترجمات شخصية فيحق لى اخذ روح المبادرة و اقتراح الترجمة الافضل و هى اظن هذه: طريقة الحل الوسط.

اذن نبدأ بالبحث عن نقطتين للدالة دعنا نسميهما a و b يحققان شرطا واحدا و وحيدا وهو ان اشارة الدالة فى النقطة a هى عكس اشارة الدالة فى النقطة b وكأنهما نقطتان متضادتان.

اذن اذا كانت f(a) وهى قيمة الدالة فى النقطة a موجبة فان f(b) وهى قيمة الدالة فى النقطة b تكون سالبة. أو العكس. نفترض للتوجيه الحالة الاولى اى ان f(a) موجبة و ان f(b) سالبة كما فى الصورة. نكتب هذه العلاقة الجدلية (هذه هى الديكوتومى) كما يلى

$$f(a).f(b) < 0.$$

اى ان مضروب قيمة الدالة فى النقطة الاولى a و قيمة الدالة فى النقطة الثانية b سالب.

اصعب خطوة فى هذه الخوارزمية هى فى الحقيقة ايجاد هاتين النقطتين. بعد ايجاد هاتين النقطتين. نأخذ المنتصف (وهذا هو التنصيف) الذى يساوى a+b تقسيم 2. لنسمى هذا المنتصف c اى

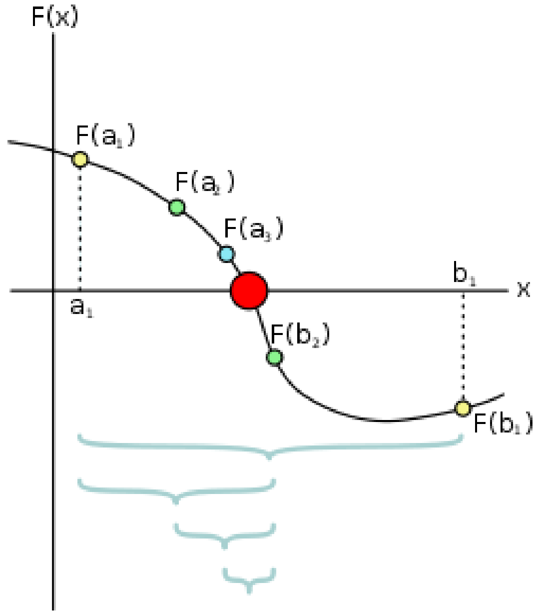
$$c = \frac{a+b}{2}.$$

اذا كانت قيمة الدالة فى المنتصف موجبة فاننا نعوض النقطة الاولى a التى كانت فيها الدالة موجبة بالمنتصف c لانه اقرب الى الحل. واذا كانت قيمة الدالة فى المنتصف سالبة فاننا نعوض النقطة الثانية b التى كانت فيها الدالة سالبة بهذه القيمة الجديدة c لانها هى الاقرب للحل. هل ترون ذلك؟

اذن الجدلية و التنصيف أخذانا اقرب الى الحل من هنا او من هناك بدون شك. اذن لدينا مجال جديد اصغر من المجال الاول [a,b] هو اما [a,c] او [c,b] يحتوى الحل يقنيا الذى مازلنا لا نعرفه لكننا ضيقنا عليه الخناق. نمارس التنصيف مرة اخرى. ثم نمارس الجدلية مرة اخرى. فنضيق المجال على الحل مرة ثانية. وهكذا. حتى نصل الى الحل.

وهذه من اقدم الطرق و هى اقل الطرق فعالية فهى تستهلك وقتا طويلا (اى عدد تنصيفات كبير) بالمقارنة مع غيرها. لاننا نقسم المجال على النصف كل مرة فان الخطأ (كم يبعد الحل التقريبى عن الحل الحقيقى) ينصف هو الآخر. نقول رياضيا ان طريقة التنصيف او الديكوتومى او طريقة الحل الوسط تتميز بمعدل تقارب convergence rate خطى linear وهو ابطأ من مثيلاتها من الطرق الاخرى التى تستطيع ان تحل نفس المسألة (مثلا طريقة نيوتن-رافسون Newton – Raphson method) بشكل اسرع لأن معدل تقاربها تربيعى quadratic.

ورغم ان هذه الطريقة هى اقدم الطرق و ربما اقلها فعالية فهى الطريقة الوحيدة التى لا يمكن ان تفشل ابدا فهى ستصل الى الحل يقينا اذا عرفنا تطبيق الجدلية و التنصيف بشكل صحيح. وهذه هى طريقة الحل الوسط. فالحل الصحيح هو فى الوسط بين النقاط المتضادة.



شكل 5.6: طريقة الحل الوسط او التنصيف.

2.6 مبرهنة كوشى

هذه ملاحظة صغيرة لكن مفيدة جدا. شخصيا دائما استعملها ثم انساها ثم اعاود البحث عنها و هكذا. ربما لن انساها هذه المرة بعد ان اكتبها هنا.

نأخذ دالة $f(z)$ فى المستوى المركب. نفترض ان للدالة قطب z_0 من الدرجة m اى نقطة تتباعد عندها الدالة اى تذهب الى مالانهاية.

فى مثل هذه المواضيع من المؤكد الذى ليس فيه شك انك ستضطر الى مكاملة الدالة f حول القطب. وعندما تضطر الى هذا و هو مؤكد كما قلت فانك ستضطر الى استخدام مبرهنة كوشى Cauchy theorem لانه ليس لك خيار و عند استعمال هذه الاخيرة فانك ستحتاج فيها الى حساب المتبقى residue عند القطب z_0. هذا المتبقى الذى نرمز له ب a_{-1} يعطى بالعلاقة التالية فى الصورة الاولى. احتفظوا بها عندكم أكيد ستحتاجونها اذا كنتم نظريين من النوع الذى يمارس النظرى و ليس يتأمله.

$$a_{-1} = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{d\, z^{m-1}} \left[(z - z_0)^m f(z)\right]_{z=z_0}.$$

شكل 6.6: المتبقى a_{-1} حول القطب z_0 من الرتبة m.

قيمة تكامل الدالة حول منحنى مغلق C يحيط بالقطب z_0 يساوى بالضبط المتبقى مضروب فى الثابث $2\pi i$ حيث i هو العدد التخيلي البحت. اذا كان المتبقى من الترتبة واحد فان التكامل يمكن اعادة كتابته كما فى الصورة الثانية. وهذه هى مبرهنة كوشى و هذه هى قوة التحليل المركب.

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_C \frac{f(z)}{z - z_0} dz.$$

شكل 7.6: مبرهنة كوشى من اجل قطب z_0 من الرتبة واحد.

اذن حتى ألخص ما قلته اقول: عندما تواجهون تكاملا مركبا شكله مرعب حافظوا فقط على هدوءكم وتمالكوا انفسكم واستخدموا

مبرهنة كوشى. أما اذا كان التكامل حقيقيا - وهذا الذى يرعبنى حقا- فأنتم و حظكم. حاولوا ان تقوموا فى هذه الحالة بما يسمى الاستمرار التحليلى analytic continuation اى تحولوا التكامل من حقيقى الى مركب ثم استعملوا مرة اخرى مبرهنة كوشى.

اذن حافظوا دائما على هدوءكم و استخدموا قليلا من مبرهنة كوشى.

3.6 الحاسوبية الكمومية

الحاسوبية الكمومية quantum computation هى المقابل للحاسوبية الكلاسيكية classical computation التى تدرس فى تخصصات علوم الحاسوب و هندسة الحاسوب التى تسمى عندنا فى الجزائر بالاعلام الآلى و الالكترونيك.

اول من كتب فى هذا المجال هو فيزيائى, وليس أى فيزيائى, الفيزيائى النظرى الشهير فايمان Feynman فى الثمانينات.

فى الحاسوبية الكلاسيكية نعتمد على منطق بول boolean logic و على البوابات المنطقية NOT ,OR ,AND و غيرها وعلى النموذج الرياضى المسمى آله تورين Turing machine للحاسوب وعلى الخوارزميات الرياضية الكلاسيكية التى هى كلها خوارزميات حتمية.

اول شيئ يميز الحاسوبية الكمومية هو تعاملها بالاضافة الى 0 و 1, اى يمر التيار أو لا يمر التيار, مع اى تركيب خطى ل 0 و 1 والذى يكتب على الشكل

$$|\psi>= a|0> +b|1>,$$

حيث a و b هى اى اعداد مركبة.

اذن البت bit الكلاسيكى الذى يختزن المعلومة و يمكن ان يكون فى حالتين فقط يتم تعويضه بالبت الكمومى أو الكيوبت qubit الذى يمكن ان يكون فى عدد غير منته من الحالات. نستغل التلاحم coherence الكمومى للحالة $|\psi>$ لتخزين المعلومات بينما يجرى الحساب عبر البوابات المنطقية الكمومية التى هى بخلاف البوابات المنطقية الكلاسيكية هى كلها بوابات عكسية reversible لانها تمثل بمصفوفات احادية unitary. هناك عدد غير منته من هذه البوابات الكمومية أغلبها ليس له نظير كلاسيكى.

اما قراءة النتيجة read − out بعد انتهاء الحساب فهذا يتم فى الحاسوبية الكمومية عبر اجراء قياس measurement تنهار به الحالة الكمومية الى حالة ذاتية.

هناك ايضا خوارزميات كمومية محضة اشهرها على الاطلاق هى خوارزمية شور Shor's algorithm التى يمكن أن تفكك اى عدد طبيعى مهما كان ضخما الى اعداده الاولية فى وقت كثير حدود polyonomial time عكس اقوى الخوارزميات الكلاسيكية المتوفرة المستعملة الان التى تحل نفس المسألة فى وقت أسى exponential time.

4.6 درسان قصيران فى الهندسة التفاضلية و نظرية الزمر

1.4.6 الهندسة التفاضلية و الطوبولوجيا

المتشعب

بالتعريف المتشعب manfiold هو فضاء يشبه فى جوار اى نقطة منه الفضاء الاقليدى R^n.

لنذكر ان R^1 هو الخط و R^2 هو السطح و R^3 هو الحجم وهكذا.

حد boundary اى متشعب M بعده n هو متشعب آخر بعده $n-1$ نرمز له ب ∂M.

مثلا حد القطعة المستقيمة هما نقطتا البداية و النهاية وحد القرص هو الدائرة المحيطة به.

نأخذ مباشرة بعض الامثلة.

-الكرة sphere فى بعد n و نرمز لها ب S^n. من اجل $n=1$ نحصل على الدائرة ومن اجل $n=2$ نحصل على الكرة التى نعرفها.

-الفضاءات الاسقاطية المركبة complex projective spaces و نرمز لها ب CP^n.

-الفضاءات الاسقاطية الحقيقية real projective spaces و نرمز لها ب RP^n.

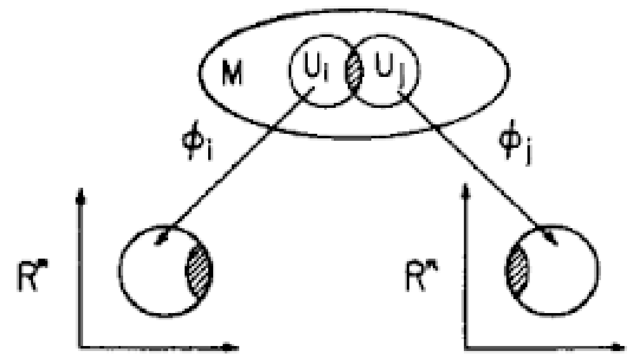
الفضاء الاسقاطى الحقيقى RP^n هو الكرة حيث كل نقطتان متعاكستان قطبيا antipodal نعتبرهما نفس النقطة. أما الفضاء الاسقاطى المركب CP^n فهو أكثر اهمية و نترك تعريفه الى فرص اخرى.

ومن الامثلة ايضا على المتشعبات.

-متشعبات الزمر group manifolds كمثال نأخذ الزمرة $SU(2)$. عناصر الزمرة $SU(2)$ هى جميع المصفوفات 2×2 التى تحقق شرط الاحادية $gg^+=g^+g=1$ و لها محدد يساوى واحد $\det g=1$. يمكن ان نبين بدون صعوبة كبيرة ان الزمرة $SU(2)$ هى بالضبط الكرة S^3.

جمل الاحداثيات

دوما ما نستعمل على المتشعبات ما يسمى جمل الاحداثيات coordinate systems.
نفترض اولا انه لدينا غطاء covering للمتشعب يعطى بالمجموعة $\{U_i\}$.
المجموعة U_i تسمى جوار neighborhood وهى جزء من R^n او C^n تغطى المتشعب حول نقطة ما. ليكن ϕ_i تطبيق من U_i الى R^n. هذا التطبيق هو جملة الاحداثيات فى الجوار U_i.
ليكن U_j جوار آخر مع تطبيق مرفق آخر ϕ_j.
نفترض ان الجوارين U_i و U_j متقاطعان. انظر الصورة.



شكل 8.6: جملتا الاحداثيات U_i و U_j حول النقطة p.

التحويل من الاحداثيات ϕ_i الى الاحداثيات ϕ_j فى التقاطع $U_i \cap U_j$ يعطى بدالة الانتقال transition function

$$\phi_{ji} = \phi_j.\phi_i^{-1}.$$

هذه الدالة يجب ان تنتمى الى C^∞ بمعنى انها قابلة للاشتقاق عدد غير منتهى من المرات اى ان كل مشتقاتها من كل الرتب هى دوال مستمرة.
اذا كانت ϕ_{ji} دالة حقيقية فان المتشعب حقيقى تحليلى real analytic manifold.
أما اذا كانت ϕ_{ji} مركبة هولومورفية holomorphic فان المتشعب يسمى متشعب مركب complex manifold.
نأخذ كمثال الكرة S^2.
ليكن U_1 الجوار الذى يغطى النصف الشمالى للكرة و ليكن U_2 الجوار الذى يغطى النصف الجنوبى للكرة. نُعرف $z = x + iy$. فى هذه الحالة دالة الانتقال على التقاطع $U_1 \cap U_2$ تعطى ب

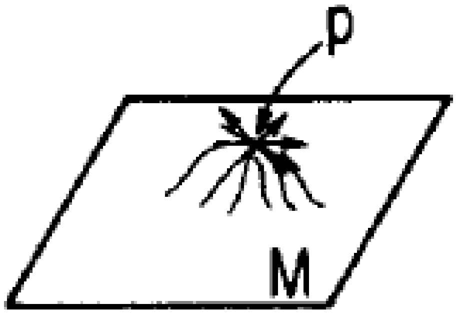
$$\phi_{12}(z) = \frac{1}{z}.$$

من الواضح اذن ان الكرة متشعب مركب.

الفضاءات الشعاعية المماسة و المماسة المرفقة

المتشعب هو اذن فضاء منحنى ببعد كيفى يشبه موضعيا الفضاء الاقليدى.
اهتمامنا بهذا الجسم الرياضى راجع لكون الاغلبية الساحقة من الفضاءات التى تظهر فى الفيزياء النظرية (واولها الفضاء-زمن نفسه) هى من الناحية الرياضية متشعبات و اذن ليس لدينا خيار. لكن يبقى التعامل مع المتشعب صعب جدا.
أحد اهم الطرق فى التعامل هى جمل الاحداثيات والتى شرحناها الى حد ما فى الفقرة السابقة.
لكن افضل من هذا هى فكرة الفضاءات الشعاعية.
المتشعب ليس بفضاء شعاعى.
لكن المماس له فى كل نقطة منه هو فضاء شعاعى بعده هو بالضبط بعد المتشعب. هذا الفضاء الشعاعى يسمى الفضاء الشعاعى المماس.
اذا كان المتشعب يرمز له ب M فان الفضاء الشعاعى المماس tangent vector space فى النقطة p يرمز له ب $T_p(M)$.

فكروا مثلا فى منحنى- هذا هو المتشعب- وفكروا فى المماس لهذا المنحنى فى اى نقطة منه-هذا هو الفضاء الشعاعى المماس-. انظر الصورة.



شكل 9.6: الفضاء الشعاعى المماس فى النقطة p.

لان المماس يأتى من الاشتقاق فان أساس الفضاء الشعاعى المماس يعطى بالمشتقات الاتجاهية directional derivatives

$$E_i = \frac{\partial}{\partial x_i}.$$

هناك فضاء شعاعى مماس آخر للمتشعب يسمى الفضاء الشعاعى المماس المرفق cotangent vector space ويرمز له ب $T_p^*(M)$. هذا الفضاء هو الفضاء الشعاعى الثنوى dual للفضاء الشعاعى المماس $T_p(M)$. و الثنوى يمكن فهمه هنا بشكل تقريبى على أنه المعكوس.

أما التعريف الرياضى فيعطى بالجداء السلمى scalar product بين اساس $T_p(M)$ الذى رمزنا له اعلاه بالاشعة E_i و اساس $T_p^*(M)$ الذى سنرمز له بالاشعة e^i الذى يعطى بالعبارة

$$(E_i, e^j) = \delta_i^j.$$

الرمز δ_i^j يُعطى رمز كرونكر Kronecker اى واحد لما يتساوى الدليلان $i = j$ وصفر اذا لم يتساوى الدليلان.

عموما عندما نختار الاساس E_i بالاشتقاقات الاتجاهية $\partial/\partial x_i$ كما فعلنا اعلاه فاننا نختار الاساس e^i بالتفاضلات التامة dx_i أى أن

$$e^i = dx^i.$$

اذن عناصر $T_p(M)$ هى الاشعة

$$V = v^i \frac{\partial}{\partial x_i}.$$

أما عناصر $T_p^*(M)$ فهى الاشعة المرفقة

$$U = u_i dx^i.$$

الدليل الشعاعى يسمى متغاير عكسى contravariant اما الدليل الشعاعى المرفق فيسمى متغاير covariant و تذكروا هذه المصطلحات من النسبية.

نأخذ مثال الميكانيك التحليلى. المتشعب هو فضاء التمثيلات $\{q^i\}$. فضاء السرعات $\{\dot{q}^i\}$ هو الفضاء الشعاعى المماس بأساس $\partial/\partial q^i$. اما فضاء كميات الحركة $\{p_i\}$ فهو الفضاء الشعاعى المماس المرفق باساس dq^i.

يمكننا ايضا ان نعرف التنسورات tensors على انها التعميم المباشر للاشعة و الاشعة المرفقة. فتنسور ب l دليل متغاير و k دليل متغاير عكسى يعطى بالجداء التنسورى tensor product

$$W_{(l)}^{(k)} = w_{j_1 \dots j_l}^{i_1 \dots i_k} \frac{\partial}{\partial x^{i_1}} \otimes \dots \otimes \frac{\partial}{\partial x^{i_k}} \otimes dx^{j_1} \dots \otimes dx^{j_l}.$$

الاشكال التفاضلية

الاشكال التفاضلية differential forms لمتشعب بعده n فى الصورة.

$$\begin{array}{ll}
C^\infty(\Lambda^0) = \{f(x)\} & \text{dimension} = 1 \\
C^\infty(\Lambda^1) = \{f_i(x)\,dx^i\} & \dim = n \\
C^\infty(\Lambda^2) = \{f_{ij}(x)\,dx^i \wedge dx^j\} & \dim = n(n-1)/2! \\
C^\infty(\Lambda^3) = \{f_{ijk}(x)\,dx^i \wedge dx^j \wedge dx^k\} & \dim = n(n-1)(n-2)/3! \\
\vdots & \vdots \\
C^\infty(\Lambda^{n-1}) = \{f_{i_1 \ldots i_{n-1}}\,dx^{i_1} \wedge \cdots \wedge dx^{i_{n-1}}\} & \dim = n \\
C^\infty(\Lambda^n) = \{f_{i_1 \ldots i_n}\,dx^{i_1} \wedge \cdots \wedge dx^{i_n}\} & \dim = 1.
\end{array}$$

شكل 10.6: الاشكال التفاضلية لمتشعب بعدد n من الأبعاد.

رتبة order هذه الاشكال تذهب من الرتبة صفر -اى الدوال العادية- الى الرتبة n و هو الشكل الحجمى volume form على المتشعب.

هذه الاشكال التفاضلية هى التى ستلعب دورا محوريا فى اى نظرية حقل ذات تناظر معيارى gauge symmetry مثلا الحقل الكهرومغناطيسى. فالحقل الكهرومغناطيسى A هو شكل تفاضلى من الرتبة 1. وشدة الحقل اى-F ما يسمي بالحقل الكهربائى و الحقل المغناطيسى- فهو شكل تفاضلى من الرتبة 2 وهكذا. و فى مرحلة معينة لا يمكن تدريس النظرية المعيارية gauge theory بدون الاشكال التفاضلية.

مثلا عندما نصل فى نظرية الوتر الى براينات دريشلى Drichlet branes فانه لا يمكننا ان نستعمل غير لغة الاشكال التفاضلية لان درجة التعقيد لا تسمح لنا بغير ذلك.

الجداء الخارجى

نعرف الآن الجداء الخارجى exterior derivative لكارطان Cartan بين الاشكال التفاضلية الاولى على انه الجداء التنسورى الضدتناظرى antisymmetric المعطى ب

$$dx \wedge dy = \frac{1}{2}(dx \otimes dy - dy \otimes dx) = -dy \wedge dx.$$

ناتج الضرب هو شكل تفاضلى من الرتبة الثانية او الشكل-الثانى $\text{two} - \text{form}$ اختصارا.

اذن الضرب الخارجى للاشكال-الاولى يعطى الاشكال-الثانية.

كما ان الاشكال-الاولى تعبر عن الطول اللامتناهى فى الصغر فان الاشكال-الثانية تعبر عن المساحة اللامتناهية فى الصغر.

يمكن ايضا تكوين الاشكال التفاضلية الثالثة او الاشكال-الثالثة باخذ الجداء الخارجى للاشكال-الاولى و الاشكال-الثانية.

بصفة عامة يسمح لنا الجداء الخارجى لكارطان بتكوين الاشكال التفاضلية من الرتبة $p+q$ بضرب الاشكال من الرتبة p مع الاشكال التفاضلية من الرتبة q.

الاشكال التفاضلية هى اجسام رياضية مرتبطة بحقول التنسورات المتغيرة الضدتناظرية antisymmetric covariant tensor fields اى انها تنتمى الى الفضاء

$$T_p^*(M) \wedge .... \wedge T_p^*(M).$$

اذا كان Λ^p هو فضاء التنسورات المتغايرة الضدتناظرية فان فضاء الاشكال التفاضلية F من الرتبة p هو $C^\infty(\Lambda^p)$ اى هى العناصر من الشكل

$$F = \sum_{i_1} ... \sum_{i_p} F_{i_1...i_p} dx^{i_1} \wedge .... \wedge dx^{i_p}.$$

على متشعب بعده n يمكن ان تأخذ الرتبة p القيم من 0 (وهى الدوال العادية) الى القيمة $p=n$ وهو الشكل الحجمى على المتشعب المعرف ب

$$dV = dx^1 \wedge dx^2 .... \wedge dx^n.$$

انظر الصورة مرة اخرى.
فضاء التنسورات المتغايرة الضدتناظرية Λ^p هو فضاء شعاعى بعده

$$\frac{n!}{p!(n-p)!}.$$

خلاصة

المتشعب ونرمز له ب M هو اذن فضاء منحنى يشبه الفضاء الاقليدى موضعيا اى فى كل نقطة منه.
مثال مشهور الكرة. مثال آخر اشهر الفضاء-زمن.
الفضاء الشعاعى المماس و نرمز له ب $T_p(M)$ هو فضاء شعاعى يمس المتشعب M فى النقطة p. اساس هذا الفضاء الشعاعى يعطى بالمشتقات الجزئية الاتجاهية $\partial/\partial x^i$. هذه المشتقات تعرف حقل شعاعى على المتشعب لان اى شعاع v فى $T_p(M)$ يعطى ب

$$v=\sum_i v^i\frac{\partial}{\partial x^i}.$$

الاعداد v^i هى اعداد مركبة اى فى C وهى تعطى مركبات الشعاع v.
الفضاء الشعاعى المماس المرفق و نرمز له ب $T_p^*(M)$ هو فضاء شعاعى ثنوى للفضاء الشعاعى المماس $T_p(M)$.
ثنوى يعنى بكل بساطة ان عناصر $T_p^*(M)$ هى داليات خطية linear functional من الفضاء $T_p(M)$ الى الاعداد المركبة. هذا الفضاء هو ايضا فضاء شعاعى يعطى اساسه بالتفاضلات التامة dx^i. هذه التفاضلات التامة تعرف داليات خطية من $T_p(M)$ نحو C تعطى بالضبط بالجداء السلمى

$$(\frac{\partial}{\partial x^i},dx^j)=\delta_i^j.$$

اى عنصر u فى $T_p^*(M)$ يمكن نشره فى الاساس dx_i كما يلى

$$u=\sum_i u_i dx^i.$$

الاعداد المركبة u_i هى مركبات u.
عناصر الفضاء الشعاعى المماس $T_p(M)$ تسمى حقول شعاعية او اشعة اختصارا ومركباتها v^i تحمل دليل علوى يسمى متغاير عكسى.
اما عناصر الفضاء الشعاعى الثنوى $T_p^*(M)$ فتسمى الاشكال التفاضلية من الرتبة الاولى او الاشكال-الاولى $\mathrm{one-forms}$ اختصارا ومركباتها u_i تحمل دليل سفلى يسمى متغاير.
انطلاقا من الاشعة و من الاشكال-الاولى يمكننا تعريف اى تنسور من الرتبة $k+l$ على انه جسم رياضى T يحمل k دليل متغاير و l دليل متغاير عكسى نرمز له او بالاحرى لمركباته ب $T_{i_1...i_k}^{j_1...j_l}$ اى انه عنصر فى الفضاء الشعاعى الذى نحصل عليه بالضرب التنسورى ل k فضاء شعاعى $T_p(M)$ و l فضاء ثنوى $T_p^*(M)$:

$$T\in T_p(M)\otimes...T_p(M)\otimes T_p^*(M)\otimes....\otimes T_p^*(M).$$

2.4.6 نظرية الزمر و نظرية التمثيلات

تعريف الزمرة

الزمرة هى مجموعة من العناصر مع عملية تركيب تحقق الخواص التالية:
-الانغلاق closure.
-التجميعية associativity.
-وجود الوحدة.
-وجود المقلوب g^{-1} لكل عنصر g.
اذا كانت عملية التركيب فى الزمرة تبديلية فان الزمرة تسمى ابيلية **Abelian** نسبة الى ابل Abel.
الذى يهمنا اكثر هنا هو ما يسمى زمر لي Lie groups نسبة الى سوفوس لي Sophus Lie و هى الزمر التى بالاضافة الى الشروط اعلاه تمتع ببنية متشعب.
هذه الزمر تلعب الدور الاكبر بالنسبة للتناظرات المستمرة فى الفيزياء النظرية.

كون الوحدة موجودة فاننا نستطيع ان نحصل على كل عنصر من الزمرة بالتطبيق الاسى exponential map. اى نكتب كل عنصر g من الزمرة على الشكل

$$g = \exp(T).$$

العنصر T ينتمى الى فضاء شعاعى يسمى جبرية لي Lie algebra وهو يسمى المولد generator.
حتى لا نضيع فى التجريد الذى لا ينفع الاغلبية نأخذ مثال.
نأخذ مجموعة المصفوفات g التى بعدها 2×2 أى

$$g = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

و التى تحقق شرط الاحادية أى

$$g^{\dagger}.g = g.g^{\dagger} = 1.$$

بمعنى ان g^{+} هى المقلوب g^{-1}.
يمكن ان نبين ان هذه المجموعة تشكل زمرة يرمز لها ب $U(2)$.
لكنه من المعروف جدا ان اى مصفوفة ببعد 2 فى 2 يمكن نشرها على اربعة مصفوفات هى مصفوفة الوحدة زائد مصفوفات باولى Pauli اى

$$\sigma_0 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \sigma_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \sigma_2 = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}, \sigma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

اذن اى عنصر فى جبرية لي لهذه الزمرة التى يرمز لها ب $u(2)$ -حروف صغيرة- يمكن ننشرها فى مصفوفة الوحدة و مصفوفات باولى.
اذن هذه المصفوفات الاربعة هى بالضبط مولدات الزمرة $SU(2)$.
مصفوفات باولى هى بالضبط مصفوفات العزم الحركى المقابل للسبين -اى عزم لف- يساوى نصف. اذن هذه المصفوفات توفر تمثيلة واحدة فقط للزمرة $SU(2)$ تسمى التمثيلة الاساسية fundamental representation و هى اصغر تمثيلة ممكنة. الزمرة $SU(2)$ يمكن تمثيلها بمصفوفات من اى بعد $n \times n$ و ليس فقط 2×2 حيث سنكتشف فيما بعد ان $(n-1)/2$ هو قيمة العزم الحركى المقابل لهذه التمثيلة.
نظرية التمثيلات representation theory هى فى الحقيقة اهم شئ بالنسبة للفيزياء وهو ايضا اصعب شئ و سنتكلم عن هذا بمزيد من التفصيل فى الفقرة اللاحقة.

الزمرتان $SU(2)$ و $SO(3)$

نبدأ بأمر معروف الى حد ما.
العزم الحركى فى الميكانيك الكمومى يعبر عنه بمؤثرات-اى مقادير فيزيائية- يعبر عنها فى هذه الحالة بمصفوفات نرمز لها ب J_x, J_y, J_z.
تذكروا ان العزم الحركى هو شعاع اذن له مركبات هى اسقاطاته على المحاور x, y , z التى تعطى بالضبط ب J_x, J_y , J_z على التوالى.
العزم الحركى كمصفوفات يحقق علاقات تبادل مشهورة تعطى ب

$$[J_x, J_y] = iJ_z \ , \ [J_z, J_x] = iJ_y \ , \ [J_y, J_z] = iJ_x.$$

هذه العلاقات تعبر فيزيائيا عن كوننا لا نتسطيع ان نقيس المركبات الثلاثة للعزم الحركى فى نفس الوقت.
لكن فيزيائيا يمكننا ان نقيس احد مركبات لعزمh و التى نأخذها عموما المركبة J_z فى الاتجاه z و مربع العزم الحركى الذى يعرف ب

$$J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2.$$

هذا ممكن فيزيائيا لان رياضيا J_z يتبادل مع J^2 اى $[J_z, J^2] = 0$.
كوننا نستطيع ان نقيس فى نفس الوقت J_z و J^2 يعنى انه توجد اشعة حالة ذاتية مشتركة بين المؤثرات J_z و J^2 نرمز لها ب $|jm\rangle$.
حيث j هى القيمة الذاتية ل J^2 و m هى القيمة الذاتية ل J_z و نكتب

$$J^2|jm\rangle = j(j+1)|jm\rangle \ , \ J_z|jm\rangle = m|jm\rangle.$$

القيم الذاتية نعنى بها بكل بساطة القيم التجريبية المقاسة التى سنجدها أكيد عند قياس هذه المقادير الفيزيائية عندما تكون الجملة الفيزيائية فى الحالة الكمومية $|jm\rangle$.
نسمى القيمة الذاتية j بعزم اللف او السبين spin وهذا هو الاصل الذى يأتى منه السبين.
اما m فيسمى فى بعض الاحيان بالعزم الكمومى المغناطيسى و هو يأخذ $2j+1$ قيمة فقط تعطى ب

$$j, j-1, j-2, ..., -j+2, -j+1, -j.$$

اذن هناك $2j+1$ حالة ذاتية تشكل اساس لفضاء هيلبرت Hilbert مرفق بالسبين j.
العزوم الحركية J_x, J_y, J_z و مربع العزم J^2 تمثل على هذا الفضاء الهيلبرتى بمصفوفات $n\times n$ حيث

$$n = 2j+1.$$

نسمى ايضا فضاء هيلبرت المرفق بالسبين j بتمثيلة السبين j spin representation.
اصغر قيمة ممكنة للسبين هى $j = 1/2$ وفى هذه الحالة تعطى مصفوفات العزم الحركى بمصفوفات باولى اى $J_x = \sigma_x/2$, $J_y = \sigma_y/2$, $K_z = \sigma_z/2$ حيث

$$\sigma_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, \sigma_2 = \begin{vmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{vmatrix}, \sigma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

ثانى اصغر قيمة للسبين هى $j = 1$ وفى هذه الحالة تعطى مصفوفات العزم الحركى $J_x = L_x$, $J_y = L_y$, $J_z = L_z$ حيث

$$L_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, L_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}, L_3 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

لكن اين هى نظرية الزمر و نظرية التمثيلات اعلاه؟
الذى قمنا به اعلاه هو اننا عرفنا اشهر زمرتين فى عالمى الزمر و الفيزياء.
جبرية العزم الحركى فى المعادلة الاولى اعلاه هى جبرية لي التى يرمز لها برمزين مختلفين لكن متكافئين. هذه الجبرية يرمز لها ب

$$su(2).$$

او ب

$$so(3).$$

أما $su(2)$ فهى جبرية لي للزمرة $SU(2)$.
وأما $so(3)$ فهى جبرية لي للزمرة $SO(3)$.
رغم ان $su(2) = so(3)$ الا ان الزمرة $SU(2)$ لا تساوى الزمرة $SO(3)$.
الزمرة $SU(2)$ هى غطاء مضعف double cover للزمرة $SO(3)$ اى انها تغطيها مرتين. التعريف الرياضى المضبوط نتركه لفرصة اخرى.
الزمرة $SO(3)$ هى زمرة الدورانات فى ثلاثة ابعاد. وتمثيلة السبين $j = 1$ اعلاه توفر التمثيلة الاساسية لهذه الزمرة.
أما تمثيلة السبين $j = 1/2$ اعلاه فتوفر التمثيلة الاساسية للزمرة $SU(2)$.
تمثيلة السبين j من اجل اى قيمة للسبين توفر ايضا تمثيلة لاى من الزمرتين $SU(2)$ و $SO(3)$.
اذن نحن فى الحقيقة حصلنا هكذا على نظرية التمثيلات بالكامل لهاتين الزمرتين.
نختم بالتعريف التالى.
الزمرة $SO(3)$ هى زمرة المصفوفات 3×3 المتعامدة orthogonal اى المصفوفات R التى تحقق

$$R^T R = R^T R = 1.$$

أما الزمرة $SU(2)$ فهى زمرة المصفوفات 2×2 الاحادية الخاصة special unitary اى بمحدد يساوى واحد اى المصفوفات g التى تحقق

$$g^+ g = g g^+ = 1\ ,\ \det g = 1.$$

اذن كما ترون فان تعريف الزمرة يستخدم التمثيلة الاساسية ضمنا لكن الزمرة تقبل عدد غير منتهى من التمثيلات الاخرى. بمعنى ان R يمكن التعبير عنه بمصفوفات اخرى غير المصفوفات الثلاثية التى تحفظ بنية الزمرة و كذلك g يمكن التعبير عنه بمضفوفات اخرى غير المصفوفات الثنائية التى تحفظ بنية الزمرة.

نختم فعلا الآن بالعلاقة المضبوطة بين الزمرتين اعلاه.

لدينا العلاقة السحرية بين g و R التالية

$$g\sigma_i g^{-1} = R_{ij}\sigma_j.$$

5.6 دالة زيطا ريمان و فرضية ريمان

هذا الباب يتشكل من اربعة اقسام اساسية. القسم الاول عام تاريخى يعرض المعضلة الرياضية المعروفة باسم فرضية ريمان التى هى احد اهم عشرة مسائل رياضية حسب معهد كلاى للرياضيات و الذى سيمنح جائزة بمقدار مليون دولار لمن يحل هذه المسألة (لكن الدخول الى تاريخ العلم افضل بكثير فى رأيى كجائزة). فقط مسألة واحدة من مسائل الألفية لمعهد كلاى العشرة حلت لحد الساعة و من بين العشر مسائل هناك مسألة تخص الفيزياء النظرية (الحقول المعيارية الكمومية).

القسم الثانى هو رياضى بحت للفيزيائيين و الرياضيين و كل من يستطيع ان يتابع الرياضيات حيث سنعيد شرح فرضية ريمان بالمعادلات. اما القسم الثالث فسيحتوى على استراتيجية الميكانيك الكمومى القوية جدا المقترحة لحل لهذه الفرضية.

فى القسم الأخير نقدم تطبيق على كيفية استعمال دالة زيطا ريمان فى مسائل التسوية.

1.5.6 الاعداد الاولية

الاعداد الاولية prime numbers هى الاعداد التى لا تقبل القسمة الا على نفسها. ف 2 عدد اولى و 3 عدد اولى لكن 4 ليس عدد اولى لانه يقبل القسمة على نفسه و على 2 و5 عدد اولى و6 ليس عدد اولى لانه يقبل القسمة على نفسه و على 2 و على 3 و7 عدد اولى وهكذا الى ما لا نهاية.

اذن هناك عدد غير منتهى من الاعداد الاولية و يُعتقد ان الاعداد الاولية هى اللب غير القابل للاختزال للاعداد الطبيعية. او هكذا كنا نعتقد حتى جاء ريمان وبين ان الاعداد الاولية نفسها تقبل الاختزال (بمعنى يمكن اشتقاقها) من اعداد اخرى هى ما يعرف اليوم باصفار دالة زيطا ريمان.

السؤال الاول الذى ابتدأ به و طرحه ريمان Riemann احد عباقرة الرياضيات عبر كل التاريخ هو: ماهو توزيع الاعداد الاولية وسط الاعداد الطبيعية؟

اى اذا كان p عدد اولى كيفى متى سنصادف العدد الاولى الذى يليه؟

بعبارة اخرى ماهى المسافة بين كل عدد اولى و العدد الاولى الذى يليه داخل الاعداد الطبيعية؟

من الواضح بديهيا ان الاعداد الاولية تصبح نادرة و متباعدة عن بعضهما البعض كلما كبرت فى القيمة.

الجواب الرياضى معطى بمبرهنة العدد الاولى prime number theorem التى بُرهنت عام 1896 من قبل هادامار Hadamard و بوسان Poussin اعتمادا على ما يسمى دالة زيطا ريمان Riemann zeta function التى كان ريمان قد اكتشفها قبل ذلك.

هذه المبرهنة (مبرهنة العدد الأولى) تنص على ان العدد الاولى رقم n هو متناسب مع $n \log n$ حيث log هو اللوغاريتم الطبيعى.

اذن الاعداد الاولية المتتالية رقم n و رقم n+1 تبعد عن بعضها البعض ب $\log n$. وكما هو معلوم فان $\log n$ اصغر بكثير من n من اجل n كبير جدا. اذن احتمال الحصول على عدد اولى اكبر من n من اجل n كبير جدا هو واحد تقسيم $\log n$ وهو اذن احتمال صغير جدا و عليه تصبح الاعداد الاولية نادرة جدا داخل الاعداد الطبيعية كلما كبرت قيمتها. اذن عدد الاعداد الأولية التى هى اقل من n يساوى $n/\log n$.

لكن اكثر من هذا فان ريمان تمكن من حساب كيفية اهتزاز الاعداد الاولية الكبيرة حول قيمتها المتوقعة باستعمال ما اصبح يعرف باسم علاقة ريمان Riemann formula.

هذه العلاقة تحسب عدد الاعداد الاولية التى هى اقل من عدد معين n. الحد الاول يعطى بالضبط القيمة المتوقعة لعدد الاعداد الاولية وهو يساوى الدالة اللوغاريتمية التكاملية logarithmic integral function التى تتصرف مثل $n/\log n$ من اجل القيم الكبيرة ل n منسجمة بذلك مع مبرهنة العدد الاولى اعلاه.

اما الحد الثانى فى علاقة ريمان فهو يعطى الخطأ اى كيفية اهتزاز الاعداد الاولية الكبيرة حول القيمة المتوقعة و هو يعطى بدلالة الاصفار غير-الهينة $\mathrm{non-trivial\ zeros}$ لدالة زيطا ريمان. هذه الاصفار غير-الهينة هى القيم فى المستوى المركب التى تنعدم عندها دالة زيطا ريمان.

الاصفار الهينة trivial zeros هى القيم التى تنعدم وضوحا عندها دالة زيطا ريمان و هى الاعداد الصحيحة الزوجية السالبة -2, -4,-6,-8. لكن دالة زيطا ريمان هى دالة مركبة اى ان المتغير عدد مركب و هى تنعدم عند نقاط اخرى كثيرة غير الاعداد الزوجية السالبة تقع كلها فيما يسمى الشريط الحرج. هذه النقاط الاضافية تسمى الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان.

فرضية ريمان Riemann hypotesis تنص على ان الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان هى اعداد مركبة بحيث ان قسمها الحقيقى يساوى نصف بالضبط. بعبارة اخرى فان جميع الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان تقع فى المستوى المركب على المستقيم الحرج critical line المعطى بالمعادلة

$$\frac{1}{2}+it$$

حيث i هو العدد التخيلى البحت و t هو عدد حقيقى.

اهمية دالة زيطا ريمان تكمن فى اصفارها غير الهينة. واهمية الاصفار غير الهينة تكمن فى كونها هى التى تحدد كيفية اهتزاز الاعداد الاولية الكبيرة حول قيمتها المتوقعة $n\log n$.

باستعمال فرضية ريمان فانه يمكننا ايضا تحديد الفجوة بين الاعداد الاولية الكبيرة المتوالية بشكل ادق فنجد عوض الخطأ $\log n$ الخطأ $\sqrt{n}\log n$. لكن كرايمر Cramer قدم تخمينية مختلفة تقدم الخطأ على انه المربع $(\log n)^2$ وهو اكبر من المتوسط $\log n$ لكنه اقل من الحساب الناجم عن فرضية ريمان و هى تخمينية تدعمها الحسابات العددية.

اذن فرضية ريمان تربط بين نظرية الاعداد المتقطعة number theory و التحليل المركب complex analysis المستمر بشكل عميق جدا. وهى احدى المسائل الالفية العشرة لمعهد كلاى Clay Institute بجائزة مالية تقدر بمليون دولار وهى ايضا احدى مسائل هيلبرت Hilbert ال 23 فى الرياضيات.

هذه الفرضية تم نشرها لاول مرة عام 1859 -عندما كانت الجزائر مازالت لم تستوعب اصلا صدمة الاستعمار بعد غيبوبة قرون- من قبل ريمان فى مقال بالالمانية نشر فى احدى الدوريات الاكاديمية الرياضية لبرلين بعنوان: حول عدد الاعداد الاولية الاقل من قيمة معينة On the number of primes less than a given mangnitude.

2.5.6 دالة زيطا ريمان

دالة زيطا ريمان هى دالة مركبة ويرمز لها ب ζ تعرف فى المستوى المركب عن طريق التمديد التحليلى analytical continuation.

هذا يعنى انه يمكننا ان نعرفها دائما عبر نشر لورون Laurent الذى هو النظير المركب لنشر تايلور Taylor فمثلا يمكننا ان نبدأ فى المستوى المركب حيث ان القسم الحقيقي للمتغير المركب s هو اكبر من 1 ونعرف دالة زيطا ريمان $\zeta(s)$ بالسلسلة اللانهائية المتقاربة مطلقا absolutely convergent infinite series المعطاة فى المعادلة فى الصورة الاولى.

$$\zeta(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^s}=\frac{1}{1^s}+\frac{1}{2^s}+\frac{1}{3^s}+\cdots$$

شكل 11.6: دالة زيطا ريمان.

هذه الدالة يمكن الآن توسيع تعريفها الى كافة المستوى المركب باستثناء 1 عبر التمديد التحليلى.

هذه الدالة تنعدم من اجل نقاط معينة s تسمى اصفار دالة زيطا ريمان.

الاصفار الهينة -2,-4,-6,-8,... يمكن رؤيتها من المعادلة الدالية functional equation فى الصورة الثانية التى تعرف دالة زيطا ريمان فى المستوى المركب.

أما الاصفار غير-الهينة فهى تقع كلها فى الشريط الحرج المعرف من اجل قيم s المتمتعة بجزء حقيقى بين الصفر و 1.

لكن حساب الاصفار غير-الهينة فهو عمل صعب حيث لا توجد علاقة مغلقة لهذه الاصفار التى يتم حسابها عموما عدديا باستعمال علاقة ريمان-سيغل $\mathrm{Riemann-Seigel\ formula}$.

$$\zeta(s) = 2^s \pi^{s-1} \ \sin\left(\frac{\pi s}{2}\right) \Gamma(1-s) \, \zeta(1-s).$$

شكل 12.6: المعادلة الدالية المُعرفة لدالة زيطا ريمان.

عدد الاعداد الاولية و نرمز له ب $\pi(x)$ التى هى اقل اويساوى من x (وتسمى ايضا دالة عد الاعداد الاولية prime counting function) يعطى بدلالة دالة موبيوس Mobius function التى نرمز لها ب $\mu(n)$ بالمعادلة فى الصورة الثالثة.

فى هذه المعادلة الدالة $\Pi(x)$ تعطى بالضبط بعلاقة ريمان المعرفة بالمعادلة فى الصورة الرابعة التى هى اهم معادلة. وهى المعادلة التى تتعلق بشكل محورى على فرضية ريمان.

$$\begin{aligned}\pi(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n} \Pi(x^{\frac{1}{n}}) \\ &= \Pi(x) - \frac{1}{2}\Pi(x^{\frac{1}{2}}) - \frac{1}{3}\Pi(x^{\frac{1}{3}}) - \frac{1}{5}\Pi(x^{\frac{1}{5}}) + \frac{1}{6}\Pi(x^{\frac{1}{6}}) - \cdots\end{aligned}$$

شكل 13.6: دالة عد الاعداد الاولية π بدلالة دالة موبيوس μ.

$$\Pi_0(x) = \operatorname{Li}(x) - \sum_{\rho} \operatorname{Li}(x^{\rho}) - \log(2) + \int_x^{\infty} \frac{dt}{t(t^2-1)\log(t)}$$

شكل 14.6: علاقة ريمان.

الصفر الذى يظهر فى اسفل $\Pi_0(x)$ المعطاة فى الصورة الرابعة يعنى فقط اننا نعوض الدالة $\Pi(x)$ من اجل قيم المتغير x التى تصبح فيها هذه الدالة غير مستمرة بالمتوسط اى متوسط النهاية العليا و السفلى لهذه الدالة عند x أما الدالة $\operatorname{Li}(x)$ التى تظهر فى علاقة ريمان فهى الدالة اللوغاريتمية التكاملية.

أهم ما فى علاقة ريمان هو الحد الاول الذى يعطى تصرف دالة عد الأعدد الاولية حتى العدد x بدلالة الدالة اللوغاريتمية التكاملية $\operatorname{Li}(x)$ التى تتصرف مثل $x/\log x$ من اجل x كبير وهى اذن القيمة المتوقعة لدالة عد الأعداد الاولية.

وايضا اهم ما فى علاقة ريمان هو الحد الثانى حيث يظهر الجمع على قيم المتغير ρ. هذه القيم هى بالضبط الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان. وحسب فرضية ريمان فان هذه الاصفار يجب ان تقع فى المستوى المركب على المستقيم الحرج $0.5+it$ حيث t هو عدد حقيقى. اذن الاصفار غير-الهينة تتحكم فى كيفية اهتزاز دالة العد حول القيمة المتوقعة. لكن هذه الفرضية هى فقط تخمينية و لا احد يستطيع ان يبرهن عليها الى غاية يومنا هذا.

3.5.6 علاقة الميكانيك الكمومى بفرضية ريمان

الاعداد الاولية هى الاعداد الطبيعية التى لا تقبل القسمة الا على نفسها و بالتالى فانه يعتقد انها تشكل اللب غير القابل للاختزال لمجموعة الاعداد الطبيعية.

مثال 19-17-13-11-7-5-3-2 هى اعداد اولية.

عدد الاعداد الاولية هو لا نهائى. لكن من البديهى ايضا ان الاعداد الاولية عندما تكبر فى قيمتها تصبح نادرة الوقوع.

أحد عباقرة الرياضيات المعدودين فى القرن التاسع عشر ريمان برهن على ان الاعداد الاولية نفسها تقبل الاختزال الى مجموعة اخرى من الاعداد تعرف اليوم باسم اصفار دالة زيطا ريمان.

دالة زيطا ريمان (فى الصورة الاخيرة) هى دالة مركبة و بالتالى فان اصفارها -اى النقاط التى تنعدم فيها الدالة- هى اعداد مركبة.

ثم ان هناك نوعان من الاصفار.

هناك الاصفار الهينة التى تحسب بعلاقة مغلقة معروفة وهى عبارة عن الاعداد الزوجية السالبة -2, -4, -6, -8,..

لكن الاهم هى الاصفار غير-الهينة التى لا يعرف اى احد حسابها بشكل مغلق و كل حسابها عددي تقريبي و هذه الاخيرة هى التى تدخل فى حساب الاعداد الاولية.

قدم ريمان فرضية لحساب هذه الاصفار تنص على ان اصفار دالة زيطا ريمان غير-الهينة هى اعداد مركبة تتميز كلها بقسم حقيقى يساوى نصف. ولحد يومنا هذا لا احد تمكن من البرهان على هذه الفرضية رغم ان الكل متيقن انها صحيحة وهذه الفرضية هى احد المسائل ال 23 التى قدمها الرياضى العملاق الآخر هيلبرت على انها اهم المسائل غير المحلولة فى الرياضيات البحتة فى القرن العشرين.

و هذه الفرضية هى ايضا احد المسائل الالفية العشرة لمعهد كلاى للرياضيات الذى سيقدم جائزة مقدارها مليون دولار لمن يحل هذه المسألة بالاضافة الى السبق التاريخى العلمى للذى سينجح فى هذه المهمة وهو سبق لا يقدر بثمن.

اذن فرضية ريمان التى نشرها ريمان عام 1859 تنص على النقاط الثلاثة التالية:

- اولا الاعداد الاولية الكبيرة جدا نادرة الوقوع فاحتمال ان نحصل على عدد اولى اكبر من n حيث n عدد طبيعى كبير هو متناسب مع مقلوب لوغاريتم n وهو احتمال صغير جدا. بعبارة اخرى فان عدد الاعداد الاولية التى هى اقل او يساوى من عدد طبيعى n يساوى $n/\log n$. هذا ما يسمى القيمة المتوقعة لعدد الاعداد الأولية الاقل من n وهذا هو محتوى ما يعرف بمبرهنة العدد الاولى.

-ثانيا الخطأ فى موقع عدد الاعداد الاولية الاقل من n يعطى بالضبط بالاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان. اذن الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان تتحكم فى كيفية اهتزاز عدد الاعداد الاولية حول قيمتها المتوقعة. ايضا فان الفجوة بين الاعداد الاولية الكبيرة المتتالية نجده يساوى $n\log n$ عوض الخطأ المتوقع $\log n$.

-ثالثا اذن الاعداد الاولية تختزل لاصفار دالة زيطا ريمان -المعرفة فى كامل المستوى المركب ما عدا 1- وهذا يعطى علاقة عميقة بين نظرية الاعداد و التحليل المركب.

هذه الاصفار يؤكد ريمان انها كلها اعداد مركبة تتمتع بقسم حقيقى يساوى نصف اى انها كلها تقع على ما يسمى بالمستقيم الحرج المعطى بالعلاقة $0.5+it$ فى المستوى المركب حيث i هو العدد التخيلى البحت و t هو أى عدد حقيقى.

هذه مسألة رياضية بحتة لكن الفيزياء النظرية دخلت على الخط ابتداءا من اربعينات القرن الماضى حيث لوحظ الشبه الرهيب بين الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان و بعض مسائل الميكانيك الكمومى.

بالخصوص فانه لوحظ ان الفجوات او الفسحات spacing بين الاصفار غير-الهينة لدالة زيطا ريمان تخضع لنفس الانماط الاحصائية statistical patterns التى تخضع لها الفجوات والفسحات الطاقوية التى تفصل بين المستويات الذرية.

مثلا تخمينية هيلبرت و بوليا $\mathrm{Hilbert-Polya\ conjecture}$ تنص على أن فرضية ريمان هى مكافئة لشرط ان العدد الحقيقى t فى المعادلة اعلاه هو القيمة الذاتية لمؤثر هرميتى hermitian operator.

ايضا فى عام 1999 اقترح الفيزيائيان النظريان بيرى Berry و كيتينغ Keating تخمينية جديدة تنص على انه توجد جملة كمومية -تتميز بموضع x و كمية حركة p مترافقان قانونيا كغيرها من الجمل الكمومية- بحيث ان طيفها اى مستوياتها الطاقوية E_n تقابل بالضبط الأصفار غير-الهينة Z_n لدالة زيطا ريمان حسب العلاقة

$$Z_n=\frac{1}{2}+iE_n.$$

حيث ان هاميلتونية هذه الجملة تعطى بالعلاقة

$$H=xp+px.$$

اذن وجود هذه الجملة الكمومية هو برهان على فرضية ريمان لأن الهاميلتونية هى بالتعريف مؤثر هرميتى و بالتالى فانه مضمون ان قيمها الذاتية E_n هى قيم حقيقية.

4.5.6 دالة زيطا ريمان او الطريقة الامثل للسيطرة على المالانهاية

فعلى الاقل يمكن ان نتحقق بأنفسنا مما تحتويه.

نعتبر السلسلة -سلسلة رامانوجان Ramanujan- المعطاة ب

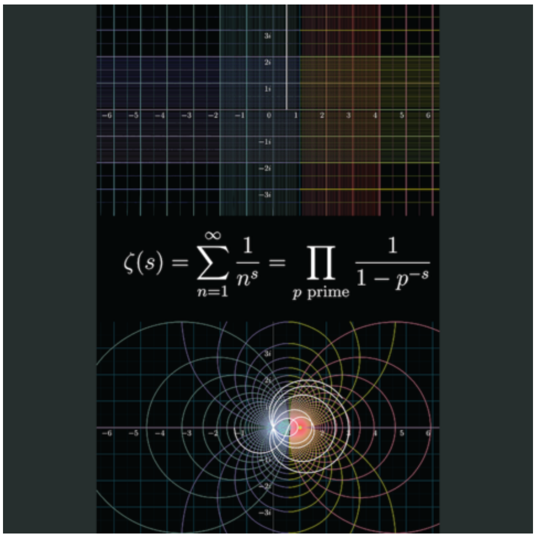
$$S_N=1+2+3+...+N.$$

هذه سلسلة حسابية مجموعها معروف -يحسب فى الباكالوريا- هو

$$S_N=\frac{N(N+1)}{2}.$$

اذن السلسلة تزداد كلما زاد N. وعندما يذهب N الى المالانهاية فإن السلسلة تذهب الى المالا نهاية. نقول ان السلسلة متباعدة divergent.

لكن هل يمكن ان نعطى نتيجة محددة لهذه السلسلة؟



شكل 15.6: دالة زيطا ريمان.

الجواب نعم.
اقول لكم النتيجة مباشرة:

$$S_{\infty} = 1 + 2 + 3 + ... = -1/12.$$

هل تصدقون هذه النتيجة؟

شخصيا مازلت لحد الآن لا اصدق هذا الامر رغم أنني اعرف عدة براهين على هذه النتيجة.

احسن برهان على هذه العلاقة هو باستعمال تسوية قطعية cutoff regularization اى أخذ N منتهى ثم استخراج التصرف المقارب asymptotic behavior لما يذهب N الى ما لا نهاية. فشخصيا افضل هذه الطريقة لانها تتفادى التعامل مع المالانهاية بصورة مباشرة.

لكن دعنا فيما يلى نشرح البرهان الاشهر باستعمال التمديد التحليلى analytical continuation و دالة زيطا ريمان.

اولا نعوض السلسلة اعلاها بالسلسلة التالية

$$\zeta(s) = \frac{1}{1^s} + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + ... + \frac{1}{\infty^s}.$$

من الواضح اننا نحصل على السلسلة الاولى بأختيار $s = -1$. هذه السلسلة تعرف ما يسمى دالة زيطا ريمان فى المجال s أكبر من 1 حيث تكون هذه السلسلة متقاربة convergent. فى الحقيقة هذه السلسلة متقاربة من اجل جميع القيم المركبة ل s التى يكون جزءها الحقيقى اكبر من واحد.

هنا علينا ان نؤكد على شئ. دالة زيطا ريمان -المرسومة فى الصورة ادناه- شئ و السلسلة اعلاه شئ آخر. السلسلة اعلاه تعرف دالة زيطا فقط فى المجال s أكبر من واحد. القيمة 1 هى قطب لدالة زيطا ريمان اى نقطة تتباعد عندها الدالة. ونحن نحتاج ان نمر عبر هذا القطب للوصول الى القيمة -1 التى نحتاجها. هذا الامر نقوم به عبر اجراء ما يسمى التمديد التحليلى للسلسلة اعلاه الى المجال الذى يحتوى القيمة -1. من الواضح ايضا ان هذا يعنى بالضرورة الخروج من المحور الحقيقى الى المستوى المركب. سنقوم بكل هذه الامور ضمنيا وليس بشكل مباشر بالطريقة التالية. نكتب السلسلة اعلاه على الشكل

$$\eta(s) = (1 - \frac{1}{2^{s-1}})\zeta(s) = \frac{1}{1^s} - \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} - \frac{1}{4^s} + ... + \frac{1}{\infty^s}.$$

النشر اعلاه هو نشر دالة ايطا دريشلى Dirichlet eta function. نأخذ s يساوى -1 وهى القيمة التى نريدها منذ البداية لنحصل على

$$\eta(-1) = -3\zeta(-1) = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6...$$

السلسلة الاخيرة التى تحصلنا عليها هى بالضبط نشر الدالة

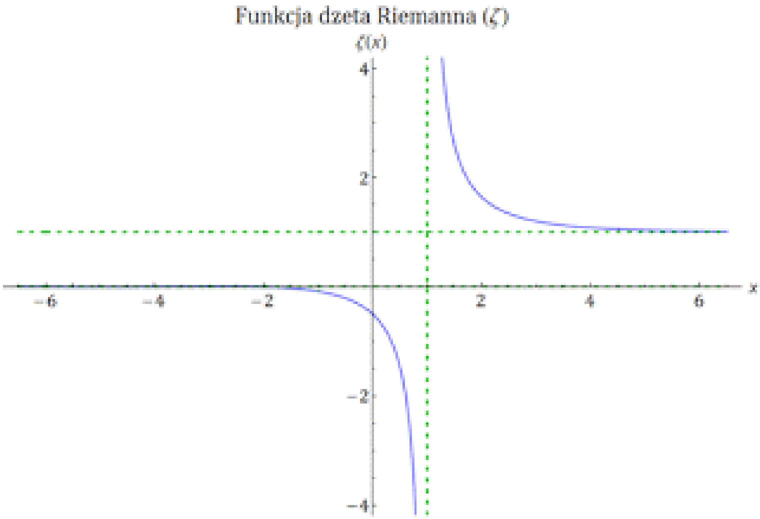
$$f(x) = 1/(1+x)^2 = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + ...\infty,$$

عند النقطة $x = 1$، اذن

$$\eta(-1) = -3\zeta(-1) = 1/4.$$

وهو المراد اى

$$\zeta(-1) = -1/12 = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + \infty.$$



شكل 16.6: دالة زيطا ريمان.

باب 7

الثقوب السوداء و الكون و الثقالة الكمومية

1.7 قوة الجذب الثقالى

1.1.7 قانون الجذب العام لنيوتن و مبرهنة غوس

أشهر و ربما اقدم قوانين الفيزياء على الاطلاق: قانون الجذب العام لنيوتن الذى ينص على أن القوة بين كتلتين m_1 و m_2 تبعدان عن بعضهما البعض مسافة r تتناسب عكسا مع مربع المسافة اى مع r^2.

تصوروا الان انه لدينا ابعاد اضافية اى اننا نعيش فى فضاء يتميز ب d بعد مكانى عوض ثلاثة ابعاد مكانية. فى هذه الحالة القوة تصبح متناسبة عكسا مع r^{d-1}.

لنبرهن على هذه النتيجة باستعمال ما يسمى مبرهنة غوس Gauss theorem. الخطوات هى كالتالى.

- نفترض اننا نعيش فى فضاء اقليدى بعده d.

-نفترض انه لدينا توزيع كتلة كيفى فى هذا الفضاء. الكتلة الاجمالية M.

-نعرف أن خطوط الحقل الثقالى التى تولدها هذه الكتلة قطرية اى تمر كلها عبر مركز ثقل توزيع الكتلة و تتجه بعيدا عنه.

-نريد ان نحسب الحقل المولد فى نقطة تقع خارج توزيع الكتلة. اذن نضع كتلة اختبارية فى هذه النقطة. ثم نتصور سطح كرة كبيرة تمر عبر هذه النقطة و مركزها هو مركز ثقل توزيع الكتلة.

-الكرة التى تصورناها هى كرة فى d بعد. هل يمكنكم تصورها؟

-الحقل على كل نقطة من هذه الكرة له نفس الطويلة و هو دائما متجه نظاميا و خارجيا للكرة.

-نطبق الآن مبرهنة غوس للثقالة التى تنص على ان تدفق الحقل يجب ان يساوى الكتلة M مضروبة فى ثابت نيوتن فى d بعد الذى نرمز له ب G_N مضروبة فى 4π. نكتب هذا

$$\oint \vec{g}\vec{ds} = 4\pi G_N M.$$

لنحسب الآن تدفق الحقل الثقالى عبر الكرة صراحة. بسبب خواص الحقل التى ذكرناها اعلاه فإن التدفق يساوى بكل بساطة طويلة الحقل الثقالى الذى نرمز له ب g مضروب فى سطح هذه الكرة الذى نرمز له ب V_{d-1}.

يمكننا اذن ان نكتب مبرهنة غوس على الشكل

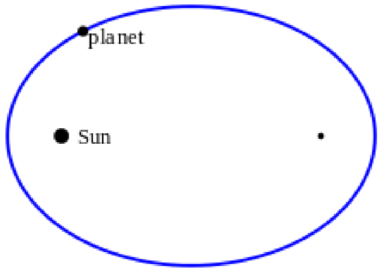
$$g.V_{d-1} = 4\pi.G_N.M.$$

-لكن ماهو سطح الكرة فى d بعد؟

هذا معروف لكن لن اكتب القانون و اكتفى بالقول انه متناسب مع r^{d-1}. لما نضع $d=3$ نحصل على مساحة الكرة التى نعرفها. اذن الحقل الثقالى g المولد فى d بعد متناسب عكسا مع مساحة سطح الكرة فى d بعد اى مع r^{d-1} وهو المطلوب الاساسي.

2.1.7 لماذا اينشتاين هو اينشتاين! او دراما بدارية الحضيض الشمسى لعطارد

حسب قانون كبلر Kepler الاول فان مسار او مدار اى كوكب حول الشمس هو قطع ناقص اى اهليلج حيث تقع الشمس فى احد المحرقين.



شكل 1.7: المدار الاهليليجي اى قطعي ناقص حيث الشمس تكون فى احد المحرقين.

هذا القانون الاومبيريكي empirical اى الحسى التجريبي (واخويه فهناك ثلاثة قوانين لكيبلر) المبنيين على المشاهدة المحضة هو ما استعمله نيوتن لاستنتاج قانون الجذب العام الذى ينص على ان قوة الجذب الثقالى بين جسمين تتناسب مع جداء الكتلتين طردا و مع مربع المسافة مربع عكسا.

الآن نحن نعرف ان قانون الجذب العام لنيوتن-اى ان القوة تتناسب عكسا مع المسافة مربع- هو الاصل فى اعطاء قوانين كيبلر و ليس العكس.

وفى الواقع هناك مبرهنة عظيمة في الميكانيك التحليلي تسمى مبرهنة برتراند Bertrand's theorem تنص على ان القوتين الوحيدتين التى يمكن ان تؤديا الي مدارات مغلقة هما: القانون المربع العكسي inverse square law- التى اكتشفها نيوتن كما ذكرنا اعلاه و التى تعطى قوة متناسبة عكسا مع مربع المسافة, وقانون هوك Hook الذى يعطى قوة متناسبة طردا خطيا مع المسافة.

اذن العملية فى الاخير هى رياضيات بحتة من النوع الحسابى المحض الذى يمكنك ان تثق فيه.

اذن حسب قانون كيبلر الاول فان جميع المدارات هى اهليليجية اى قطعية ناقصة حول الشمس و الشمس تقع فى احد المحرقين-اى احد مركزى القطع الناقص:لانه قطع ناقص وليس دائرة فله اذن مركزين-.انظر الصورة.

لكن كأى تعميم يجب ان يكون له استثناء.

الآن الاستثناء لقانون كيبلر الاول هو كوكب عطارد الذى يعانى من ظاهرة تسمى بدارية الحضيض الشمسى perihelion precession لعطارد. الحضيض الشمسي هى النقطة على مدار الكوكب التى يكون فيها الكوكب اقرب الى الشمس. هذه النقطة لو كان المدار اهليليجى مضبوط تقع فى نفس المكان فى كل دورة كاملة للكوكب. لكن الملاحظ ان هذه النقطة اى الحضيض الشمسى لعطارد تدور هى الاخرى وهذا ما يسمى بدارية الحضيض.

هذا يعنى ان مدار عطارد ليس مغلقا حقيقة و محاور القطع الناقص خاصته تدور هى الاخرى بفعل قوى اخرى غير قوة الشمس لم تؤخذ بعين الاعتبار.

وهذا الدوران هو ما يسمى البدارية precession واذن البدارية هى عندما يكون محور دوران حركة ما هو نفسه فى حالة دوران حول محور آخر. اذن الحضيض الشمسى لعطارد يدور فى حركة تسمى البدارية. وهو يكمل دورة كاملة كل 23000 سنة اى ما يقابل 566 قوس ثانية فى القرن.

تأثير الكواكب الاخرى على حركة عطارد و بالخصوص المشترى يؤدى بعد الحساب الكلاسيكى-وهو من ادق انواع الحساب- الى بدارية تساوى 523 ثانية فى القرن.

يبقى اذن 43 قوس ثانية فى القرن التى اعجزت اجيال من الفيزيائيين و الفلكيين لمدة ثلاثة قرون من الزمان وقد فعلوا فعلا المستحيل بافكار و تقنيات فى منتهى الابتكار و الاصالة لكن لا احد استطاع حساب هذه ال 43 قوس ثانية المتبقية او يعرف اصلها.

حتى جاء اينشتاين.

الشمس كتلتها كبيرة جدا الى الحد انها تؤثر فى بنية الفضاء-زمن حولها وتُحنيها. وعطارد هو قريب جدا بحيث هو الذى يشعر اكثر بهذا التغيير او الانحناء فى بنية الفضاء-زمن. اذن الكواكب الاخرى هى ايضا تعانى بدارية لكنها ضعيفة جدا لانها بعيدة عن الشمس.

تأثير الشمس -او اى كتلة نجمية اخرى و حتى الثقوب السوداء- على الفضاء-زمن يمكن حسابه من معادلات اينشتاين للنسبية العامة لنجد فى الاخير ان القوة التى تؤثر بها الشمس على الكوكب هى ليست فقط القانون المربع العكسى بل تحتوى على جزء اضافى معطى بالقانون الرباعى العكسى اى متناسب عكسا مع المسافة مرفوعة للقوة اربعة المعطى فى الصورة ادناه.

من اجل البرهان على هذا القانون يمكن النظر الى كتابى فى النسبية العامة و الامور المتعلقة بها (الباب 2.1.2 صفحة 38).

الآن نحل معادلات نيوتن للحركة مرة اخرى باستعمال هذا القانون المعدل سنحصل بالضبط على 43 قوس فى الثانية. من اجل البرهان التحليلي انظروا كتابى اعلاه (الباب 2.1.3 صفحة 42).

وحتى تتأكدوا ان النظريين الحقيقيين يحبون التجربة الحقيقية فانني شخصيا قد قمت ايضا بالتجربة الخاصة بهذا الموضوع مع الطلبة منذ حوالى خمسة سنوات وهى تجربة افتراضية تعتمد على حل قانون نيوتن الثانى عدديا باستعمال قانون القوة المعدل فى الصورة و باستعمال

$$F = \frac{GM_s M_m}{r^2}\left(1 + \frac{\alpha}{r^2}\right)\ ,\ \alpha = 1.1 \times 10^{-8}\ \mathrm{AU}^2.$$

شكل 2.7: القوة المستخرجة من النسبية العامة. الحد الأول هو قانون نيوتن و الحد الثانى هو حد اينشتاين.

خوارزميات رونج-كوتا Runge-Kutta العددية و وجدنا بالضبط ال 43 قوس فى الثانية.

واضيف و اقول ان هذه المحاكاة هى من افضل ما كتبت فى اطار مادة الفيزياء العددية التى ادخلتها فى برنامج الفيزياء فى جامعة عنابة ابتداءا من عام 2009. هذه المحاكاة هى المحاكاة رقم 7 التى تجدونها فى كتابى الآخر عن الفيزياء العددية (باب 4.7 صفحة 50).

أما خطوات الحساب العددى فهى بسيطة الى حد ما تجرى كالاتى:

-نقيس الزاوية التى يصنعها الخط الرابط بين عطارد والشمس مع المحور الافقى عندما يكون عطارد فى نقطة الحضيض الشمسى من اجل قيم مختلفة لوسيط اينشتاين اى المعامل α (يُقرأ ألفا) الذى فى المعادلة فى الصورة الثانية.

-لو كان المدار اهليلجى بالضبط لكانت هذه الزاوية دائما ثابتة فى كل دورة لعطارد حول الشمس.

-لكن بسبب البدارية هذه الزاوية نجدها تتغير مع الزمن خطيا.

-نحسب التغير فى الزمن لهذه الزاوية كدالة فى وسيط اينشتاين α. بعض القياسات فى الصورة مأخودة من كتابى الثانى اعلاه.

-هذا التغير هو بالضبط كمية البدارية.

عملية استقطاب extrapolation هذا التغير الى قيمة الفا التى تعطيها النسبية العامة-وهى قيمة صغيرة جدا انظر مرة اخرى المعادلة فى الصورة الثانية- نحصل بالضبط على ال 43 قوس فى الثانية.

وهذا هو لماذا اينشتاين هو اينشتاين. وبعضهم يظن الامر خرافة و مبالغة و هذا من جهله فقط. فالامر فعلا عظيم.

واختم بالقول ان هذا التأثير: بدارية الحضيض الشمسى لعطارد كان قد اكتشفه اولا الفلكى الاندلسى المسلم الزرقلى و هذا قبل ان تذهب الاندلس و تذهب معها قوة اندفاعنا الفلسفية و العلمية و كل شئ آخر ذى قيمة و لم يبق لنا اليوم الا الكلام و البكاء على الاطلال.

We discuss here some of the numerical results obtained with the Runge-Kutta method for different values of α. We take the time step and the number of iterations to be $N = 20000$ and $dt = 0.0001$. The angle of the line joining the Sun and Mercury with the horizontal axis when mercury is at the perihelion is found to change linearly with time. We get the following rates of precession

$$\begin{aligned}
\alpha &= 0.0008\ ,\ \frac{d\theta}{dt} = 8.414 \pm 0.019 \\
\alpha &= 0.001\ ,\ \frac{d\theta}{dt} = 10.585 \pm 0.018 \\
\alpha &= 0.002\ ,\ \frac{d\theta}{dt} = 21.658 \pm 0.019 \\
\alpha &= 0.004\ ,\ \frac{d\theta}{dt} = 45.369 \pm 0.017.
\end{aligned} \tag{4.72}$$

Thus

$$\frac{d\theta}{dt} = a\alpha\ ,\ a = 11209.2 \pm 147.2\ \text{degrees}/(\text{yr}.\alpha). \tag{4.73}$$

By extrapolating to the value provided by general relativity, viz $\alpha = 1.1 \times 10^{-8}$ we get

$$\frac{d\theta}{dt} = 44.4 \pm 0.6\ \text{arcsec/century}. \tag{4.74}$$

شكل 3.7: الحساب العددى لكمية البدارية.

3.1.7 حيود الضوء فى حقل ثقالى

معادلات اينشاتين فى ما يسمى النهاية النيوتونية (اى من أجل حقول ضعيفة, منابع ساكنة لا تتبع الزمن و جسيمات تتحرك بأى سرعة -اى ان السرعة غير محدودة بسرعة الضوء-) تعطى مترية metric الفضاء-زمن التى فى الصورة الاولى حيث ان Φ هو الكمون الثقالى الناجم عن المنبع-اى النجم- وهو يخضع لمعادلة بواسون Poisson التى فى الصورة الثانية حيث ρ هى كثافة المنبع.

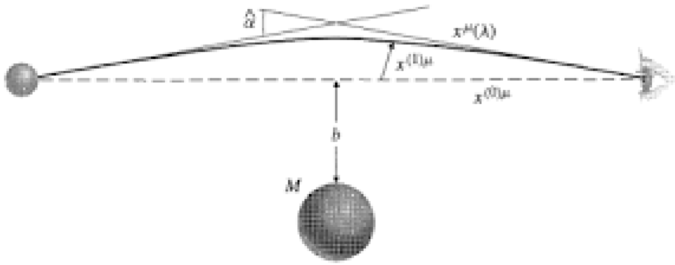
$$ds^2 = -(1+2\Phi)\mathrm{d}t^2 + (1-2\Phi)(\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2)$$

شكل 4.7: مترية الفضاء-زمن فى النهاية النيوتونية. ضع الكمون Φ يساوى صفر للحصول على مترية الفضاء-زمن المسطح لمينكوفسكى اى فضاء-زمن النسبية الخاصة.

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$$

شكل 5.7: معادلة بواسون.

الآن حركة اى جسيم و منها الفوتون فى هذا الفضاء-زمن يجب ان تخضع لمعادلة المعارج او الجيوديزيات geodesics و هى تعميم لقانون نيوتن الثانى من أجل هذه الهندسات. اذن حركة الفوتون بالقرب من النجم تعطي بالرسم فى الصورة الثالثة. الفوتون يحيد اى يحرف باتجاه الراصد عندما يمر عبر الفضاء-زمن المحيط بالنجم و زاوية الحيود هى الكمية التى يحرف بها شعاع الموجة الفضائى عندما ينتقل الفوتون من المنبع الى الراصد.



شكل 6.7: حيود الفوتون بالقرب من الحقل الثقالى لنجم كتلته M و زاوية الحيود هى $\hat{\alpha}$.

يمكن نبرهن -بمجهود معتبر- على ان زاوية حيود deflection الفوتون تعطى بالمعادلة فى الصورة الرابعة.

لان الكمون فى هذه الحالة هو بالضبط كمون نيوتن بتقريب ممتاز فان زاوية الحيود من اجل معامل تصادم b -انظر الرسم- تعطى بكل بساطة بالعلاقة

$$\hat{\alpha} = 4GM/b.$$

حيث G هو ثابت نيوتن للتجاذب العام و M هى كتلة النجم. هذا هو الذى يقاس تجريبيا.

يُروى عن اينشتاين انه عندما سئل ماذا سيكون رأيه لو ان تجربة ايدنغتون Eddington لم تؤيد هذا الحساب انه قال:

Then I would feel sorry for the dear Lord. The theory is correct anyway.

هذا يؤسف له لان هذا كفر عظيم (و لهذا ارتأيت عدم الترجمة) من رجل ظننا من اقوال اخرى له انه مؤمن لكن قد يكون هذا غرور أعمى فقط.

المهم فعلا بالنسبة لنا ان النظرية النسبية صحيحة ولا يهم لو لم تؤيدها التجربة فهى تبقى صحيحة فى نسقها الرياضى لكن نحن نعرف اليوم ان التجربة أيدتها يقينا اذن هى نظرية فى اعلى درجات الصحة.

$$\widehat{\alpha} = 2\int \vec{\nabla}_{\perp}\Phi\, ds$$

شكل 7.7: زاوية الحيود.

4.1.7 الابعاد الاضافية الكبيرة و ضعف قوة الجذب الثقالى

هل الفضاء له ابعاد اضافية. نعم ممكن لم لا. بل هو غير مستبعد تماما. واذا كان هذا صحيح فإنه يمكننا ان نفسر بكل سهولة لماذا قوة الجذب الثقالى بين الاجسام ضعيفة جدا بالمقارنة مع القوة الكهرومغناطيسية و القوى النووية. دعنى اشرح هذا الامر بقليل من التفصيل.

نفترض ثلاثة ابعاد. قوة نيوتن للتجاذب العام بين جسمين يبعدان عن بعضهما البعض مسافة r تعطى بمقلوب مربع المسافة اى

$$F = G_3/r^2.$$

الثابت G_3 هو ثابت التجاذب العام لنيوتن احد الثوابت الطبيعية الاساسية الذى تجدونه فى الكتب.

نفترض الآن D بعد وليس فقط الثلاثة التى نراها. القوة تصبح متناسبة مع مقلوب المسافة مرفوعة للاس D-1 اى

$$F = G_D/r^{D-1}.$$

الثابت G_D هو ثابت الجذب العام فى D بعد و هو لا يساوى بالضرورة قيمته فى ثلاثة ابعاد.

هناك المزيد. اصبروا.

نفترض الآن D بعد مكانى لكن احد هذه الابعاد متضام compact اى ان هذا البعد محدود و منته لا يذهب الى المالانهاية. كمثال على بعد اضافى متضام نأخذ دائرة نصف قطرها R و اذن فى كل نقطة من الفضاء هناك فى الواقع دائرة كما فى الصورة. بعد حساب بسيط نجد ان قوة نيوتن للتجاذب العام بين جسمين يبعدان عن بعضهما البعض مسافة r فى فضاء ذى D بعد لكن احد الابعاد متضامة يعطى بالقانون

$$F = H_D/r^{D-2}.$$

اى ان القوة تصبح متناسبة مع مقلوب المسافة مرفوعة للاس D-2 و ليس للاس D-1 اى ان القوة تصبح اضعف من اجل الاجسام القريبة جدا من بعضها البعض.

اكثر من هذا. ثابت التجاذب العام يصبح معطى ب H_D فى المعادلة الاخيرة اعلاه و هو يعطى بدلالة G_D بالعلاقة

$$H_D = G_D/2\pi R.$$

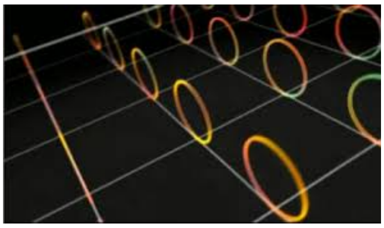
اى انه متناسب طردا مع G_D لكن عكسا مع نصق قطر البعد المتضام. هذا يعنى انه اذا اخذنا نصف القطر R كبير بما يكفى فإننا سنجعل ثابت التفاعل الثقالى H_D صغير كما نريد. هذا هو اقوى الميكانيزمات الموجودة لفهم لماذا الثقالة اضعف بكثير من اخواتها فى كل الكون الا فى حالة الثقب الاسود.

هذه الفكرة البسيطة الوحيدة التى تسمى الابعاد الاضافية الكبيرة large extra dimensions والتى حلت معضلة ضعف الثقالة امام القوى الاخرى و التى تعرف رسميا باسم معضلة التسلسل الهرمى hierarchy problem هى التى جعلت الفيزيائيين اركانى-حامد Arkani-Hamed و ديموبولوس Dimopoulos و دفالى Dvali من مشاهير الفيزيائيين فى اواخر التسعينات وادخلتهم تاريخ الفيزياء من بابها الواسع. الأذكياء المحظوظون.

5.1.7 ماهى المترية؟

ماهى المترية؟ وما هى علاقتها بالفضاء-زمن و ماهى علاقتها بحقل الجذب الثقالى؟

علينا ان نعترف ان الفيزياء النظرية فعلا صعبة ربما اصعب حتى من الرياضيات و الفلسفة و اللغة فهى تتطلب الرياضيات و الفلسفة و اللغة بالاضافة الي الفيزياء. ومما يزيد الامر بلة نجد ان طريقة استعمال الفيزيائيين النظريين للغة فيها تعسف كبير. فمثلا نتحدث عن الفضاء-زمن و نتحدث عن المترية و نتحدث عن الحقل الثقالى و كأنهم نفس الشيء. و رغم انها اشياء فعلا ذات علاقة وطيدة لكنها اشياء تبقى حقيقة مختلفة. لكن بعد تحقيق الفهم فانه يمكنك ان نتعسف و نتصرف و كأن الفضاء-زمن هو المترية و هو نفسه الحقل الثقالى كما يفعل الفيزيائيون النظريون لان تعسفهم هو بعد فهم دقيق للامر و ليس خلط فقط بين المفاهيم.

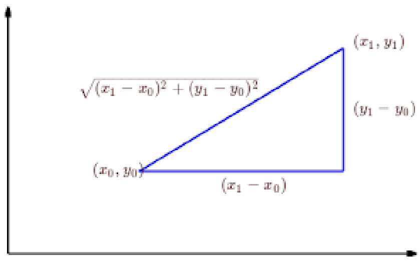


شكل 8.7: الدوائر تعبر عن بعد اضافى واحد فى كل نقطة من الفضاء-زمن.

نبدأ بالمترية metric فهى الاساس. والمترية تعنى لغويا المسطرة فهى المسطرة التى تسمح لنا بقياس و بحساب الاطوال فى الفضاء و الفضاء-زمن. وعندما نقول فضاء فان هذا يعنى انه يحتوى فقط على المكان. وقد نسميه ايضا الفضاء الاقليدى نسبة الى العظيم اقليدس. وعندما نقول الفضاء-زمن فان هذا يعنى انه لدينا ايضا زمن بالاضافة الى المكان و قد نسميه ايضا الفضاء-زمن اللورنتزى نسبة للورنتز Lorentz احد رواد النسبية مع اينشتاين.

نبدأ ببعدين اى بالمستوى.

فى هذا الحالة فان المسافة بين اى نقطتين تعطى بمبرهنة فيثاغورس و هو اقدم من اقليدس و هى مبرهنه يعرفها كل مثقف. نذكر ان مبرهنة فيثاغورس تنص على انه فى المثلث القائم فان مربع طول الوتر يساوى الى مجموع مربعى المقابل و المجاور. والوتر فى المثلث القائم هو اطول ضلع. والمقابل و المجاور هما الضلعان المتعامدان. لو اخترنا محاور فى المستوى بحيث ان المحور العمودى هو y و المحور الافقى هو x كما فى الصورة فان الطول ds بين اى نقطتين فى المستوى (حتى لو كانت نقطتين لا متناهيتين فى القرب من بعضهما البعض) نأخذه كوتر لمثلث قائم ضلعاه هما بالضبط الاسقاطات dx و dy لهذا الطول على المحورين Ox (محور السينات) و Oy (محور العينات) على التوالى. اذن هذا مثلث قائم. انظر الصورة الاولى.



شكل 9.7: مبرهنة فيثاغورس.

ومنه يمكن ان نطبق مباشرة مبرهنة فيثاغورس. اذن مربع الوتر اى ds^2 يساوى مجموع مربعى الضلعين القائم والافقى اى dx^2+dy^2 و نكتب المعادلة التى اكتشفها فى الحقيقة فيثاغورس الذى كان قبل ارسطو وقبل اقليدس

$$ds^2 = dx^2 + dy^2.$$

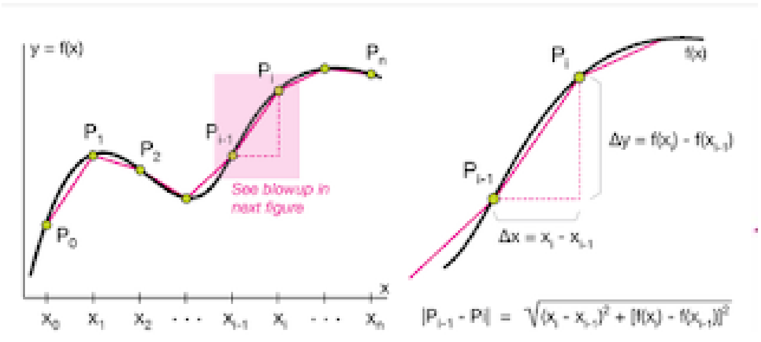
هذه هى مترية المستوى الاقليدى و هى اول مترية اليوم. وهى صالحة كما كتبتها عمدا حتى لو كانت النقاط لا متناهية فى القرب من بعضها البعض. وهى ايضا تعطى المسافة المستقيمة بين اى نقطتين فى المستوى مهما كانتا بعيدتين عن بعضهما البعض.

وحتى نفهم ايضا ان هذه المترية هى مسطرة لحساب و قياس الاطوال نشرح الآن كيف نستعمل هذه المترية لحساب الاطوال فى المستوى للمنحنيات و ليس للخطوط المستقيمة.

نعتبر منحنى فى المستوى معطى بالدالة $y = f(x)$ مثلا الذى فى الصورة الثانية.

حتى نحسب طول هذا المنحنى نقسمه الى مجالات لا متناهية فى الصغر بحيث كل مجال هو صغير الى الحد انه يمكن اعتباره قطعة مستقيمة. مثلا فى الصورة قسمنا المنحنى بالنقاط $P_0, P_1, ...P_n$ اى اننا قسمنا المنحنى الى n قطعة مستقيمة. ولان كل مجال هو قطعة مستقيمة فان طوله يعطى بمبرهنة فيثاغورس وهو يعطى بالضبط بالعلاقة اعلاه. مثلا فى الصورة الثانية رسمنا المثلث القائم المرتكز على النقطتين رقم i-1 و i على منحنى الدالة.

بعد ان عرفنا طول كل مجال لا متناهى فى الصغر على المنحنى $y = f(x)$ نحسب الطول الاجمالى بأخذ مجموع هذه الاطوال. ولان عدد هذه المجالات لانهائى فان المجموع يصبح التكامل. اذن طول المنحنى اى منحنى هو تكامل المترية على المنحنى و هذا دائما صحيح من



شكل 10.7: حساب الأطوال باستعمال المترية.

اجل اى فضاء او فضاء-زمن. نكتب اذن

$$L = \int ds.$$

التعميم الاول: نغير احد الابعاد مثلا y الى زمن t لنحصل على ما يسمى المستوى اللورنتزى. فى هذه الحالة المترية تعطى باضافة اشارة ناقص فى المعادلة الاولى اعلاه اى

$$ds^2 = dx^2 - dt^2.$$

نلاحظ اننا لو غيرنا t ب iy (حيث i هو العدد التخيلى البحت اى $i^2 = -1$) فان المترية تصبح اقليدية مرة اخرى. هذا هو ما يعرف بتدوير ويك Wick rotation و هى تعنى ان الزمن الاقليدى هو زمن تخيلى او ان الزمن هو مكان مركب.

هذه الفكرة اقترضها هاوكينغ فى مقترح انعدام الشرط الحدى the no boundary condition proposal الذى يصف نشأة الكون حيث اعتبر ان الاصل هو المكان و ان الزمن نشأ من المكان عبر تدوير ويك و ليس العكس. وهذه من اروع فكر هاوكنيغ.

التعميم الثانى: لنعمم مترية المستوى الاقليدى الى ثلاثة ابعاد اقليدية اى x و y و z لنحصل على المترية الفضائية

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

التعميم الثالث: لنعمم مترية المستوى اللورنتزى الى فضاء-زمن مينكوسفكى Minkowski الذى هو فضاء لورنتزى و الذى يحتوى على ثلاثة ابعاد مكانية و على زمن حقيقى لنحصل على المترية

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

انتبهوا مرة اخرى الى كيفية تموضع اشارة الناقص امام حد الزمن.

المترية يرمز ايضا لها عموما بالمصفوفة g و فى حالة الفضاء المسطح flat مثل حالة فضاء مينكوفسكى فقد يرمز لها بالمصفوفة η (وتقرأ ايطا). انظر الصورة الثالثة.

$$\begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

شكل 11.7: المترية كمصفوفة.

مثلا بخصوص المثال اعلاه لدينا $g_{11} = g_{22} = g_{33} = -g_{00} = 1$ وبقية الاعداد صفر. يمكن ايضا اعادة كتابة الاحداثيات الديكارتية x و y و z بدلالة الاحداثيات الكروية (نصف القطر r و الزوايا θ و α على الكرة) لتصبح المترية اعلاه معطاة بالمصفوفة فى الصورة الرابعة.

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2(\theta) \end{pmatrix};$$

شكل 12.7: مترية الفضاء-زمن المسطح لمينكوسفكى فى الاحداثيات الكروية.

اذن الفضاء-زمن هو المترية بهذا المعنى. لكن اين هو الحقل الثقالى. كل المتريات اعلاه هى مسطحة لا تحتوى على حقل ثقالى. وكما سنرى فان الحقل الثقالى هو تصحيح على المتريات المسطحة اعلاه و بالتالى فهو يمكن فهمه على انه المترية المنحنية curved.

نأخذ 4 أمثلة مهمة جدا.

- المثال الاول نجم و ثقب اسود شوراشيلد Schwarzschild. فى هذه الحالة نأخذ مترية مينكوفسكى فى الاحداثيات الكروية و نصيف اليها الكمون الثقالى لنيوتن الذى تولده كتلة M موضوعة فى المركز اى

$$V = 2GM/c^2r.$$

حيث G هو ثابت نيوتن و c هى سرعة الضوء. نحصل على فضاء-زمن او مترية شوارشيلد الموجودة فى الصورة الخامسة.و هو الفضاء-زمن الموجود خارج النجم او خارج الثقب الاسود.

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)c^2 dt^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{2Gm}{c^2 r}\right)}dr^2$$
$$-(r)^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)$$

شكل 13.7: مترية فضاء-زمن شوارشيلد.

الفرق بين النجم و الثقب الاسود هو ان افق الحدث event horizon بالنسبة للنجم يقع داخل نصف قطره اما بالنسبة للثقب الاسود فهو يقع خارج الثقب. افق الحدث يعطى بالقيمة

$$r = 2GM/c^2.$$

- المثال الثانى هو مترية الامواج الثقالية المرفقة بجسيم الغرافيتون. انظر الصورة السادسة.

$$ds^2 = -dt^2 + (1 + A\cos k(z+t))dx^2 + (1 - A\cos k(z+t))dy^2 + dz^2.$$

شكل 14.7: مترية الامواج الثقالية (الغرافيتون).

- المثال الثالث هو مترية فضاء-زمن دى سيتر de Sitter spacetime المرفق بتوسع الكون خلال عهد التضخم inflation و فى العهد الاخير من عمر الكون الذى ستهيمن عليه الطاقة المظلمة و الذى نحن بصدد بدايته. انظر الصورة السابعة.

$$ds^2 = dt^2 - \exp\left[2\left(\frac{\Lambda}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t\right]\left(dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)\right)$$

شكل 15.7: مترية فضاء-زمن دى سيتر.

- المثال الرابع هو مترية فضاء-زمن دى سيتر الضدى anti – de Sitter spacetime الذى يلعب دور البطولة المطلقة فى الثنائية الثقالية-المعيارية لنظرية الوتر. وهو فضاء خماسى الابعاد و ليس رباعى الابعاد حيث رمزنا للبعد الخامس ب y. انظر الصورة الثامنة.

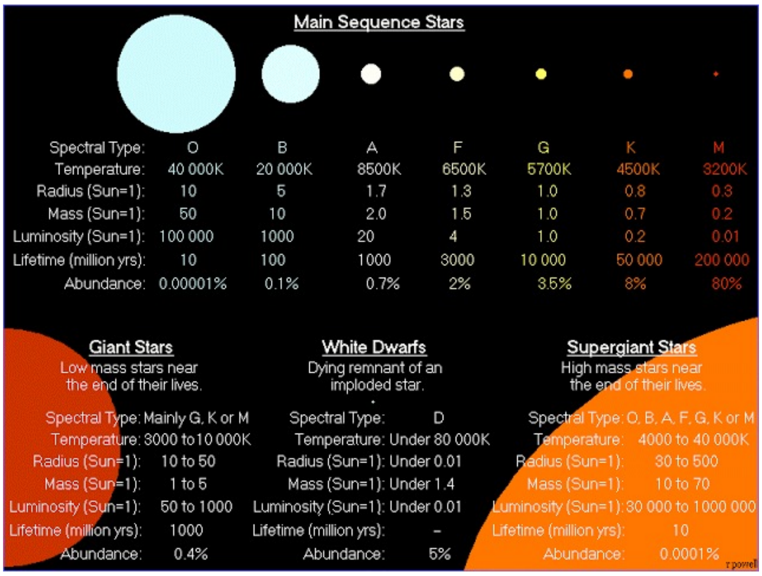
$$ds^2 = \frac{1}{y^2}\left(-dt^2 + dy^2 + \sum_i dx_i^2\right)$$

شكل 16.7: مترية فضاء-زمن دى سيتر الضدى.

6.1.7 النجوم و المجرات و السوبرنوفا

تصنيف النجوم

الاغلبية الساحقة من النجوم ومنها شمسنا تنتمى الى السلسلة الرئيسية main sequence. وهى تقسم الى انواع طيفية O,B,A,F,G,K,M. ثم هناك النجوم العملاقة giant و هى النجوم ذات الكتل الصغيرة من 1 الى 5 من كتلة الشمس التى تكون فى نهاية حياتها. ثم هناك النجوم العملاقة الممتازة supergiant و هى نجوم ذات كتل كبيرة من 10 الى 70 من كتلة الشمس و التى فى نهاية حياتها. ثم هناك الاقزام البيضاء white dwarfs و هى البقايا الناجمة عن الانفجار الداخلى -اى الانهيار- للنجوم فى سوبرنوفا او نجم نيوترونى او ثقب اسود. الصورة الرائعة ادناه هى من انجاز باول.



شكل 17.7: أنواع النجوم.

الاندروميدا

مجرة الاندروميدا وهى الشقيقة الكبرى لمجرتنا درب التبانة. تبعد عنا 2,5 مليون سنة ضوئية. ماذا يعنى هذا؟. هذا يعنى ان الصورة ادناه هى ناجمة عن ضوء صدر من المجرة منذ 2,5 مليون سنة. هذا الزمن هو بالضبط عمر ظهور الانسان على الارض حسب نظرية التطور. اذن هذا الضوء صدر فى نفس الوقت الذى ظهر فيه الانسان الاول على الارض و وصل الينا نحن اليوم حتى نبصره و نفعل به شيئا ما. لكن لا ندرى ماهو هذا الشئ بالضبط. لاننى شخصيا لا اعتقد انها قضية صدفة او تأمل فقط!!.

شكل 18.7: الأندروميدا.

السوبرنوفا

السوبرنوفا supernova هى انهيار نجم تحت تأثير وزنه ومن ثم انفجاره. فى الصورة البقعة المضيئة هى سوبرنوفا و هى اكثر اضاءة من المجرة التى فى الخلفية بأكملها. الاضاءة او الانارة الناجمة عن السوبرنوفا هى 10 مليار شمس والطاقة الصادرة عنها قد تساوى الطاقة الصادرة عن الشمس خلال كل حياتها-وهى تقدر بحوالى خمسة مليارات سنة- و هذه الانارة قد تضيئ المجرة التى تحتويها باكملها لايام او اسابيع ثم تتلاشى تدريجيا. السوبرنوفا اذن هو حدث نادر جدا يحدث مثلا فى مجرتنا -التى هى مجرة كبيرة بمقاييس المجرات- ثلاثة مرات فى القرن.

شكل 19.7: سوبرنوفا.

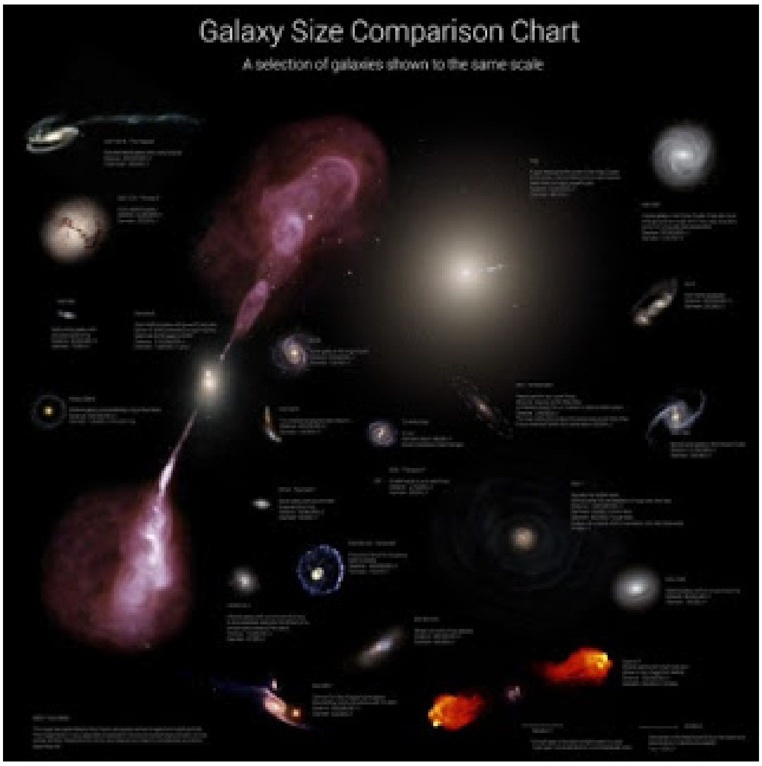
احجام المجرات

لنقارن احجام بعض المجرات بعضها ببعض. مجرة درب التبانة milky way قطرها هو 100000 سنة ضوئية, المجرة $M87$ قطرها 980000 سنة ضوئية, أما المجرة هاركيليس A Herculus فبلغ قطرها 1.5 مليون سنة ضوئية, اى 15 مرة اكبر من درب التبانة. انظر المقارنة بين مختلف المجرات فى الصورة ادناه مرسومة فى السلم.

للمقارنة فان قطر المجموعة الشمسية هو 3.2 سنة ضوئية, اذن حجم المجموعة الشمسية مهمل تماما امام حجم مجرة درب التبانة.

للمقارنة مع ما هو أكبر فان قطر الكون المشاهد هو 93 مليار سنة ضوئية. اذن مجرة درب التبانة و غيرها من المجرات تصبح تافهة بالكامل امام هذا الحجم الهائل.

ثم ربما هناك وراء الكون المشاهد ما يمكن تسميته بماوراء الكون metauniverse, و الكون المتعدد multiverse, واسوء منهما عديد العوالم many worlds. وهى كلها فرضيات جديدة, يتكون فيها الوجود من عدد ربما غير منته من الاكوان المتوازية. وهذه قصص طويلة اخرى.



شكل 20.7: اجام المجرات. صورة مأخوذة من .http://www.rhysy.net/galaxy-sizes.html

اقدم شيء فى الكون بعد الكون نفسه

هذا الضوء ناجم عن اطلاق لاشعة غاما gamma – ray burst الذى يعرف اختصارا ب GRB بعد تشكل ثقب اسود منذ 13 مليار سنة. هذا الحدث وقع بعد 600 مليون سنة فقط من نشأة الكون. اذن هو من اقدم الاحداث فى الكون. وهذا الضوء هو اقدم صورة فى الكون.

شكل 21.7: اطلاق لاشعة غاما او ما يسمى ال GRB.

قذف الشمس خارج المجرة أم تحولها الى عملاق أحمر؟

هل ستقذف الشمس خارج المجرة بعد اصدام درب التبانة بالاندروميدا أم ستتحول الى عملاق أحمر؟

نحن نعيش فى المجموعة الشمسية. الارض حقيقة ليست بذات شأن امام الشمس. الشمس نفسها تعيش فى مجرة درب التبانة و هى مهملة امام الحجم الهائل لهذه المجرة-التى تعتبر عملاقة بمقاييس المجرات-. والشمس ايضا مهملة امام الثقب الاسود الهائل الكتلة الموجود فى مركز درب التبانة المسمى ساغيتاريوس.

فاذا كانت الشمس مثلا عبارة عن كرة تنس صغيرة فان عرض درب تبانة هو فى حدود 30 مليون كلم. الثقب الاسود ساغيتاريوس هو محرك المجرة و الشمس تدور حوله مرة كل 200 مليون سنة. مجرة درب التبانة نفسها موجودة فى زمرة موضعية local cluster من المجرات تحتوى على على عدد آخر من المجرات ومنها مجرة اندروميدا الاكبر قليلا من درب التبانة.

لكن المسافات على هذا المستوى لم تبلغ بعد حد المسافات الكونية التى تنقطع عندها الانفاس تماما و التى يطبق عندها قانون هابل فى التوسع. فمثلا نجد ان الحركة النسبية بين درب التبانة و بين اندروميدا هى حركة اقتراب و ليس حركة تباعد. فالمجرتان ستصطدمان مع بعضهما البعض خلال 4 مليارات سنة. وهذا مؤكد حسب المحاكيات النظرية للنماذج الكونية المتوفرة حاليا. سرعة الاقتراب و التصادم حاليا هى 100 كم فى الثانية.

رغم هذا التصادم المتوقع للمجرتين فان تصادم النجوم التى تحتويها- فدرب التبانة تحتوى على 400 مليار نجم و الاندروميدا تحتوى على 1000 مليار نجم- يبقى نادرا جدا لان متوسط المسافة بين اى نجمين اذا مثلناهما مرة اخرى بكرات تنس هو 3 كلم وهى مسافة هائلة بالمقارنة مع حجم كرات التنس.

بعد هذا التصادم سوف تندمج المجرتان درب التبانة و اندروميدا فى مجرة واحدة و يندمج ثقباهما الاسودان فى المركز فى ثقب واحد و الذى سيحدث-حسب احدى المحاكيات- ان الشمس سوف تكون فى المجرة الجديدة بالقرب من الثقب الاسود الكلى مما سيؤدى الى رميها بالكامل خارج المجرة. اذن بعد 4 مليارات سنة ستقذف الشمس خارج المجرة فى اغوار الكون البارد.

لكن لحسن الحظ فان الارض ستفنى قبل ذلك بكثير. تقريبا بعد 3,75 مليار سنة من الآن حيث يتوقع ان درجة الحرارة على سطح الارض سترتفع الى الحد الذى لا يمكن للماء ان يتواجد على سطح الارض بسبب ارتفاع اضاءة الشمس العجوز-بعد تحولها الى عملاق أحمر- الى حوالى 40 بالمائة من قيمتها الحالية.

7.1.7 عن الثقوب السوداء

الثقب الاسود فى مركز مجرة درب التبانة

كل المجرات العملاقة, و من بينها مجرة درب التبانة خاصتنا, تحتوى فى مركزها على ثقب اسود هائل الكتلة ربما تصل الى مليار كتلة شمسية أو أكثر. فى حالة مجرتنا فإن هذا الثقب الاسود يقبع فى ساغيتاريوس Sagittarius A^* الذى هو منبع صغير لكن منير جدا للاشعة الراديوية فى مركز المجرة, على بعد 26000 سنة ضوئية, و كتلة هذا الثقب الاسود هى حوالى 4 مليون كتلة شمسية.

الثقب الاسود لأنه اسود لا يمكن رؤيته حقيقة مباشرة, و هذا أمر مبدئي و ليس ناجم عن نقص فى التكنولوجيا, بعبارة اخرى لن يمكننا ابدا ان ننظر الى ثقب اسود مباشرة, اى ضوئيا, لأنه لا يصدر عنه اى اشعاع كهرومغناطيسى, اذن كل المعلومات عن ساغيتاريوس A ستار مستقاة فى الحقيقة عن حركة و مسارات عدد من النجوم حول هذا المنبع الراديوى.

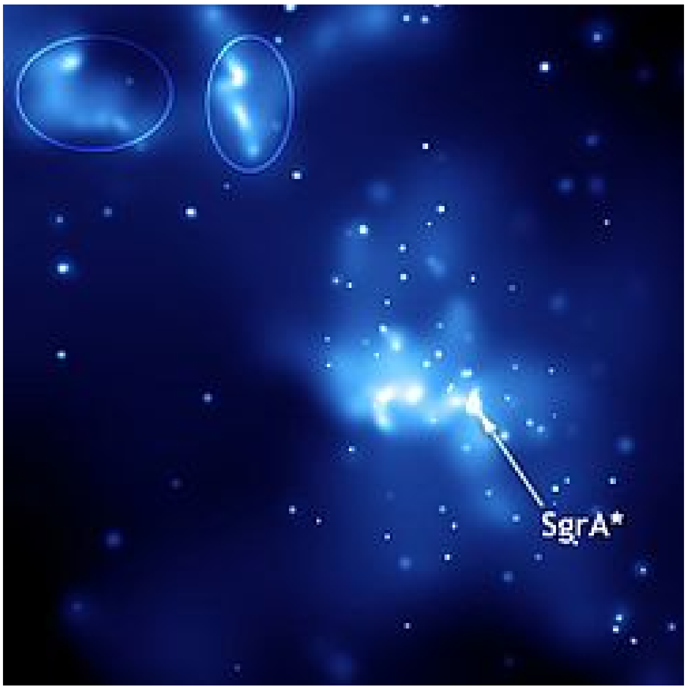
نشير من الجهة الاخرى, انه ربما فى المستقبل سيمكننا رؤية ثقب اسود مباشرة, ومنهم ساغيتاريوس A ستار هذا, لكن ليس باستعمال الامواج الكهرومغناطيسية, لكن باستعمال الامواج الثقالية التى تأكدت حقيقة وجودها مؤخرا.

لكن ماهو الثقب الاسود او عندما تموت النجوم

الشمس نجم متوسط الحجم بالمقارنة مع بقية النجوم عمرها خمسة مليارات سنة اى فى منتصف العمر و عليه فإننا نتوقع انها ستعيش خمسة مليارات سنة أخرى ثم تبدأ فى الموت.

لكن كيف ستموت؟. هل ستشيخ و تموت مثل الانسان؟. الجواب تقريبا نعم.

اولا ستنتفخ حتى يصل سطحها الى مدار الارض وتصبح ما يسمى عملاق أحمر red giant. فى قلب النجم تتركز المادة فى حجم صغير جدا بكثافة هائلة تزداد مع الانتفاخ المستمر للشمس. هذا القلب فى مركز العملاق الاحمر يتصرف بالضبط مثل ما يسمى القزم الابيض white dwarf.



شكل 22.7: ساغيتاريوس A^*. صورة مأخوذة من http://chandra.harvard.edu/photo/2007/gcle/.

القزم الابيض هو نجم تتركز مادته بكثافة عالية جدا فى حجم صغير جدا بحيث مثلا ان كرة بينغ- بونغ مصنوعة من مادة هذا النجم ربما تزن عدة مئات من الاطنان. والاقزام البيضاء ليست نجوم نادرة فحوالى عشرة بالمائة من النجوم المضيئة التى نراها فى السماء هى أقزام بيضاء. القزم الابيض هو اذن نجم ذو ثقالة هائلة و هو متماسك ضد قوى الانهيار الثقالى يفعل ما يسمى ضغط الانحلال الالكترونى electron degeneracy pressure. هذا التأثير هو تأثير كمومى بالكلية راجع الى مبدأ الاستبعاد exclusion principle لباولى Pauli. هذا التأثير الذى يمنع احتلال الكترونين نفس الحالة الكمومية مهما كانت القوى المطبقة عليهما بسبب العلاقة العميقة ما بين السبين spin او عزم اللف و الاحصاء statistics.

اذن داخل القزم الابيض ضغط الانحلال الالكترونى هو الذى يحفظ النجم من الانهيار الثقالى على نفسه. هذا القزم الابيض هو قلب العملاق الاحمر- الذى هو الشمس فى نهاية حياتها- يواصل استهلاك مادة العملاق الاحمر و تجميعها فى القلب حتى ينتهى العملاق الاحمر نهائيا و لايبقى الا القزم الابيض الذى هو نجم بحجم الارض. هذا النجم القزم الابيض يواصل بعد ذلك نشاطه لعدة مليارات من السنوات الاخرى ويبرد ببطء حتى يختفى تماما من السماء عندما يتحول الى قزم اسود black dwarf.

لكن ليست كل النجوم ستعانى نفس هذا المصير الذى ستعرفه الشمس. الامر يتعلق بشكل كبير على كتلة النجم. هذه الكتلة تخضع لما يسمى نهاية شاندراسيكار Chandrasekhar limit. هذه النهاية هى القيمة الاعظمية التى يمكن ان يتحملها القزم الابيض وهى تعطى بدلالة كتلة الشمس M_S بالعلاقة

$$M_* = 1.4 M_S.$$

عندما تكون كتلة النجم اكبر من هذه القيمة فانه عندما يتحول الى عملاق احمر و تصل كتلة القزم الابيض فى قلبه الى هذه القيمة فان وزنه يتغلب على ضغط الانحلال الالكترونى و ينهار القزم الابيض على نفسه ثقاليا. عندها ترتفع بشكل كبير جدا درجة الحرارة و الضغط و التفاعلات النووية الناجمة عن ذلك تؤدى الى تحرير عدد هائل من النيترينوات neutrinos من القلب التى تتسبب فى تسخين المناطق الخارجية للنجم المنهار مولدة بذلك انفجارا هائلا. النجم يصبح عندها مايسمى سوبرنوفا supernova.

أما القزم الابيض فى القلب الذى هو ايضا فى حالة انهيار فان كثافة المادة فيه تبقى فى ازدياد مضطرد لكن يمكن ان يتوقف انهياره الثقالى و يبلغ حالة مستقرة جديدة تسمى النجم النوترونى neutron star.

النجم النوترونى هو نجم متماسك ضد قوى الانهيار الثقالى بفعل ضغط الانحلال النوترونى neutron degeneracy pressure الذى يرجع الى تطبيق مبدأ الاستبعاد لباولى على النوترونات و ليس على الالكترونات. هذا النوع من النجوم تعادل كثافته الكثافة الموجودة داخل النواة الذرية. فمثلا كرة بينغ- بونغ مصنوعة من مادة نجم نوترونى يمكن ان تزن مثل النيازك و حتى الاقمار الصغيرة للكواكب. فالنجم النوترونى هو كغيره من النجوم فى الكتلة لكن يبلغ نصف قطره عشرات الكيلومترات فقط.

لكن مرة أخرى ليست كل النجوم ستعانى هذا المصير. بعض النجوم مثل الشمس سيتوقف انهيارها عند القزم الابيض و بعضها سيتوقف انهيارها عند النجم النوترونى. لكن البعض الآخر مصيره أكثر عنفا. ومرة أخرى الامر يتعلق على الكتلة.

كما ان نهاية شاندراسيكار هى القيمة الاعظمية التى يمكن ان يتحملها القزم الابيض فان النهاية المسماة بنهاية لانداو- اوبنهايمر - فولكوف Landau − Oppenheimer − Volkoff limit هى القيمة الاعظمية التى يمكن ان يتحملها النجم النوترونى و تعطى بدلالة كتلة الشمس بالعلاقة

$$M_* = 2.5M_S.$$

اذن عندما تكون كتلة النجم أكبر من هذا القيمة فانه لن ينفع لا ضغط الانحلال الاكترونى و لا حتى ضغط الانحلال النوترونى الاقوى بكثير فى أن يقف فى وجه الانهيار الثقالى للقلب الذى تتركز فيه كتلة النجم المنهار. النجم سينهار بالكامل و كذلك سينهار القلب الذى يتحول اولا الى قزم ابيض ثم يتحول الى نجم نوترونى ثم أخيرا يتحول الى ثقب الاسود.

الثقوب السوداء هى ارواح المجرات

وهى ايضا آخر من يبقى فى الكون بعد ان تتميع كل طاقته. ولا يُعرف من يبقى بعدها الا الفوتونات.

اقدم لكم فى الصورة الثقب الاسود HLX − 1 وهو آخر ما تبقى من مجرة قزمة ابتلعتها المجرة العملاقة ESO243 − 49 التى تظهر فى الصورة (23.7).

الثقب الاسود هو النقطة الزرقاء الصغيرة- التى وضع حولها دائرة للتوضيح-. هذا اللون هو ناجم عن الاشعة X التى تنتج من سقوط المادة- من غبار و غاز- فى الثقب الاسود.

هذا الثقب الاسود ككل الثقوب السوداء, كان فى مركز مجرته-المجرة القزم- لكن هذه المجرة ابتلعتها المجرة الاكبر بفعل قوة الجذب الثقالى: اعظم قوة على هذه المسافات الكونية التى يصعب تصورها و حتى النطق بها. يتوقع ان هذا الثقب الاسود نفسه ستبتلعه المجرة العملاقة مع مرور الزمن الا فى حالة واحدة وهى حالة ان يكون مداره حولها مستقر حسب كيبلر.

هذا الثقب الاسود يساوى فى الوزن 20 الف شمس ويبعد حوالى 290 مليون سنة ضوئية عنا وتدور حوله, بالاضافة الى الغاز والغبار الذى نجده يدور حول اى ثقب اسود آخر, مجموعة هائلة من النجوم الشابة التى تشكلت قبل 200 مليون سنة عندما أكلت المجرة العملاقة التى تظهر فى الصورة المجرة القزم أم الثقب الاسود. الأكل هنا يعنى بالضبط انه وقع تصادم بين المجرتين ادى الى تدمير المجرة القزم بالكامل و تعرية الثقب الاسود الذى كان فى مركزها تماما.

هل ستمتص المجرة العملاقة هذا الثقب الاسود المسكين كما امتصت أمه. هذا هو السؤال!!. فهذا الثقب الاسود, وكل شئ آخر مادى محض فى هذا الكون, فعلا مجبور و تطبق عليه نظرية التطور الفيزيائى ولن تفيد اى اعتراضات فلسفية على هذين الامرين هنا.

عندما ننظر للكون على هذا المستوى أُصبح متفهم لماذ الفلاسفة القدماء كانوا يقولون بقدم العالم. ولماذا الفلاسفة المُحدثين يميلون فى أغلبهم الى المونيزم المادى. فالكون عجيب و المادة فى عظمتها المكانية و الزمانية و الكمومية عظيمة. ليس لدى كلمات كافية للتعبير. لكن ان شاء الله حيرتى و تعجبى تكون وصلت لكم.

هل رأيتم ثقب اسود من قبل؟

اقدم لكم اول و اشهر ثقب اسود أكتشفه الالمانى اليهودى شوارشيلد Schwarzschild عام 1915 و هو فى جبهة الحرب مع روسيا اثناء الحرب العالمية الاولى و نشره عام 1916 وهو العام نفسه الذى مات فيه. هذا الحل الذى فى الصورة ادناه يعطى مترية الفضاء - زمن حول الثقب الاسود و هو حل مضبوط لمعادلات اينشتاين للثقالة. كتلة الثقب هى m و G هو ثابت الجذب العام لنيوتن و c هى سرعة الضوء.

اذا وضعتم الكتلة تساوى صفر $m = 0$ فانكم سوف تحصلون على مترية الفضاء - زمن خاصة مينكوسفكى Minkowski اى فضاء - زمن النسبية الخاصة لاينشتاين الذى يعطى بالمترية

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2.$$

تحققوا من هذا التمرين البسيط. ايضا لاحظوا ان المعامل الذى يضرب الزمن dt ينعدم اما المعامل الذى يضرب نصف القطر dr فيذهب الى ما لانهاية عندما نضع نصف القطر يساوى القيمة التالية

$$r_0 = \frac{2Gm}{c^2}.$$

شكل 23.7: الثقب الاسود HLX − 1، صورة مأخوذة من https://www.cfa.harvard.edu/news/2012-03. from

$$ds^2 = \left(1-\frac{2Gm}{c^2r}\right)c^2dt^2 - \frac{1}{\left(1-\frac{2Gm}{c^2r}\right)}dr^2$$
$$-(r)^2(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2)$$

شكل 24.7: ثقب اسود شوارشيلد.

هذا هو افق الحدث event horizon خاصة الثقب - أترونه هو الآخر!! - و هو ليس بمفردة singularity رياضية حقيقية. المفردة الحقيقية موجودة وراء افق الحدث عند الصفر اى عند

$$r = 0.$$

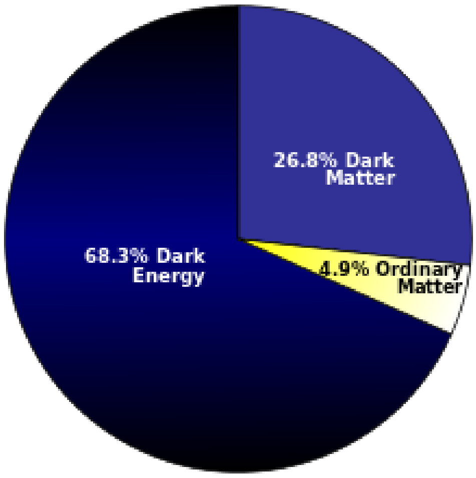
نقول ان الثقب الاسود هو مفردة مخفية hidden singularity.

الكون نشأ من انهيار نجم علي ثقب اسود في اربعة ابعاد مكانية

70 بالمائة من كتلة الكون تأتي علي شكل ما يسمي بالطاقة المظلمة و هي تتسبب في عملية تسارع توسع الكون لانها تؤثر كجاذبية مضادة بسبب ضغطها السالب. أما ال 25 بالمائة الاخرى فتأتي علي شكل مادة مظلمة لا تتفاعل الا عبر الجاذبية. ال 5 بالمائة المتبقية هي كتلة المادة العادية من الكترونات و بروتونات و غيرها التي نراها في النجوم و المجرات وهى تسمى ايضا بالمادة المضيئة لانها تتفاعل كهرومغناطيسيا اى ترى عكس المادة المظلمة التى لا تتفاعل الا ثقاليا. انظر الصورة ادناه.

ثلاثة اسئلة محورية تواجهها الفيزياء الكونية و النظرية الان: ما هي طبيعة الانفجار الاكبر؟ ماهي الطاقة المظلمة؟ و ما هي المادة المظلمة؟

من احدث المحاولات للاجابة عن هذه الاسئلة قدمها فيزيائيون كنديون عام 2013 علي شكل المقترح التالي: الكون بابعاده المكانية الثلاثة تخلق عن انهيار نجم و تحوله الي ثقب اسود في اربعة ابعاد مكانية. تصوروا عالم من اربعة ابعاد مكانية بالاضافة الي الزمن, في هذا العالم توجد نجوم رباعية البعد, يمكن لهذه النجوم ان تنفجر الي مستعرات عظمي supernova و تنهار الي ثقوب سوداء, لكن رباعية البعد, تماما مثل الذي نشاهده يحدث في كوننا ثلاثى الابعاد. الفرضية الاساسية التي قدمها المؤلفون هو ان الكون الذي نعيش فيه هو افق الحدث event horizon لثقب اسود في اربعة ابعاد مكانية. هذا يحل عدة مشاكل كسمولوجية مرة واحدة مثل المبدأ الكوني دون الحاجة الي نظرية التضخم الكوني و اهم من ذلك حجب مفردة الانفجار الاعظم و امور اخري غيرها. انظر البحث الاصلي فى [38].



شكل 25.7: كتلة الكون: 70 بالمائة طاقة مظلمة, 25 بالمائة مادة مظلمة و 5 بالمائة مادة عادية مضيئة.

2.7 الانفجار الاكبر و توسع الكون

1.2.7 الانفجار الاكبر

الانفجار الاكبر هو عبارة عن نقطة, ذات درجة حرارة و ضغط لا متناهيين, انطلق منها الكون فى التوسع منذ 14 مليار سنة. الكون بعد هذه النقطة عبر مرحلة الثقالة الكمومية, ثم مرحلة النظرية الموحدة الكبرى, ثم مرحلة التضخم الكونى, ثم المرحلة الحالية للنموذج المعيارى للجسيمات الاولية. الكون الان فى حالة توسع متسارع و هذا راجع الى هيمنة الطاقة المظلمة, التى هى طاقة الفراغ الكمومية, و هو قبل هذا كان فى مرحلة هيمنة المادة, وقبلها فى مرحلة هيمنة الاشعاع.

من الناحية الرياضية الانفجار الاكبر هو مفردة عارية naked singularity عكس مفردة الثقب الاسود التى هى عبارة عن مفردة مستورة بحدث الافق.

هل هناك شك فى الانفجار الاكبر؟

لا على الاطلاق. فالدلائل التجريبية كثيرة لكن اقواها يبقى اشعاع الخلفية الميكروى الذى يدل على تجانس و توحد خواص الكون- وهذا ما نراه بدقة كبيرة على مستوى الابعاد الكونية- و قانون هابل الذى يدل على اتساع الكون.

فى بعض الاحيان نشاهد اجرام سماوية على مستوى المجرات وما فوق تتجاذب عوض ان تبتعد حتى تصطدم ببعضها البعض. هذا معروف و يسمى السرعات الغريبة peculiar velocities و هو راجع الى تأثير الثقالة التى هى قوة هائلة على هذا المستوى يمكنها ان تتغلب على اتساع الكون. حتى الكون نفسه على هذا المستوى العملاق يمكن ان تتغلب فيه الثقالة على قوة الاتساع و يرجع و ينكمش الكون على نفسه حتى يصل الى السحق الاكبر كما بدأ عند الانفجار الاكبر.

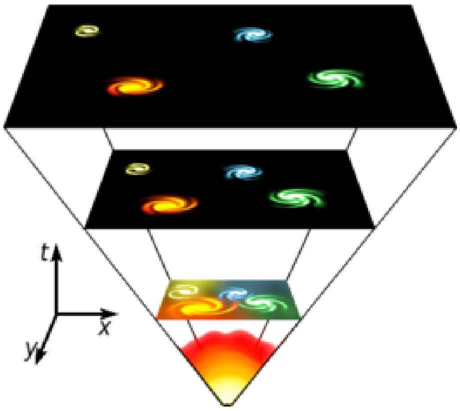
أين هى الارض و الانسان فى كل هذا؟ لا ادرى. لكن المؤكد انهما لا يعتد بهما مطلقا. على هذا المستوى لن تجدوا الا الكمومى و الزمن و المكان لهما دور يعتد به.

2.2.7 اشعاع الخلفية الميكروي

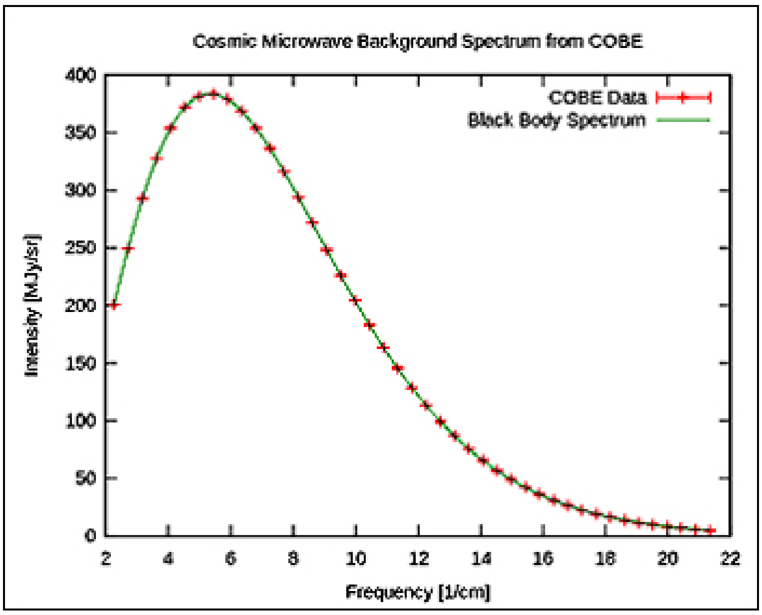
اشعاع الخلفية الكونية الميكروي cosmic microwave background radiation او اشعاع ال CMB الذي اكتشف صدفة عام 1964 من قبل بنزياس Penzias و ويلسن Wilson هو اقوي الادلة علي حادث الانفجار الاعظم اي علي حدوث العالم و حدوث الزمان و المكان.

هذا الاشعاع هو اقدم ضوء في الكون يرجع الي عهد التركيب combination (تركيب الذرات) و عهد الافتراق decoupling (تحرر الفوتونات) اللذان يعرفان معا بعهد التصادم الاخير last scattering اين كان الكون اصغر بالف مرة مما هو عليه الان حوالي 400 الف سنة بعد الانفجار الاعظم, و هو اشعاع جسم اسود عند درجة حرارة 2.7 كلفن. انظروا الصورة (27.7).

هذا الاشعاع منتظم و متجانس في كل الاتجاهات في السماء و لهذا يظهر الكون متجانس homogeneous و متماثل المناحي اى متوحد الخواص isotropic علي مستوي الابعاد الكونية. انظر الصورة (28.7).



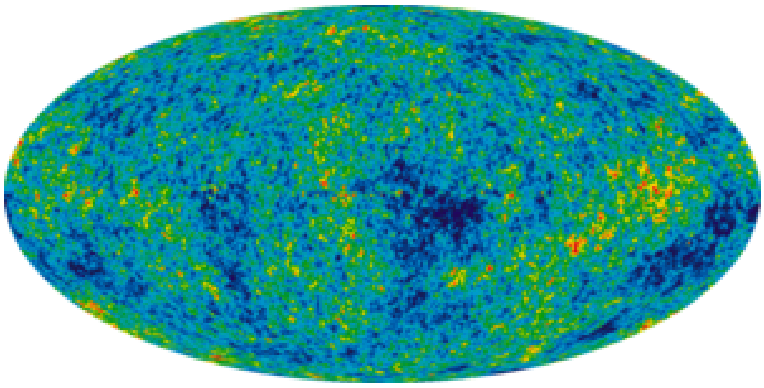
شكل 26.7: الكون انطلق من مفردة الانفجار الاكبر ثم بدأ فى التوسع.



شكل 27.7: اشعاع الخلفية الميكروى.

تجانس هذا الاشعاع الذي يبلغ دقة واحد من 100000 كان من الصعب جدا فهمه من قبل الفيزيائيين و ادي الي ما يسمي معضلة الافق horizon problem اي كيف يمكن ان يكون لاجزاء متباعدة جدا من الكون غير مرتبطة سببيا نفس درجة الحرارة. هذا الامر و غيره من المعضلات الاخري اجابت عنه نظرية التضخم inflation theory التي فسرت ايضا كيف تشكلت البني الكونية من مجمعات و مجرات و نجوم انطلاقا من الانهيار الثقالي للاضطرابات الكمومية التي كانت موجودة في عهد التضخم و ايضا فسرت الاضطرابات الصغيرة جدا المشاهدة اليوم في اشعاع الخلفية الكونية.

انظروا محاضراتي حوال النسبية العامة, الثقوب السوداء و الكوسمولوجي علي الموقع المهني خاصتي.



شكل 28.7: تجانس و تماثل مناحى الكون.

3.2.7 المبدأ الكوسمولوجى

فى الصورة توزيع المجرات فى الكون المرصود وهى صورة حقيقية. الارض بطبيعة الحال فى المركز و كل نقطة هى مجرة. نصف قطر الصورة هو 2 مليار سنة ضوئية. فى الجزء الاسود لا توجد اى اشارة لان الغبار الكونى فى مجرتنا اعترض طريق التليسكوبات فى هذه التجربة. النقاط الحمراء تعبر عن مجرات اقدم من غيرها لانها تحتوى على نجوم فى الطيف الاحمر اى فى نهاية عمرها. هذه الصورة هى من انجاز تجربة المسح الرقمى للسماء سلوان Sloan Digit Sky Survey او ال SDDS اختصارا. اذن توزيع المجرات على المسافات الهائلة منتظم فى كل النقاط و فى كل الاتجاهات كما اشرنا اليه اعلاه. وهذا هو المبدأ الكوسمولوجى مرة اخرى.

4.2.7 قانون هابل

فى الصورة ادناه القياس التاريخى لتوسع الكون المعروف اليوم تحت اسم قانون هابل Hubble law من طرف هابل نفسه-المرجع صفحات نازا التعليمية-.

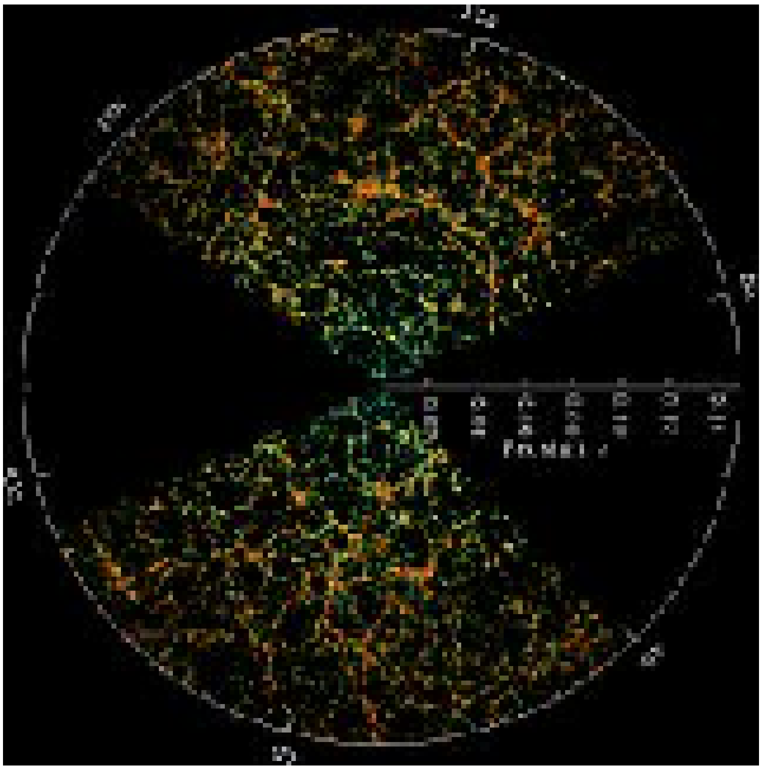
قانون هابل ينص على ان سرعة تباعد المجرات عنا v متناسبة مع بعدها d عن الارض. كلما زادت المسافة كلما زادت سرعة التباعد. المعادلة تعطى ب

$$v = H.d.$$

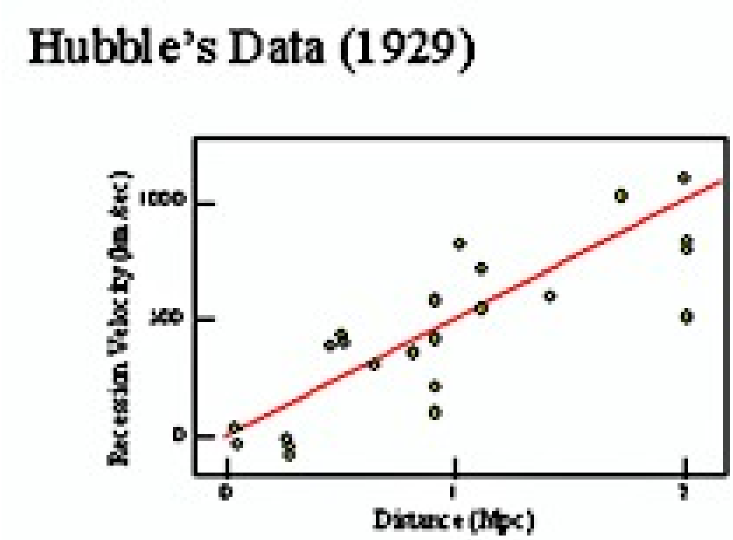
الثابت H هو ما يعرف باسم ثابت هابل وهو احد الثوابت الاساسية فى الطبيعة مثله مثل سرعة الضوء و ثابت بلانك و ثابت بولتزمان و ثابت نيوتن. القيمة التجريبية اليوم -اى فى هذا العهد من عمر الكون و ايضا حسب القياسات الحالية- هى فى حدود 70 كلم فى الثانية من اجل كل ميغابارساك و المياغابارساك megaparsec هو 300 الف سنة ضوئية.

يبقى هذا القانون من ابسط القوانين الفيزيائية على الاطلاق لكن بنتائج فيزيائية و فلسفية من اعمق ما يكون. اذن كل شخص يمكن ان يكتشف قانون و يكتشف ثابت ويصبح ذلك القانون احد اعمدة الفيزياء حتى مع كل هذا التطور الهائل فى الفيزياء و الرياضيات و العلم. فالامر ابعد ما يكون عن الانتهاء.

ما يعطى تفسير هذا القانون امران اساسيان: النسبية و التوسع. هل يمكن تفسير النتائج التجريبية فى الصورة و التى تأكدت منذ هابل عام 1929 بمزيد من القياسات الدقيقة بفرضيات اخرى غير النسبية و التوسع. ربما. لكن تفسير هذه المعطيات فى المنحنى يبقى فى الاخير هو الامتحان الحقيقى لاى نظرية علمية مقترحة.



شكل 29.7: توزيع المجرات فى الكون المرصود.



شكل 30.7: قانون هابل كما قاسه هابل نفسه.

5.2.7 معضلة الافق التى ادت الى نظرية التضخم الكونى

أما معضلة الافق هذه فالكل يتحدث عنها لكنك ستجد صعوبة شديدة فى ايجاد من يشرحها لك بشكل واضح بدون غموض حقيقى أو مفتعل. اذن سأقتطف هنا مرة اخرى من كتابى فى النسبية العامة و الكوسمولوجى و الثقوب السوداء.

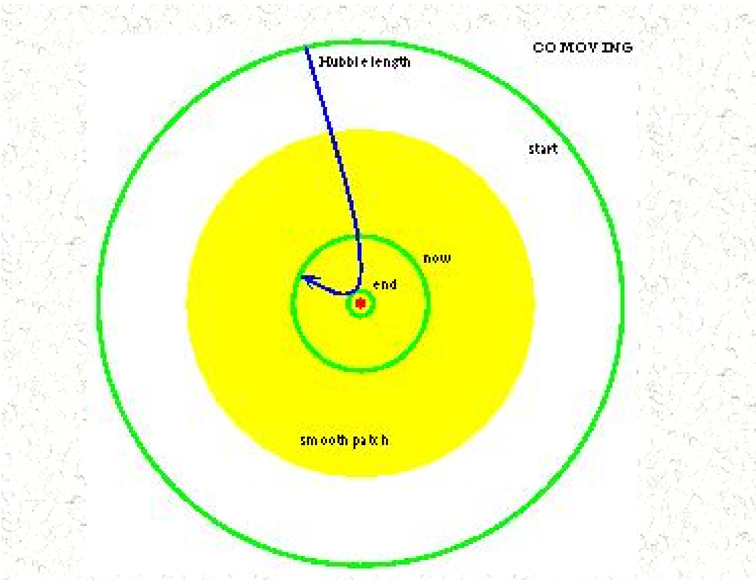
المعضلة كالآتى: لماذا نرى الكون متجانس و منتظم فى كل النقاط و فى كل الاتجاهات. نفترض اننا نأخذ نقطة أ فى جهة معينة من الكون و نأخذ نقطة ب فى الجهة المضادة من الكون حيث ان المسافة بينهما التى هى قطر الكون أكبر بكثير مما يسمى الافق الجسيمى particle horizon و هى اقصى مسافة يمكن ان يطويها الضوء منذ عهد الانفجار الاكبر.

بمعنى ان الضوء من النقطة أ لم يكن له الوقت الكافى ليصل للنقطة ب والعكس فكيف اذن تفاعلت النقطتان سببيا حتى تفاهمتا على ان تكون درجة الحرارة فى كل منهما تساوى 2,7 كلفن بدقة 1 من عشرة الاف.

اذن هذه المعضلة تهدد السببية و ليست النسبية. والسببية اخطر و اهم من النسبية بالنسبة للجميع حتى بالنسبة للذين لا يؤمنون بصيغتها الاقوى. الحل تعطيه نظرية التضخم inflation theory الكونى.

اولا علينا ان نقول ان مقلوب ثابت هابل H يعرف ما يسمى مسافة هابل Hubble length و هذه المسافة تقيس -من بين ما تقيس- المسافة القصوى التى يمكن ان يطويها الضوء. معضلة الافق الكونى ترجع الى كون هذه المسافة تتزايد خلال الاتساع العادى للكون.

فى الحل نفترض مرحلة من التوسع يكون فيها التوسع اسى exponential اى فى هذه المرحلة تصبح مسافة هابل متناقصة و ليست متزايدة. وفى الحقيقة فانها تتناقص بشكل كبير و بسرعة. و بعد انتهاء مرحلة التضخم يرجع الكون الى مرحلة التوسع العادى و ترجع مسافة هابل الى الزيادة لكن الآن فان الكون سيتوسع داخل منطقة ناعمة smooth و متوازنة حراريا thermalized ناجمة عن التضخم. بعبارة اخرى فان الجزء من الكون الذى يمكن ان نراه قبل التضخم اكبر بكثير و بكثير و بكثير من الجزء من الكون الذى يمكن ان نراه بعد التضخم. اذن الكون الذى نراه الآن هو مهمل أمام حجمه الحقيقى اذا كانت نظرية التضخم صحيحة و هى بالمناسبة قد اكدتها القياسات الاخيرة لمرصد بلانك. و لهذا فاننا نقول اننا نعيش داخل فقاعة bubble وهى البقعة الصفراء فى الصورة (31.7).



شكل 31.7: التضخم يؤدى الى تناقص مسافة هابل و الى توسع الكون بشكل هائل وتخلق منطقة ناعمة و متوازنة حرريا (الفقاعة) التى يرجع يتوسع بداخلها الكون بعد انتهاء عهد التضخم وتصبح فيها مسافة هابل متزايدة.

6.2.7 الانزياح نحو الاحمر

المجرات البعيدة تبتعد عنا بسرعات تفوق سرعة الضوء. كيف يمكن ان يكون هذا صحيح!. هو صحيح لكنه من متشابه الفيزياء يحتاج حتما الى تأويل حتى ينسجم مع المحكم من الفيزياء: نظرية النسبية الخاصة.

اروع شيئ فى الكوسمولوجيا- اى فيزياء الكون- هى سهولة فهمها و سهولة شرحها بالمقارنة مع الفيزياء الكمومية مثلا التى رغم صعوبتها

الذاتية تبقى أهم كلهم. ايضا الرائع فى الكوسمولوجيا هو عمق مسائلها و هو نفس عمق مسائل الفيزياء الكمومية لكن المقاربة سهلة جدا بالنسبة لغير المختص.

سأكلمكم اليوم على موضوع اساسى فى الكوسمولوجيا تقوم عليه كل النظرية المعروفة اليوم. الابعاد الكونية تقاس بما يسمى الانزياح الاحمر redshift . تصوروا سيارة شرطة او اسعاف تبتعد عنا. عندما تفعل ذلك فان صوت الصفارة يتناقص اكثر فاكثر كلما ابتعدت عنا اكثر. هذا يسمى تأثير دوبلر Doppler effect . الصوت هو موجة تنتشر فى المادة. و طول الموجة يتزايد كلما ابتعد عنا منبع الصوت وهذا هو تأثير دوبلر.

الضوء-والاشعاع الكهرومغناطيسي- هو ايضا موجة تنتشر فى الفضاء حتى لو كان فارغا تماما من اى مادة. اذن كون الضوء موجة فإنه يخضع ايضا لتاثير دوبلر مثله مثل الصوت. فى حالة الضوء فإن هذا ايضا يعنى تزايد طولة الموجة كلما ابتعد عنا منبع الضوء اى ان التواتر ينزاح الى القسم الادنى-اين يوجد اللون الاحمر- من الطيف الكهرومغناطيسى. ولهذا يسمى الانزياح نحو الاحمر.

الآن الكون فى حالة توسع. اذن المجرات وهى منبع الضوء تبتعد عنا. اى ان ضوئها يبتعد عنا و منه فإنه يخضع للانزياح الاحمر.

لاحظوا انى قلت تخضع لانزياح احمر ولم اقل تخضع لتأثير دوبلر لان هذا الانزياح نحو الاحمر فى الحالة الكونية ليس حقيقة هو بسبب تأثير دوبلر الذى ينجم عن تراجع منبع عن الملاحظ فى فضاء ثابت. هذا الانزياح الكونى ناجم فى الحقيقة عن تراجع المنبع عن الملاحظ بسبب توسع الفضاء الذى يوجد فيه المنبع و الملاحظ. ركزوا فى الفرق.

اذن الدليل المباشر على توسع الكون هو وجود الانزياح الاحمر فى الضوء الذى نستقبله هنا على الارض من المجرات البعيدة. هذا الانزياح الاحمر ويرمز له ب z يحسب باخذ قسمة الفرق فى طول الموجة على طول الموجة فى المنبع. اى

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

من الجهة الاخرى, الفرق فى طول الموجة يحسب بطرح طول الموجة على الارض من طولها فى المنبع.

من اجل المجرات القريبة حيث تكون سرعة تراجعها عنا اقل بكثير من سرعة الضوء فاننا يمكن ان نستخدم قانون دوبلر لربط الانزياح z بسرعة التراجع v كما يلى

$$z = \frac{v}{c}.$$

اذن كما ترون الانزياح نحو الاحمر للضوء يقيس سرعة تراجع او ابتعاد المجرات عنا. هذه نتيجة اساسية فى الكوسمولوجيا. ومن فهمها فإنه سيفهم الكثير من نتائج المشاهدة و كذلك النتائج النظرية.

الان بعد المجرات عنا نعينه باستخدام قانون هابل Hubble الذى يربط السرعة v التى هى سرعة ابتعاد المجرة عنا بالمسافة d التى تفصلنا عن تلك المجرة كما يلى

$$v = H.d$$

حيث H هو ثابت هابل و يعطى بالقياسات الحالية ب

$$H = 72(\mathrm{km/sec})/\mathrm{Mpc}.$$

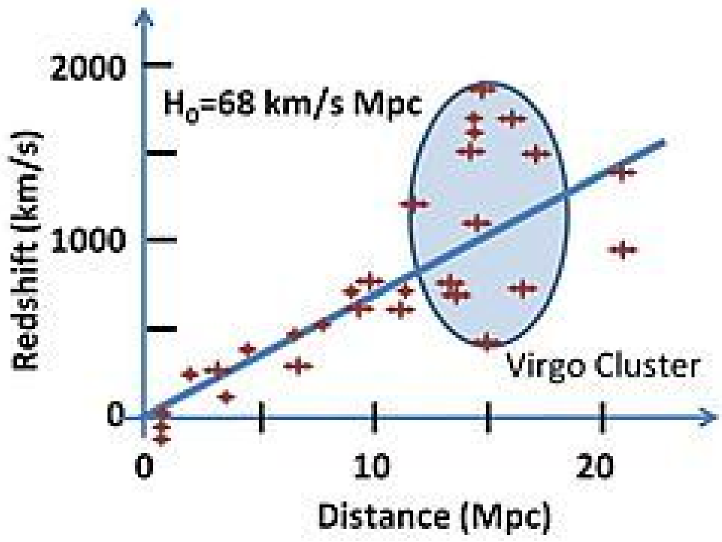
القانون اعلاه كان قد اكتشفه هابل فى الثلاثينات و هو احد ركائز الكوسمولوجيا. و يمكن ايضا اشتقاقه من النسبية العامة.

و هو ينص على ان سرعة ابتعاد المجرات عنا تتناسب طردا مع مسافتها عنا. اذن كلما كانت المجرة بعيدة عنا كلما كانت سرعتها اكبر. ولا توجد حدود عليا. اذن يمكن للسرعة ان تتجاوز سرعة الضوء!. كيف يمكن ان تفسرون هذا لانه من الجهة الاخرى يستحيل ان تحطم النسبية العامة على ضوء الفيزياء الحديثة ابدا!.

فى التمرين الثانى الذى اتركه فى الصورة (32.7) تجدون قياسات للانزياح الاحمر بدلالة المسافة تؤكد قانون هابل. لكن بجوار تجمع فيرغو Virgo cluster -وهو تجمع ضخم للمجرات- هناك الكثير من القياسات كما ترون على الصورة لا تقع على المستقيم. كيف تفسرون هذا؟

7.2.7 معادلة فريدمان: القانون الاساسى للكون

معادلة فريدمان هى المعادلة الاساسية التى تحكم فى توسع الكون. و هى معادلة مستنتجة من معادلات اينشتاين للنسبية العامة من اجل المتريات metrics خاصة فريدمان Friedmann, لوماتر Lemaitre, روبرتسون Robertson, و والكر Walker او متريات FLRW اختصارا.



شكل 32.7: قانون هابل مرة اخرى. لاحظ ماذا يحدث بجوار تجمع فيرغو. لماذا؟

معادلة فريدمان بسيطة جدا تعطى ب

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_R}{a^4} + \frac{\Omega_M}{a^3} + \frac{\Omega_k}{a^2} + \Omega_\Lambda.$$

لنشرحها قليلا.

- ثابت هابل Hubble constant و نرمز له ب H_0 يقيس التناسب الخطى بين سرعة ابتعاد المجرات بالنسبة لنا و المسافة الى هذه المجرات. مقلوب ثابت هابل هو بالضبط عمر الكون. قيمته العددية تعطى ب

$$H_0 = 71km/s/mpc = 2.3 \times 10^{-18}s^{-1}.$$

عمر الكون كما قلنا يعطى بمقلوب ثابت هابل اى

$$t_H = \frac{1}{H_0} = 13.8 \times 10^9 \text{ years}.$$

- متغير هابل Hubble parameter و نرمز له ب H. وهو يتعلق بمعامل السلم scale factor الذى نرمز له ب a الذى هو دالة فى الزمن اى

$$a = a(t).$$

هذا المعامل يقيس حجم الفضاء او المكان. لان حجم الفضاء متناسب مع a^3.

- حدود معادلة فريدمان:

  - الحد الاول فى معادلة فريدمان هو تأثير الاشعاع على توسع الكون. و كما نرى فان طاقة الاشعاع هى اسرع ما يتميع فى الكون حيث انها تتناسب مع مقلوب القوة الرابعة لمعامل السلم اى a^4. و هذا هو السبب نفسه ايضا لماذا كانت طاقة الاشعاع مهيمنة على الكون فى بداية تكوينه.
  - الحد الثانى هو تأثير المادة على توسع الكون. المادة المظلمة تحسب ضمن المادة. اذن المادة تتميع مثل مقلوب مكعب معامل السلم اى a^3. هذا هو السبب لماذا هيمنت المادة على الكون فى شبابه بعد ان تم تمييع طاقة الاشعاع بالكامل.
  - الحد الثالث هو تأثير انحناء المكان على توسع الكون. القياسات الحديثة لهذا الحد تعطى القيمة صفر و هذا منسجم مع خاصية تسطيح المكان. اذن المكان مسطح- فى مقابل مكان منحنى- و بالتالى فانه لا يشارك فى معادلة فريدمان.

– الحد الرابع هو تأثير الطاقة المظلمة او طاقة الفراغ على توسع الكون. و كما ترون فهذا الحد لا يتعلق بمعامل السلم ولهذا فهى التى ستهيمن على الكون فى الاخير لانها لا تميع على الاطلاق مع توسع الكون. الكون الآن هو فى مرحلة هيمنة الطاقة المظلمة.

- فى كل هذه الحدود Ω هى الكثافة: كثافة الاشعاع, كثافة المادة, كثافة انحناء المكان و كثافة الطاقة المظلمة على التوالى. ومجموع هذه الكثافات يساوى واحد اى

$$\Omega_R + \Omega_M + \Omega_k + \Omega_\Lambda = 1.$$

- أهم القياسات التجريبية لحد الان. كثافة انحناء المكان حسب القياسات الاخيرة لمرصد بلانك هى تقريبا صفر. اذن الفضاء او المكان مسطح. وهذا ذكرناه اعلاه و نذكره مرة أخرى لاهميته القصوى. ايضا فإن كثافة الطاقة المظلمة مهيمنة بالكامل- حوالى 70 بالمائة- و بالتالى فإن توسع الكون هو فى حالة تسارع. وأن كثافة المادة المظلمة تهيمن على القطاع المادى بنسبة 25 بالمائة أما المادة النجمية المضيئة فلا تشكل الا 5 بالمائة.

8.2.7 المادة المظلمة و الطاقة المظلمة

المادة المظلمة

اما المادة المظلمة dark matter فهى لا ترى تماما لانها لا تتفاعل كهرومغناطيسيا, ويمكن فقط ان تتفاعل ثقاليا, وهذه هى الطريقة الوحيدة التى تسمح لنا بأن نرى أثرها, وهو ما نراه فعلا على مستوى الابعاد الكونية الفلكية مثلا فى دوران المجرات حول نفسها. وهذه المادة تشكل حوالى الربع من كتلة الكون الاجمالية. اذن هى غير هينة.

اما ماهى طبيعتها, فهذا سؤال مازال مجهولا الى حد كبير. ربما هى الجسيم الثقيل المتفاعل بضعف شديد, الذى تتنبأ به التناظرات الممتازة للنموذج المعيارى, الذى يسمى النوترالينو neutralino لكن لا احد يعرف بشكل مؤكد.

من اقوى الدلائل على وجود المادة المظلمة هى منحنيات دوران المجرات galaxy rotation curves. اذا كانت المجرة مشكلة فقط من المادة المضيئة فان المنحنى كان لا بد ان يتلاشى حتى ينعدم كلما ابتعدنا عن مركز المجرة. لكن الذى يحدث ان المنحنى, بعد الخروج من المجرة كما نراها نحن على تليسكوباتنا, يبقى فى ازدياد محسوس, مما يدل انه مازال هناك كتلة معتبرة جدا تؤثر رغم اننا لا نراها ضوئيا!!!

فى الصورة (33.7) نرسم سرعة الدوران v حول مركز المجرة بدلالة البعد R عن مركز المجرة. هذه السرعة تعطى بدلالة الكتلة عن طريق قانون كيبلر. لو لم تكن هناك الا المادة المضيئة فان هذه السرعة كانت ستتناقص مثل واحد على جذر البعد كلما ابتعدنا عن المركز. لكن الذى نراه ان السرعة تصبح تقريبا ثابتة بعد الخروج من الجزء المضيئ الذى نراه من المجرة مما يعنى ان هناك كتلة هائلة غير مضيئة و لذلك لا نراها مباشرة تتناسب خطيا مع المسافة.

الطاقة المظلمة: خطيئة اينشتاين التى اصبحت أكبر انجازاته!!

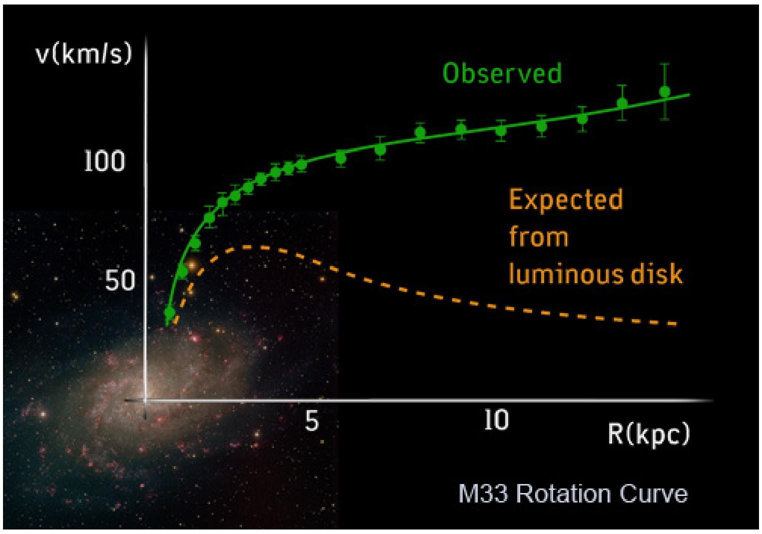
الطاقة المظلمة هى الكائن الكونى الوحيد الذى لا يتعلق بتوسع المكان. لهذا تجد الكون خلال عمره المحدود عندما كان صغيرا فى الحجم عاش مرحلة تسمى هيمنة الاشعاع, ثم لما كبر فى الحجم أكثر عاش مرحلة تسمى هيمنة المادة- مادة مضيئة و مادة مظلمة بغض النظر-, والان هو يعيش مرحلة تسمى هيمنة الطاقة المظلمة.

فالتوسع المكانى يميع الاشعاع اسرع بكثير مما يميع المادة لكنه لا يميع الطاقة المظلمة على الاطلاق. أنظروا معادلة فريدمان فى الفقرة السابقة.

لكن ماهى الطاقة المظلمة؟

لا أحد يعرف. لكن نحن نعتقد- الاغلبية الساحقة من الفيزيائيين- ان الطاقة المظلمة هى الثابت الكوسمولوجى الذى أدخله اينشتاين على معادلته ليحصل على كون ساكن -اى عالم قديم بعبارة الفلاسفة- ثم لما اكتشف هابل توسع الكون, رجع اينشتاين و سحب اقتراحه وقال نادما: هذه أكبر خطيئة ارتكبتها فى حياتى!!.

لكن اكتشف الفيزيائيون فيما بعد أن الكون فى حالة توسع متسارع, وأن هذا لا يمكن ان يتسبب فيه الا ضغط سالب!- اى ثقالة مضادة- و ان الثابت الكوسمولوجى هو الشئ الوحيد الذى نعرفه الذى يتميز بضغط سالب, وبالتالى يمكن ان يؤدى الى توسع متسارع. فرجع هؤلاء الفيزيائيون و اضافوا ثابت اينشتاين الى المعادلات, واصبحت أكبر خطيئة لاينشتاين انجاز آخر يضاف الى قائمة انجازاته,



شكل 33.7: منحنى دوران المجرات. الجزء الثابت تقريبا خارج الجزء المضئ من المجرة ينم عن وجود مادة لا نراها اى مادة مظلمة.

وهكذا فهو عندما يصيب يأتينا بالنسبية العامة و الخاصة وأمور أخرى عظيمة, وعندما يخطئ يأتينا بالثابت الكوسمولوجى. هل رأيتم او سمعتم عن حظ يمشي ضد قانون الحظ مثل حظ هذا الرجل. اليهودى المحظوظ!!!

لكن كيف نحسب الثابت الكوسمولوجى اى الطاقة المظلمة رياضيا؟.

هناك اعتقاد شبه مجمع عليه ان هذا الثابت يحسب من الطاقة الكمومية للفراغ. هنا الفراغ لا نقصد به لا الفضاء و لا العدم بل نقصد به الحالة الكمومية الاساسية للكون, وهى رغم انها لا تحتوى على أية جسيمات حقيقية, فهى تحتوى على جسيمات افتراضية لها طاقة محسوسة يمكن أن تقاس تجريبيا. واشهر مثال على ذلك تأثير كازيمير Casimir effect.

لكن عندما نجرى هذا الحساب على الكون نحصل على قيمة للطاقة المظلمة اكبر ب 10^{30} مرة من قيمة الطاقة المظلمة التى تعطيها التجربة.

اذن فرق مهول و فشل عظيم للفيزياء النظرية. هذه المعضلة تعرف باسم مسألة الثابت الكوسمولوجى cosmological constant problem و هى من اعقد المسائل النظرية فى الفيزياء الكوسمولوجية و الفيزياء الكمومية. ويعتقد انه لا يمكن ان تحل الا فى اطار الثقالة الكمومية.

معضلة الثابت الكونى

كثافة الطاقة المظلمة dark energy او ما يسمى بالثابت الكوسمولوجى cosmological constant حسب القياسات الاخيرة تعطى ب

$$\Lambda_{\rm obs} = 39\Omega_\Lambda(10^{-12}{\rm GeV})^4\ ,\ \ \Omega_\Lambda = 0.7.$$

هذا يعادل حوالى 70 بالمائة من اجمالى طاقة الكون وهى طاقة ذات ضغط سالب وهو ما يتسبب فى تسارع توسع الكون المشاهد.

لكن هل سيواصل الكون توسعه او هل سيعود و ينضغط؟ فهذه قضية مختلفة تتعلق بالاضافة على قيمة كثافة الطاقة المظلمة على قيمة كثافة المادة المظلمة dark matter و هذه قصة طويلة اخرى.

لكن كيف نحسب هذا العدد -اى كثافة الطاقة المظلمة- نظريا؟

نظريا الطاقة المظلمة هى ما يسمى بطاقة الفراغ vacuum energy والفراغ نقصد به هنا الحالة الاساسية الكمومية فى فضاء حالات الحقل او الحقول الاساسية الذى هو فضاء هيلبرت Hilbert و ليس الفراغ بالمعنى اللغوى.

هذه الفكرة اى فكرة أن الطاقة المظلمة هى نفسها طاقة الفراغ الكمومية تعود الى زلدوفيتش Zeldovich. وهى ذات علاقة وثيقة جدا بتأثير كازمير Casimir الذى هو احد اهم التأثيرات الكمومية و اعمقها على الاطلاق.

وتأثير كازمير -للتذكير فقط- هو وجود قوة غير معدومة بين ناقلين رغم انهما غير مشحونين وهذا بسبب التقلبات fluctuation الكمومية للجسيمات الافتراضية virtual particles.

اذن حتى نرجع الى مسألة الطاقة المظلمة فان هذه الاخيرة يجب ان تعطى بطاقة الفراغ او بالضبط بما يسمى طاقة النقطة صفر zero − point energy لنظرية حقل كمومى -وهى تسمى كذلك لانها طاقة موجودة عند درجة حرارة الصفر المطلق فاذن هى راجعة الى التقلبات الكمومية و ليس الى التقلبات الحرارية-. هذه الطاقة تعطى عموما بعبارة من الشكل

$$\Lambda = \frac{1}{2}\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}.$$

هذه عبارة لا نهائية ويمكن التحقق من ذلك بسهولة و بالتالى تحتاج الى تسوية regularization. لكن من الجهة الاخرى فانه من المعروف ان اى نظرية حقل هى صالحة فقط حتى سلم بلانك Planck scale. اذن نستعمل طاقة بلانك كقاطع cutoff من اجل تسوية التكامل اعلاه للحصول على

$$\Lambda = \frac{\Lambda^4_{\text{Planck}}}{16\pi^2} \sim 10^{120}\Lambda_{\text{obs}}.$$

اذن النظرى اكبر من القياس ب 10^{120} مرة وهذا عدد اكثر من فلكى ربما خيالى وهذا الفرق الهائل بين القيمتين النظرية و المشاهدة هو ما يعرف باسم معضلة الثابت الكونى cosmological problem و هى من اهم المعضلات فى الفيزياء النظرية.

الفراغ فارغ: الحلم الذى لم يتحقق!

- الفراغ نعم فارغ- شعار او حلم فاينمان الذى لم يتحقق. لان بكل بساطة فان الطاقة المظلمة هى الاثير الذى اراد الكل او ظن الكل انه تخلص منه الى الابد.

هذا ما احتواه مقال قصير جدا و اكثر من رائع للفيزيائى النظرى الحائز على نوبل فرانك ويلتشيك Frank Wilczek عنوانه: دوام الاثير The Persistence of Ether.

أهم ما جاء في هذا المقال تشبيه ويلتشيك للطاقة المظلمة التى تهيمن على الكون لكنها غير ملاحظة مباشرة بالاثير الذى ادخل فى القرن التاسع عشر كوسيط مادى لتفسير انتشار الامواج الكهرومغناطيسية.

اذن ليس كما ظن الكل ان الاثير قد انتهى الى غير رجعة. وهذه ملاحظة بسيطة لكن عميقة لم ينتبه اليها احد. فلا احد باستثناء القلة و منهم ويلتشيك و ايضا بول دايفيس Paul Davies وعلى ما يبدو ايضا العظيم فاينمان Feynman نفسه حسب ما يروى ويلتشيك عنه فى هذا المقال الذى من بين ما قاله له قال: انه - اى فاينمان- قد خاب ظنه عندم اكتشف ان طريقة حسابه باستعمال ما اصبح يعرف اليوم بمخططات فاينمان هى طريقة مكافئة تماما لنظرية الحقل. وانه كان يهدف الى او بالاحرى يأمل فى التخلص من فكرة الحقل نفسه حتى يتفادى المعضلة العميقة للميكانيك الكمومى التى تعرف تحت اسم الثنائية موجة-جسيم.

وهنا فاينمان يتكلم عن معضلة اخرى (ليس معضلة طاقة الفراغ او الثابت الكونى او الطاقة المظلمة) لكن معضلة ربما اعمق هى معضلة التفسير فى الميكانيك الكمومى.

ثم يقول ويلتشيك انه عن قصد استثار فاينمان بالسؤال: الا يزعجك ان قوة الجذب الثقالية تهمل او بالاحرى لا تهتم مطلقا بكل الذى حققناه فى فهم الفراغ الكمومى؟ فأجاب فاينمان محبطا: أنه فى وقت ما ظن انه قد حل تلك المعضلة. حتى أنه كان عندى شعار - فاينمان يتكلم- يقول: الفراغ نعم فارغ. فى تلك اللحظة -يقول ويلتشيك- انه شعر من فاينمان باحباط شديد.

اقرأوا النص بانفسكم ممتع جدا [58].

طبيعة المادة المظلمة

هل المادة المظلمة هى جسيم واحد مثلا الأكسيون axion او الويمب WIMP أم هو قطاع كامل من الجسيمات المظلمة المتفاعلة فيما بينها عبر قوى مظلمة غير معروفة؟.

فى الحالة الأولى فان كل مجرة ستكون مغلفة فى هالة halo من المادة المظلمة.

أما فى الحالة الثانية فان التفاعل بين الجسيمات المظلمة سيؤدى الى تحرير طاقة و بالتالى الى برودة و استقرار هذه الجسيمات وانهيارها الى حالات ذات طاقة اقل تسمى الاقراص المظلمة dark discs التى تدور حول مركز المجرة.

هذا يشبه كثيرا استقرار الكواكب -عند تشكلها و استقرارها- فى مدارات كيبلرية مستوية حول الشمس او استقرار الغاز و النجوم فى تجمعات تشبه الفطائر عند تشكل المجرات.

الفيزيائية النظرية المشهورة ليزا راندل Lisa Randall تعتقد ان المادة المظلمة هى قطاع كامل و ليس جسيم واحد. وتقول ايضا -فى كتابها (المادة المظلمة و الديناصورات)- ان القرص المظلم الموجود فى مستوى مجرة درب التبانة هو الذى يتسبب فى زيادة كبيرة جدا لعدد المذنبات و النيازك التى تضرب الارض كل 35 مليون سنة وهذا مما يؤدى الى انقراض شبه شامل للحياة على الارض بشكل

دوری. هذه الانقراض الدوری راجع الى أنه كلما مرت المجوعة الشمسية عبر القرص المظلم فى دورانها حول مجرة درب التبانة فانها تؤدى الى زعزعة استقرار الاجرام السماوية التى تصادفها فى طريقها و منه الزيادة الهائلة لعدد الاجرام التى تصطدم بالارض كمذنبات و نيازك.

الفيزيائية الكوسمولوجية الصاعدة كاتلين شوتز Katelin Schutz فى آخر ابحاثها التجريبية مع زملائها دمرت كل هذا المشروع الجميل لصاحبته ليزا راندل بعد ان بينت عند دراسة جزء كبير جدا من النجوم التى يمسحها القمر الصناعى الأوروبى غايا Gaia انه لاوجود لأى قرص مظلم فى مستوى مجرة درب التبانة.

وهذا هو صراع النساء.

صليب اينشتاين ومبدأ كوبرنيكوس و المادة المظلمة

كل المادة التى تشكل اجسامنا و الأرض و الكواكب و النجوم و المجرات و التجمعات هى مادة باريونية baryonic matter أى مادة عادية متشكلة من البروتونات protons و النيوترونات neutrons وغيرها من الباريونات (وهى الجسيمات المتفاعلة عبر القوة النووية القوية strong nuclear force و التى تعمم البروتونات و النيوترونات). لكن هذه المادة رغم كل شيء لا تصل الا الى 5 بالمائة من اجمالى كتلة الكون. أى أنها مهملة جدا حسب أغلب المقاييس.

اذن جميع القرائن التجريبية تدل على أن اغلب المادة فى الكون هى تأتى فى شكل غير-باريونى non − brayonic اى مادة لا تتفاعل عبر القوة النووية القوية. و أهم انواع هذه المادة غير-الباريونية نجد المادة المظلمة بحوالى 25 بالمائة من اجمالى كتلة الكون. والمادة المظلمة هى مظلمة بالضبط لانها لا تمتص و لا ترسل الضوء و كل تأثيرها يتم عبر قوة الجذب الثقالي وعليه فان اهم طرق رصدها طريقان اثنان هما:

-اولا اما عبر التأثيرات الثقالية المتبادلة بين المجرات التى تُرصد فى منحنيات دوران المجرات galaxy rotation curves حيث نجد ان المادة المضيئة الباريونية -التى نراها على التليسكوبات- لا تكفى فى وصف الدوران المشاهد للمجرات. و هذه الطريقة سنتكلم عنها أكثر لاحقا فى هذا الكتاب.

-ثانيا عبر رصد تأثير قوة الجذب الثقالى للمادة المظلمة على مسارات الضوء وبالخصوص فى اطار ما يسمى العدسات الثقالية gravitational lenses. وهذه الظاهرة هى تعميم لظاهرة حيود الضوء فى حقل ثقالى التى تكلمنا عنها سابقا.

فنحن عندما نشاهد كوازار quasar (اى نواة مجرة galactic nuclei نشطة ذات اضاءة عالية) من الارض, و بافتراض ان هناك مجرة ذات كتلة هائلة فى طريق الضوء بين الكوازار و الارض, فان هذه المجرة ستلعب دور عدسة ثقالية. بمعنى ان الضوء الصادر من الكوازار سيتم حنيه او عطفه deflected عندما يمر فى الحقل الثقالى للمجرة (حسب نتائج النسبية العامة لاينشتاين) بطرق مختلفة (مثلا المرور عبر اعلى المجرة أو عبر اسفل المجرة فان الانحناء سيتم بشكل مختلف) و منه نرى فى المحصلة عدة صور-اى صور مضعفة- للكوازار على الارض (انظر الصورة).

اذن المجرة فى الوسط-بين الارض و الجسم المرصود- تلعب دور العدسة التى تُحرف او تُحيد صور الاجسام البعيدة. وهذا ما يسمى بالعدسة الثقالية.

ومن اروع نماذج العدسات الثقالية المعروفة فى الكون نجد ما يسمى صليب اينشتاين Einstein cross. فى هذه الحالة فان الكوازار يظهر على الارض على شكل اربعة اجسام مختلفة -ظاهريا و ليس حقيقيا مثل السراب- بسبب مجرة حلزونية spiral galaxy عملاقة متموضعة بيننا على الارض و بين الكوازار الخاص بصليب اينشتاين. انظر الصورتين وهما صورتان حقيقيتان مع اضافة التوضيح.

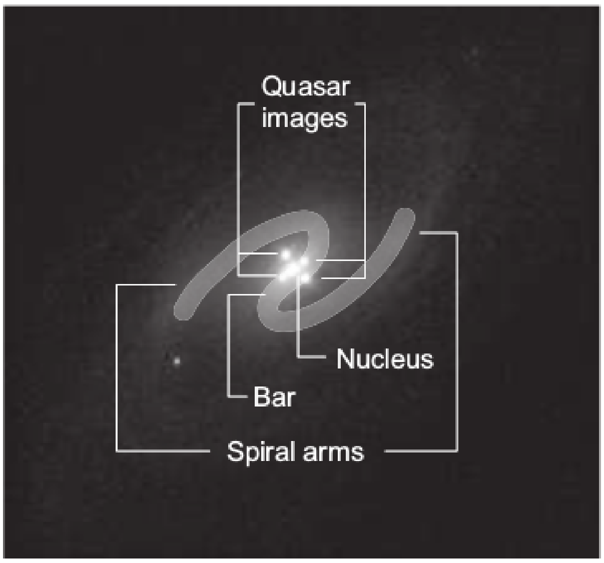
من الواضح اذن ان قوة العدسة الثقالية تتعلق بكمية الكتلة المحتواة فى المجرة العدسة. سواء هذه الكتلة كانت مرئية (مضيئة) او غير مرئية (مظلمة). النتيجة التي وصل اليها العلماء بعد التحليل المكثف للعدسات الثقالية ان اكثر من 90 بالمائة من الكتلة التى تشارك فى شدة العدسات الثقالية هى فى الحقيقة كتلة غير مرئية اى انها مادة مظلمة.

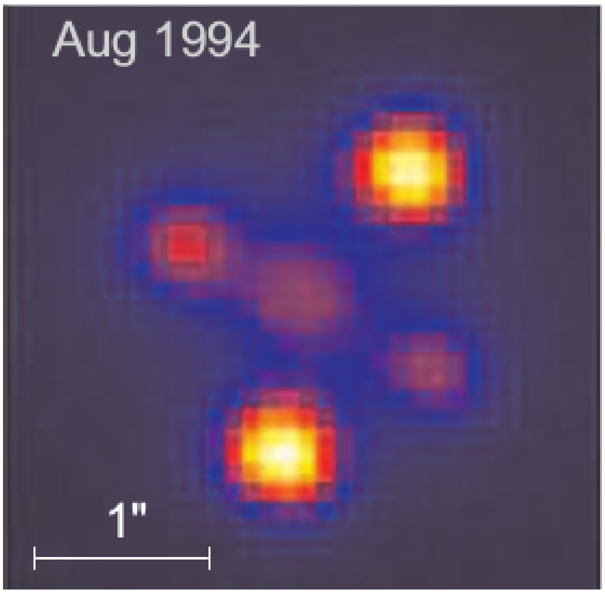
فى الخلاصة نحن نتشكل اذن من مادة نادرة فى الكون (المادة المضيئة) وليس من المادة المظلمة المهيمنة (ولا من الطاقة المظلمة الاكثر هيمنة) ومنه فان مبدأ كوبرنيكوس Copernicus فى ان الارض لا تحتل موقعا مميزا فى الكون -الارض ليست هى مركز الكون- يجب تعميمه الى المبدأ الادق: بالاضافة الى كوننا لا نحتل مركز الكون فنحن لسنا حتى مشكلين من المادة الاساسية المكونة لهذا الكون. فالمادة المشكلة لاجسامنا (ووعينا وعقولنا و ارواحنا!!!) هى مادة باريونية عادية -اقل من 5 بالمائة- و هى لا تحتوى على المادة المظلمة و لا على الطاقة المظلمة و لا على المادة المنحلة degenerate matter التى نجدها فى الثقوب السوداء black holes و النجوم النيوترونية neutron stars و النجوم الكواركية quark stars و الاقزام البيضاء white dwarfs.

اذن مادة الكون هى فى الأغلبية مادة مظلمة -حوالى 25 بالمائة- و اهمها المادة المظلمة الباردة cold dark matter (باردة لانها تتحرك بسرعة صغيرة امام سرعة الضوء اما المادة المظلمة الساخنة مثل النيترينوات neutrinos فتتحرك بسرعات ضوئية). المادة

المظلمة الباردة هى متشكلة-أو يُعتقد- من الجسيمات المسمات بالويمبيات (مفرد ويمبية WIMP) وهى جسيمات ثقيلة متفاعلة عبر القوة الضعيفة weakly interacting massive particles التى تظهر فى التمديد التناظرى الممتاز supersymmetric extension للنموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية.

وهذه هى بعض نتائج تحالف فيزياء الجسيمات-الفيزياء النظرية- الفيزياء الكونية.





شكل 34.7: صليب اينشتاين: الكوازار يظهر على الارض على شكل اربعة اجسام بسبب مجرة حلزونية عملاقة بيننا على الارض و بين الكوازار.

9.2.7 موت الكون: هل هناك شك؟

نهاية او موت الكون تتعلق بنسبة قيمة كثافة الطاقة المظلمة التى يرمز لها ب Ω_Λ الى قيمة كثافة المادة التى يرمز لها ب Ω_M. انحناء الفضاء يعبر عنه ايضا بكثافة طاقة يرمز لها ب Ω_0. هناك اربعة احتمالات تقريبا لا غير لنهاية الكون:

- فى حالة اذا ما كانت هندسة الكون منحنية ايجابا $\Omega_0 > 1$ و مغلقة closed - وهذه هى حالة الهندسة الكروية- مثل الكرة لكن فى ثلاثة ابعاد فان الثقالة ستتغلب على قوة اتساع الكون و بعدها يرجع الكون الى الانكماش حتى ينتهى الى نقطة تسمى السحق الاكبر big crunch التى هى عكس الانفجار الاكبر بالضبط.

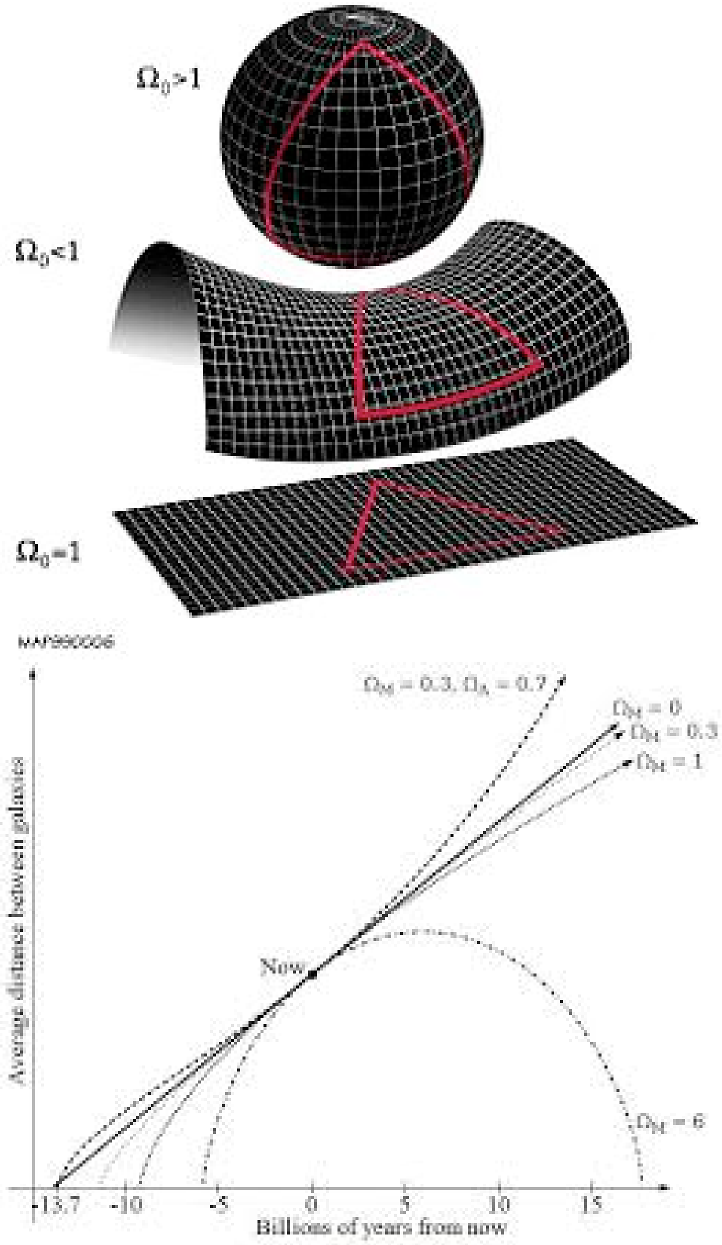
- اذا كانت هندسة الكون منحنية سلبا $\Omega_0 < 1$ و مفتوحة open مثل سطح سرج الحصان لكن ثلاثية الابعاد - وهذه هى حالة الهندسة الزائدية hyperbolic geometry - فان الكون سيواصل توسعه الى اجل غير منته و سينتهى اما فى حالة التجمد الاكبر big freez او حالة التمزق الاكبر big rip وهذا يتعلق بقيمة الطاقة المظلمة. فمثلا التمزق الاكبر يحدث عندما تكون قيمة كثافة الطاقة المظلمة كبيرة الى الحد الذى يتسارع فيه توسع الكون الى الدرجة التى تتمزق فيها اجزاءه بمعنى ان قوة تسارع التوسع تتغلب على قوة الثقالة بالكامل.

- اذا كانت هندسة الكون غير منحنية اى مسطحة $\Omega_0 = 1$ - وهذه هى حالة الهندسة المستوية- مثل الفضاء الاقليدى ثلاثى الابعاد فان مصير الكون هو نفسه مصيره فى حالة الكون المفتوح. بمعنى انه اذا لم تكن هناك طاقة مظلمة فان توسع الكون سيتباطأ و ربما يتوقف, واذا كانت هناك طاقة مظلمة فان توسع الكون لن يتوقف و سوف يتسارع, و لكنه قد يتسارع الى الحد الذى يتمزق فيه الكون عندما يتغلب هذا التسارع على قوة الثقالة.

- المشاهدة الحالية تؤكد ان الكون مسطح - اى الحالة الثالثة- والنظرية تقول انه حتى فى هذه الحالة - مع وجود قيمة حرجة لكثافة الطاقة المظلمة- فانه يمكن للكون ان يعانى من انهيار نحو حالة السحق الاكبر. النظرية ايضا تقول ان السحق الاكبر يمكن ان يعود و يتحول الى انفجار اكبر. او بعبارة اخرى ان الانفجار الاكبر هو فى الحقيقة ارتداد اكبر big bounce. اى ان الكون لا يبدأ من الانفجار الأكبر بل هو دورى او نباض بين توسع و انهيار ثم توسع و انهيار وهكذا الى ما لا نهاية.

انظر الصورة الاولى و الصورة الثانية. المشاهدة الحالية ترجح الحالة الثالثة اعلاه و بدقة عالية جدا.

اذن الذى يجرى علينا من الموت, سيجرى على النجوم, ثم المجرات, ثم الثقوب السوداء ثم الفوتونات, وهى آخر من يبقى, ثم لن يبقى شيئ الا الله. كل شئ هالك الا وجهه. انا لله و انا اليه راجعون وعظم الله أجركم مسبقا.



شكل 35.7: الصورة الاولى: الفضاءات المسطحة (وهذا هو المشاهد) و المغلقة (كرة) و المفتوحة (الفضاء الزائدى). الصورة الثانية: امكانيات تواصل التوسع (التجمد) و التوسع المتسارع (التمزق) و الانكماش (السحق).

10.2.7 اخطاء شائعة فى الكوسمولوجيا

ارتكبها فى كتبهم عن النسبية العامة و الكوسمولوجيا امثال فايمان Feynamn, واينبرغ Weinberg, شوتز Schutz, ريندلر Rindler و غيرهم. انظروا الملحق فى المرجع [20]

هناك ثلاثة اخطاء شائعة اساسية.

- الخطأ الشائع الاول: سرعات ابتعاد المجرات عنا لا يمكن ان تتعدى سرعة الضوء. هذا غير صحيح. والصحيح هو العكس وهو كالتالى:

قانون هابل يعطى ب

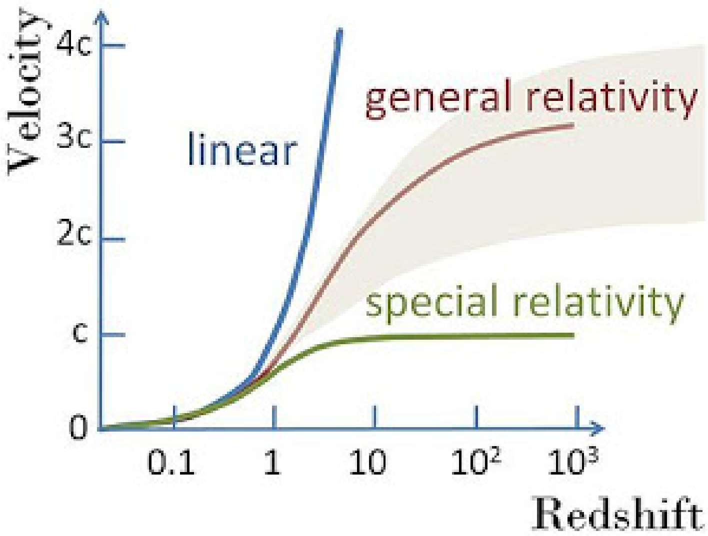
$$v = H.d.$$

هذا يعنى أن سرعة ابتعاد المجرات v متناسبة طردا مع مسافتها عنا d وثابت التناسب H هو ثابت كونى يسمى ثابت هابل. سرعة الابتعاد يمكن ان تكون اكبر من سرعة الضوء. النقطة التى تصبح فيها سرعة ابتعاد المجرات تساوى سرعة الضوء تسمى كرة هابل. نفترض مجرة خارج كرة هابل. النسبية الخاصة لا تطبق الا موضعيا و بالنسبة للحركات العطالية. اذن موضعيا فى معلم المجرة العطالى سرعة المجرة تساوى صفر و سرعة الفوتون الخارج منها يساوى c كما هو معروف من النسبية الخاصة. لكن هذه المجرة و هذا الضوء الخارج منها يبتعدان عنا بسرعة اكبر من سرعة الضوء كليهما.

لكن التفسير النسبي الخاص للانزياح الاحمر الذى يربط سرعة الابتعاد بتأثير دوبلر خاطئ. والصحيح هو التفسير النسبي العام الذى يربط سرعة الابتعاد بتوسع الكون. انظروا الصورة (36.7).

- الخطأ الشائع الثانى: التضخم الكونى يؤدى الى سرعات ابتعاد تتعدى سرعة الضوء اما توسع الكون العادى فغير ممكن. هذا غير صحيح. و الصحيح هو ان اى توسع- حتى التضخم الكونى الذى هو توسع اسى - يمكن ان يؤدى الى سرعات اكبر من سرعة الضوء. وشرح ذلك هو نفسه الذى ذكرناه فى النقطة الاولى.

- الخطأ الشائع الثالث: المجرات وراء كرة هابل- اى التى سرعات تراجعها اكبر من سرعة الضوء- لا يمكن مشاهدتها. هذا غير صحيح. والصحيح ان سرعة الضوء خارج كرة هابل- رغم انهامتجهة بعيدا عنا- اقل من سرعة تراجع او تباعد كرة هابل نفسها عنا وهذا لان الكون فى حالة توسع متسارع. اذن الضوء سوف يدخل داخل كرة هابل و تصبح سرعته متجهة لنا اى يمكننا رؤيته.



شكل 36.7: التفسير النسبي الخاص للانزياح الاحمر (تأثير دوبلر) خاطئ والتفسير الصحيح هو التفسير النسبي العام (التوسع).

3.7 الثقوب السوداء الكمومية و اشعاع هاوكينغ

1.3.7 ثقب اسود شوارشيلد

نتصور ثقب أسود فى نقطة معينة من الفضاء-زمن. الثقب الاسود عكس النجوم لا يتميز الا بعدد قليل جدا و محدود جدا من الاعداد او المقادير (التى تسمى ايضا شعر hair) و التى تُميزه وهى الكتلة و الشحنة و عزم اللف (وهذه تسمى مبرهنة اللاشعر no − hair theorem) وهذا عكس النجوم التى تتميز بشعر كثيف اى تحتاج الى تمييز حالتها الى عدد ضخم من الاعداد.

اذا كانت الشحنة منعدمة و الثقب لا يدور حول نفسه فان الثقب اذن لا يتميز الا بالكتلة وهو يسمى اذن ثقب اسود شوراشيلد Schwarzschild و شوارشليد هو الألمانى الذى مات فى الجبهة خلال الحرب العالمية الاولى بعيد اكتشافه لهذا الحل بقليل.

اذن للتبسيط نتصور ثقب اسود شوراشيلد فى نقطة معينة من الفضاء-زمن. هذا الثقب يحيط به أفق -وهو سطح كرة متمركزة حول الثقب- يفصل بين الداخل و الخارج.

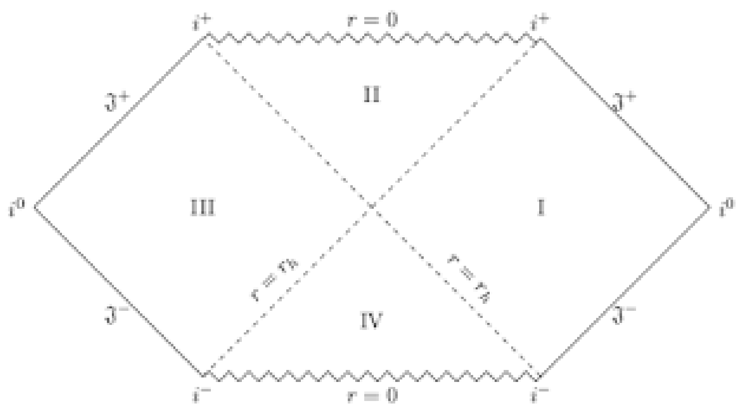
هذا السطح الكروى هو ليس فقط سطح اعتبارى لكنه سطح فيزيائى يتميز بدرجة حرارة و غيرها وهذا لا يمكن تفسيره بالاعتبارات الكلاسيكية التى سنذكرها فى هذه الفقرة لكن يجب الذهاب الى الثقب الاسود الكمومى حتى نرى ذلك بوضوح.

واكثر من هذا فان هذا السطح هو سطح شبيه-ضوء light-like او صفرى null و ليس سطح شبيه-زمن time-like و لا سطح شبيه-مكان space-like و هو فى هذا مثل المخروط الضوئى ligh-cone فى النسبية الخاصة. اذن الحوادث داخل الافق و الحوادث خارج الافق لا يمكن ان تؤثر فيمابينها سببيا مثلما نعرف من النسبية الخاصة أن الحوادث داخل المخروط و خارج المخروط لا تؤثر فيما بينها سببيا.

اذن الراصد الخارجى لا يمكن ابدا ان يتواصل مع الراصد الداخلى وعلى هذا يعتمد مبدأ تكامل complementarity الثقب الاسود.

الآن هناك داخل الثقب و هناك خارج الثقب. التفكير المنطقى و اللغوى يقول انه فعلا لا يوجد الا داخل او خارج. لكن هذا غير صحيح رياضيا.

فقد تمكن كل من كروسكل Kruskal و زيكرس Szekeres من تمديد حل شوارشيلد الى اقصى حد للحصول على فضاء-زمن شوارشيلد و هذا اكثر من ثقب اسود شوارشيلد. ففضاء-زمن شوارشيلد الذى تحصل عليه كروسكل و زيكرس يتشكل من اربعة ارباع مختلفة تماما التى فى الصورة.



شكل 37.7: مخطط كروسكل-زيكرس لفضاء-زمن شوارشيلد.

الربع الأول I الذى نعيش فيه هو الربع الذى يقابل خارج الثقب.

والربع II هو الذى يقابل داخل الثقب.

وهذا نعرفه.

لكن هناك ايضا ربع ثالث III مشابه تماما للربع الاول I الذى نعيش فيه لكنه مقطوع سببيا عنا بالكلية وهو ايضا ربع موجود خارج الثقب الاسود. وكون الربع الاول I مقطوع سببيا عن الربع الثالث III يعنى ان الراصد الموجود فى الربع الاول لا يستطيع ان يتواصل مع الراصد الذى يعيش فى الربع الثالث الا بارسال اشارة الى داخل الثقب تتقاطع مع اشارة اخرى يكون قد أرسلها بدوره الراصد الذى يعيش فى الربع الثالث الى داخل الثقب.

وهناك ايضا ربع رابع IV هو نظير داخل الثقب الاسود وهو يسمى الثقب الابيض white hole و يمكن للراصدين الموجودين هناك ان يأتوا الى منطقتنا فى الربع الاول لكن لا يمكننا ان نذهب الى هناك ابدا. وهذا مثلما انه يمكن للراصدين الذين يعيشون فى ربعنا الاول الذهاب الى الربع الثانى (الثقب الاسود) لكن لا يمكن لاى راصد من الربع الثانى اى من داخل الثقب ان يأتى الى منطقتنا. اذن هذا الربع الرابع يشبه جدا الانفجار الاكبر وهو المعكوس فى الزمن للثقب الاسود و لهذا يسمى بالثقب الابيض.

اذن الفيزياء النظرية معتمدة على الرياضيات تقول -عكس اللغة و المنطق- ان هناك خارج الثقب (الربع الاول) و داخل الثقب (الربع الثانى) وانه يمكننا ان نذهب الى داخل الثقب لكن لا شيء من الداخل يمكنه ان يأتى الينا. لكن هناك ايضا خارج آخر (الربع

الثالث) الذى ليس لنا معه اى تواصل الا بالذهاب داخل الثقب الاسود و عدم امكانية الرجوع مطلقا بعد ذلك. وهناك ايضا داخل آخر (الربع الرابع) الذى لا يمكننا ايضا الذهاب اليه لكنه يمكن ان يأتى الينا.

هذه البنية السببية لفضاء-زمن شوارشيلد ملخصة فى مخطط بنروز Penrose diagram الذى فى الصورة اعلاه.

هذه الارباع الاربعة مقسومة بالخطوط القطرية فى الصورة وهى بالضبط الافق. فهناك افقان و ليس افق واحد هما الافق المستقبلى future horizon -الذى كنا نعرفه منذ البداية و الذى يفصل بين ربعنا و الثقب الاسود- لكن هناك الافق الماضوى past horizon الذى يحدد الحدود مثلا بين الربع الذى نعيش فيه و ربع الثقب الابيض.

وفضاء-زمن شوارشيلد هو فضاء-زمن مينكوسفكى Minkowski - أى فضاء-زمن النسبية الخاصة- موجود فى مركزه ثقب اسود شوراشيلد. وهو فضاء-زمن مينكوفسكى مقارب asymptotic بمعنى أنه يصبح كذلك فى المالانهاية.

والمالانهايات infinities هى سطوح فى الفضاء-زمن يعبر عنها بالخطوط الحدية فى الصورة.

وهناك خمسة مالانهايات.

اولا المالانهاية الضوئية المستقبلية future null infinity التى يرمز لها J^+ و التى تذهب اليها المسارات الضوئية.

ثانيا المالانهاية الضوئية الماضوية past null infinity التى يرمز لها J^- والتى تبدأ منها المسارات الضوئية.

ثالثا المالانهاية المكانية spacelike infinity التى يرمز لها i^0 وهى المالانهاية التى نعرفها اى سطح الكرة الموجودة فى المالانهاية.

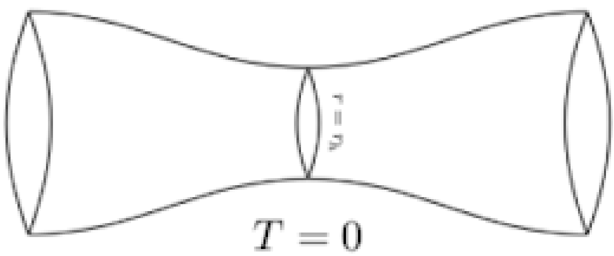
رابعا المالانهاية الزمانية المستقبلية future timelike infinity التى يرمز لها i^+ وهى التى تذهب اليها المسارات الجسيمية غير الضوئية.

خامسا المالانهاية الزمانية الماضوية past timelike infinity التى يرمز لها i^- وهى التى تبدأ عندها المسارات الجسيمية غير الضوئية.

المالانهايتان الزمانيتان مختلفتين عن المفردتين singularities اى عن r=0 (مفردة الثقب الاسود المخفية hidden و مفردة الثقب الابيض العارية naked) المرسومتان بالخطوط المتقطعة فى الصورة. لأن هناك بداهة عدد غير منته من المسارات التى لا تذهب الى المفردة. اذن يجب التنبه الي ذلك.

ايضا نؤكد ان المالانهايات الفضائية و الضوئية (لكن ليست الزمنية) لفضاء-زمن شوارشيلد هى نفسها المالانهايات الفضائية و الضوئية لفضاء-زمن مينكوفسكى و لهذا فاننا نقول ان فضاء-زمن شوارشليد المقارب هو فضاء-زمن مينكوفسكى.

اذن لو تأملتم قليلا لوجدتم انه عندنا فى المحصلة بنية جسر اينشتاين-روزن Einstein – Rosen bridge او الثقب الدودى wormehole و هى تتشكل من منطقتين خارجيتين (ربعنا الاول و نظيره الربع الثالث) متصلتين عبر الثقب الاسود (الربع الثانى) مشكلين معا الثقب الدودى كما هو موضح فى الصورة الثانية.



شكل 38.7: الثقب الدودى هو ثقب اسود بمنطقتين خارجيتين.

2.3.7 أجمل معادلة

درجة حرارة ثقب اسود كتلته M تعطى بعلاقة هاوكينج فى الصورة حيث $\hbar$ هو ثابت بلانك و c هى سرعة الضوء و G هو ثابت نيوتن و k_B هو ثابت بولتزمان.

اذن هذه العلاقة هى فى نفس الوقت ناجمة عن تأثير كمومى يعبر عنه ثابت بلانك و تأثير نسبى تعبر عنه سرعة الضوء و تأثير ثقالى يعبر عنه ثابت نيوتن و تأثير حرارى يعبر عنه ثابت بولتزمان.

ولا يوجد علاقة اخرى فى الفيزياء - حسب علمى- تحتوى على هذه الثوابت الاساسية فى آن معا الا هذه العلاقة وهذا ان كان يدل على شئ فانه يدل على ان الثقب الاسود هو جملة فيزيائية تحتاج الى كل الفيزياء الاساسية لفهمها و نحن لا نعرف عنها تقريبا الا علاقة هاوكينج هذه.

لاحظوا ان درجة الحرارة متناسبة عكسا مع الكتلة. اذن كلما اشع الثقب الاسود فانه سيفقد طاقة و بالتالى ستنقص كتلته و بالتالى سترتفع درجة حرارته اكثر و لا تخفض. اذن الثقب الاسود تزداد درجة حرارته كلما اشع اكثر.

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k_B}$$

شكل 39.7: درجة حرارة هاوكينغ.

3.3.7 قوانين الطبيعة فى الثقب الاسود

قوانين الطبيعة هى ثلاثة حسب ساسكيند Susskind:

- القانون الأول هو مبدأ انحفاظ المعلومات principle of conservation of information وهو يعبر عنه رياضيا فى الميكانيك الكمومى بالاحادية unitarity اى شرط انحفاظ الاحتمالات فى الزمن.

- القانون الطبيعى الثانى يأتى ايضا من الميكانيك الكمومى و هو ينتج من خطية معادلات التطور فى الزمن (معادلات شرودينغر Schrodinger و هايزنبرغ Heisenberg) وهو يسمى رسميا قانون النسخ الكمومى quantum xerox principle.

  هذا القانون يعنى بكل بساطة أنه لا يمكن ابدا نسخ المعلومات. بمعنى انه لا يمكن ابدا بناء آلة يمكنها ان تأخذ اى جملة فيزيائية مثلا الكترون او بت كلاسيكى classical bit او بت كمومى quantum bit وتنسخ عليه نسخة و تعطيك الجملة الاصلية بالاضافة الى النسخة. وهذه مبرهنة فى الميكانيك الكمومى.

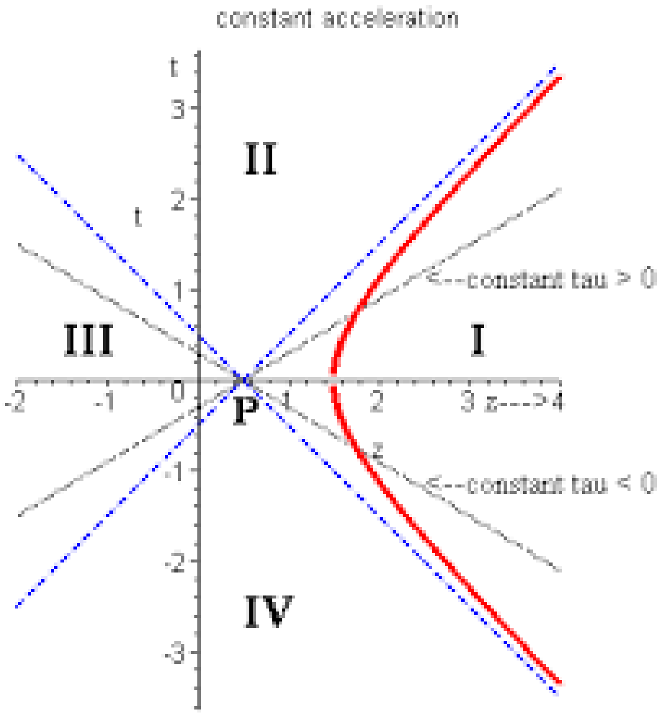
- القانون الطبيعى الثالث يأتى من النسبية العامة و هو مبدأ التكافؤ equivalence principle وهو ينص على ان الفضاء-زمن هو متشعب تفاضلى differentiable manifold. اذن اذا أخذنا اى نقطة فى هذا الفضاء و نظرنا اليها بمجهر فان الانحناء سيختفى و سيظهر الفضاء كأنه فضاء اقليدى. ونفس الشيء بالنسبة للزمن الذى سيظهر لنا بجوار اى نقطة من الفضاء-زمن على انه الزمن النسبي. بعبارة اخرى هذا المبدأ ينص على ان النسبية العامة ستُختزل الى النسبية الخاصة اذا نظرنا الى الجوار اللامتناهى فى القرب لأى نقطة من هذا الفضاء-زمن.

هذه هى القوانين الثلاثة للطبيعة التى لا مشاحنة فيها بين الفيزيائيين فهى قوانين مطلقة.
الملاحظة فقط ان هذه القوانين يسميها ساسكيند قوانين الطبيعة و هذا غرور شديد لان الفيزياء شيء و الطبيعة شيء آخر و القوانين الفيزيائية شيء و القوانين الطبيعية شيء آخر كما بين ذلك الفيلسوف هيوم. لكن يبدو ان ساسكيند يظن نفسه فعلا اذكى و اكثر عبقرية من هيوم!!!.

المهم الآن هل هذه القوانين الثلاث فعلا مطلقة بمعنى انها لا يمكن أبدا لأى ظاهرة طبيعية ان تكسرها و تغتصبها.
الجواب اليقينى من ساسكيند و كل الفيزيائيين (وانى متفق معهم): نعم يستحيل.
لكن تصرف الثقوب السوداء الكمومية يتحدى هذا اليقين الفيزيائى المطلق تحديا مطلقا.
الثقب الاسود يظهر دائما على الاقل بالنسة لأحد الراصدين (الراصد الخارجى الواقع خارج الثقب او الراصد الساقط سقوطا حرا فى الثقب) وكأن واحدا من هذه الثلاثة مبادئ يجب ان ينكسر.
بعبارة اخرى يبدو و كأنه لا يمكن الاحتفاظ بهذه المبادئ الثلاثة فى نفس الوقت فى الثقب الاسود.
وهذا ما يسمى معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود.
انظر كتاب ساسكيند الرائع [60].

4.3.7 اشعاع هاوكينج: الثقب الاسود ليس اسود تماما!!!

اقدم اولا لكم فى الصورة احد اعظم الفضاءات-زمن فى الطبيعة: فضاء-زمن ريندلر Rindler spacetime. هذا الفضاء هو الربع I فى الصورة الذى يحتوى على الخط الاحمر.
هذا الفضاء هو فضاء-زمن مينكوفسكى Minkowski للنسبية الخاصة فقط نحن ننظر اليه من منظور او وجهة نظر معلم غير عطالى مسرع بتسارع منتظم a بالنسبة لمعلم عطالى ما.



شكل 40.7: فضاء-زمن ريندلر.

حسب مبدأ التكافؤ للنسبية العامة فان التسارع بانتظام يكافئ حقل ثقالى - فكروا فى مصعد ساقط سقوطا حرا او مصعد فى الفضاء الكونى بعيد عن كل مادة مسرع بانتظام. هل هناك فرق بين الوضعيتين?-.

اذن فضاء ريندلر يعبر عن حقل ثقالى اصطناعى وهو الحقل الوحيد الذى يمكن الغاءه بتغيير للمعلم -اى العودة الى المعلم العطالى الذى نقيس بالنسبة اليه التسارع a-.

نعطى الآن ثلاثة نتائج اساسية:

- **النتيجة الاولى:** هندسة الفضاء-زمن بالقرب من افق حدث ثقب اسود شوارشيلد Schwarzschild الذى تكلمت عنه فى الفقرة السابقة تعطى بالضبط بفضاء ريندلر.

- **النتيجة الثانية:** لان فضاء ريندلر هو فى الحقيقة فضاء مينكوسفى فقط نحن نستعمل فى احداثيات منحنية فان تكميم الحقول فى فضاء ريندلر هو عملية سهلة الى حد ما. رغم هذا فان الحالة الكمومية للفراغ vacuum فى فضاء مينكوفسكى تختلف عن حالة الفراغ فى فضاء ريندلر.

  مينكوفسكى بالنسبة اليه الفراغ فعلا لا شئ. أما ريندلر فان حالة الفراغ التى يراها تتميز بدرجة حرارة غير منعدمة و تنبعث منها جسيمات و اشعاع. هذا يسمى تأثير انرخ Unruch effect وهو من اهم النتائج فى نظرية الحقول الكمومية على الفضاءات-زمن المنحنية.

  دعنى اعيد لان هذا مهم جدا: حالة الفراغ فى فضاء ريندلر توافق درجة حرارة غير منعدمة و اشعاع من الجسيمات المنبعثة. درجة حرارة تأثير انرخ تعطى بالتسارع المنتظم لفضاء ريندلر بالنسبة لفضاء مينكوفسكى.

- **النتيجة الثالثة:** نضع النتيجة الاولى -ان هندسة افق الحدث للثقب الاسود هى فضاء ريندلر- مع النتيجة الثانية -ان الفراغ فى فضاء ريندلر يصدر منه اشعاع عند درجة معينة- نحصل على النتيجة الهائلة: ان الثقب الاسود -رغم انه اسود- يصدر منه اشعاع.

  اى ان الثقب الاسود ليس حقيقة اسود تماما. هذا الاشعاع يسمى اشعاع هاوكينج Hawking radiation.

  هذه احدى اعظم نتائج الفيزياء النظرية فى العصر الحديث. النتيجة الوحيدة التى زعزعت الميكانيك الكمومى من على عرشه واقول الوحيدة لاننا لا نعرف اى شئ آخر فى الفيزياء متناقض مع بعض من اهم مسلمات الميكانيك الكمومى الا هذه المسألة. ولكن هذه قصة اخرى.

5.3.7 العدم بالنسبة للبعض هو وجود بالنسبة للآخرين

نأخذ ملاحظ متسارع بانتظام في فضاء-زمن مينكوفسكي. يعني ملاحظ يعيش في الفضاء العادي والزمن العادي كما يفهمهما اينشتاين وليس كما يفهمهما نيوتن اي الفضاء و الزمن النسبيان. هذا الملاحظ المسرع بانتظام هو -كما ذكرنا في الفقرة السابقة- ملاحظ ريندلر Rindler.

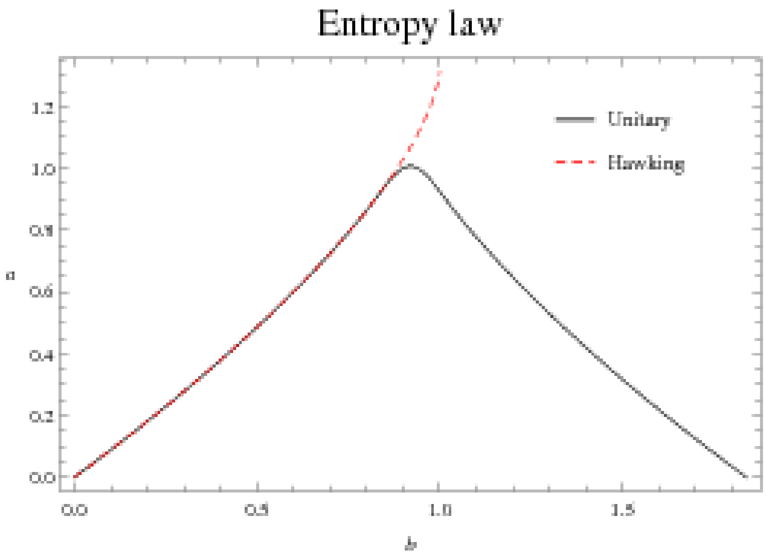
نعتبر جملة فيزيائية ما في هذا الفضاء-زمن. مثلا الحقل الكهرومغناطيسي الذي تعرفونه. حالة الفراغ هي الحالة الكمومية الاساسية و في فضاء-زمن مينكوفسكي هذه الحالة لانها فراغ لا تحتوي على اي جسيمات او اشعاعات اطلاقا. اذن هذه الحالة ليس فيها فوتون واحد يقينا. أليست هي حالة الفراغ؟

لكن ملاحظ ريندلر يرى شيئا مغايرا تماما كما ذكرنا ايضا في الفقرة السابقة. حالة الفراغ بالنسبة له تتميز بانبعاث و امتصاص للجسيمات و الاشعاعات. اذن هو يرى حالة الفراغ تصدر عنها فوتونات كما انها تمتص فوتونات وبالتالي فهي تتميز بدرجة حرارة. وهو فعلا يقيس درجة الحرارة تلك ويجدها كما تتنبأ النظرية وهذا ما يسمى تأثير انرخ Unruh.

اذا عبرنا على هذا التأثير بكلمات بسيطة فاننا نقول ان العدم بالنسبة لملاحظ ما هو وجود بالنسبة لملاحظ آخر. اذن الفراغ الفيزيائي ليس عدم محض وهو شيء.

6.3.7 صياغة بايج لمعضلة ضياع المعلومات

خلاصة معضلة ضياع المعلومات في الثقب الاسود تتلخص في الاختلاف بين منحنى هاوكينج Hawking - الاحمر- الذي لا يحترم الاحادية الكمومية والذي نحسبه الآن من الفيزياء النظرية التي نعرفها و منحنى بايج Page - الاسود- الذي يحترم الاحادية والذي مازال لا نعرف كيف نحسبه بالضبط من المبادئ الاولية للفيزياء الاساسية.



شكل 41.7: المقارنة بين منحنى هاوكينج و منحنى بايج.

النقطة الاعظمية في منحنى بايج تسمى نقطة بايج و عند هذه النقطة بالضبط يبدأ الثقب الاسود اثناء تبخره في التصرف تصرفا كموميا غير اعتيادي. لاحظ ان المنحنى يبدأ من الصفر -حالة نقية- و ينتهي عند الصفر -حالة نقية-. أما منحنى هاوكينج فيبقى في تزايد لان الحالة النهائية هي حالة مختلطة.

هذا المنحنى منحنى بايج هو تقييم لما يجب ان يكون عليه انطروبي الثقب الاسود كدالة في الزمن. الانطروبي هنا نقصد به القيمة الاكبر من بين انتروبي الترموديناميك خاصة بولتزمان Boltzmann و انتروبي المعلومات خاصة فون نيومان Von Neumann.

هذا المنحنى اعطاه بايج معترضا على هاوكينج اعتمادا على مقاربات عامة جدا -مثلا مبرهنة بايج Page theorem في المعلوماتية الكمومية quantum information- وليس نتيجة حساب صريح.

كل من يعتقد في الميكانيك الكمومي او بالاحرى الاحادية -وهذا مبدأ فيزيائي وفلسفي هائل و راسخ مكافئ لشرط ان مجموع الاحتمالات يساوي واحد- يعتقد ان الثقب الاسود يجب ان يتبع بشكل او بآخر هذا المنحنى. بمعنى آخر لا يوجد ضياع للمعلومات في الثقب.

حتى هاوكينج نفسه الذى حسب المنحنى الاحمر فى اواسط السبعينات بناءا على نظرية الحقل فى الفضاءات المنحنية يعتقد الآن ان الاصح هو منحنى بايج.

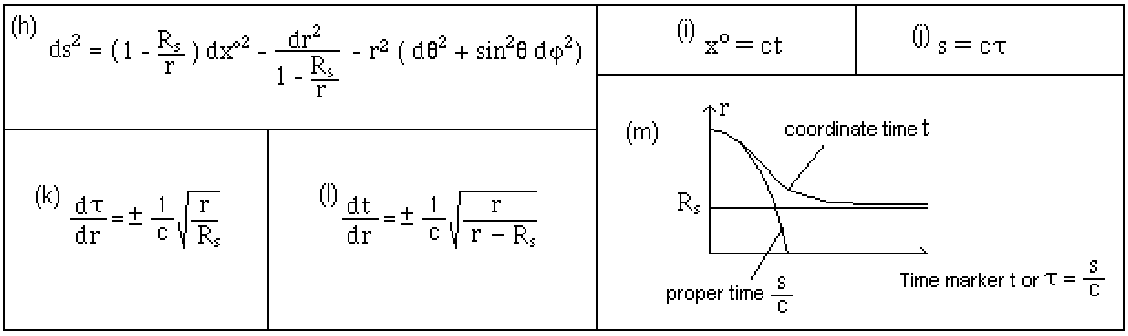
وهى حكاية معروفة و مشهورة كيف رجع هاوكينج عن رأيه بعد اكتشاف ال AdS/CFT و الثورة الوترية الثانية و النجاح فى تعداد حالات الثقب الاسود الميكروسكوبية من الوتر. رجوعه الرسمى عن رأيه جاء بعد رهانه مع الفيزيائى النظرى برسكل Preskill حول الموضوع الذى اقر هاوكينغ صراحة بخسارته.

لكن لمعلوماتكم فان ال AdS/CFT وحتى ال BFSS لم تستطيعا لحد الآن حساب منحنى بايج. كما يقول الفيزيائى النظرى سترومينغر Strominger: حساب منحنى بايج هو مكافئ لحل معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود.

7.3.7 السقوط الحر داخل ثقب اسود

نعتبر مسألة السقوط الحر لجسم داخل ثقب اسود سقوطا قطريا او بمصطلحاتنا الشعبية سقوطا عموديا على السطح.

هذه مسألة سوف ننظر اليها من منظورين مختلفين تماما. من منظور ملاحظ عطالى يسقط مع الجسم بشكل حر و المنظور الآخر منظور ملاحظ عطالى مقارب asymptotic اى ملاحظ ثابت يتفرج على السقوط من مكان بعيد خارج الثقب.



شكل 42.7: السقوط الحر فى ثقب اسود. صورة مأخوذة من www.jp-petit.org/science/colloque2001/.

تذكروا ان الثقب الاسود هو جملة غير عادية اى ليس نجم عادى او نوترونى او قزم ابيض او اى من هذه الاجرام السماوية لان الثقب الاسود له افق يسمى افق الحدث الذى هو سطح كروى شبيه-بالضوء (مثل المخروط الضوئى) محيط به فاصل بين منطقة العودة و منطقة اللاعودة.

الثقب الاسود هو المعادلة (h) فى الصورة. و R_s فى تلك المعادلة هو افق الحدث الشهير المشهور بطل هذه القصة.

نبدأ من الملاحظ المسكين الذى يسقط مع الجسم. هذا الملاحظ الساقط سقوطا حرا سوف يقيس زمن سقوط يسمى الزمن الذاتى -المعادلة (j) فى الصورة- وعندما يعبر الجسم الساقط افق الحدث فان الساعة خاصة هذا الملاحظ تسجل زمن منته يمكن ان نعطيكم عبارته. المعادلة (k) فى الصورة.

لكن بالنسبة للملاحظ العطالى الذى ينظر من بعيد فهو يسجل زمن يسمى زمن الاحداثيات -المعادلة (i) فى الصورة- وهذا الزمن الذى يقيسه هذا الملاحظ يزداد و بشكل سريع كلما اقترب الجسم الساقط من افق الحدث حتى يصل الى مالانهاية.

اذن بالنسبة للملاحظ الذى ينظر من بعيد فان الجسم الساقط يأخذ زمن لا نهائى حتى يصل الى افق الحدث او بالاحرى فان الجسم الساقط لا يصل ابدا الى افق الحدث وهذا ما نقوله بالضبط: بالنسبة لملاحظ عطالى ثابت خارج الثقب الاسود فان اى جسم ساقط سقوطا حرا داخل الثقب الاسود لا يعبر ابدا افق الحدث لاننا لا نراه ابدا يعبر الثقب رغم اننا متيقنون انه يعبره. وهذا هو نوع اليقين الذى لا تعلمه لك الا الفيزياء.

بعبارة اخرى فانه بالنسبة لهذا الملاحظ الخارجى فان الفضاء ينتهى عند افق الحدث و لهذا سمى الافق افقا!!! وهكذا فليفرح محبو النسبية بالنسبية لان هذا من اثار النسبية و ليس للكمومى اى ذنب فى اى شئ هنا.

للمقارنة بين الزمن الذى يقيسه الملاحظ الساقط مع الجسم و الملاحظ خارج الثقب انظر المنحنيات فى الصورة (m). اذا فهمتها فانك فهمت كل شئ.

هذا التأثير المعروف جدا بالنسبة لمن يعرف الثقوب السوداء هو السبب الاساسى لماذا يشع و يتبخر الثقب الاسود وكل المعضلات المرافقة لذلك او هذا ما يقوله بولشينسكى Polchinski.

8.3.7 الانتقال الطورى من الثقب الاسود الى الوتر الاسود

الثقب الاسود هو حالة خاصة جدا جدا فى ثلاثة ابعاد فضائية. فهو الحالة المتطرفة او المدللة للنسبية العامة فى اربعة ابعاد او كما نقول 3+1 اى ثلاثة فضاء وواحد زمن.

أما فى عدد ابعاد اعلى من ثلاثة زائد واحد-وهو عالم نظريات الاوتار و النظرية M وربما الواقع فعلا- فهناك حالات متطرفة اخرى كثيرة.

مثلا الوتر الاسود black string وهو حالة تكون فيها المفردة singularity ليست بنقطة لكن على شكل خط لكن هذه المفردة -مثل حالة الثقب الاسود- محاطة او محمية خلف افق حدث. و للتنبيه فان الوتر الاسود ليس له بالضرورة اى علاقة بالوتر الاساسى فى نظرية الوتر.

وبعد الوتر الاسود التعميم التالى هو الغشاء الاسود black membrane وهنا المفردة تكون على شكل سطح لا هى نقطة و لا هى خط. ومرة اخرى فان الغشاء الاسود ليس له بالضرورة اى علاقة بالاغشية الموجودة فى النظرية M والثقالة الممتازة فى 11 بعد و النظرية المصفوفية التى تحتوى ثلاثتها على حلول عبارة عن اغشية.

وهكذا.

فى ابعاد اعلى من اربعة -3 فضاء وواحد زمن- اذن يوجد ثقب اسود ويوجد وتر اسود ويوجد غشاء اسود و غيرهم.

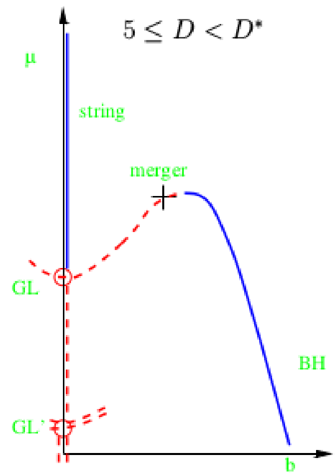
اذن الثقب الاسود لم يعد وحده مميزا مدللا فى هذه الابعاد العليا.

ولان كل هذه الحلول موجودة فى آن معا فهناك اذن امكانية تحول طورى من ثقب اسود الى وتر اسود و العكس.

فى الصورة ادناه المخطط الطورى للتحول الطورى من وتر اسود الى ثقب اسود و العكس عبر ما يسمى لا استقرارية غريغورى-لافلام instability Gregory-Laflamme وهى ربما من اشهر اللااستقراريات فى النسبية العامة فى ابعاد عليا.

هذا التحول موجود فى الابعاد من 5 الى 11 فقط.

اللون الازرق يعبر عن اطوار مستقرة للثقب الاسود وللوتر الاسود اما الحمراء المتقطعة فتعبر عن اطوار غير مستقرة. الحلان يلتقيان عند الاشارة + حيث نتغير الطوبولوجى من ثقب اسود الى وتر اسود او العكس.



شكل 43.7: التحول الطورى من ثقب اسود الى وتر اسود.

4.7 الثنائية الثقالية-المعيارية

1.4.7 الثنائية الثقالية/المعيارية و تفسير الميكانيك الكمومى

أما الثنائية الثقالية/المعيارية the gauge/gravity duality فهى مثال آخر على الثنائيات العديدة التى تحتويها الفيزياء ام الاحادية المادية. وهذه الثنائية تبقى اهم نتائج نظرية الاوتار الممتازة قاطبة لا يختلف فى ذلك اثنان.

فهى تنص على ان اى نظرية معيارية تحتوى داخلها على نظرية ثقالة كمومية حتى النظريات المعيارية للكهرومغناطيسية و النووية و الاشعاعية فهى تحتوى داخلها -لمن يستطيع ان يجد- نظرية ثقالة كمومية.

هذه نظرة خارقة للعادة.

لكن حتى نجو من مبرهنة عدم الذهاب no – go theorem لويتن Witten و واينبرغ Weinberg التى تنص فيما تنص على ان الغرافيتون graviton -وهو الجسيم الحامل لقوة الجذب الثقالى- لا يمكن ان يكون جسيم مركب من اجسام معيارية gauge particles او غيرها فان النظرية الثقالية الكمومية يجب ان تعيش فى فضاء-زمن مختلف اكبر من الفضاء-زمن الذى تعيش فيه النظرية المعيارية المكافئة.

وهذا بعبارة اخرى هو نص المبدأ الهولوغرافى holographic principle للعبقرى الرائد توهفت Hooft' t الذى كاد ان يختطفه منه العبقرى العجوز ساسكيند Susskind لولا فضل الله سبحانه و تعالى و حرية و انفتاح الاركايف.

فتوهفت فعلا كان سباقا لهذا المبدأ سبقا واضحا اصيلا اصليا لا غبار و لا مراء فيه. ثم تذكروا ان توهفت حاصل على نوبل و ساسكيند رغم عبقريته لم و لن يحصل عليها ككل عباقرة الوتر من الامريكان و الاسرائيليين و غيرهم حتى تصبح الوتر نظرية قابلة للتكذيب على رأى بوبر.

وهذا رأى رجل يحب الوتر. حتى لا تظنوا أننى ضد الوتر مثل الذين يريدون اختزالها للايديولوجية بسبب العجز او التعاجز.

اذن حتى نجو من مبرهنة عدم الذهاب لويتن و واينبرغ و ننسجم مع المبدأ الهولوغرافى فان النظرية الثقالية فى الثنائية الثقالية/المعيارية يجب ان تعيش فى فضاء ابعاده اكبر من ابعاد الفضاء الذى تعيش فيه النظرية المكافئة المقابلة.

مثال مشهور اكثر من الشهرة نفسها فى الفيزياء النظرية: مجموعة N من برايانات دريشلي Dirichelet branes التى يرمز لها ب Dp متطابقة على بعضها البعض فانها توصف من جهة بنظرية حقل معيارى U(N) تعيش فى الحجم الكونى worldvolume لهذه البرايانات المتطابقة اى فى فضاء-زمن بعده p+1 و توصف من جهة اخرى بمترية منحنية لفضاء-زمن نظرية الوتر الذى عدد ابعاده 10 وهى مترية البراين الاسود black brane من الرتبة p الذى هو تعميم للثقب الاسود. فقط فى البراين الاسود p المفردة فيه هى سطح يكون بعده p و ليس نقطة. من اجل p=0 البراين الاسود يصبح ثقب اسود عادى.

مثال آخر مشهور وهو اشهر من المثال اعلاه للثنائية الثقالية/المعيارية هو المقابلة بين نظرية الحقل الكونفورمال CFT و فضاء-زمن دى سيتر الضدى anti – de Sitter الذى يرمز له ب AdS. هذه المقابلة بين الاثنين المعروفة باسم المقابلة AdS/CFT اختصارا.

اختم بالاقتراح الذى اقدمه هنا لاول مرة و هو لماذا لا نستعمل هذه المقابلة بين الثقالة و النظرية المعيارية من اجل اعطاء تفسير للميكانيك الكمومى. فالنظرية المعيارية ابسط تعبيراتها هو الميكانيك الكمومى المصفوفى. اذن حسب الثنائية المعيارية/الثقالية فان هذا الميكانيك الكمومى هو ثقالة ممتازة و هى نظرية كلاسيكية لا اكثر و لا أقل. و لن تكون فيها اذن كل تلك التعقيدات الميتافيزيقية التى نجدها فى الميكانيك الكمومى بدون مقابل ثقالى.

2.4.7 ماهى الثنائية الثقالية/المعيارية؟

الفزيائى النظرى الاشهر مالداسينا Maldacena فى عام 1997 قدم اعظم انجاز فى الفيزياء النظرية ربما فى ال 100 سنة الاخيرة اى منذ عهد بور و جماعته و انجازهم فى الميكانيك الكمومى و منذ عهد اينشتاين و انجازه فى النسبية.

اذن فى رأيى انجاز مالداسينا هو اعظم حتى من انجاز النموذج المعيارى الجسيمى او النموذج المعيارى الكوسمولوجى حيث تبقى مقالة مالداسينا حول الثنائية الثقالية/المعيارية و بالخصوص المقابلة بين الفضاء دى سيتر الضدى و نظرية الحقل الكونفورمال او اختصارا المقابلة AdS/CFT اكثر المقالات المستشهد بها فى كل تاريخ فيزياء الطاقات العليا بحوالى عشرة الاف استشهاد.

وهذا الانجاز سمح لمالداسينا من الانتقال المباشر من طالب دكتوراة فى نهاية تحضيره للرسالة الى استاذ فى هارفارد و هذا نادر جدا فى امريكا ان يحصل دون العبور على مناصب البوستدوك.

لكن ماهى الثنائية الثقالية/المعيارية؟

هى تنص بكل بساطة على الاتى:

1. من جهة لدينا نظرية الحقل المعيارى الممتازة $U(N)$ فى p+1 بعد. "الممتازة" تعنى ان النظرية تتمتع بتناظرات ممتازة اما "الحقل المعيارى" فهو تعميم للحقل الكهرومغناطيسى الذى هو حقل معيارى $U(1)$. اذن الحقل المعيارى يحتوى على N شحنة و N شحنة مضادة كما ان الحقل الكهرومغناطيسى يحتوى على شحنة واحدة هى الموجبة مثلا و شحنتها المضادة و هى السالبة.

   نأخذ هذه النظرية المعيارية التى تعطى تفاعلاتها بثابت اقتران معيارى g^2 فى نهاية توهفت المعرفة بأخذ N الى مالانهاية و g^2 الى صفر مع تثبيت ثابت اقتران توهفت المعرف كما يلى كما يلى

$$\lambda = N.g^2.$$

   اذن نهاية توهفت معرفة ب

$$g^2 \longrightarrow 0\ ,\ N \longrightarrow \infty\ ,\ \lambda = N.g^2 = \text{fixed}.$$

   من المعروف ان هذه النظرية المعيارية فى بعد p+1 فى نهاية توهفت تصف N من برايانات دريشلى المتطابقة من البعد p.

2. من الجهة الاخرى فان مجموعة ال N براين من براينات دريشلى المتطابقة ذات البعد p تشكل ما يسمى البراين الاسود من الرتبة p الذى هو تعميم للثقب الاسود. هذا البراين الاسود يولد فضاء-زمن منحنى تعطى متريته بالثقالة الممتازة من النوع II اى الثقالة الممتازة التى تعيش فى 10 ابعاد و تمز بتناظرين ممتازين.

الثنائية الثقالية/المعيارية تنص على ان النظرية المعيارية U(N) الممتازة فى بعد p+1 فى نهاية توهفت هى بالضبط الثقالة الممتازة من النوع II فى بعد عشرة حول الفضاء-زمن المعطى بالبراين الاسود من الرتبة p.

و اذا اردنا أخذنا التصحيحات الكمومية من جهة الثقالة التى هى متناسبة مع ثابت الاقتران الوترى g_s فانه علينا ان نذهب ابعد من نهاية توهفت عن طرق اخذ التصحيحات من الرتبة $1/N^2$ فى النظرية المعيارية حيث N هو عدد الالوان (الشحنات) كما ذكرنا اعلاه.

أما اذا اردنا اخذ التصحيحات الوترية من جهة الثقالة و هى متناسبة مع طول الوتر الاساسى l_s فانه علينا مرة اخرى الذهاب ابعد من نهاية توهفت عن طريق اخذ التصحيحات من الرتبة $1/\lambda$ فى النظرية المعيارية حيث λ هو ثابت توهفت اعلاه.

على ان اذكر ان النظرية المعيارية هى نظرية معرفة تماما فى الميكانيك الكمومى و اكثر منذ ذلك هى معرفة غير-اضطرابيا عن طريق الشبكة. اذن الثنائية الثقالية/المعيارية تعطى تعريف كمومى غير-اضطرابى كامل للثقالة الكمومية وهذا هو المطلوب من اى نظرية ثقالة كمومية.

3.4.7 صناعة الثقب الاسود فى المختبر

فى هذا المقطع يتكلم هانادا Hanada عن نظرية الوتر التجريبية و نظرية الثقالة الكمومية التجريبية وعن امكانية صناعة ثقب اسود فى المختبر وعن امكانية تكذيب نظرية الوتر تجريبيا عن طريق المحاكات الكمومية للجمل الفيزيائية غير الثقالية المرفقة بكل هذه النظريات الثقالية عبر الثنائية المعيارية/الثقالية. المحاكات الكمومية هنا هى تجربة فعلية و ليست محاكاة عددية تجرى على الجملة المرفقة. اذن هذا ليس كلام فقط بل هو امر واقع موجود الآن.

can realize a non-gravitational theory which is dual to a black hole, it is equivalent to creating an actual black hole! Then it should be possible to see how a small, quantum black hole forms and evaporates; it would be possible to study quantum gravity experimentally.

At this moment, it is not easy to construct such field theories, e.g. SYM, experimentally. However a simpler system, for example the Sachdev-Ye-Kitaev model,[126] would be within reach.[127] At very least, such approach would be much more tractable than collider experiment at Planck scale. It would be nice if lattice theorists and AMO physicists could make string theory and quantum gravity *experimental* science.

Note that such theories may or may not be *the* theory which describes our world. Still, by studying various quantum gravitational systems, it would be possible to understand universal and non-universal features. Perhaps we find a universal problem which falsifies the string theory. Perhaps we arrive at a better understanding about *the* quantum gravity describing our world. Or – although it would be a very speculative statement – if we are actually living in the string theory multiverse, then it might be possible to create *other universes* in *our universe*.

شكل 44.7: مقطع من مقالة هنادا arXiv : 1604.05421.

4.4.7 الشيخ و الشاب اللذان اعجزا الآلاف من الشيوخ و الشباب

أقدم لكم واحدة من اشهر المعادلات فى الفيزياء النظرية الحديثة

$$\mathrm{ER} = \mathrm{EPR}.$$

هذه المعادلة هى احدى الشطحات الاخيرة للشيخ ساسكيند Susskind وورط هذه المرة معه فيها الشاب مالداسينا Maldacena. أو هذا ما ظننته اولا. لكن الذى حدث هو العكس تماما كما يحكى ساسكيند نفسه الذى ذكر الايمايل الذى جاءه من مالدسينا و الذى لا يحتوى الا على هذه المعادلة.

وهى تخمينية conjecture تنص على ان التشابك الكمومى الاعظمى بين ثقبين اسودين او اى جسيمين آخرين (وهو الجزء EPR من المعادلة) هو مكافئ لكون الثقبين الاسودين مرتبطين بما يسمى ثقب دودى wormhole الذى يسمى ايضا جسر اينشتاين-روزن (وهو الجزء ER من المعادلة اعلاه).

اذن بعبارة اخرى فان التشابك الكمومى يفسر بحقل ثقالى كمومى قوى جدا. هذه فكرة عبقرية مرة أخرى وهى بالمناسبة ليست منسجمة تماما مع الميكانيك الكمومى.

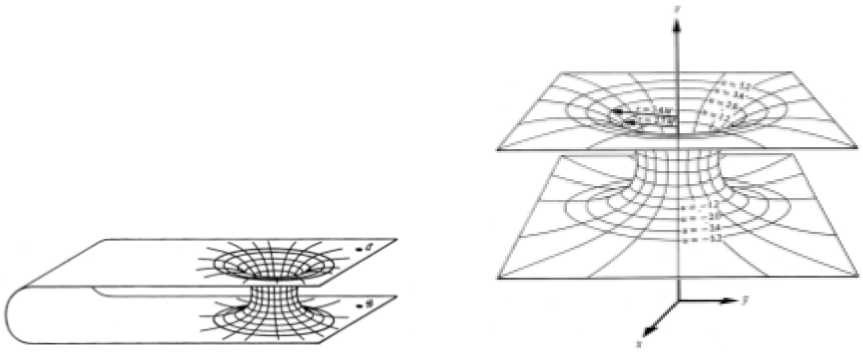
هل فهتمم شيئا؟ اذا لم تفهموا شيئا فلا تقلقوا لانه بكل صراحة هذه امور صعبة جدا حتى على المختصين.

الرجل ساسكيند ليس له فعلا اى شئ آخر يفعله. هو يستخدم فى عبقريته التى لا شك فيها, و خبرته الهائلة, وصحته فى عمره المتقدم هذا و وقته الوافر, اللذان بارك الله له فيهما!!!!, و يستخدم ايضا فى رفاهيته فى ستانفورد, للخروج فى كل مرة علينا بأحد هذه الافكار الجهنمية, وهذا رغم ان اغلبنا لم يفهم بعد فكرته الجهنمية السابقة, وهكذا فنحن دائما نجرى وراءه, و هو وامثاله يجرون وراء الفيزياء دائما متحكمون تماما فى روح المبادرة.

على ان اشير ايضا ان ساسكيند هو واحد من النظريين الوتريين القلائل الذين يبدو لى انهم تمكنوا من النجاة من الركود العميق الواقع فى نظرية الوتر و هذا بسبب تجديده و تجدده المستمرين فى اتجاهات مغايرة مثل هذا الاتجاه و تحرره النسبى من الفكر الوترى بسبب كونه اصلا من الجيل الحقلى القديم.

5.4.7 الجسر الثقالى

الثقب الدودى او ما يعرف ايضا باسم جسر اينشتاين-روزن Einstein – Rosen bridge فى الصورة ادناه. فى الصورة الاولى الثقب الدودى يربط بين عالمين مسطحين مختلفين. أما فى الصورة الثانية فان الثقب الدودى يصل بين نقطتين من نفس العالم.



شكل 45.7: الثقب الدودى او جسر اينشتاين-روزن.

المعادلات التى تصف الثقب الدودى فى الصورة الثانية.

$$\text{(I)}\begin{cases} u = (r/2M - 1)^{1/2}e^{r/4M}\cosh(t/4M) \\ v = (r/2M - 1)^{1/2}e^{r/4M}\sinh(t/4M)\end{cases},$$

$$\text{(II)}\begin{cases} u = (1 - r/2M)^{1/2}e^{r/4M}\sinh(t/4M) \\ v = (1 - r/2M)^{1/2}e^{r/4M}\cosh(t/4M)\end{cases},$$

$$\text{(III)}\begin{cases} u = -(r/2M - 1)^{1/2}e^{r/4M}\cosh(t/4M) \\ v = -(r/2M - 1)^{1/2}e^{r/4M}\sinh(t/4M)\end{cases},$$

$$\text{(IV)}\begin{cases} u = -(1 - r/2M)^{1/2}e^{r/4M}\sinh(t/4M) \\ v = -(1 - r/2M)^{1/2}e^{r/4M}\cosh(t/4M)\end{cases}.$$

شكل 46.7: معادلات الثقب الدودى.

اذن هناك اربعة مناطق مختلفة:
المنطقة I هى خارج الثقب الاسود.
المنطقة II هى داخل الثقب الاسود.
المنطقة III هى خارج الثقب الاسود.
المطقة IV هى داخل الثقب الابيض.

الثقب الابيض هو المعكوس فى الزمن للثقب الاسود. الثقب الاسود لا يمكن لاى شئ الخروج من داخله لكن تدخله الاشياء بدون امكانيه خروج مرة اخرى اما الثقب الابيض فلا يمكن لاى شيء الدخول اليه من خارجه لكن الاشياء تغادره بدون امكانيه العودة اليه.

هذه المناطق الاربعة مع بعضها البعض تعرف ما يسمى فضاء-زمن شوارشيلد Schwarzschild.

ما يسمى بالثقب الدودى او جسر اينشتاين-روزن هو الثقب الاسود (اى المنطقة II) مع المنطقتين الخارجيتين (اى المنطقة I و المنطقة III).

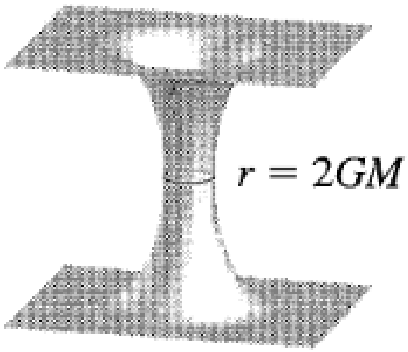
لو رسمنا المعادلات اعلاه من اجل زمن $t = 0$ نحصل بالضبط على هذا الثقب الدودى المبين فى الصورة الأخيرة ادناه. لو رسمنا نفس المعادلات من اجل اى زمن آخر فاننا نجد ان الثقب الدودى ينغلق و تنفصل المنطقتان الخارجيتان I و III اى لا يمكن لاى مسافر شبيه-بالزمن ان يعبر رغم ان هذه البنية الطوبولوجية لا غبار عليها رياضيا و لا فيزيائيا.

نقول ان الثقب الدودى هو عموما غير قابل للعبور لانه غير مستقر تماما وبالتالى فانه لا يسمح بالانتقال فى الزمن.

والسفر فى الزمن عليه اعتراضات اخرى كبيرة من هاوكينج و غيره ليس هذا الوقت المناسب لمناقشتها.

نذكر ايضا انه داخل الثقب الاسود المسافة من المفردة تصبح شبيهة-بالزمن بمعنى انه بعد ان نعبر افق الحدث لا يمكن ايقاف تقدمنا نحو المركز $r = 0$ مثلما انه لا يمكن ايقاف تقدمنا فى العمر.

اذن الثقب الاسود و الثقب الدودى يوفران مختبرات ممتازة لدراسة الزمن بشكل مبتكر جدا.



شكل 47.7: الثقب الدودى هو ثقب اسود بمنطقتين خارجيتين.

6.4.7 الهولوغرافى و الجدار النارى و مبدأ التقابل و التشابك الكمومى

فى البداية كان الثقب الاسود اسودا تماما. ثم اكتشف هاوكينغ Hawking انه يصدرعنه اشعاع. اي ان الثقب الاسود فى المحصلة ليس اسودا تماما.

و اخطر من هذا فان هذا الثقب سيتبخر فى النهاية بعد ان تنبعث كتلته كلها على شكل اشعاع.

اذن سوف تضيع كل المعلومات المخزنة فيه.

وهذا تهديد للميكانيك الكمومى الذى تمنع العديد من مبرهناته هذا الأمر.

وايضا اكتشف هاوكينغ و معه بيكنشتاين Bekenstein ان انطروبى entropy الثقب الأسود (مقدار المعلومات المخزنة فيه) متناسب مع سطح الثقب و ليس مع حجمه وهو امر لم يكن معروفا فى الفيزياء من قبل.

ثم جاء توهفت t' Hooft و قال بما يسمى مبدأ التكامل complementarity principle للثقوب السوداء لتفسير عدم ضياع المعلومات فى الثقب و افترض ايضا الهولوغرافى holography لتفسير سبب تناسب انطروبى الثقب مع السطح و ليس مع الحجم.

فنحن نعرف الآن تقريبا بدون شك ان هذه الخاصية الاخيرة (اى الانطروبى متناسب مع السطح و ليس مع الحجم) هى احدى خواص قوة الجذب الثقالى الفريدة التى لا تتميز بها اى قوة اخرى. و هذا يعنى من بين ما يعنيه ان درجات حرية الثقب هى كلها مخزنة على سطح عبارة عن غشاء فيزيائى يبعد بمسافة بلانكية Plankian عن افق الحدث event horizon يعرف باسم الحدث الممدد stretched horizon و لا يوجد داخل الثقب شيء الا المفردة فى المركز.

لكن اختطف ساسكيند Susskind من توهفت كلا الفكرتين و حولهما الى واحد من اعظم المبادئ فى الفيزياء النظرية. وهو مبدأ التكامل للثقوب السوداء الذى نعرفه اليوم و الذى يلعب دورا محوريا فى كل نقاشات الثقب الاسود.

فى هذا المبدأ نفترض (بالنسبة للملاحظ خارج الثقب) الاحادية unitarity و نفترض نظرية الحقل الفعال effective field theory و نفترض ايضا علاقة هاويكنيغ-بيكنشتاين اعلاه.

لكن هذا المبدأ يفترض ايضا ضمنا لا تصريحا مبدأ التكافؤ equivalence principle للنسبية العامة و مبدأ انحفاظ المعلومات (مبرهنة عدم النسخ الكمومى no cloning theorem). اذن المعلومات هى موجودة داخل الثقب بالنسبة للراصد الساقط سقوطا حرا و هى موجودة خارج الثقب بالنسبة للملاحظ الخارجى و لا يوجد تعارض بين الصورتين بل تكامل لان الملاحظ الخارجى لا يمكنه ابدا ان يتواصل مع الملاحظ الداخلى (خواص النسبية فى الحقول الثقالية و اهمها الموضعية اى حدية سرعة الضوء و تمدد الزمن).

لكن جاء بعدهما بولشينسكى Polchinski و اصحابه و قالوا ان مبدأ التكامل غير منسجم مع مبدأ كمومى آخر عظيم هو مبدأ عدم تعدد التشابك الكمومى monogamy of quantum entanglement (جملة كمومية لا يمكنها ان تكون متشابكة كموميا بجملتين مختلفتين فى نفس الوقت بسبب خواص الانطروبى).

فبين بلوشينسكى ان هذا التعارض بين التكامل و عدم التعدد يؤدى الى تعارض بين احادية الميكانيك الكمومى و صلاحية نظرية الحقل الفعال خارج الثقب من جهة و من جهة اخرى مبدأ التكافؤ للنسبية العامة حول افق الحدث.

اذن حسب الاحادية فان الاشعاع الاولى لهاوكينغ الذى خرج خلال شباب الثقب (قبل ما يسمى زمن بايج و بايج Page هو ادق الفيزيائيين الذين تكلموا فى الثقب) يجب ان يكون متشابكا كموميا مع الاشعاع الاخير لهاوكينغ الذى سيخرج بعد زمن بايج. لكن حسب نظرية الحقل فان الاشعاع الاخير يجب ان يكون ايضا متشبكا مع المعلومات وراء افق الحدث. لكن هذا يستحيل حسب مبرهنة عدم تعدد التشابك الكمومى.

لكن مبدأ التكامل حل هذه المعضلة بأن جعل المعلومات لا تُرصد فى الداخل الا بالنسبة للراصد الساقط و لا ترصد فى الخارج على افق الحدث الا بالنسبة للراصد الخارجى.

بولشينسكى بين ان هذا الامر اى مبدأ عدم تعدد التشابك الكمومى فعلا متناقض مع مبدأ عدم التكامل للثقوب السوداء. وان المعضلة ليست فى نظرية الحقل لكن فى مبدأ التكافؤ. اما مبدأ الاحادية فلا احد تقريبا فكر فى التخلى عنه.

اذن المعضلة ان الاشعاع الاخير يجب ان يكون متشابك مع الاشعاع الاولى و يجب ايضا ان يكون متشابك مع الاشعاع داخل الثقب. باستخدام مبدأ الاحادية و نظرية الحقل بين بولشينسكى ان الراصد الساقط سيصادف جسيمات ذات طاقات عليا وراء افق الحدث بقليل. اذن افق الحدث ليس كغيره من الاماكن فى الفضاء-زمن. وهذا يكسر مبدأ التكافؤ بشكل سيء جدا.

الحل الذى اقترحه بولشينكسى هو اذن كسر قوة التشابك الكمومى صراحة (لكن الميكانيزم مازال غير معروف) بين الاشعاع الاخير و الاشعاع الداخلى. وهذا الكسر سيولد طاقة هائلة (قارنوا بكسر قوى الربط النووى و الطاقة الناجمة عن ذلك). هذه الطاقة الهائلة هى ما يسمى الجدار النارى firewall.

الخلاصة نُضحى بالنسبية العامة و اساسها مبدأ التكافؤ.

رأى ساسكيند فى الأمر كان أولا: نعم كل هذا صحيح. مبدأ التكامل غير صحيح و الجدار النارى هو فعلا حل لمعضلة ضياع المعلومات فى الثقب.

لكنه معروف عنه تقلبه الشديد.

رأى ساسكيند فى النهاية كان (مع مالداسينا): لا هذا غير صحيح لا يوجد جدار نارى بل الحل هو فى ال ER=EPR وهى معادلة تعنى ان الاشعاع الخارجى متصل بالثقب الاسود عبر جسور اينشتاين-روزن و لا يوجد لا ضياع للمعلومات و لا انكسار لمبدأ التكافؤ و لا جدار نارى.

لكن هذه الفرضية هى تغيير جذرى ليس فى فهمنا للجاذبية فقط لكن ايضا فى فهمنا للميكانيك الكمومى. وأذكر بأهم عناصرها هنا كالآتى.

المعادلة تنص على ان اينشتاين و روزن ER =اينشتاين و بودلسكى و روزن EPR وهى فرضية يُراد بها فى النهاية توحيد الميكانيك الكمومى QM و النسبية العامة GR فى نظرية ثقالة كمومية يمكنها ان تفسر معضلة تبخر الثقوب السوداء.

اذن هى تنص على ان التشابك الكمومى entanglement quantum بين جسمين (مثلا ثقبين اسودين) الذى يعطى بترابطات correlation ال EPR ينجم فى الحقيقة عن ثقب دودى او جسر ER يربط بين الجسمين او الثقبين الاسودين.

فمثلا يقترح علينا ساسكيند و مالداسينا ان نضغط اشعاع هاوكينغ الى الحد الذى يقع فيه انهيار ثقالى و يتشكل ثقب اسود ثانى عنه. هذا الثقب الاسود الثانى (اشعاع هاوكينغ) متصل بالثقب الاول عبر جسر اينشتاين و روزن الذى يراه الراصد الخارجى على شكل تشابك كمومى بين الاشعاع الخارجى و الثقب الاسود. اذن هذا نوع جديد تماما من التشابك الكمومى. ولان اينشتاين و روزن هو جسر فى الفضاء فعلا فانه لا يوجد اى معضلة لضياع المعلومات.

واعترف و أُقر ان هذه فكرة عبقرية جميلة و جذابة و جامحة و هو كل ما يطمح اليه اى رجل فيزيائى. هذه الفرضية عممها مؤخرا

ساسكيند الى الفرضية GR=QM اى ان الميكانيك الكمومى يساوى النسبية العامة. و هذه تخمينية اكثر طموحا لن اعلق عليها تماما.

7.4.7 ال ER=EPR و براينات من نوع جديد

ومن أغرب ما قرأت مؤخرا الادعاء ان تفسير كوبنهاغن هو ثنائى dual (وليس مناقض) لصياغة عديد العوالم (او بالاحرى صياغة الحالة النسبية formulation state relative لصاحبها ايفريث).

وأن هذه الثنائية موصوفة هندسيا بأجسام تسمى براينات GHZ حيث GHZ تقوم مقام غرينبرغر Greenberger و هورن Horne و زايلنغر Zeilinger الذين اكتشفوا الحالة الثلاثية المتشابكة قصويا المعروفة ايضا بحالة GHZ.

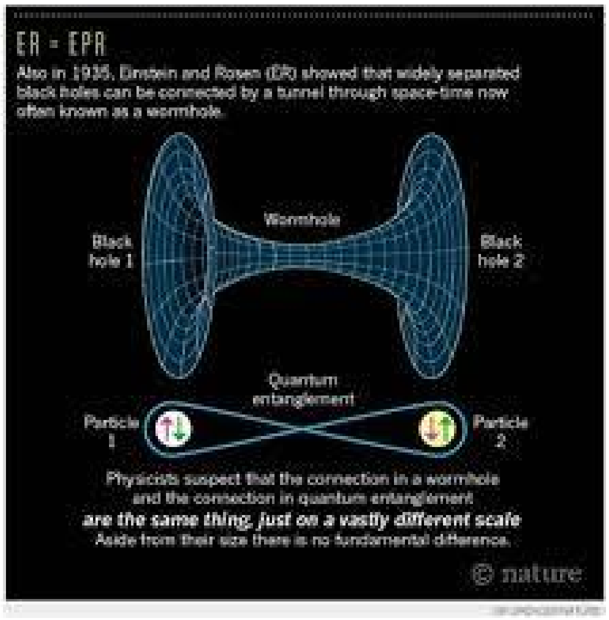
هذه الاجسام ليس لها أى علاقة ببراينات دريشلى فى نظرية الوتر. لكن كما قلنا لها علاقة بالحالات الثلاثية tripartite states المتشابكة كوميا قصويا maximally entangled states المعروفة بالحالات GHZ.

بتعبير آخر فان براينات GHZ هى الجسور بين ثلاثة ثقوب سوداء كما أن جسور اينشتاين و روزن هى جسور بين ثقبين اسودين متشابكيين كوميا قصويا.

اذن براينات بال Bell هى ايضا موجودة ونقصد بها بالضبط جسور اينشتاين و روزن.

تذكروا ان الحالات الزوجية المتشابكة كوميا قصويا تسمى ايضا حالات بال او حالات اينشتاين و بودولسكى و روزن او ال EPR اختصارا.

بصفة عامة فان التشابك الكمومى هو نوع جديد من الهندسة الكمومية حيث تظهر فيه ازواج بال كجسور اينشتاين -روزن بين ثقبين اسودين و ثلاثيات GHZ كجسور من نوع آخر بين ثلاثة ثقوب سوداء. وهكذا. وهذا من النتائج الجديدة العميقة جدا فى فهم الميكانيك الكمومى و قوة الجذب الثقالى فى آن معا التى جاءت بها تخمينية ال ER=EPR لساسكيند و مالداسينا.



شكل 48.7: تخمينية ال ER=EPR التى تنص على ان الاجسام المتشابكة كوميا قصويا (وهذه هى ال EPR) مرتبطة ببعضها البعض عبر ثقب دودى او جسر اينشتاين و روزن (وهذه هى ال ER). صورة مأخوذة من نايتشر.

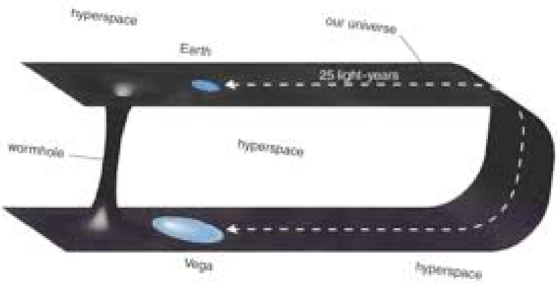
8.4.7 الفضاء - زمن كشبكة معقدة من التشابك الكمومى و فعل الرصد الكمومى

السؤال الذى اود ان اطرحه ثم اجيب عليه هنا هو: ماذا يحدث فعلا عند فعل الرصد او القياس الكمومى؟

الجواب فعلا هو أن لا أحد فى الحقيقة يدري لكن هناك فقط تفسيرات.

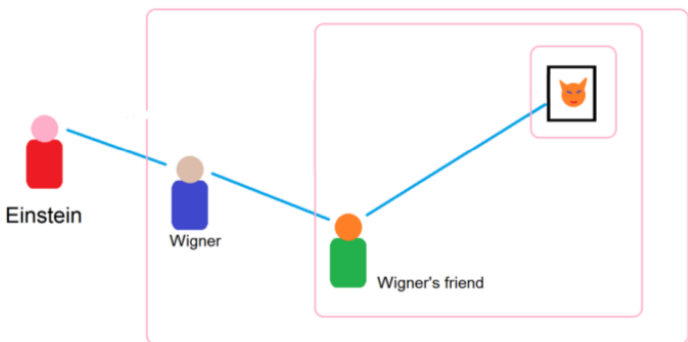
اليوم سأركز على تفسير اكثر من رائع يشبه الفيلم السينمائى الخيالى او اللوحة السريالية لصاحبها الفيزيائى الامريكى النظرى الشهير الشيخ (شيخ اهل الفيزياء النظرية) ساسكيند الذى يعتمد على آخر خرجاته مع الفيزيائى الآخر الشاب و الاكثر شهرة مالداسينا وهى الفرضية المعروفة باسم تخمينية ال ER = EPR.

فى هذه التخمينية فان التشابك الكمومى يلعب الدور المحوري الاول و هذا هو الرمز EPR فى المعادلة اعلاه.
وايضا فان الثقوب الدودية wormhole التى تربط بين الثقوب السوداء او ما يعرف ايضا باسم جسور اينشتاين و روزن تلعب الدور المحورى الثانى و هذا هو الرمز ER فى المعادلة اعلاه.
اذن ساسكيند يتصور (وهو تصور فنى لكن مبنى فعلا على قرائن كثيرة) على ان التشابك الكمومى بين اى جملتين فيزيائيتين هو يتم فعلا عبر جسر اينشتاين و روزن يربط بين الجملتين. لهذا فان الجمل الفيزيائية البعيدة جدا عن بعضها تتصرف و كأنها متفاعلة او بالاحرى مرتبطة correlated عبر التشابك الكمومى وبالتالى فانها تتصرف و كأنها تقع فى نفس النقطة فى الفضاء بالضبط لان ثقب دودى يربط بين الجملتين كما فى الصورة.



شكل 49.7: جسر اينشتاين و روزن ER او ثقب دودى يربط مثلا بين الارض و النجم فيغا.

هنا يفترض ساسكيند و مالداسينا ضمنيا ان الثقب الاسود هو ليس الا مجموعة هائلة من البتس (جمع بت bit) الكمومية او ما يعرف اختصارا باسم الكيوبتس qubits. وتذكروا ان البت هو وحدة المعلومة كما ان الجسيم الاولى هو وحدة المادة و كما ان الكوانتا هو وحدة الاشعاع و التفاعل و القوة.
اذن ساسكيند يتصور ان الجملتين الفيزيائيتان المتشابكان كموميا يمكن ضغطهما حتى تنهارا تحت تأثير قوة ثقالة جسيماتهما وتحولا الى ثقبين اسودين و لان الجملتين متشابكان كموميا فان الثقبين الاسودان الناجمان عنهما متشابكان كموميا هما ايضا و هذا يعنى انهما مرتبطان مكانيا عبر جسر اينشتاين و روزن او ما يسمى بالثقب الدودى.
الآن نأتى لفعل الرصد الكمومى (وهذا ما شدنى اكثر لهذا الموضوع) ونعتبر تجربة قط شرودينغر لكن مع ثلاثة راصدين و ليس راصد واحد (اما لماذا فستعرفون بعد قليل).
الراصد الاول فى الغرفة الخارجية نسميه اينشتاين و نرمز له ب E و الراصد الثانى نسميه فيغنر Wigner و هو فى الغرفة الثانية و نرمز له ب W والراصد الثالث هو صديق فيغنر و نرمز له ب WF كما فى الصورة.



شكل 50.7: تجربة صديق فيغنر.

اذن هذه التجربة هى تجربة صديق فيغنر فى الحقيقة و ليس تجربة قط شرودينغر المبسطة.
نعتبر تفسيرات الميكانيك الكمومى الاساسية: تفسير كوبنهاغن Cophenhagen غير العكسى irreversible و تفسير عديد العوالم manyworlds العكسى reversible.

بالنسبة لتفسير كوبنهاغن فان صديق فيغنر عندما يرصد حالة القط فان دالة الحالة تنهار collpases (هذا هو المصطلح التقنى) الى حالته حيا أو حالته ميتا. اما بالنسبة لعديد العوالم فان نتيجة الرصد تعطى بما يراه الراصد فيغنر. اذن الرصد يتسبب فى خلق تشابك كومى بين:

-حالة القط الميت و حالة صديق فيغنر و هو يرى القط ميت من جهة.

-و حالة القط حى و حالة صديق فيغنر و هو يرى القط حى من جهة اخرى.

اذن فى عديد العوالم فان الرصد الكمومى هو عملية تخلق للتشابك الكمومى بين الراصد و المرصود. اما فى الكوبنهاغن فان الرصد الكمومى هو عملية انهيار للدالة الموجية وضياع التشابك.

و كما سيبين ساسكيند الآن فان هذين الوصفان متكاملان complementary غير متناقضين contradictory.

الآن يمكن ضغط المادة المشكلة للقط و المادة المشكلة لصديق فيغنر الى ثقوب سوداء و نحصل بذلك على ثقبين اسودين متشابكين كوميا بشكل قصوى كما شرحنا اعلاه.

التشابك الكمومى يعنى بعبارة اخرى (لم اذكرها اعلاه بهذه الصيغة) ان هناك امكانية تواصل بين الجمل الفيزيائية المتشابكة عن طريق ارسال اشارة تذهب الى الثقب الدودى الذى يربط بين الثقبين الاسودين المقابلين للجملتين الفيزيائيتين.

اذن القط هو ثقب اسود C و الراصد صديق فيغنر هو ثقب اسود WF وهما مترابطان ببعضهما البعض عبر جسر اينشتاين و روزن. اذن يمكنهما التواصل فيما بينهما عن طريق الذهاب الى داخل الثقب الدودى كل من جهته و ارسال اشارة.

الآن فى الكوبنهاغن عملية القياس تقابل انهيار دالة الموجة. هذا الامر يقابل من جهة ال ER=EPR عملية قص او قطع للثقب الدودى الرابط بين القط و صديق فيغنر و بالتالى امتناع ارسال اى رسالة بينهما (تذكروا ان الكوبنهاغن هو تفسير غير عكسي. و هذه الخاصية هى بالضبط ما يعبر عنه هنا بالقص و امتناع التواصل).

لكن عديد العوالم تقول ان القياس هو عملية احادية فى الزمن و بالتالى لا ينكسر الثقب الدودى و التواصل بين القط و صديق فيغنر مازال ممكنا عبر القفز فى الجسر الدودى (وهذا تعبير عن عكسية عديد العوالم الراجعة الى عدم احتواءها على انهيار دالة الموجة).

اذن نصل الى مفارقة بين الرؤيتين.

فالكوبنهاغن تقول ان التواصل ممكن اما عديد العوالم فتقول ان التواصل بين القط و صديق فيغنر عبر الثقب الدودى الرابط بين ثقبيهما الاسودين ممكن.

الحل كما بينه ساسكيند سهل جدا. نذهب الى الراصد الاخير اينشتاين و نرى وجهة نظره.

بالنسبة للراصد الثالث فان الجمل الثلاثة: القط و صديق فيغنر و فيغنر كلهم متشابكون كوميا و عن طريق ضغطهم الى الثقوب السوداء المكافئة نحصل على ثلاثة ثقوب سوداء متصلة ببعضها البعض عبر جسر ثلاثى و ليس ثنائى.

وكما أن الجسر الثنائى او الثقب الدودى كان يعبر عن حالة كمومية ثنائية متشابكة قصويا تسمى حالة بال Bell فان الجسر الثلاثى يعبر على حالة كمومية ثلاثية متشابكة قصويا تسمى حالة GHZ نسبة الى مكتشفيها غرينبرغر Greenberger و هورن Horne و زايلنغر Zeilinger وهذا الجسر الثلاثى سماه ساسكيند بالبراين GHZ وهو ليس له اى علاقة بالبراينات الوترية بل هو جسم فيزيائى مثله مثل جسر اينشتاين و روزن تحدد خواصه الهندسية تماما بالخواص الفيزيائية للحالة GHZ الثلاثية كما ان الخواص الهندسية للثقب الدودى تحددها بالكامل الخواص الفيزيائية لحالة بال الثنائية.

وحل المفارقة او المعضلة اعلاه يكمن فى خواص الحالة GHZ هذه بالضبط المتشكلة من القط و صديق فيغنر و فيغنر اى من ثلاثة اطراف.

فمن خواصها انه لا يوجد اى تشابك كومى بين اى طرف لوحده و اى طرف آخر لوحده و هذا يعنى انه لا يمكن لاى طرف لوحده ان يتواصل مع اى طرف آخر لوحده (وهذا بالضبط ما قالته لنا الكوبنهاغن من دون عناء).

لكن من خواص ال GHZ ايضا ان اى طرف من الاطراف الثلاثة هو متشابك كوميا مع اتحاد الطرفين الآخرين (وهذا هو السبب الذى من اجله نسمى هذا التشابك الكمومى الثلاثى قصوى). اذن يمكن ان يتعاون اى طرفين لارسال رسالة عبر البراين GHZ او الثقب الدودى الثلاثى للطرف الأخير. وهكذا كيف يمكن التواصل. و هذا هو ما قالته لنا عديد العوالم من البدء.

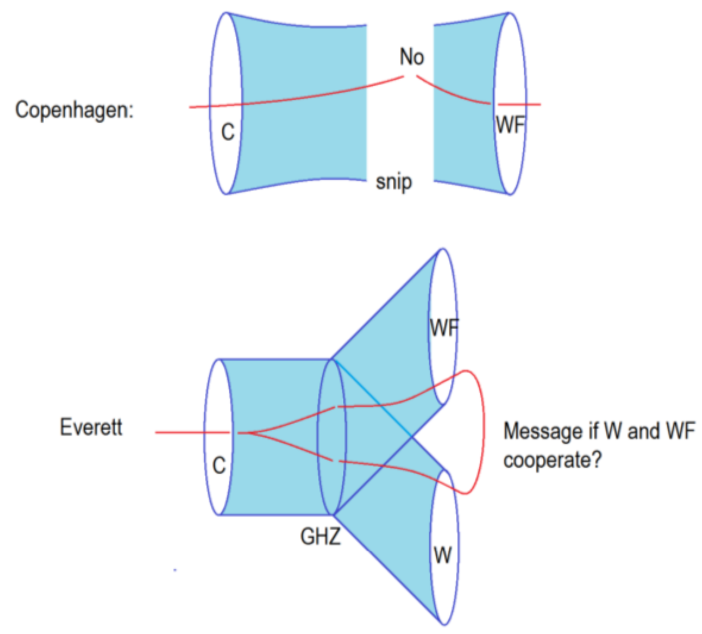
اذن لا تناقض مطلقا بين الرؤيتين لكن يبدو ان عديد العوالم تحتوى على قدر اكبر من المعطيات لانها لم تُضيع التشابك الكمومى عن طريق انهيار دالة الموجة.

وهذه الصورة باستخدام التشابك الكمومى و الثقوب السوداء و ال ER=EPR هى من اعظم الصور الفيزيائية لتفسير معضلة التفسير التى وجدتها.

لكنها ايضا تعطى لنا صورة جديدة لهندسة الفضاء-زمن الكمومية على انها شبكة معقدة جدا من التشابكات الكمومية.

9.4.7 الأفق: معضلة و ثلاثة حلول

معضلة ضياع المعلومات information loss paradox فى الثقب الأسود هى ناجمة بكل بساطة عن وجود أفق horizon حول الثقب. فهناك ايضا ضياع للمعلومات عند احتراق كومة من التبن لكنه ضياع ناجم عن التحبيب الخشن coarse-graining اى هو



شكل 51.7: المقارنة بين تفسير كوبنهاغن و تفسير عديد العوالم. التفسيران متكاملان و ليسا متناقضان و لهذا فان تفسير كوبنهاغن و تفسير عديد العوالم يشكلان ثنائية.

ضياع ترموديناميكي عملي و ليس مثل الذى يحدث فى الثقب الاسود الذى الضياع فيه ناجم عن التحبيب الدقيق fine-graining اى كومي اساسي.

أما ماهو الفرق بين العملي و الاساسي؟

فان العملي هو ليس ضياع مبدأى بل ناجم عن الصعوبة العملية فى استرجاع المعلومات اما الاساسي فهو ضياع مبدأى اى انه من الناحية المبدأية يستحيل ان نسترجع تلك المعلومات. و هذا الفرق بسبب غياب أفق حول كومة التبن او اى جملة حرارية اخرى حتى النجوم و المجرات ووجود افق حول الثقب الاسود.

فالثقب الاسود هو فعلا اعظم و اغرب مستخرجات الفيزياء النظرية فهو الجنة بالنسبة للبعض و جهنم بالنسبة للبعض الآخر.

اذن ماهو الافق؟

الفضاء-زمن نفسه ينتهى عند الأفق. فالافق هو حدود الفضاء-زمن بالنسبة للراصد الخارجى أى نحن. اذن اذا تولد زوج من الجسيمات عند الافق فى حالة تشابك كومى قصوى فان احدهما يمكنه انه يعبر الافق و يسقط فى الثقب -وهذه هى المعلومة الضائعة- اما الجسيم الآخر فانه سيبتعد عن الثقب و يظهر لنا كإشعاع هاوكينغ نسبة الى هاوكينغ الذى اكتشف هذا الاشعاع فى السبعينات و الذى كان قد توفى منذ فترة قصيرة.

اذن اشعاع هاوكينغ هو جزء من القصة.

اما الجزء الآخر فانه يذهب خلف الثقب.

وهو جزء يضيع على نظرية الحقل لان الفضاء-زمن المعرفة عليه نظرية الحقل تقع حدوده عند الافق و ليس أبعد من ذلك.

لكن نظرية الحقل هى وصف للفيزياء و ليست الفيزياء.

اذن هل الجزء الذى ذهب خلف الثقب يضيع فعلا اما لا؟

خاصة ان الثقب الاسود مع تواصل انبعاث اشعاع هاوكينغ منه سيتبخر بالكامل ولو بعد زمن طويل جدا يساوى بالضبط عمر الكون. فالثقب الاسود هو آخر ما يبقى فى هذا الكون قبل الموت الحرارى النهائى.

الجواب الذى تقدمه نظرية الحقل و نظرية الوتر هو لا. فالمعلومات لا تضيع بعد تبخر الثقب الاسود. وعدم ضياع المعلومات هى خاصية مشفرة فى أحادية unitarity الميكانيك الكمومى او كون التطور فى الزمن حسب معادلة شرودينغر يأخذ حالة نقية pure state الى حالة نقية.

الحل الاول هو مبدأ تكامل الثقب الاسود black hole correspondence principle. فى هذا المبدأ هناك ثنائية بين مبدأ التكافؤ للنسبية العامة و مبدأ الاحادية للميكانيك الكمومى.

فالراصد الواقف خارج الثقب يرى المعلومات التى سقطت فى الثقب متموضعة على ما يسمى الافق الممتد stretched horizon

و هو غشاء فيزيائى يبعد بمسافة بلانكية Plankian distance عن الافق تجمع عليه كل الجسيمات الساقطة. وهو غشاء يتميز بدرجة حرارة و يحمل كل انطروبى الثقب الاسود. اذن بالنسبة للراصد الخارجى الافق هو فعلا مكان مميز لانه يحمل عليه كل المعلومات الساقطة منسجما بذلك مع الاحادية و عدم ضياع المعلومات.

اما بالنسبة للراصد الساقط فهو لا يرى شيئا مميزا عندما يعبر الافق -منسجما مع مبدأ التكافؤ- و المعلومات ليست منتشرة على الافق بل تعبر الافق فى نقطة معينة و هى تذهب فعلا الى المفردة.

اذن الذى يراه الراصد الداخلى و الذى يراه الراصد الخارجى شيئان متناقضان كلاسيكيا لكنهما شيئان متكاملان كموميا لانه لا يوجد راصد يرى الامرين معا ولهذا سمى مبدأ تكامل الثقب الاسود.

الحل الثانى اكتشفه بولشينسكى Polchinski الذى توفى هو الآخر منذ فترة قصيرة و زملائه. فقد لاحظوا ان مبدأ تقابل الثقب الاسود غير كافى. فالجسيم الساقط داخل الثقب يجب ان يكون متشابكا كموميا مع الجسيم الذى خرج كاشعاع هاوكينغ. لكن هذا الجسيم الساقط -حتى لا تضيع المعلومات- يجب عليه ايضا ان يكون متشابكا مع اشعاع هاوكينغ السابق اى الذى سبق تشكل الزوج قيد الدراسة. والاسوء من هذا ان كل هذه التشابكات هى تشابكات قصوية وهنا يدخل مبدأ آخر هو مبدأ عدم تعدد التشابك principle of monogamy of entanglement.

فعندنا اذن جسيم متشابك قصويا مع زوجه و متشابك قصويا فى نفس الوقت مع اشعاع هاوكينغ السابق وهذا ممنوع حسب مبدأ عدم تعدد التشابك.

اذن الحل الاقل سوءا حسب مارولف Marofl -وهو زميل بولشينسكى- ان نقطع التشابك بين الجسيم الساقط و اشعاع هاوكينغ السابق. وهذا يتسبب فى تحرير طاقة هائلة عند الافق تسمى الجدار النارى firewall. بعبارة اخرى الافق هو مكان مميز جدا جدا فهو سطح غير ناعم non – smooth عكس متطلبات النسبية العامة. هذا الحل يكسر اذن مبدأ التكافؤ بشكل سيء جدا. هذا الحل ايضا و لو ضمنيا يفترض انه لا يوجد شيء اسمه داخل الثقب الاسود اصلا فالفضاء-زمن هناك قد يكون غير معرف بالمرة.

الحل الثالث هو للشيخ العبقرى ساسكيند Susskind و الشاب الاكثر عبقرية مالداسينا Maldacena وهو يسمى تخمينية ال ER=EPR وهو ينص على ان اى تشابك كمومى بين جسمين وهو الرمز EPR هو فى الحقيقة عبارة عن جسر ثقالى و يسمى ايضا ثقب دودى wormehole وهو الرمز ER.

ساسكيند يقول انه لا نحتاج بالضرورة الى افق ساخن و جدار نارى لانه لدينا مثال مضاد. يمكن لثقبين اسودين مرتبطين بجسر ثقالى لاينشتاين و روزن Rosen او اختصارا جسر ER ان يكونا متشابكين كموميا قصويا و تشابكهما يعطى بالضبط بزوج اينشتاين, بودلسكى Podolsky و روزن او اختصارا زوج EPR. هذا مثال مضاد لان كل ثقب اسود هو متشابك قصويا مع الآخر و فى نفس الوقت متشابك قصويا مع جسم ثالث هو اشعاع هاوكينغ الخارج منه.

اذن لو رجعنا الى الوضعية الاصلية فان الجسيم الذى سقط داخل الثقب سيكون متشابكا كموميا مع زوجه الجسيم الذى خرج كاشعاع. لكن من الجهة الاخرى يمكن للجسيم الذى سقط ان يكون متشابكا مع اشعاع هاوكينغ السابق عبر الارتباط به بجسور ER.

اذن التصور الذى نحصل عليها هو اخطبوط اذرعه عبارة عن جسور اينشتاين و روزن تربط بين الجسيمات الساقطة (فى الداخل) و اشعاع هاوكينغ (فى الخارج). اذن هذا نوع آخر من التشابك الكمومى الذى يربط مناطق الفضاء-زمن نفسها ببعضها البعض -فى هذه الحالة داخل و خارج الثقب- وليس تشابك كمومى بين الجسيمات نفسها و منه فهو مختلف عن التشابك الكمومى الذى يربط بين الازواج المتخلقة عند الافق و بالتالى فانه لا يخضع لمبدأ عدم التعدد.

هذا النوع من التشابك الكمومى الذى يربط مناطق الفضاء-زمن المختلفة ببعضها البعض لم ينتبه اليه بولشينسكى و زملائه لانهم افترضوا ضمنا ان داخل و خارج الثقب منطقتين مستقلتين عن بعضهما البعض. اذن الجسيمات الساقطة و جسيمات اشعاع هاوكينغ متشابكة كموميا بسبب التشابك الكمومى للفضاء-زمن (داخل و خارج) نفسه و لا نحتاج الى التشابك الكمومى الذى يؤدى الى افق غير ناعم و جدار نارى. فالجسيمات الساقطة حديثا داخل الثقب و الجسيمات التى خرجت فى اشعاع هاوكينغ السابق لا تحتاج ان تمر ضرورة عبر الافق لانها متواصلة معا مباشرة عبر جسور اينشاين و روزن. هذا الحل الثالث اذن يحتوى ايضا على احادية الميكانيك الكمومى لكنه ينُقذ ايضا مبدأ التكافؤ عكس الجدار النارى.

وهذه فى المحصلة غير المتوقعة على الاطلاق أعظم انجازات اينشتاين بعد موته ب 60 سنة ان الفكرة (تجربة ال EPR) التى اراد بها زعزعة بنيان الميكانيك الكمومى و الفكرة الاخرى (حلول ال ER لمعادلات اينشتاين) التى كادت ان تزعزع بنيان النسبية العامة (فهى قد تؤدى الى السفر عبر الزمن و غيرها من انواع الهذيان) هما الفكرتان الاساسيتان فى أهم مقترح لتوحيد الميكانيك الكمومى و النسبية العامة الذى تقدمه نظرية الوتر عبر اعظم انجازاتها على الاطلاق اى الثنائية الثقالية-المعيارية gauge – gravity duality التى تربط بين فضاءات-زمن دى سيتر الضدية anti – de Sitter spaces و نظريات الحقول الكونفورمال conformal field theories او اختصارا ال المقابلة AdS/CFT.

10.4.7 بين الكوسمولوجيا و الهولوغرافيا

فضاء-زمن دي سيتر dS هو الحالة الابتدائية للكون عندما كان فى طور التضخم و هو ايضا الحالة النهائية للكون التى نحن الآن بصددها. ففضاء-زمن دى سيتر الابتدائى يتميز بثابت كونى كبير جدا يؤدى الى توسع اسى اما فضاء-زمن دى سيتر النهائى فيتميز بثابت كونى صغير وتوسع متسارع.

اما فضاء دى سيتر الضدى AdS فهو مهم لسبب آخر و بالضبط من اجل الثقالة الكمومية حيث انه الفضاء-زمن الذى نعرف أنه يُطبق فيه المبدأ الهولوغرافى holographic principle بشكل دقيق.

والمبدأ الهولوغرافى ينص على أنه فى النظريات الثقالية فان الانطروبى -اى عدد درجات الحرية او كمية المعلومات- المُخزن فى حجم من الفضاء-زمن معين هو محدود بأنطروبى ثقب اسود محتوى داخل هذا الحجم. بعبارة اخرى فان انطروبى هذا الحجم من الفضاء-زمن هو متناسب مع السطح الذى يحدد هذا الحجم و ليس متناسب مع الحجم كما هو الحال فى النظريات غير-الثقالية.

فضاء دى سيتر الضدى هو اذن الفضاء-زمن الذى يظهر فى الثنائية AdS/CFT التى تعتمد بشكل اساسى على المبدأ الهولوغرافى و التى تنص على ان الثقالة الكمومية حول فضاء دى سيتر الضدى AdS هى نظرية حقل كمومى كونفورمال اى هى نظرية كمومية تميز بتناظرات كونفورمال (اى تناظرات تحتوى على الانسحابات و الدورانات و التدرجات scalings و دفوعات لورنتز Lorentz boosts) تعيش على محيط boundary فضاء-زمن دى سيتر الضدى.

و من أهم الانجازات ايضا فى هذا المجال هو أنطروبى التشابك الهولوغرافى holographic entanglement entropy -اى الانطروبى الراجع الى التشابك الكمومى و هو اكثر الانواع اساسية-الذى يحسب فى نظرية ال AdS/CFT باستخدام علاقة ريو و تاكاناغى Ryu – Takayanagi formula.

هذه النتيجة هى احدى اهم الانجازات الحديثة حيث تسمح لنا بحساب انطروبى التشابك الكمومى (الذى من المفروض انه يحسب فى النظرية الحقلية الكونفورمال CFT التى تعيش على محيط فضاء-زمن دى سيتر الضدى) لكن انطلاقا من المبدأ الهولوغرافى (اى انطلاقا من حساب مساحة سطوح معينة تعيش فى فضاء-زمن دى سيتر الضدى و ليس على محيطه). هذه العلاقة هى اذن تعميم لعلاقة هاوينغ-بيكنشتاين التى تنص على ان انطروبى الثقب الاسود متناسب مع مساحة سطحه.

اذن انطروبى التشابك الكمومى و المبدأ الهولوغرافى يلعبان دورا حيويا فى هذا المجال حيث ينبعث الفضاء-زمن (اى معادلات اينشتاين للنسبية العامة) بالكلية من التشابك الكمومى.

الفيزيائيان الشابان ريو و تاكاناغى بالمناسبة دخلا تاريخ الفيزياء بسبب اكتشافهما لهذه العلاقة بين التشابك الكمومى و المبدأ الهولوغرافى و انبعاث الفضاء-زمن.

وبالمناسبة ايضا فان فضاء دى سيتر dS (وهو ذو انحناء curvature موجب مثل الكرة) و فضاء دى سيتر الضدى AdS (وهو ذو انحناء سالب مثل الفضاء الزائدى hyperboloid) هما شقيقان من بين ثلاثة اشقاء (الآخر هو فضاء-زمن مينكوسفكى المسطح flat للنسبية الخاصة) تسمى الفضاءات-زمن المتناظرة قصويا maximally symmetric اى التى تتميز بأكبر عدد ممكن من التناظرات التى يمكن ان يتميز بها اى فضاء-زمن من نفس البعد.

بعبارة اخرى فان هذه الفضاءات الثلاثة تحقق المبدأ الكوسمولوجى المثالى perfect cosmological principle الذى ينص على ان جميع اللحظات الزمنية و جميع النقاط فى الفضاء متكافئة اى يظهر منها الفضاء لأى ملاحظ بنفس الطريقة.

وهذه الفضاءات الثلاثة هى ايضا حلول لمعادلة اينشتاين للنسبية العامة. اذن يمكنم ان تبدأوا فى دراستها انطلاقا من هذه المعادلات الاساسية التى تتحكم فى الثقالة الكلاسيكية.

11.4.7 من القطع الزائد الى فضاء-زمن دي سيتر الضدى الى الثنائية الثقالية-المعيارية

أجيب هنا على اربعة اسئلة:

1- كيف نصل من القطع الزائد الى فضاء-زمن دى سيتر الضدى؟

2-لكن ماهو فضاء-زمن دى سيتر الضدى الذى يلعب دورا استراتيجيا فى نظرية الاوتار؟

3-لكن ماهو المعنى الفيزيائى للاحداثية القطرية z؟

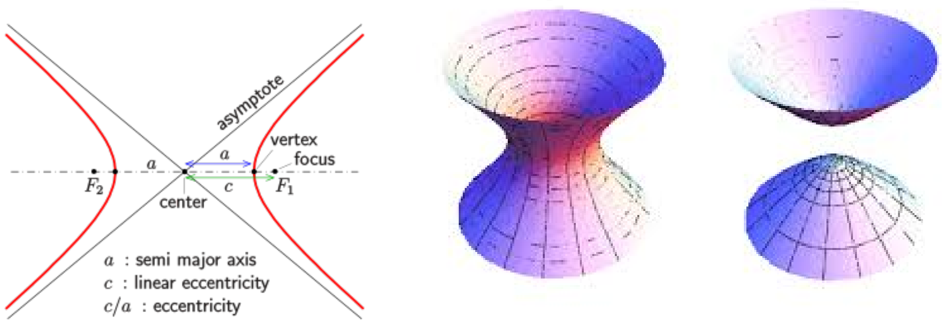
4-و ماهى قوة فضاء دى سيتر الضدى ودوره الحقيقى فى الثنائية الثقالية/المعيارية؟

كيف نصل من القطع الزائد الى فضاء-زمن دى سيتر الضدى؟

قارنوا بين الخط المستقيم و الدائرة و القطع الزائد hyperbolas. الآن تصوروا هذه الاشياء فى ابعاد عليا. نحصل على الفضاءات الاقليدية و الكرات و الفضاءات الزائدية hyperboloids كتعميم للخط المستقيم و الدائرة و القطع الزائد على التوالى.

بطبيعة الحال اذا تصورنا الكرة عبارة عن حالة خاصة من القطع الناقص فان التعميم هو فضاء ناقصى ellipsoid.

فى الصورة الاولى نرسم القطع الزائد, فى الصورة الثانية نرسم الفضاء الزائدى بصفحة واحدة one-sheeted و فى الصورة الثالثة نرسم الفضاء الزائدى بصفحتين $\mathrm{two}-\mathrm{sheeted}$.



شكل 52.7: القطع الزائد و الفضاءان الزائديان بضفحة واحدة و بصفحتين.

هذه الفضاءات الزائدية توجد فى أى عدد من الابعاد و ليس فقط فى بعد واحد (القطع زائد فى الصورة) او فى بعدين (الفضاءان الزائديان فى الصورة). وايضا فان كل هذه الفضاءات الزائدية هى مغموسة embedded فى فضاء اقليدى اعلى اى ببعد اضافى. فمثلا نرسم القطع الزائد فى المستوى و الفضاءان الزائديان اللذان فى الصورة مرسومان فى ثلاثة ابعاد. وهذا ما نفعله ايضا فى الابعاد العليا-اى دائما نغمس هذه الفضاءات المنحنية فى فضاء اقليدى اعلى- رغم انه فى تلك الحالة سيتعذر او يستحيل علينا الرسم.

الآن أدعوكم الى تصور غمس او وضع الفضاءات الاقليدية و الكرات و الفضاءات الزائدية ليس فى فضاء اقليدى لكن فى فضاء لورنتزى -اى نأخذ النسبية بعين الاعتبار- حيث يصبح الزمن مختلف عن المكان و يأتى باشارة مضادة فى المترية. فى هذه الحالة نحصل على الفضاءات اللورنتزية التالية:

-فضاء-زمن مينكوسفكى.

-فضاء-زمن دى سيتر.

-فضاء-زمن دى سيتر الضدى.

وهذا كتعميم للفضاء الاقليدى, للكرات (الفضاءات الناقصية) و الفضاءات الزائدية على التوالى. و لورنتز Lorentz و مينكوفسكى Minkowski و دى سيتر de Sitter هم الرياضيون/الفيزيائيون اللذين اكتشفوا هذه الفضاءات او بالاحرى اكتشفوا قيمتها الاستراتيجية بالنسبة للفيزياء.

هذه الفضاءات-زمن الثلاثة (مينكوفسكى, دى سيتر و دى سيتر الضدى) تحل كلها معادلات اينشتاين وهى متناظرة قصويا.

فضاء-زمن مينكوسفكى هو فضاء النسبية الخاصة العادى فهو اذن فضاء مسطح flat.

اما فضاء-زمن دى سيتر (تعميم الكرة او القطع الناقص الى الفضاء اللورنتزى) فهو فضاء منحنى بانحناء سلمى curvature scalar موجب و هذا يعنى انه فى هذا الفضاء مجموع زوايا مثلث يكون اكبر من 180 درجة.

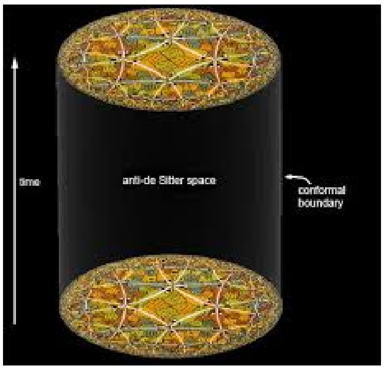
أما فضاء-زمن دى سيتر الضدى (تعميم القطع الزائدى الى الفضاء اللورنتزى) فهو فضاء منحنى بانحناء سلمى سالب و هذا يعنى انه فى هذا الفضاء مجموع زوايا مثلث اصغر من 180 درجة.

لكن ما هو بالضبط فضاء-زمن دى سيتر الضدى الذى يلعب دورا استراتيجيا فى نظرية الاوتار؟

أعطى لفضاء دى سيتر الضدى وصفين: وصف شامل global description و رقعة بوانكريه Poincare patch (و بوانكريه هو فيزيائى/رياضى عظيم آخر).

- فى جملة الاحداثيات الشاملة -التى تغطى كل فضاء دى ستير الضدى- فان هذا الفضاء يمكن ان نتصوره كأسطوانة. الزمن ناقص لا نهاية هى القاعدة السفلية لهذه الاسطوانة و الزمن زائد لا نهاية هى القاعدة العلوية. اذن الزمن يجرى من الاسفل الى الاعلى. محور الاسطوانة هو مركز فضاء دى سيتر الضدى اما جدران الاسطوانة فهى حد او محيط boundary فضاء دى ستير الضدى و هو حد

كونفورمال conformal boundary. اذن الذهاب من المركز الى الحد يتم عبر أخذ نصف قطر الاسطوانة من 0 الى قيمته العظمى وتساوى $\pi/2$. اما الدوران حول مركز الاسطوانة فيتم عبر الزوايا -فهناك d-1 زاوية فى حالة فضاء دى سيتر الضدى فى بعد $d+1$- التى تصف فضاء دى ستير الضدى.



شكل 53.7: فضاء-زمن دى سيتر الضدى فى الاحداثيات الشاملة.

- جملة احداثيات بوانكريه -تغطى كل فضاء دى سيتر الضدى فقط بعد تدوير ويك Wick rotation نحو الفضاء الاقليدى التى هى خطوة تقنية ضرورية جدا لتعريف نظرية الحقل-.

فى هذه الجملة نصف فضاء دى سيتر الضدى كتوريق foliation لفضاء مينكوفسى على محور قطرى. يعنى اننا نتصور انه لدينا محور قطرى z و من اجل كل نقطة على هذا المحور يوجد فضاء-زمن مينكوسفكى بأكمله عمودى للمحور القطرى z فى تلك النقطة. الفضاء-زمن المينكوفسكى الموجود عند النقطة z=0 هو بالضبط الحد الكونوفورمال لفضاء دى سيتر الضدى. اما عندما تذهب الاحداثية z الى ما لا نهاية فاننا نحصل على افق horizon لفضاء دى سيتر الضدى و هذا يعنى ان جملة احداثيات بوانكريه تنتهى عند هذه النقطة و ليس ان الفضاء نفسه ينتهى.

فضاء دى ستير الضدى هو فضاء غير متضام non – compact اى لا نهائى (رغم انه يتميز بنصف قطر) لكنه فضاء محدود كونفورمالى من جهة بحد. هذا الحد هو نفسه فضاء-زمن مينكوفسكى بأكمله. المترية metric لاهميتها القصوى موجودة فى الصورة حيث ان L هو نصف قطر فضاء دى سيتر الضدى.

$$ds^2_{d+1}=\frac{L^2}{z^2}\Big(dz^2+dx_\mu dx^\mu\Big)=\frac{L^2}{z^2}\Big(dz^2+d\vec{x}^2-dt^2\Big).$$

شكل 54.7: مترية فضاء دى سيتر الضدى.

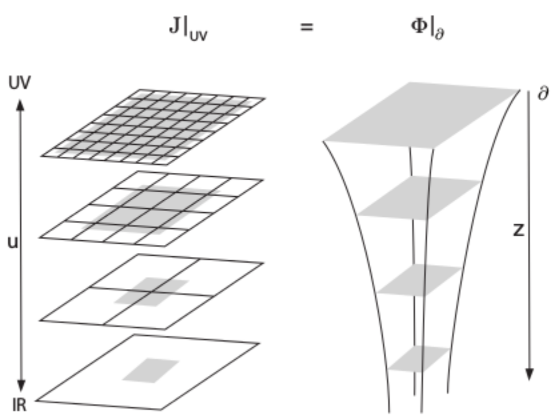
لكن ماهو المعنى الفيزيائى للاحداثية القطرية z؟

الاحداثية z تعلب بالضبط دور سلم طاقوى energy scale بالمعنى الموجود فى نظرية معادلة اعادة التنظيم. اذن z يعطى فسحة spacing الشبكة lattice التى تُعرف فضاء-زمن مينكوفسكى الموجود عند تلك الاحداثية. وتذكروا فان الذى يُعرف نظرية الحقل تعريفا غير-اضطرابيا non-perturbatively هو الشبكة المتقطعة و ليس الفضاء-زمن المستمر.

اذن الفضاء-زمن عند النقطة z هو شبكة بفسحة تساوى بالضبط a=z اى بين كل نقطة و نقطة فى هذه الشبكة فى اى تجاه توجد مسافة a=z و الذهاب الى الحد الكونفورمال z=0 يعنى اذن اخذ الفسحة الشبكية الى الصفر و هذا بالضبط ما يُعرف النهاية المستمرة continuum limit للشبكة ونظرية الحقل التى تعيش عليها.

اذن قيم الحقل الكمومى على الحد z=0 هى بالضبط قيم الحقل المستمرة (اى القيم الميكروسكوبية المعرفة فى الطاقات العليا اى عند ما فوق البنفسجى او ال UV).

وهذا الذى ذكرته هنا رغم صعوبته هو المحور و المرتكز.



شكل 55.7: فضاء-زمن مينكوفسكى فى كل نقطة z هو شبكة فسحتها الشبكية تساوى بالضبط z وعندما نذهب الى الحد الكونفورمال $z = 0$ فان نظرية الحقل على الشبكة تذهب الى النهاية المستمرة.

و ماهى قوة فضاء دى سيتر الضدى ودوره الحقيقى فى الثنائية الثقالية/المعيارية؟

القوة العظمى لفضاء دى سيتر الضدى تكمن فى الآتى:

-اولا فضاء دى سيتر الضدى (مثلا فى بعد $d + 1$) يتميز بزمرة تناظرات ايزومترية isometries (التى تحفظ المترية) يُرمز لها ب SO(2,d) هى بالضبط الزمرة الكونوفرمال للفضاء-زمن مينكوفسكى فى البعد d الذى يقع فى الحد الكونفورمال لفضاء دى سيتر الضدى.

-ثانيا عدد درجات حرية النظرية الثقالية التى تعيش فى فضاء دى سيتر الضدى يساوى بالضبط عدد درجات حرية النظرية الكمومية غير الثقالية (وهى نظرية حقل كونفورمال) التى تعيش على الحد الكونفورمال لفضاء دى سيتر الضدى الذى كما قلنا هو فضاء مينكوفسكى عادى. وهذا هو اكثر أمثلة المبدأ الهولوغرافى دقة فى الفيزياء.

-ثالثا دالة تقسيم النظرية الثقالية التى تعيش فى فضاء دى سيتر الضدى ذى البعد d+1 تساوى بالضبط دالة تقسيم النظرية الكونفورمال التى تعيش على الحد ذى البعد d لفضاء دى سيتر الضدى الذى هو فضاء مينكوفسكى.

وتذكروا ان دالة التقسيم (وهى ايضا ما يعرف فى نظرية الحقل بتكامل الطريق) تعطى الحالة الاساسية و كل دوال الربط -اى كل شيء تريد ان تحسبه نظرية الحقل-.

اذن لدينا هنا نظرية كمومية للثقالة تعيش فى فضاء دى سيتر الضدى اين يمكن حساب اى شيء عنها انطلاقا من النظرية الكمومية الكونفورمال التى تعيش على حد فضاء دى دى سيتر الضدى الذى هو فضاء مينكوفسكى عادى فى عدد ابعاد اقل بواحد.

-رابعا نشير ان داخل فضاء دى ستير الضدى يسمى الحجم bulk بمقابل حد boundary فضاء دى سيتر الضدى. فى هذا الحجم تعيش حقول يتحكم فيها كما ذكرنا فعل action ثقالى.

القيم الميكروسكوبية لهذه الحقول الحجمية فى ال UV (اى فى النهاية المستمرة التى شرحناها اعلاه) تعطى بالضبط قيم الحقل الذى يعيش على الحد الكونفورمال لفضاء دى سيتر الضدى.

هذه النقاط الأربعة هى ما يُعرف بالثنائية الثقالية/ المعيارية. وهى من اعظم انجازات نظرية الوتر قاطبة و لربما هى الثورة الثالثة فى الفيزياء النظرية منذ عهد الثورة النسبية لاينشتاين و الثورة الكمومية لبور و اصحابه فى بدايات القرن الماضى. فهى فى رأيى -وهو ليس رأيى بل رأى الكثيرين جدا من المختصين و غير المختصين- انجاز اعظم من انجاز النموذج القياسى للجسيمات الاولية و النموذج القياسى للكوسمولوجيا.

12.4.7 مقارنة بين معضلة التفسير فى الميكانيك الكمومى و معضلة اشعاع الثقب الاسود

ومعضلة التفسير فى الميكانيك الكمومى هى بالاساس معضلة الرصد الكمومى و تتلخص فى السؤال الآتى: كيف يمكن لحالة ابتدائية متشابكة كموميا ان تنتقل الى حالة نهائية احتمالية؟

فالحالة المتشابكة كموميا يتشابك فيها الراصد مع المرصود وهى حالة نقية يعبر عنها بشعاع فى فضاء هيلبرت اما الحالة النهائية فهى حالة مختلطة mixed تعطى بمصفوفة كثافة تعبر عن الاحتمالات التى كانت امام الراصد قبل الرصد.

والانتقال من حالة نقية الى حالة مختلطة مُحال تحت ضوء كل الفيزياء التى نعرفها اليوم وهذه هى المعضلة ولهذا فاننا نسميها انهيار دالة الموجة لانها فعلا تبدو لنا كذلك وقد تلعب في هذا الانهيار ظاهرة تلاشى التلاحم decoherence دورا محوريا.

أما معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود فتتلخص فى كون الراصد خارج الثقب يصف الحالة النهائية للثقب بحالة مختلطة لان المعلومات التى ذهبت وراء الافق مجهولة بالنسبة اليه فهو اذن مضطر الى اختزالها عن طريق اخذ التكامل عليها و بالتالى الحصول فى الاخير على وصف لحالة الثقب بمصفوفة كثافة مختزلة انطلاقا من حالة نهائية نقية. اذن هذه المعضلة تتلخص فى السؤال الآتى: كيف يمكن لحالة ابتدائية نقية ان تتطور الى حالة نهائية مختلطة؟

اذن هذا ايضا محال تحت ضوء كل القوانين الفيزيائية المعروفة اليوم التى لا تسمح ابدا بانتقال و تطور حالة ابتدائية نقية الى حالة نهائية مختلطة.

والحل قد يكمن فى كسر التشابك الكمومى بين الجسيمات التى وراء الثقب و الجسيمات خارج الثقب مما يولد طاقة هائلة تسمى الجدار النارى وهذا ما سيحطم مبدأ التكافوء للنسبية بشكل سيء جدا. لكن قد يكون هناك حلول اخرى مثلا حسب تخمينية ال ER=EPR فان هناك جسور ثقالية من نوع ER بين الاشعاع الاولى لهاوكينغ و بين الجسيمات المتخلقة حديثا داخل و خارج الثقب. اما المعلومات التى ذهبت وراء الثقب فانها يجب ان تبدأ بالخروج عندما يتبخر الثقب الى نصف كتلته (زمن بايج) وهى النقطة التى يبلغ فيها انطروبى التشابك الكمومى للاشعاع اقصى قيمة له. قبل هذه النقطة فان كمية المعلومات التى تخرج هى صفر و لهذا يبدو لنا الآن ان المعلومات تضيع داخل الثقب.

اذن معضلة التفسير فى الميكانيك الكمومى و معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود متكافئتان رياضيا لانهما تتلخصان فى البحث عن كيفية تطور حالة ابتدائية نقية فى فضاء هيلبرت الى حالة نهائية مختلطة احتمالية.

5.7 نماذج أخرى من الثقالة الكمومية

1.5.7 النماذج المصفوفية غير-الاضطرابية لنظرية الوتر الممتاز

محاكاة الثقوب السوداء و الانفجار الاعظم علي الحاسوب

تعتبر المحاكيات العددية علي الحواسيب الالكترونية باستعمال خوارزميات مونتي كارلو من اهم الوسائل المستخدمة فى هذا العصر في دراسة الفيزياء النظرية خاصة الجمل المتفاعلة بقوة.

و من اهم الانجازات الحديثة في هذا المجال هو تمكن مجموعة من الفيزيائيين النظريين اليابانيين من محاكاة تصرف ثقب اسود كمومي و اشعاع هاوكينغ المنبعث منه, و هذا لاول مرة منذ اكتشاف هذا الاشعاع منذ ثلاثين سنة من طرف هاوكينغ, عن طريق محاكاة نظرية الاوتار و بالضبط الثنائية المفترضة بين الثقالة و الحقل المعيارى التي تنبأ بوجودها مالداسينا في نظرية الاوتار عام 1997.

الفريق اليابانى تمكن من محاكاة الثقب الاسود علي كمبيوتر باستعمال صياغة مصفوفية غير-اضطرابية لنظرية الاوتار تعرف باسم النظرية المصفوفية او نموذج ال BFFS و هو نوع من الميكانيك الكمومي الممتاز حيث تعطي درجات الحرية بمصفوفات بعدها اي عدد طبيعي.

يُعتقد ان هذه النظرية المصفوفية BFSS هى نفسها النظرية M فى نهايات مهمة لكن تعريفها معقد ليس هذا مكانه (DLCQ و IMF) وهى نحصل عليها من الاختزال البعدى لنظرية يانغ و ميلز الممتازة فى عشرة ابعاد لبعد واحد و ايضا فانها تصف الاغشية الكمومية المنتشرة فى 11 بعد.

و من اهم نتائجهم فى هذه المحاكيات هو تحققهم من ان اشعاع الثقب الاسود يتبع قوانين الميكانيك الكمومى و انه يحفظ الاحادية و بالتالى لا يوجد ضياع للمعلومات فى الثقب وهذا عن طريق التحقق مباشرة و صراحة من الثنائية الثقالية-المعيارية فى هذه الحالة اى عن طريق التحقق من ان الثقب الاسود هو مكافئ لنظرية حقل كونفورمال مع استخدام كون الثقالة الممتازة فى 11 بعد هى تقريب فى الطاقات الدنيا للنظرية M.

نفس الفريق تمكن من محاكاة الانفجار الأكبر على كمبيوتر باستعمال صياغة مصفوفية أخرى غير-اضطرابية لنظرية الاوتار اكثر اساسية من ال BFSS تعرف باسم نموذج ال IKKT وهو نموذج مصفوفى لا يحتوى حتى على الزمن يعرف ايضا باسم النموذج المصفوفى من النوع IIB.

في هذا الحساب يفترض المؤلفون ان الاوتار تتفاعل بقوة فيما بينها, و هي فعلا كذلك, و يأخذون الصياغة اللورنزية لل IKKT عوض الصياغة الاقليدية وهذا امر جديد تماما في المحاكيات العددية لنظريات الحقول و الاوتار علي الحاسوب, فيتحصلون فى الاخير على زمن منبثق, و على توسع الكون بدون مفردة الانفجار الاكبر, و ايضا على هيمنة الاشعاع و المادة على الطاقة المظلمة المعروفة فى بداية

نشأة الكون و غيرها من الظواهر الكونية.

هذا النوع من الدراسات يسمح لنا اذن بدراسة أكثر المسائل الفيزيائية أساسية (الثقوب السوداء و الكون و الميكانيك الكمومى) من جهة أما من الجهة الاخرى فانه يسمح لنا بتحويل نظرية الوتر الى فيزياء عددية تجريبية و اخضاعها للقابلية للتكذيب وهى مسألة لا تقل أساسية بالنسبة للفزياء النظرية.

وهذا مشروع أحاول فيه شخصيا منذ سنوات لكن القدر التحليلي و العددى الذى يتطلبه النجاح الحقيقى و الفعلى فى هذا الامر مازال يبدو بعيدا عن المتناول رغم تأليفنا لعدة كتب عددية و حقلية و وترية و كوسمولوجية كلها تذهب فى هذا الاتجاه.

وانني فعلا بدأت أمل و أيأس لكنني ايضا مجبر غير مخير على مواصلة المحاولة.

انبثاق العالم المادى: فكرة عميقة أخرى

سأكلمكم فى هذه الفقرة عن النموذج المصفوفى من النوع IIB المعروف ايضا باسم نموذج ال IKKT و الذى يعطى بالفعل التالى:

$$S=\frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\Big(-\frac{1}{4}[A_\mu,A_\nu]^2+\frac{1}{2}\psi_\alpha(\gamma^\mu)_{\alpha\beta}[A_\mu,\psi_\beta]\Big).$$

هذا النموذج هو الطريقة الوحيدة المعروفة التى تعطى تعريف غير-اضطرابى حسابى (بمعنى يخضع لطرق مونتى كارلو) لنظرية الاوتار الممتازة.

ال A_μ فى المعادلة هى مصفوفات بوزونوية أما ال ψ_α فهى مصفوفات فرميونية. ال A_μ مثل الفوتونات (لكنها تلعب فى المحصلة دورا يشبه دور جسيمات الهيغز Higgs) اما ال ψ_α فهى مثل الالكترونات لكن بدون شحنة (فرميونات ماجورانا). التناظرات الممتازة التى تربط بين ال A_μ و ال ψ_α تلعب دورا محوريا هنا.

هذا النموذج من ابسط ما يكون رياضيا. لا يحتوى على أى شئ. لا على هندسة و لا على ثقالة ولا على زمن و لا على فضاء و لا على مادة و لا على طاقة و لا على كوسمولوجيا. لا شئ على الاطلاق.

هناك فقط مجموعة من المصفوفات A و ψ طاقتها تعطى بالعلاقة فى المعادلة اعلاه مع تناظرات احادية unitary و تعامدية orthogonal و ممتازة supersymmetric بين المصفوفات.

رغم هذا فهو يحتوى على:

- هندسة منبثقة emergent geometry اى فضاء او مكان منبثق اى ناشئ فجأة فى تحول طورى من طور لم يكن يحتوى على مكان و فضاء. هذه الهندسة هى عموما غير تبديلية noncommutative و غائمة fuzzy.

- يحتوى على تناظرات معيارية gauge symmetries على فضاءات غير-تبديلية non − commutative spaces و هذه التناظرات المعيارية قد تكون ممتازة و غير ممتازة. تذكروا ان جميع التفاعلات الكونية هى تناظرات معيارية فى اساسها.

- اذن هذا النموذج يسمح لنا بدراسة التناظرات المعيارية الممتازة و كذلك الفضاءات غير-التبديلية على الحواسيب الالكترونية باستعمال مونتى كارلو. وهذا لمعلوماتكم أمر صعب جدا تحقيقه باى طريقة اخرى.

- يحتوى على زمن منبثق emergent time اى ان الزمن ايضا منبثق و ناشيء من لا شئ فى تحول طورى من طور ليس فيه زمن. هل ترون زمن فى المعادلة اعلاه؟

  رغم هذا فان الزمن سينبثق و يبدأ وهذا من اعظم سحر الفيزياء النظرية.

- يحتوى على كوسمولوجيا منبثقة emergent cosmology تتفق مع الكون القديم الذى كانت تهيمن عليه المادة, و تتفق مع الكون الحالى الذى يهيمن عليه الفراغ, و ايضا يعطى تقريب جيد جدا لعهد التضخم inflation.

- ويحتوى ايضا على ثقالة منبثقة emergent gravity تحل فى النظام الخطى معادلات اينشتاين. وهذه تم اكتشافها حديثا فقط من قبل ستاينكر Steinacker.

يمكن ترقية هذا النموذج المصفوفى الى ميكانيك كمومى مصفوفى معروف باسم نموذج ال BFSS. هذا النموذج, و اخوته على الفضاءات المنحنية مثل نموذج ال BMN, هو الوحيد الذى يسمح لنا بدراسة الثقوب السوداء باستعمال ما يعرف فى نظرية الاوتار باسم الثنائية AdS/CFT. هذه الثنائية تسمح لنا بوصف احد الطرفين (الاصعب), الثقالة أو الحقل المعياري, بدلالة الآخر (الاسهل).

وهذا النموذج اى ال BFSS هو الطريقة الوحيدة التى تخضع للحساب المضبوط -مرة أخرى بمعنى طرق مونتى كارلو- التى يمكننا استعمالها لدراسة العلاقة بين الميكانيك الكمومى و النسبية العامة, عندما تكون التأثيرات الكمومية قوية جدا من جهة, و القوى الثقالية هائلة جدا من جهة أخرى, اى بالضبط حالة الثقوب السوداء.

نظرية الخلق/التطور على دين/علم اليابانيين

اليابانيون عندما قاموا بتجربتهم العددية الفريدة على ما يسمى بالنموذج المصفوفى ال IKKT الذي يوفر تعريف غير-اضطرابى لنظرية الوتر الممتاز وجدوا ان الزمن وبالتالى الكون ينبثق فى لحظة حرجة وانه قبل هذه اللحظة كان هناك زمن رياضى نكتبه لكن ليس هناك حركة و تغيير اذن هذا الزمن الرياضى ليس هو الزمن الفيزيائى بالمعنى الذى نعرفه.

الكون اى الفضاء قبل هذه اللحظة الحرجة كان صغيرا مهملا ساكنا يخضع للتناظر تحت تأثير الدورانات فى 9 أبعاد لكن عند هذه اللحظة الحرجة بالضبط يخضع هذا التناظر الدورانى الى انكسار تلقائى و يختزل للتناظر تحت تأثير الدورانات فى 3 ابعاد أى فى الفضاء العادى الذى نراه اليوم.

اذن بعد هذه اللحظة الحرجة فقط ثلاثة ابعاد تكبر و تتوسع أما الستة ابعاد الاخرى فتنكمش و تضمحل.

المبدأ الأول الذى يتحكم فى الانكسار التلقائى للدورانات فى عشرة ابعاد الى الدورانات فى اربعة ابعاد هو بالضبط الهندسة غير-التبديلية للفضاء بمعنى ان احداثيات الفضاء ليست اعداد حقيقية عادية لكن هى مصفوفات هرميتية لا تتبادل تحت تأثير الضرب فيما بينها.

اذن لحظة انكسار الدورانات فى 9 ابعاد الى الدورانات فى 3 ابعاد هى لحظة خلق الكون.

أكثر من هذا.

نجد فى هذه المحاكيات المصفوفية لنظرية الوتر ان الزمن غير منتهى-ليس له بداية و ليس له نهاية- وهذا فقط اذا اخذنا التناظرات الممتازة للنموذج المصفوفى بعين الاعتبار. بدون هذه التناظرات الممتازة نجد أن الزمن يصبح منتهى له بداية و له نهاية.

اذن التناظر الممتاز الذى لم تكتشفه فيزياء الجسيمات بعد يلعب دورا مهما جدا فى تحديد مدى الزمن كما أن الهندسة غير-التبديلية التى لم تكتشفها ايضا فيزياء الجسيمات بعد تلعب دورا لا يقل اهمية فى كسر التناظر للحصول على اربعة ابعاد عوض العشرة التى تأتى بها نظرية الوتر.

اذن هل نصدق بوجود التناظر الممتاز و الهندسة غير-التبديلية ام لا نصدق؟

هل نصدق النظرية التى تقول بضرورة وجودهما للاسباب اعلاه و اسباب اخرى كثيرة او نصدق التجربة التى تصر على عدم وجودهما.

وهو الصراع بين العقل و الحس مرة اخرى.

كون من مصفوفة

نشأة الكون من النموذج المصفوفى غير-الاضطرابى لنظرية الوتر الممتاز من النوع IIB تمر عبر ستة نقاط:

اولا الكون لا ينشأ من مفردة الانفجار الاكبر العنيفة بل ينشأ بشكل هادئ جدا فى تحول طورى من الدرجة الثانية اين تنكسر الدورانات فى عشرة ابعاد (فضاء-زمن الوتر) الى الدورانات فى اربعة ابعاد (فضاء-زمن الانسان).

ثانيا بعد الانكسار التلقائى للتناظر فان ثلاثة ابعاد تواصل نموها و توسعها اما الستة الاخرى فانها تضيق و تضمحل. هذا يحدث عند لحظة حرجة critical time من الزمن الكونى cosmic time.

قبل هذه اللحظة الحرجة لم يكن هناك فضاء-زمن بالمعنى النسبي العام او حتى باى معنى هندسى نعرفه لكن كان هناك 9 مصفوفات شبيهة-بالفضاء spacelike تتطور فى زمن كونى ليس هو الزمن الذى نعرفه اليوم لان لا شيء يحدث فيه فعلا.

بعبارة اخرى قبل اللحظة الحرجة التى ينكسر فيها التناظر لم يكن هناك الا زمن كونى هو عبارة عن القيمة الذاتية للمصفوفة الشبيهة-بالزمن timelike اما بعد اللحظة الحرجة فان الزمن يصبح فعلا زمن يتدفق flow و له سهم arrow كما نراه اليوم.

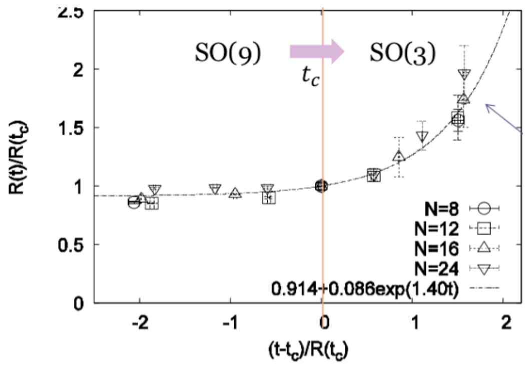
ايضا قبل اللحظة الحرجة لم يكن هناك فضاء مادى لكن كانت هناك مصفوفات رياضية.

اذن فى المحصلة لا توجد مفردة الانفجار الاكبر فى هذا السيناريو. انظر الصورة الاولى.

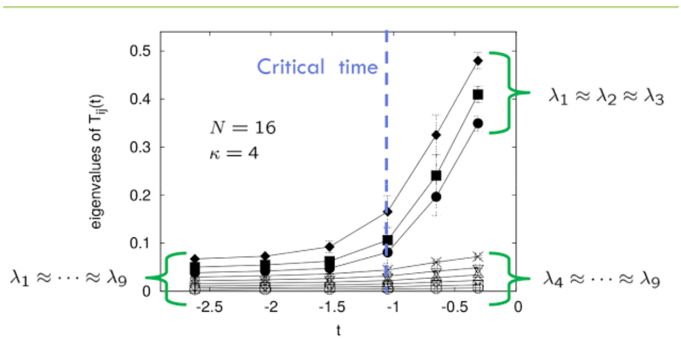
ثالثا بعد ولادة الكون و الزمن عند اللحظة الحرجة الكونية فان الثلاثة ابعاد التى تتوسع تتوسع بالضبط اسيا exponential اى ان حجم الكون يزداد بشكل هائل فى ازمان قصيرة جدا و هذا هو عهد التضخم inflation الذى نعرفه.

انظر الصورة الثانية. المحور الافقى فى هذه الصورة هو الزمن اما المحور العمودى فهو معامل السلم scale factor الذى يعطى حجم الكون فى كل لحظة.

رابعا بعد عهد التضخم الذى يلى ولادة الكون عند لحظة الانكسار التلقائى للتناظر الدورانى الوترى الى التناظر الدورانى الانسانى فانه يجئ عهد هيمنة الاشعاع و فى هذا العهد فان التوسع يتواصل لكن بصورة ابطأ بكثير من الاسى تعطى بالضبط بالجذر التربيعى للزمن.

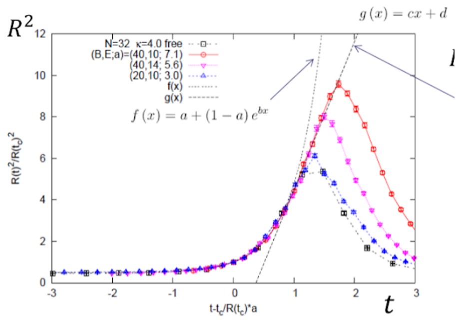


شكل 56.7: اللحظة الحرجة التى يقع عندها الانكسار التقائى للتناظر من 9 الى 3 هى لحظة بدأ الكون (لا توجد مفردة و لا انفجار اكبر).



شكل 57.7: توسع ثلاثة ابعاد و انكماش الستة الاخرى بعد بدأ الكون.

انظر الخط المستقيم $g(x)$ الذى يذهب بمحاذاة القمة فى الصورة الثالثة. اما الخط $f(x)$ فهو يمثل التوسع الاسى.



شكل 58.7: التوسع (قبل بلوغ الذروة) ثم الانكماش (بعد المرور بالذروة).

خامسا عندما يبلغ معامل السلم نقطته الاعظمية (القمة او الذروة فى الصورة الثالثة) فان الكون يكون قد بلغ حجمه الاعظمى ثم يعاود الانكماش مرة اخرى (بعد المرور عبر القمة) و قد ينتهى فى لحظة السحق الاعظم.

الشيء الوحيد الذى لا يعلمه العاملون هنا هو هل تذهب القمة الى المالانهاية عندما نرسل بعد المصفوفات N الى مالانهاية (وهو ما يسمى بالنهاية المستمرة) ام لا؟

اذا كانت القمة تذهب الى المالانهاية فهذا يعنى اننا لا يمكن ابدا ان نرى السحق الاعظم رياضيا فهو اذن غير موجود فيزيائيا و فى هذه الحالة فان التوسع سيتواصل الى مالانهاية. اما اذا كانت القمة (النقطة الاعظمية او الذروة فى الصورة الثالثة) لا تذهب الى المالانهاية فهذا يعنى ان هناك فعلا سحق اعظم ينتظر الكون.

سادسا الميكانيزم الاساسى الذى يتحكم فى الانكسار التلقائى للتناظر و فى الموضعية فى الزمن (لم اتكلم عنها لكن مهمة جدا) و فى انتهاء عهد التضخم فى الوقت المناسب الضرورى جدا هى الهندسة غير-التبديلية لحلول هذه الجملة الفيزيائية/الرياضية.

هل تعلمون ماهى الفكرة الاساسية وراء عمل العاملين على هذه الفيزياء النظرية؟

هو بكل بساطة التخلص من المفردة و جميع الميتافيزيقا الدينية او الفلسفية التى وضعها الانسان لتفسير نشأة الكون.

اذن فليعمل العاملون و ليتفرج المتفرجون.

2.5.7 لكن ما هى الثقالة الكمومية؟

الثقالة الكمومية هى النظرية التى يمكن من خلالها دراسة الظواهر الطبيعية التى تتميز بطاقات عالية جدا بالاضافة الى حقول ثقالية كبيرة جدا لا يمكن اهمالها. و أهم هذه الظواهر على الاطلاق هى الكون البدائى -اى عند نشأته- و الثقوب السوداء. و نحن فى هذه النظرية نحاول أن نمزج بين مبادئ الميكانيك الكمومى و النسبية العامة. اذن الثقالة الكمومية هى النظرية التوحيدية الكبرى التى يتم فيها توليف مبادئ الكمومى مع مبادئ النسبية فى نظرية كل شيء.

لكن هذه النظرية مازالت غير معروفة. و هى أهم مسألة فى الفيزياء النظرية على الاطلاق. تدور حولها باقى المسائل جميعها.

اولا أشير الى أنه فى هذه النظرية يعتقد ان الكمومى هو أكثر اساسية من الزمن. وايضا اشير الى الفرق الهائل بين دور الزمن فى الميكانيك الكمومى الذى يظهر فيه كوسيط و بين دوره فى النسبية العامة التى يظهر فيها بشكل ديناميكى مشابه لكن مختلف عن الدور الديناميكى الذى يظهر به المكان.

اذن الزمن يأتى بشكلين مختلفين فى الميكانيك الكمومى و النسبية العامة و من هنا تنجم الصعوبة فى التوحيد بين هذين الأصلين العظيمين للفيزياء.

هناك عدة مقاربات للثقالة العامة:

اولا: فى المقاربة الاولى ننطلق من النسبية العامة ونحاول تكميم النظرية مثلما نفعل بالكهرومغناطيسية -ننطلق من معادلات ماكسويل و نكمم اى نطبق قوانين الميكانيك الكمومى على معادلات ماكسويل لنحصل على الالكتروديناميك الكمومى وهى نفس الطريقة التى نطبقها و ايضا نجحت على القوى النووية ايضا-. اذن ننطلق من النسبية العامة و نكمم. اهم النظريات فى هذا القسم هى المقاربة الصامدة covariant apporach و الثقالة الكمومية الحلقية loop quantum gravity و هذه الطريقة الاخيرة تتطلب ما يعرف بالصياغة الهاميلتونية التى يتم اخضاعها للتكميم القانونى.

ثانيا: المقاربة الثانية تنطلق من نظرية الحقول الكمومية للجسيمات الاولية ثم تحاول تعميمها فى اتجاه ادخال الحقول الثقالية و ايضا تفاعلاتها مع بقية الحقول تحت مظلة الميكانيك الكمومى النسبي. أهم ممثلى هذه الطريقة: نظرية الاوتار string theory وهى اقوى مرشح على الاطلاق, و الهندسة غير-التبديلية noncommutative geometry التى يمكن التحصل عليها كنهاية لنظرية الاوتار نفسها فى الطاقات الدنيا, ونماذج المصفوفات matrix models التى نحصل عليها كنهايات لنظرية الاوتار فى الطاقات العليا.

ثالثا: المقاربة الثالثة هى مقاربة أكثر ثورية يتم فيها تعويض الكثير من الفيزياء -من نسبية و ميكانيك كمومى و غيرها- بأفكار جديدة عميقة مختلفة جذريا من اجل بناء نظرية ثقالة من اساسه ab initio. أغلب المحاولات فى هذا الاتجاه لم ترق بعد الى مستوى النظرية و اشهرها المجموعات السببية causal sets و التثليث الديناميكى السببى causal dynamical triangulation وايضا مرة اخرى نظرية المصفوفات و الهندسة-غير التبديلية.

أهم فكرة اتت بها هذه النظريات هى فكرة الانبثاق emergence اى انبثاق الزمن و المكان و الثقالة و كل شئ نتصوره من المتغيرات الاساسية للنظرية التى فى اغلب الاحيان ليس لها اية علاقة مع الفضاء-زمن و غيره من الاشياء المعروفة.

3.5.7 الهندسة غير-التبديلية و الهندسة العبثية و الجاذبية المنبثقة

البنية الذرية للفضاء

نعتبر جسيم حر ذى كتلة غير معدومة يتحرك على الخط المستقيم موضعه q و كمية حركته p. اذن حالة الجسيم تعطى بالزوج (q,p) الذى يعين نقطة فى فضاء يسمى فضاء الطور phase space و هو فى حالتنا هذه المستوى الذى فى الصورة.

نذهب الى الميكانيك الكمومى. الموضع q و كمية الحركة p تصبح اذن مؤثرات operators نرمز لها ب $\hat{q}$ و $\hat{p}$ على التوالى تحقق الشرط

$$\hat{q}\hat{p}-\hat{p}\hat{q}=ih_0\ ,\ h_0=\frac{h}{2\pi}.$$

حيث h هو ثابت بلانك و i هو العدد التخيلى البحت و $\pi=3.14$.

هذه العلاقة تسمى علاقة التبادل القانونية canonical commutation relation وهى تترجم رياضيا ترجمة دقيقة مبدأ الارتياب لهايزنبرغ الذى ينص على ان قياس الموضع q بإرتياب dq يترتب عليه ارتياب dp فى قياس كمية الحركة p و هما يحققان بالضبط العلاقة التالية

$$dq.dp>h_0.$$

اى ان مضروب الارتيابين هو دائما اكبر من ثابت بلانك. اذن كلما زادت الدقة فى قياس q نقصت الدقة فى قياس p و العكس. وهذا هو مبدأ الارتياب لهايزنبرغ احد اكثر المبادئ الكمومية اساسية.

علاقة التبادل اعلاه تعنى بالخصوص انه فى النظرية الكمومية فان الفضاء الطورى (الذى هو المستوى الذى فى الصورة) يصبح غير-تبديلى $\text{non}-\text{commutative}$.

كيف يمكن تصور المستوى غير-التبديلى؟

نعطى التقريب التالى.

الحالة المعطاة ب q و p تعطى الآن ليس بالنقطة (q,p) لكن بالخلية (المربع الصغير فى الصورة) الذى يحيط بالنقطة (q,p) والذى طول اضلاعه هى الارتيابات dq و dp على التوالى حيث ان مساحة هذه الخلية اى هذا المربع الصغير يجب ان تكون h_0 انسجاما مع مبدأ الارتياب لهايزنبرغ.

اذن فى الحقيقة المستوى غير-التبديلى لا يحتوى على أى نقاط فهو مستوى ذو بنية متقطعة discrete أى ان هناك طول اصغري فى اتجاه الموضع q و هناك كمية حركة اصغرية فى اتجاه كمية الحركة p يعطى كلاهما ب $\sqrt{h_0}$.

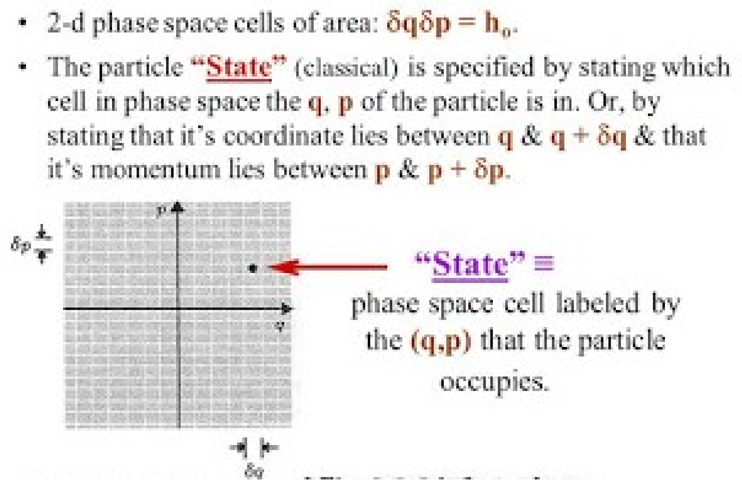
هذه هى الفكرة الاساسية وراء كل الفضاءات غير-التبديلية و لكثير من نظريات الثقالة الكمومية.

الفضاء-زمن على اصغر مستوى له ليس مستمر بل متقطع و لا يحتوى على نقاط بل غائم fuzzy و يحتوى فى تقريبه الاول على خلايا. اى انه مثل المادة ذو بنية ذرية وذراته هى بالضبط خلايا هايزنبرغ.

الهندسة العبثية!!: هل يمكننا سماع شكل الطبل؟

توجد اربعة قوى مؤثرة فى الطبيعة: الثقالة, الكهرومغناطيسية, النووية و التهافت الاشعاعى.

فقط الثقالة هى القوة الوحيدة التى لا نعرف كيف يجب ان تكمم, علي عكس القوي الثلاث الاخري التي يتم تكميمها في اطار نظريات الحقول المعيارية gauge fields , كما ان قوة الثقالة تبقي القوة الوحيدة التي لم توحد مع باقي القوي الاخري في اطار النموذج القياسى standard model للجسيمات الاولية.



شكل 59.7: البنية الذرية للفضاء.

ايجاد نظرية كمومية لقوة الثقالة مهم جدا من اجل فهم نشأة الكون البدائي و اشعاع و ترموديناميك الثقوب السوداء.
الثقالة تفهم في اطار نظرية النسبية العامة بدلالة الهندسة التفاضلية حيث ان انحناء الفضاء-زمن هو الذي يؤدي الي قوة الجذب العام بين الاجسام. فهمنا لباقي القوي الاخري في اطار نظريات الحقول المعيارية يحتوي علي كثير من الجوانب الهندسية تعتمد على ما يعرف باسم الحزم الليفية fiber bundles لكنه علي عكس النسبية العامة هذا الفهم ليس بهندسي بحت و ليس يخص هندسة الفضاء-زمن بل يخص هندسة الفضاءات التى تعيش فيها الحقول المعيارية.
لكن الامور تغيرت مع نظرية الاوتار التى تصبح عند الطاقات الضعيفة, بالاضافة الى شروط أخرى, نظريات حقول كمومية على فضاءات ذات هندسة غير-تبديلية.
نظرية الأوتار تقدم رؤية موحدة للقوي الاساسية الاربعة في الطبيعة والاهم من ذلك انها توفر التكميم المنسجم الوحيد الذى نعرفه لقوة الثقالة. نظرية نظريات الاوتار الخمسة تعرف ايضا باسم النظرية M. هذه النظرية كما يدعي بعضهم من المفترض ان تكون نظرية كل شيء theory of everything اى انها تستطيع ان تصف و تفسر كل شئ.
احد اهم النتائج التي ادت اليها النظرية M هي الحاجة الي اختراع نوع جديد من الهندسة من اجل وصف شامل و موحد للقوي الكونية. احد اهم انواع الهندسة الجديدة التي تلعب دورا مهما في نظرية الاوتار هي الهندسة التفاضلية غير-التبديلية لصاحبها الرياضي الفرنسي كوون Connes.
هذه طريقة مبتكرة جدا لرؤية الهندسة و الفضاءات يمكن اختصارها في السؤال الذي طرحه الرياضي البولوني-الامريكي كاك Kac: هل يمكننا سماع شكل الطبل؟ الذى كان عنوانا لمقاله الشهير [37] من عام 1967.
من المعلوم ان الاشكال الهندسية تري و لا تسمع و ان الاصوات هى التى تسمع لكن كاك تساءل عن امكانية سماع الشكل و ليس الصوت. اذن المقصود من السؤال ليس هو ما يتبادر الي الذهن لاول وهلة. لكن المقصود هو هل اذا اعطينا النغمات النقية, اى الترددات, التي تصدر من الطبل عند قرعه هل يمكن اذن تحديد شكل الطبل من دون رؤيته؟
الجواب عن هذا السؤال هو تقريبا نعم.

لنبدأ اولا بمناقشة السؤال العكسي وهو معروف و الاجابة عنه معروفة منذ زمن كبير قبل كاك.
انطلاقا من شكل الطبل فانه يمكننا استخدام معادلة هيلمولتز Helmholtz لحساب الترددات التي يمكن ان يهتز بها الطبل. هذه الترددات تتعلق بشكل الطبل و هي بالضبط تساوي القيم الذاتية eigenvalues لمؤثر لابلاس Laplace في المجال domain الذى يمثل الطبل فى المستوى.
كاك تساءل عن العكس. انطلاقا من الترددات هل يمكن حساب الشكل؟
من المعروف الان ان الاجابة علي سؤال كاك هذا هو النفي اي ان الترددات النقية غير كافية لتحديد الشكل. نحن نعرف الان انه يجب ايضا معرفة صخب او شدة كل نغمة نقية اي من الناحية الرياضية الدالة الذاتية eigenfunction المرفقة بكل تردد نقي, و ايضا يجب تحديد النغمات غير النقية و شداتها, الناجمة من حاصل ضرب product النغمات النقية ببعضها البعض, اي من الناحية الرياضية القواعد التي نضرب بها الدوال الذاتية و غيرها.
هذه العناصر الجبرية الثلاثة: القيم الذاتية لمؤثر لابلاس , الدوال الذاتية لمؤثر لابلاس , و كيفية ضرب الدوال التى تعرف عموما

باسم الضرب النجم star product و يرمز له ب $*$, تحدد الهندسة بشكل كامل.

مباشرة من هنا يمكننا ان نلاحظ انه يمكننا الحصول علي انواع عامة جدا من الهندسات من اعتبار جبريات algebras عامة ليست بالضرورة جبريات مشكلة من دوال و منه فان ضرب عناصر هذه الجبريات سيكون عموما غير-تبديلي.

من هنا جاء الاسم الهندسة التفاضلية غير-التبديلية التي يمكن اعتبارها هندسة تفاضلية مكممة. للاشارة هنا فان الميكانيك الكمومي نفسه هو احد الامثلة الاولي للهندسة التفاضلية غير-التبديلية.

اذن الهندسة التفاضلية غير التبدلية هي في العموم هندسة غير نقطية او كما سماها فون نيومان مازحا: pointless geometry اى الهندسة بدون نقاط لكن الاسم بالانجليزية (pointless) يحمل ايضا المعنى الحرفى (عبثية) و كأنها اذن هندسة عبثية و هى هندسة ابعد ما يكون عن ذلك لكنه فقط مزاح فون نيومان.

الهندسات التفاضلية غير-التبديلية التي نحصل عليها في نظرية الاوتار هي عموما هندسات غير-تبديلية معتمدة علي جبريات المصفوفات و المؤثرات و لهذا تسمي نظرية نظريات الاوتار ايضا بالنظرية M نسبة الي الحرف الاول من كلمة Matrix اى مصفوفة حسب احد اهم التفسيرات التى اعطاها ويتن.

من الواضح ان ضرب المصفوفات فيما بينها هو ضرب غير-تبديلي و بالتالي فان احداثيات نقاط الفضاء-زمن التي هي عناصر خاصة من جبريات المصفوفات تكون غير-تبديلية فيما بينها. اي ان نقاط الفضاء-زمن في اطار النظرية M هي نقاط غير-تبديلية فيما بينها مما يؤدي الي نتائج فيزيائية عديدة لا يتسع المجال الي الدخول فيها هنا الآن.

الجاذبية المنبعثة

ومن اعمق النظرات الحديثة فى الفيزياء النظرية حول الماهية الحقيقية لقوة الثقالة انها قوة معيارية (يعنى انها تعميم للقوة الكهرومغناطيسية) لكنها تعيش فى عدد ابعاد مختلفة (عموما عدد ابعاد اقل) و تتمتع ربما بقدر هائل من التناظرات (الكونفورمال و الممتازة) و تتميز بعدد غير منتهى من درجات الحرية على فضاءات منحنية او غير-تبديلية.

اذن قوة الثقالة فى الاخير حسب هذا رأى هى قوة كهرومغناطيسية بشكل او بآخر لكنها قوة كهرومغناطيسية على اقصى درجات التعقيد.

رغم هذا التعقيد فان الذى سنحققه من وراء هذا التصور هو الوجود الضرورى لنظرية كمومية للثقالة مما يسمح لنا بالحصول على وصف شامل للثقوب السوداء يحترم الميكانيك الكمومى اى بدون اى ضياع للمعلومات و ايضا امكانية وصف المفردة الاولى عند الانفجار الاكبر (اى الكوسمولوجيا الكمومية) وصفا كاملا و تحديد طبيعة نقطة بدء الكون و نقطة نهايته.

اذن نظرة اينشتاين فى الاخير يبدو انها ستُختزل لنظرة ماكسويل و من أتى بعده من اهل نظرية الحقول الكمومية مثل ديراك و فاينمان وغيرهما و لا نسبية عامة ولا فضاء-زمن و لا يحزنون فكل ذلك سيهيمن عليه فى الاخير العالم الكمومى للحقول المعيارية.

اذن كيف تنبثق الجاذبية الكمومية من النظرية الموحدة للكهرباء و المغناطيسية المسماة الكهرومغناطيسية لصاحبها ماكسويل او كيف تقفز على اينشتاين ونظريته فى النسبية العامة و تجاوزهما تماما. وهذا ليس من باب التشكيك فى النسبية او الحط من قدر اينشتاين فهذا سفه لا ندخل فيه.

الوصفة تتلخص فى اربعة نقاط كالتالى:

اولا خذ الفضاء-زمن و ارجع به الى عهد اليونانيين و بالضبط الى عهد العبقرى اقليدس. اذن الفضاء-زمن هو فضاء اقليدى.

ثانيا استعن بالبطل الخارق للفيزياء النظرية الحديثة: الميكانيك الكمومى. نستعين بأول مبادئ الكمومى وهو مبدأ الارتياب لهايزنبرغ الذى ينص ان المتغيرات المترافقة مثل الموضع و كمية الحركة لا يمكن ابدا قياسهما بأى دقة نريد. فالدقة التى نحققها فى قياس الموضع مثلا ستنعكس سلبا على دقة قياس كمية الحركة التى ستنقص و العكس. وهذا مبدأ فيزيائى اساسى و ليس نقص او عيب فى التكنولوجيا او الانسان.

ثالثا طبق مبدأ الارتياب على الفضاء الاقليدى. اذن الابعاد تتصرف مثل المتغيرات المترافقة. فالدقة التى سنحققها فى قياس المسافة فى الاتجاه x سنخسرها فى قياس المسافة فى الاتجاه y و العكس. نحصل بهذه الطريقة على فضاء غير-تبديلى لان المواضع x و y تصبح مؤثرات او مصفوفات لا تتبادل فيما بينها تحت تأثير الجداء.

رابعا ضع كهرومغناطيسية ماكسويل على هذا الفضاء غير-التبديلى. نحصل على ما يسمى الكهرومغناطيسية غير-التبديلية.

خامسا الآن ارجع و عاود و عبر عن الكهرومغناطيسية غير-التبديلية بدلالة الكهرومغناطيسية العادية لماكسويل وهذا باستعمال تطبيق map يسمى تطبيق سايبرغ و ويتن Seiberg – Witten map. هذا التطبيق يسمح بالتعبير عن الهندسة غير-التبديلية بدلالة متغيرات الهندسة التفاضلية العادية.

سادسا بعد القيام بذلك سنكتشف بسهولة و يسر ان الكهرومغناطيسية غير-التبديلية (اى الكهرومغناطيسية التى تعيش على فضاء غير-تبديلى) هى مكافئة تماما لكهرومغناطيسية ماكسويل مقترنة بحقل جاذبية يعطى بمترية فضاء اقليدى منحنى. يمكن ان نرجع بهذه المترية الى

الاشارة المينكوفسكية. نجد ان هذه المترية (اى هذا الحقل التجاذبى الثقالى) تتعلق بالضبط بالحقل الكهرومغناطيسى لماكسويل و تحقق معادلات اينشتاين و كل شيء آخر فهى فضاء معروف فى النسبية العامة يسمى الفضاء-زمن pp-موجة pp − wave spacetime.

وهذا هو الميكانيزم الاساسى لما يسمى بالجاذبية المنبثقة emergent gravity فهى تنص على ان نظرية الحقل المعيارى غير التبديلى U(1) اى الكهرومغناطيسية غير-التبديلية هى نظرية جذب ثقالى كومى.

جسيمات اسرع من الضوء

كل الجسيمات التى كتلتها منعدمة اى تساوى صفر يجب ان تتحرك بسرعة الضوء. هذا معروف لكنه ايضا يعتمد على فرضية عميقة وهى تناظرات لورنتز. وتذكروا ان لورنتز يعنى التناظر تحت تأثير الدورانات و تحت تأثير دفوعات النسبية.

لكن يمكن ان نكتب نظريات لا تتمتع بتناظرات لورنتز و بالتالى فان الجسيمات التى كتلتها صفر فى هذه النظريات سوف تتحرك بسرعة قد تكون اكبر من سرعة الضوء.

اشهر هذه النظريات على الاطلاق هى نظريات الحقول غير-التبديلية non − commutative field theories.

وهذا التأثير (أن السرعات يمكن ان تتعدى سرعة الضوء) فى رايى هو من أكبر عيوب هذه النظريات.

نظريات الحقول غير-التبديلية هى نظريات حقول على فضاءات-زمن غير-تبديلية اى فضاء-زمن يحقق فيه الفضاء اى المكان بين احداثياته و ايضا بينه وبين الزمن مبدأ الارتياب لهايزنبرغ. مثلا

$$\begin{aligned}\Delta x\Delta t &\geq \theta^{10}\\ \Delta x\Delta y &\geq \theta^{12}.\end{aligned} \tag{1.7}$$

اذن قياس الزمن بدقة يترتب عليه فقدان كامل للدقة فى قياس المكان و العكس و كذلك قياس اى اتجاه فى المكان بدقة يؤدى ايضا الى فقدان الدقة فى قياس الاتجاهات الاخرى وهكذا.

بصفة عامة نكتب

$$\Delta x^{\mu}\Delta x^{\nu} \geq \theta^{\mu\nu}. \tag{2.7}$$

الثوابت θ تشكل وسيط هو فى الحقيقة تنسور tensor يسمى وسيط عدم-التبادل non − commutativity parameter.

و هذا الوسيط يلعب دورا مشابها لثابت بلانك.

فمثلما ان ثابت بلانك يقيس درجة الكمومية فان وسيط عدم-التبادل يقيس درجة عدم التبادل. اذن عندما ينعدم هذا الوسيط نحصل على ما يسمى النهاية التبديلية كما انه عندما ينعدم ثابت بلانك نحصل على مايسمى النهاية الكلاسيكية.

ايضا مثلما يحدث فى الميكانيك الكمومى الذى تعكس فيه علاقات الارتياب لهايزنبرغ علاقات تبادل بين الموضع x و كمية الحركة p من الشكل $[x,p]=xp-px=i\hbar$ تسمى علاقات التبادل القانونية (و تعرف ايضا باسم علاقات التكميم لديراك) فان مبدأ الارتياب للفضاء-زمن اعلاه (1.7) او (2.7) يترتب عليه علاقات تبادل بين احداثيات المكان و الزمن معطاة بالضبط بعلاقات التكميم لديراك من الشكل

$$[x^{\mu},x^{\nu}] = i\theta^{\mu\nu}. \tag{3.7}$$

اذن الفضاء-زمن مكمم بنفس الطريقة التى يكمم فيها الفضاء الطورى المشكل من الموضع x وكمية الحركة p.

اذن الموازاة بين الميكانيك الكمومى و الفضاءات غير-التبديلية اكثر من ممتاز.

لكن الشئ المؤسف له -وهو مرة اخرى رأيي- ان وسيط عدم-التبادل فى اغلبية الحالات المدروسة (الحالات المعروفة تحت مسمى فضاءات مويال و وايل Moyal − Weyl spaces) لا يحترم تحويلات لورنتز.

هذا من جهة. لكن من الجهة الاخرى وهو الشئ الرائع حقا بخصوص هذه النظريات -وهذا يعجبنى جدا جدا- ان عدم التبادل مكافئ لحقل ثقالى وان الحقل الثقالى هو بالضبط نظرية حقل معيارى ابيلية Abelian غير-تبديلية اى ان هذه النظرية مبنية على الزمرة $U(1)$ (وهذا هو معنى ابيلية) وبالتالى فهى تشبه الكهرومغناطيسية لكنها تعيش على فضاء-زمن غير تبديلى (وهذا هو معنى ان نظرية الحقل المعيارى هذه غير-تبديلية).

بعبارة اخرى فان علاقات التبادل اعلاه هى مكافئة للمترية $g_{\mu\nu}$ لهذه الخلفية الثقالية المنبعثة وهذه الاخيرة هى مكافئة للحقل كهربائى $\vec{E}$ و للحقل مغناطيسى $\vec{B}$ المكونان للحقل المعيارى. وهذا كله نستنتجه باستعمال شئ يسمى تطبيق سايبرغ وويتن.

هذا النوع من الجاذبية التى نحصل عليها من عدم تبادل احداثيات الفضاء-زمن يسمى الجاذبية المنبعثة. اقول مرة اخرى ان هذا امر يعجبنى جدا جدا واظنه عميق جدا جدا و لهذا انصح بدراسته جدا جدا.

الآن بعد ان عرفنا ان الحقل المعيارى الابيلي غير-التبديلي هو حقل ثقالى يمكن ان نسأل ماهو تصرف الجسيمات المنعدمة الكتلة فى هذه الخلفية الثقالية المنبعثة من الخلفية غير-التبديلية اى ما هى طبيعة الجيوديزيات geodesic الضوئية اى مسار هذه الجسيمات المنعدمة الكتلة فى هذه الخلفية.

بعد الحساب البسيط نسبيا نصل (فى الحالة التى لا يوجد فيها عدم تبادل بين الفضاء و الزمن و يوجد فقط عدم تبادل بين الفضاء و الفضاء) الى ان سرعة الجسيمات المنعدمة الكتلة و المنعدمة الشحنة فى هذا الفضاء تساوى

$$\vec{v}^2 = c^2 + 2\vec{\theta}_T.(\vec{B}_T - \vec{v}_0 \times \vec{E}_T). \tag{4.7}$$

حيث ان $\vec{v}_0$ هى سرعة الجسيم عندما يكون الفضاء-زمن تبديلى و بالتالى تحقق

$$\vec{v}_0^2 = c^2 \tag{5.7}$$

و الرمز T اسفل وسيط عدم-التبادل و اسفل الحقل الكهربائى و اسفل الحقل المغناطيسى فى المعادلة اعلاه يعنى المركبة العرضية اى العمودية لهذه الاشعة على السرعة $\vec{v}_0$.

اذن كما ترون اعلاه يمكن للسرعة ان تكون اكبر من سرعة الضوء وهذا كما وعدتكم لكنها نتيجة لست شخصيا من المعجبين بها على الاطلاق.

4.5.7 التثليث الديناميكى السببى و النهاية المستمرة

احدى اجمل النتائج فى الثقالة الكمومية على الاطلاق وهذا رأيى بطبيعة الحال فى المخطط الطورى ادناه فهو فعلا من أجمل ما رأيت (12.8).

هذا المخطط الطورى يخص النظرية المسماة التثليث الديناميكى السببى causal dynamical triangulation. أنظر مثلا [21].

نحن موجودون فى الطور المسمى C اين يظهر الفضاء-زمن على شكل فضاء دى سيتر de Sitter. هذا الطور يشبه طور الفيرومغناطيسية ferromagnetism فى المادة الحديدية.

أما الطور B فهو مثل البارامغناطيسية paramagnetism. والهندسة هنا ليس لها مدى لا فى الزمن و لا فى الفضاء اى معدومة.

اما الطور A فهو يشبه الطور الهيليكويدال helicoidal فى الحقول السلمية خاصة ليفيشتز Lifshitz. الهندسة فى هذه الحالة تهتز فى الزمن.

يمكن ان نقارن هذا الطور بالطور المرتب غير-المنظم non − uniform ordered phase للحقول السلمية فى الهندسة غير-التبديلية بل هو فى الواقع نفس الطور.

الطور A هو ايضا ذو علاقة بطور البوليمر المتفرع branched polymer phase فى فيزياء المواد. اما الطور B فله علاقة بالطور المتكوم crumpled phase.

بسبب هذه الامور هناك ايضا علاقة وثيقة للتثليث الديناميكى السببى مع ثقالة هورافا و ليفشيتز Horava − Lifshitz gravity و هى واحدة من احدث نظريات الثقالة الكمومية التى تريد ان تفهم تحويلات لورنتز على انها تناظرات تنبعث فقط من اجل المسافات الطويلة.

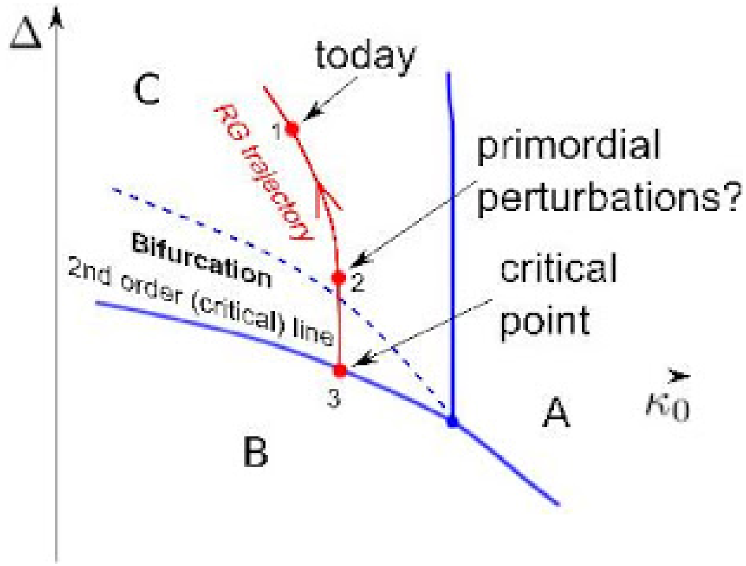
نقطة الانطلاق لهذه النظرية, اى التثليث الديناميكى السببى, هى فعل اينشتاين و هيلبرت. نحتاج الى تسوية regularization غير-اضطرابية. نقطع discetize الفضاء-زمن بمثلثات فى اربعة ابعاد (يمكن ان نتصوروا المثلثات اكيد فى بعدين). ثم نعيد كتابة فعل اينشتاين و هيلبرت فى هذا الفضاء-زمن المقطع فنحصل على فعل رجى Regge.

هذه الجملة تقبل توريق foliation اجمالى اذن لا مشكلة فى معرفة اتجاه الزمن. تكامل الطريق لهذه الجملة هو التكامل على جميع الهندسات المقطعة الممكنة.

نضع المسألة على حاسوب و نطبق طريقة مونتى كارلو.

المحور k_0 فى المخطط هو مقلوب ثابت اينشتاين. أما المحور العمودى Δ فيقيس اللاتناظر بين الفضاء و الزمن بعد التقطيع. هناك ايضا الثابت الكونى cosmological constant الذى نثبته عند قيمته الحرجة.

الانتقال من الطور A الى الطور C هو من الرتبة الاولى. الانتقال من الطور B الى الطور الفيزيائى C هو تحول طورى من الدرجة الثانية و بالتالى هناك امكانية نهاية مستمرة continuum limit لهذه الجملة مما يعنى امكانية وجود نظرية كمومية للنسبية العامة. و هذا هو ما يثير اهتمام اميورن Amjorn بهذه الجملة. وشخصيا اتفق معه مائة بالمائة لان هذا بالضبط ما يثير اهتمامى شخصيا بالموضوع. فذلك التحول الطورى من الدرجة الثانية يخفى وراءه النظرية الكمومية للثقالة.



شكل 60.7: المخطط الطورى للتثليث السببي. صورة مأخوة من [22].

6.7 ملخص محاضراتى حول الثقوب السوداء الكمومية

محاضرات جديدة انهيت للتو كتابتها و تم القاء آخرها على طلبة الماستر الثانى نظرى فى جامعة عنابة آخر شهر نوفمبر من عام 2016. اقول هنا ربما هى الاولى من نوعها فى العالم العربى او حسب علمى.

المحتوى:

- المحاضرة الأولى: فضاء ريندلر Rindler و النسبية العامة.
- المحاضرة الثانية: الثقب الاسود شوارشيلد Schwarzschild.
- المحاضرة الثالثة: مخطط كروسكال- زيكرس Krsukal – Szekres.
- المحاضرة الرابعة: مصفوفة الكثافة و التشابك الكمومى.
- المحاضرة الخامسة: تفكيك ريندلر و تأثير أنراه Unruh.
- المحاضرة السادسة: نظرية الحقول الكمومية على الفضاءات المنحنية.
- المحاضرة السابعة: اشعاع هاوكينغ Hawking.
- المحاضرة الثامنة: اشعاع هاوكينغ من نظرية الحقول الكمومية على خلفية شوارشيلد.
- المحاضرة التاسعة: فراغات انراه و بولوار Boulware: من النقى الى المختلط
- المحاضرة العاشرة: مسألة ضياع المعلومات فى اشعاع هاوكينغ للثقب الاسود.
- المحاضرة الحادية عشر: ترموديناميك الثقب الاسود.

الملخص:

اولا - اشعاع هاوكينغ: قبل ان نحسب اشعاع هاوكيغ من المستحسن ان نفهم الاصل الفيزيائى لهذا الاشعاع.

حركة جسيم سلمى طاقته ν و عزمه الحركى l فى الخلفية الثقالية للثقب الاسود شوارشيلد هى مكافئة بالكامل لحركة جسيم كمومى -اى يخضع لمعادلة شرودينغر- طاقته $E=\nu^2$ فى كمون تصادم scattering potential يعطى فى احداثية السلحفاة tortoise coordinate r_* بالعبارة

$$V(r_*)=\frac{r-r_s}{r}\big(\frac{r_s}{r^3}+\frac{l(l+1)}{r^2}\big)\ ,\ r_*=r+r_s\ln\bigg(\frac{r}{r_s}-1\bigg).$$

هذا الكمون ينعدم فى اللانهاية و عند افق الحدث r_s. اذن الجسيم حر فى اللانهاية و عند افق الحدث.

لكن هذا الكمون يتميز بحاجز عند $r\sim 3r_s/2$ حيث يبلغ الكمون قيمته العظمى وارتفاع هذا الحاجز متناسب مع مربع العزم الحركى اى

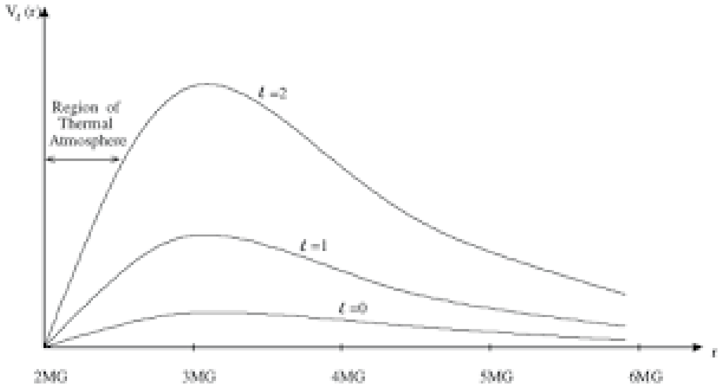
$$V_{\rm max}(r_*)\sim\frac{l^2+1}{G^2M^2}\sim(l^2+1)T_H,$$

حيث T_H هى درجة حرارة هاوكينغ التى سنحسبها ادناه.

من الجهة الاخرى هذه الجسيمات هى فى حالة توازن حرارى عند درجة حرارة هاوكينغ اذن طاقتها ν هى ايضا متناسبة مع درجة حرارة هاوكينغ T_H .

نرى من هذا البرهان البسيط جدا ان الجسيمات التى ليس لها عزم حركى اى $l=0$ هى فقط التى يمكن ان تمر عبر الحاجز الكمونى لتذهب الى مالانهاية اى بعيدا عن الثقب الاسود. وهذه هى الجسيمات التى تشكل اشعاع هاوكينغ.

الفرق بالمقارنة مع فضاء ريندلر هو انه فى حالة هذا الاخير الحاجز الكمومى لا نهائى و بالتالى لا يمكن لاى جسيم ان يخترق كمون التصادم للذهاب الى مالانهاية على شكل اشعاع. هذا فى رأيى من اقوى الصور الفيزيائية بخصوص اشعاع الثقب الاسود.



شكل 61.7: كمون التصادم.

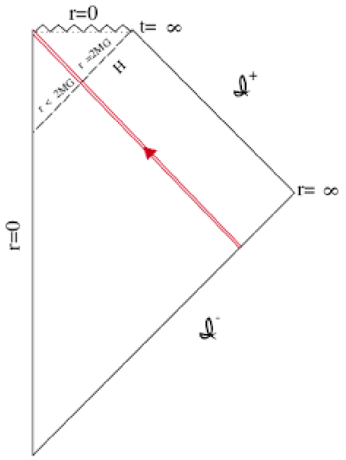
ثانيا - حساب اشعاع هاوكينغ ودرجة حرارته: نحسب اشعاع الثقب الاسود المعروف باسم اشعاع هاوكينغ بثلاثة طرق مختلفة:

اولا عبر فضاء ريندلر و تأثير انراه. الثقب الاسود بالقرب من افق الحدث يظهر على شكل فضاء ريندلر اى على شكل فضاء مسرع بانتظام بتسارع a مرتبط بافق الحدث r_s بالعلاقة

$$a=\frac{1}{2r_s}.$$

تذكر ان الحالة الفراغية الكمومية لمينكوفسكى تظهر بالنسبة لملاحظ ريندلر كحالة حرارية مختلطة mixed state بدرجة حرارة تساوى $T=a/2\pi$ وهذا هو تأثير انراه و هو بكل بساطة الاساس الحقيقى لتأثير هاوكينغ.

ثانيا عن طرق حساب خواص الحالة الفراغية الكمومية لكروسكل $|0_K\rangle$ بالنسبة لملاحظ شوارشيلد فى نموذج الثقب الاسود الخالد المعطى بمترية شوراشيلد. حالة كروسكل بالنسبة للثقب الاسود تلعب بالضبط دور حالة مينكوسفكى بالنسبة لريندلر كما ان حالة شوارشيلد هى ما يقابل حالة ريندلر.



شكل 62.7: مخطط بنروز لتشكل ثقب اسود فى انهيار ثقالى لقشرة كروية (الخط الاحمر).

مرة اخرى نجد ان ملاحظ شوراشيلد يرى فراغ كروسكل مملوء بالجسيمات يحتوى بالضبط على

$$\langle 0_k|N_\Omega|0_K\rangle = \frac{\delta(0)}{\exp(2\pi\Omega/a)-1}.$$

ثالثا باعتبار الحالة الاكثر واقعية التى يتشكل فيها الثقب الاسود فى انهيار ثقالى لقشرة كروية رقيقة من المادة كما فى مخطط بنروز اعلاه -القشرة هى الخط الاحمر- و حساب الحالة الاساسية الداخلة incoming vacuum state المعروفة باسم حالة انراه.

حالة انراه هى حالة نقية متشابكة قصويا maximally entangled تصف زوج من الجسيمات ذات طاقة كيلينغ Killing كلية تساوى الصفر. احد الزوجين $|n_R\rangle$ يذهب خارج الافق نراه كاشعاع هاوكينغ و الزوج الاخر $|n_L\rangle$ يذهب وراء الافق ويضيع فى المفردة فى المركز و هو ما يقابل المعلومات الضائعة فى الثقب. هذه الحالة الكمومية تعطى بالضبط بالعلاقة

$$|U\rangle \sim \sum_n \exp\left(-\frac{n\pi\Omega}{a}\right)|n_R>|n_L>.$$

حالة الثقب الاسود هى دائما حالة نقية لكن بالنسبة لملاحظ شوراشيلد -اى نحن- فانها تظهر له كحالة حرارية مختلطة مقابلة لمصفوفة الكثافة density matrix

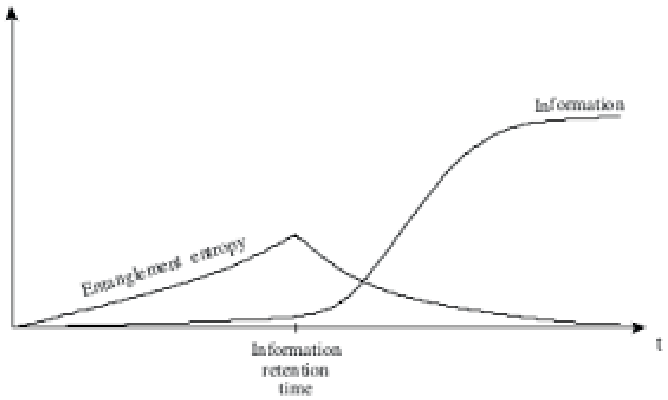
$$\rho_R = \mathrm{Tr}_L|U\rangle\langle U| \sim \sum_n \exp\left(-\frac{2n\pi\Omega}{a}\right)|n_R\rangle\langle n_R|.$$

اذن تظهر له كمجموعة حرارية قانونية canonical ensemble بدرجة حرارة تساوى

$$T = \frac{1}{8\pi GM},$$

لان التسارع $a = 1/2r_s$ و افق الحدث $r_s = 2GM$ حيث M هى كتلة الثقب و G هو ثابت نيوتن. اذن الحالة النقية المتشابكة بالقرب من افق الحدث ينجم عنها حالة حرارية مختلطة خارج الثقب وهذا هو لب معضلة ضياع المعلومات فى الثقب.

ثالثا - معضلة المعلومات: ناقشنا ايضا فى هذه المحاضرات بشكل مستفيض معضلة ضياع المعلومات فى الثقب. الثقب الاسود يبدأ فى حالة نقية و عندما يتبخر بالكامل فان اشعاع هاوكينغ يجب ان يكون ايضا فى حالة نقية وهذه هى فرضية الاحادية unitarity. اذن انطروبى التشابك entanglement entropy يبدأ من الصفر ثم يتصاعد و يبلغ قمته عند ما يسمى زمن بايج Page ثم يعود الى التناقص حتى يصل الى الصفر مرة اخرى عند لحظة التبخر. زمن بايج هو الزمن الذى تتبخر فيه نصف كتلة الثقب الاسود و تبدأ فيه المعلومات بالخروج من الثقب. كمية المعلومات تعطى بالفرق بين الانطروبى الحرارى لبولتزمان Boltzmann و انطروبى المعلومات لفون نيومان Von Neumann. قبل زمن بايج الطاقة تخرج مع الاشعاع وقليل جدا من المعلومات يخرج و فقط بعد زمن بايج تبدأ المعلومات فى



شكل 63.7: منحنى بايج: يبدأ من الصفر ثم يتزايد حتى يبلغ قيمته الاعظمية عند زمن بايج ثم يبدأ فى التناقص حتى يرجع الى الصفر مرة اخرى عند لحظة التبخر.

الخروج وتخرج بالكامل عند لحظة التبخر وهذا مضمون الحدوث بسبب المبدأ الثانى للترموديناميك و بافتراض الاحادية الكمومية. منحنى انتروبى التشابك كدالة فى الزمن يسمى منحنى بايج Page curve و حسابه من المبادئ الميكروسكوبية يعتبر الصياغة الرياضية لمعضلة ضياع المعلومات فى الثقب. هذا المنحنى يمكن حساب شكله العام باستعمال مبرهنة بايج Page theorem و هو بالفعل يأخذ الشكل المذكور اعلاه: يبدأ من الصفر ثم يتزايد حتى يبلغ قيمته الاعظمية عند زمن بايج ثم يبدأ فى التناقص حتى يرجع الى الصفر مرة اخرى عند لحظة التبخر.

فرضية الاحادية هى موقف واحد فقط بخصوص معضلة ضياع المعلومات. هناك فى الحقيقة, بالاضافة الى هذه الفرضية, خمسة فرضيات اخرى بازاء السؤال: هل هناك ضياع للمعلومات ام لا فى الثقب؟ هذه المواقف هى:

- هناك ضياع حقيقى للمعلومات فى الثقب خلال تشكل او تبخر الثقب. وهذا هو رأى هاوكينغ الاصلى.
- فرضية الاحادية التى ذكرناها اعلاه وهى رأى الاغلبية. لكن يبقى السؤال كيف يتم الامر بالضبط؟
- فرضية البقايا remnants التى يقول اصحابها ان تبخر الثقب الاسود سيتوقف عندما تبلغ كتلة الثقب كتلة بلانك. لا احد مازال يقول بهذا الرأى.
- ستخرج كل المعلومات التى ضاعت وراء افق الحدث عندما يصل الثقب الاسود الى نهاية تبخره. هذه الفرضية تناقض مبدأ انحفاظ المعلومات principle of information conservation.
- فرضية الحائط الطوبى brick wall التى تقول ان افق الحدث غير قابل للاختراق و بالتالى فان المعلومات لا تضيع. لكن هذه الفرضية تناقض مبدأ التكافؤ equivalence principle للنسبية العامة.
- فرضية النسخ duplication التى تقول ان افق الحدث ينسخ نسخة من المعلومات يرسلها خارج الافق -كما ينص مبدأ انحفاظ المعلومات- و ينسخ نسخة ثانية يرسلها داخل الافق -كما ينص مبدا التكافؤ-. لكن هذه الفرضية تناقض خطية الميكانيك الكمومى التى تعرف ايضا تحت مسمى مبدأ النسخ الكمومى quantum xerox principle.

رابعا - الترموديناميك: الموضوع الثالث لهذه المحاضرات هو ترموديناميك الثقب الاسود. الثقب الاسود له انطروبى منتهى محدود يعطى بعلاقة هاوكينغ- بيكنشتاين Hawking – Bekenstein التالية

$$S = \frac{A}{4G},$$

حيث A هى مساحة سطح الثقب الاسود اى مساحة سطح أفق الحدث و G هو ثابت الجذب العام لنيوتن. هذا الانطروبى الحرارى هو الكمية القصوى للمعلومات المخزنة فى الثقب وهو يعطى عدد الحالات الميكروسكوبية الكمومية المسموح بها للثقب الاسود بالعلاقة

$$n = \exp(S).$$

اغلب هذا الانطروبى متمركز حول افق الحدث لكن نظرية الحقول تعطى قيمة لا نهائية متباعدة له عوض قيمة هاوكينغ-بيكنشتاين اعلاه.

اذن نظرية الحقول الكمومية يجب ان تعوض بنظرية الثقالة الكمومية بالقرب من افق الحدث و هذا الفصل بين درجات حرية الحقل الكمومى و درجات حرية الثقالة الكمومية يمكن تنفيذه بما يسمى الافق الممتد stretched horizon.

الافق الممتد هو غشاء فيزيائى يبعد عن الافق بمسافة تساوى طول بلانك $l_P = \sqrt{G\hbar}$ و هو يحمل كل طاقة و انطروبى الثقب الاسود حيث تبلغ درجة الحرارة الذاتية proper temperature عليه قيم كبيرة جدا.

باب 8

من قصص و تاريخ الفيزياء

1.8 كيف نُدرس النسبية الخاصة!

هذا عنوان الفصل السادس من كتاب الفيزيائى النظرى الايرلندى جون بال John Bell عن الميكانيك الكمومى الذى يحمل العنوان الغريب: (ما يمكن قوله و ما لايمكن قوله فى الميكانيك الكمومى) وهو اروع كتاب فى اسس الميكانيك الكمومى أبدا.

لكن ما علاقة النسبية بالكمومى؟

بكل بساطة اذا توفر العمق و الشمول فكل شئ له بعلاقة بكل شئ وخاصة فى الفيزياء النظرية. هذا الفصل يحتوى على افضل مدخل للنسبية الخاصة قرأته فى حياتى و شخصيا لا اظننى ابالغ. ثم ان هذا الفصل كما يقول صاحبه بال اتبع فيه الطريق الطويلة فى الوصول الى النسبية الخاصة طريق لورنتز Lorentz و بوانكريه Poincare و لارمور Larmor و فيتزجيرالد Fitzgerald و ليس الطريق القصيرة الانيقة لا ينشتاين.

وكلا الطريقين عميقة جدا لكن طريق لورنتز تتميز بالتشديد على استمرارية الافكار الاساسية للنسبية مع الافكار الكلاسيكية لنيوتن اما طريق اينشتاين فتتميز بالتشديد على القطيعة مع الافكار النيوتونية. وبالنسبة للطلبة المبتدأين فان التشديد على الاستمرارية افضل من التشديد على القطيعة حتى تحقيق حد ادنى من الفهم الصلب. وكل هذا الذى ذكرته آنفا هو رأى بال وتقييمه و لهذا كتب هذا الفصل فى عمق كتاب يهتم بفلسفة وفيزياء و تقنيات الميكانيك الكمومى.

وشخصيا اجد نفسى متحمس جدا لهذا الرأى كما ان المدخل للنسبية الذى بسطه هو من افضل ما قرأت فى هذا المجال.

لكن هناك سبب آخر لماذا كتب هذا الفصل.

القصة تبدأ بفيزيائى تجريبى محترم لم يذكر اسمه من المركز الاوروبى للابحاث النووية ال CERN الذى تحدى بال فى مسألة نسبية يقول عنها بال هينة trivial وخطأه فيها ثم اختصم الاثنان الى قسم الفيزياء النظرية فى المركز الاوروبى الذى وقف فى شبه اجماع مع الفيزيائى التجريبى ضد بال.

بال فى كل هذا لم يتزعزع البتة امام هذا الخطأ الجماعى و لهذا التخطئ الجماعى و قال بكل بساطة انكم كلكم مخطئون و سبب خطأكم هو بعدكم عن الفكر الكلاسيكى لنيوتن و عدم فهمكم الدقيق لفكر اينشتاين الذى هو ايضا كلاسيكى كما يعبر هو عن ذلك.

كتب هذا الفصل لاجراء الحساب الصريح الذى يؤدى الى النتيجة التى رفضها هؤلاء التجريبيون و النظريون جميعا التى اصبحت تعرف الآن باسم مفارقة بال Bell's paradox.

تصوروا الوضعية النسبية التالية: ثلاثة مركبات فضائية A و B و C تنجرف بحرية فى الفضاء الحر بعيدا عن تأثير اى مادة بدون دوران بحيث ان المسافة بين A و B تساوى المسافة بين A و C.

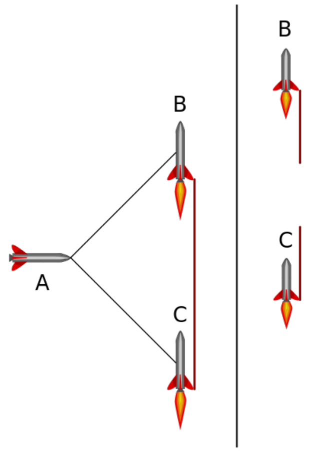
المركبة A ترسل اشارة الى كل من B و C تبدأ عندها فى نفس الوقت كل من B و C فى التسارع فى الاتجاه العمودى بلطف حتى لا تكون هناك حركة غير-عطالية.

نفترض ان هناك خيط مشدود بين B و C. المركبتان B و C لهما نفس السرعة فى كل لحظة زمنية t بالنسبة للمعلم A و بالتالى بالنسبة الى A فان المسافة بين B و C تبقى ثابتة.

لكن الخيط المشدود الرابط بينهما يجب ان يخضع للتقلص contraction النسبى فى الطول لفيتزجيرالد. لكن تذكروا المسافة بين B و C ثابتة.

اذن الخيط سوف يخضع لا محالة الى اجهاد stress الى غاية انه عند سرعة عالية معينة يبلغ الخيط نهاية مرونته elsticity و ينقطع.

نفس هذه النتيجة سوف نحصل عليها بالنسبة للمعلم B او المعلم C او اى معلم عطالى آخر. فى هذه الحالة الخيط سينقطع لكن سبب



شكل 1.8: مفارقة بال.

الانقطاع ان تسارع B فى هذا المعلم لا يساوى تسارع C.
يقول بال: الخيط يجب ان ينقطع عندما تصل السرعة الى قيمة عليا معينة ينضغط عندها الى اقصى ما تسمح به مرونته.
هذه هى النتيجة الصحيحة.
الفيزيائى التجريبي اعلاه و اغلب قسم الفيزياء النظرية فى ال CERN قالوا: ان الخيط لن ينقطع لانه يخضع مع الجملة ككل للتقلص النسبي فى الطول لفيتزجيرالد.
هل تصدقون بال ام مجموعة من الفيزيائيين التجريبيين و النظريين الذين ادعوا امام بال انهم النسبيين حقا!
حتى قبل ان اقرأ حساب بال فى الفصل السادس من الكتاب اعلاه شخصيا وقفت مع بال لانني:
اولا: انني من دعاة ان الحق و الحقيقة ليست بالاغلبية.
ثانيا: انني من دعاة ان النظرى اى العقل سابق على التجريبي اى الحس .
ثالثا: ثقتى فى بال اعلى بكثير من ثقتى فى هؤلاء الذين يحكى عنهم . أليس بال هو صاحب متراجحات بال التى هى الحكم الحسابي الحسي الوحيد فى فلسفة الميكانيك الكمومى (انظروا الفصل السابق).

2.8 يجب ان اتعلم رياضيات اكثر

يجب ان اتعلم رياضيات اكثر. هذا هو شعار اى فيزيائى نظرى منذ ان يبتدأ دراسته حتى يتقاعد ولو أنه لا يوجد شيء اسمه تقاعد فى العلم و البحث و الدراسة.
فهناك اشياء كثيرة يجب دراستها فى الرياضيات:
-فهل هناك شك فى الاساسيات من تكامل و تفاضل و جبر و هندسة و دوال. اذن اقول بكل صراحة من لا يستطيع ان يكامل او يفاضل فرجاءا لا تأتى الى الفيزياء النظرية و لا تأتى الى الفيزياء ككل فانك لن تفعل اذا فعلت الا ان تعذب نفسك و تعذب استاذك معك.
-ثم نبدأ بالفيزياء الرياضية الكلاسيكية مثل التى تجدونها فى كتاب أرفكين Arfken واهم ما فيها التحليل المركب complex analysis و تحويل فوريي Fourier transform و المعادلات التفاضلية differential equations و الدوال الخاصة special functions و الفضاءات الشعاعية vector spaces و المعادلات التكاملية integral equations و غيرها.
-ثم نذهب الى نظريتى الزمر و التمثيلات group and representation theories. ويقع هنا تقصير كبير من الاساتذة و الطلبة واعلموا ان الميكانيك الكمومى باكمله و نظرية الحقول الكمومية وفيزياء الجسيمات تعتمد كلها بشكل نهائى على التناظر الذى يُشفر رياضيا فى فكرة الزمرة. فمثلا يمكن اعادة كتابة النظرية الكمومية بالكامل باستخدام نظرية الزمر. أما تمثيلة الزمرة representation فهى الجسيم او الحقل الذى يمثل الزمرة الرياضية اى التناظر فى الواقع الفيزيائى. انظروا مثلا كتاب بيتر فويط Peter Woit الذى صدر منذ حوالى السنة.
-ثم ثالثا التحليل العددى numerical analysis و الفيزياء العددية computational physics التى اصبحت فى هذا العصر من أهم طرق البحث بالنسبة للباحثين. فهذا مجال حيوى فى الفيزياء النظرية الحديثة كوسيلة و ليس كأسس. واذا مُورس بالطريقة

الصحيحة فانه النافذة التجريبية الافتراضية التى يمتلك ناصيتها الفيزيائى النظرى نفسه و بشكل مباشر فى مكتبه وفى مختبره على حاسوبه او على مجمعه الحاسوبى.

-ثم رابعا الهندسة التفاضلية differential geometry و الطوبولوجيا topology مثل الاشكال التفاضلية differential forms و المتشعبات الريمانية riemannian manifolds و المتشعبات المركبة complex manifolds و الهندسة السبينورية spinor geometry و الحزم الليفية fiber bundles و الكوهومولوجى cohomology و الهومولوجى homology و الروابط connections على الحزم الليفية و الاصناف المميزة characteristic classes و النظرية-ك K − theory و مبرهنات الادلة index theorems و غيرها بالاضافة الى تطبيقات الهندسة و الطوبولوجيا فى النظريات المعيارية و النسبية العامة و نظرية الوتر.

اذن شعار الفيزيائى النظرى الأبدى: يجب ان اتعلم رياضيات اكثر!

3.8 قصة اوبرا

اوبرا OPERA هى تجربة ضخمة من تجارب فيزياء الطاقات العليا اجراها المركز الاوروبى للفيزياء النووية CERN فى عام 2011. فى 22 سبتمبر 2011 اعلن فريق البحث المسؤول, عن اكتشاف نيترينوات neutrino تسير بسرعة أكبر من سرعة الضوء. فى 18 نوفمبر اكد فريق البحث هذه النتائج.

كثير من النظريين الذين يبدو انهم لا يفهمون فعلا تبعات هذا الاكتشاف, اذا صح, بدأوا فى كتابة مقالات و ابحاث عن نماذج فيزيائية يمكنها ان تحتوى على نيترينوات او جسيمات أخرى سرعتها فوق-ضوئية. الا ان اغلب الفيزيائيين النظريين المعروفين كانوا متحفظين.

و ايضا الكثير من التجريبيين سلموا بالامر الواقع على انه حقيقة.

لكن هناك دائما المتشككون. مثلا القائمون على التجربة العملاقة الاخرى ICARUS ارادوا تأكيد نتائج اوبرا لكن كل جهودهم بائت بالفشل.

على كل حال لم يمر وقت طويل حتى اعلن فريق عمل اوبرا انفسهم ان نتائجهم كانت معيبة فى امرين اثنين. اولا من الناحية التقنية كان هناك فيبر fiber ضوئى غير مركب بشكل صحيح. ثانيا كانت هناك اخطاء احصائية فى حساب الاخطاء التجريبية. اذن كل ادعاءاتهم كانت بكل بساطة باطلة, و كل ما بنى على باطل فهو باطل. نتيجة كل هذا كانت اقالة المدير العام لاوبرا و ضياع مستقبله العلمى بسبب تضييعه لسمعته العلمية.

على كل فيزيائي ان يفهم الفرق بين المبادئ و التطبيقات. حدية سرعة الضوء ليست بمبدأ فى حد نفسها, لكنها مبنية على مبدأ اساسي هى تناظرات لورنتز, ولمن درس التناظرات و فهمها, يعرف ان التنازل عن دور تناظر ما فى الفيزياء, هو معناه اعادة النظر فى الاسس, وهذا ليس بالامر الهين.

حتى أن احد الزملاء ذكر لى فى البداية ان التجربة قد قالت كلمتها, و هى لها اسبقية على النظرية, و لا يسعنا الا ان ننصت. هذا الزميل لم يفهم ان هذه النظرية, اى نظرية النسبية, ليست كلام فقط, هى اساسها كما ذكرت تناظر لا يمكن التخلى عنه بسهولة, لانه بكل بساطة ليس لدينا اى سبب يجعلنا نتشكك فى دقة هذا التناظر. كما ان حجم هائل من الفيزياء الحديثة, فى فيزياء الجسيمات, و الكوسمولوجيا, و النسبية العامة قائمة على النسبية الخاصة, وكل هذا مؤكد ايضا تجريبيا, بعدد هائل من المشاهدات.

نحن تعلمنا منذ قديم, ثم زاد يقيننا خلال هذه الحادثة, ان لا نصدق اى تجريبى يأتينا بخبر حتى يأتينا ببرهان عظيم. و رأيى الشخصى فى هذه المسألة بالضبط, كان صحيح منذ البداية, و الحمد لله, اننى وقفت صامدا امام تلك العاصفة القصيرة ولم اهتز.

4.8 الاعداد الناطقة و الاعداد الصماء

لكن لماذا نسمى الاعداد الكسرية و الاعداد غير الكسرية بالاعداد الناطقة و الاعداد الصماء على التوالى؟

الجواب يكمن فى الترجمة و الخطأ الرهيب الذى ارتكبه المترجم من اللغات الاوروبية الى اللغة العربية. فنحن فعلا درسناها تحت مسمى الاعداد الناطقة و الاعداد الصماء و شخصيا لم اسأل ابدا من قبل لماذا بالضبط سميت الكسرية و غير الكسرية بالناطقة و الصماء على التوالى.

فهذه ترجمة خاطئة بالاساس للمصطلح الاوروبى لم انتبه اليها الا مؤخرا.

ولنأخذ الانجليزية مثلا. الناطقة هى ترجمة المصطلح rational وهذا المصطلح لغويا فعلا فى الانجليزية يحتوى على المعنيين ناطق و منطقى. فالاعداد الناطقة قد تسمى ايضا اعداد منطقية.

لكن الرياضى الاوروبى عندما يقول rational هو لا يقصد ابدا المعنى اللغوى المتبادر الى ذهن المستمع (منطقى) او (ناطق) بل هو يقصد التعريف الرياضى الذى فى ذهنه (كسرى).

فالكلمة rational هى مشتقة و هى نسبة للكلمة ratio بمعنى نسبة او كسر. اذن الاعداد ال rational هى الاعداد النسبوية او الكسرية. ونحن نستخدم ايضا مصطلح كسرية كمرادف لناطق رغم انه ليس بمرادف له لا لغويا و لا رياضيا. اذن كلمتى (ناطقة) و (منطقية) هى تشويش لغوى رهيب على الفهم الرياضى السليم.

اذن الاعداد الكسرية هى كسرية لاننا نحصل عليها من حاصل قسمة الاعداد الطبيعية. اذن نسبة اى عددين طبيعيين هو عدد حقيقى كسرى. والعدد الحقيقى الأصم هو العدد الذى لا نستطيع ان نكتبه على شكل كسر اى على شكل نسبة عددين طبيعيين.

اذن نبدأ من مجموعة الاعداد الطبيعية N التى خلقها الله كما يذكر ديديكنيد Dedekind احد مشاهير الرياضيين فى القرن التاسع عشر ثم نحصل منها على مجموعة الاعداد الصحيحة Z بعد اضافة الاشارتين الموجبة و السالبة. ثم عندما ناخذ مختلف النسب او الكسور بين الاعداد الصحيحة نحصل على مجموعة الاعداد الكسرية Q التى سماها المترجم اعداد ناطقة او اعداد منطقية لانه اخلط بين (المنطقى) و (الناطق) و (الكسرى) التى كلها تقابل نفس الكلمة الاوروبية.

الضبط اللغوى يأتى بعد تحديد المفهوم الرياضى. اذن الصحيح هو تسمية مجموعة الاعداد الناطقة بمجموعة الاعداد الكسرية حتى لا يقع تشويش لغوى على الرياضى. واذا كتبنا الاعداد الكسرية فى الكتابة العشرية اى بالفاصلة العشرية فان بعضها ستنتهى فيها السلسلة العشرية و البعض الآخر لن تنتهى فيها السلسلة العشرية.

بعد الاعداد الناطقة عفوا الكسرية (انظروا كيف رسخ المصطلح الخاطئ) تأتى الاعداد الحقيقية. و الاعداد الحقيقية غير الكسرية يسميها الاوروبى irrational و ترجمها المترجم عندنا بالاعداد الصماء او غير الناطقة او غير المنطقية لكن مرة اخرى ليس هذا المقصود الرياضى.

فان العدد الحقيقى الاصم هو عدد لا نستطيع ان نكتبه على شكل نسبة او كسر عددين طبيعيين و لهذا فهو irrational اى غير كسرى و ليس لانه غير منطقى او غير ناطق.

فمجموعة الاعداد الطبيعية N محتواة فى مجموعة الاعداد الصحيحة Z و هذه الاخيرة محتواة فى مجموعة الاعداد الكسرية Q و هذه الاخيرة محتواة فى مجموعة الاعداد الحقيقة R و هى كلها اعداد منطقية مائة مائة. فقط بعضها كسرى و بعضها غير كسرى. مثال جذر 2 او جذر 3 او الاساس الطبيعى e او π كلها اعداد حقيقية غير كسرية وهذا لا يجعلها ابدا غير منطقية او غير ناطقة اى صماء.

بعد الاعداد الحقيقية تأتى مجموعة الاعداد المركبة C التى لا يجب ان نسميها مجموعة الاعداد التخيلية. وهذه ترجمة انتبهت اليها من قبل. فالعدد المركب هو مركب لانه مركب من عددين حقيقيين اما الاعداد التخيلية البحتة فهى فى الحقيقة اعداد حقيقية مضروبة فى i الذى هو جذر -1. والعدد المركب هو مجموع عدد حقيقى و عدد تخيلى بحت. لكن مجموعة الاعداد التخيلية البحتة ليست اقل حقيقية و واقعية من مجموعة الاعداد الحقيقية. بل هى فى الحقيقة نفسها مجموعة الاعداد الحقيقية مدورة فقط ب 90 درجة و هذا الدوران هو بالضبط ذلك العدد التخيلى البحت i الذى يخيف كل الطلبة المتعودين على الرياضيات و غير المتعودين عليها على قدر سواء.

والامر بسيط فكون i هو جذر -1 يعنى اننا دورنا المحور الحقيقى فى المستوى بزواية 90 درجة للوصول الى المحور التخيلى البحت. و هكذا الهندسة توفر مرة اخرى تصورا ينقذنا من غياهب الغيب الرياضى.

شخصيا انصح دائما بعدم استخدام المصطلح (تخيلى) من الاساس لانه ايضا يتسبب فى تشويش. بكل بساطة و هو الصحيح رياضيا ان العدد المركب هو زوج من الاعداد الحقيقية.

وبعد الاعداد المركبة تأتى مجموعة الاعداد الكواتيرنيون او الرباعيات Quaternion و العدد الرباعى هو زوج من الاعداد المركبة او مجموعة مشكلة من اربعة (ولهذا سمي رباعي) اعداد حقيقية.

وتستمر مجموعات الاعداد هكذا الى مالانهاية صعودا.

ولن نقول مثل ديديكند ان مجموعة الاعداد الطبيعية هى فقط التى خلقها الله بل كل هذه الاعداد خلقها الله و جعلها لغة هذا الكون الصامدة ضد تشويش العقل و فناء المادة.

5.8 نبتون: كيف تكتشف الرياضيات شئ فيزيائي قبل ان تراه فى التجربة و المشاهدة

تعريف الكوكب فى المجموعة الشمسية حسب ال IAU وهو الاتحاد الفلكى الدولى هو:

1-ان يكون الجسم يدور حول الشمس.

2-ان يكون الجسم ثقيل الى الحد الكافى بحيث يكون فى حالة التوازن الهيدروستاتيكى hydrostatic equilibrium اى نتوازن قوة الجذب الثقالى وقوة الضغط. بعبارة ابسط الجسم شكله تقريبا كروى.

3-والشرط الثالث حتى يكون الجسم كوكبا سيارا حول الشمس هو ان يكون الجسم قادر على تطهير clearing جواره حول مداره من كل الاجسام الاخرى. هذا يعنى اى ان يكون الجسم قادر على قذف scatter كل الاجسام الاخرى التى يصادفها على مداره بعيدا عن جواره, او تحويلها الى اقمار تدور حوله, او تلحيمها accrete -اى اكتساب كتلتها بمعنى امتصاصها- اليه.

الاجسام التى تحقق هذه الشروط الثلاثة فى المجموعة الشمسية هى الكواكب. الاجسام التى تحقق الشرط 1 و 2 لكنها لا تستطيع تطهير الجوار حول المدار فهى تسمى الكواكب القزمة dwarf planets و اول هذه الاجسام هو بلوتو Pluto الذى كان يعتبر كوكبا لكن اليوم رسميا فان بلوتو لا يعتبر كوكبا بل يعتبر كوكبا قزما. وهناك 5 كواكب قزمة هى بلوتو و ايريس Eris و سيريس Ceres و هوميا Haumea و مايكمايك Makemake فى المجموعة الشمسية.

والقرار اعلاه تم اتخاذه من قبل ال IAU فى عام 2006 فقط بعد اكتشاف ايريس الذى هو اثقل من بلوتو.

بلوتو و ايريس و غيره من الكواكب القزمة (واجسام اخرى كثيرة تعرف باسم ال SSSB لا تحقق الا الشرط الاول اعلاه) تقع كلها فى مدارات وراء نبتون Neptune فى ما يعرف بحزام كويبر Kuiper belt.

اذن نبتون هو الكوكب الثامن و الاخير فى المجموعة الشمسية. ومن التصحيحات الحديثة ايضا فان نبتون (مع اورانوس) هو عملاق جليدى ice giant وليس عملاق غازى gaz giant (مثل المشترى و زحل) اى انه يتشكل اساسا من الميثايين و الأمونيا و الماء و ليس من الهيدروجين و الهيليوم.

ونبتون هو ايضا الكوكب الوحيد الذى اكتشف رياضيا اولا قبل المشاهدة التجريبية.

حيث ان الكسى بوفارد Alexis Bouvard نشر فى عام 1821 جداول لمواقع الكوكب الجار اورانوس حسب الحساب الذى تعطيه قوانين كيبلر Kepler's laws و لكن المشاهدة بعد ذلك بينت ان الكوكب اورانوس يمسح مدارات مختلفة قليلا عن الحساب الذى تعطيه قوانين كيبلر. اذن بوفار افترض ان هناك كوكب غير مرئى قريب من اورانوس يؤدى الى اضطراب المدار المشاهد.

تذكروا ان قوانين كيبلر تفترض ان الكوكب يدور حول الشمس تحت تأثير قوة الجذب الثقالى العام. اذن وجود جسم ثالث بالقرب سيؤدى الى اضطراب فى المدار الكيبلرى. وهذا هو المشاهد. اذن هناك بالفعل جسم بالجوار الذى هو الكوكب نبتون.

يمكن تعيين موقع هذا الكوكب الاضافى عن طريق اعادة حساب مدار اورانوس (بافتراض وجود جسم ثالث الآن) ثم المقارنة مع مدار اورانوس المشاهد تجريبيا. هذا الحساب قام به بين عامى 1845-1846 كل من جون كوش ادامس John Couch Adams و اوربان لو فيغيي Urban Le Verrier و تم حساب الموقع الذى يجب ان يكون فيه الكوكب نبتون حتى يُمكن ان نفسر المدار المشاهد لاورانوس.

لو فيغيي ارسل الحساب و الموقع المتوقع لنبتون الى يوهان غوتفريد غال Johann Gottfried Galle الذى اكتشف الكوكب نبتون -صدقوا او لا تصدقوا- فى نفس اليوم الذى تلقى فيه رسالة لو فيغيي بخطأ اقل من 1 درجة بالمقارنة مع الحساب النظرى. وهذه قصة من كلاسيكيات الفيزياء.

6.8 ويلر: فرضيتا الشيء من البت و كون الالكترون-الواحد

جون ويلر John Wheeler هو واحد من اعظم الفيزيائيين النظريين قاطبة فى القرن العشرين. أشرف على رسائل اكثر من 46 طالب دكتوراة خلال مسيرته فى جامعة برنستون. وهم طلاب من العيار الثقيل جدا جدا. فقد اصبح اغلب هؤلاء الطلاب من مشاهير الفيزيائيين النظريين فى جيل ما بعد الحرب العالمية الثانية.

اذكر منهم بيكينشتاين Bekenstein صاحب القانون الاساسى للثقوب السوداء الذى يربط انطروبى entropy -اى كمية المعلومات- داخل الثقب الاسود بمساحة افق الحدث event horizon الذى يحيط بالثقب والذى يعرف اليوم باسم علاقة هاوكينغ-بيكينشتاين Hawking – Bekenstein relation.

و اذكر ايضا افريث Everett صاحب التفسير الاساسى المسمى تفسير عديد-العوالم many – worlds interpretation للميكانيك الكمومى.

و ايضا انراه Unruh صاحب تأثير انراه Enruh effect المصاحب للسقوط الحر فى الثقوب السوداء.

وايضا اذكر والد Wald صاحب الكتاب الاشهر فى النسبية العامة.

و كذا وايتمان Wightman صاحب الصياغة البديهية aximatic formulation لنظرية الحقول الكمومية.

و آخرون مشهورون مثل كلاودر Klauder و فورد Ford وميسنر Misner.

ومن بين تلاميذ ويلر نجد ايضا من حصل على نوبل فى الفيزياء واشهرهم على الاطلاق الفيزيائى النظرى الفنان الاشهر فايمان Feynman صاحب مخططات فايمان و نظرية الالكتروديناميك الكمومى quantum electrodynamics.

و نجد ايضا ثورن Thorn مكتشف الامواج الثقالية الذى تحصل على نوبل هذا العام فقط.

وكل هؤلاء العلماء لمن يعرف مؤلفاتهم يعرف انهم اذكياء جدا لكن استاذهم جون ويلر اذكى منهم بكثير و ربما لا يوجد الا فايمان من بين جميع تلاميذه من يضاهيه فى ذكائه و رؤيته و عمقه.

ومن المصطلحات التى جاء بها ويلر نجد مصطلح الثقب الاسود black holes فهو اول من استعمله. والثقب الاسود هو النقطة فى الفضاء-زمن التى تصبح فيها -لسبب او لآخر- قوة الجذب الثقالى لانهائية.

ونجد ايضا من مصطلحاته الثقب الدودى wormhole وهو جسر يربط بين ثقبين اسودين فى الفضاء-زمن و نجد مصطلح الرغوة الكمومية quantum foam وهو يعبر عن البنية الكمومية للفضاء-زمن على المسافات البلانكية Planckian distances.

وانجازاته العلمية لا تعد و لا تحصى مثلا: مصفوفة التصادم فى فيزياء الجسيمات و نظريات الحقول الكمومية, نظرية الانشطار النووى, النسبية العامة, الثقالة الكمومية, المعلوماتية و الحاسوبية الكمومية, واسس الميكانيك الكمومى.

كما انه احد الفيزيائين النظريين الاساسيين الذين استدعتهم الحكومة الامريكية للمشاركة فى مشروع مانهاتن للذرة خلال الحرب العالمية الثانية و ايضا مشروع القنبلة الهيدروجينية خلال الخمسينات.

وهو مؤلف الكتاب الموسوعى المشهور فى النسبية العامة و الكوسمولوجيا و الثقوب السوداء مع تلميذيه ثورن-الذى حاز على نوبل هذا العام- و ميسنر.

ومن فرضياته (it from bit) التى تنص على أن اصل الواقع ليس "أن-تُوجد" being و "الجوهر" substance -وهو رأى الاغلبية الساحقة من الفلاسفة و النظريين منذ عهد ارسطو- و ليس هو "أن-تُصبح" becoming و "الطريقة" process و يُقصد بهما ان اصل الوجود هو التغير و عدم الثبات و هو رأى جزء معتبر من الفلسفة قديما و حديثا.

اذن الواقع ليس جوهر و ليس طريقة بل حسب ويلر هو بت bit. والبت هو وحدة المعلومة كما ان الذرة هى وحدة المادة و الكمة او الكوانطوم quantum هى وحدة القوة او الاشعاع. اذن it from bit يمكن ترجمتها: الشيء من المعلومة.

ومن فرضياته الرائعة ايضا نذكر هنا فرضية (كون الالكترون-الواحد the one – electron universe).

وهى فرضية قدمها عام 1940 قبل تطوير الالكتروديناميك الكمومى من قبل تلميذه فايمان من اجل شرح لماذا تظهر كل الالكترونات فى الكون بنفس الشحنة و بنفس الكتلة.

ويلر يقول فى مكالمة هاتفية لتلميذه فايمان ان كل الالكترونات فى الكون تظهر بنفس الشحنة و بنفس الكتلة لانها كلها فى الحقيقة الكترون واحد يتحرك الى الامام و الى الخلف فى الزمن.

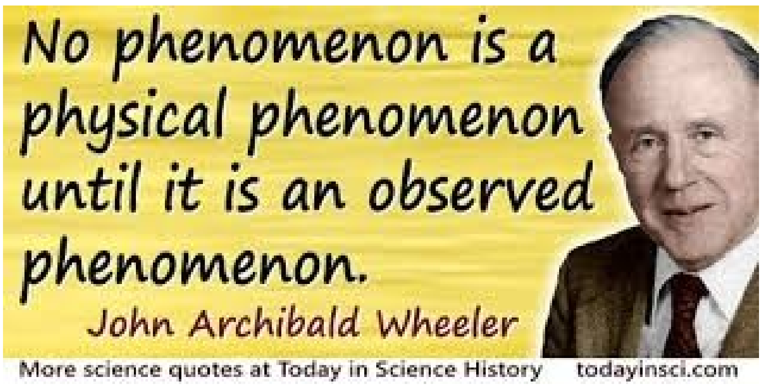
اذن الخطوط الكونية لكل الالكترونات فى الكون تشكل فى الحقيقة خط كونى واحد معقد جدا جدا لاكترون وحيد.

اذن اذا اخذنا مقطع فى الفضاء-زمن مقابل لحظة زمنية معينة فان ذلك الخط الكونى للالكترون سوف يقطع اذن هذا المقطع فى اماكن عديدة. وكل نقطة تقاطع -اذا كان الخط فيها موجه الى الامام فى الزمن- فانها ستظهر على انها الكترون. أما كل نقطة تقاطع -اذا كان الخط فيها موجه الى الخلف فى الزمن- فانها ستظهر على انها بوزيترون وهو الجسيم المضاد للالكترون.

يقول فايمان مازحا فى خطابه عند تحصله على جائزة نوبل عام 1965 انه لم يأخذ على محمل الجد فرضية كون الالكترون-الواحد لاستاذه ويلر لكنه سرق فكرته فى أن الجسيم المضاد للالكترون- البوزيترون- يمكن فعلا فهمه على انه الكترون يمشى فى الاتجاه العكسى فى الزمن.

لمن درس عندى او عند غيرى نظرية الحقول الكمومية فانه اكيد سيتذكر ان البوزيترون فعلا نمثله -مثلا فى مخططات فايمان- بخطوط تحمل نفس الاعداد الكمومية التى تحملها الخطوط الممثلة للاكترون لكنها تحمل اسهم معكوسة بالمقارنة مع الاكترون.

اذن عرفتم من اين جاءت هذه الفكرة الاساسية. فهى بكل بساطة قد جاءت من فرضية كون الالكترون-الواحد لصاحبها العبقرى ويلر الذى رغم عبقريته الفذة فانه لم يحصل ابدا على جائزة نوبل.



شكل 2.8: جون ويلر: لا توجد ظاهرة ستُقبل كظاهرة فيزيائية حتى تصبح ظاهرة مرصودة.

7.8 التأريخ بالكربون المشع: بين التاريخ القديم و الفيزياء النووية

عملية حساب عمر المواد البيولوجية -مثلا الحفريات و العظام و البقايا الآدمية- فى الانتروبولوجيا و علم الاثار و نظرية التطور و حتى فى الشرطة العلمية يعتمد على اشياء كثيرة من اهمهما و اقدمها طريقة التأريخ بالكربون carbon dating.

علينا ان نفهم المبدأ الفيزيائى الذى تقوم عليه هذه الطريقة حتى نستوعب اكثر ما يقال عندما يقال لنا مثلا ان الهيكل الفلانى عمره 10 الاف او 50 الف او 100 الف سنة و بعض البقايا قد تصل فى العمر الى 3 مليون سنة.

لكن فى هذه الحالة الاخيرة -ملايين السنوات- نحتاج الى طرق اخرى للتأريخ لان طريقة التأريخ بالكربون تعطى قيم يعول عليها و يعتمد عليها فيزيائيا و بالتالى تاريخيا الى غاية 50 الف سنة او 100 الف سنة على الاكثر.

السبب يرجع الى أن طريقة التأريخ بالكربون تعتمد على ذرة نظير isotope الكربون المشع 14 التى يبلغ متوسط-حياتها mean − life حوالى 8267 سنة وهو الزمن اللازم حتى تتهافت نصف الكمية فى عينة معينة.

طريقة التأريخ بالكربون المشع تعتبر ثورة بأتم معنى الكلمة فى مجالات التطور و الانتروبولوجيا و الاثار و التاريخ القديم. وقد حاز الكيميائى ليبى Libby الذى طور هذه الطريقة على نوبل فى الكيمياء لعام 1960.

هذه الطريقة تعتمد على اول قانون فى الفيزياء النووية وهو قانون التهافت الاشعاعى radiocative decay المعطى بالمعادلة فى الصورة.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

شكل 3.8: قانون التهافت الاشعاعى.

الثابت λ الذى يظهر فى الاس يضرب الزمن t هو بالضبط مقلوب متوسط-الحياة و بالتالى فهو معروف.

نفترض الآن ان لحظة موت المادة البيولوجية هى صفر. ابتداءا من هذه اللحظة فان كمية الكربون المشع تبدأ فى النقصان. قبل هذه اللحظة فان الكربون المشع يتخلق فى الجو عبر تصادم الاشعة الكونية cosmic rays مع ذرات النيتروجين. ثم يدخل الى النبات عبر التركيب الضوئي photosynthesis وبعدها يدخل الى الحيوان عبر أكل الحيوان للنبات ثم يدخل الى الانسان عبر اكل الانسان للنبات و الحيوان.

أما t فى المعادلة فهى اللحظة الحالية. أما N فى المعادلة فهى عدد ذرات نظير الكربون 14 التى توجد فى العينة قيد الدراسة الآن. أما N_0 فى المعادلة فهى عدد ذرات نظير الكربون 14 عندما ماتت العينة البيولوجية.

اذن نحتاج ان نعرف N_0 حتى نستطيع ان نحسب N.

نفترض عموما وهذا معقول جدا انه عندما ماتت المادة البيولوجية فان نسبة الكربون 12 -وهو النظير المستقر- الى الكربون 14 -وهو النظير المتهافت- فى المادة البيولوجية هى نفسها نسبة الكربون 12 الى الكربون 14 فى الجو. من هنا يمكننا ان نحسب N_0 اى عدد ذرات نظير الكربون 14 فى المادة البيولوجية عندما ماتت.

بالتعويض ب N و N_0 و λ فى المعادلة اعلاه نحصل على الزمن t وهو الزمن الذى انقضى منذ موت المادة البيولوجية.

8.8 العالم القديم: الصورة العلمية و ليس التصور الفلسفى

الذى نعرفه اليوم ان الكون يتبع قوانين مختزلة فى كوسمولوجيا الانفجار الاكبر big bang cosmology التى تحتوى اولا على نظرية التوسع الساخن hot big bang التى تعبر اساسا عن ظاهرة التوسع المتسارع expanding expansion و ايضا تحتوى ثانيا على نظرية التضخم inflation theory التى تعبراساسا عن كيفية وصول الكون الى حالة التسطيح flatness التى نراه عليها اليوم وايضا كيفية تشكل البنى structure formation مثل المجرات و غيرها من التجاذبات الثقالية gravitational attractions للاضطرابات الكمومية quantum perturbation فى الكون البدائى primordial universe.

نظرية الانفجار الاكبر مبنية على اساسين عظيمين هما مبدأ التكافؤ equivalence principle اى النسبية العامة و المبدأ الكوسمولوجى cosmological principle الذى ينص على ان كل النقاط فى الكون و كل الاتجاهات فى الكون متماثلة.

فى هذا النموذج الكون له عمر محدود وبالتالى فهو حادث مهما اراد البعض ان يتأول هذا الامر.
وتدخل نظرية الانفجار الاكبر تحت خانة النماذج النسبية التطورية evolutionary relativistic models.

لكن قبل ان تثبت القياسات التجريبية منذ بداية التسعينات و بقوة هذا النوذج الكوسمولوجى كان هناك نموذج منافس فى الكوسمولوجيا يعرف باسم نظرية الحالة المستقرة steady state universe لاصحابه بوندى ,Bondi غولد Gold و هويل Hoyle و هو نموذج رائع فى الحقيقة يكون فيه الكون فى حالة توسع ايضا لأن هذا هو الذى نشاهده فعلا لكنه كون قديم لا بداية له و لا نهاية. اذن هو عالم قديم لكن مختلف عن العالم القديم الذى اقترحه اينشتاين (عن طريق ادخال ما يسمى الثابت الكوسمولوجى cosmological constant) فى كونه نموذج مستقر stable تحت تأثير الاضطرابات. وهذا شرط رياضى ضرورى لاى نموذج حتى يكون مقبولا.

هذا الكون القديم يعتمد على المبدأ الكوسمولوجى الكامل perfect cosmological principle الذى ينص على أن جميع النقاط و جميع الاتجاهات و جميع الازمان فى الكون متماثلة. اذن الفرق مع المبدأ الكوسمولوجى العادى أنه حتى الازمان يجب ان تكون متماثلة فى الكون اى ان الكون يجب ان يظهر بنفس الطريقة فى كل الازمان وليس فقط فى كل الاماكن. وهو امر يبدو فى غاية المنطقية. ولهذا فان هذا الكون القديم يسمى نظرية الحالة المستقرة steady state theory لانه لا يتغير مظهره لا عبر الزمن و لا عبر المكان.

ومن اغرب المصادفات ان هذا الكون القديم حتى يحافظ على نفس المظهر خلال كل الازمان فان المادة يجب ان تخلق بصورة مستمرة فيه. وعلى هذا فهو ايضا يسمى نموذج التخلق المستمر continuous creation model.

و هذا فعلا امر لا يصدق!

فنظرية الحالة المستقرة او الكون القديم (هويل Hoyle بالخصوص) تعيب على نظرية الانفجار الأكبر (غامو Gamow بالخصوص) بانها تقول بالتخلق creation عند لحظة الانفجار الاولى و هى تقول بضرورة التخلق المستمر continuous creation.

لكن هذا صراع علمى-علمى و ليس صراع علمى-فلسفى او علمى-دينى وستحسمه التجربة فى الاخير و ليس المنطق او الميتافيزيقا.

هذا التخلق المستمر للمادة ضرورى لان التوسع سيتسبب فى انخفاض درجة الحرارة لكن المادة المتخلقة ستساهم فى عكس هذا التأثير وحفظ درجة الحرارة ثابتة.

ايضا التخلق المستمر للمادة سيساهم فى الحفاظ على ثبات الانطروبى entropy الذى كما شرحنا عدة مرات هو مقياس الزمن. اذن الانطروبى هو مستقر فى الكون القديم مما يعنى ان لا وجود للزمن و مروره وسهمه و ان الزمن لا يظهر أكثر من احداثية مثله مثل المكان تماما.

ايضا التخلق المستمر ضرورى حتى يتم تعويض الفراغ الذى تتركه المجرات المتباعدة بمجرات اخرى جديدة و هكذا يحافظ الكون على مظهره عبر الزمن و المكان. انظروا الصورة.

من الناحية العددية نحتاج قيمة صغيرة جدا لسرعة التخلق: ذرة هيدروجين واحدة فى ستة كلم مكعب من الفضاء فى السنة. اذن نظرية الحالة المستقرة او الكون القديم تقول بأن المادة تتخلق باستمرار من عدم. للمقارنة فان نظرية الانفجار الاكبر تقول ان كل المادة الموجودة فى الكون تخلقت مرة واحدة عند الانفجار الاكبر للمفردة.

لكن هذا امر سيء جدا خاصة بالنسبة للعناصر الخفيفة خاصة الهيليوم و الهيدروجين, التى تقول نظرية الانفجار الاكبر انها تشكلت بالكامل عند الانفجار الاكبر, أما نظرية الحالة المستقرة فتقول انها تتشكل بصورة مستمرة فى السوبرنوفا supernovae وهو عكس ما نراه فى التجربة.

الاسوء من هذا لنظرية الكون القديم جاء مع اكتشاف الكوازارات (مفرد كوازار quasar) وهى اجسام بعيدة جدا جدا و مضيئة جدا جدا قد تصل اضائتها الى 1000 مرة اضاءة مجرة درب التبانة باكملها وهى موجودة فى قلوب المجرات و تأخذ وقودها من الثقوب السوداء الموجودة فى مراكز المجرات.

أهم شيء بخصوص الكوازارات انها بعيدة جدا وبالتالى فهى قديمة جدا. اذن اكتشاف الكوازارات يعنى انه منذ ملايير السنوات كان الكون مختلف جدا عما هو عليه الآن. أى ان الكون يتغير فى الزمن. و هذا مرة اخرى عكس ما تريده نظرية الحالة المستقرة للكون القديم.

أما الضربة القاضية لنظرية الحالة المستقرة فهو اكتشاف الاشارة الحرارية التى خلفها الانفجار الاكبر وهو اشعاع الخلفية الكونية الميكروى cosmic microwave background radiation او اختصارا ال CMB الذى يملأ كل الكون فى كل الاتجاهات.

نظرية الحالة المستقرة او الكون القديم ارادت تفسير هذا الاشعاع على انه ناجم عن نجوم قديمة تم امتصاصه ثم اعادة انبعاثه فى كل الاتجاهات على الصورة التى نراه عليها اليوم. لكن المشكل امام هذا التفسير ان اشعاع ال CMB هو اشعاع ناعم smooth مكافئ لاشعاع جسم اسود black body radiation اى صادر من منبع واحد لا يمكن ان يتصور كيف يمكن ان يأتى من منابع متعددة.

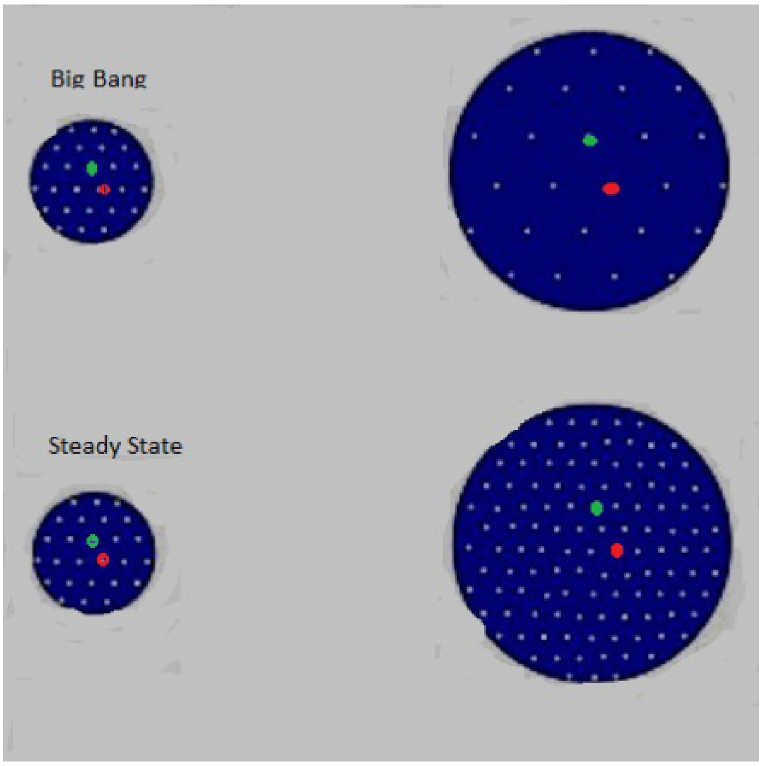
اذكر ايضا بعض الخواص الفيزيائية الاخرى التى تنبأت بها نظرية الحالة المستقرة. مثلا هى تقول ان الفضاء مسطح flat وهو فعلا

كذلك حسب القياسات الاخيرة, و ان التوسع اسى exponential وهذا ليس صحيح حسب ما نعرف اليوم الا فى الماضى السحيق خلال عهد التضخم inflation وايضا عندما تهيمن بالكامل الطاقة المظلمة dark energy على المادة المظلمة dark matter فى المستقبل البعيد و هذا اكيد سيحدث, وهى تقول ايضا ان عمر الكون لا نهائى وهذا ايضا غير صحيح حسب القياسات الاخيرة.

رغم هذا الفشل التجريبي و رغم المنطقية الشديدة التى يقف عليها هذا النموذج الرائع فان نظرية الحالة المستقرة أو الكون القديم هى كما عبر عنها هاوكينج Hawking نظرية علمية جيدة قابلة للتكذيب وهو مصطلح فيلسوف العلوم الأول بوبر Popper وهذا لانها لم تخشى التجربة و قدمت تنبئات محددة كذبتها كلها-باستثناء التوسع - التجربة فيما بعد.

هذه النظرية تؤدى ايضا الى تناقضات فلسفية كان قد صاغها الفيلسوف ويترو Whitrow اذكر منها ابسطها: الكون يحتوى على عدد غير منتهى من المجرات المنفصلة سببيا causally disconnected التى هى من اجل كل الازمان غير قابلة للاكتشاف التجريبى empirically unknowble.

وهذا مثال آخر رائع لكيف ينهزم المنطق السليم الحر امام الحس المقيد بالتجربة و المشاهدة.



شكل 4.8: التخلق المستمر للمادة فى نظرية الحالة المستقرة.

9.8 ملاحظات على السريع

1.9.8 النظرية الفيزيائية

النظريات الفيزيائية الأساسية هى نظريات تُحقق الطريقة العلمية بامتياز -اى أنها ناجحة تجريبيا فى كل او كثير من توقعاتها- و تحقق ايضا الطريقة الرياضية بامتياز لانها تقدم صياغة رياضية واضحة لظواهر طبيعية أوضح.

هذه النظريات الفيزيائية الاساسية هى نظريات قابلة للتكذيب الرياضى (العقلى) و للتكذيب الفيزيائى (الحسى) و ليست علبة سوداء ميتافيزيقية غيبية او فلسفية يصعب التحقق من مكوناتها الداخلية او التحقق من كيفية عملها الخارجى. و تذكروا فان القابلية للتكذيب هو افضل معايير الطريقة العلمية على الاطلاق يرجع الى فيسلوف العلم بوبر.

ومما نعرف اليوم فان النظريات الفيزيائية الاساسية التى تحقق هذه الشروط هى كلها نظريات حقل وهذا يعنى انها:

اولا نظريات نسبية اى منسجمة مع النسبية الخاصة.

ثانيا نظريات كمومية اى منسجمة مع الميكانيك الكمومى.

ثالثا نظريات احادية اى تحترم انحفاظ المعلومات.

رابعا نظريات سببية اى انها تحترم مبدأ السببية.

خامسا هى نظريات موضعية (عموما) اى ان كل التفاعلات هى تفاعلات تقع فى نقطة معينة من الفضاء لا يمكن لتأثيرها ان ينتشر بسرعة أكبر من سرعة الضوء.

سادسا هى نظريات حقل اى ان متغيراتها الاساسية هى حقول و ليست جسيمات.

سابعا هى نظريات جسيمية اى ان الحقول فى الاخير تصف فى طيفها جسيمات اولية و ليس شيئا آخر كالاوتار مثلا.

ثامنا هى نظريات تناظر بالاساس. و بالخصوص التناظر الموضعى المعيارى الذى يتحكم فى كل القوى الكونية.

تاسعا هى نظريات واقعية لا يلعب فيها ما يسمى الوعى اى دور (عموما).

عاشرا هى نظريات قابلة للتنظيم و هذا يعنى عنى باختصار شديد ان هذه النظريات رياضيا خالية من التناقضات و انها رياضيات بحتة لكنها تتمتع بقوة التنبؤ predictive power التجريبى بشكل مذهل.

2.9.8 العلاقة بين التحولات الطورية و معادلة زمرة اعادة التنظيم RG و ال CFT

ولمن يدرس و يصبر ويجد من يوجهه -وهذه شروط ثلاثة ضرورية لكن غير كافية- فانه سيرى ان العلاقة او بالاحرى العلاقات المتشعبة بين:

-اولا التحولات الطورية من الدرجة الثانية second order phase transitions للميكانيك الاحصائى statistical mechanics و فيزياء المادة المكثفة condensed matter physics.

-ثانيا معادلة زمرة اعادة التنظيم renormalization group equation لنظرية الحقل الكمومى quantum field theory وفيزياء الجسيمات الاولية elementary particle physics.

-ثالثا نظرية الحقل الكونفورمال conformal field theory لنظرية الوتر الممتاز superstring theory.

هى علاقات من اعمق ما يكون. وكلما ادرك المرء عمقا انكشفت له اعماق اخرى تحته.

وتذكروا ان الكونفورمال نعنى بها ان هناك تناظرات اضافية تسمى تناظرات السلم scaling transformations تميز الجملة بالاضافة الى الانسحابات و الدورانات. والجملة التى تتميز بهذه التناظرات يعنى انها تظهر بنفس الطريقة تحت المجهر او عبر المنظار مهما كانت درجة التصغير او التكبير. وهذا عكس الحدس لو تأملتم قليلا فالجمل الفيزيائية تحت المجهر تظهر ذرية و عبر المنظار تظهر نجمية اما كونها تظهر بنفس الطريقة فهذا هو المقصود بالجملة الكونفورمال.

اذن العلاقة بين التحولات الطورية و معادلة زمرة اعادة التنظيم و نظرية الحقل الكونفورمال هى واحدة من اعمق العلاقات فى الفيزياء النظرية التى سوف تؤدى يقينا الى نظرية ثقالة كمومية quantum gravity -اى نظرية كل شيء تختزل كل نظريات الفيزياء و الحياة و الوعى و لم لا التطور و الخلق و الفيض فى آن معا فى نظرية واحدة-.

وهى نظرية مبنية على اسس الميكانيك الكمومى العادى -بدون اى تغيير- اين يتم فيها توحيد الفضاء-زمن مع المادة و مع العقل بشكل نهائى كامل.

فى هذا السيناريو المحتمل جدا فان فكرتى الانبعاث-المشهورة فى الاصل فى فيزياء المادة المكثفة- و الاختزال-المشهورة فى فيزياء الجسيمات الأولية- ستلعبان نفس الدور و بنفس القوة.

اقول ان الانبعاث emergence و الاختزال reduction فكرتان متكاملان غير متناقضتان تشكلان اكثر الثنائيات dualities او التقابلات correspondences الفيزيائية اساسية.

و كل هذه الامور نرى ارهاصاتها فى المعادلة أم المعادلات $\mathrm{AdS} = \mathrm{CFT}$ التى طغت بدون منازع على القسم النظرى للفيزياء النظرية منذ اواخر التسعينات.

فهذه المعادلة قد أدت الى تقدم هائل على جميع الجبهات انطلاقا من فيزياء القوة النووية الكبرى و خواصها غير الاضطرابية مثل الحبس confinement و كسر تناظر اليدوانية chiral symmetry breaking الى فيزياء الثقوب السوداء ومعضلة ضياع المعلومات information loss paradox وصولا الى فيزياء التشابك الكمومى quantum entanglement و دوره المحورى فى كل شيء و اى شيء و من بين ذلك لعبه دور وسيط النظام order parameter للتحولات الطورية الطوبولوجية topological phase transition و ايضا دوره فى انبعاث الثقالة الكمومية مع نهاية كلاسيكية صحيحة معطاة بمعادلات اينشتاين للنسبية العامة مثلما يحدث فى الظاهرة الفينومينولوجية phenomenological المسماة بال $\mathrm{ER} = \mathrm{EPR}$.

وهذه ملاحظة على السريع.

3.9.8 رسميا فى الفيزياء القوى اربعة

رسميا فى الفيزياء القوى اربعة و هذه الاربعة هى الثقالة و الكهرومغناطيسية و النووية و الاشعاعية. واى تفاعل آخر يرجع الى هذه الاربعة. وهذه القوى هى قوى أساسية بالضبط لانها تخضع لتناظر يسمى معيارى يؤثر على حالات الجملة الفيزيائية و ينتج بعد التأثير حالات اخرى مكافئة.

الفراغ فى الفيزياء هو ليس عدم بل هو حالة كمومية من حالات الجملة تميز بأنها الحالة ذات الطاقة صفر او بصفة عامة ذات الطاقة الاقل. اذن الفراغ هو ليس بقوة.

اشهر فراغ هو الطاقة المظلمة. و الطاقة المظلمة لها خواص غريبة مثل الضغط السالب و غيرها لكنها تبقى طاقة تنشأ -فى اهم نماذجها- من التقلبات الكمومية للفراغ.

بمعنى ان الفراغ لانه ملئ بجسيمات افتراضية فان هذه الجسيمات يمكن ان تتخلق و تتلاشى عبر القوى الكونية الاربعة الاخرى وينشأ من هذا التخلق و التلاشى طاقة هى طاقة الفراغ الكمومى التى هى نفسها الطاقة المظلمة.

قوة كازيمير هى قوة اخرى ناجمة عن الفراغ الكمومى من نفس طبيعة الطاقة المظلمة و هى مقاسة تجريبيا لكن اصلها هو القوة الكهرومغناطيسية فهى ليست اذن قوة مستقلة.

الاستثناء الذى ربما هو فعلا استثناء أو هو ربما فعلا ليس اسثناء هو فعل الرصد الكمومى فذلك امر لم يُختزل بعد الى القوى الاربعة و قد اسميته شخصيا (لا اظن انى قرأتها عند أحد) بالقوة الخامسة.

كل هذا صحيح الى غاية المفردة الاولى عند الانفجار الاكبر.

قبل المفردة ليس لنا الا الميتافيزيقا. وليس على اى أحد ان يلوم اى احد عند هذه النقطة.

فالدين قدم هنا تصور و الفلسفة قدمت تصور و العلم عجز.

اذن لا ملام على من تدين او تفلسف عند هذه النقطة لانها خيارات شخصية بعضها عقلانى و بعضها روحى و بعضها وراثى و بعضها شخصى و الكل حر و يمكننا دائما ان نرجع كلنا الى ما بعد الانفجار الاكبر ونتفاهم كلنا على ما تقوله الفيزياء.

4.9.8 مبدأ التناظر و علم النفس الفطرى و الغيبوبة الدوغماتية

مهما قلنا و شرحنا و كتبنا فاننا سنكون مقصرين فى اعطاء مبدأ التناظر و دوره المحورى فى الفيزياء الاساسية حقه بالكامل. فهو لا يقل اهمية و فى بعض الاحيان قد يبدو انه يتفوق على مبدأ السببية فى الاهمية.

لكن السببية ربما اقوى فى كونها ضرورة طبيعية و عند بعضهم ضرورة عقلية وهذا واضح -كونه ضرورة طبيعية- حتى بالنسبة لغير المختص. فالسببية مغروسة فعلا فى الفطر.

اما التناظر فهو ضرورة طبيعية فقط بعد التأمل العميق فى الكون و بناءه. و لهذا فهو يؤخذ كمسلمة -بمعنى مبدأ صحيح بنتائجه المترتبة عليه- فى النظريات الفيزيائية.

والفيزيائى النظرى هو فيزيائى جيد فعلا اذا كان دائم الرجوع الى مبدأ التناظر فى تحقيق الفهم العميق و الاعمق و الا فهو فيزيائى تقنى ليس الا -وهو مصطلح صديقى المصرى-.

فكل الفكرة الفيزيائية النظرية الحديثة قائمة على هذا المبدأ وهذا حتى لو لم يكن التناظر متحقق بالكامل و بشكل مضبوط خارج الذهن فى الطبيعة.

وهذا هو التزام الفيزياء بالمقارنة مع الفلسفة.

فالفلسفة كانت اول من تكلم عن ما تسميه مبدأ النظام فى الطبيعة لكنها لخلطها الشديد بين الفيزيائى و الميتافيزيقى لم تستطع ان تلتزم بهذا المبدأ الذى افترضته و هى لم تستطع ايضا الالتزام لسبب اختلاط المعرفى بالميتافيزيقى خاصة الدينى منه عند الفلاسفة.

فالفلسفة الخلط فيها شديد و التشكيك فيها اشد فى كل شيء حتى السببية عندهم ليست ابدا بذلك الوضوح الذى يجده المرء فى فطرته و مثلا ايضا فان الوعى هو ايضا ليس بذلك الوضوح عندهم كما يجد الانسان من نفسه وهم يُسمون الاعتماد على الفطرة فى التسليم بالوعى و السببية و غيرها من الامور -التى لا يسلمون بها بداهة -علم النفس الفطرى folk psychology.

ولهذا ولكل هذه الاسباب فان قوة مبدأ النظام او مبدأ التناظر لم تُستثمر بعد الى منتهاها فى الفلسفة.

اما الفيزياء فموقفها الاساسى من الميتافيزيقى هو حقيقة او على الاقل عدم الاكتراث. او اذا اردت ان اكون دقيقا فاننى اقول ان كون الفيزياء علم تجريبى بالاساس فان موقفها على الاكثر من الميتافيزيقى هو موقف السلف المشهور الذى ينص على -أمروها-.

ولهذا فان الفيزياء استغلت مبدأ التناظر الى اقصى حدوده. و لم تلتفت الى امكانية تحديد هذا المبدأ للفعل الالهى الميتافيزيقى او غيرها من الاعتبارات التى تخص صفات و افعال العلة الاولى بازاء العالم -بغض النظر عن كون العالم قديم او محدث او فى منزلة بين المنزلتين-.

لكن كل هذا لن يردعنا عن ممارسة الميتافيزيقا مع محاولة التذكر دائما اننا اولا و قبل كل شيء فيزيائيين نظريين ثم محاولة الابتعاد دائما عن فخ الفلسفة الدينية ومتاهاتها التى لم يخرج منها الفحول انفسهم لكن مع الاعتراف ايضا بحق الفلسفة و فضلها السابق. فهى تسأل عن كل شيء و اى شيء و لا يوجد شيء عندها واضح بديهى وهذا يجعل الفكر الحر و كذا المفكر الحر لا يركن ابدا الى الغيبوبة الدوغماتية-وهذا تحوير على مصطلح كانط-.

5.9.8 اليأس و الملل فى الفيزياء النظرية: تكامل الطريق

فايمان Feynman احد عباقرة الفيزياء النظرية المعدودين. اكتشف -من بين ما اكتشف- ما يسمى الآن تكامل الطريق path integral و هى طريقة للتكميم فى قمة القوة و الشمولية تختلف عن الطريقة القانونية اختلافا يكاد يكون جذريا و لا يعرف الربط بينهما الا من درسهما مرارا و تكرارا.

اذن هو اكتشف تكامل الطريق وهو كان يظن عندها انه حل مشكلة التباعد divergence و مشكلة الفراغ vacuum فى نظرية الحقل الكمومى لكن اتضح بسرعة ان طريقته مكافئة تماما للطريقة القانونية و بالتالى تعانى من نفس المشاكل.

لكن المؤكد ان تكامل الطريق هى الطريقة الوحيدة للتكميم التى لا تعجزها اى جملة فيزيائية مهما كانت. و التكميم هى عملية الذهاب بالجملة الفيزيائية من قوانين نيوتن التقريبية الى قوانين الميكانيك الكمومى المضبوطة.

وتكامل الطريق يحتاج بشكل اساسى ضرورى الى الفعل action اى فعل الجملة الفيزيائية وهو مقدار فيزيائى متناسب مع الفرق بين الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة لتلك الجملة. هذه النقطة الاولى.

النقطة الثانية بخصوص الوتر.

الكل كان يعرف ان فعل الوتر يعطى بفعل نامبو Nambu و غوتو Goto او فعل هوى Howe و ديزر Deser و زومنو Zumino وهو الفعل المتناسب مع مساحة الورقة-الكونية world-sheet للوتر.

لكن لا احد كان يعرف كيف يطبق تكامل الطريق على الوتر حتى جاء بولياكوف Polyakov والذى فعله بولياكوف كسف كل الذى قام به غيره من قبل.

فالفعل الذى اكتشفه الناس قبله اصبح اليوم يسمى فعل بولياكوف.

و تكامل الطريق لفايمان خاصة الوتر لا يسمى الآن الا تكامل الطريق لبولياكوف.

اذن حتى اسم فايمان العظيم تم مسحه بالكامل من هذا العنوان لعظمة و اناقة و قوة ما فعله بولياكوف بذلك التكامل عبر استخدام نظرية الحقل الكونفورمال conformal field theory ايضا و بشكل غير مسبوق.

اذن بولياكوف لم ييأس و لم يمل و لم يقل لنفسه ماذا يمكننى أن افعل بعد الذى فعله نامبو و غوتو و زومينو و هوى و ديزر وقبل كل هؤلاء ما قام به من هو اعظم منه و منهم فايمان. لكنه فقط اشتغل و اجتهد ولم ييأس و لم يمل و الذى فعله انسى الناس فى الذين سبقوه و من بينهم فايمان.

فهو فعل بولياكوف و تكامل الطريق لبولياكوف.

اليوم فى تجربتنا الشخصية نجد ان اغلب الاساتذة و الطلبة عندما نبدأ اى مشروع دراسى او بحثى فان اول سؤال يسأله الجميع هو: ماذا يمكننا ان نفعل نحن و ما هى الاضافة التى يمكن ان نقدمها بالمقارنة مع الذين سبقونا وهم افضل منا؟

هذا سؤال خطأ.

السؤال الحقيقى هو: هل يمكن ان نفهم من سبقنا فعلا و نوصل ذلك الفهم الى غيرنا, اما الاضافة من عدمها, فهى ربما تكون و ربما لا تكون, وربما تكون صغيرة و ربما تكون كبيرة, كل هذه الامور فعلا لا نتحكم فيها, لكن هل يمكن ان نفهم فايمان و بولياكوف و غيره و نوصل ذلك الفهم الى الاجيال القادمة, هذا اعتقد يمكن ان نتحكم فيه تماما, وهو ليس بالامر الهين فى حد ذاته.

هذا هو السؤال الحقيقى. اما السؤال الأول اعلاه فهو يعبر عن يأس و ملل و عن الوظيفة و لا يعبر عن ماهية العلم و البحث و الدرس و حقيقتهم.

6.9.8 السراب الذى يجب ان ينقشع والحشو الذى يجب ان ينفضح: نظرية الوتر

بعد ان تدرس نظرية الوتر لسنوات طويلة, مع و قبل و بعد نظرية الحقل و النسبية العامة, دراسة برهانية و دراسة عامة و دراسة رياضية و دراسة فيزيائية, فانك تكتشف بعد وقت طويل تصرفه عليها, وهذا عند بداية تحقيق فهم عميق و اعمق للموضوع, انك لا تواجه فى الحقيقة

فى نظرية واحدة لكنك تواجه فى نظريات عديدة تتداخل و تتكامل و تتصارع و ان اى فهم حقيقى لهذا التوليف العجيب لن يتأتى الا اذا فهمت كل هذه النظريات وعلاقاتها المتشابكة بشكل لا يقل عمقا و تأصيلا عن فهمك لنظرية الحقل الكمومى و نظرية النسبية العامة.

هذه النظريات المختلفة الخصها فى العشرة (وهذا رأيى) الآتية:

-نظرية الحقل المعيارى gauge field theory الكمومى. و اشهرها على الاطلاق نظريات يانغ و ميلز Yang − Mills theories و هى يمكن ان تعيش فى اى بعد و تلعب فيها التناظرات الممتازة supersymmetry الشاملة global و تناظرات الكونفورمال conformal invariance الشاملة بالاضافة الى التناظرات المعيارية gauge transformations الموضعية local دورا لا تكفى فى وصفه لفظة محورية.

-النسبية العامة و خاصة ما يخص الثقوب السوداء. فعليكم ان تعرفوا الثقوب السوداء اكثر من معرفتكم لاصدقائكم.

-نظريات الثقالة الممتازة supergravity خاصة فى 10 ابعاد (وهناك خمسة منها) و فى 11 بعد (وهناك نظرية واحدة).

-نظرية الاوتار البوزونية Bosonic و هى تعيش فى 26 بعد. هنا درجات الحرية هى اوتار و ليست جسيمات نقطية او حقول. و لفظة "البوزونية" تعنى ان هذه الاوتار لا تحتوى على فرميونات fermions اى جسيمات ذات سبين يساوى عدد نصف صحيح.

لكن هناك أجسام اخرى فى هذه النظرية تعرف باسم براينات branes دريشلى Drichlet أو براينات-D اختصارا اى D − branes. والبراين brane هو تعميم للنقطة و الوتر و الغشاء الى الابعاد العليا اذن هو عبارة عن غشاء-فائق hyper − membrane ينتشر فى الفضاء-زمن.

من الناحية اللغوية لفظة "البراين" اتت من كلمة brane وهى المقطع الثانى من كلمة membrane. وكما تعرفون فان mem تعنى اثنين. اذن ننزع هذه ال mem و نضع مكانها p لانه يمكن ان يكون لدينا p=0 وهو الجسيم او p=1 وهو الوتر او p=2 وهو الغشاء او اكثر من ذلك. و نسمى اذن هذه البراينات معا البراينات-p أى p − branes. براينات دريشلى D هى براينات p التى تحقق الشروط الحدية لدريشلى.

-نظريات الاوتار الممتازة و هى تشبه البوزونية لكن مع شرط التناظر الممتاز مضاف اليها و عليه فانها لا تستطيع ان تعيش الا فى 10 ابعاد.

وهناك خمسة منها وهى النوع الاول Type I, النوع الثانى ألف Type IIA, و النوع الثانى باء Type IIB, والنوع الهجين heterotic بزمرة $SO(32)$ و النوع الهجين بزمرة $E_8 \times E_8$.

فقط الزمر اعلاه مسموح بها فى نظرية الوتر.

هناك اوتار مفتوحة و هى تعبر عن الحقل المعيارى و اوتار مغلقة وهى تعبر عن الحقل الثقالى.

هناك ايضا براينات هنا و هى تلعب بالضبط دور الشحنات الكهربائية و المغناطيسية فى الفيزياء العادية.

هذه الاوتار الممتازة مرتبطة ببعضها البعض عبر تناظرات تسمى الثنويات dualities التى هى تعميم للثنوية الكهربائية-المغناطيسية الموجودة فى الكهرومغناطيسية اذا افترضنا وجود اقطاب مغناطيسية magnetic monopoles.

فى كل نظريات الوتر تلعب تناظرات الديفيومورفيزم dffieomorphism الموضعية دورا استراتيجيا.

-النظرية M وهى مجهولة عموما لا نعرف عنها يقينا الا انها تعيش فى 11 بعد وان نهايتها فى الطاقات الدنيا هى الثقالة الممتازة فى 11 بعد. ربما درجات الحرية الاساسية لهذه النظرية هى الاغشية. لكن المؤكد ان هذه النظرية تحتوى على الغرافيتون الممتاز و الغشاء M2 و الغشاء M5.

-النموذج المصفوفى المعروف باسم IKKT وهو التسوية غير-الاضطرابية non − perturbative regularization الوحيدة المعروفة لنظرية الوتر.

-النظرية المصفوفية المعروفة باسم BFSS او BMN و التى نحصل عليها من تكميم الغشاء فى 11 بعد او من التكميم المتقطع discrete quantization فى المخروط الضوئى light cone او اختصارا تكميم ال DLCQ للنظرية M و نحصل عليها ايضا من الاختزال reduction لبعد واحد لنظرية يانغ و ميلز فى عشرة ابعاد لكن ايضا نحصل عليها من التضميم compactfiication للنموذج المصفوفى على الدائرة.

-نظرية الثقالة الكمومية quantum gravity فى بعدين. التثليث الديناميكى dynamical triangulation لهذه النظرية له علاقة وثيقة جدا و عميقة جدا بالنموذج المصفوفى D=0 و النظرية المصفوفية $D = 1$.

-الثنائية المعيارية/الثقالية gauge/gravity duality وهى اعمق انجازات نظرية الوتر على الاطلاق وهى نظرية هائلة ربما تغلب اليوم على نظرية الوتر الهائلة نفسها.

اذن سراب النظرية الواحدة المسماة نظرية الوتر يجب ان ينقشع لتحل محله حقيقة النظريات العشرة (على الاقل) التى اصلها وفصلها و تزعمها عباقرة الفيزياء فى الخمس و الاربعين سنة الماضية-وهو عمرى بالضبط- فى هجومهم الساحق-برى و بحرى و جوى- على معضلة ماهية الواقع وماهية تفاعلنا -او بالاحرى تفاعلهم هم- مع هذا الواقع باستخدام كل الاسلحة المشروعة و غير المشروعة -واهمها على الاطلاق سلاح الرياضيات البحتة-التى لا يجب ان يمارسها من تخصص فى الرياضيات عندنا-و لكن ايضا مؤخرا باستعمال سلاح الرياضيات

التطبيقية -وبعض من تخصص فى الفيزياء النظرية عندنا يرفض استعمال هذا السلاح رغم انه لا يعرف استعماله اصلا و لا استعمال الرياضيات البحتة التى تبقى مستوى آخر-.

اذن هم عباقرة و يستخدمون كل ما عرفته الفيزياء و ايضا الرياضيات البحتة و التطبيقية اما عندنا فبعضهم ما زال يتأمل و الآخر يرفض وكأنهم يقدرون حقيقة-وهو المضحك فى الامر- على ما يتأملون فيه او يرفضونه.

لكن هل حقق هؤلاء العباقرة اى تقدم فى هجومهم هذا؟

الحقيقة الجواب على هذا السؤال عليه ان ينتظر حتى يتحقق و يتأكد باقى الفيزيائيون العاديون من أن الذى قام به هؤلاء الفيزيائيون العباقرة فى اقل من خمسين سنة هو فعلا يحقق معايير الطريقة العلمية-لانها هى المعيار النهائى- وهى الطريقة التى اخترعها اسلافهم جميعا.

اذن علينا ان ننتظر حتى يتحقق العاديون و يتأكدوا من ان انجاز هؤلاء العباقرة ليس بالحشو او نوع آخر من الحشو الذى مارسه و مازال يحب ان يمارسه اصحاب الفلسفة و التدين و الانسانيات والذى لا ينتصر فيه الا من يستطيع ان يحشو اللغة فى المنطق و المنطق فى اللغة حتى تضيع اللغة و يضيع المنطق ثم يقول لك فى الاخير لا اللغة حجة و لا المنطق حجة.

7.9.8 ماذا يوجد وراء حدود العالم؟

والعالم هو كل وجود مادى او عقلى او فضاء-زمن او اى شيء يدخل تحت خانة الفيزياء. اذن السؤال اعلاه بصيغة اخرى هو: ماذا يوجد وراء الوجود؟

اذن ترون كيف انهار السؤال بسهولة.

لم يبقى الا الوجود الميتافيزيقى الغيبى. اما هذا فلا تدخل فيه الفيزياء و هو مجال الفلسفة البحتة.

ربما الجواب ان ما يوجد خارج العالم هو الله كما يقول ابن تيمية. وهذا ايضا غير مقنع البتة و خطير جدا لن ندخل فيه.

نعيد صياغة السؤال بشكل فيزيائى كالآتى. ماذا يوجد وراء حدود الكون المرصود؟

والكون المرصود هو الكون المنتهى المحدد بسرعة الضوء اى اننا يمكننا ان نراه. والحجم الذى يحتويه يسمى حجم هابل Hubble volume.

الجواب الاول و هو افضلها يعطى بنظرية التضخم inflation theory: الكون المرصود هو فقاعة واحدة من عدد لانهائى من الفقاعات فى عالم لانهائى.

الجواب الثانى يعطى بالابعاد الاضافية مثلا التى تتنبأ بها نظرية الوتر. اذن نحن نعيش على براين بعده اربعة فى فضاء-زمن ب 10 ابعاد (الوتر) او 11 بعد (الغشاء). والثقالة تعيش فى هذه الابعاد ال 10 أو 11 لكنها تتسرب الى الابعاد الاربعة اما القوى الاخرى فهى ملزمة بان تعيش على البراين. لهذا فان الثقالة اضعف لانها مميعة فى ابعاد اضافية لكن ايضا هذا هو السبب الذى يجعل الثقالة اهم قوة فى الكون على الاطلاق.

الجواب الثالث التدفق المظلم dark flow: يلاحظ العلماء منذ سنوات حركة جماعية لتجمعات مجرية (هل تعلمون ماهو التجمع المجرى و ماهو حجمه؟) فى اتجاه واحد بسرعات تقارب ال 2 مليون ميل فى الساعة. وهذا التدفق الاسود يتحدى كل نظرية الانفجار الاكبر. التفسير ان هناك شيء خارج حجم هابل يؤثر بقوة ثقالة هائلة على هذه التجمعات المجرية ويؤدى بها الى الانزياح بهذا الشكل. لكن هذا يعنى ان هذا الموجود خارج حجم هابل ليس منتظم و منسجم كما فى بقية الكون المرصود.

الجواب الرابع خارج حجم هابل يوجد كل شيء. و هنا كل شيء بالمعنى الفيزيائى و الميتافيزقي اذن هى تعنى كل شيء و منها عدد لانهائى من النسخ للكون المرصود نفسه وهذا يعنى عدد لانهائى من المجرات المتطابقة مع مجرة درب التبانة فى كل شيء. وعدد لا نهائى من المجموعات الشمسية المطابقة لمجموعتنا. و عدد لانهائى من الارضين المطابقة لارضنا.اذن يوجد عدد لانهائى من النسخ من كل شخص وجد او موجود او سيوجد على ظهر الارض فى اماكن اخرى خارج الكون المرصود.

وهذه بعض النظرات الفيزيائية لمسألة ليست فيزيائية محضة.

8.9.8 الغصب و الشذة فى التناظرات

الفيزيائى النظرى الجيد هو كائن (أرضى و بعضهم ربما فضائى لذكائه المفرط الذى يجعلك تشك جديا انه قد يكون ذكاء غير انسانى) مهوس بالتناظر. فعندما تعطيه جملة فيزيائية فان اول سؤال سوف يسأله هو: ماهى التناظرات التى تتميز بها هذه الجملة؟ و هل هى مكسورة ام مضبوطة؟. فاذا كانت التناظرات مضبوطة فان الحل الرياضى للمسألة الفيزيائية هو تقريبا فى اليد.

ولان الفيزيائى النظري الجيد هو ايضا جيد جدا لغويا (قديما كانوا فى لغاتهم متمكنين متحكمين و اليوم فى اللغة الانجليزية لانها لغة أم الفيزياء النظرية و العلم ككل فهم ايضا متمكنين متحكمين) فانه عندما يجد ان التناظرات مكسورة يسأل ماهو نوع كسرها؟.

اذن هناك:

-تناظرات داخلية internal و تناظرات خارجية external وهناك تناظرات موضعية local و تناظرات شاملة global وهناك تناظرات مستمرة continuous و تناظرات متقطعة discrete وهناك تناظرات عادية ordinary و تناظرات ممتازة super الخ.

-وهناك التناظر المضبوط و يسميه الغربى exact و هو الذى لا يعانى من اى انكسار ابدا و هو أهم نوع على الاطلاق و بعضها حيوى الى الحد الذى لو لم يكن موجودا لتوقفت عجلة الفيزياء تماما عن التقدم.

-لكن هناك التاظرات المكسورة صراحة و يسميها الغربى broken explicitly فاذن هى ليست تناظرات حقيقية وهى مكسورة صراحة بمعنى ان هناك حد فى دالة الطاقة لا يحترمها بشكل واضح.

-لكن هناك التناظرات المكسورة تلقائيا و يسميها الغربى broken spontaneously وهذا أهم نوع على الاطلاق بعد المضبوطة و هى تشبه المضبوطة فى قوتها و هى تعنى ان التناظر غير مكسور حقيقة رغم المصطلح اللغوى و الفيزيائى لكنه مخفى فقط وراء قناع من الانكسار الظاهرى. فالطاقة متناظرة تماما لكن الجملة باختيارها احد الحالات الفيزيائية تكسر التناظر ظاهريا.

-وهناك تناظرات تقريبية ويسميها approximate و هى موجودة و مفيدة جدا جدا هى الاخرى. وهى تقريبية لان الانكسار صغير جدا يمكننا ان نتعامل معه رياضيا عبر نظرية الاضطرابات.

-ثم هناك تناظرات حادثة و يسميها accidental وهى تعنى ان التناظر موجود لكن لا يوجد مبدأ او تفسير يعتمد عليه.

- ونصل الى سبب كتابتى لهذه الفقرة. فهناك تناظرات يسميها الغربى violated و تعريبها الواحد و الوحيد هو المغتصبة.

فهذه تناظرات مغتصبة و ليست فقط مكسورة اولا لان الانكسار قصوى maximal اى كبير جدا جدا و ثانيا لان الطبيعة هى التى تغتصب هذا التناظر الذى يبدو للعقل منطقى جدا جدا.

وأشهر هذا النوع اغتصاب التناظرات المتقطعة discrete symmetries التالية: تناظر العكس فى الفضاء او المرآة parity الذى يرمز له ب P و تناظر ارفاق الشحنة charge conjugation الذى يرمز له ب C و تناظر العكس فى الزمن time reversal الذى يرمز له ب T و لكن اشهرها قاطبة هو اغتصاب ال CP و هذه كلها ظواهر تتميز بها فقط التفاعلات الضعيفة النووية الاشعاعية فى الكون.

اذن الامريكى يسميها اغتصاب violation و ليس كسر breaking دون ان تراوده اى فكرة سيئة فى ذهنه. فالطبيعة بكل بساطة عنيفة و فظة بازاء هذه التناظرات و تكسرها بشكل سمج و لهذا جاء المصطلح ليعبر بعنف لغوى عن هذا العنف الطبيعى.

-وحتى اصدمكم أكثر فان الفيزيائى النظرى الغربى الجيد المتمكن لغويا -انجليزيا- لديه نوع آخر من التناظرات يسميها التناظرات الشاذة anomalous symmetries وهى تلك التناظرات التى رغم انها مضبوطة كلاسيكا فانها تتكسر عبر التصحيحات الحلقية الكمومية quantum loop corrections.

اذن هذان مصطلحان (الاغتصاب) و (الشذوذ) صحيحان تماما فيزيائيا و حتى لغويا دون اى محتوى اخلاقى او دينى لمن فهمهما فعلا و اننى ملتزم بهما حتى يأتى احدهم باقتراح بناء يعكس الفيزياء تماما -كما أفهمها شخصيا- دون ان يهيم و يتوه فى غياهب لغة امرؤ القيس.

والاجيال القادمة اذا كانت ستكون هناك اجيال قادمة -فقد ننقرض كلنا بهذه العقلية و الثقافة التى نحن عليها اليوم- سيكون لها الكلمة الاخيرة فى ترسيم المصطلح من عدم ترسيمه. و الاولوية دائما ترجع للمتخصص الفيزيائى المتمكن الى حد محترم فى اللغة العربية و ليس للمتخصص اللغوى -اذا كان هناك متخصص لغوى مهتم بهذه الامور- غير المتمكن فى الفيزياء. واعلموا ان كل ترجماتى ليست خبط عشواء فوراءها تفكير ملى و عميق و هى متغيرة ايضا -حسب تطور الفهم اللغوى و الفيزيائى عندى- سيلحظ ذلك من واظب على قراءة منشورات صفحة الفايسبوك و المدونة.

10.8 سير العلماء الفحول

1.10.8 صراع بور و أينشتاين

خطايا بور

حتى العظماء يرتكبون الاخطاء العظيمة, واكثر من مرة, فمثلا الفيزيائى الشهير بور انتقد الفيزيائين النظريين الاتية اسمائهم:

- انتقد و بشدة فكرة كمات quanta الضوء التى حل بها اينشتاين مسألة الفعل الكهروضوئى photoelectric effect.
- ثبط عزم ديراك فى عمله على معادلة موجة الالكترون التى تنبأ باستعمالها بالمادة المضادة antimatter.
- عارض نظرية باولى Pauli فى تفسير التفاعلات النووية الضعيفة المسماة تهافت بيطا الاشعاعى radioactive beta decay بادخال جسيم النيترينو neutrino.

- استهزأ بنظرية يوكاوا Yukawa فى تفسير التفاعلات النوية القوية strong nuclear interactions عن طريق ادخال جسيم البيون pion الذى هو اول ميزون meson تم اكتشافه.

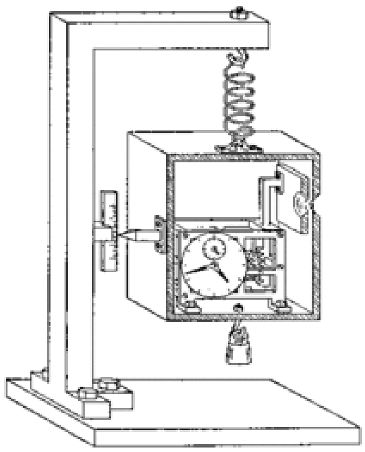
- استهان بمقاربة فايمان Feynman لنظرية الالكترودیناميك الكمومى quantum electrodynamics.

كل هذه الامور التى لم يقدرها حق قدرها هذا الفيزيائى العظيم و استهان بها اتضح فيما بعد انها صحيحة, و أكثر من هذا, تحصل اصحابها كلهم على جائزة نوبل فى الفيزياء على هذه المواضيع بالضبط, باستثناء باولى الذى تحصل عليها على مبدأ الاستبعاد exclusion principle. لحسن حظ بور فانه تحصل قبل كل هؤلاء على جائزة نوبل و كان رأيه فى اصعب المسائل, الميكانيك الكمومى, هو الاصح.

اينشتاين ضد بور

"كانت صدمة هائلة لبور. الذى لم يستطع فى البداية التفكير فى حل. صرف كل تلك الليلة, فى حالة انفعال شديدة, جيئة و ذهابا بين العلماء, محاولا اقناعهم بأن ذلك لا يمكن أن يكون صحيحا, وانها ستكون نهاية الفيزياء اذا كان اينشتاين مصيب, لكنه لم يستطع ايجاد أى حل للمعضلة. لم استطع ابدا ان انسى صورة الخصمين العنيدين عندما غادرا النادى. اينشتاين, الطويل العريض, يمشى بهدوء, بابتسامة استهزاء خفيفة, و بور يهرول بجانبه مستثار الى اقصى الحدود. لكن الصباح الموالى عرف انتصار بور المؤزر".

هذا كلام ليون روزنفالد Leon Rosenfeld احد العلماء الحاضرين فى مؤتمر سولفاى Solvay السادس عام 1930 يتحدث عن رد فعل بور لتحدى آخر رفعه اينشتاين فى هذا المؤتمر ضد الميكانيك الكمومى وبالضبط ضد مبدأ الارتياب uncertainty principle لهايزنبرغ Heisenberg. هذا التحدى يعرف الآن باسم علبة اينشتاين.



شكل 5.8: علبة اينشتاين. صورة مأخوذة من [24].

اولا: مبدأ الارتياب ينص أنه لا يمكن, من الناحية المبدأية, قياس اى مقدارين فيزيائيين مترافقين فى آن واحد بدقة لا متناهية. اذن الدقة التى سنختارها كما نشاء فى قياس مقدار فيزيائى معين, ستحدد الدقة القصوى التى نستطيع ان نقيس بها المقدار الفيزيائى الآخر المرفق به. وكلما زادت الدقة الاولى نقصت الدقة الثانية و العكس وجداؤهما هو بالضبط ثابت بلانك. هذا القصور هو تأثير فيزيائى كمومى بحت وليس هو عجز انسانى او عجز تكنولوجى-وارجوا ان تركزوا فى هذه النقطة التى تغيب حتى عن ذهن الكثير حتى من الفيزيائيين-. أما المقادير المترافقة فكثيرة. مثلا الموضع و كمية الحركة ومثلا الزمن و الطاقة.

ثانيا: ادعى اينشتاين فى المؤتمر اعلاه انه يستطيع أن يقيس الزمن و الطاقة بدقة كيفية كما يلى. تصور علبة محكمة الاغلاق جدرانها عبارة عن مرايا عاكسة تحتوى على ضوء. يمكن ان نزن العلبة و الضوء الذى تحتويه باى دقة نختارها. نجهز العلبة بميكانيزم يسمح بفتح ثقب صغير فى العلبة, ثم بغلقه مباشرة, بعد ان يتسرب فوتون-اى جسيم الضوء- واحد فقط من العلبة. نفتح الميكانيزم فى اى لحظة نختارها. يقول انشتاين: نحن نعرف بالضبط الزمن الذى يخرج فيه الفوتون, ونعرف ايضا طاقته عن طريق وزن العلبة من جديد, واخذ الفرق فى الكتلة بين الوزن الاول و الوزن الثانى, ثم استخدام العلاقة النسبية التى تربط الطاقة بالكتلة, لمعرفة الطاقة. اذن يقول اينشتاين انه بهذه الطريقة سنحسب الزمن و الطاقة باى دقة نريدها لكليهما و هذا مناقض لمبدأ الارتياب و للميكانيك الكمومى.

هذا هو ما صدم بور فى الصميم. لكن الرجل وجد الحل فى خلال ليلة واحدة, فهو ليس اقل ذكاءا, وككل المرات التى تصارع فيها بور مع اينشتاين على الميكانيك الكمومى, ينتصر بور, ولهذا فهو بحق أب الميكانيك الكمومى, الذى دافع عنه-اى عن الميكانيك الكمومى- بشراسة منقطعة النظير, ضد هجمات اينشتاين الاكثر شراسة.

لكن الجميل ان هذا صراع علمى, فهما صديقان, و كل هذا لم يفسد بينهما للود قضية, وهذه مزية لا يتمتع بها آخرون كثيرون فى مجالات أخرى كثيرة خاصة الفلسفة.

لكن ما هو الحل بالضبط؟

ثالثا: يقول بور أن العلبة ستتحرك حركة شاقولية تحت تاثير اى تغير فى الكتلة. هذا يؤدى الى ارتياب فى السرعة الشاقولية وبالتالى ارتياب فى الارتفاع. من الجهة الاخرى, النسبية العامة- نسبية اينشاين نفسه- تنص على أن الثقالة تؤثر فى الزمن, اذن فإن الارتياب فى الارتفاع يؤدى الى ارتياب فى الزمن. يعنى لا مهرب, الميكانيك الكمومى و بالخصوص مبدأ الارتياب صحيح: لا يمكن قياس الطاقة و الزمن فى آن معا بدقة كيفية. القياس الجيد للطاقة سيؤدى الى قياس سيئ للزمن و العكس.

اينشتاين قبل هذا الحل, الذى يمكن ان نسميه نحن هزيمة, لاننا نحب الكلمات الكبيرة, قبله اقول بكل صدر رحب. لكن الصراع بين وجهة نظره ووجهة نظر بور استمر الى غاية يومنا هذا.

انتصار بور من وراء القبر ايضا

الميكانيك الكمومى ينص على أنه لا يمكن تدمير او افناء المعلومات. واخطر مهدد لهذا الامر هو الثقب الاسود الذى يبتلع كل شيئ يمر عبر افق الحدث دون امكانية الرجوع. هاوكينج نفسه, الذى اكتشف عام 1974 ان الثقب الاسود ينبعث منه اشعاع حرارى مثله مثل اى جسم آخر محفوظ عند درجة حرارة ثابتة, لكن درجة حرارته متناسبة عكسا مع كتلته, كان يعتقد فعلا ان المعلومات تفنى و تختفى داخل الثقب الاسود. وان الاشعاع سيستمر حتى يتبخر الثقب الاسود بالكامل و تضيع المعلومات الى الابد [25, 26].

لكن بقية المجتمع الفيزيائى كانت وفية لبور و كانت تعتقد ان هذا غير ممكن وان المعلومات لا يمكن ان تضيع داخل الثقب الاسود. ووصل الامر بالفيزيائى جون برسكل John Preskill أن تحدى هاوكينج على الملأ بأن المعلومات لا يمكن الا ان تكون محفوظة داخل الثقب الاسود, وراهنه على ان الخاسر يجب ان يشترى للفائز, موسوعة من اختياره.

لكن ماهو بالضبط البرهان الذى قدمه هاوكينج؟

البرهان يستخدم نظرية الحقول التى تنص على أن الفراغ ليس عدم لكن يحتوى على عدد لا نهائى من الازواج الافتراضية من الالكترونات و البوزيترونات, حيث ان البوزيترون هو الجسيم المضاد للالكترون, التى تتخلق وتتلاشى بصورة مستمرة خارج الثقب الاسود. فى بعض الاحيان التخلق يقع بالضبط على افق الحدث خاصة الثقب الاسود, وقبل ان يتلاشى الزوج الى فوتون- جسيم الضوء- كما هى العادة, فإن احد الجسيمين يسقط سقوطا حرا وراء افق الحدث داخل الثقب الاسود, أما الجسيم المضاد فإنه يطير فى الاتجاه المعاكس خارج الثقب الاسود على شكل اشعاع هاوكينج.

اذن كل مرة يمتص فيها الثقب الاسود احد هذه الجسيمات, التى طاقتها سالبة, فإن كتلته تتناقص. ويستمر الامر هكذا حتى تنعدم الكتلة و يختفى الثقب الاسود من الوجود. وتضيع كل تلك المعلومات معه.

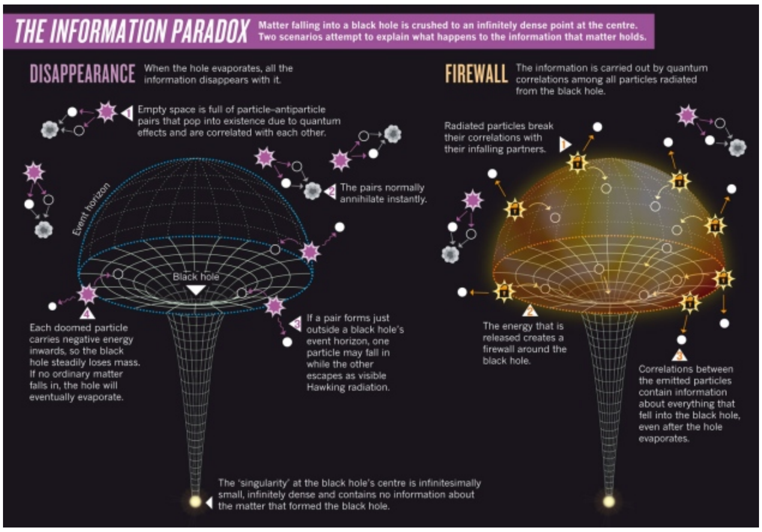
هذا هو ما يعرف باسم معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود the black hole information loss pradox.

لكن ماهو الحل؟

هل المعلومات تضيع او لا تضيع داخل الثقب الاسود؟

الجواب الحاسم على هذه المسألة أتى من نظرية الاوتار و بالخصوص اكتشاف الفيزيائى الشاب مالداسينا Maldacena عام 1997 المعروف بإسم الثنائية الثقالية- المعيارية gauge – gravity duality الذى اعطى الحل باستخدام ظاهرة الهولوجرافى holography التى كان الفيزيائى الشهير توفت t'Hooft قد اقترحها سنوات قبل ذلك [27, 28].

لكن المهم بالنسبة لنا هنا أنه فى عام 2004 اعترف هاوكينج أنه كان مخطئا بخصوص اعتقاده ان المعلومات تفنى داخل الثقب الاسود, وان الميكانيك الكمومى هو الصحيح, أى أن المعلومات لا يمكن تدميرها بأى شكل, حتى داخل الثقب الاسود, وعليه فإن هاوكينج اعترف بكل روح رياضية انه خسر الرهان أمام براسكل, وكنتيجة لذلك اشترى لبراسكل موسوعة حول رياضة البايسبول, التى كانت اختيار هذا الاخير, كما كان الاتفاق السابق فى العام 1997.



شكل 6.8: معضلة ضياع المعلومات و الحل المعروف باسم الجدار النارى. صورة مأخوذة من Nature.

انتقام اينشتاين من وراء القبر

الحل الاول لمعضلة ضياع المعلومات الذى نريد ان نشير اليه هنا هو ما يعرف باسم الجدار النارى firewall وهو حل يتم فيه التخلى عن مبدأ التكافوء للنسبية العامة اذن هذا حل ضد فكرة أساسية من افكار اينشتاين.

لكن الحل الآخر لمعضلة ضياع المعلومات الذى يعتمد على نظرية الثقالة الكمومية المسماة ال AdS/CFT و الذى يعرف باسم ال $ER = EPR$ يستخدم اينشتاين مرتين.

فى هذا الحل فان الفكرة الاساسية هى ان هندسة الفضا-زمن تنجم بالضبط عن التشابكات الكمومية. ويعبر عن هذا ب $ER = EPR$ وكلا طرفى المعادلة يرجع الى اينشتاين وزملائه فى الثلاثينات.

اى ان اينشتاين مازال يتحكم فى باخرة الفيزياء النظرية من وراء القبر. وحتى افكاره العدائية ضد الميكانيك الكمومى- وهو الجزء EPR من المعادلة- هى بالضبط التى تستعمل بشكل اساسى محورى فى هذا البناء الهائل لنظرية الثقالة الكمومية الذى لم يكتمل بعد فهو قيد الانجاز.

لهذا اقول للشباب النظرى المبتدئ انتبهوا لهذه الامور فهى المستقبل أكيد. وحتى لا ادلس عليكم فانكم ستحتاجون الى كم هائل من المعلومات ألخصها فى ثلاثة محاور جليلة عظيمة: نظرية الحقول الكمومية + نظرية النسبية العامة + نظرية الاوتار الممتازة. ولن اذكر الرياضيات المطلوبة فتلك مثل الادوات التى يجب على البناء ان يأتى بها بنفسه اذا اراد ان يعمل بفعالية و انجازية أواذا اراد ان يعطيه الناس عملا عندهم اصلا.

2.10.8 صراع نيوتن ضد ليبنيز

الفيلسوف الكامل

ليبنيز فى رأيى هو الفيلسوف الكامل.

-فهو اولا صاحب فلسفة شاملة منهجية حيث كتب فى كل موضوع فلسفى يمكن تصوره و بعمق و بأصالة.

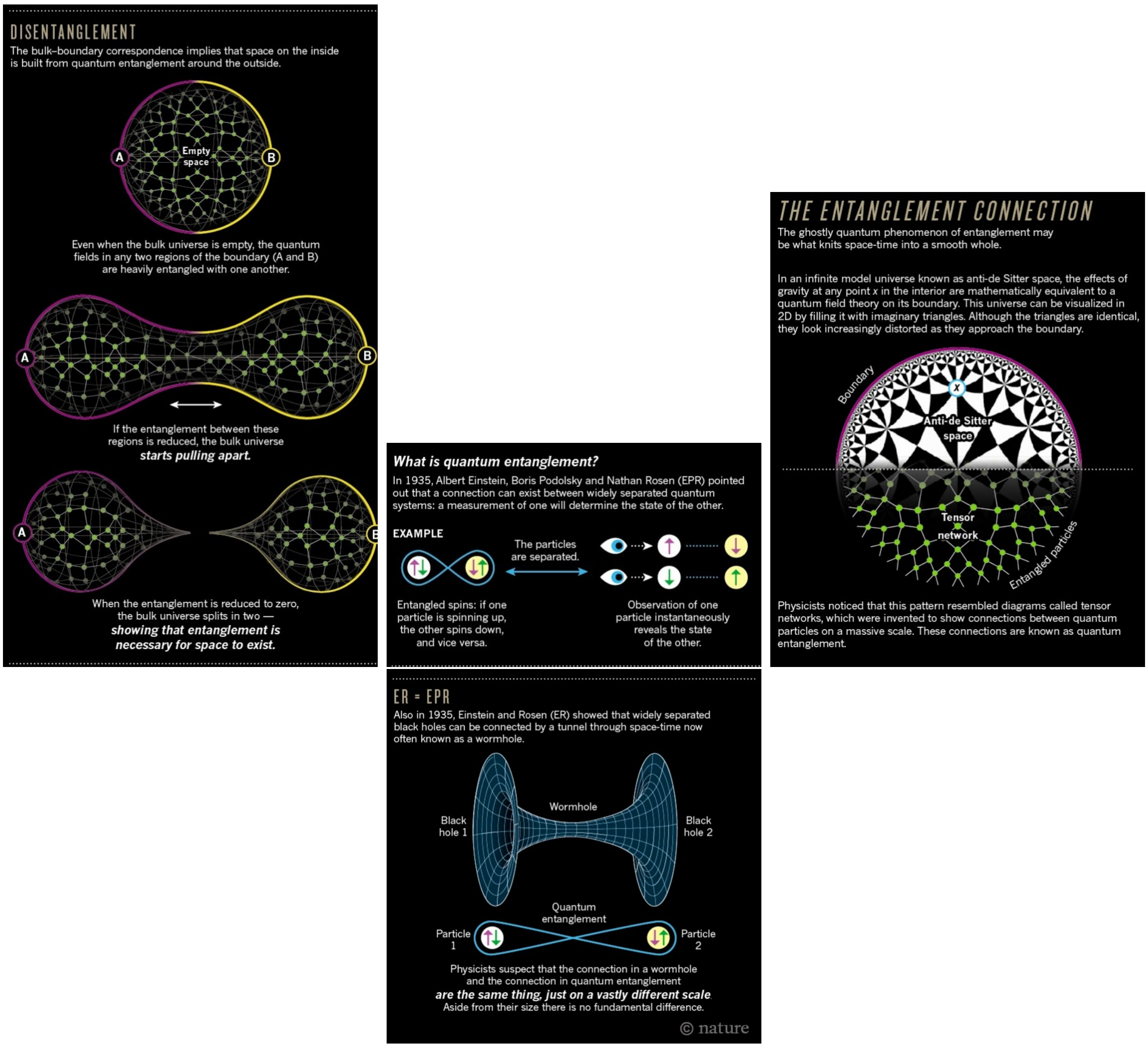
-ثانيا هو عقلانى عميق لكنه ليس ضد الحسية بأى شكل عميق.

-ثالثا فان كثير من الافكار التى تجدها عند العملاقين هيوم و كانط بعده بدأها ليبنيز. و اهمها السببية و التواؤمية الهيومية و الالهيات و الاشياء-فى-ذاتها الكانطية.

-رابعا كثير من الافكار الديكارتية -واهمها الثنائية الجسمية/العقلية- تجدها مؤصلة بشكل اعمق عند ليبنيز.

-خامسا هو فيلسوف متفتح الى اقصى الحدود فعندما كان الناس يقاطعون مثلا العبقرى العقلانى الآخر سبينوزا بتهمة الالحاد وهو موحد للوجود على الطريقة الأكبرية ذهب اليه ليبنيز و تعلم منه.

-سادسا ولا يوجد فيلسوف ابدا انجح فى الرياضيات و بعمق مثل ليبنيز.



شكل 7.8: حل معضلة ضياع المعلومات المعروفة باسم ER = EPR. صورة مأخوذة من Nature.

-سابعا و هو الفيلسوف الذى عندما ادرك ضعفه امام عملاق الفيزياء نيوتن تواضع و ذهب وتتلمذ على العملاق الآخر للفيزياء فى ذلك الوقت هيغنز فاصبح ليبنيز فيزيائى ايضا فذ و رغم انه ليس فى مرتبه نيوتن يقينا لكنه اكيد افضل من استاذه الفيزيائى التجريبى هيغنز.

-ثامنا ليبنيز هو فيلسوف عرف فعلا قيمة المنطق و اللغة بالنسبة للفلسفة و العلاقة الوثيقة بين المنطق و اللغة و العلاقة الوثيقة بين المنطق و الطبيعة و العلاقة الوثيقة بين الطبيعة و اللغة. فكل المنطق الرياضى و الفلسفى و الفلسفة التحليلية الحديثة ترجع فى اصولها الى ليبنيز اكثر من رجوعها الى كانط او هيوم.

-تاسعا ليبنيز فى المعضلات الفلسفية الكانطية الاربعة هو ايجابى فى الاربعة. و هذا نادر جدا. بل لا اعرف فيلسوفا آخر خرج بهذه النتيجة.

-عاشرا و ليبنيز مثل سبينوزا كان فيلسوفا حرا لا يعمل فى الجامعة و الاكاديمية. بل كان وزيرا و سفيرا و غيرها من الوظائف البعيدة عن الاكاديمية.

-الحادى عشر و ليبنيز هو الفيلسوف الوحيد -بالنسبي لى على الاقل- الذى لم يخب فيه ظنى لحد الساعة.

فعموما أبدأ بالاعجاب بفيلسوف ما و اقرأ له ثم عندما اقرأ اكثر تتكشف الحجب و يبدأ الاعجاب يتحول الى خيبة امل ثم امتعاض ثم انزعاج و قد يتحول الى نفور. هذا حدث لى مع ابن سينا و ابن تيمية و حتى الغزالى (لم يحدث لى ابدا مع ابن رشد فاننى كنت دائما غير معجب به منذ البداية) و ايضا مع ديكارت و هيوم و كانط (ولم يحدث لى ابدا مع هيغل لاننى كنت نافرا منه منذ البداية).

اما ليبنيز فاننى كلما قرأت له كلما اعجبت به أكثر. فى رأيى لا ينقصه شيء الا الاسلام حتى يكون (من وجهة نظرى بطبيعة الحال) الفيلسوف الكامل و النهائى لكن و الله اعتقاده فى الله افضل كثيرا وبسنوات ضوئية من كثير ممن ينتسب الى الاسلام.

نحن نعرف الأسد من مخالبه

نيوتن هو واحد من اعظم الفيزيائيين قاطبة, واول فيزيائى نظرى, وهو ايضا رياضى عملاق, وفليسوف متوسط. أما ليبنيز فهو واحد من اعظم الفلاسفة العقلانيين قاطبة, و هو ايضا رياضى عملاق, و فيزيائى متوسط.

لكن الصراع الذى وقع بين ليبنيز و نيوتن (او بالاحرى بين و بسبب اتباعهما) هو بخصوص الرياضيات حيث تتساوى قوة الرجلان الفكرية تماما. فمن أهم اكتشافات كانت نيوتن التحليل calculus وهى الرياضيات التى تهتم و تدرس التفاضل و التكامل و النهاية و النشر و غيرها من المواضيع التى تقع فى اساس الميكانيك و كل الفيزياء.

لكن ليبنيز اكتشف التحليل ايضا بطريقة مستقلة مختلفة تماما و فى نفس الوقت تقريبا و هو الذى وضع الترميز المعروف باسم التفاضلات differentials الذى يستعمل اليوم فى كل كتب التحليل.

أما نيوتن فهو عندما وضع علم التحليل مع بداية عام 1666 -يعنى قبل ليبنيز بحوالى تسعة سنوات- فانه استخدم ترميز مختلف يعرف باسم التدفق fluxions.

المشكلة -التى وقعت بسبب الاتباع فيما بعد- ان نيوتن لم ينشر اكتشافه للتحليل باستخدام التدفق الا فى كتابه البرنسيبيا principia عام 1687 فى قالب هندسى, و لم ينشره كاملا مفصلا الا عام 1704, اما ليبنيز فان التحليل الذى طوره باستخدام التفاضل ظهر منشورا عام 1684.

اذن لمن تعود اولية اكتشاف التحليل. هل هى تعود لنيوتن ام تعود لليبنيز؟

هذا الجدال لم يظهر الى السطح الا عام 1699 عند اتهام بعض اتباع نيوتن لليبنيز بالسرقة العلمية -وهو اتهام مر مرور الكرام الى حين- ثم عاود الى الظهور بشدة فى عام 1704 عند الاتهام المعاكس الذى قام به بعض اتباع ليبنيز لنيوتن واتهامهم لنيوتن بسرقة فكرة التحليل من ليبنيز.

هنا عندما تم اتهام نيوتن بهذا الشكل السافر وقع رد فعل شديد جيث بدأ الرياضيون فى الشك بنزاهة ليبنيز. لانه لا احد شك ابدا فى اولوية نيوتن رغم انه لم يبرهن عبر النشر فى وقته انه الصاحب الاصلى لفكرة التحليل. فالتدفق كان سر محفوظ الا على قلة قليلة من اتباع نيوتن. فقد كان نيوتن -لاسباب غير واضحة- و عن سبق اصرار و ترصد يخفى تقنية التدفق و نظرية التحليل حتى خرج ليبنيز بكتبه حول الموضوع.

رغم هذا التستر لم يشك احد فى نزاهة نيوتن او اولويته. وقد اثبتت الابحاث التاريخية فيما بعد ان نيوتن فعلا بدأ التفكير فى التحليل و استخدامه فعليا فى حدود عام 1666 ومنه فان كلمته امام ليبنيز كانت منسجمة تماما مع القرائن التاريخية المكتوبة.

اما أتباع ليبنيز -وربما ليبنيز نفسه- فقد تورطوا فى الشخصى فى خلافهم مع نيوتن. ثم ان ليبنيز نفسه قام بتغيير بعض مخطوطاته لسبب او لآخر خلال احتدام الصراع. و اكثر من هذا فان ان ليبنيز نفسه قدم عريضة الى الجمعية الملكية للتحقيق فى الموضوع و كان تقريرها لصالح نيوتن مائة بالمائة.

ورغم هذا فان الابحاث التاريخية فيما بعد اوضحت ان ليبنيز فعلا لم يتواصل الا بالحد الادنى مع مخطوطات نيوتن التى كانت بحوزته حول موضوع التحليل و انه قد يكون فعلا قد اخذ بعض الهامه من تلك الافكار لكن ابداعه للتحليل يبقى فعلا اصلى مستقل و عميق. و اكثر من هذا فان الكل ايضا لا يشك فى عبقرية ليبنيز الفكرية فهو قامة جبارة فى الفلسفة لن يعجزه قليل من التحليل وهذا هو فعلا الوضع.

اذن التحليل جاء به كل من نيوتن و ليبنيز بشكل مستقل. فنيوتن لا غبار عليه فى السبق الزمانى. لكن ليبنيز لم يكن فعلا على دراية كافية بالامر كما صاغه نيوتن. كما ان صياغة ليبنيز هى الصياغة التى سيطرت بعد ذلك على التحليل.

فاول كتاب فى التحليل كان كتاب لوبيتال L'Hopital و فيه لا تجد الا تنظير ليبنيز رغم ان لوبيتال فى هذا الكتاب-وهو تلميذ ليبنيز و من اتباعه- يعترف ايضا بعمل نيوتن فيقول مثلا عن كتاب نيوتن البرنسيبيا انه كله حول التحليل.

ومن النوادر بخصوص هذا الامر ان الرياضى الآخر الكبير برنولى Bernoulli -وهو تلميذ آخر لليبنيز- قدم فى جوان 1669 تحدى لأذكى الرياضيين الاوروبيين -كان المقصود به نيوتن بالخصوص- فى حل معضلة مشهورة فى الميكانيك تعرف باسم منحنى البراكيستوكرون brachistochrone curve وهى كالآتى:

ماهو المنحنى الذى يربط اى نقطتين A و B مختلفتين فى الارتفاع لكنهما غير شاقوليتين الذى يسقط عبره جسم خاضع فقط لقوة جذب ثقالى منتظمة بدون احتكاك فى اقصر وقت ممكن؟

اذن منحنى البراكيستوكرون هو منحنى السقوط باقصر وقت.

برنولى -مدفوعا من ليبنيز على ما يبدو- كان يعرف ان لا احد يمكنه ابدا الاجابة على هذا السؤال بدون معرفة قدر معتبر من التحليل (بالخصوص يجب معرفة حساب التغايرات variational calculus للداليات fonctionals و ليس فقط معرفة حساب تغيرات الدوال calculus of variations fonctions).

برنولى قدم هذا التحدى لكل الرياضيين الاوروبيين و اعطى لهم مهلة ستة اشهر. لكن لا أحد ارسل اى حل خلال هذه الفترة باستثناء ليبنيز نفسه و لوبيتال. بطلب من ليبنيز نفسه فان برنولى مدد الى مهلة اضافية قدرها ستة اشهر اخرى.

لكن هذه المرة برنولى ارسل شخصيا المسألة الى نيوتن الذى وصلته المسألة يوم 27 جانفى 1697 على الساعة 4 مساءا بعد فراغه من عمله كمدير هيئة صك العملة البريطانية. سهر نيوتن مع المسألة الى غاية الساعة 4 صباحا بدون نجاح. لكن فى اليوم الموالى كان قد وجد الحل و ارسله مباشرة الى رئيس الجمعية الملكية من اجل النشر لكن تحت اسم مستعار.

الحل الذى اعطاه نويتن كان صحيح. هل فى ذلك شك!

و رغم ان حل نيوتن كان تحت اسم مستعار فان برنولى عندما قرأه عرف مباشرة انه من نيوتن -لا يمكن ان يكون أحد غيره- فقال: نحن نعرف الاسد من مخالبه we recognize the lion by his claws

أما ماهو الحل؟

أى ماهو طريق السقوط الاقصر فى المدة الزمنية بين نقطتين مختلفتين فى الارتفاع غير شاقلويتين -اى ليستا عموديتين- لجسم لا يخضع الا لقوة جذب ثقالى منتظمة -اى ثابتة لا تتعلق بالارتفاع-؟

الطريق -و هذا ما يسمى منحنى البراكيستوكرون- هو منحنى معروف رياضيا يسمى الدويرى او السيكلويد cycloid وهو المنحنى الاحمر فى الصورة الثانية.

هذه مسألة كنت قد اعطيتها فى امتحان مادة الميكانيك فى السنوات الماضية. اذن من اراد معرفة كيف يعمل بالضبط التحليل فى هذه المسألة الفيزيائية وماهى بالضبط معادلة الدويرى عليه حل هذه المسألة.

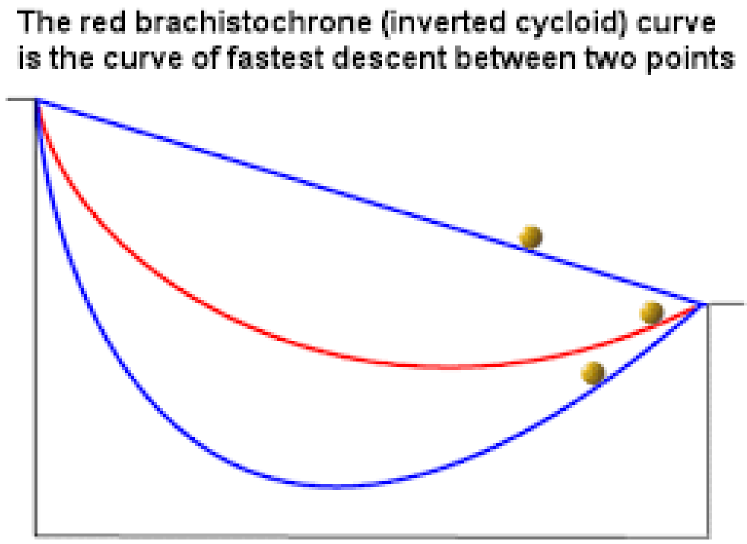
صراع حول الفلسفة و الرياضيات و الفيزياء

ومن أجمل و أعمق و أروع الصراعات الفكرية فى التاريخ الصراع بين ليبنيز و نيوتن فى ثلاثة مواضيع عظيمة تليق بعظمتهما الفكرية: الفلسفة و الرياضيات و الفيزياء.

أما فى الفيزياء فنيوتن افضل من ليبنيز يقينا. فنيوتن هو السيد بلا منازع فهو أفضل فيزيائى عرفه التاريخ افضل حتى من اينشتاين و هو الفيزيائى المثالى بحق الذى ابتدأ بجرة قلم كل الفيزياء التى نعرفها اليوم بالطريقة التى نعرفها اليوم.

ومن أهم انجازاته فكرة الفضاء-زمن المطلق الذى هو مسرح كل الفيزياء و ما كان للفيزياء ان تتطور بالطريقة التى تطورت بها بدون فكرة الفضاء-زمن الثابت الذى تحدد فيه الحركة المستقيمة المنتظمة على أنها حركة المعالم العطالية بالنسبة لهذا الفضاء والحركة المتسارعة مستقيمة او دائرية على انها حركة المعالم غير العطالية بالنسبة لهذا الفضاء وتعطى فيه قوى الثقالة بقانون الجذب العام.

هذا الفضاء-زمن النيوتونى مستقل تماما عن كل شيء و عن كل علاقة و ايضا عن المادة و عن الوعى. فهو فى وجوده اذن لا يحتاج الا نفسه فهو اذن قائم بذاته.



شكل 8.8: منحنى البراكيستوكرون هوو الدويرى (السيكلويد) بالأحمر.

أما فى الرياضيات فان نيوتن و ليبنيز متساويان فى القوة تماما. وأهم ما يبين هذا الامر بما لا يدع اى مجال للشك اكتشافهما للتحليل -اى علم التفاضل و التكامل- فى نفس الوقت تقريبا ثم صراعهما بعد ذلك -او بالاحرى صراع اتباعهما- على من له الاولية فى هذا الاكتشاف. وهى مسألة يصعب الترجيح فيها الى يومنا هذا.

ومن الطرائف التى تُحكى ان اتباع ليبنيز ومنهم برنولى Bernoulli لم يستوعبوا تماما قدرة نيوتن الحقيقية فى الفيزياء و الرياضيات وأنه فعلا اكتشف التحليل فأرسلوا له فى لندن مسألة كتحدى ليحلها. وهى مسألة لا يمكن حلها الا باستعمال قواعد التفاضل و التكامل و بالخصوص حساب القيم الصغرى للتكاملات. هذه المسألة التى تعرف اليوم باسم البراكيستوكرون Brachistochrone (اى ماهو المنحنى فى المستوى بين نقطتين الذى تسقط عبره كتلة تحت تأثير قوة الثقالة فقط فى اقصر وقت) قلت هذه المسألة لم تأخذ فى يد نيوتن اكثر من أمسية واحدة حيث حدد المنحنى على انه السيكلويد أو الدويرى.

ثم نُشر الحل مباشرة من قبل اتباعه تحت اسم مستعار فهو نيوتن لا يحتاج اى شيء. فالرجل شبعان فكريا فعلا!

و عندما رأى برنولى الحل تعرف الى أنه من نيوتن و انه لا يمكن لأحد آخر فى بريطانيا ان يحله الا نيوتن و قال: نحن نعرف الاسد من مخالبه!

أما فى الفلسفة فان نيوتن عيال على ليبنيز وعلينا عدم لوم نيوتن هنا. فان 99 بالمائة من الفلاسفة العظام هم أنفسهم عيال على ليبنيز. فليبنيز هو ثالث العمالقة العقلانيين بعد ديكارت و سبينوزا.

ومن أهم التحديات الفلسفية التى رفعها ليبنيز فى وجه نيوتن (و لم يُنجى نيوتن الا نجاحه الساحق فى الفيزياء النظرية) هى ماهية الفضاء-زمن نفسه.

فان ليبنيز كان اول الرافضين لفكرة الفضاء-زمن المطلق القائم بذاته و قدم نظرة موازية هى الاساس الثانى لغاية يومنا هذا فى هذا المجال و هى فكرة الفضاء-زمن العلائقى.

فالفضاء حسب ليبنيز هو مجموع الاشياء و علاقاتها و الزمن حسب ليبنيز هو مجموع الاشياء و ترتيبها. و بالتالى فان الفضاء-زمن ليس قائم بذاته و لكنه يحتاج الى الاشياء و علاقاتها فى وجوده.

من اجل تفصيل مستفيض انظروا فلسفة كانط حول الفضاء-زمن التى يرد فيها على الفلسفتين معا المطلقية absolutism لنيوتن و العلائقية relationism لليبنيز فى الفصل عن الميتافيزيقا من هذا الكتاب وهو من اصعب أبواب هذا الكتاب على الاطلاق اذن انتبهوا و احذروا.

اذن نظرة ليبنيز للفضاء-زمن هى النظرة الاساس للفضاء-زمن النسبى الذى جاء به اينشتاين بعد ذلك بقرون. فكما ترون فان اينشتاين نفسه عيال على ليبنيز و فكرته ليست جديدة فهو أخذها من ماخ Mach و ماخ اخذها من عند استاذهم جميعا كل هؤلاء الالمان العباقرة ليبنيز.

و من الطرائف التى تذكر حول الصراع الفلسفى بصفة عامة بين ليبنيز ونيوتن ان ليبنيز كان يقول لكلارك Clark -وهو الممثل الرسمى لفلسفة نيوتن فى بريطانيا والذى كان يراسله ليبنيز- كان يقول لهما ليبنيز: انتما تستخدمان ألفاظ باستسهال شديد للتعبير عن مفاهيم فلسفية

معقدة جدا تحتاج الى دقة شديدة فى اللفظ و تحديد اشد للمعنى و لهذا فاننى لا اعرف كيف يجب ان أتعامل مع أفكاركما.

وهذا يذكرنى بالصراع بين بعض فلاسفتنا حيث ان بعضهم فعلا مثل نيوتن يستخدم اللغة بشكل معين و يستسهل استخدامها فى اشياء معقدة جدا. ونيوتن عموما فى ميتافيزيقيته كان ظاهرى جدا فكان مثلا يقول ان الله سبحانه و تعالى يجب ان يكون فى الفضاء-زمن المطلق. لكن نيوتن ايضا يتميز من بين كل العلماء المسيحيين الغربيين بالتوحيد حيث انه رفض التثليث (انظروا الباب القادم).

واختم بخصوص نيوتن بالقول ان نيوتن لم يتزوج أبدا و كان ايضا وزير المالية فى الحكومة البريطانية لسنوات طويلة و هذا أجده غريب جدا لكنه نيوتن أليس كذلك فاستغرابى هو الغريب اذن.

اما بخصوص ليبنيز فاننى اختم بأجمل فكرة قرأتها فى الفلسفة على الاطلاق وهى من بنات افكار ليبنيز وهى فكرة اللغة الكونية universal language التى تختزل كل احكام المنطق و ما هو أعم منه العقل الى الحساب الذى لا يعتمد الا على الاعداد الطبيعية. اذن لو توفرنا على مثل هذه اللغة (والمنطق الفلسفى الحديث ربما هو خطوة فى هذا الاتجاه) فانه -حسب ليبنيز- يمكننا مثلا البرهان على الميتافيزيقا مثلما اننا نبرهن على الفيزياء و سيتم حسم كثير من المعضلات القديمة مثلا وجود الله من عدمه او وجود الارادة او الجبر و غيرها من المعضلات التى لا نجد فيها الى يومنا هذا الا قيل و قالوا.

نيوتن الموحد

اسحاق نيوتن هو اب الفيزياء.

وهو رجل لا يوجد من لا يعرفه. اعظم الفيزيائيين النظريين قاطبة, اعظم حتى من ألبرت اينشتاين, لأنه الرجل الذى بدأها كلها من لاشئ. كتابه الاصول الرياضية للفلسفة الطبيعية وضع فيه تقريبا علمى الميكانيك الفيزيائى و التحليل الرياضى غير منقوصين فى شئ.

أنا لا اريد أن أكلمك اليوم عن الفيزياء التى صنعها هذا الرجل العملاق, لكن أريد أن أكلمكم عن اعتقاداته الدينية.

هذا الرجل, وهو وحده فى هذا المضمار, رفض عقيدة التثليث المسيحية, لكنه لم يصرح بذلك على الملأ لاسباب واضحة, و قد أجمع المحققون فى سيرته أنه كان يعتقد أن المسيح عليه السلام كان مخلوقا, وان الله واحد غير مادى, وأن المسيحية فى كثير من مظاهرها وثنية مقيتة, وخاصة فى عبادتها للمسيح, وكان يعتقد أن هذه هى فى الحقيقة الخطيئة الاولى.

و حتى أكون دقيقا فإعتقاداته كانت تقريبا هى نفسها اعتقادات الاريوسية وهى طائفة كانت قد اندثرت قديما, وكانت تعتقد أن المسيح هو ابن الله, و ليس هو الله الابن كما تقول باقى الطوائف, بمعنى أنه مخلوق لله, لم يكن موجودا فى الازل, و أنه ليس متوحدا مع الله فى الجوهر مختلفا معه فى الشخص, وكل هذا مناقض لتعاليم الطوائف المسيحية الموجودة اليوم بدون استثناء.

3.10.8 حتى هاوكينج يحتاج ان يسترزق ليعيل اهله و اولاده

من اعظم المقالات فى الفيزياء النظرية هى مقالات هاوكينج الاولى التى نشرها فى اواسط السبعينات حول اشعاع الثقب الاسود و التبخر اللاحق الذى يخضع له الثقب و ضياع المعلومات information loss فى الثقب المتبخر الناجم عن ضياع الاحادية unitarity الكمومية.

هذا يعرف الآن باسم معضلة ضياع المعلومات information loss paradox فى اشعاع الثقب الاسود.

هذا التناقض او المعضلة هو اعظم معضلة فى الفيزياء الحديثة بلا منازع لانها تجمع فى آن معا بين الميكانيك الكمومى و النسبية العامة و قد تولد عن هذه المعضلة معضلات أخرى كثيرة مثل الجدار النارى firewall و ال ER = EPR و غيرها.

هذان المقالان [56, 57] لهاوكينج مهمان جدا جدا. لكن هل تعلمون ان هاوكينج عنون المقال الثانى فى البداية: تعطل الفيزياء فى الانهيار الثقالى Breakdown of Physics in Gravitational Collapse.

لكن محكم دورية ال PRD بعد ان قبل كل شئ رفض ان يمرر المقال لرئيس التحرير بالقبول حتى يغير هاوكينج العنوان بشكل او بآخر و اصر على هذا الموقف. فالفيزياء لا يمكن ان تتعطل أبدا! فما كان من هاوكينج الا ان استجاب و غير العنوان الى: تعطل التنبئية فى الانهيار الثقالى Breakdown of Predictability in Gravitational Collapse.

يبدو ان الرجل - هاوكينج- مثله مثلنا يحتاج ان يتنازل امام المحكم و غيره حتى يستطيع ان ينشر عمله ليتمكن من ان يأكل الخبز و يعيل اولاده. اذن نحن لسنا وحدنا نعانى و الحمد لله.

ملاحظة: -يأكل الخبز- تعبير جزائرى يعبر عن كسب الرزق.

4.10.8 قصة ساسكيند

ليونارد ساسكيند

ليونارد ساسكيند Leonard Susskind واحد من اكبر الفيزيائيين النظريين و من أكثرهم تأثيرا فى توجه و اختيارات الفيزياء النظرية فى هذا العصر و هذا للاسباب التالية:

-عمق تأثيره فى هذا المجال و كثرة اتباعه.

-كثرة افكاره العميقة الثورية التى تأتى اغلبها على شكل تخمينيات conjectures و بالتالى كثرة الانشائيات فى براهينه و نقص البرهان البنائى بشكل كبير. فاغلب نتائجه هى تخمينيات مثل الوهولوغرافى holography ومبدأ التكامل complementarity principle فى الثقوب السوداء و ال ER=EPR وال $GR = QM$.

-قفزه على افكار الغير و الذهاب بها ابعد مما فعل اصحابها. فمثلا الهولوغرافى هى فكرة توهفت 't Hooft اصلا. وال ER=EPR جاء بها اول من جاء بها رامسدونغ Raamsdonk.

-كثرة كتاباته و دعوته التى لا يكل فيها و لا يمل الى نظرية الاوتار و دفاعه المستميت عنها.

-خلطه كل شيء بكل شيء. فهو الآن مع اصدقائه وهم حفنة من الامريكيين و الاسرائيليين يقومون بخلط نظرية الاوتار مع نظرية المعلومات مع نظرية الحقل مع نظرية النسبية مع كل شيء يأتى فى طريقهم وهذا لان الله حباهم بالذكاء الحاد و الذاكرة الجبارة و النظرة العميقة وكل شيء يحتاجونه لانجاز ما يريدونه.

و كل هذا فى الاخير نقد و ليس انتقاد. لأننى انصح رغم كل شيء و بشدة بقراءته و محاولة فهمه و الاستفادة منه قدر الامكان. فهو لا يمزح ابدا. فمثلا رغم انه لا يعطى البرهان الا انه يبدو منه انه ينظر الي البرهان بشكل او بآخر و لم يستطع او أنه لا يريد ان يصيغ هذا البرهان صراحة او لربما لانه يعتقد ان البرهان واضح. وكما قال احدهم فان من اصعب الامور توضيح الواضحات. اذن لربما هذه التخمينيات التى يخرج بها علينا واضحة تماما له. اذن احذروا من التهاون و الاحتقار و الاستهتار بما يقوم به هذا الرجل.

وعلى الطلبة بالخصوص ان يفرقوا بين النقد العلمى و الموقف الايديولوجى. اذن اعلاه هو نقد علمى. أما التورط فى الايديولوجيا فهو دائما سيغلق عليكم افاق واسعة فى العلم.

اذن ساسكيند فيزيائى قو ى و بارع يجب الاستماع له. لكن عليكم التيقن ايضا انه ليس وحده فى الساحة و ان العلم لا يُجرى بهذه الطريقة اى انه ليس تخمينى بل تحكمه الطريقة العلمية و الطريقة الرياضية. فهو يستطيع ان يفعل الذى يفعله فقط من موقع قوته التى فرضها و اكتسبها عبر سنوات طويلة.

ويبقى من افضل الكتب التى قرأتها على الاطلاق كتاب ساكيند الرائع حول الثقوب السوداء. ونظرية الثقوب السوداء هى نظرية رياضية بالأساس فهمها صعب جدا اذا لم يكن عندكم التصور الفيزيائى الصحيح.

ساسكيند فى هذا الكتاب يشرح هذه النظرية بشكل فيزيائى تخمينى (فهو يبدو انه فعلا يعشق التخمينيات). لكن انتم كطلبة تحتاجون الى كثير من التخمين لفهم الثقب الاسود قبل التعامل مع الرياضيات الصعبة جدا و التى تتطلب التحكم التام الشامل فى النسبية العامة و نظرية الحقول الكمومية الفعالة. ففى هذا الكتاب لا يفترض ساسكيند الا تحكم متوسط من الطالب بالنسبية العامة و ايضا تحكم بسيط بنظرية الحقول. لكن اصبروا معه فاسلوبه ايضا لغير المتعود عليه صعب جدا لكن بعد التعود على الاسلوب فانكم ستستفيدون فعلا و جدا أعدكم بذلك.

بورباكى واحد- ساسكيند صفر

و مما أعجبنى فى قول الفيزيائى الرياضى فويت Woit و هو أحد أكبر النقاد الوتريين مقارنته ساسكيند Susskind وهو أحد اعمدة نظرية الوتر ب بورباكى Bourbaki وهو اسم مستعار لمجموعة من الرياضيين الفرنسيين وليس لشخص واحد - وهذا فعلا يعبر عن قيمة العمل الجماعى الذى نجده حتى عند الفرنسيين و ليس فقط عند الامريكيين- الذين كتبوا مجموعة من ادق الكتب فى الرياضيات فى كل تاريخ الرياضيات.

يقول فويت انه اذا اخترنا مقياسا على واحد يقيس دقة المقولات (الكلام الحامل للافكار) فان بورباكى يأخذ واحد على واحد أما ساسكيند فى آخر مقالاته فانه يأخذ صفر على واحد.

هذا حكم قاسى جدا لكن يحتوى على قدر معتبر من الصحة. لكن مع هذا فان الموقف الصحيح هو التيقن أن:

-اولا نظرية الوتر هى فعلا اعظم انجاز رياضى برؤية فيزيائية فى تاريخ الانسانية.

-ثانيا ولربما ستصبح اعظم انجاز فيزيائى اذا اقتربت اكثر من التجربة و التأسيس و البناء وهذا غير مستبعد البتة. فهناك مجال جديد

أسميته شخصيا الفيزياء الوترية العددية يتم فيه مزج نظرية الوتر بالفيزياء العددية و الفيزياء الكوسمولوجية ويتم فيه التنظير و التحليل و الحساب على طريقة نظرية الحقول الكمومية التى هى فعلا اعظم انجاز فيزيائى حتى الآن (انظر آخر مقالاتى على الاركايف).

-ثالثا رغم الاستعراضيات الهائلة غير العلمية لساسكيند و غيره من الوتريين الكبار فعلينا التيقن انهم اذكياء جدا جدا و انجازاتهم حتى فى غير الوتر لا يمكن انكارها ابدا و بالفعل يصعب جدا جدا مجاراتها و عليه فاننى شخصيا استبعد تماما خطأهم رغم عدم دقة مقولاتهم.

-رابعا السرعة الهائلة التى يتطور بها فكر هؤلاء الحفنة من الفيزيائيين الوتريين مثل مالداسينا Maldacena و ويتن Witten و سايبرغ Seiberg وبولشينسكى Polchinski بالاضافة الى ساسكيند و غيرهم هى راجعة الى تحكمهم العلمى و التاريخى الكامل فى المجال بالاضافة الى فهمهم العميق و ذكائهم الشديد.

لكن للاسف هذا ترتب عليه تحكمهم الكامل ايضا فى رقاب الفيزياء النظرية من ناحية التكوين و الوجهة التى تريد ان تذهب اليها الفيزياء النظرية و الدعم المادى. الا بعض المقاومة من هنا و من هناك من بعض الثيران و من بعض الخرفان. أما اغلبية الثيران فهى منهم و عليهم و أما اغلبية الخرفان فهى راضية بالقضاء و القدر.

اذن فى المحصلة فاننى انصح الشباب بالخصوص بدراسة الفيزياء الوترية دون الالتفات كثيرا الى الصراع الايديولوجى و العلمى اعلاه و انه عليهم التذكر انه ليس لدينا حل الا ان ندرسها عبر هؤلاء الوتريين الاستعراضيين.

فقراءة ساسكيند مثلا فى كتابه عن الثقوب السوداء لن تجدوها عند اى شخص آخر من ناحية العمق الفيزيائى. و لكن علينا ايضا ان نتذكر ان الطريقة الصحيحة لتطوير فهمنا لنظرية الوتر و لربما المشاركة فى تطوير النظرية نفسها هى طرق الفيزياء الحقلية التى كانت دائما منسجمة مع الطريقتين العلمية و الرياضية و بعيدة اكثر عن الاعلام و الشهرة و ثقافة البوب و الموضة.

و عليه فان دراستها اى الوتر بالطريقة الصحيحة هى بالضبط ما سيساهم فى عملية تصحيح المسار العلمى لهذا المجال كل حسب قدرته و فى دائرته الضيقة.

انسوا ذلك الامر فاننى كنت مخطئاً مجددا و جدا جدا

ساسكيند Susskind هو الفيزيائى الوحيد الذى نعرفه من بين الكبار الذى تسرع ووضع مقالا على الاركايف arXiv ثم رجع و سحبه مصرحا بصراحة ان المقال الذى وضعه كان خاطئا.

تصوروا الناس من المريدين (وموجود بالعشرات و ربما بالمئات) الذين بدأوا فى دراسة ذلك العمل و البناء عليه فيخرج عليهم ساسكيند مغيرا رأيه قائلا: انسوا ذلك الامر فاننى كنت مخطئا!

هذه قصة واقعية لانها فعلا وقعت.

ولانه ساسكيند فانها لم تؤثر عليه البتة بل زادت من شهرته.

الآن تصوروا السيناريو الآتى يخرج علينا ساسكيند, بخصوص المقال الذى نشره على الاركايف منذ ايام, بعد شهر او عام و يقول لنا: انسوا ذلك الامر فاننى كنت ايضا مخطئا!!

هذا احتمال وارد جدا جدا فى ظل القرائن التاريخية المذكورة اعلاه.

و ايضا وارد فى ظل القرائن الفيزيائية المحتواة فى مقاله الذى كُتب على شكل رسالة الى اصدقائه الحاسوبيين الكموميين الذين سماهم ال Qubitzers (اختلطت الامور جدا فلم نعد نستطيع ان نميز بين الحابل و النابل: هل ساسكيند من الحاسوبيين الكموميين!! وهل هذا موضوع يخص الحاسوبية الكمومية!! ام هل نحن لا نعلم و فقط!!).

هذا المقال على كل حال يحتوى على فكرة جهنمية فعلا فهو يقول فيه أن الميكانيك الكمومى يساوى النسبية العامة اى أن $GR = QM$. وهو يقول هذا الكلام بدون كتابة معادلة واحدة: اذن هو عبقرى فاقت عبقرتيه عبقرية ارسطو و كانط و نيوتن و اينشتاين مجتمعين. ثم يواصل استخفافه بعقولنا و يقول ان هذا سيصبح متاحا عبر المحاكيات الكمومية خلال عقد او اقل.

وكما رد عليه فويت Woit احد اكبر النقاد الوتريين مستهزأ هو الآخر: لكن ماهو اولا هذا الذى سيصبح متاحا للتجارب و المحاكيات خلال عقد؟

فعلا ماهو المقترح اولا: كيف للنسبية العامة المغرقة فى الكلاسيكية و المهتمة بالجاذبية ان تكون نفسها نظرية الحقل الكمومي المغرقة فى الكمومية و المهتمة اساسا بالمادة و تفاعلاتها اللاثقالية.

هو يبنى بالكلام مقترحه على تخمينيته الاخرى المسماة ال ER=EPR (وهى تخمينية جميلة لكن ضعيفة) وعلى تخمينية الثنائية الثقالية/المعيارية و بالاخص الحالة الخاصة AdS=CFT (وهى تخمينية قوية جدا جدا لكن فى غاية الصعوبة). اذن ال $GR = QM$ هى تخمينية مبنية على تخمينية مبنية على تخمينية.

وهذه التخمينيات هى نفسها مبنية على نتائج رياضية اخرى حكمها حكم التخمينيات مثل براينات دريشلى Dirichlet branes و الهولغرافى holography و النظريات المعيارية ذات ال N الكبير large N gauge theories و اشياء اخرى كثيرة فى غاية التعقيد و

التوليف و التركيب.
ثم يأتى ساسكيند بدون كتابة اى معادلة و يقول لنا GR=QM اى أن الميكانيك الكومى يساوى النسبية العامة وان هذا سيصبح متاح للتحقق التجريبي قريبا عبر المحاكيات الكمومية. والله عقدتها علينا كثيرا يا سي ساسكيند!!!
اذن هذا العلم و الفن الفيزيائى النظرى اصبح فعلا علم كلام. الاقوى و الافصح و الاكثر عبقرية (وهو كلها) سيمر لان جداله هو الافضل جدلا و الاكثر حشوا و ليس لانه هو الحق و الحقيقة. اذن لو تركت الفيزياء النظرية فى يد هؤلاء المتكلمين الحشويين الجدد لضاعت مثلما ضاعت الفلسفة قديما. وحتى ذلكم الحين فلننتظر مع المنتظرين حتى يغير ساسكيند رأيه ويعلن انه قد اخطأ مجددا حتى تتيقنوا ان ما يقوله (بهذاالاستسهال) قد يكون فى الاخير محال فيزيائيا!

هل نضحى بالميكانيك الكومى أم بالنسبية العامة؟

هذه هى أكون او لا أكون الفيزياء النظرية!!
و هذا هو بالفعل موضوع الدراسة المشهورة [23] الخاصة بالجدار النارى firewall لأصحابها فيزيائى نظرية الاوتار المشهور جوزيف بولشينسكى Joseph Polchinski, و فيزيائى النسبية العامة دونالد مارولف Donald Marolf, و كذا احمد المهيرى Ahmed Almheiri, و جايمس سالى James Sully.
موضوع الدراسة هو الثقوب السوداء و السؤال العميق هو: هل هناك ضياع للمعلومات عند سقوط المادة والاشعاع فى الثقب و عدم امكانية رجوعها من الناحية المبدأية, وبالتالى فإن الميكانيك الكومى خاطئ, كما كان يعتقد هاوكينغ Hawking مكتشف ظاهرة اشعاع الثقب الاسود عام 1974 قبل ان يتراجع , أم نضحى بمبدأ التكافؤ equivalence principle الذى بُنيت عليه النسبية العامة, عن طريق قطع التشابك الكومى quantum entanglement بين الجسيمات الساقطة فى الثقب و الخارجة منه, والذى يؤدى الى تولد طاقة هائلة عند افق الحدث event horizon حول الثقب الاسود تسمى الجدار النارى firewall؟
اترك الاجابة لاحد المؤلفين دونالد مارولف-وهو استاذ أعرفه شخصيا من ايامى فى جامعة سيراكيوس وقد كان هناك فى ذلك الوقت- يقول: بالنسبة لنا الجدار النارى هو الامكانية الاقل جنونا مع هذا الخيار المتروك لنا.
For us firewalls seem like the least crazy option given that choice
وهذا الرأى الذى يعبر عنه مارولف هو فى الحقيقة رأى الاغلبية و الذى يعرفه الكل. يعنى أن الدراسة اعلاه لم تفعل الا انها أكدت هذا الرأى أكثر بالحساب النظرى.
فى تعليقه على هذا العمل و على نظرية الجدار النارى للثقوب السوداء يقول الفيزيائى النظرى الشهير ساسكيند Susskind: انطباعى الاول انهم كانوا مخطئين. انطباعى الثانى بل انهم على حق. انطباعى الثالث لا بل أخطأوا. الرابع اصابوا مرة أخرى. -يضحك على نفسه ثم يضيف- لقد اسمونى الناس بسبب هذا التذبذب اليويو. لكن موقفى هذا (اى المتذبذب) هو فى الواقع موقف اغلبية الفيزيائيين.
ملحوظة: اليويو ترجمة yo – yo هى كلمة انجليزية دارجة دخلت القاموس تعنى الذى يغير رأيه بشكل مستمر و متكرر.

ثقة فى النفس و امانة و نزاهة علميتان لا تضاهيان

الكاتب قرر سحب هذا المقال لانه لا يعتقد ان حجته بخصوص الجدار النارى صحيحة.
This paper has been withdrawn because the author no longer believes the firewall argument is correct.
الكلام اعلاه هو ملخص abstract مقال للفيزيائى النظرى الشهير ساسكيند Susskind كتبه شخصيا عندما سحب مقاله فى نسخته الثالثة من مستودع الاركايف.
المقال موجود على العنوان http : //arxiv.org/abs/1207.4090.
هذا الرجل ليس اى كان فهو اكبر الخبراء فى الثقوب السوداء. اذا اردتم ان تعرفوا ماهو هذا الخطأ الذى ارتكبه هذا العالم افتحوا النسخة الاولى او الثانية من المقال لان الاركايف من تقاليده الاحتفاظ بالنسخ القديمة لاى شئ يطرح عندهم.
أما بالنسبة لى فان الرسالة التى اود ارسالها هى: هذه هى الثقة فى النفس و الامانة و النزاهة العلمية و الا فلا.

5.10.8 قصة شرودينغر: للكبار فقط

معهد دبلن للدراسات المتقدمة Dublin Institute for Advanced Studies هو معهد اسسه التيشاك taoiseach -اى الرئيس- الايرلندى التاريخى ايمن دي فاليرا Eeamon de Valera على نمط معهد برنستون للدراسات المتقدمة خصيصا للفيزيائى النظري النمساوى الشهير-العبقرى حقا- شرودينغر Schrodinger الذى كان اول اساتذة و اول مدير لهذا المعهد من عام 1940 الى عام 1957.

هذا المعهد كان يحتوى فى البداية فقط على مدرسة الفيزياء النظرية لكنه يحتوى الان ايضا على مدرسة الاشعة الكونية و مدرسة الدراسات الغالية celtic التى تهتم باللغات الايرلندية و السكوتلندية و الويلزية و الباسكية و غيرها.

و قد عملت شخصيا كباحث لما بعد الدكتوراة فى هذا المعهد بين 2001 و 2005 و مازلت لحد اليوم باحثا مشاركا معهم. و قد كانت افضل فتراتى فى الغربة من الناحية العلمية على الاطلاق.

شرودينغر كان قد تحصل على نوبل عام 1933 مع الفيزيائى العبقرى الآخر ديراك Dirac ومنه فان هذا الرجل لم يكن عنده اى مشكل ان يعمل فى اى جامعة فى العالم يريدها.

فهو قد قرر ان يغادر المانيا بعد صعود النازية فيها رغم انه ليس يهودى.

فذهب اولا الى كامبريدج ثم الى برينستون و غيرها لكن فى كل هذه الاماكن ذات البريستيج الاكاديمى الهائل وقعت له مشاكل غير اكاديمية قليل من يعلمها بسبب سر الاقل الذى يعلمه.

الرجل بكل بساطة كان يعيش مع امرأتين: زوجته الشرعية انى Anny وزوجته العرفية هيلدا Hilde فى نفس البيت و كان دائما عندما يسافر الى اى مكان يطلب تاشيرة دخول لزوجتيه أنى و هيلدا, ثم انه كان يعيش معهما كما قلت فى نفس البيت دون تستر و لا وجل, و هذا امر لم يستسغه لا الانجليز و لا الامريكان, و جعل مقامه فى انجلترا فى كمبريدج و فى امريكا فى برنستون غير مريح و قصير جدا.

لكن عندما عرض الرئيس الايرلندى دى فاليرا فكرة تأسيس معهد دبلن للدراسات المتقدمة على شرودينغر كتب له شرودينغر شخصيا من اجل الحصول على تأشيرة اقامة لزوجته العرفية هيلدا وكان ضمنا يسعى الى ان يفهم الرئيس وضعه الشخصى.

ففهم الرئيس و عندما فهم فهمت ادارته. فكان لشرودينغر ما اراد و تركه الايرلنديون و حاله و لم يزعجوه كما ازعجه الانجليز و الامريكان. وعاش شرودينغر مع امرأتيه اللتين يحبهما فى دبلن الى حين.

اذن هذا الرجل العبقرى شرودينغر الذى اخترع مبدأ التركيب الخطى فى الميكانيك الكمومى كان يؤمن بالتركيب الخطى قلبا و قالبا. فهو لا يمزح ولا ينافق و طبق مبدأه على حياته الخاصة.

فكما ان الالكترون يمكن ان يمر عبر ثقبين فى نفس الوقت, وكما ان القط يمكن ان يكون حيا او ميتا فى نفس الوقت, فهو يعتقد اعتقادا جازما انه يمكن للرجل-وهو قد فعلها شخصيا- ان يعيش مع امرأتين يحبهما فى نفس الوقت, و يحبان بعضهما البعض, دون الشعور باى تناقض او انفصام و من دون اى حرج مع محيطه الكلاسيكى.

هو لم يرى اى تناقض هنا رغم ان هذا الامر يعتبره الكل تناقضا كلاسيكيا مع مبادئ الكنيسة و الحداثة و العرف الاسلامى المعاصر.

هو فعلا يعتقد و لو لا شعوريا بان الذى يقوم به بالعيش مع امرأتيه فى نفس الوقت منسجم مع و معبر بعمق عن مبادئ الميكانيك الكمومى.

و لكن يبقى هذا تفسيرى الشخصى لهذه القصة الشخصية الغريبة.

6.10.8 الرجل الذى حاز مرتين على نوبل

الرجل الوحيد الذى حاز مرتين على نوبل فى الفيزياء -مرة فى الفيزياء التجريبية التطبيقية و مرة فى الفيزياء النظرية الرياضية- لم يكن لا فيزيائى تجريبى و لا فيزيائى نظرى بل كان مهندس الكترونيك حاصل على ماجيستير فى الالكترونيك نفعته كثيرا كثيرا فى حياته العملية و العلمية.

ثم لم يقنعه الالكترونيك بعد ذلك و ذهب الى الفيزياء النظرية و حضر دكتوراة تحت اشراف الفيزيائى العظيم فيغنر Wigner و بعد ان حصل عليها مل من الفيزياء النظرية نفسها -هل يعقل هذا!- لكن الى حين و لم يرجع الى الالكترونيك لكن ذهب الى الوسط -نخير الامور اوسطها اليس كذلك- وعمل على معضلات الفيزياء الصلبة التى تخص الالكترونيك.

هذا الرجل هو جون باردين John Bardeen الذى اخترع الترانزيستور transistor بعد ان فهم جيدا جدا فيزياء انصاف النواقل semiconductors وحصل بسبب هذا الاكتشاف (فهم انصاف النواقل و اختراع الترانزيستور) على نوبل الاولى فى الفيزياء عام 1956 مع زملائه شوكلى Shockley و براطاين Brattain.

وبعد ذلك ترك طلبته (من اقوى الطلبة فى التخصصين) يعملون على الالكترونيك -اى الجانب التطبيقى التكنولوجى- فى معهد الالكترونيك و الطلبة الآخرون يعملون على الفيزياء الصلبة -اى الجانب الفيزيائى التجريبى- فى معهد الفيزياء فى جامعة اوربانا شامباين و رجع هو الى الفيزياء النظرية -هذه هى فائدة الطلبة- ثم ذهب مباشرة الى واحدة من اصعب معضلاتها فى ذلك الحين الا و هى فيزياء الناقلية الممتازة superconductivity ووضع نظريتها النهائية المعروفة باسم نظرية ال BCS مع زملائه كووبر Cooper (صاحب ازواج كووبر) و شرايفر Schriffer ثم حاز على نوبل اخرى فى الفيزياء بعد 16 سنة من نوبل الاولى.

هذا الرجل كان والده أول عميد لكلية الطب لجامعة ماديسون ويسكونسون (والذى يعرف امريكا يعرف قيمة هذه الجامعة), و

كان يتيم الام, و دخل الجامعة فى سن ال 15, و كان و زوجته مسيحيين محافظين يذهبان الى الكنيسة لكنهما غير متدينين, وكان مستشارا لشركة زيروكس و كان السبب فى انقاذ ذراعها البحثى من الغلق, و انتخبته مجلة لايف واحد من أهم 100 شخصية مؤثرة فى تاريخ الولايات المتحدة فى القرن العشرين.

7.10.8 فى الثمانينات لكنه اكثر شبابا منى

الصورة تحتوى على آخر نتائج استاذى المؤطر فى الدكتوراة, الهندى-الامريكى, الماركسى المصر و الملتزم, الاستاذ فى جامعة سيراكيوس نيويورك, و الاستاذ بمعهد العلوم الرياضية بشناى فى الهند, الاستاذ بالاشاندران Balachandran او كما نسميه اختصارا بال, و الذى يبلغ من العمر 80 سنة (صيف 2018), و رغم هذا فانه مازال يعمل باقصى نشاط و حيوية وحب و تفانى و تضحية و كأنه شاب ابتدأ ابحاثه للتو.

الرجل استخرج نموذج جديد لنظرية الكروموديناميك الكمومى QCD عبارة عن نظرية مصفوفية, ثم استعمل هذا النموذج فى حساب طيف ما يسمى الكريات-الغليونية glueballs, ثم قارن مع الكروموديناميك الكمومى على الشبكة, ووجد اتفاق ممتاز.

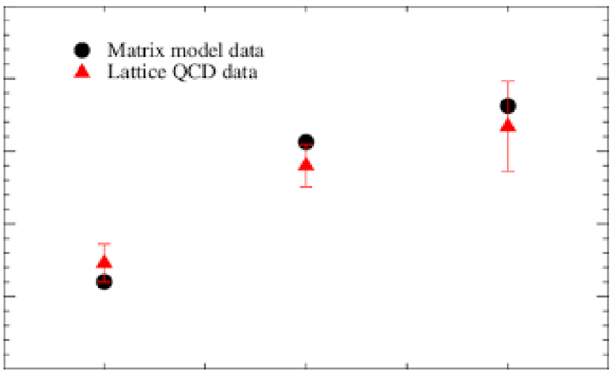
هذه ليست مسألة هينة والحساب العددى على الشبكة ليس هينا على الاطلاق. و فى الحقيقة اى كلام اقوله لن يمكنه ان يعبر عن الصعوبة الحقيقية لهذه المسألة بل فقط الممارسة ستجعل المرء يستوعب الأمر على حقيقته.

لكن الاستاذ بال تفادى بذكائه كل هذا. فهو قد وجد نموذج بسيط, و حسابه العددى بسيط, لكن يعطى نفس النتائج كما ترون على الصورة.

وبالمناسبة فهو غير مختص لا فى الكروموديناميك على الشبكة و لا فى نماذج المصفوفات ولا فى الفيزياء العددية. لكنه مجتهد ومنظم الى اقصى الحدود, وانى اعرفه شخصيا, ذكى جدا, و يعرف كيف يجتذب المهارات الشابة, وكيف يستغلها من اجل انجاز المطلوب, ثم هو لا يعرف اليأس امام العلم و البحث ابدا.

أما كثير منا هنا فقد قبل بكل بساطة ان ييأس و يفقد كل امل قبل حتى أن نبدأ وهو مازال فى العشرينات و الثلاثينات و الاربعينات.

انظروا بحث الاستاذ بال و طلبته الشباب الجدد هنا: https : //arxiv.org/abs/1606.08711.



شكل 9.8: بعض نتائج البحوث الأخيرة لبالاشاندران.

11.8 الفيزياء النظرية

1.11.8 كيف تصبح فيزيائيا نظريا جيدا؟

تحتاج الى التالى:

- اولا اللغات. تحتاج الى السيطرة على اللغة الانجليزية حتى تستطيع ان تواكب. ولكن تحتاج ايضا الى السيطرة على اللغة العربية لتحقيق الفهم العميق. أما الفرنسية فهى غير ضرورية على الاطلاق فى الفيزياء النظرية, و العلم بصفة عامة, عكس ما يريد ان يوهمك به بعضهم. هى ضرورية فقط فى الجزائر حتى تتمكن ان تتعامل مع الناحية الادارية الخشبية.

- ثانيا الرياضيات الاساسية.
- ثالثا الميكانيك الكلاسيكي.
- رابعا الضوء الهندسي.
- خامسا الترموديناميك و الميكانيك الاحصائي.
- سادسا الالكترونيك.
- سابعا الكهرومغناطيسية.
- ثامنا الفيزياء العددية.
- تاسعا الميكانيك الكمومي غير النسبي.
- عاشرا الفيزياء الذرية و الجزيئية.
- الحادي عشر فيزياء الاجسام الصلبة.
- الثاني عشر الفيزياء النووية.
- الثالث عشر فيزياء البلازما.
- الرابع عشر الرياضيات المتقدمة.
- الخامس عشر النسبية الخاصة.
- السادس عشر الميكانيك الكمومي المتقدم.
- السابع عشر الفينومينولوجي اي فيزياء الجسيمات الظواهرية.
- الثامن عشر النسبية العامة.
- التاسع عشر الكوسمولوجيا اي الفيزياء الكونية.
- العشرين فيزياء النجوم و الفلك.
- الحادي و العشرين نظرية الحقول الكمومية.
- الثاني و العشرين التناظرات الممتازة والثقالة الممتازة.
- الثالث و العشرين فيزياء الجسيمات النجمية.
- الرابع و العشرين نظرية الاوتار الممتازة.

هذه القائمة جمعها الفيزيائي النظري الشهير توهفت 't Hooft لم أغير فيها اي شئ لانه ليس لدي اي اعتراض عليها. أعجبني بالخصوص ما قاله في موضوع اللغات: اللغات الفرنسية و الالمانية و الاسبانية والايطالية يمكن ان تكون مفيدة, لكنها غير ضرورية بالمرة, فهي ليست موجودة في, او حتى قريبة من, اي من اساسات ناطحة السحاب خاصتنا, فلا تقلقوا بشأنها.

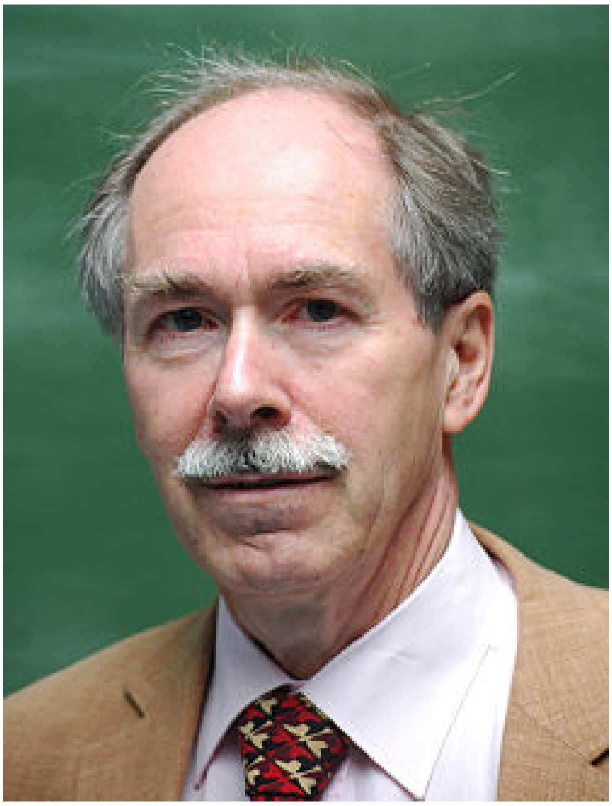
French, German, Spanish and Italian may be useful too, but they are not at all necessary. They are nowhere near the foundations of our sky-scraper so dont worry.

يقصد بناطحة السحاب خاصتنا: الفيزياء النظرية. وحتى لا تظنوا به السوء فهو هولندي اذن الانجليزية ليس لغته الام.

توهفت, وهو من الفيزيائيين المفضلين عندي شخصيا ربما الاول, حصل على نوبل لتمكنه من البرهان على خاصية اعادة التنظيم renormalizability لنظريات الحقول المعيارية gauge field theories. هذه الخاصية هي التي أنقذت النظرية المعيارية في ذلك الوقت من الاهمال و النسيان و الضياع ثم اعطت حلا نهائيا للقوة النووية القوية المعروف باسم ال QCD و أدت الى صياغة النموذج القياسي للجسيمات الاولية الذي يحتوي بالاضافة الى القوة النووية القوية على القوة النووية الضعيفة و الكهرومغناطيسية.

الان نحن نعرف جيدا ان جميع القوى الكونية باستثناء الثقالة لحد الآن, و هذه الاخيرة دائمة مستثنية, موصوفة بحقول معيارية قابلة للتنظيم.

ايضا نحن نعتقد ان الثقالة يجب ان تكون هي الاخرى موصوفة بنظرية حقل معيارى فى الاخير متمتعة بخاصية اعادة التنظيم لكن المعضلة اننا لا زلنا لا نعرف على الاطلاق ماهي بالضبط هذه النظرية. هذه النظرية المجهولة هي ما يسمى (الثقالة الكمومية) او (نظرية كل شيء) و التى تعتبر نظرية الوتر احد اقوى المرشحين لها والتى تلعب فيها الهولوغرافيا holography -التى اكتشفها ايضا توهفت- دورا محوريا.



شكل 10.8: جيرارد توهفت.

2.11.8 تأملات فى الفيزياء النظرية

اقسام الفيزياء النظرية: الظواهرية, التجريدية, الشبكية

الفيزياء النظرية بمعنى فيزياء الجسيمات الاولية-وهى الاصل- تحكمها ثلاثة توجهات اساسية:

-الظواهرية أو الفينومينولوجى phenomenology وهى التى لا تسرح بعيدا عن فيزياء الجسيمات الاولية التجريبية وتحاول بناء نماذج للتنبإ و الحساب و تهتم اكثر و بصورة مباشرة بالظواهر و من هنا جاء الاسم فينومينولوجى اى ظواهرية.

-التجريدية او الفورمال formal اى التنظير و هى التى تهتم اكثر بالدقة الرياضية و محاولة الذهاب ابعد بكثير مما يمكن للتجربة ان تسبر غوره فقط مع المحافظة على انسجام النسق الرياضى. و يهمها ايضا الصياغة و هذا هو ترجمة كلمة فورماليزم formalism التى اتت منها كلمة فورمال.

والكل متفق ضمنا او صراحة ان الفهم الاعمق لا يتأتى الا هنا و ليس فى الفينومينولوجى و لا فى التجربة التى هى ابعد. ومن الفورمال نجد نظرية الوتر و نظرية الحقل و النظريات المصفوفية و الهندسة غير التبديلية و نظريات الثقالة الكمومية الاخرى مثل الثقالة الحلقية او التثليت الديناميكى و غيرها.

-الشبكية او اللاتيس lattice و هو التنظير على الشبكات و استعمال الفيزياء الحاسوبية. وهى وسط رائع بين الفينومينولوجى و الفورمال. واللاتيس ترجمتها شبكة لان اهم وسيلة لها هو افتراض ان الفضاء-زمن- وهو مسرح كل الفيزياء- عبارة عن شبكة من النقاط المتقطعة و ليس متشعب تفاضلى differentiable manifold.

الشبكية يهمها حل الصياغات الرياضية التى يقدمها التجريدى حلا تجريبيا افتراضيا و حلا كاملا متضمنا لتنبئاته. و يهمها ايضا تقديم اطار للتجريدى حتى تبقى الطريقة العلمية متحكمة فيه و لا يضيع بالكامل و تماما فى الرياضيات و الفلسفة. ويهمها ايضا تقديم توقعات تجريبية افتراضية للمقارنة مباشرة مع التوقعات التجريبية المعملية والنجاح الذى حققته الشبكية فى الكروموديناميك اللونى QCD اى القوة النووية الاساسية يبقى غير مسبوق.

ويدخل ضمن الشبكية المصفوفية او الماتريكس matrix و هى طرق الدراسة الحديثة جدا التى تعتمد على تعويض الفضاء-زمن بمصفوفة عوض شبكة.

شخصيا ابتدأت فى الظواهرية ثم انتقلت الى التجريدية-ومازلت محسوبا هنا- ثم انتقلت-او حاولت الانتقال- الى الشبكية لكن على الطريقة المصفوفية لانها كانت الأقرب و المرتبطة مباشرة بما كنت افعله فى التجريدية. لكن الآن اود فعلا الرجوع الى التجريدية تماما و التركيز عليه بالشكل الاكبر لكن دون ترك المكتسبات القليلة او الكثيرة -لا ادرى- التى حققتها فى الشبكية لكن من اجل هذا احتاج الى مجموعة ورائى او امامى من الزملاء و الطلبة لمواصلة العمل الشبكى و المصفوفى الاقرب الى الروح التجريبية الاصيلة للفيزياء. وهذا فى هذه المرحلة من حياتى العلمية هو اهم صراع اعايشه اى كيف اعود الى التنظير البحت مع عدم ترك التجربة الافتراضية.

وهنا ينتهى هذا الموضوع الأول.

التخصصات الاربعة للفيزياء النظرية بدون منازع

ورأيى فى التخصصات الاكثر اثارة للاهتمام و التى لها مستقبل افضل بكثير من غيرها للطلبة الجدد فى الفيزياء النظرية و هى بالترتيب:

-اولا الفيزياء الوترية. وانى اتوقع ثورة وترية ثالثة قريبا فلا يغرنكم تثبيط المثبطين و لا عجز المعجزين و لا فشل المفشلين.

-ثانيا الفيزياء الكوسمولوجية. فهذه هى فيزياء الجسيمات الرشيقة الانيقة فى هذا العصر.

-ثالثا الفيزياء العددية. فهنا المستقبل وقد نبهت الى هذا منذ 15 سنة فلم يستمع لى أحد من الزملاء الهائمين التائهين وتأكد الامر لى و لهم فيما بعد. وانى مازلت اقول ان هناك المزيد قادم هنا.

-رابعا الفيزياء الفلسفية. وهذا موضوع جديد يحتاج الى دراية فلسفية بالاضافة الى الفهم الفيزيائى الدقيق. و اقول أن من يعمل فيه الآن فهو من الرواد فهو مجال جديد جدا جدا و انى اتوقع انفتاحه بشكل رهيب فى قادم الاعوام.

اما الفيزياء الوترية فانى لا انصح بها الا القوى (الرياضيات) الامين (الفيزياء).

اما الكوسمولوجية فكل طالب نظرى مجتهد مع قدر متوسط من الرياضيات و العددية يمكن ان ينجح فيها.

اما الحاسوبية فهى تحتاج الى قدر معتبر جدا من المنطق و الحساب. فلربما تقولون انها سهلة لكننى من التجربة مع الطلبة اقول ان الذى لا يستطيع ان يفكر منطقيا و حسابيا فلا داعى ان يدخل فيها لانه لن يستطيع ان يفعل شيئا الا اذا ارتضى بالبريوكلاج (جزائرية) او شغل اى كلام (مصرية).

اما الفلسفية فانى فعلا انصح بها لكل من شعر فى نفسه بتلك النزعة التجريدية المتطرفة مع القدرة التنظيرية الحقيقية (فهى اكثر تطرفا من ناحية التجريد و التنظير من الوتر مثلا).

اذن لا تخطئوا الاختيار كما اخطأ 99,99 بالمائة من الذين كانوا قبلكم.

مراحل فهم الفيزياء النظرية

يمر فهم الفيزياء النظرية بالمراحل التالية:

اولا التصور و الخيال المقيدان بالعلم و ليست الفانطازيا و الامل و الشطحات الطرقية.

ثانيا التحقق الجبرى من المعادلات و انها فعلا اتت من الفرضيات التى وضعت. ستكتشف اول ما تكتشف ان خيالك و تصورك كان فعلا خيالا محضا ليس له علاقة بالذى هو موجود فى المعادلات.

ثالثا التحقق التجريبى اى فهم النتائج التجريبية التى قام بها القوم الآخرون من التجريبيين المحنكين. لكن ايضا فى هذا العصر يمكن ايضا اجراء التجربة العددية بنفسك على حاسوبك بخصوص اعقد المسائل. هذا سيحقق لك فهما اعلى من المرحلة السابقة وستكتشف ان الجبر مثله مثل المنطق صورى ليست فيه روح وروحه هى التجربة الواقعية و العددية.

رابعا التحقق الرياضى التجريدى النهائى الذى سوف تستخدم فيه كل الرياضيات الضرورية لربما باستثناء الجبر و الحساب مثل الهندسة و الطوبولوجيا و الزمر و التحليل المعقد و غير ذلك. فهذا فهم اعلى من ذلك الذى توفره التجربة بكثير.

وخامسا التحقق الفلسفى. تذهب و تسأل الذين فكروا حقيقة و بعمق هائل و لزمن طويل حول هذه المسائل ولم تذهلهم لا التجربة و لا الرياضيات. عندها ستكتشف عورات الفيزياء و الرياضيات لكن ثقتك فيهم ايضا ستزداد لانك تكون قد عرفت حدودهما اما المطلق فمن فهم فعلا فانه لن يثق فيه وبه ابدا. وهذا هو اعمق فهم.

كيف تعمل الفيزياء النظرية؟

الفيزياء النظرية فى عملها تمر عبر المراحل التالية:
-نبدأ بفرضية معينة حول الواقع.
-نصوغ تلك الفرضية فى قالب رياضى محكم و نحسب ماهى النتائج الرياضية المترتبة على هذه الفرضية.
-نقارن هذه النتائج الرياضية بالتجربة و المشاهدة.
-اذا كان التفسير منسجما بمعنى ان الذى تقوله الرياضيات مطابقا للذى نشاهده فى الواقع او الذى نراه فى التجربة فاننا نستنتج ان الفرضية الاولى كانت صحيحة.

هذا هو المنطق و هذه هى الطريقة العلمية و هذه هى الرياضيات.

ثم نكرر الرياضيات و التجربة عبر امكنة و ازمنة مختلفة و بفرضيات اضافية و شروط مختلفة كل مرة و نرى هل الفرضية الاولى مازالت صامدة أم لا.

هذا هو الفرق بين نظرية و نظرية.

فى الاخير هذه الفرضية تبقى خير من الفرضيات الفلسفية و خير من كثير من الفرضيات الدينية لانها تبقى فرضية قابلة للتكذيب و التخطئ عن طريق رياضيات او تجارب جديدة فى المستقبل.

أما النظرية الفلسفية و كثير من النظريات الدينية فكيف يمكن أبدا التثبت او التحقق منها.

وايضا لا احد قال ان النظرية الفيزيائية هى الواقع او الطبيعة نفسها ابدا بل الاغلبية تقول انها توصيف لذلك الواقع. اذن هناك مجال رحب هنا. أما النظرية الفلسفية/الدينية فالكل يدعى انها هى الواقع وان الصانع قصد تلك النظرية بالضبط دون غيرها وانه ليس لدينا خيار فى أى منها.

جمال الفيزياء النظرية

جمال الفيزياء النظرية, فى رأيى, يكمن فى اعتمادها ككل العلوم على الطريقة العلمية الاساسية وهى التجربة من جهة, لكن من جهة أخرى, اعتمادها فى البناء و البرهان على حد هائل من الرياضيات, لا يعلم مداه الا الله و الراسخون فى هذا العلم.

ثم قبل التجربة و بعد الرياضيات, توفر الفيزياء النظرية مدخل طبيعى و ايضا عميق جدا, لا يعرف غور عمقه الا من مارسها من هذا الاتجاه, الى الفلسفة, وبخاصة الميتافيزيقا, اى فلسفة الوجود او الانطولوجى, وهذا عن طريق الفلسفة الكمومية, و فلسفة النسبية, وفلسفة الزمن, ومسألة السببية, وغيرها.

لكن الفيزياء النظرية لها ايضا علاقة وثيقة بفلسفة العقل, و فلسفة الجبر و الاختيار, وفلسفة الرياضيات و المنطق, وبصفة عامة فلسفة المعرفة او الابيستيمولوجى.

فى الحقيقة الامور متشابكة و متداخلة الى حد يصعب شرحه فى كلمات قصيرة, وهو ما يجعل هذا المجال مثيرا للاهتمام, و تحديا كبيرا للدراسة و الفهم.

هى صعبة المراس و عنيدة لكننى أحبها

اغلب اساتذة الفيزياء و طلبتهم فى الجزائر يعملون فى تخصص الفيزياء الصلبة و فيزياء المواد. ولا يغرنكم تغييرهم للاسماء مثل فيزياء الاشعاع و تكنولوجيا النانو و فيزياء طبية و انصاف النواقل او اى شئ من هذا القبيل. فكلهم فيزياء صلبة و فيزياء مواد بالتكوين و التدريس و البحث. هم اغلبية ساحقة ربما فى حدود ال 90 بالمائة. وهى فيزياء مهمة جدا لا شك. فمن افضل المواد التى درستها عندما كنت مبتدءا كانت فيزياء الاجسام الصلبة.

يمكننى ان اتطوع و اشرح بعض من تلك الفيزياء لكن مازلت لا اجد فى نفسى الرغبة و الاهتمام بتلك الامور. ضف الى ذلك ضيق الوقت و كثرة الاهتمامات ذات الاولية بالنسبة لمشروعى المعرفى الاكبر.

فشخصيا الدافع الوحيد الذى مازال يدفعنى لفعل كل ما افعله هو الحب. حب الفيزياء النظرية و الرياضيات. فالفيزياء النظرية هى نعم صعبة المراس, عنيدة, وفى بعض الاحيان اشعر انها لا تريدنى. لكن ليس باليد حيلة, فإننى احببتها من اول يوم وقعت عيناى عليها و مازلت اليوم كما كنت ذلك اليوم عاشق ولهان. فهى اذن خيار وذوق شخصيان جُبلت او جبرت عليها لا يمكننى ابدا الفكاك من اسرها او اسر حبها.

الثورة الثالثة قادمة

اذا فاتكم فضل الجهاد و السبق فى الاولى لانكم كنتم صغارا. واذا فاتكم فضل الجهاد و السبق فى الثانية لان الامانى و احلام الشباب الطائش غرتكم. فإن الثالثة قادمة فلا يفوتنكم الفضل و الاجر هذه المرة.

فالفيزياء تجب ما قبلها.

وحتى لا انسى, ولا أُتهم بالتحريض ايضا, فانى اتكلم عن الثورة الثالثة فى نظرية الاوتار الممتازة. اعظم نظرية فيزيائية فى التاريخ الانسانى.

فثورتها الاولى كانت فى اواسط الثمانينات بعد ان مرت بحوالى خمسة عشرة سنة من الركود فى السبعينات. وثورتها الثانية كانت فى اواسط التسعينات. وشخصيا اتوقع ثورة ثالثة قريبا بعد حوالى خمسة عشرة سنة ركود. فترقبوها فانا معكم من المترقبين.

الطيب والشرس والقبيح

البعض يريد ان يصبح فيزيائيا نظريا عظيما عن طريق التأمل فقط. والبعض الآخر عن طريق التفلسف. والآخر عن طريق الحساب النظرى التحليلى فقط. والآخر عن طريق الحساب التجريبى العددى فقط.

أما بعضهم فاكثر طموحا يريدون ان يجعلوا غيرهم يقومون بكل شئ و هو يُديرون و يُسيرون العملية من بعد و فقط من فوق.

وبعضهم يريدها اجتماعيات او سياسيات او اداريات او او.

اقول الفيزيائى النظرى الطيب هو الذى يحسب نظريا تحليليا و يحسب تجريبيا عدديا قبل كل شئ و اى شئ.

أما الذى يفعل هذا الحساب التحليلى و هذا الحساب العددى ثم يفعل كل الامور الاخرى من التأمل و التفلسف و القيادة و غيرها فهو فيزيائى نظرى شرس وليس طيبا فقط.

أما الذى يريد ان يفعل كل شئ ما عدا الحساب النظرى و التحليلى فهو الفيزيائى النظرى القبيح. وهذه رؤيتى احب من احب و كره من كره.

ملحوظة: الطيب و الشرس و القبيح the good, the bad and the ugly هو عنوان فيلم من نوع الواسترن السباغيتى من عهد الستينات اخراج سرجيو ليونى و بطولة كلينت استود وهو ثانى افضل فيلم واسترن رأيته فى حياتى و هذا رأيى و لا يهمنى ما يقوله المختصون لكنهم فى الاخير هم يقولون فعلا كذلك.

الى الفيزيائيين النظريين الشباب

اذا سُئلت ماهو افضل شئ يمكن ان يبحث فيه الطالب الفيزيائى النظري الشاب الذى ابتدأ للتو ابحاثه فإننى اقول بدون تردد نظرية الاوتار الممتازة.

لكن من اجل هذا تحتاج الى التحكم بأمرين اساسيين. نظرية الحقول الكمومية و نظرية النسبية العامة تحكما كاملا. أما من الناحية التقنية فإنك تحتاج ايضا الى قدر كبير من الرياضيات و التحكم ايضا فى الفيزياء العددية الحاسوبية.

شخصيا مازلت اعتقد ان المستقبل فى نظرية الاوتار. و وضع نظرية الاوتار فى الفيزياء النظرية مثل وضع الفيزياء النظرية فى بقية الفيزياء.

من يدرس الاوتار و يتحكم فيها فإنه يمكنه ان يتحول الى اى موضوع آخر فى الفيزياء النظرية و يدرسه أما العكس فصعب جدا ان لم يكن محالا. وهذا الوضع يشبه وضع مثل الفيزياء النظرية. فان اى شخص تخصص فى الفيزياء النظرية و اراد ان يغير التخصص فالامر سهل أما العكس فيستحيل. اذن استثمروا وقتكم بالطريقة الصحيحة فأنتم مازلتم شبابا قبل ان يدرككم الزمن و العمر. فالزمن هو الحكم فى النهاية.

الفرق بين التعلم و الفهم

ديراك Dirac يعتقد ان كل جيل من الطلبة الفيزيائيين يتعلم الميكانيك الكمومى بسهولة اكثر بالمقارنة مع اساتذتهم. أما بور Bohr فانه يقول انه اذا لم يصدمك الميكانيك الكمومى بعمق فهذا يعنى انك لم تفهمه بعد.

أقول ان هناك فرق بين التعلم و الفهم.

اذن كل جيل من الطلبة الفيزيائيين يتعلم فعلا الميكانيك الكمومى بسهولة اكثر من الجيل السابق لكنهم بالمقابل فانهم من المؤكد انهم يفهمونه بشكل اقل عمقا لانهم من الواضح للعيان انهم اقل شعورا بالصدمة.

شكل 11.8: بوستر فيلم الواسترن الشهير (الطيب و الشرس و القبيح) بطولة كلينت ايستوود.

وبصراحة فانني لم ارى ابدا في كل من درستهم طالبا انصدم من اى شيء قلته لهم فى مادة الميكانيك الكمومى و بصراحة اكثر فان اغلب الاساتذة اقل انصداما بالميكانيك الكمومى بل بالعكس وجدت كثير منهم مقلين فى الامر مستسهلين له الى اقصى حد على طريقة الامرار و التكرار المقيتة.

وقد كادت تلغى مادة الميكانيك الكمومى نهائيا عندما نُوقشت لأول مرة برامج ال LMD لولا ستر الله و لولا اسعاف الظروف.

و ايضا من استسهال هذه الاجيال من الطلبة و الاساتذة للميكانيك الكمومى تحمسها للحاسوبية الكمومية لتعلمها كلمة الكمومية وعدم فهمها لها ومحاولة امتطائهم لموضة الحاسوبية.

اذن فى الخلاصة فان الفيزياء بدأت تطغى عليها فعلا ما سميتها السلفية الفيزيائية -وهذه ليست السلفية الدينية لكنها تشاركها فى النقلية و الظاهرية و الحفظ و الامرار و التكرار و بدون كيف و غيرها من الالفاظ السحرية التى ليس لها اى مدلول فيزيائى حقيقى- كما بدأت تطغى على الفيزياء من جهات اخرى ما سميته فى منشورات اخرى بالكلامية الفيزيائية خاصة فيما يتعلق بما يجرى حاليا فى اعلى مستويات نظرية الوتر والثقوب السوداء.

وكما تعرفون من السلفية الدينية و الكلامية الدينية فهما طرفى نقيض و الوسط و التوسط هو فى العلمية الدينية. كذلك الامر فى الفيزياء فان الوسط و التوسط بين السلفية الفيزيائية و الكلامية الفيزيائية هو فى العلمية و الرياضية الفيزيائيتان.

هى ليست قضية حب لكنها قضية توافق ثم قضية قدرة و اجتهاد و حظ

عندما يبدأ المرء مسيرته التعليمية (وراء الشهادة ثم الوظيفة وهم الاغلبية) او العلمية (وراء العلم أما بقية الامور فهى تحصيل حاصل وهم الاقلية) فانه عليه ان يتحضر نفسيا و ماديا للفشل و الرفض الذى سيواجهه عديد المرات قلت او كثرت.

سيواجهه عددا من التعثرات متناسبا طردا مع:

- قدرته هل هى حقيقية ام مزيفة.

-اجتهاده متوفر او شحيح.

-حظه هل هو قليل او كثير.

فكلما زادت القدرة و الاجتهاد و الحظ كلما قلت مرات التعثر او بالاحرى الفشل و الرفض و كلما نقصت تلك الاشياء عنده كلما زادت مرات التعثر.

واذا كان المرء موهوبا او ذكيا كلما كانت فرصته اكبر فى تحقيق النجاح الذى يرمى اليه.

وكما هى طبيعة الرسام الذى لن يصبح رساما الا اذا توفر لديه حد ادنى من الموهبة التى لو انعدمت عنده تماما لما نفعه تعليم و لا تعلم للرسم.

كذلك الامر بالنسبة للفيزياء النظرية و الرياضيات واظنه بالنسبة لبقية الامور. فالعبرة ليست بالحب. فتقول اننى احب الفيزياء او الرياضيات اذن يجب ان أنجح ضرورة. لا هذا اكيد غير صحيح.

العبرة بالتوافق. هل انت و الرياضيات و الفيزياء متوافقان متناغمان. بمعنى هل لك تفكير رياضى منطقى بعيد عن الحشو. هل لك قدرة رياضية حقيقة. هل لك قدرة اصلا على تعلم التجريد الرياضى. هل لك قدرة على التخيل و التصور الضروريان للفيزياء.

هل بعد كل هذا لديك الموضوعية التى تجيك من الذاتية و الحشوية و التلقينية. فالتفكير العلمى اكثر من ضرورى و القدرة على النقد الذاتى اكثر من ضرورية.

هل انت فعلا مجتهد. هل انت تدرس ام تتعلم و هناك فرق. فالدراسة تتوقف عند المقياس ام التعلم فهو دراسة المقياس و المطالعة العامة و محاولة اكتساب الخبرات فى اى مجال آخر له علاقة بمجالك يمكنه ان يساعدك فى مجالك.

ثم هل عندك اصلا روح المبادرة. فالعلم هو معرفة السؤال قبل معرفة الجواب و معرفة كيفية وضع السؤال. اذن انت الذى تحتاج ان تضع اولا الاسئلة ثم تحاول ان تجيب عليها و الا فالامر ميئوس منه. يعنى مثلا ماذا تريد ان تتعلم و ماذا تريد ان تفهم. وبعد ان تعرف ذلك ماهى خطتك لتنفيذ ذلك المشروع. وبعد تحديد الخطة هل يمكنك فعلا الالتزام فى التنفيذ و الاصرار والمواظبة للوصول الى هدفك.

ثم بعد كل هذا الذى ذكرت هناك الحظ فهو ضرورى و فى بعض الاحيان اكثر من ضرورى و هو ضرورى حتى للعباقرة.

اذن هى ليست قضية حب لكنها قضية توافق ثم قضية قدرة و اجتهاد و حظ.

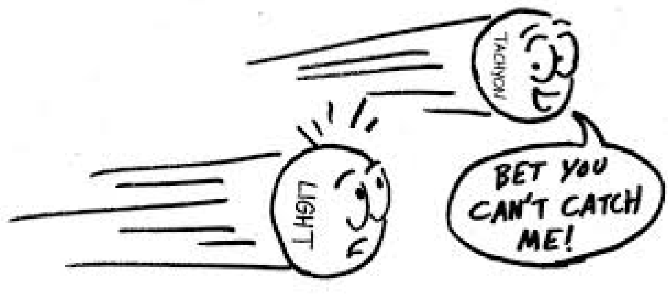
3.11.8 مسائل أساسية غير محلولة للشباب الجزائرى و العربى

مسألة اساسية غير محلولة للشباب الفيزيائى النظرى

الاوتار البوزونية bosonic strings اى التى لا تحتوى على تناظرات فائقة supersymmetry تتميز بعيب قاتل: الحالة الاساسية هى طاكيون tachyon اى جسيم كتلته سالبة وبالتالى فان سرعته تفوق سرعة الضوء مما يؤدى الى عدم استقرار هائل للنظرية.

وجود هذا الطاكيون هو السبب الذى يجعل الناس تذهب الى النظرية الوترية المسماة بالاوتار الممتازة. يمكن الغاء الطاكيون فى الاوتار المفتوحة open strings عن طريق تهافت decay ما يعرف بال D − branes وتحولها الى اوتار مغلقة closed strings.

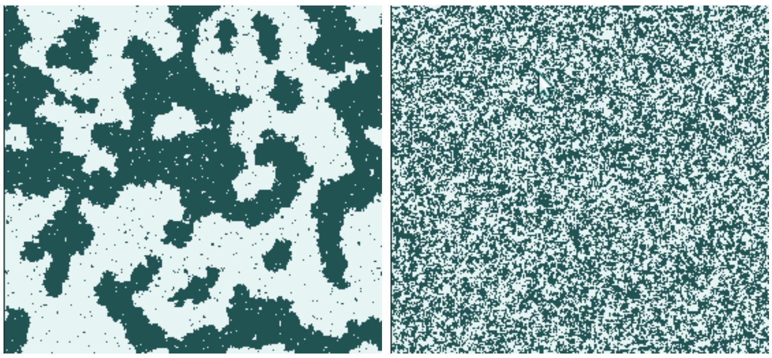
تبقى مسألة كيف يمكن الغاء الطاكيون فى الاوتار المغلقة -وهى الاوتار الاهم لانها هى الاكثر اساسية و هى التى تصف الثقالة- مسألة مطروحة لمن اراد ان يبحث فى هذا الموضوع الاساسى و يجرب حظه.



شكل 12.8: صورة مأخوذة من http://fuckyeahphysica.tumblr.com/.

تحدى آخر للشباب الجزائريين و العرب

نموذج ايزينغ Ising model, الذى قدمناه فى ابواب سابقة, عند درجة حرارة منخفضة -الطور البارامغناطيسي- فى الصورة الاولى, وعند درجة حرارة مرتفعة -الطور الفيرومغناطيسي- فى الصورة الثانية.



شكل 13.8: الطوران البارامغناطيسى (صورة 1) و الفيرومغناطيسى (صورة 2) لنموذج ايزينغ.

نموذج ايزينغ احتقر شأنه الفيزيائيون فى البداية ابتداءا بمن اقترحه على ايزينغ Ising و هو استاذه لنز Lenz حتى حله فى فضاء ذى بعدين الكيميائى النظرى المشهور لارس اونساغر Lars Onsager وحصل من اجله على نوبل فى الكيمياء رغم ان المسألة تهم الفيزياء اكثر من الكيمياء.

هذا النموذج فى ثلاثة ابعاد مازال غير محلول و من يحله فسيأخذ نوبل اكيد لانه مهم بشكل محورى وجوهرى لجميع التحولات الطورية من الدرجة الثانية المعروفة فى الطبيعة التى تسمى ايضا بالتحولات الحرجة. وحتى تكونوا فى الصورة اكثر فإن جميع التحولات الحرجة اى الطورية من الدرجة الثانية نقول عنها انها تقع فى صنف التحولات الطورية المسماة بالصنف الكونى لايزينغ Ising universaility class.

من اراد دراسة هذا الموضوع فعليه مثلا بكتاب الفيزيائى النظري العبقرى بولياكوب Polyakov الذى حاول و مازال يحاول حل هذه المسألة بطرق اصيلة مبتدعة لا تمت لمن ينظر اليها لاول وهلة بأية علاقة للموضوع الاصلى. كتابه المسمى الحقول المعيارية و الاوتار gauge fields and strings هو احد افيد و اغرب الكتب فى نظرية الحقل التى قرأتها فى حياتى [47].

اقدم لكم تحدى التحديات: معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود

كل شيئ فى الكون يخضع لمعادلة شرودينغر. فى عالم الجسيمات, عالم الكوسمولوجيا, الميكانيك الكمومى طبعا, نظرية الحقل و حتى نظرية الوتر.

$$\rho^{\text{final}}_{mm'} = \$_{mm',nn'}\rho^{\text{initial}}.$$

$$\$_{mm',nn'} = S_{mn}S^*_{n'm'}.$$

$$SS^+ = S^+S = 1.$$

شكل 14.8: معادلة شرودينغر بدلالة مصفوفة التصادم و المصفوفة الدولار.

لا يوجد استثناء الا استثناء وحيد هو الثقب الاسود.
فى الصورة معادلة شرودينغر مكتوبة بدلالة ما يسمى مصفوفة الكثافة density matrix فى الحالتين الابتدائية و النهائية -المعادلة الاولى-.
المعادلة الثانية تعطى ما يسمى المصفوفة الدولار dollar matrix بدلالة ما يسمى مصفوفة التصادم scattering matrix.
مصفوفة التصادم يجب ان تكون مصفوفة احادية unitary -وهذا مكافئ لشرط مجموع الاحتمالات يساوى واحد-. انظروا المعادلة الثالثة.
اين يخذل الثقب الاسود الميكانيك الكمومى؟
ابتداءا من المعادلة الثانية وهذا لان الحالة الابتدائية هى حالة نقية pure state أما الحالة النهائية فهى حالة مختلطة mixed و الميكانيك الكمومى حسب شرودينغر لا يؤدى ابدا من حالة ابتدائية نقية الى حالة نهائية مختلطة.
هذا فى ابسط كلمات ممكنة -وقد فكرت كثيرا حتى وجدت هذه الكلمات- ما يسمى معضلة ضياع المعلومات فى الثقب الاسود.
ماذا نفعل اذا كان الثقب الاسود لا يحترم الاحادية؟
من يحل لنا هذه المعضلة العميقة؟
يمكنكم ان تفكروا فى هذه المعضلة على انها نظير معضلة الجسم الاسود black body فى نهاية القرن التاسع عشر التى أدت الى الثورة الكمومية ابتداءا من بلانك Planck عام 1900.
الكل يعتقد ان هذه المعضلة هى التى سوف تؤدى الى الثورة الكمومية الثقالية. ونحن متأكدون من ذلك. وثقوا فى ان من يحل هذه المعضلة سيكون فى مصاف نيوتن و اينشتاين لن يشك فى ذلك احد.

مسائل و جوائز الالفية الثالثة لمعهد كلاى للرياضيات

مسائل و جوائز الالفية الثالثة لمعهد كلاى Clay للرياضيات وقد اعلن عنها فى عام 2000 كتحدى لكل الرياضيين و الفيزيائيين النظريين و الحاسوبيين النظريين.
وهى سبعة مسائل فى الرياضيات و الفيزياء النظرية و علوم الحاسوب النظري لم تحل منها الا مسألة واحدة اذن بقت ستة مسائل كتحدى.
وقيمة كل جائزة من هذه الجوائز هى مليون دولار. ولاننا لسنا ماديين نقول أن المليون دولار غير مهمة بقدر ماهو مهم و لا يقدر بثمن دخول العلم و التاريخ من اوسع الابواب عن طريق حل واحدة من هذه المسائل.

- المسألة الاولى: بين ان P=PN وهى مسالة تخص علوم الحاسوب النظري. بين أنه من اجل خوارزمية يمكن ان تتحقق من حل معين لمسألة فى زمن كثير حدود polynomial time توجد ايضا خوازمية يمكن ان تجد الحل نفسه فى زمن كثير حدود.

- المسألة الثانية: حدسية بوانكريه Poincare conjecture وهى تخص الطوبولوجيا topology. بين أن أى كرة فى أى بعد, هى مثل الكرة فى بعد ثلاثة, من ناحية انها فضاء متضام compact و ذى ارتباط بسيط simply connected.

- المسألة الثالثة: حدسية هودج Hodge conjecture وهى تخص الهندسة الجبرية algebraic geometry. بين ان الكهومولوجية cohomology والهومولوجية homology يشكلان ثنائية بوانكريه Poincare dual فى بعض الحالات. انظروا هذه الحالات فى الاعلان الرسمى.

- المسألة الرابعة: فرضية ريمان Riemann hypothesis وهذه مهمة بالنسبة للتحليل المركب و نظرية الاعداد و بخاصة خواص الاعداد الاولية. برهن أن جذور دالة زيطا zeta ريمان بعد اجراء التمديد التحليلى analytic continuation لها قسم حقيقى يساوى نصف.

- المسألة الخامسة: نظرية يانغ و ميلز Yang − Mills theory وهذه تخص الفيزياء النظرية للحقول المعيارية للقوة النووية الكبرى. احسب طيف الجملة و برهن ان هناك فجوة كتلية mass gap بين الحالة الاساسية و الحالة المثارة الاولى ثم برهن على الانحباس اللونى color confinment النووى. هذه ستوصلك الى نوبل Nobel فى الفيزياء و فيلدز Fields فى الرياضيات بالاضافة الى جائزة كلاى Clay للرياضيات.

- المسألة السادسة: معادلات نافيي و سطوكس Navier − Stokes equations وهى تخص الفيزياء النظرية لميكانيك الموائع. بكل بساطة حل هذه المعادلات فى اقصى عمومياتها.

- المسالة السابعة: حدسية بيرخ Birch و سوينرتون-داير Swinnerton − Dyer: اوجد جذور المعادلات المعرفة للمنحنيات القطعية-الناقصة elliptic curves على مجموعة الاعداد الناطقة.

فقط المسألة الثانية الخاصة بحدسية بوانكريه قد حلت, لذا لا تحاولوا هناك, لكن حكاية حلها كأنها من حكايات الف ليلة و ليلة, و ساقصها عليكم فى مرة أخرى ان شاء الله.

أهم من هذا بالنسبة لنا هى المسألة الخامسة. من يحل هذه المسألة كما قلت سيحصل بالاضافة على جائزة كلاى على جائزتى نوبل و فيلدز لا يوجد شك فى ذلك واهم من هذا انه سيدخل التاريخ.

المسألة: برهن انه من اجل اى زمرة متضامة فإن نظرية يانغ و ميلز الكمومية على الفضاء الاقليدى الرباعى موجودة و أنه موجود فجوة كتلية موجبة.

Prove that for any compact simple gauge group G quantum Yang-Mills theory on R^4 exists and has a mass gap $\Delta > 0$.

التقرير الاخير حول وضع هذه المسألة فى المجال الا كاديمى كتبه الفيزيائى النظرى الشهير مايكل دوغلاس Michael Douglas -ليس الممثل الشهير الذى يحمل نفس الاسم-. انظروه هنا [46].

القسم III

الفيزياء الأساسية

باب 9

السقوط الحر

فى هذا الفصل التحضيرى نتبع [3].

1.9 المعالم غير العطالية: الدوران و التسارع

المعلم العطالى هو اى معلم يطبق فيه القانون الاول لنيوتن: حركة اى جملة لا تخضع لاى قوى خارجية هى حركة مستقيمة منتظمة. اذن المعالم العطالية هى معالم تحرك بالنسبة لبعضها البعض بسرعة ثابتة. ايضا فى المعلم العطالى قانون نيوتن الثانى يطبق دائما

$$\vec{F} = m\vec{a}. \tag{1.9}$$

التسارع و الدوران يؤديان الى معالم غير عطالية. نشتق فيما يلى قانون نيوتن الثانى فى معلم غير عطالى دوار.

ليكن L معلم عطالى (x, y, z) مبدأه O و ليكن M معلم غير عطالى (x', y', z') يدور حول المعلم العطالى L و نفترض للتبسيط ان مبدأه O' ينطبق دائما على المبدأ O. نسمى L جملة المخبر laboratory system و M الجملة المتحركة. لتكن اشعة وحدة الجملة المتحركة moving system تعطى ب $\vec{e}_1'$, $\vec{e}_2'$, و $\vec{e}_3'$. لنعتبر شعاع $\vec{A}$ فى الجملة المتحركة M يتعلق بالزمن بمعنى ان مركباته تتعلق بالزمن يكتب

$$\vec{A} = A_1'\vec{e}_1' + A_2'\vec{e}_2' + A_3'\vec{e}_3'. \tag{2.9}$$

اذن مشتقة هذا الشعاع فى المعلم M هى

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_M = \frac{dA_1'}{dt}|_M\vec{e}_1' + \frac{dA_2'}{dt}|_M\vec{e}_2' + \frac{dA_3'}{dt}|_M\vec{e}_3'. \tag{3.9}$$

أما بالنسبة لجملة المخبر L فانه بالاضافة الى تعلق المركبات A_i' بالزمن فان اشعة الوحدة نفسها $\vec{e}_i'$ تتعلق بالزمن لانها تدور و بالتالى فان مشتقة الشعاع $\vec{A}$ بالنسبة للمعلم L تعطى ب

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L = \frac{d\vec{A}}{dt}|_M + A_1'\dot{\vec{e}}_1' + A_2'\dot{\vec{e}}_2' + A_3'\dot{\vec{e}}_3'. \tag{4.9}$$

لدينا الترميز

$$\dot{\vec{e}}_i' = \frac{d}{dt}\vec{e}_1'|_L. \tag{5.9}$$

يمكننا ان نحسب (انظر التمرينات)

$$\dot{\vec{e}}_1' = a_1\vec{e}_2' + a_2\vec{e}_3'\ ,\ \dot{\vec{e}}_2' = -a_1\vec{e}_1' + a_4\vec{e}_3'\ ,\ \dot{\vec{e}}_3' = -a_2\vec{e}_1' - a_4\vec{e}_2'. \tag{6.9}$$

اذا اعرفنا الشعاع $\vec{C}$ بالعلاقة

$$\vec{C} = (a_4, -a_2, a_1) \tag{7.9}$$

نحصل اذن على النتيجة

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L = \frac{d\vec{A}}{dt}|_M + \vec{C}\text{x}\vec{A}. \tag{8.9}$$

الشعاع $\vec{C}$ هو بالضبط شعاع السرعة الزاوية للجملة الدوارة M (انظر التمرينات). اذن نكتب

$$\vec{C} = \vec{\Omega} = \Omega_1\vec{e}_1 + \Omega_2\vec{e}_2 + \Omega_3\vec{e}_3, \tag{9.9}$$

حيث $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, و $\vec{e}_3$ هى اشعة وحدة المعلم العطالى L و Ω_1, Ω_2, و Ω_3 هى السرعات الزاوية حول المحاور x, y, و z. نحصل اذن على

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L = \frac{d\vec{A}}{dt}|_M + \vec{\Omega}\text{x}\vec{A}. \tag{10.9}$$

نكتب هذه العلاقة ايضا على الشكل

$$\hat{D}_L\vec{A} = \hat{D}_M\vec{A} + \vec{\Omega}\text{x}\vec{A}, \tag{11.9}$$

او بشكل عام

$$\hat{D}_L = \hat{D}_M + \vec{\Omega}\text{x}, \tag{12.9}$$

حيث مؤثرات الاشتقاق $\hat{D}_L$ و $\hat{D}_M$ تعطى ب

$$\hat{D}_L = \frac{d}{dt}|_L \ , \ \hat{D}_M = \frac{d}{dt}|_M. \tag{13.9}$$

2.9 قانون نيوتن الثانى فى معلم غير عطالى دوار

نطبق مباشرة العلاقة اعلاه على شعاع الموضع $\vec{r}$ لنحصل على

$$\dot{\vec{r}} = \hat{D}_L\vec{r} = \hat{D}_M\vec{r} + \vec{\Omega}\text{x}\vec{r}. \tag{14.9}$$

مرة اخرى لنحصل على

$$\begin{aligned}\ddot{\vec{r}} = \hat{D}_L(\hat{D}_L\vec{r}) &= (\hat{D}_M + \vec{\Omega}\text{x})(\hat{D}_M\vec{r} + \vec{\Omega}\text{x}\vec{r}) \\ &= \hat{D}_M^2\vec{r} + (\hat{D}_M\vec{\Omega})\text{x}\vec{r} + 2\vec{\Omega}\text{x}(\hat{D}_M\vec{r}) + \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}).\end{aligned} \tag{15.9}$$

بعبارة اخرى

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_L = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_M + \frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M\text{x}\vec{r} + 2\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}}{dt}|_M + \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}). \tag{16.9}$$

الحد الثانى هو التسارع الخطى, الحد الثالث هو تسارع كوريوليس Coriolis, والحد الرابع هو التسارع الطارد المركزى centripetal. بالضرب ب m نحصل على قانون نيوتن الثانى

$$\vec{F} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_L = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_M + m\frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M\text{x}\vec{r} + 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}}{dt}|_M + m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}). \tag{17.9}$$

نكتب هذا القانون على الشكل المكافئ

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}|_M \quad = \quad \vec{F} - m\frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M \text{x}\vec{r} - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}). \tag{18.9}$$

القوى الاضافية هى قوى افتراضية ديناميكية ناجمة عن التسارع. هذه الحدود يمكن اهمالها على الارض فى اغلب الاحيان لان السرعة الزاوية للارض صغيرة جدا تعطى ب

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24h} \sim 10^{-5}s^{-1}. \tag{19.9}$$

لحد الآن افترضنا ان المعلم العطالى L و المعلم غير العطالى المتحرك الدوار M متطابقان فى المبدأ. نعتبر الآن الوضعية الاعم التى ينسحب فيها المبدأ O' بشعاع $\vec{R}$ بالنسبة للمبدأ O. شعاع الموضع $\vec{r}$ فى L يعطى بدلالة شعاع الموضع $\vec{r}'$ فى M بالعبارة

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'. \tag{20.9}$$

قانون نيوتن الثانى يصبح معطى ب

$$\vec{F} - m\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_L = m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_L. \tag{21.9}$$

وهذا يؤدى الى القانون

$$m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M \quad = \quad \vec{F} - m\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_L - m\frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M \text{x}\vec{r}' - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \tag{22.9}$$

3.9 السقوط الحر

نعتبر الآن مسألة السقوط الحر على سطح الارض.

اولا نهمل حركة دوران الارض حول الشمس. اذن المعلم العطالى L هو معلم مثبت فى مركز الارض لان هذا الاخير لا يخضع للدوران و بالتالى فان المبدأ O هو مركز الارض. المعلم الدوار هو المعلم الذى يدور مع الارض بمبدأ O' يقع على سطح الارض. اذن ننطلق بالضبط من المعادلة التى تحصلنا عليها فى الفقرة السابقة:

$$m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M \quad = \quad \vec{F} - m\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_L - m\frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M \text{x}\vec{r}' - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \tag{23.9}$$

يمكن ان نأخذ السرعة الزاوية لدوران الارض حول مركزها ثابتة فى الزمن اى $d\vec{\Omega}/dt = 0$. المعادلة تختزل الى

$$m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M \quad = \quad \vec{F} - m\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_L - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \tag{24.9}$$

باستخدام نفس الطريقة التى ادت الى هذه المعادلة نحسب

$$\begin{aligned}\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_L \quad &= \quad \frac{d^2\vec{R}}{dt^2}|_M + \frac{d\vec{\Omega}}{dt}|_M \text{x}\vec{R} + 2\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{R}}{dt}|_M + \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{R}) \\ &= \quad \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{R}),\end{aligned} \tag{25.9}$$

حيث استعملنا الملاحظة ان $\vec{R}$ هو شعاع ثابت بالنسبة للمعلم M فان قانون نيوتن الثانى يصبح

$$m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M = \vec{F} - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{R}) - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \quad (26.9)$$

لكن قوة الثقالة تعطى ب (بافتراض ان هذه هى القوة الوحيدة المؤثرة)

$$\vec{F} = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3} \simeq \frac{GmM\vec{R}\vec{r}}{R^3}, \quad (27.9)$$

حيث نشرنا $\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$ حول $\vec{R}$ ثم اهملنا الحدود المتناسبة مع r' لان $r' << R$ بالقرب من سطح الارض. نحصل اذن على قانون نيوتن الثانى

$$m\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M = -\frac{GmM\vec{R}}{R^3} - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{R}) - 2m\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - m\vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \quad (28.9)$$

من الجهة الاخرى فان تسارع الجذب الثقالى الارضى يجب ان يعطى بالعلاقة (و هو مؤكد تجريبيا)

$$\vec{g} = -\frac{GM\vec{R}}{R^3} - \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{R}). \quad (29.9)$$

الحد الثانى هو تسارع الطرد المركزى الناجم عن دوران الارض حول محورها و هو يؤدى الى تخفيض تسارع الجذب الثقالى الارضى. قانون نيوتن الثانى يصبح اذن

$$\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M = \vec{g} - 2\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M - \vec{\Omega}\text{x}(\vec{\Omega}\text{x}\vec{r}'). \quad (30.9)$$

الحد الاخير يمكن ايضا اهماله لانه متناسب مع Ω^2 و لان السرعة الزاوية لدوران الارض حول محورها صغيرة كما قلنا. اذن نحصل على

$$\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}|_M = \vec{g} - 2\vec{\Omega}\text{x}\frac{d\vec{r}'}{dt}|_M. \quad (31.9)$$

سرعة دوران المعلم M حول المعلم L هى $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_3$. أما الحقل الثقالى $\vec{g}$ فى المعلم M فهو موجه نحو مركز الارض بحيث $\vec{g} = -g\vec{e}_3'$. انظر الصورة. لتكن λ الزاوية التى يصنعها شعاع الموضع $\vec{R} = R\vec{e}_3'$ مع $\vec{e}_3$. اذن

$$\begin{aligned}\vec{e}_3 &= (\vec{e}_3\vec{e}_1')\vec{e}_1' + (\vec{e}_3\vec{e}_2')\vec{e}_2' + (\vec{e}_3\vec{e}_3')\vec{e}_3' \\ &= -\sin\lambda\vec{e}_1' + \cos\lambda\vec{e}_3'.\end{aligned} \quad (32.9)$$

اى

$$\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_3 = -\Omega\sin\lambda\vec{e}_1' + \Omega\cos\lambda\vec{e}_3'. \quad (33.9)$$

قانون نيوتن الثانى يؤدى اذن الى معادلات الحركة

$$\begin{aligned}\ddot{x}' &= 2\Omega\cos\lambda\dot{y}' \\ \ddot{y}' &= -2\Omega(\dot{z}'\sin\lambda + \dot{x}'\cos\lambda) \\ \ddot{z}' &= -g + 2\Omega\dot{y}'\sin\lambda.\end{aligned} \quad (34.9)$$

هذه ثلاثة معادلات تفاضلية من الدرجة الثانية مرتبطة ببعضها البعض عبر السرعة الزاوية Ω. اذا وضعنا $\Omega = 0$ فاننا نحصل على معادلات السقوط الحر فى معلم عطالى. من اجل حل هذه المعادلات علينا ان نحدد الشروط الابتدائية. مثلا يسقط الجسم من ارتفاع h بدون سرعة ابتدائية اى نختار الشروط الابتدائية

$$x(0) = y(0) = 0\ ,\ z(0) = h\ ,\ \dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0. \quad (35.9)$$

مكاملة المعادلات اعلاه مرة واحدة بهذه الشروط الابتدائية نحصل مباشرة على

$$\begin{aligned} \dot{x}^{'} &= 2\Omega \cos \lambda y^{'} \\ \dot{y}^{'} &= -2\Omega(z^{'} \sin \lambda + x^{'} \cos \lambda) + 2\Omega h \sin \lambda \\ \dot{z}^{'} &= -gt + 2\Omega y^{'} \sin \lambda. \end{aligned} \quad (36.9)$$

بالتعويض ب $\dot{x}^{'}$ و $\dot{z}^{'}$ فى $\ddot{y}^{'}$ نحصل على المعادلة

$$\ddot{y}^{'} + 4\Omega^2 y^{'} = ct \ , \ c = 2\Omega g \sin \lambda. \quad (37.9)$$

الحل العام لهذه المعادلة هو الحل العام للمعادلة المتجانسة زائد الحل الخاص للمعادلة غير المتجانسة اى

$$y^{'} = \frac{t}{4\Omega^2} + A \cos 2\Omega t + B \sin 2\Omega t. \quad (38.9)$$

عند $t = 0$ لدينا الشرط الابتدائى $y = \dot{y} = 0$ اى $B = 0$ و $A = -c/8\Omega^3$. اذن

$$y^{'} = \frac{t}{4\Omega^2} - \frac{c}{8\Omega^3} \cos 2\Omega t = \frac{g \sin \lambda}{2\Omega}(t - \frac{\sin 2\Omega t}{2\Omega}). \quad (39.9)$$

بالتعويض فى $\dot{x}^{'}$ ثم المكاملة نحصل على

$$x^{'} = \frac{g \sin \lambda \cos \lambda}{2}(t^2 - \frac{1 - \cos 2\Omega t}{2\Omega^2}). \quad (40.9)$$

بالتعويض فى $\dot{z}^{'}$ ثم المكاملة نحصل على

$$z^{'} = h - \frac{g}{2}t^2 + \frac{g \sin^2 \lambda}{2}(t^2 - \frac{1 - \cos 2\Omega t}{2\Omega^2}). \quad (41.9)$$

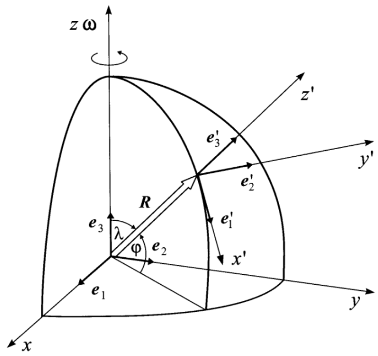
مرة اخرى لان السرعة الزاوية للدوران صغيرة يمكن ان ننشر الدوال الجيبية اعلاه و نحتفظ فقط بحدودها الاولى لنحصل اخيرا على

$$x^{'} = 0. \quad (42.9)$$

$$y^{'} = \frac{g\Omega t^3 \sin \lambda}{3}. \quad (43.9)$$

$$z^{'} = h - \frac{g}{2}t^2. \quad (44.9)$$

اذن الكتلة لا تسقط شاقوليا تماما بسبب دوران الارض حول محورها لكن هناك انحراف صغير لمسار سقوطها الحر نحو الشرق. هذا راجع الى انه فى اللحظة الابتدائية $t = 0$ عند الارتفاع $z = h$ فان سرعة الكتلة بالنسبة للمعلم العطالى لديها مركبة اكبر نحو الشرق بسبب دوران الارض (الذى هو باتجاه الشرق) بالمقارنة مع كتلة على السطح.



4.9 تمارين

تمرين 1: بين ان الحدود الاضافية فى المعادلة

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L=\frac{d\vec{A}}{dt}|_M+A_1'\dot{\vec{e}}_1+A_2'\dot{\vec{e}}_2+A_3'\dot{\vec{e}}_3$$

يمكن كتابتها على الشكل

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L=\frac{d\vec{A}}{dt}|_M+\vec{C}\mathrm{x}\vec{A}$$

وعين الشعاع $\vec{C}$.

تمرين 2: بين أن $\vec{C}$ هى السرعة الزاوية للدوران $\vec{\Omega}$.

تمرين 3:

- بين العلاقة (25 . 9).
- اشتق معادلات الحركة (34 . 9).
- اشتق الحلول (40 . 9) و (41 . 9).

5.9 حلول

تمرين 1: من شرط التنظيم $\vec{e}_i'\vec{e}_i'=1$ نستنتج ان $\dot{\vec{e}}_i'\vec{e}_i'=0$ اى ان مشتقة شعاع الوحدة بالنسبة للزمن عمودية لشعاع الوحدة. يمكننا اذن ان نكتب

$$\dot{\vec{e}}_1'=a_1\vec{e}_2'+a_2\vec{e}_3'\ ,\ \dot{\vec{e}}_2'=a_3\vec{e}_1'+a_4\vec{e}_3'\ ,\ \dot{\vec{e}}_3'=a_5\vec{e}_1'+a_6\vec{e}_2'.$$

من شرط التعامد $\vec{e}_1'\vec{e}_2'=1$ نستنتج ان $\dot{\vec{e}}_1'\vec{e}_2'=-\dot{\vec{e}}_2'\vec{e}_1'$. نحصل مباشرة على $a_3=-a_1$. بنفس الطريقة نحصل على $a_6=-a_4$, $a_5=-a_2$. اى ان ثلاثة فقط من المعاملات a مستقلة خطيا. بالتعويض نحصل على

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L=\frac{d\vec{A}}{dt}|_M+\vec{e}_1'(-a_1A_2'-a_2A_3')+\vec{e}_2'(a_1A_1'-a_4A_3')+\vec{e}_3'(a_2A_1'+a_4A_2').$$

الحدود الثانية و الثالثة و الرابعة هى بالضبط الجداء الشعاعى

$$\begin{aligned}\vec{C}\mathrm{x}\vec{A} &= \begin{vmatrix}\vec{e}_1' & \vec{e}_2' & \vec{e}_3'\\ C_1 & C_2 & C_3\\ A_1' & A_2' & A_3'\end{vmatrix}\\ &= \vec{e}_1'(C_2A_3'-C_3A_2')-\vec{e}_2'(C_1A_3'-C_3A_1')+\vec{e}_3'(C_1A_2'-C_2A_1'),\end{aligned}$$

اذا اعرفنا الشعاع $\vec{C}$ بالعلاقة

$$\vec{C} = (a_4, -a_2, a_1).$$

نحصل اذن على النتيجة

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_L = \frac{d\vec{A}}{dt}|_M + \vec{C}\text{x}\vec{A}.$$

تمرين 2: نفترض ان المعلم M يدور حول المحور z بسرعة زاوية $\vec{\Omega} = \Omega\vec{e}_3$. اذن $z = z^{'}$. نفترض ايضا ان الشعاع $\vec{A}$ يدور مع المعلم M اى

$$\frac{d\vec{A}}{dt}|_M = 0.$$

الآن من الواضح ان مركبة $\vec{A}$ الموازية ل $\vec{\Omega}$ لا تتغير. أما المركبة العمودية التى تساوى فى الطويلة $A\sin\phi$, حيث ϕ هى الزاوية التى يصنعها الشعاع $\vec{A}$ مع المحور z, فتتغير فى الاتجاه. خلال زمن dt يدور الشعاع $\vec{A}$ بزاوية Ωdt. اذن طويلة التغير فى الشعاع $\vec{A}$ فتعطى ب

$$dA = A\sin\phi.\Omega dt.$$

اتجاه هذا الشعاع هو بالضبط اتجاه الشعاع

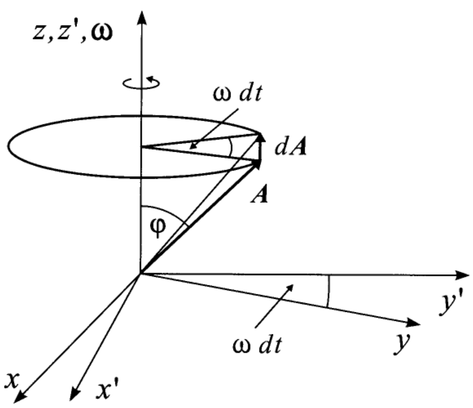
$$\vec{\Omega}\text{x}\vec{A}dt.$$

اذن

$$d\vec{A} = \vec{\Omega}\text{x}\vec{A}dt.$$

اذن

$$d\vec{A} = \vec{\Omega}\text{x}\vec{A} \Rightarrow \vec{C} = \vec{\Omega}.$$



باب 10

مبادئ التغاير و معادلات لاغرانج

1.10 ميكانيك جملة جسيمات نقطية

نعتبر جملة من الجسيمات النقطية ذات اشعةالموضع $\vec{r}_i$ و الكتل m_i. قانون نيوتن الثاني للحركة بالنسبة للجسيم رقم i يعطي ب

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{(e)} + \sum_j \vec{F}_{ji} = \frac{d\vec{p}_i}{dt}. \quad (1.10)$$

كالعادة تعرف كمية الحركة بدلالة السرعة ب

$$\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i = m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt}. \quad (2.10)$$

القوة الخارجية المؤثرة علي الجسيم i هي $\vec{F}_i^{(e)}$ و القوة الداخلية المؤثرة علي الجسيم i والناجمة عن الجسيم j هي $\vec{F}_{ji}$. لدينا $\vec{F}_{ii} = 0$ و $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$. يمكن كتابة قانون نيوتن الثاني علي الشكل

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{(e)} + \sum_j \vec{F}_{ji} = m_i\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2}. \quad (3.10)$$

بالجمع علي كل الجسيمات نحصل علي

$$0 = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i^{(e)} = \sum_i m_i\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2} = M\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}. \quad (4.10)$$

الكتلة الكلية M معرفة ب $M = \sum_i m_i$ و شعاع موضع مركز كتلة الجملة $\vec{R}$ يعرف ب

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i. \quad (5.10)$$

اذن القوي الداخلية لانها تخضع لقانون نيوتن الثالث ليس لها اي تأثير علي جركة الجملة.القوة الخارجية الكلية تعطي بدلالة كمية الحركة الكلية ب

$$\vec{F}^{(e)} = M\frac{d\vec{P}}{dt} = M\frac{d^2\vec{R}}{dt^2}. \quad (6.10)$$

اذن يمكن ان نستنتج مباشرة قانون انحفاظ كمية الحركة: اذا انعدمت القوة الخارجية الكلية فان كمية الحركة الكلية تبقي منحفظة في الزمن.

لنحسب الان العمل الذي تقوم به القوي $\vec{F}_i^{(e)}$ و $\vec{F}_{ji}$ في تحريك الجملة من حالة ابتدائية 1 الي حالة نهائية 2. لدينا

$$W_{12} = \sum_i \int_1^2 \vec{F}_i d\vec{s}_i = \sum_i \int_1^2 \vec{F}_i^{(e)} d\vec{s}_i + \sum_{i,j} \int_1^2 \vec{F}_{ji} d\vec{s}_i. \quad (7.10)$$

لدينا من جهة

$$\begin{aligned} W_{12} = \sum_i \int_1^2 \vec{F}_i d\vec{s}_i &= \sum_i \int_1^2 m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} \vec{v}_i dt \\ &= \sum_i \int_1^2 d(\frac{1}{2} m_i v_i^2) \\ &= T_2 - T_1. \end{aligned} \quad (8.10)$$

الطاقة الحركية الكلية تعرف ب

$$T = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2. \quad (9.10)$$

نفترض ان القوي الخارجية $\vec{F}_i^{(e)}$ محافظة اي انها مشتقة من طاقات كامنة V_i بحيث

$$\vec{F}_i^{(e)} = -\vec{\nabla}_i V_i. \quad (10.10)$$

اذن نحسب

$$\sum_i \int_1^2 \vec{F}_i^{(e)} d\vec{s}_i = -\sum_i \int_1^2 \vec{\nabla}_i V_i d\vec{s}_i = -\sum_i V_i|_1^2. \quad (11.10)$$

ايضا نفترض ان القوي الداخلية $\vec{F}_{ji}$ محافظة اي مشتقة من طاقات كامنة V_{ij} بحيث

$$\vec{F}_{ji} = -\vec{\nabla}_i V_{ij}. \quad (12.10)$$

لان $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$, يجب ان نأخذ V_{ij} دالة في المسافة $|\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ فقط, اي ان $V_{ij} = V_{ji}$. يمكننا ايضا التحقق من ان القوة $\vec{F}_{ij}$ هي تقع بمحاذاة الخط الرابط بين الجسيمان i و j. نعرف شعاع الفرق ب $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$. لدينا اذن

$$\vec{\nabla}_i V_{ij} = -\vec{\nabla}_j V_{ij} = \vec{\nabla}_{ij} V_{ij}. \quad (13.10)$$

يمكننا الان ان نحسب

$$\begin{aligned} \sum_{i,j} \int_1^2 \vec{F}_{ji} d\vec{s}_i &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \int_1^2 (\vec{\nabla}_i V_{ij} d\vec{s}_i + \vec{\nabla}_j V_{ij} d\vec{s}_j) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \int_1^2 \vec{\nabla}_{ij} V_{ij} (d\vec{s}_i - d\vec{s}_j) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \int_1^2 \vec{\nabla}_{ij} V_{ij} d\vec{r}_{ij} \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{ij}|_1^2. \end{aligned} \quad (14.10)$$

اذن العمل المنجز يعطي ب

$$W_{12} = -V_2 + V_1. \quad (15.10)$$

الطاقة الكامنة الكلية تعطي اذن ب

$$V=\sum_i V_i+\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}V_{ij}. \quad (16.10)$$

من النتائج $W_{12}=T_2-T_1$ و $W_{12}=-V_2+V_1$ نستنتج ان الطاقة الكلية $T+V$ هي منحفظة.
كالعادة نعرف العزم الحركي الكلي ب

$$\vec{L}=\sum_i \vec{r}_i\mathbf{x}\vec{p}_i. \quad (17.10)$$

الاشتقاق بالنسبة للزمن يعطي

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{L}}{dt} &= \sum_i \vec{r}_i\mathbf{x}\frac{d\vec{p}_i}{dt}\\ &= \sum_i \vec{r}_i\mathbf{x}\vec{F}_i^{(e)}+\sum_{i\neq j}\vec{r}_i\mathbf{x}\vec{F}_{ji}\\ &= \sum_i \vec{r}_i\mathbf{x}\vec{F}_i^{(e)}+\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\vec{r}_{ij}\mathbf{x}\vec{F}_{ji}. \quad (18.10)\end{aligned}$$

بافتراض ان القوي الداخلية بين اي جسيمين, بالاضافة الي كونها متساوية في الشدة و متعاكسة في الاتجاه, تقع بمحاذاة الخط الرابط بين الجسيمين نحصل مباشرة علي $\vec{r}_{ij}\mathbf{x}\vec{F}_{ji}=0$ [1]. في هذه الحالة اشتقاق العزم الحركي الكلي بالنسبة للزمن يعطي عزم الدوران الخارجي الكلي اي

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = N_i^{(e)}. \quad (19.10)$$

نستنتج مباشرة قانون انحفاظ العزم الحركي: اذا انعدم عزم الدوران الخارجي الكلي فان العزم الحركي الكلي يبقي منحفظا في الزمن.

2.10 القيود الهولونومية و مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت

خلاصة الفقرة السابقة هو معادلات الحركة

$$\vec{F}_i^{(e)}+\sum_j \vec{F}_{ji}=m_i\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2}. \quad (20.10)$$

الهدف الان هو حل هذه المعادلات من اجل ايجاد اشعة الموضع $\vec{r}_i$ كدوال في الزمن. هذه المهمة صعبة جدا في الواقع و تتعقد اكثر اذا كانت جملة الجسيمات خاضعة لقيود علي الحركة. القيود علي الحركة هي قوي لا يمكن التعبير عنها مباشرة لكن فقط نعرف تأثيرها الاجمالي علي الحركة. نعتبر هنا حالة القيود الهولونومية التي يعبر عنها بمعادلات من الشكل

$$f(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\vec{r}_3,...,t)=0. \quad (21.10)$$

اذن اشعة الموضع $\vec{r}_i$ ليست كلها مستقلة خطيا وهذا الربط الخطي يمكن ان يتغير من لحظة زمنية الي اخري. نأخذ كمثال علي القيود الهولونومية حركة الجسم الصلب. حركة الجسيمات في هذه الحالة مقيدة بحيث تبقي المسافة بين الجسيمات ثابتة في الزمن. في هذا المثال نعبر عن هذا القيد الهولونومي بالمعادلة (حيث c_{ij} هي ثوابت)

[1] يعرف هذا الشرط بالقانون القوي للفعل و رد الفعل. ايضا القوي التي تحقق هذا الشرط هي قوي مركزية.

$$(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 - c_{ij}^2 = 0. \tag{22.10}$$

كمثال اخر علي القيود الهولونومية حركة جسيم بمحاذاة اي منحني او علي سطح حيث تعطي القيود في هذه الحالة بمعادلة المنحني او السطح.

القيود التي لا يمكن التعبير عنها بمعادلات من الشكل (21 . 10) هي قيود غير هولونومية. مثال علي ذلك حركة جزيئات غاز في وعاء: جدران الوعاء هي قيود غير هولونومية. ايضاحركة جسيم علي سطح كرة تحت تأثير حقل ثقالي يعبر عنها بالمعادلات غير الهولونومية

$$\vec{r}^2 - a^2 \geq 0. \tag{23.10}$$

كما ذكرنا انفا فان وجود قيود هولونومية يعني ان اشعة الموضع $\vec{r}_i$ ليست كلها مستقلة خطيا. هذا يعني بالخصوص ان معادلات الحركة (20 . 10) ليست كلها مستقلة خطيا. هذه الصعوبة سيتم حلها بادخال الاحداثيات المعممة التي تختزل درجات الحرية المستقلة خطيا للجملة. من الجهة الاخري فان وجود قيود هولونومية يعني وجود قوي مجهولة لا نعرف الا تأثيرها في تقييد حركة الجملة. من الواضح انه يجب تحديد هذه القوي بالضبط او التخلص منها نهائيا في الحل. سنتبع في الاتي الطريق الثاني عبر مبدأ دالامبارت.

نفترض ان الجملة تحتوي علي N جسيم و انها خاضعة ل k قيد هولونومي. اذن يوجد في الجملة $3N-k$ درجة حرية مستقلة خطيا نرمز لها ب q_i و نسميها بالاحداثيات المعممة. يمكن اذن ان نعبر عن اشعة الموضع $\vec{r}_i$ بدلالة الاحداثيات المعممة q_i و الزمن كالتالي

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{r}_1(q_1, q_2, ..., q_{3N-k}, t) \\ &. \\ &. \\ &. \\ \vec{r}_N &= \vec{r}_N(q_1, q_2, ..., q_{3N-k}, t). \end{aligned} \tag{24.10}$$

سوف نعتبر الان ازاحات افتراضية متناهية في الصغر $\delta\vec{r}_i$ التي هي ازاحات متسقة مع القيود المفروضة علي الجملة في اللحظة الزمنية t. عند مقارنة الازاحة الافتراضية $\delta\vec{r}_i$ مع الازاحة الحقيقية $d\vec{r}_i$, التي تحدث خلال مجال زمني dt و التي يمكن ان تتغير خلالها قوي القيود المفروضة علي الجملة, فانه لدينا من جهة

$$d\vec{r}_i = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t}dt + \sum_{j=1}^{3N-k}\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}dq_j. \tag{25.10}$$

اما من الجهة الاخري فانه خلال ازاحة افتراضية لدينا

$$\delta\vec{r}_i = \sum_{j=1}^{3N-k}\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}\delta q_j. \tag{26.10}$$

لاحظ اختفاء الحد الاول الناجم عن التغير في الزمن لان الازاحة الافتراضية تنشأ من تغيير مسار الحركة بمجمله بطريقة متسقة مع القيود المفروضة. انظر الي الشكل 1.

يمكن ان نكتب معادلة الحركة (20 . 10) علي الشكل $\vec{F}_i - d\vec{p}_i/dt = 0$ حيث $\vec{p}_i = m_i d\vec{r}_i/dt$. اذن الجسيم رقم i هو في حالة توازن تحت تأثير القوة الكلية $\vec{F}_{i\ \text{eff}} = \vec{F}_i - d\vec{p}_i/dt$. من الواضح ايضا ان العمل الافتراضي لهذه القوة في الازاحة الافتراضية $\delta\vec{r}_i$ ينعدم. بالجمع علي جميع الجسيمات نحصل علي

$$\sum_i(\vec{F}_i - \frac{d\vec{p}_i}{dt})\delta\vec{r}_i = 0. \tag{27.10}$$

نفكك القوة $\vec{F}_i$ الي القوة المطبقة $\vec{F}_i^{(a)} \equiv \vec{F}_i^{(e)}$ و قوة القيود التي نرمز لها الان ب $\vec{f}_i$, اي ان $\vec{F}_i = \vec{F}_i^{(a)} + \vec{f}_i$. اذن لدينا

$$\sum_i(\vec{F}_i^{(a)} - \frac{d\vec{p}_i}{dt})\delta\vec{r}_i + \sum_i \vec{f}_i\delta\vec{r}_i = 0. \tag{28.10}$$

نقتصر الان علي تلك الجمل الفيزيائية التي ينعدم فيها العمل الافتراضي المنجز من قبل قوي القيود. مثال ذلك الجسم الصلب. في هذه الحالة المسافة r_{ij} بين الجسيمات تبقي ثابتة في الزمن, وبالتالي فان التفاضل $d\vec{r}_{ij}$ لا يمكن ان يكون الا عموديا علي $\vec{r}_{ij}$, اي عموديا علي القوي الداخلية $\vec{F}_{ij}$, و منه فان عمل القوي الداخلية ينعدم. من الجهة الاخري فان التفاضل الافتراضي $\delta\vec{r}_{ij}$ هو بالتعريف شعاع مماس للمشعب الذي يمثل القيود, الذي هو هي هذه الحالة الكرة (22.10), اي انه هو ايضا عمودي علي $\vec{r}_{ij}$, و منه فان العمل الافتراضي للقوي الداخلية ينعدم ايضا. اذن في حالة الجسم الصلب ينعدم العمل الافتراضي الذي تجزه قوي القيود التي تعطي في هذه الحالة بالقوي الداخلية.

نحصل اذن, من اجل الجمل الفيزيائية التي ينعدم فيها العمل الافتراضي المنجز من قبل قوي القيود, علي مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت

$$\sum_i(\vec{F}_i^{(a)}-\frac{d\vec{p}_i}{dt})\delta\vec{r}_i=0. \tag{29.10}$$

لاحظ ان قوي القيود لا تظهر صراحة في هذه المعادلة وتأثيرهايقتصر فقط علي جعل الازاحات الافتراضية ليست كلها مستقلة خطيا.

3.10 معادلات لاغرانج

لنحسب الان العمل الافتراضي بدلالة الاحداثيات المعممة. لدينا

$$\begin{aligned}\sum_i\vec{F}_i^{(a)}\delta\vec{r}_i &= \sum_{i,j}\vec{F}_i^{(a)}\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}\delta q_j\\ &= \sum_j Q_j\delta q_j.\end{aligned} \tag{30.10}$$

ال Q_j هي مركبات القوة المعممة و هي معرفة كالتالي

$$Q_j=\sum_i\vec{F}_i^{(a)}\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}. \tag{31.10}$$

لاحظ انه كما ان الاحداثيات المعممة لا تحمل بالضرورة و حدة الطول فان القوة المعممة لا تحمل بالضرورة و حدة القوة.

نحسب ايضا

$$\begin{aligned}\sum_i\frac{d\vec{p}_i}{dt}\delta\vec{r}_i &= \sum_{i,j}m_i\frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2}\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}\delta q_j\\ &= \sum_{i,j}m_i\bigg[\frac{d}{dt}\bigg(\frac{d\vec{r}_i}{dt}\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}\bigg)-\frac{d\vec{r}_i}{dt}\frac{d}{dt}\bigg(\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}\bigg)\bigg]\delta q_j\\ &= \sum_{i,j}m_i\bigg[\frac{d}{dt}\bigg(\vec{v}_i\frac{\partial\vec{r}_i}{\partial q_j}\bigg)-\vec{v}_i\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial q_j}\bigg]\delta q_j.\end{aligned} \tag{32.10}$$

بالتعويض بالنتيجة $\partial\vec{v}_i/\partial\dot{q}_j=\partial\vec{r}_i/\partial q_j$ نحصل علي

$$\begin{aligned}\sum_i\frac{d\vec{p}_i}{dt}\delta\vec{r}_i &= \sum_{i,j}m_i\bigg[\frac{d}{dt}\bigg(\vec{v}_i\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial\dot{q}_j}\bigg)-\vec{v}_i\frac{\partial\vec{v}_i}{\partial q_j}\bigg]\delta q_j\\ &= \sum_j\bigg[\frac{d}{dt}\bigg(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\bigg)-\frac{\partial T}{\partial q_j}\bigg]\delta q_j.\end{aligned} \tag{33.10}$$

الطاقة الحركية الكلية تعطي ب $T=\sum_i\frac{1}{2}m_iv_i^2$. اذن مبدأ دالمبارت يصبح

$$\sum_i(\vec{F}_i^{(a)}-\frac{d\vec{p}_i}{dt})\delta\vec{r}_i = -\sum_j\bigg[Q_j-\frac{d}{dt}\bigg(\frac{\partial T}{\partial\dot{q}_j}\bigg)+\frac{\partial T}{\partial q_j}\bigg]\delta q_j=0. \tag{34.10}$$

لان الاحداثيات المعممة q_i يمكن اختيارها, من اجل القيود الهولونومية, بحيث تكون مستقلة خطيا, يمكننا ان نستخلص مباشرة من النتيجة اعلاه معادلات الحركة

$$-Q_j + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = 0. \tag{35.10}$$

في المعادلة اعلاه $j = 1, ..., n$ حيث $n = 3N - k$ هو عدد الاحداثيات المعممة المستقلة خطيا اي عدد درجات الحرية. من اجل القوي المشتقة من كمون لدينا $\vec{F}_i^{(a)} = -\vec{\nabla}_i V$ و بالتالي

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j}. \tag{36.10}$$

اذن نحصل علي معادلات الحركة

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0. \tag{37.10}$$

هذه هي معادلات لاغرانج للحركة حيث L هي اللاغرانجية المعرفة ب

$$L = T - V. \tag{38.10}$$

4.10 حساب التغايرات

نعتبر دالة f في متغير y الذي هو نفسه دالة في متغير x. الدالة f يمكن ايضا ان تتعلق بالمشتقة $\dot{y} = dy/dx$ و ايضا ب x . يلعب x هنا دور الزمن و يلعب y دور الموضع. نعطي الان التكامل

$$I = \int_{x_1}^{x_2} f(y, \dot{y}, x)dx. \tag{39.10}$$

التكامل I هو مثال علي ما يسمي بالداليات التي هي دوال يكون فيها المتغير دالة و ليس عدد. التكامل I هو اذن دالة, ليست في متغير واحد, لكن في طريق او مسار بمجمله $y = y(x)$ الذي يربط نقطتين $(x_1, y_1 = y(x_1))$ و $(x_2, y_2 = y(x_2))$. نسمي حساب تغيرات, اي حساب تفاضل, الداليات بحساب التغايرات.

السؤال هو: ماهي القيمة المستقرة لهذا التكامل؟ اي ماهو الطريق $y_s = y_s(x)$ الذي من اجله ياخذ التكامل قيمة مستقرة اي يأخذ قيمة اصغرية او اعظمية او يكون نقطة انعطاف.

نعتبر مجموعة الطرق المجاورة و القريبة جدا من الطريق المستقرة $y_s = y_s(x)$ و التي يمكن ترقيمها بوسيط α كالتالي

$$y(x) \equiv y(x;\alpha) = y(x;0) + \alpha\eta(x)\ ,\ y_s(x) \equiv y(x;0). \tag{40.10}$$

لان جميع الطرق تنطلق من $(x_1, y_1 = y(x_1))$ و تلتقي في $(x_2, y_2 = y(x_2))$ لدينا

$$\eta(x_1) = \eta(x_2) = 0. \tag{41.10}$$

يصبح التكامل I من اجل هذه المجموعة من الطرق دالة عادية في الوسيط α اي

$$I(\alpha) = \int_{x_1}^{x_2} f(y(x;\alpha), \dot{y}(x;\alpha), x)dx. \tag{42.10}$$

القيمة المستقرة للدالة I تعطي اذن بالشرط

$$\frac{dI(\alpha)}{d\alpha}|_{\alpha=0} = 0. \tag{43.10}$$

نقوم بحساب الاشتقاق بشكل عادي كالتالي

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\alpha}I(\alpha) &= \int_{x_1}^{x_2}\frac{d}{d\alpha}f(y(x;\alpha),\dot{y}(x;\alpha),x)dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2}\Big[\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{d\alpha}+\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\frac{d\dot{y}}{d\alpha}\Big]dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2}\Big[\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{d\alpha}+\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\frac{d^2y}{d\alpha dt}\Big]dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2}\Big[\frac{\partial f}{\partial y}\frac{dy}{d\alpha}+\frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\frac{dy}{d\alpha}\Big)-\frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\Big)\frac{dy}{d\alpha}\Big]dx. \end{aligned} \tag{44.10}$$

من الواضح اننا استعملنا التكامل بالتجزئة للانتقال الي الخط الاخير. ايضا ينعدم الحد الثاني بالشرط (41 . 10). نحصل اذن علي

$$\frac{d}{d\alpha}I(\alpha) = \int_{x_1}^{x_2}\Big[\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\Big)\Big]\frac{dy}{d\alpha}dx. \tag{45.10}$$

القيمة المستقرة للدالة I تعطي اذن ب

$$\int_{x_1}^{x_2}\Big[\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\Big)\Big]\eta(x)dx = 0. \tag{46.10}$$

نستخدم الان النتيجة الاساسية التالية من حساب التفاضل

$$\int_{x_1}^{x_2}M(x)\eta(x)dx = 0 \Rightarrow M(x)=0. \tag{47.10}$$

القيمة المستقرة للدالة I تعطي اذن بمعادلة الحركة

$$\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{d}{dx}\Big(\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\Big) = 0. \tag{48.10}$$

5.10 مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون

في الفقرات السابقة قمنا باشتقاق معادلات لاغرانج انطلاقا من اعتبارات تتعلق بالازاحة الافتراضية للجملة حول حالتها اللحظية باستعمال مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت الذي هو مبدأتفاضلي. في هذه الفقرة سوف نعيد اشتقاق معادلات لاغرانج انطلاقا من اعتبارات تتعلق بالتغييرات الافتراضية للحركة الاجمالية للجملة حول الحركة الحقيقية بين لحظتين زمنيتين t_1 و t_2 باستعمال المبدأ التكاملي لهاميلتون المعروف بمبدأ الفعل الاصغري[2].

الحالة اللحظية للجملة في لحظة زمنية t توصف ب n احداثية معممة q_1, q_2,...,q_n, و تسمي ايضا بتشيلة الجملة في اللحظة t. هذه الحالة هي اذن نقطة في فضاء التمثيلات الذي هو فضاء ذو n بعد تعطي فيه المحاور بالضبط بالاحداثيات المعممة q_i. مع تقدم الزمن تتغير الجملة و تتحرك النقطة $(q_1,q_2,...,q_n)$ في فضاء التمثيلات مختطة منحني يسمي طريق حركة الجملة.

مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون هو مبدأ اقل عمومية من مبدأ دالمبارت لانه يطبق فقط علي الجمل التي تكون فيها كل القوي, و منها قوي القيود, مشتقة من كمون معمم U. الكمون المعمم هو كمون يمكن ان يتعلق, بالاضافة الي الاحداثيات المعممة, علي السرعات المعممة و ايضا علي الزمن اي $U=U(q_i,\dot{q}_i,t)$. القوي المعممة في هذه الحالة يمكن ان نحصل عليها من U ب

$$Q_j = -\frac{\partial U}{\partial q_j}+\frac{d}{dt}\Big(\frac{\partial U}{\partial \dot{q}_j}\Big). \tag{49.10}$$

---

[2] اذا اردنا دقة اكثر فان مبدأ الفعل الاصغري يختلف عن مبدأ هاميلتون الذي نناقشه هنا. انظر غولدشتاين الفصل 8 الباب 6. مبدأ الفعل الاصغري يستخدم التغاير Δ عوض التغاير δ الذي يشترط فيه: (1) ابتداء كل الطرق في نفس اللحظة t_1 و انتهائها في نفس اللحظة t_2, (2) انعدام الانتقال الافتراضي $\delta q(t)$ في اللحظتين الزمنيتين t_1 و t_2. كلا الشرطين غير متحققين من اجل Δ.

هذه الجمل تسمي مونوجينية و تبقي من اجلها معادلات لاغرانج صالحة بلاغرانجية معطاة كالعادة ب $L=T-U$. هذه الجمل تصبح محافظة اذا كان الكمون يتعلق فقط بالاحداثيات.

يمكن ان نبين, من اجل الجمل الخاضعة لقيود هولونومية, ان مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون هو شرط ضروري و كافي من اجل معادلات لاغرانج. في مايلي فاننا سنبين من اجل الجمل المونوجينية ان مبدأ هاميلتون هو شرط كافي لمعادلات لاغرانج. اذن مبدأ هاميلتون يمكن اخذه المسلمة الاساسية للميكانيك عوضا عن قوانين نيوتن من اجل الجمل المونوجينية اي لما تكون كل القوي, باستثناء قوي القيود, مشتقة من كمون معمم.

نعرف الفعل بين لحظتين زمنيتين t_1 و t_2 بالتكامل

$$I[q]=\int_{t_1}^{t_2}Ldt. \tag{50.10}$$

اللاغرانجية L هي دالة في الاحداثيات و السرعات المعممة q_i و $\dot{q}_i$ و كذلك في الزمن t, اي $L=L(q_1,q_2,...,q_n,\dot{q}_1,\dot{q}_2,...,\dot{q}_n,t)$, اما الفعل فهو دالية.

من الواضح ان الفعل يبقي ثابت تحت تأثير اي تحويل للاحداثيات المعممة التي نستخدمها من اجل التعبير عن L و بالتالي فان معادلات الحركة المشتقة من I تبقي صامدة تحت تاثير اي تحويل نقطي للاحداثيات.

يتلخص مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون في الاتي: **يبلغ التكامل I قيمته المستقرة, اي يبلغ قيمته الصغري او العظمي او يبلغ نقطة انعطاف, من اجل الطريق الحقيقية للحركة.**

من الناحية التقنية فاننا نعبر عن هذا المبدأ كالتالي: ان اي تغيير من الرتبة الاولي في طريق الجملة حول طريق الحركة الحقيقية ينجم عنه تغيير من الرتبة الثانية في الفعل I, و بالتالي فان كل الطرق المجاورة و التي تختلف عن الطريق الحقيقية بازاحة متناهية في الصغر لها نفس الفعل. هذه اذن مسألة تغايرية من اجل دالية الفعل I الذي يتعلق بدالة واحدة التي هي اللاغرانجية L. نكتب مبدأ هاميلتون كالتالي

$$\frac{\delta}{\delta q_i}I[q]=\frac{\delta}{\delta q_i}\int_{t_1}^{t_2}L(q_1,q_2,...,q_n,\dot{q}_1,\dot{q}_2,...,\dot{q}_n,t)dt. \tag{51.10}$$

نعتبر مجموعة الطرق $q_i(t)$ في فضاء التمثيلات الرابطة بين الحالتين اللحظتين $(q_1(t_1),...,q_n(t_1))$ و $(q_1(t_2),...,q_n(t_2))$, و التي لها نفس فعل الطريق الحقيقية $q_i^{(s)}(t)$ بين هاتين الحالتين . هذه الطرق يمكن ترقيمها بوسيط α كالتالي $q_i(t)\equiv q_i(t,\alpha)=q_i(t,0)+\alpha\eta_i(t)$ حيث $\alpha=0$ يرفق بالطريق الحقيقية للحركة اي $q_i(t,0)=q_i^{(s)}(t)$, و η_i هي دوال كيفية في الزمن t تنعدم في النقاط الحدية t_1 و t_2 و مستمرة, و كذلك نفترض ان مشتقاتها الاولي و الثانية مستمرة. من اجل هذه المجموعة من الطرق قان الفعل يصبح دالة في α معطاة ب

$$I(\alpha)=\int_{t_1}^{t_2}L(q_i(t,\alpha),\dot{q}_i(t,\alpha),t)dt. \tag{52.10}$$

نعرف الازاحة الافتراضية δq_i ب

$$\delta q_i=\left(\frac{\partial q_i}{\partial\alpha}\right)|_{\alpha=0}d\alpha=\eta_i d\alpha. \tag{53.10}$$

بالمقابل التغيير المتناه في الصغر للفعل يعرف ب

$$\delta I\ =\ \left(\frac{dI}{d\alpha}\right)|_{\alpha=0}d\alpha. \tag{54.10}$$

نحسب

$$\begin{aligned}\frac{dI}{d\alpha} &= \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial \alpha}\right)dt\\ &= \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}\right)dt\\ &= \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}+\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{d}{dt}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}\right)dt\\ &= \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}\right)dt+\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{\partial q_i}{\partial \alpha}\right)_{t_1}^{t_2}. \end{aligned} \tag{55.10}$$

الحد الاخير ينعدم لان كل الطرق المعتبرة تمر بالنقاط $(t_1, y_i(t_1,0))$ و $(t_2, y_i(t_2,0))$. اذن نحصل علي

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\right)\delta q_i dt. \tag{56.10}$$

مبدأ هاميلتون يعطي ب

$$\frac{\delta I}{d\alpha} = \left(\frac{dI}{d\alpha}\right)|_{\alpha=0}=0. \tag{57.10}$$

هذه تؤدي الي معادلات الحركة

$$\int_{t_1}^{t_2}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)\right)\eta_i dt=0. \tag{58.10}$$

هذه العلاقة صالحة من اجل كل الدوال η_i. اذن باستعمال النتيجة الاساسية لحساب التفاضل (47 . 10) نحصل علي

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)=0. \tag{59.10}$$

نكتب مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون علي الشكل النهائي

$$\frac{\delta I}{\delta q_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)=0. \tag{60.10}$$

هذه هي معادلات لاغرانج.

6.10 تمارين

تمرين 1:

- بين ان $\partial\vec{v}_i/\partial\dot{q}_j=\partial\vec{r}_i/\partial q_j$.
- احسب الطاقة الحركية بدلالة الاحداثيات و السرعات المعممة.

تمرين 2: النواس المضاعف هو جملة مكونة من كتلتين m_1 و m_2 موصولتين بخيط صلب طوله l_2 و معلقة الي السقف بخيط صلب اخر طوله l_1 مربوط ايضا بالكتلة m_1. انظر الي الشكل 2. ماهي الشروط الهولونومية التي تخضع لها هاتة الجملة و ماهو عدد درجات الحرية. احسب لاغرانجية هاتة الجملة و اشتق معادلات لاغرنج للحركة.

تمرين 3: نعطي اللاغرانجية

$$L' = \frac{1}{2}m(a\dot{x}^2 + 2b\dot{x}\dot{y} + c\dot{y}^2) - \frac{1}{2}K(ax^2 + 2bxy + cy^2). \quad (61.10)$$

احسب معادلات الحركة. ماهي الجملة الفيزيائية الموصوفة بهذه اللاغرانجية. استنتج اللاغرانجية $L = T - V$ المرفقة بهذه الجملة.

تمرين 4: نعطي اللاغرانجية

$$L = \frac{1}{12}m^2\dot{x}^4 + m\dot{x}^2V(x) - V^2(x). \quad (62.10)$$

احسب معادلات لاغرانج للحركة. ما هو التفسير الفيزيائي لهذه المعادلات.

تمرين 5: بين ان معادلات لاغرانج صامدة تحت تأثير التحويلات النقطية

$$q_i \longrightarrow s_i : q_i = q_i(s_j, t). \quad (63.10)$$

تمرين 6: بين انه من اجل القوي المشتقة من كمون فان القوة المعممة تعطي ب

$$Q_j = -\frac{\partial V}{\partial q_j}. \quad (64.10)$$

تمرين 7: اكتب لاغرانجية جسيم حر يتحرك بسرعة $\vec{v}$ بالنسبة لمعلم عطالي K. بين ان لاغرانجية الجسيم الحر بالنسبة لمعلم عطالي K' يتحرك بسرعة $\vec{V}$ بالنسبة ل K يؤدي الي نفس معادلات الحركة.

تمرين 8: طول اي قوس متناه في الصغر في المستوي يعطي ب

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}. \quad (65.10)$$

بين ان اقصر طريق بين نقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) في المستوي هو المستقيم الرابط بين هاتين النقطتين .

اعد نفس السؤال بالنسبة لسطح الكرة. طول قوس متناه في الصغر علي سطح الكرة يعطي ب

$$ds = \sqrt{d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2}. \quad (66.10)$$

تمرين 9: اكتب لاغرانجية هزاز توافقي و معادلات حركته. نفترض الان اننا لا نعرف كيف ان نحل معادلات الحركة و نعرف فقط ان الحركة اهتزازية بدور $T = 2\pi/\Omega$ حيث Ω هو التواتر الزاوي او النبض. موضع الهزاز كدالة في الزمن $x(t)$ يمكن اذن وصفه بسلسلة فوريه من الشكل

$$x(t) = \sum_{j=0} a_j \cos j\Omega t. \quad (67.10)$$

نأخذ الطرق في فضاء التمثيلات بين اللحظتين $t_1 = 0$ و $t_2 = T$ التي تعطي بالدوال اعلاه. احسب فعل الهزاز علي هذه الطرق بدلالة الوسائط a_j. بين ان القيمة المستقرة للفعل تعطي ب

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ,\ a_j = 0\ ,\ \forall j \neq 1. \quad (68.10)$$

تمرين 10: النواس الكروي هو كتلة نقطية معلقة الي السقف بخيط صلب يمكنها ان تهتز في الفضاء علي سطح كرة. ماهي معادلات القيود و الاحداثيات المعممة في هذه الحالة. احسب لاغرانجية الجملة و معادلات الحركة.

تمرين 11: يتحدر قرص منزلقا علي مستوي مائل. عين الاحداثيات المعممة الضرورية لوصف حالة الجملة بالكامل. عين القيود علي الحركة في حالة انحدار القرص دائرا علي المستوي المائل بدون انزلاق.

تمرين 12: ما هي القيود علي الحركة من اجل الجمل التالية:

- جسيم يتحرك علي قطع ناقص.
- جسيم يتحرك علي كرة.
- جسم صلب مشكل من ثلاث جسيمات.
- جسم يتزحلق علي مستوي مائل بزاوية α.
- جسم يتحرك علي مستقيم يدور بسرعة زاوية ثابتة Ω.

تمرين 13: عجلة تتحرك دائرة علي مستوي بدون انزلاق. نفترض ان العجلة لا يمكنها ان تسقط. احسب معادلات القيود. هل القيود هولونومية ام لا.

تمرين 14: نعتبر جملة مشكلة من كتلتين M_1 و M_2 معلقتين الي بكرتين متراكزتين نصف قطريهما R_1 و R_2 علي التوالي. بين ان العمل الافتراضي لقوي القيود ينعدم عند حالة التوازن. استخدم مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت لتعيين حالة توازن الجملة.

تمرين 15: كتلتان m_1 و m_2 مرتبطتان بحبل وتتحركان علي مستويين مائلين بزاويتين α و β علي التوالي. الحبل طوله l و يتحرك بدون احتكاك عبر بكرة تفصلها عن الكتلتين المسافتين l_1 و l_2 علي التوالي. انظر الي الشكل 6. استعمل مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت لحساب تسارع الجملة. عين المسافة l_1 او المسافة l_2 كدالة في الزمن.

تمرين 16: النواس النابض هو كتلة m معلقة الي السقف بنابض ثابت مرونته k تحت تأثير الحقل الثقالي. ماهي الاحداثيات المعممة في هذه المسألة. احسب لاغرنجية الجملة و اشتق معادلات لاغرنج للحركة.

تمرين 17: يتحرك حجران مربوطان بخيط صلب طوله l علي مستوي مائل بزاوية α. ماهي الاحداثيات المعممة في هذه الحالة. احسب لاغرانجية الجملة. حل معادلات الحركة صراحة.

تمرين 18: جسيم كروي يتحرك داخل انبوب يدور في المستوي xy حول المحور z بسرعة زاوية ثابته Ω. اشتق معادلات لاغرنج للحركة. حل معادلات الحركة.

تمرين 19: نعتبر جملة ذات درجة حرية واحدة q. بين انه اذا كانت لاغرانجية الجملة لا تتعلق صراحة بالزمن اي اذا كانت $L = L(q, \dot{q})$ فان معادلة لاغرانج للحركة يمكن كتابتها علي الشكل

$$\dot{q}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - L = \text{constant}.$$

ملحوظة: اشتق هذه المعادلة بالنسبة للزمن.

تمرين 20: نفترض ان لاغرانجية جملة تتعلق بالتسارع المعمم $\ddot{q}$ بالاضافة الي الاحداثية و السرعة المعممتين q و $\dot{q}$ و الزمن اي $L = L(q, \dot{q}, \ddot{q}, t)$. نعتبر الطرق في فضاء التمثيلات التي تربط الحالتين $1 = (t_1, q_1, \dot{q}_1)$ و $2 = (t_2, q_2, \dot{q}_2)$. اذن نعتبر فقط التغييرات الافتراضية حول الحركة الحقيقية التي تنعدم في النقطتين 1 و 2 اي

$$\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0 \ , \ \delta \dot{q}(t_1) = \delta \dot{q}(t_2) = 0.$$

اشتق معادلات لاغرانج في هذه الحالة.

ملحوظة: استعمل مبدأ الفعل الاصغري لهاميلتون $\delta I = 0$ حيث ان الفعل يعرف ب $I = \int dt L(q, \dot{q}, \ddot{q}, t)$.

تمرين 21: نعتبر جسم في حالة انزلاق بدون احتكاك و تحت تأثير قوة الثقالة علي منحني $y = y(x)$ في المستوي الشاقولي. ألجسم يبدأ بالانزلاق في اللحظة $t = 0$ في النقطة $(x = 0, y = y_0)$ و يصل في اللحظة $t = T$ الي الارض عند النقطة $(x = x_0, y = 0)$.

- باستعمال قانون انحفاظ الطاقة بين النقطة $(x = 0, y = y_0)$ و نقطة كيفية (x, y) علي المنحني $y = y(x)$ بين ان الزمن T يعطي بالمعادلة

$$T = \int_0^{x_0} \sqrt{\frac{1 + y'^2}{2g(y_0 - y)}} dx \ , \ y' = \frac{dy}{dx}.$$

- عين المنحني $y = y(x)$ الذي يكون من اجله الزمن T اصغري. استعمل معادلة لاغرانج علي الشكل الذي وجدناه في التمرين الاول.

  ملحوظة: يمكن ان تستخدم تغيير المتغير

$$y' = -\cot \frac{\theta}{2}.$$

7.10 حلول

تمرين 1:

- السرعة بدلالة الاحداثيات و السرعات المعممة تعطي ب

$$\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \dot{q}_j. \tag{69.10}$$

بالاشتقاق الجزئي بالنسبة ل $\dot{q}_j$ نحصل علي العلاقة المرغوب فيها.

-

$$T = M_0 + \sum_j M_j \dot{q}_j + \frac{1}{2} \sum_{j,k} M_{jk} \dot{q}_j \dot{q}_k. \tag{70.10}$$

$$M_0 = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t})^2 \ , \ M_j = \sum_i m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial t} . \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} \ , \ M_{jk} = \sum_i m_i \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j} . \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_k}. \tag{71.10}$$

تمرين 2: احداثيات الكتلة الاولي هي

$$x_1 = l_1 \sin\theta_1 \ , \ y_1 = -l_1 \cos\theta_1. \tag{72.10}$$

احداثيات الكتلة الثانية هي

$$x_2 = x_1 + l_2 \sin\theta_2 \ , \ y_2 = y_1 - l_2 \cos\theta_2. \tag{73.10}$$

نلاحظ ان

$$x_1^2 + y_1^2 = l_1^2. \tag{74.10}$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = l_2^2. \tag{75.10}$$

هذه هي معادلات القيود الهولونومية في هذه الحالة. اذن عدد درجات الحرية هو $4 - 2 = 2$. الاحداثيات المعممة في هذه الحالة هي الزاويتين θ_1 و θ_2.

من اجل حساب اللاغرانجية علينا حساب الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة. سرعة الكتلة الاولي هي

$$v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2. \tag{76.10}$$

سرعة الكتلة الثانية هي

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = l_1^2\dot{\theta}_1^2 + l_2^2\dot{\theta}_2^2 + 2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos(\theta_1 - \theta_2). \tag{77.10}$$

الطاقة الحركية للجملة هي

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \\ &= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos(\theta_1 - \theta_2). \end{aligned} \tag{78.10}$$

نحسب الان الطاقة الكامنة. قوي الثقالة المؤثرة علي الجسيمين الاول و الثاني هي $\vec{F}_1 = m_1\vec{g}$ و $\vec{F}_2 = m_2\vec{g}$. في هذه الحالةالطاقة الكامنة تساوي ناقص عمل قوة الثقالة. اذن

$$\begin{aligned} V &= m_1g.y_1 + m_2g.y_2 \\ &= -(m_1 + m_2)gl_1\cos\theta_1 - m_2gl_2\cos\theta_2. \end{aligned} \tag{79.10}$$

اذن لاغرانجية النواس المضاعف تعطي ب

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\cos(\theta_1 - \theta_2) \\ &+ (m_1 + m_2)gl_1\cos\theta_1 + m_2gl_2\cos\theta_2. \end{aligned} \tag{80.10}$$

معادلات الحركة هي

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_1}) - \frac{\partial L}{\partial\theta_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}\Big[(m_1 + m_2)l_1^2\dot{\theta}_1 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_2\cos(\theta_1 - \theta_2)\Big] \\ &-\Big[-m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin(\theta_1 - \theta_2) - (m_1 + m_2)gl_1\sin\theta_1\Big] = 0. \end{aligned} \tag{81.10}$$

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_2}) - \frac{\partial L}{\partial\theta_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}\Big[m_2l_2^2\dot{\theta}_2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\cos(\theta_1 - \theta_2)\Big] \\ &-\Big[-m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2\sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2gl_2\sin\theta_2\Big] = 0. \end{aligned} \tag{82.10}$$

تمرين 3: معادلات الحركة تعطى ب

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L'}{\partial \dot{x}}) - \frac{\partial L'}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow m(a\ddot{x} + b\ddot{y}) + K(ax + by) = 0. \quad (83.10)$$

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L'}{\partial \dot{y}}) - \frac{\partial L'}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow m(b\ddot{x} + c\ddot{y}) + K(bx + cy) = 0. \quad (84.10)$$

نعرف المتغيرات

$$u_1 = ax + by \ , \ u_2 = bx + cy. \quad (85.10)$$

معادلات الحركة تأخذ اذن الشكل

$$m\ddot{u}_1 + Ku_1 = 0 \ , \ m\ddot{u}_2 + Ku_2 = 0. \quad (86.10)$$

هذه معادلات حركة هزازان توافقيان u_1 و u_2 حيث ان كل هزاز هو عبارة عن نابض ذو كتلة m و ثابت K. الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة للنابض u تعطى ب

$$T = \frac{1}{2}m\dot{u}^2 \ , \ V = \frac{1}{2}Ku^2. \quad (87.10)$$

اذن لاغرانجية الجملة $L = T - V$ تعطى ب

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2) - \frac{1}{2}K(u_1^2 + u_2^2). \quad (88.10)$$

الجملة الفيزيائية هي اذن عبارة عن هزاز توافقي في بعدين.

تمرين 5: لدينا من جهة

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial s_i} &= \sum_j \frac{\partial L}{\partial q_j}\frac{\partial q_j}{\partial s_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial s_i} \\
&= \sum_j \frac{\partial L}{\partial q_j}\frac{\partial q_j}{\partial s_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\frac{\partial}{\partial s_i}\sum_k \left(\frac{\partial q_j}{\partial s_k}\dot{s}_k + \frac{\partial q_j}{\partial t}\right) \\
&= \sum_j \frac{\partial L}{\partial q_j}\frac{\partial q_j}{\partial s_i} + \sum_{j,k} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\left(\frac{\partial^2 q_j}{\partial s_i \partial s_k}\dot{s}_k + \frac{\partial^2 q_j}{\partial s_i \partial t}\right).
\end{aligned} \quad (89.10)$$

من جهة اخري لدينا

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i} &= \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial \dot{s}_i} \\
&= \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\frac{\partial q_j}{\partial s_i}.
\end{aligned} \quad (90.10)$$

اي ان

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i}) = \sum_j \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j})\frac{\partial \dot{q}_j}{\partial \dot{s}_i} + \sum_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\frac{d}{dt}(\frac{\partial q_j}{\partial s_i}). \quad (91.10)$$

اذن اذا كان لدينا معادلات لاغرانج

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (92.10)$$

فانه يترتب عليه مباشرة معادلات لاغرانج

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_i}) - \frac{\partial L}{\partial s_i} = 0. \quad (93.10)$$

تمرين 7: بالنسبة للمعلم K لدينا

$$L=\frac{1}{2}m\vec{v}^2. \tag{94.10}$$

بالنسبة للمعلم $K^{'}$ لدينا

$$\begin{aligned} L^{'} &= \frac{1}{2}m\vec{v}^{'2}\\ &= L+\frac{1}{2}m\vec{V}^2+m\vec{v}\vec{V}\\ &= L+\frac{dF}{dt}. \end{aligned} \tag{95.10}$$

$$F=\frac{1}{2}m\vec{V}^2t+m\vec{r}.\vec{V}. \tag{96.10}$$

نحسب الان

$$\frac{\partial L^{'}}{\partial r_i}=\frac{\partial L}{\partial r_i}+\frac{\partial}{\partial r_i}(\frac{dF}{dt}). \tag{97.10}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L^{'}}{\partial \dot{r}_i} &= \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_i}+\frac{\partial}{\partial \dot{r}_i}(\frac{dF}{dt})\\ &= \frac{\partial L}{\partial \dot{r}_i}+\frac{\partial F}{\partial r_i}. \end{aligned} \tag{98.10}$$

المعادلة الاخيرة تؤدي الي

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\frac{\partial L^{'}}{\partial \dot{r}_i}) &= \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}_i})+\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial r_i})\\ &= \frac{\partial L}{\partial r_i}+\frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial r_i}). \end{aligned} \tag{99.10}$$

اذن نحصل علي

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\frac{\partial L^{'}}{\partial \dot{r}_i})-\frac{\partial L^{'}}{\partial r_i} &= \frac{d}{dt}(\frac{\partial F}{\partial r_i})-\frac{\partial}{\partial r_i}(\frac{dF}{dt})\\ &= 0. \end{aligned} \tag{100.10}$$

هذه النتيجة تبقي صالحة من اجل كل الدوال $F=F(r_i,t)$ القابلة للاشتقاق و ليس فقط من اجل الدالة (96 . 10) .

تمرين 8: طول اي منحني رابط بين النقطتين (x_1,y_1) و (x_2,y_2) يعطي ب

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 ds\\ &= \int_1^2\sqrt{dx^2+dy^2}\\ &= \int_{x_1}^{x_2}dxf(y,\dot{y}). \end{aligned} \tag{101.10}$$

$$f(y,\dot{y})=\sqrt{1+\dot{y}^2} \quad (102.10)$$

نحسب مباشرة

$$\frac{\partial f}{\partial y}=0\ ,\ \frac{\partial f}{\partial \dot{y}}=\frac{\dot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}}. \quad (103.10)$$

معادلة الحركة هي اذن

$$\frac{\dot{y}}{\sqrt{1+\dot{y}^2}}=c\Leftrightarrow \dot{y}=a=\frac{c}{\sqrt{1-c^2}}. \quad (104.10)$$

a و c هي ثوابت تكامل. بالتكامل مرة اخري نحصل علي

$$y=ax+b. \quad (105.10)$$

هذه هي معادلة المستقيم. الثوابت a و c تعين من شرط مرور المستقيم بالنقطتين (x_1,y_1) و (x_2,y_2). اذن اقصر طريق رابط بين نقطتين في المستوي هو المستقيم.

بالنسبة لحالة الكرة لدينا

$$f(\phi,\dot{\phi},\theta)=\sqrt{1+\sin^2\theta\dot{\phi}^2}\ ,\ \dot{\phi}=\frac{d\phi}{d\theta}. \quad (106.10)$$

معادلة القيم المستقرة تعطي ب

$$\frac{\sin^2\theta\dot{\phi}}{\sqrt{1+\sin^2\theta\dot{\phi}^2}}=c. \quad (107.10)$$

يمكن كتابة هذه المعادلة علي الشكل

$$\dot{\phi}=-\frac{\dot{\rho}}{\sqrt{1-\rho^2}}\ ,\ \rho=a\cot\theta. \quad (108.10)$$

اذن الحل المستقر يعطي ب (باهمال ثابت تكامل اضافي)

$$\sin\phi=-a\cot\theta. \quad (109.10)$$

هذه معادلات الدوائر الكبري اي دوائر علي سطح الكرة.

تمرين 9: الفعل يعطي ب

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^T Ldt\\
&= \int_0^T \left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2-\frac{1}{2}kx^2\right)dt\\
&= \frac{1}{2}m\int_0^T x^2(t)-\frac{1}{2}k\int_0^T \dot{x}^2(t).
\end{aligned} \quad (110.10)$$

نحسب

$$\begin{aligned}\int_0^T x^2(t) &= \sum_{j=0}\sum_{k=0} a_j a_k \int_0^T \cos j\Omega t \cos k\Omega t dt\\ &= \sum_{j=0}\sum_{k=0} a_j a_k \frac{T}{2}\delta_{jk}\\ &= \frac{T}{2}\sum_{j=0} a_j^2. \end{aligned} \quad (111.10)$$

من جهة اخري لدينا

$$x(t) = \sum_{j=0} a_j \cos j\Omega t \Rightarrow \dot{x}(t) = -\Omega \sum_{j=0} j a_j \sin j\Omega t. \quad (112.10)$$

اذن نحسب

$$\begin{aligned}\int_0^T \dot{x}^2(t) &= \Omega^2 \sum_{j=0}\sum_{k=0} jk a_j a_k \int_0^T \sin j\Omega t \sin k\Omega t dt\\ &= \Omega^2 \sum_{j=0}\sum_{k=0} jk a_j a_k \frac{T}{2}\delta_{jk}\\ &= \frac{T\Omega^2}{2}\sum_{j=0} j^2 a_j^2. \end{aligned} \quad (113.10)$$

الفعل يصبح

$$I = \frac{\pi}{2}\sum_{j=0}\big(m\Omega j^2 - \frac{k}{\Omega}\big)a_j^2. \quad (114.10)$$

القيمة المستقرة تعطي بالشرط

$$\delta I = 0 \Rightarrow \pi \sum_{j=0}\big(m\Omega j^2 - \frac{k}{\Omega}\big)a_j \delta a_j = 0. \quad (115.10)$$

الحل يعطي ب

$$\big(m\Omega j^2 - \frac{k}{\Omega}\big)a_j = 0\ ,\ \forall j. \quad (116.10)$$

قليل من التأمل يعطي الحل النهائي

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\ ,\ a_j = 0\ ,\ \forall j \neq 1. \quad (117.10)$$

تمرين 10: شعاع الموضع لانه يقع علي سطح كرة يجب ان يحقق

$$\vec{r}^2 = L^2. \quad (118.10)$$

هذه هي معادلة القيد. عدد درجات الحرية هو اذن 2. مرة اخري لان شعاع الموضع يقع علي سطح كرةيمكننا كتابته علي الشكل

$$\vec{r} = L\big(\sin\theta\cos\phi\hat{i} + \sin\theta\sin\phi\hat{j} + \cos\theta\hat{k}\big). \quad (119.10)$$

يمكن اخذ الزاويتين θ و ϕ كاحداثيات معممة.
نحسب السرعة و الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة

$$\vec{v} = L\dot{\theta}\big(\cos\theta\cos\phi\hat{i} + \cos\theta\sin\phi\hat{j} - \sin\theta\hat{k}\big) + L\dot{\phi}\sin\theta\big(-\sin\phi\hat{i} + \cos\phi\hat{j}\big). \quad (120.10)$$

$$T = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mL^2\dot{\phi}^2\sin^2\theta. \quad (121.10)$$

$$V = -mgL\cos\theta. \quad (122.10)$$

لاغرانجية النواس الكروي تعطي اذن ب

$$L = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mL^2\dot{\phi}^2\sin^2\theta + mgL\cos\theta. \quad (123.10)$$

معادلات الحركة تعطي ب

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{L}(g - L\dot{\phi}^2\cos\theta)\sin\theta. \quad (124.10)$$

$$\frac{d}{dt}(\dot{\phi}\sin^2\theta) = 0. \quad (125.10)$$

تمرين 11: حالة الجملة تعين بالكامل باعطاء المسافة l التي يقطعها القرص علي المستوي المائل و الزاوية α التي يدور بها القرص حول محور دورانه. الاحداثيات المعممة هي اذن l و α. انظر الي الشكل 3 .
عند انحدار القرص علي المستوي دائرا بدون انزلاق فان انتقال نقطة التماس dl خلال زمن dt يساوي ضرب نصف قطر القرص و الانتقال الزاوي $d\alpha$ خلال الزمن dt. اي

$$dl = Rd\alpha \Leftrightarrow v = R\dot{\alpha}. \quad (126.10)$$

هذا هو قيد الدوران بدون انزلاق او زحلقة. من الواضح انه قيد هولونومي.

تمرين 12:

- $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (127.10)$$

- $$x = r\sin\theta\cos\phi\ ,\ y = r\sin\theta\sin\phi\ ,\ z = r\cos\theta \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = r^2. \quad (128.10)$$

- $$(\vec{r}_i - \vec{r}_j)^2 = c_{ij}^2. \quad (129.10)$$

- $$x = -l\cos\alpha\ ,\ y = -l\sin\alpha \Rightarrow \frac{y}{x} = \tan\alpha. \quad (130.10)$$

- $$x = r\cos\Omega t\ ,\ y = r\sin\Omega t \Rightarrow \frac{y}{x} = \tan\Omega t. \quad (131.10)$$

تمرين 13: نحتاج لتحديد حالة الجملة الي احداثيات مركز ثقل العجلة في المستوي, x_w و y_w, الي الزاوية ψ التي تحدد اتجاه العجلة, و الي زاوية دوران العجلة ϕ. انظر الي الشكل 4.

مركبات السرعة $\vec{v}$ هي

$$\dot{x}_w=-v\sin\psi\ ,\ \dot{y}_w=v\cos\psi. \quad (132.10)$$

من الجهة الاخري فان شرط الدوران بدون انزلاق يعطي ب

$$v=R\dot{\phi}. \quad (133.10)$$

بالتعويض نحصل علي معادلات القيد

$$dx_w=-R\sin\psi d\phi\ ,\ dy_w=R\cos\psi d\phi. \quad (134.10)$$

هذه معادلات لا يمكن مكاملتها حتي نحل المسالة. اذن هذه القيود غير هولونومية.

تمرين 14: قوي القيود في هذه الحالة هي قوي التوتر في الخيوط $\vec{T}_1$ و $\vec{T}_2$. انظر الي الشكل 5. دوران البكرات بزاوية $\delta\phi$ يقابل انتقال الكتل بمسافة تعطي ب

$$\delta y_1=R_1\delta\phi_1\ ,\ \delta y_2=-R_2\delta\phi. \quad (135.10)$$

العمل الافتراضي لقوي التوتر يعطي اذن ب

$$\begin{aligned}\delta W&=\vec{T}_1\delta\vec{r}_1+\vec{T}_2\delta\vec{r}_2\\&=T_1\delta y_1+T_2\delta y_2\\&=(T_1R_1-T_2R_2)\delta\phi.\end{aligned} \quad (136.10)$$

لكن عند التوازن تتساوي عزوم قوي التوتر. اذن عند التوازن ينعدم العمل الافتراضي لقوي التوتر.

مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت عند التوازن يأخذ الشكل

$$\sum_i\vec{F}_i^{(a)}\delta\vec{r}_i=0. \quad (137.10)$$

القوي المطبقة في هذه المسألة هي قوي الثقالة. اذن المعادلة اعلاه تأخذ الشكل

$$m_1g\delta y_1+m_2g\delta y_2=0. \quad (138.10)$$

حالة التوازن تعطي اذن ب

$$m_1R_1=m_2R_2. \quad (139.10)$$

تمرين 15: مبدأ العمل الافتراضي لدالمبارت يأخذ الشكل

$$\sum_i(\vec{F}_i^{(a)}-\dot{\vec{p}}_i)\delta\vec{r}_i=0. \quad (140.10)$$

نكتب هذه المعادلة علي الشكل

$$(m_1\vec{g}-m_1\ddot{\vec{l}}_1)\delta\vec{l}_1+(m_2\vec{g}-m_2\ddot{\vec{l}}_2)\delta\vec{l}_2=0. \quad (141.10)$$

بالاسقاط نحصل علي

$$(m_1g\sin\alpha-m_1\ddot{l}_1)\delta l_1+(m_2g\sin\beta-m_2\ddot{l}_2)\delta l_2=0. \quad (142.10)$$

القيد علي الحركة في هذه الحالة هو

$$l=l_1+l_2\Rightarrow\delta l_1=-\delta l_2. \quad (143.10)$$

نحصل اذن علي

$$\ddot{l}_1=\frac{m_1\sin\alpha-m_2\sin\beta}{m_1+m_2}g. \quad (144.10)$$

تمرين 16: احداثيات الكتلة m في الشكل 7 تعطي ب

$$x = r\sin\phi\ ,\ y = r\cos\phi. \tag{145.10}$$

الاحداثيات المعممة هي r, لان طول النابض غير ثابت في هذه المسألة, و ϕ.
الطاقة الحركية تعطي ب

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2). \tag{146.10}$$

ليكن r_0 طول النابض في حالة التوازن. الطاقة الكامنة تعطي ب

$$\begin{aligned} V &= -m\vec{g}\vec{r} + \frac{1}{2}k(r-r_0)^2 \\ &= -mgr\cos\phi + \frac{1}{2}k(r-r_0)^2. \end{aligned} \tag{147.10}$$

لاغرانجية الجملة تعطي ب

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) + mgr\cos\phi - \frac{1}{2}k(r-r_0)^2. \tag{148.10}$$

معادلة الحركة بالنسبة ل ϕ:

$$mr\ddot{\phi} = -mg\sin\phi - 2m\dot{r}\dot{\phi}. \tag{149.10}$$

الحد الثاني هو قوة كوريوليس الناجمة عن تعلق طول النواس بالزمن. معادلة الحركة بالنسبة ل r:

$$m\ddot{r} = mr\dot{\phi}^2 + mg\cos\phi - k(r-r_0). \tag{150.10}$$

الحد الاخير هو قوة هوك.

تمرين 17: الاحداثيات النسبية في الشكل 8 تعطي ب

$$x = l\cos\alpha\ ,\ y = l\sin\alpha. \tag{151.10}$$

هناك قيد هولونومي واحد و بالتالي لدينا درجة حرية واحدة. الاحداثية المعممة هي الزاوية α. لاغرانجية الجملة تعطي ب

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}ml^2\dot{\alpha}^2 + m\vec{g}\vec{r} \\ &= \frac{1}{2}ml^2\dot{\alpha}^2 - mgl\sin\alpha. \end{aligned} \tag{152.10}$$

معادلات لاغرانج للحركة

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l}\cos\alpha = 0. \tag{153.10}$$

بضرب طرفي هذه المعادلة ب $\dot{\alpha}$ يمكن مكاملة هذه المعادلة مرة من اجل الحصول علي

$$\dot{\alpha} = \sqrt{2(c - \frac{g}{l}\sin\alpha)}. \tag{154.10}$$

c هو ثابت تكامل. بالمكاملة مرة ثانية باستعمال فصل المتغيرات نحصل علي

$$t - t_0 = \int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{d\alpha}{\sqrt{2(c - \frac{g}{l}\sin\alpha)}}. \tag{155.10}$$

تمرين 18: لاغرانجية الجملة تعطي ب

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + \Omega^2 r^2). \quad (156.10)$$

معادلات لاغرانج للحركة تعطي ب

$$\ddot{r} - \Omega^2 r = 0. \quad (157.10)$$

الحل يعطي ب

$$r = A\exp(\Omega t) + B\exp(-\Omega t). \quad (158.10)$$

تمرين 21:

1) مبدأ انحفاظ الطاقة بين النقطة $(0, y)$ و نقطة كيفية (x, y) يعطي ب

$$mgy_0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgy \ , \ v^2 = (\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2. \quad (159.10)$$

نحصل اذن علي

$$dt = \sqrt{\frac{dx^2 + dy^2}{2g(y_0 - y)}} \Rightarrow T = \int_0^{x_0} \sqrt{\frac{1 + y'^2}{2g(y_0 - y)}}dx. \quad (160.10)$$

2) الزمن T هو من الشكل

$$T = \int_0^{x_0} f(y, y^{'}, x)dx. \quad (161.10)$$

الدالة f لا تتعلق صراحة بالزمن x و تعطي ب

$$f = \sqrt{\frac{1 + y'^2}{2g(y_0 - y)}}. \quad (162.10)$$

معادلة لاغرانج تأخذ الشكل

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial y'} = 0 \Rightarrow y^{'}\frac{\partial f}{\partial y'} - f = 1/c. \quad (163.10)$$

الحساب يعطي

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{2g(y_0 - y)(1 + y'^2)}. \quad (164.10)$$

نقوم بتغيير المتغير

$$y^{'} = -\cot\frac{\theta}{2}. \quad (165.10)$$

نحصل علي

$$y = y_0 - \frac{c^2}{2g}\sin^2\frac{\theta}{2}. \quad (166.10)$$

بالاشتقاق

$$y' = -\frac{c^2}{2g}\sin\theta.\theta'. \qquad (167.10)$$

من (165 . 10) و (167 . 10) نحصل علي

$$x = \frac{c^2}{2g}\int\cos^2\frac{\theta}{2}d\theta = \frac{c^2}{4g}(\theta - \sin\theta). \qquad (168.10)$$

المعادلتان (166 . 10) و (168 . 10) تعرفان دويري [3]. في اللحظة الابتدائية لدينا $\theta = 0$. في اللحظة النهائية لدينا

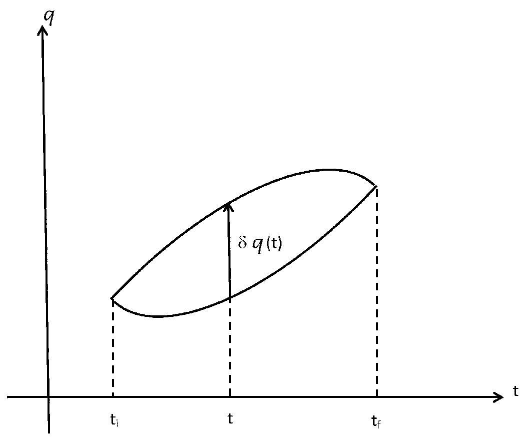
$$0 = y_0 - \frac{c^2}{2g}\sin^2\frac{\theta_0}{2}\ ,\ x_0 = \frac{c^2}{4g}(\theta_0 - \sin\theta_0). \qquad (169.10)$$

اي

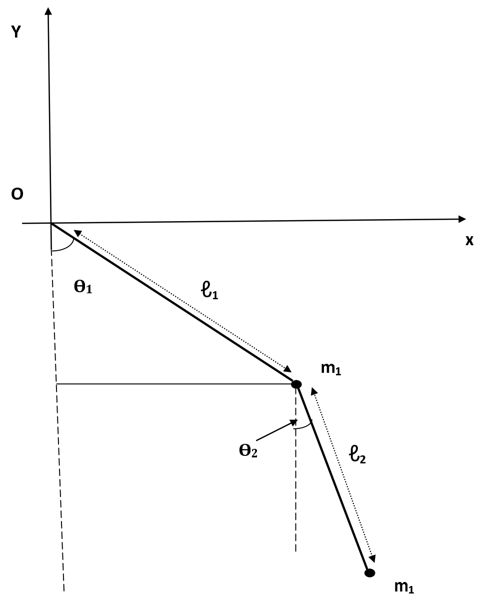
$$\frac{x_0}{y_0} = \frac{\theta_0 - \sin\theta_0}{1 - \cos\theta_0}. \qquad (170.10)$$

θ_0 هي القيمة الاعظمية للزاوية θ.

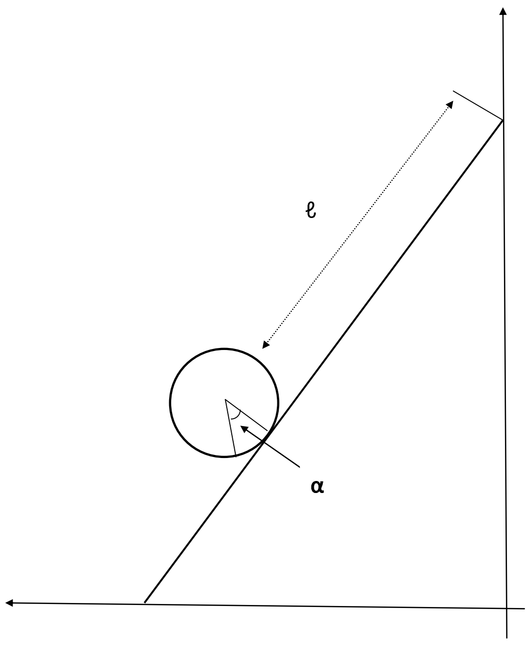
[3] cycloid.



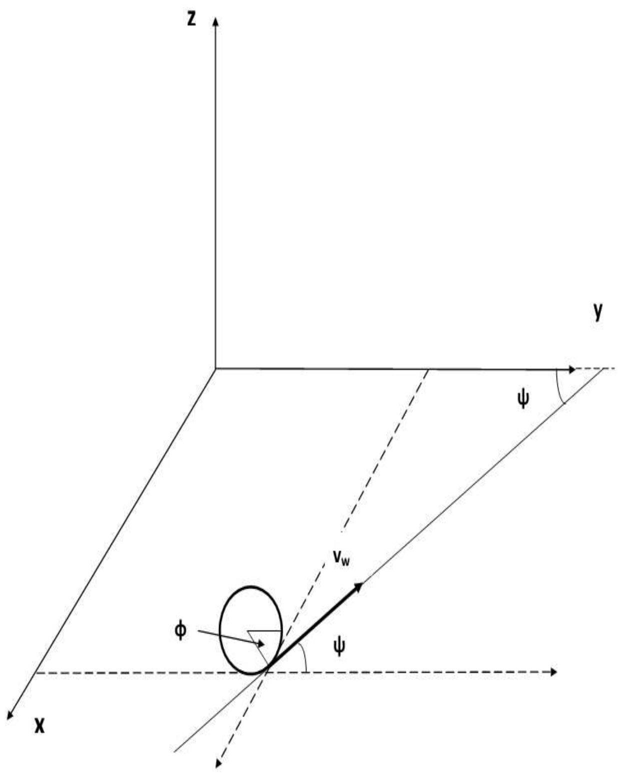
شكل 10.1:



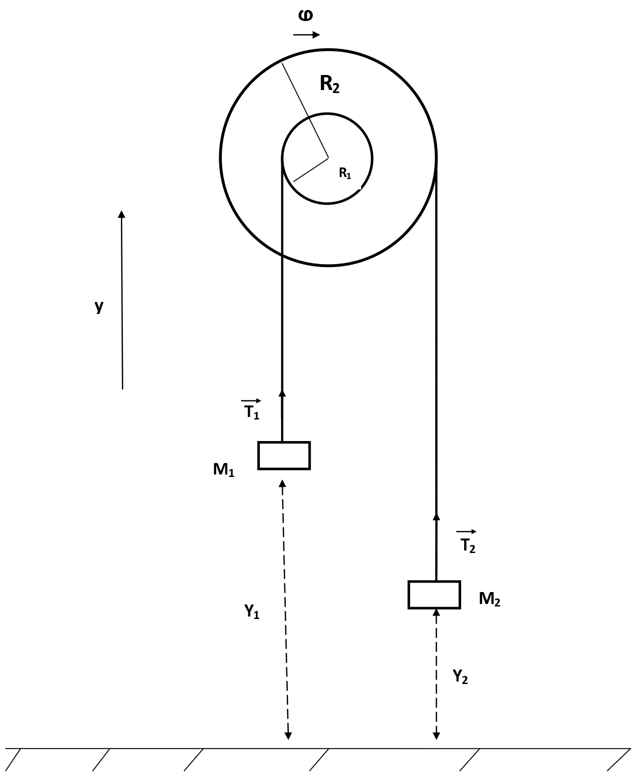
شكل 10.2:



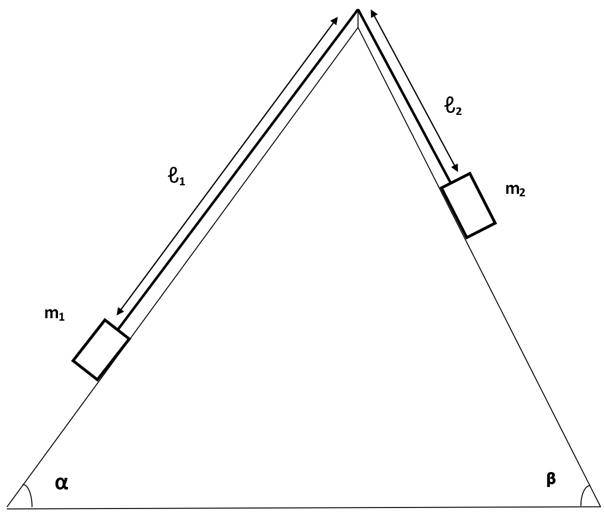
شكل 10.3:



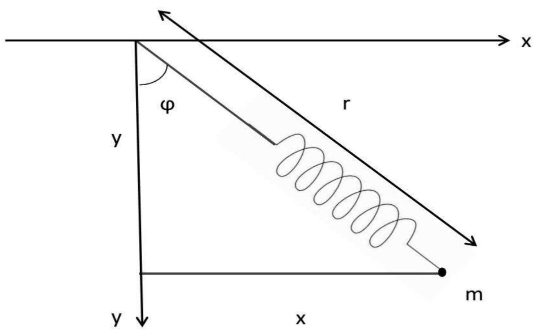
شكل 10.4:



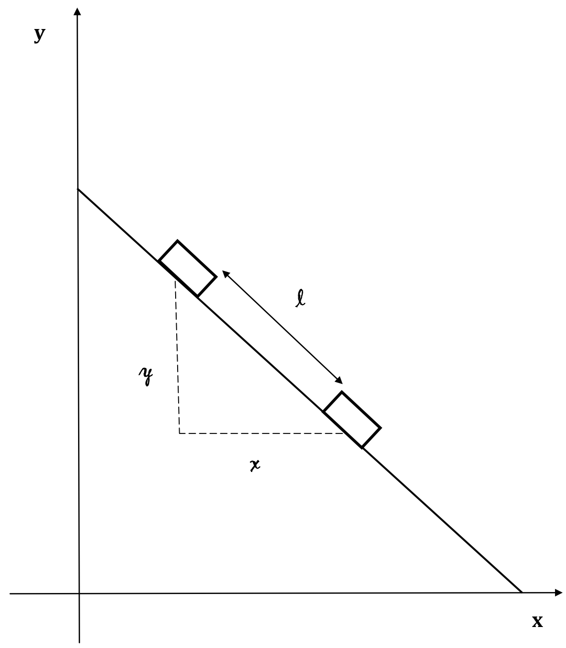
شكل 10.5:



شكل 10.6:



شكل 10.7:



شكل 10.8:

باب 11

الميكانيك الهاميلتوني

1.11 قوانين الانحفاظ

نعتبر جملة مشكلة من جسيمات نقطية تتفاعل فيما بينها عبر قوي مشتقة من كمون يتعلق فقط بالموضع. نحسب

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} &= \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} - \frac{\partial V}{\partial \dot{x}_i}\\ &= m_i x_i - 0\\ &= p_{ix}.\end{aligned} \quad (1.11)$$

هذه هي بالضبط كمية حركة الجسيم i في الاتجاه x.

اذن نعرف كمية الحركة المعممة او كمية الحركة المرافقة او كمية الحركة القانونية p_i المرفقة بالاحداثية المعممة q_i بالعبارة

$$p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}. \quad (2.11)$$

مثل ما ان الاحداثيات المعممة لا تحمل بالضرورة ابعاد الطول فان كميات الحركة المعممة لا تحمل بالضرورة ابعاد كمية الحركة.

نعرف الان مفهوم الاحداثية المهملة او الاحداثية الدورية علي انها الاحداثية q_i التي لا تدخل في اللاغرانجية L رغم ان L يمكن ان يتعلق ب $\dot{q}_i$. في هذه الحالة معادلات لاغرانج تؤدي الي

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\big(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\big) = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}p_i = 0 \Rightarrow p_i = \text{constant}. \quad (3.11)$$

اذن كمية الحركة المعممة المرفقة باحداثية معممة مهملة تكون منحفظة في الزمن. اي انها ثابت للحركة. هذا هو شرط الانحفاظ الاكثر عمومية في الميكانيك التحليلي.

من اجل الجمل المحافظة يكون الكمون دالة في الاحداثيات المعممة فقط. في هذه الحالة القوة المعممة Q_i المرفقة بالاحداثية المعممة الدورية تنعدم لان الكمون لا يتعلق ب q_i,

علاوة علي ذلك, اذا كانت الاحداثية المعممة الدورية q_i هي بحيث dq_i يقابل انسحاب للجملة في الاتجاه $\vec{n}$, فان انعدام القوة المعممة Q_i يكافئ انعدام القوة العادية في الاتجاه $\vec{n}$, و انحفاظ كمية الحركة المعممة p_i يكافئ انحفاظ كمية الحركة العادية في الاتجاه $\vec{n}$. اي انه في هذه الحالة القوة المعممة و كمية الحركة المعممة هما بالضبط القوة و كمية الحركة العاديين في الاتجاه $\vec{n}$. نحصل اذن علي قانون انحفاظ كمية الحركة لما تبقي حالة الجملة صامدة تحت تأثير الانسحابات. نقول ان الانسحابات هي تناظرات للجملة.

بالمثل اذا كانت الاحداثية المعممة الدورية q_i هي بحيث dq_i يقابل دوران للجملة حول محور $\vec{n}$, فان انعدام القوة المعممة Q_i يكافئ انعدام عزم الدوران حول المحور $\vec{n}$, و انحفاظ كمية الحركة المعممة p_i يكافئ انحفاظ العزم الحركي في الاتجاه $\vec{n}$. نحصل اذن في هذه الحالة علي قانون انحفاظ العزم الحركي لما تبقي حالة الجملة صامدة تحت تأثير الدورانات. نقول في هذه الحالة ان الدورانات هي تناظرات للجملة.

قوانين الانحفاظ, اي وجود احداثيات دورية, تكون دائما مرتبطة بوجود تناظرات معينة تميز حالة الجملة. مثلا وجود احداثية دورية انسحابية يعني ان الجملة تبقي صامدة تحت تأثير الانسحابات في الاتجاه المقابل للاحداثية الدورية مما ينتج عنه انحفاظ كمية الحركة في هذا

الاتجاه. بالمثل فان وجود احداثية دورية دورانية يعني ان الجملة تبقي صامدة تحت تأثير الدورانات في الاتجاه المقابل للاحداثية الدورية و هذا ينتج عنه انحفاظ العزم الحركي في هذا الاتجاه.

يمكن البرهان علي قانون انحفاظ الطاقة باستعمال معادلات لاغرانج كالتالي. نحسب

$$\begin{aligned}\frac{dL}{dt} &= \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i}\frac{dq_i}{dt} + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{d\dot{q}_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t}\\ &= \sum_i \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i})\dot{q}_i + \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\frac{d\dot{q}_i}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t}\\ &= \sum_i \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i) + \frac{\partial L}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

نستنتج اذن

$$\frac{dh}{dt} + \frac{\partial L}{\partial t} = 0. \quad (5.11)$$

h هو بالضبط دالة الطاقة او الهاميلتونية و تعطي ب

$$h(q,\dot{q},t) = \sum_i \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L. \quad (6.11)$$

اذن اذا لم تتعلق اللاغرانجية L صراحة بالزمن فان الهاميلتونية تكون منحفظة في الزمن. في هذه الحالة h هو ثابت للحركة يسمي ثابت جاكوبي.

من اجل الجمل المحافظة تأخذ اللاغرانجية الشكل العام التالي

$$L = L_0(q,t) + L_1(q,\dot{q},t) + L_2(q,\dot{q},t). \quad (7.11)$$

L_1 و L_2 هي دوال متجانسة من الدرجة الاولي و الثانية علي التوالي في السرعات المعممة $\dot{q}_i$.

نقول عن دالة $f(x,y,...)$ انها دالة متجانسة من الرتبة q في المتغيرات x, y,... اذا تحقق الشرط

$$f(tx,ty,...) = t^q f(x,y,...). \quad (8.11)$$

نعرف $x' = tx$, $y' = ty$,... نحسب

$$\frac{df(x',y',...)}{dt} = \frac{dx'}{dt}\frac{\partial f}{\partial x'} + \frac{dy'}{dt}\frac{\partial f}{\partial y'} + ... \Leftrightarrow qt^{q-1}f(x,y,...) = x\frac{\partial f}{\partial(tx)} + y\frac{\partial f}{\partial(ty)} + ... \quad (9.11)$$

من اجل $t = 1$ نحصل علي مبرهنة اولر

$$\sum_i x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = qf. \quad (10.11)$$

الشكل (7 . 11) تأخذه ايضا لاغرانجيات جمل اخري كثيرة ليست بالضرورة محافظة. بتطبيق مبرهنة اولر علي h المعطي بالمعادلة (6 . 11) نحصل علي

$$h = L_2 - L_0. \quad (11.11)$$

من الجهة الاخري تأخذ الطاقة الحركية دائما الشكل

$$T = T_0(q) + T_1(q,\dot{q}) + T_2(q,\dot{q}). \quad (12.11)$$

من الواضح اذن انه لدينا

$$L_0 = T_0 - V \ , \ L_1 = T_1 \ , \ L_2 = T_2. \tag{13.11}$$

اذن

$$h = T_2 - T_0 + V. \tag{14.11}$$

بالاضافة الي هذا, اذا كان تغيير المتغيرات $q_i \longrightarrow \vec{r}_i$ لا يتعلق بالزمن فان $T = T_2$ و بالتالي

$$h = T + V. \tag{15.11}$$

هذه بالفعل هي طاقة الجملة.

2.11 تحويل لوجوندر و معادلات هاميلتون

مرة اخري نفترض جملة فيزيائية خاضعة لقيود هولونومية $f_j(q_i, \dot{q}_i, t) = 0$ و قوي مونوجينية اي قوي مشتقة من كمون معمم يتعلق بالاضافة الي الاحداثيات المعممة علي السرعات المعممة اي $U = U(q_i, \dot{q}_i, t)$ و تعطي بالعلاقة

$$Q_j = -\frac{\partial U}{\partial q_j} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial U}{\partial \dot{q}_j}\right). \tag{16.11}$$

من اجل جملة تحتوي علي n درجة حرية لدينا n معادلة للحركة تعطي بالضبط بمعادلات لاغرانج

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = 0. \tag{17.11}$$

هذه معادلات تفاضلية من الرتبة الثانية حلها يتطلب تقديم $2n$ شرط ابتدائي. كمثال علي الشروط الابتدائية يمكن تقديم ال n قيمة للموضع q_i و ال n قيمة للسرعة $\dot{q}_i$ في اللحظة الابتدائية t_0.

حالة او تمثيلة الجملة هي نقطة $(q_1, ..., q_2)$ في فضاء التمثيلات ذو ال n بعد تختط خلال الزمن مسار يحدده بالضبط حل معادلة لاغرانج.

في الصياغة الهاميلتونية للميكانيك تعطي معادلات الحركة بمعادلات تفاضلية من الرتبة الاولي تعرف بمعادلات هاميلتون. لان عدد الشروط الابتدائية الضرورية يجب ان يبقي نفسه يساوي $2n$, كما في الصياغة اللاغرانجية, فان عدد المعادلات التفاضلية من الرتبة الاولي الضرورية لوصف حالة الجملة يجب ان يعطي ب $2n$ معادلة اي انه يجب ان نعمل ب $2n$ متغير. من الطبيعي جدا ان نأخذ نصف هذه المتغيرات ال n احداثية معممة q_i اما من اجل النصف الاخر فنأخذ ال n كمية حركة معممة p_i التي تعرف ب

$$p_i = \frac{\partial L(q_j, \dot{q}_j, t)}{\partial \dot{q}_i}. \tag{18.11}$$

يعرف الزوج (q_i, p_i) بالمتغيرات القانونية. حالة او تمثيلة الجملة في الصياغة الهاميلتونية تعطي بنقطة $(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n)$ في فضاء ذو $2n$ بعد يعرف بالفضاء الطوري للجملة اين تعطي المحاور بالاحداثيات و كميات الحركة المعممة q_i و p_i. معادلات هاميلتون هي معادلات حركة النقطة $(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n)$ في الفضاء الطوري.

الانتقال من الصياغة اللاغرانجية الي الصياغة الهاميلتونية يتطلب تغيير متغيرات من الشكل

$$(q_i, \dot{q}_i, t) \longrightarrow (q_i, p_i, t). \tag{19.11}$$

هذا مثال علي ما يعرف باسم تحويل لوجوندر.

قبل ان نواصل نذكر بتعريف تحويل لوجوندر لدالة $f(x)$ في متغير x. نفترض ان الدالة محدبة اي انها تحقق الشرط

$$\frac{d^2 f}{dx^2} > 0. \tag{20.11}$$

هذا الشرط يمكن ايضا ان نعبر عليه كالتالي: الدالة الميل

$$s(x) = \frac{df}{dx} \tag{21.11}$$

هي دالة رتيبة, لانها تتزايد فقط, في x. اذن هناك قيمة واحدة ل s من اجل كل نقطة x اي ان الدالة $s = s(x)$ هي مفردة القيمة و تقبل العكس لتعطي دالة مفردة القيمة $x = x(s)$.

اذن يمكن الابتداء من الميل s كمتغير مستقل, نستعمل الدالة العكسية $x = x(s)$ للحصول علي القيمة الوحيدة ل x المقابلة للميل s, ثم نعوض بهذه القيمة ل x في الدالة f لنحصل علي $f(x(s))$. تحويل لوجوندر $g(s)$ للدالة $f(x)$ هي نقطة تقاطع المستقيم المماس للدالة في النقطة $x = x(s)$ مع محور العينات اي

$$f(x(s)) = sx(s) - g(s) \Leftrightarrow g(s) = sx(s) - f(x(s)). \tag{22.11}$$

انظر الشكل 2. تحويل لوجوندر هو تطبيق للثنائية بين النقاط و المستقيمات: الدالة f يمكن اعطائها بمجموعة النقاط (x, y) او بمجموعة الازواج $(s, -g)$ المشكلة من الميول s و نقاط التقاطع $-g$. يمكن تعريف تحويل لوجوندر ايضا بعملية التعظيم

$$g(s) = \max_x (sx - f(x)). \tag{23.11}$$

نعتبر الان دالة $f(x, y)$ في متغيرين x و y. التفاضل التام للدالة f يعطي ب

$$df = udx + vdy\ ,\ u = \frac{\partial f}{\partial x}\ ,\ v = \frac{\partial f}{\partial y}. \tag{24.11}$$

تحويل لوجوندر من المتغيرات (x, y) الي المتغيرات (u, y) يحول الدالة $f(x, y)$ الي الدالة $g(u, y)$ المعرفة ب

$$g = ux - f. \tag{25.11}$$

نحسب التفاضل

$$dg = xdu - vdy \equiv \frac{\partial g}{\partial u} du + \frac{\partial g}{\partial y} dy. \tag{26.11}$$

نحصل اذن علي

$$x = \frac{\partial g}{\partial u}\ ,\ v = -\frac{\partial g}{\partial y}. \tag{27.11}$$

كما قلنا فان الانتقال من الصياغة اللاغرانجية الي الصياغة الهاميلتونية يكافئ تحويل لوجوندر من المتغيرات $(q_i, \dot{q}_i, t)$ الي المتغيرات (q_i, p_i, t). اذن عوض اللاغرانجية $L = L(q_i, \dot{q}_i, t)$ التي هي دالة في q_i,$\dot{q}_i$ و t سوف نعمل, في الصياغة الهاميلتونية, بما يسمي بالهاميلتونية H التي هي دالة في q_i, p_i و t معرفة بتحويل لوجوندر

$$H(q_i, p_i, t) = \sum_i \dot{q}_i p_i - L(q_i, \dot{q}_i, t). \tag{28.11}$$

نحسب من جهة

$$dH = \frac{\partial H}{\partial q_i} dq_i + \frac{\partial H}{\partial p_i} dp_i + \frac{\partial H}{\partial t} dt. \tag{29.11}$$

من الجهة الاخري نحسب

$$\begin{aligned} dH &= \dot{q}_i dp_i + p_i d\dot{q}_i - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} d\dot{q}_i - \frac{\partial L}{\partial q_i} dq_i - \frac{\partial L}{\partial t} dt \\ &= \dot{q}_i dp_i - \frac{\partial L}{\partial q_i} dq_i - \frac{\partial L}{\partial t} dt \\ &= \dot{q}_i dp_i - \dot{p}_i dq_i - \frac{\partial L}{\partial t} dt. \end{aligned} \tag{30.11}$$

بالمقارنة نحصل علي معادلات هاميلتون للحركة

$$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \;, \;\; -\dot{p}_i = \frac{\partial H}{\partial q_i}. \tag{31.11}$$

نحصل ايضا علي

$$-\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{32.11}$$

من اجل قسم كبير من الجمل الفيزيائية و الاحداثيات المعممة لدينا الاتي متحقق:

- اللاغرانجية تكتب علي الشكل $L(q_i,\dot{q}_i,t) = L_0(q_i,t) + L_1(q_i,\dot{q}_i,t) + L_2(q_i,\dot{q}_i,t)$ حيث L_2 هي دالة متجانسة من الدرجة الثانية في $\dot{q}_i$ و L_1 هي دالة متجانسة من الدرجة الاولي في $\dot{q}_i$. في هذه الحالة نحسب

$$\dot{q}_i p_i \;\; = \;\; \dot{q}_i\frac{\partial L_1}{\partial \dot{q}_i} + \dot{q}_i\frac{\partial L_2}{\partial \dot{q}_i} = L_1 + 2L_2. \tag{33.11}$$

اذن

$$H = L_2 - L_0. \tag{34.11}$$

- عموما تأخذ الطاقة الحركية الشكل $T = T_2(q_i,\dot{q}_i,t) + T_1(q_i,\dot{q}_i,t) + T_0(q_i,t)$. اذا كانت المعادلات التي تعرف الاحداثيات المعممة لا تتعلق بالزمن صراحة اي $\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1,q_2,...,q_n)$ فان $\vec{v}_i = \sum_j \dot{q}_j \partial\vec{r}_i/\partial q_j$ و بالتالي $T = T_2$ حيث T_2 هي دالة في q_i و $\dot{q}_i$ تربيعية في $\dot{q}_i$. من الجهة الاخري اذا كانت الطاقة الكامنة لا تتعلق بالسرعات المعممة $\dot{q}_i$ فان $L_2 = T$, $L_1 = 0$ و $L_0 = -V$. اذن نحصل علي

$$H = T + V. \tag{35.11}$$

هذه هي الطاقة الكلية للجملة.

يمكن ان نبرهن بدون صعوبة باستعمال معادلات هاميلتون ان

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{36.11}$$

اذن اذا كانت الطاقة الكامنة لا تتعلق بالزمن صراحة فان L لا يتعلق بالزمن صراحة و بالتالي فان H لا يتعلق بالزمن صراحة اي ان الهاميلتونية H هي منحفظة في الزمن.

3.11 معادلات هاميلتون من حساب التغاير: مبدأ هاميلتون المعدل

كما بينا في السابق فان معادلات لاغرانج للحركة يمكن اشتقاقها من مبدأ هاميلتون التكاملي الذي يأخذ الشكل

$$\delta I = \delta\int_{t_1}^{t_2} dt L(q_i,\dot{q}_i,t) = 0. \tag{37.11}$$

بالطبع فان حساب التغاير يتم علي طرق معرفة في فضاء التمثيلات بين النقطتين $(q_1(t_1),...,q_n(t_1))$ و $(q_1(t_2),...,q_n(t_2))$.

معادلات هاميلتون تخص حركة حالة الجملة في الفضاء الطوري و بالتالي فان المبدأ التغايري الذي يمكن ان يؤدي الي هاته المعادلات يجب بالضرورة صياغته في الفضاء الطوري.

بالتعويض بالمعادلة $L(q_i,\dot{q}_i,t) = \sum_i \dot{q}_i p_i - H(q_i,p_i,t)$ في مبدأ هاميلتون اعلاه, ثم اعادة تفسير الطرق التي يحسب عليها التغاير علي انها الطرق في الفضاء الطوري التي تربط بين النقطتين

$(q_1(t_1),...,q_n(t_1),p_1(t_1),...,p_n(t_1))$ و $(q_1(t_2),...,q_n(t_2),p_1(t_2),...,p_n(t_2))$

نحصل علي مبدأ هاميلتون المعدل الذي يعطي ب

$$\delta I=\delta\int_{t_1}^{t_2}dt\bigg(\sum_i \dot{q}_ip_i-H(q_i,p_i,t)\bigg)=0. \qquad (38.11)$$

هذا مبدأ تغايري في فضاء ذو $2n$ بعد من نفس شكل مبدأ هاميلتون (37 . 11) اي من الشكل

$$\delta I=\delta\int_{t_1}^{t_2}dt\mathcal{L}(q_i,\dot{q}_i,p_i,\dot{p}_i,t)=0. \qquad (39.11)$$

معادلات لاغرانج من اجل هذا المبدأ هي مباشرة معطاة ب

$$\frac{d}{dt}\bigg(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}_i}\bigg)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q_i}=0\Leftrightarrow\frac{d}{dt}(p_i)+\frac{\partial H}{\partial q_i}=0. \qquad (40.11)$$

$$\frac{d}{dt}\bigg(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{p}_i}\bigg)-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial p_i}=0\Leftrightarrow\frac{d}{dt}(0)-\dot{q}_i+\frac{\partial H}{\partial p_i}=0. \qquad (41.11)$$

كما نري نحصل مباشرة علي معادلات هاميلتون للحركة.

4.11 التحويلات القانونية

نبدأ بالتذكير بالاحداثيات المعممة الدورية. الاحداثية المعممة q_i هي احداثية دورية اذا لم تتعلق الهاميلتونية $H=H(q_i,p_i)$ بها. اذن في هذه الحالة, باستعمال معادلات هاميلتون, نجد ان كمية الحركة المعممة المقابلة p_i هي منحفظة في الزمن. لدينا اذن

$$-\dot{p}_i=\frac{\partial H}{\partial q_i}=0\Rightarrow p_i=\beta_i=\text{constant}. \qquad (42.11)$$

الملاحظة الاساسية الاولي هنا هي كالتالي : حل معادلات هاميلتون هو عملية سهلة في حالة الاحداثيات الدورية.

من الجهة الاخري ان اختيار الاحداثيات المعممة و كميات الحركة المعممة هو عملية كيفية في مجملها لان هناك عدد غير منته من الاختيارات الممكنة. لانه دائما يهمنا حل معادلات هاميلتون فانه من مصلحتنا اختيار احداثيات معممة Q_i و كميات حركة معممة P_i يكون من اجلها بعض او كل الاحداثيات المعممة Q_i دورية. هذه المجموعة الجديدة (Q_i,P_i) يجب هي الاخري ان تحقق معادلات هاميلتون بهاميلتونية جديدة $K(Q_i,P_i)$ مغايرة عموما للهاميلتونية الاصلية $H(q_i,p_i)$. من اجل هذا السبب بالضبط فان التحويل $(q_i,p_i)\longrightarrow(Q_i,P_i)$ يسمي تحويل قانوني.

التحويل القانوني هو تعميم لتغيير المتغيرات في فضاء التمثيلات المعطي بالتحويل النقطي $q_i\longrightarrow Q_i=Q_i(q_i,t)$. التحويل القانوني هو في الحقيقة تغيير متغيرات في الفضاء الطوري من الشكل

$$q_i\longrightarrow Q_i=Q_i(q_j,p_j,t)\ ,\ p_i\longrightarrow P_i=P_i(q_j,p_j,t). \qquad (43.11)$$

نفترض ان الزوج (q_i,p_i) يحل معادلات هاميلتون بهاميلتونية $H=H(q_i,p_i)$ اي

$$\dot{q}_i=\frac{\partial H}{\partial p_i}\ ,\ \ -\dot{p}_i=\frac{\partial H}{\partial q_i}. \qquad (44.11)$$

كما بينا اعلاه فان هذه المعادلات يمكن اشتقاقها من مبدأ هاميلتون المعدل:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(p_i\dot{q}_i-H(q,p,t))=0. \qquad (45.11)$$

كما قلنا قبل قليل فان التحويل $p_i \longrightarrow P_i = P_i(q_j, p_j, t)$,$q_i \longrightarrow Q_i = Q_i(q_j, p_j, t)$ هو تحويل قانوني لاننا نفترض ان الزوج الجديد (Q_i, P_i) يحل ايضا معادلات هاميلتون لكن بهاميلتونية جديدة $K(Q, P, t)$ اي ان المتغيرات الجديدة Q_i و P_i هي متغيرات قانونية. لدينا اذن معادلات هاميلتون الجديدة

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial K}{\partial P_i}\ ,\ \ -\dot{P}_i = \frac{\partial K}{\partial Q_i}. \tag{46.11}$$

من الواضح انه يمكننا ان نشتق هذه المعادلات من مبدأ هاميلتون المعدل

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (P_i\dot{Q}_i - K(Q, P, t)) = 0. \tag{47.11}$$

اذن يجب ان يكون لدينا

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (p_i\dot{q}_i - H(q, p, t)) = \delta \int_{t_1}^{t_2} (P_i\dot{Q}_i - K(Q, P, t)) = 0. \tag{48.11}$$

او بالمقابل

$$\lambda(p_i\dot{q}_i - H(q, p, t)) = P_i\dot{Q}_i - K(Q, P, t) + \frac{dF}{dt}. \tag{49.11}$$

λ هي ثابت و F هي دالة في احداثيات الفضاء الطوري ذات مشتقة ثانية مستمرة. التحويلات القانونية التي لها $\lambda \neq 1$ نسميها التحويلات القانونية الممتدة اما التي لها $\lambda = 1$ فنسميها اختصارا بالتحويلات القانونية.

الثابت λ ناجم عن تحويل قانوني خاص جدا يسمي بالتحويل السلمي الذي يعرف كالتالي:

$$q_i \longrightarrow Q_i = \mu q_i\ ,\ p_i \longrightarrow P_i = \nu p_i. \tag{50.11}$$

μ و ν هي ثوابت. معادلات هاميلتون الجديدة تؤدي الي معادلات هاميلتون القديمة مع الحل

$$K(Q_i, P_i) = \lambda H(q_i, p_i)\ ,\ \lambda = \mu\nu. \tag{51.11}$$

اي

$$\lambda(p_i\dot{q}_i - H(q, p, t)) = P_i\dot{Q}_i - K(Q, P, t). \tag{52.11}$$

يمكننا دائما اختيار $\lambda = 1$ باستعمال تحويل سلمي مناسب. نفترض مثلا انه لدينا تحويل قانوني $(q_i, p_i) \longrightarrow (Q_i', P_i')$ مع $\lambda \neq 1$. نعتبر التحويل السلمي $(Q_i, P_i) \longrightarrow (Q_i' = \mu Q_i, P_i' = \nu P_i)$ مع $\lambda = \mu\nu$. التحويل القانوني $(q_i, p_i) \longrightarrow (Q_i', P_i')$ هو تركيب للتحويل القانوني $(q_i, p_i) \longrightarrow (Q_i, P_i)$ و التحويل السلمي $(Q_i, P_i) \longrightarrow (Q_i', P_i')$. يمكننا التحقق بسهولة ان التحويل القانوني $(q_i, p_i) \longrightarrow (Q_i, P_i)$ له $\lambda = 1$.

اذن يمكننا التركيز بالكامل علي التحويلات القانونية التي لها $\lambda = 1$ دون فقدان اي عمومية في تناولنا للتحويلات القانونية. من اجل هذه التحويلات لدينا

$$p_i\dot{q}_i - H(q, p, t) = P_i\dot{Q}_i - K(Q, P, t) + \frac{dF}{dt}. \tag{53.11}$$

التحويلات القانونية التي لا تتعلق بالزمن صراحة اي $Q_i = Q_i(q_j, p_j)$ و $P_i = P_i(q_j, p_j)$ تسمي بالتحويلات القانونية المحدودة.

الدالة F هي دالة في احداثيات الفضاء الطوري q_i, Q_i, p_i و P_i بالاضافة الي الزمن اي انها دالة في $4n + 1$ متغير. باستعمال $Q_i = Q_i(q_j, p_j, t)$ و $P_i = P_i(q_j, p_j, t)$ و معكوساتها نري ان F هي في الواقع دالة في $2n + 1$ متغير. الدالة F تسمح لنا بتعيين الشكل المضبوط للتحويل القانوني فقط عندما نأخذ نصف متغيراتها من الاحداثيات الطورية القديمة (q_i, p_i) و النصف الاخر من الاحداثيات الطورية الجديدة (Q_i, P_i) . في هذه الحالة فان F تلعب دور مولد التحويل القانوني. اذن لدينا اربعة انواع فقط من التحويلات القانونية معينة بالدوال المولدة التالية

$$F = F_1(q_i, Q_i, t). \tag{54.11}$$

$$F = F_2(q_i, P_i, t). \tag{55.11}$$

$$F = F_3(p_i, Q_i, t). \tag{56.11}$$

$$F = F_4(p_i, P_i, t). \tag{57.11}$$

نناقش فيما تبقي ببعض التفصيل الحالتين الاولي و الثانية.

الحالة الاولي: في هذه الحالة

$$F = F_1(q_i, Q_i, t). \tag{58.11}$$

نحسب

$$p_i\dot{q}_i - H = P_i\dot{Q}_i - K + \frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{\partial F_1}{\partial q_i}\dot{q}_i + \frac{\partial F_1}{\partial Q_i}\dot{Q}_i. \tag{59.11}$$

لان q_i و Q_i مستقلان خطيا نحصل علي

$$p_i = \frac{\partial F_1}{\partial q_i}\ ,\ P_i = -\frac{\partial F_1}{\partial Q_i}. \tag{60.11}$$

$$K = H + \frac{\partial F_1}{\partial t}. \tag{61.11}$$

الحالة الثانية: في هذه الحالة فان الدالة المولدة يجب ان تكون دالة في الاحداثيات المعممة القديمة q_i و كميات الحركة المعممة الجديدة P_i. بالمقارنة بالحالة الاولي فان P_i هنا يلعب دور Q_i هناك. بالتالي فانه في المعادلة $(53\ .\ 11)$ يجب تعويض $P_i\dot{Q}_i$ ب $Q_i\dot{P}_i$. يمكن تحقيق ذلك باختيار الدالة المولدة كالتالي

$$F = F_2(q_i, P_i, t) - Q_iP_i. \tag{62.11}$$

نحسب الان

$$p_i\dot{q}_i - H = -Q_i\dot{P}_i - K + \frac{\partial F_2}{\partial t} + \frac{\partial F_2}{\partial q_i}\dot{q}_i + \frac{\partial F_2}{\partial P_i}\dot{P}_i. \tag{63.11}$$

مرة اخري لان q_i و P_i هما مستقلان خطيا نحصل علي

$$p_i = \frac{\partial F_2}{\partial q_i}\ ,\ Q_i = \frac{\partial F_2}{\partial P_i}. \tag{64.11}$$

$$K = H + \frac{\partial F_2}{\partial t}. \tag{65.11}$$

من اجل الحالتين الثالثة و الرابعة نكتب

$$F = F_3(p_i, Q_i, t) + q_ip_i. \tag{66.11}$$

$$F = F_4(p_i, P_i, t) + q_ip_i - Q_iP_i. \tag{67.11}$$

التحويلات القانونية التي تكون دالتها المولدة لا تتعلق بالزمن هي بالضبط التحويلات القانونية المحدودة و من اجلها لدينا

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0 \Rightarrow K = H. \tag{68.11}$$

5.11 الصياغة السمبليكتية, اقواس بواسون و مبرهنة ليوفيل

الشرط السمبليكتي : يمكن كتابة التحويلات القانونية علي شكل اخر مختلف, لكن مكافئ للدوال المولدة, باستعمال الصياغة السمبليكتية [1] لمعادلات هاميلتون. اولا نعرف الشعاع η في $2n$ بعد المشكل من الاحداثيات المعممة q_i و كميات الحركة المعممة p_i, و الشعاع ξ المعرف ايضا في $2n$ بعد المشكل من الاحداثيات المعممة Q_i و كميات الحركة المعممة P_i اي

$$\eta=\left(\begin{array}{c}q_i\\p_i\end{array}\right)\;,\;\xi=\left(\begin{array}{c}Q_i\\P_i\end{array}\right). \tag{69.11}$$

هذه اشعة معرفة في الفضاء الطوري. معادلات التحويل القانوني المحدود $Q_i=Q_i(q_j,p_j)$ و $P_i=P_i(q_j,p_j)$ يمكن كتابتها علي الشكل

$$\xi=\xi(\eta). \tag{70.11}$$

معادلات هاميلتون في المتغيرات η تعطي ب

$$\dot{\eta}=J\frac{\partial H}{\partial\eta}. \tag{71.11}$$

المصفوفة J هي $2n$x$2n$ و تعطي ب

$$J=\left(\begin{array}{cc}0&\mathbf{1}_n\\-\mathbf{1}_n&0\end{array}\right). \tag{72.11}$$

معادلات هاميلتون في المتغيرات ξ تعطي ب

$$\dot{\xi}\;=\;J\frac{\partial H}{\partial\xi}. \tag{73.11}$$

نعرف المصفوفة M ب

$$M_{ij}=\frac{\partial\xi_i}{\partial\eta_j}. \tag{74.11}$$

لدينا

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_i&=M_{ij}\dot{\eta}_j\\&=M_{ij}J_{jk}\frac{\partial H}{\partial\eta_k}\\&=M_{ij}J_{jk}M_{lk}\frac{\partial H}{\partial\xi_l}\\&=(MJM^T)_{il}\frac{\partial H}{\partial\xi_l}.\end{aligned} \tag{75.11}$$

بالمقارنة نحصل اذن علي

$$MJM^T=J. \tag{76.11}$$

هذا هو الشرط السمبليكتي و المصفوفة M هي مصفوفة سمبليكتية . ان الشرط السمبليكتي هو شرط ضروري و كافي من اجل كل التحويلات القانونية حتي تلك التي تتعلق بالزمن و ليس فقط من اجل التحويلات القانونية المحدودة التي اعتبرناها اعلاه. يمكن ان نبرهن ان الشرط السمبليكتي يستلزم وجود دالة مولدة. ايضا يمكن استعمال الصياغة السمبليكتية للبرهان علي ان مجموعة التحويلات القانونية تشكل زمرة.

[1] symplectic formulation.

التحويلات القانونية المتناهية في الصغر: يمكن ان نبرهن ان التحويلات القانونية تحقق الشرط السمبليكتي كالتالي. اولا لانه لدينا بنية زمرة فان اي تحويل قانوني يمكن تفكيكه كالاتي

$$\eta=\left(\begin{array}{c}q_i\\p_i\end{array}\right)\longrightarrow\xi(\eta,t_0)=\left(\begin{array}{c}Q_i(q,p,t_0)\\P_i(q,p,t_0)\end{array}\right)\longrightarrow\xi(\eta,t)=\left(\begin{array}{c}Q_i(q,p,t)\\P_i(q,p,t)\end{array}\right). \quad (77.11)$$

الحد الاول يحقق الشرط السمبليكتي لانه تحويل قانوني محدود لا يتعلق بالزمن. مرة اخري لانه لدينا بنية زمرة فان التحويل الثاني يمكن تركيبه من تحويلات قانونية متناهية في الصغر اي نقسم المجال $t-t_0$ الي مجالات صغيرة متناهية في الصغر dt و نعتبر فقط التحويل القانوني في كل مجال.

نبدأ بتعريف التحويلات القانونية المتناهية في الصغر. اولا نلاحظ ان الدالة $F_2=q_iP_i$ تولد التحويل القانوني الذي يؤثر كالتطابق [2]. بالفعل يمكن ان نبرهن في هذه الحالة علي ان $Q_i=q_i$, $P_i=p_i$ و $K=H$. التحويل القانوني المتناه في الصغر يقابل اذن

$$F_2=q_iP_i+\epsilon G(q_j,P_j,t). \quad (78.11)$$

نحسب

$$P_i=p_i-\epsilon\frac{\partial G}{\partial q_i}\ ,\ Q_i=q_i+\epsilon\frac{\partial G}{\partial P_i}=q_i+\epsilon\frac{\partial G}{\partial p_i}. \quad (79.11)$$

اي انه يمكننا ان نفكر في G علي انها دالة في q و p, عوض q و P, و الزمن. الدالة G هي الدالة المولدة للتحويل القانوني المتناه في الصغر. لدينا

$$\delta p_i=P_i-p_i=-\epsilon\frac{\partial G}{\partial q_i}\ ,\ \delta q_i=Q_i-q_i=\epsilon\frac{\partial G}{\partial p_i}. \quad (80.11)$$

يمكن ان نكتب هذه المعادلات (80 . 11) علي الشكل المتراص

$$\delta\eta=\xi-\eta=\epsilon J\frac{\partial G}{\partial\eta}. \quad (81.11)$$

ايضا يمكن ان نحسب من اجل التحويل القانوني المتناه في الصغر اعلاه

$$\begin{aligned}M=\frac{\partial\xi}{\partial\eta}&=1+\frac{\partial}{\partial\eta}\delta\eta\\&=1+\epsilon J\frac{\partial^2G}{\partial\eta\partial\eta}.\end{aligned} \quad (82.11)$$

المصفوفة $\partial^2G/\partial\eta\partial\eta$ هي مصفوفة متناظرة بمركبات معطاة ب

$$\left(\frac{\partial^2G}{\partial\eta\partial\eta}\right)_{ij}=\frac{\partial^2G}{\partial\eta_i\partial\eta_j}. \quad (83.11)$$

يمكن ان نتحقق الان مباشرة من الشرط السمبليكتي من اجل التحويلات القانونية المتناهية في الصغر كالتالي

$$\begin{aligned}MJM^T&=\left(1+\epsilon J\frac{\partial^2G}{\partial\eta\partial\eta}\right)J\left(1-\epsilon\frac{\partial^2G}{\partial\eta\partial\eta}J\right)\\&=J.\end{aligned} \quad (84.11)$$

اذا اخترنا $\epsilon=dt$ فان التحويل القانوني المتناه في الصغر اعلاه هو بالضبط التحويل $\xi(\eta,t)\longrightarrow\xi(\eta,t_0)$ مع $t=t_0+dt$. هذا التحويل يحقق اذن الشرط السمبليكتي و بالتالي فان التحويل القانوني الذي يظهر في الحد الثاني ل (77 . 11), و الذي هو تركيب لتحويلات قانونية متناهية في الصغر من النوع $\epsilon=dt$, يحقق الشرط السمبليكتي و هو المراد.

[2] identity.

اقواس بواسون: نعرف اقواس بواسون لدالتين u و v علي الفضاء الطوري بالنسبة للمتغيرات q_i و p_i بالعلاقة

$$[u,v]_\eta = \sum_i \left(\frac{\partial u}{\partial q_i}\frac{\partial v}{\partial p_i} - \frac{\partial u}{\partial p_i}\frac{\partial v}{\partial q_i}\right) = \left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)^T J\, \frac{\partial v}{\partial \eta}. \quad (85.11)$$

نحسب مباشرة ما يسمي باقواس بواسون الاساسية التي تعطي ب

$$[\eta,\eta]_\eta = J. \quad (86.11)$$

هذه العلاقة تأخذ بدلالة المركبات الشكل

$$[q_i,q_j]_\eta = 0\ ,\ [p_i,p_j]_\eta = 0\ ,\ [q_i,p_j]_\eta = -[p_i,q_j]_\eta = \delta_{ij}. \quad (87.11)$$

نحسب الان

$$\begin{aligned}[u,v]_\eta &= \frac{\partial u}{\partial \eta_i}J_{ij}\frac{\partial v}{\partial \eta_j}\\ &= \frac{\partial u}{\partial \xi_k}\frac{\partial \xi_k}{\partial \eta_i}J_{ij}\frac{\partial \xi_l}{\partial \eta_j}\frac{\partial v}{\partial \xi_l}\\ &= \frac{\partial u}{\partial \xi_k}(MJM^T)_{kl}\frac{\partial v}{\partial \xi_l}\\ &= [u,v]_\xi. \end{aligned} \quad (88.11)$$

اي ان اقواس بواسون هي صامدة تحت تأثير التحويلات القانونية. هذا الشرط مكافئ تماما للشرط السمبليكتي. ايضا يمكن استعمال خاصية الصمود هذه للبرهان علي ان الشرط السمبليكتي يستلزم وجود دالة مولدة للتحويل القانوني. كما ستري هناك اشياء اخري, بالاضافة الي اقواس بواسون, تبقي صامدة تحت تأثير التحويلات القانونية.

نعتبر الان دالة u في المتغيرات q_i, p_i و الزمن اي $u = u(q_i,p_i,t)$. باستعمال معادلات هاميلتون فان المشتقة التامة في الزمن للدالة u تعطي ب

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \sum_i \left(\frac{\partial u}{\partial q_i}\dot{q}_i + \frac{\partial u}{\partial p_i}\dot{p}_i\right) + \frac{\partial u}{\partial t}\\ &= \sum_i \left(\frac{\partial u}{\partial q_i}\frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial u}{\partial p_i}\frac{\partial H}{\partial q_i}\right) + \frac{\partial u}{\partial t}\\ &= [u,H]_\eta + \frac{\partial u}{\partial t}. \end{aligned} \quad (89.11)$$

هذه هي معادلة حركة الدالة u. يمكن الحصول علي معادلات هاميلتون كحالة خاصة كالتالي. اذا اخترنا $u = q_i, p_i$ نحصل مباشرة علي $\dot{q}_i = [q_i,H]_\eta$, $\dot{p}_i = [p_i,H]_\eta$. باستعمال الكتابة السمبليكتية نحصل اذن علي

$$\dot{\eta} = [\eta,H]_\eta = J\frac{\partial H}{\partial \eta} \quad (90.11)$$

التي هي عبارة علي معادلات هاميلتون (71 . 11).

يمكن ايضا التعبير عن التحويلات القانونية المتناهية في الصغر (81 . 11) باستعمال اقواس بواسون. باختيار $u = \eta$ و $v = G$ في (85 . 11) نحصل علي

$$[\eta,G]_\eta = J\frac{\partial G}{\partial \eta}, \quad (91.11)$$

التحويل القانوني المتناه في الصغر (81 . 11) يمكن اذن كتابته علي الشكل

$$\delta\eta = \epsilon[\eta, G]_\eta. \qquad (92.11)$$

اذا اخترنا مثلا $\epsilon = dx$ و $G = p_j$ نحصل علي $\delta q_i = dx[q_i, p_j]_\eta = \delta_{ij}dx$ و $\delta p_i = dx[p_i, p_j]_\eta = 0$ اي ان الانسحاب في الاتجاه j تولده كمية الحركة p_j.

كمثال ثاني نعتبر الاتي. اذا اخترنا $\epsilon = dt$ و $G = H$ نحصل علي $\delta\eta = \dot{\eta}dt = d\eta$ اي

$$\epsilon = dt\ ,\ G = H \Rightarrow \delta\eta = \dot{\eta}dt = d\eta. \qquad (93.11)$$

اذن الهاميلتونية هي مولدة حركة الجملة اي التطور في الزمن. هذه النتيجة المهمة جدا يمكن الوصول اليها ايضا كالتالي. اذا اخترنا $G = H$ في التحويل القانوني المتناه في الصغر (80 . 11) نستنتج مباشرة ان

$$\delta p_i = \epsilon\dot{p}_i\ ,\ \delta q_i = \epsilon\dot{q}_i \Rightarrow \epsilon = dt. \qquad (94.11)$$

اي ان الهاميلتونية هي الدالة المولدة للحركة المتناهية في الصغر اي للانسحابات في الزمن المتناهية في الصغر. بصيغه اخري نقول ان حركة الجملة في الزمن هي تحويل قانوني تولده الهاميلتونية.

مبرهنة ليوفيل: كما قلنا اعلاه هناك اشياء اخري, بالاضافة الي اقواس بواسون, تبقي صامدة تحت تأثير التحويلات القانونية و منها التحويلات القانونية التي تحرك الجملة في الزمن. اهم هذه الامور الاخري هو الحجم في الفضاء الطوري.

الحجم المتناه في الصغر في الفضاء الطوري يعطي بدلالة الاحداثيات η_i بعنصر الحجم

$$dV_\eta = d^{2n}\eta = dq_1...dq_n dp_1...dp_n. \qquad (95.11)$$

تحت تأثير التحويل القانوني $\xi \longrightarrow \eta$ يتحول الحجم dV_η الي الحجم dV_ξ الذي يعطي ب

$$dV_\xi = d^{2n}\xi = dQ_1...dQ_n dP_1...dP_n. \qquad (96.11)$$

هذان الحجمان dV_η و dV_ξ مرتبطان كما هو معروف بالمحدد الجاكوبي للتحويل القانوني $\xi \longrightarrow \eta$. بالضبط لدينا

$$\begin{aligned} d^{2n}\xi &= |\mathrm{det}\frac{\partial\xi_i}{\partial\eta_j}|d^{2n}\eta \\ &= |\mathrm{det}M_{ij}|d^{2n}\eta. \end{aligned} \qquad (97.11)$$

اي

$$dV_\xi = ||M||dV_\eta. \qquad (98.11)$$

من الجهة الاخري فان الشرط السمبليكتي $MJM^T = J$ يؤدي الي

$$\begin{aligned} \mathrm{det}J &= \mathrm{det}(MJM^T) \\ &= \mathrm{det}M.\mathrm{det}J.\mathrm{det}M^T \\ &= \mathrm{det}J.(\mathrm{det}M)^2. \end{aligned} \qquad (99.11)$$

نستنتج اذن $|M|^2 = 1$ و بالتالي

$$dV_\xi = dV_\eta. \qquad (100.11)$$

اذن الحجم المتناه في الصغر صامد تحت تأثير التحويلات القانونية. هذا يستلزم مباشرة ان حجم اي منطقة في الفضاء الطوري هو صامد تحت تأثير التحويلات القانونية. لدينا اذن التكامل الصامد

$$\begin{aligned} V_\eta &= \int dV_\eta \\ &= \int d^{2n}\eta \\ &= \int dq_1...dq_n dp_1...dp_n. \end{aligned} \qquad (101.11)$$

يعرف هذا التكامل باسم التكامل الصامد لبوانكريه.

نعتبر الان حجم متناه في الصغر dV_η في الفضاء الطوري يحتوي علي dN_η نقطة $(q_1, ..., q_n, p_1, ..., p_n)$. كل نقطة من هذه النقاط تعرف حالة معينه للجملة الفيزيائية في لحظة ابتدائية t_0 تختلف فيما بينها فقط باختلاف الشروط الابتدائية. كثافة الحالات تعرف ب

$$\rho = \frac{dN_\eta}{dV_\eta}. \qquad (102.11)$$

كما بينا اعلاه فان الحجم لا يتغير في الزمن اذا كانت النقاط تتطورتحت تأثير معادلات هاميلتون. اذن مع مرور الزمن فان الحجم dV_η يمكن ان يتغير شكله لكن لا يمكن ان تتغير قيمته. من الواضح ان عدد الحالات dN_η داخل الحجم dV_η يبقي ايضا ثابت في الزمن لان كل الحركة اللاحقة للجملة تحددها بشكل فريد المواقع الابتدائية في الفضاء الطوري و بالتالي فان كل النقاط داخل الحجم dV_η في اللحظة t_0 تتحرك مع بعضها البعض لتحتل الحجم الجديد dV_η في اللحظة t . نستنتج اذن ان كثافة الحالات يجب ان تكون ثابته في الزمن اي

$$\frac{d\rho}{dt} = 0. \qquad (103.11)$$

هذه هي مبرهنة ليوفيل. الدالة ρ هي دالة في الفضاء الطوري في الاحداثيات q_i, p_i و الزمن. باستعمال النتيجة (89 . 11) لدينا

$$\frac{d\rho}{dt} = [\rho, H]_\eta + \frac{\partial \rho}{\partial t}. \qquad (104.11)$$

مبرهنة ليوفيل تأخذ اذن الشكل المكافئ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -[\rho, H]_\eta. \qquad (105.11)$$

التفسير الايجابي و التفسير السلبي للتحويلات القانونية : التحويلات القانونية يمكن تفسيرها اما ايجابيا او سلبيا. في التفسير السلبي للتحويل القانوني ننتقل من الفضاء الطوري η باحداثيات q_i و p_i الي الفضاء الطوري ξ باحداثيات Q_i و P_i. اذن الجملة في اللحظة t يمكن ان توصف بالتمثيلة $A = (q_i, p_i)$ و ايضا بالتمثيلة المحولة $A' = (Q_i, P_i)$. بعبارة اخري اي دالة u في متغيرات الجملة تأخذ نفس القيمة $u(A) = u(A')$ في الفضائين η و ξ رغم ان التعلق الدالي ل u علي q_i و p_i يختلف عموما عن تعلقها الدالي علي المتغيرات Q_i و P_i.

في التفسير الايجابي للتحويل القانوني فان الاحداثيات Q_i و P_i هي احداثيات نقطة اخري B في نفس الفضاء الطوري مغايرة للنقطة A. اذن التحويل القانوني يحرك الجملة من النقطة $A = (q_i, p_i)$ الي النقطة $B = (Q_i, P_i)$ بمعني انه يسمح لنا بالتعبير عن التمثيلة B بدلالة التمثيلة A و العكس. اذن من هذا المنظور فان قيمة الدالة u تتغير عند الانتقال من A الي B رغم ان تعلقها الدالي علي المتغيرات q_i و p_i هو نفسه علي المتغيرات Q_i و P_i. التغير ∂u في قيمة الدالة عند الانتقال من A الي B يعطي ب

$$\begin{aligned}
\partial u &= u(B) - u(A) \\
&= u(\eta + \delta\eta) - u(\eta) \\
&= \frac{\partial u}{\partial \eta}\delta\eta \\
&= \epsilon \frac{\partial u}{\partial \eta} J \frac{\partial G}{\partial \eta} \\
&= \epsilon [u, G]_\eta. \qquad (106.11)
\end{aligned}$$

من اجل الهاميلتونية فان الامور معقدة قليلا لان الهاميلتونية تتغير تحت تأثير التحويل القانوني في حالة تعلق الدالة المولدة علي الزمن كالتالي $K = H + \partial F_2/\partial t = H + \epsilon \partial G/\partial t$. اذن حتي في التفسير السلبي للتحويل القانوني فان الهاميلتونية تتغير من $H(A)$ الي $K(A')$ عند الانتقال من A الي A', اما في التفسير الايجابي فان الهاميلتونية تتغير كما في الاعلي من $H(A)$ الي $H(B)$ عند الانتقال من A الي B. في هذه الحالة نعرف ∂H علي انه الفرق في قيمة الهاميلتونية بين التفسيرين اي

$$\begin{aligned}
\partial H &= (H(B) - H(A)) - (K(A') - H(A)) \\
&= H(B) - K(A'). \qquad (107.11)
\end{aligned}$$

هذا التعريف ينطبق علي التعريق السابق في حالة اذا لم تتغير الدالة تحت تأثير التحويلات القانونية. نحسب الان

$$\begin{aligned}\partial H &= H(B) - H(A') - \epsilon\frac{\partial G}{\partial t}\\ &= H(B) - H(A) - \epsilon\frac{\partial G}{\partial t}\\ &= \epsilon[H,G]_\eta - \epsilon\frac{\partial G}{\partial t}\\ &= -\epsilon\frac{dG}{dt}.\end{aligned} \tag{108.11}$$

الخلاصة الاساسية هنا هي كالتالي: اذا كانت الدالة المولدة G هي ثابت للحركة فان التحويل القانوني المتناه في الصغر المقابل لها لا يغير من قيمة الهاميلتونية اي انه يترك الهاميلتونية صامدة. اذن ثوابت الحركة هي بالضبط مولدات التحويلات القانونية المتناهية في الصغر التي تترك الهاميلتونية صامدة.

6.11 معادلة هاميلتون - جاكوبي

نعتبر تحويل قانوني من الاحداثيات (q_i,p_i) الي الاحداثيات (Q_i,P_i) حيث نريد ان تكون Q_i و P_i ثوابت في الزمن اي $Q_i=\beta_i$ و $P_i=\alpha_i$. هذا التحويل القانوني يمكن تحقيقه بافتراض انعدام الهاميلتونية المحولة $K(Q,P,t)$. لان $K(Q,P,t)=H(q,p,t)+\partial F/\partial t$ يجب اذن ان يكون لدينا

$$H(q,p,t)+\frac{\partial F}{\partial t}=0. \tag{109.11}$$

من الملائم اخذ الدالة المولدة F من النوع الثاني اي $F=F_2(q_i,P_i,t)$. باستخدام معادلة التحويل $p_i=\partial F_2/\partial q_i$ يمكن ان نكتب المعادلة اعلاه علي الشكل

$$H(q_1,q_2,...,q_n,\frac{\partial F_2}{\partial q_1},\frac{\partial F_2}{\partial q_2},...,\frac{\partial F_2}{\partial q_n},t)+\frac{\partial F_2}{\partial t}=0. \tag{110.11}$$

هذه هي معادلة هاميلتون - جاكوبي. هذه معادلة تفاضلية جزئية من الرتبة الاولي في $n+1$ متغير q_1,...., q_n و t من اجل الدالة المولدة F_2. نرمز الي الحل ب $F_2=S=S(q_1,...,q_n,\alpha_1,...,\alpha_n,\alpha_{n+1},t)$ و نسميه بدالة هاميلتون الرئيسية. من الواضح ان الاعداد α_i هي ثوابت التكامل. من الواضح ايضا انه اذا كانت S حل فان $S+\alpha$ هي ايضا حل. بعبارة اخري فان هناك ثابت تكامل , و ليكن هو α_{n+1}, يظهر فقط مضافا الي S و بالتالي هو غير مهم تماما في الحل لانه يختفي عند اخذ الاشتقاقات الجزئية. اذن الحل $F_2=S$ يأخذ الشكل

$$F_2=S=S(q_1,...,q_n,\alpha_1,...,\alpha_n,t). \tag{111.11}$$

هذا الحل يسمي بالحل التام لمعادلة هاميلتون - جاكوبي. كميات الحركة P_i التي افترضنا انها ثوابت في الزمن في بداية هذه الفقرة يمكن اخذها اذن و بدون اي مشاكل مساوية للثوابت α_i اي

$$P_i=\alpha_i. \tag{112.11}$$

نكتب المعادلة $p_i=\partial F_2/\partial q_i$ الان علي الشكل

$$p_i=\frac{\partial S(q,\alpha,t)}{\partial q_i}. \tag{113.11}$$

في اللحظة الابتدائية t_0 تربط هذه المعادلة بين القيم الابتدائية ل q_i و p_i و α_i. اذن يمكن تعيين ثوابت التكامل α_i بدلالة القيم الابتدائية ل q_i و p_i انطلاقا من هذه المعادلة.

من الجهة الاخري فان المعادلة $Q_i = \partial F_2/\partial P_i$ تكتب الان علي الشكل

$$Q_i = \beta_i = \frac{\partial S(q,\alpha,t)}{\partial \alpha_i}. \qquad (114.11)$$

في اللحظة الابتدائية t_0 هذه المعادلة تسمح لنا بتعيين β_i بدلاله القيم الابتدائية ل q_i و α_i. هذه المعادلة يمكن قلبها للحصول علي q_i بدلالة α_i, β_i و الزمن اي

$$q_i = q_i(\alpha,\beta,t). \qquad (115.11)$$

بالتعويض في المعادلة $p_i = \partial S(q,\alpha,t)/\partial q_i$ نحصل علي p_i بدلالة α_i, β_i و الزمن اي

$$p_i = p_i(\alpha,\beta,t). \qquad (116.11)$$

تشكل المعادلتان (115 . 11) و (116 . 11) مع بعضهما البعض الحل التام لمعادلات هاميلتون. نستنتج اذن ان ايجاد دالة هاميلتون الرئيسية $S = S(q,\alpha,t)$, التي هي عبارة عن الدالة المولدة للتحويل القانوني الذي يأخذنا لاحداثيات ثابتة في الزمن, عبر حل معادلة هاميلتون - جاكوبي هو مكافئ لايجاد حل لمعادلات هاميلتون للحركة. بعبارة اخري فان معادلات هاميلتون للحركة مكافئة تماما لمعادلة هاميلتون - جاكوبي.

المعني الفيزيائي لدالة هاميلتون الرئيسية يمكن توضيحه اكثر كالتالي. نحسب

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{\partial S}{\partial q_i}\dot{q}_i + \frac{\partial S}{\partial t} \\ &= p_i\dot{q}_i - H \\ &= L. \end{aligned} \qquad (117.11)$$

اي ان S هو الفعل:

$$S = \int L dt + \text{constant}. \qquad (118.11)$$

اذا كانت الهاميلتونية لا تتعلق بالزمن صراحة فان معادلة هاميلتون - جاكوبي تصبح من الشكل

$$H(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0. \qquad (119.11)$$

يمكن فصل الزمن بافتراض حل من الشكل

$$S(q_i,\alpha_i,t) = W(q_i,\alpha_i) - \alpha_1 t. \qquad (120.11)$$

تصبح معادلة هاميلتون - جاكوبي من الشكل

$$H(q_i, \frac{\partial W}{\partial q_i}) = \alpha_1. \qquad (121.11)$$

اي ان α_1 هي ثابت للحركة يساوي الطاقة في كل الحالات التي تكون فيها الهاميلتونية هي دالة الطاقة. الدالة W تسمي دالة هاميلتون المميزة. هذه الدالة تولد التحويل القانوني الذي تصبح تحت تأثيره كل الاحداثيات دورية اي انها لا تظهر في الهاميلتونية المحولة.

لنعتبر التحويل القانوني $(q_i,p_i) \longrightarrow (Q_i,P_i)$ الذي تكون فيه كميات الحركة المعممة الجديدة P_i ثوابت حركة تساوي α_i مع دالة مولدة $W(q_i,P_i)$ لا تتعلق صراحة بالزمن و بالتالي $K(Q_i,P_i) = H(q_i,p_i)$. نفترض ان الهاميلتونية $H(q_i,p_i)$ هي ثابت حركةتساوي α_1. كما في السابق يجب ان يكون لدينا $p_i = \partial W/\partial q_i$ و $Q_i = \partial W/\partial P_i = \partial W/\partial \alpha_i$ و بالتالي فان المطلب $H(q_i,p_i) = \alpha_1$ هو مكافئ ل (121 . 11). نلاحظ انه تحت تأثير هذا التحويل القانوني $K(Q_i,P_i) = P_1$ اي ان الهاميلتونية المحولة لا تتعلق بالاحداثيات المعممة الجديدة Q_i و بالتالي فهي كلها دورية. بالاضافة الي هذا يمكن ايضا ان نستخلص من معادلات هاميلتون ان $Q_1 = t + \beta_1$ و $Q_i = \beta_i$ من اجل $i \neq 1$ اي ان كل الاحداثيات المعممة الجديدة باستثناء الاولي هي ثوابت حركة.

7.11 تمارين

تمرين 1: نعتبر حركة نواس بسيط ذو كتلة m و طول l. احسب كمية الحركة المعممة و هاميلتونية الجملة ثم اشتق معادلات هاميلتون للحركة.

تمرين 2: نعتبر جسيم يتحرك في المستوي تحت تأثير قوة مركزية: اي قوة مشتقة من كمون لا يتعلق الا بالمسافة $r = |\vec{r}|$.

- عين الاحداثيات المعممة و احسب لاغرانجية الجملة و معادلات لاغرنج للحركة.
- احسب كميات الحركة المعممة و هاميلتونية الجملة.
- احسب معادلات هاميلتون للحركة. هل هناك احداثيات دورية في هذه الحالة. ماذا تستنتج؟

تمرين 3: جسيم ذو كتلة m يتحرك في ثلاث ابعاد يخضع لكمون $V(x, y, z)$.

- اكتب هاميلتونية الجسيم في الاحداثيات الديكارتية.
- اشتق هاميلتونية الجملة في الاحداثيات الاسطوانية.
- احسب لاغرانجية, كميات الحركة المعممة و هاميلتونية الجسيم في الاحداثيات الكروية.

تمرين 4: نعتبر جسيم في حالة سقوط حر في حقل ثقالي منتظم $\vec{g}$.

- عين هاميلتونية الجسيم و بين انها ثابت للحركة اي انها منحفظة في الزمن.
- صف الفضاء الطوري في هذه الحالة. ما هو مسار الجسيم في هذا الفضاء.
- احسب عدد الحالات في الفضاء الطوري التي لها كمية حركة $p_1 \leq p \leq p_2$ و طاقة $E_1 \leq E \leq E_2$.

ملحوظة: عدد الحالات يجب ان يكون متناسبا مع المساحة F في الفضاء الطوري المحددة ب $p_1 \leq p \leq p_2$ و $E_1 \leq E \leq E_2$.

- ماذا يحدث لعدد الحالات المحسوب في السؤال السابق تحت تأثير معادلات هاميلتون.

تمرين 5:

- اكتب هاميلتونية هزاز توافقي في بعد واحد كتلته m و تواتره الزاوي Ω.
- الدالة المولدة لتحويل قانوني $(q, p) \longrightarrow (Q, P)$ من النوع الاول تعطي ب

$$F_1(q, Q) = \frac{1}{2} m\Omega q^2 \cot Q. \quad (122.11)$$

احسب التحويل القانوني صراحة.

- احسب الهاميلتونية الجديدة $K(Q, P)$. ماذا تلاحظ.
- حل معادلات هاميلتون الجديدة. استنتج معادلات مسار الهزاز التوافقي.

تمرين 6: نواس طوله l و كتلته m يسمح له بالاهتزاز بحيث تتحرك نقطة تعليقه علي قطع مكافئ $y = ax^2$. انظر الشكل 5. احسب هاميلتونية الجملة و معادلات هاميلتون للحركة. اعد السؤال في التقريب التربيعي. حل معادلات الحركة و عين تواتر الحركة.

تمرين 7: لاغرانجية جملة تعطي ب

$$L = \dot{q}_1^2 + \frac{\dot{q}_2^2}{a + bq_1^2} + k_1 q_1^2 + k_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2. \tag{123.11}$$

احسب هاميلتونية الجملة و معادلات هاميلتون للحركة.

تمرين 8: نواس كتلته m و طوله l يهتز في مستوي بحيث تتحرك نقطة تعليقه حركة دائرية منتظمة نصف قطرها a بتواتر زاوي γ.

- احسب لاغرانجية الجملة و حاول تبسيطها.
- احسب هاميلتونية الجملة.
- اشتق معادلات هاميلتون للحركة.

تمرين 9:

- لاغرانجية جملة تعطي ب

$$L = \frac{m}{2}(\dot{q}^2 \sin^2 \Omega t + \dot{q} q \Omega \sin 2\Omega t + q^2 \Omega^2). \tag{124.11}$$

احسب الهاميلتونية المرفقة بهذه اللاغرانجية. هل هي منحفظة.

- اكتب اللاغرانجية اعلاه بدلالة المتغير

$$Q = q \sin \Omega t. \tag{125.11}$$

احسب الهاميلتونية المرفقة بهذه اللاغرانجية و هل هي منحفظة.

تمرين 10: نعطي التحويل

$$Q = \log\left(\frac{1}{q}\sin p\right)\ ,\ P = q \cot p. \tag{126.11}$$

بين مباشرة ان هذا التحويل قانوني.

تمرين 11: نعطي التحويل التالي

$$Q_1 = q_1\ ,\ Q_2 = p_2\ ,\ P_1 = p_1 - 2p_2\ ,\ P_2 = -2q_1 - q_2. \tag{127.11}$$

بين ان هذا التحويل هو تحويل قانوني و عين دالته المولدة.

تمرين 12:

- احسب الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة ثم استنتج لاغرانجية نواس بسيط كتلته m و طوله l (الشكل 1) و اشتق معادلات حركته.
- نعتبر الان جملة النواس البسيط مع كتلة m' موضوعة في نقطة تعليقه بحيث يمكنها الحركة علي خط افقي مستقيم في المستوي الذي يهتز فيه النواس. انظر الشكل 4. احسب في هذه الحالة لاغرانجية الجملة ثم استنتج معادلات لاغرانج للحركة.
- اشتق هاميلتونية الجملة و معادلات هاميلتون للحركة.

8.11 حلول

تمرين 1: موضع, سرعة و طاقة حركة النواس تعطي ب

$$\vec{r} = l(\sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j}). \tag{128.11}$$

$$\vec{v} = l\dot{\theta}(\cos\theta\hat{i} - \sin\theta\hat{j}). \tag{129.11}$$

$$T = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2. \tag{130.11}$$

الطاقة الكامنة للنواس معطاة بناقص عمل قوة الثقالة اي

$$V = -W = -mg\hat{j}\vec{r} = -mgl\cos\theta. \tag{131.11}$$

لاغرانجية الجملة تعطي اذن ب

$$L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl\cos\theta. \tag{132.11}$$

نحسب الان كمية الحركة المعممة ب

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}} = ml^2\dot{\theta}. \tag{133.11}$$

هاميلتونية الجملة تحسب كالتالي

$$\begin{aligned} H &= \dot{\theta}p_\theta - L \\ &= \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta \\ &= \frac{p_\theta^2}{2ml^2} - mgl\cos\theta. \end{aligned} \tag{134.11}$$

معادلات هاميلتون تعطي ب

$$\dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial p_\theta} = \frac{p_\theta}{ml^2}\ ,\ \ -\dot{p}_\theta = \frac{\partial H}{\partial\theta} = mgl\sin\theta. \tag{135.11}$$

تمرين 2: الاحداثيات المعممة هي r, ϕ. شعاع الموضع يعطي ب

$$\vec{r} = r\vec{u}_r\ ,\ \vec{u}_r = \cos\phi\hat{i} + \sin\phi\hat{j}. \tag{136.11}$$

شعاع السرعة اذن

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\phi}\vec{u}_\phi\ ,\ \vec{u}_\phi = -\sin\phi\hat{i} + \cos\phi\hat{j}. \tag{137.11}$$

الطاقة الحركية و اللاغرانجية

$$T = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2). \tag{138.11}$$

$$L = T - V = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2) - V(r). \tag{139.11}$$

معادلات لاغرانج للحركة

$$r: m\ddot{r} - mr\dot{\phi}^2 + \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \tag{140.11}$$

$$\phi: \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\phi}) = 0. \tag{141.11}$$

كميات الحركة المعممة

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m\dot{r}. \tag{142.11}$$

$$p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = mr^2\dot{\phi}. \tag{143.11}$$

الهاميلتونية تعطي اذن ب

$$H = \dot{r}p_r + \dot{\phi}p_\phi - L = \frac{1}{2m}p_r^2 + \frac{1}{2mr^2}p_\phi^2 + V(r). \tag{144.11}$$

معادلات هاميلتون للحركة

$$r: \dot{r} = \frac{\partial H}{\partial p_r} = \frac{p_r}{m}\ ,\ \ -\dot{p}_r = \frac{\partial H}{\partial r} = -\frac{p_\phi^2}{mr^3} + \frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow m\ddot{r} - mr\dot{\phi}^2 + \frac{\partial V}{\partial r} = 0. \tag{145.11}$$

$$\phi: \dot{\phi} = \frac{\partial H}{\partial p_\phi} = \frac{p_\phi}{mr^2}\ ,\ \ -\dot{p}_\phi = \frac{\partial H}{\partial \phi} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\phi}) = 0. \tag{146.11}$$

الاحداثية المعممة ϕ هي احداثية دورية و بالتالي فان كمية الحركة المعممة المقابلة يجب ان تكون منحفظة و هو ما بيناه اعلاه. لان ϕ تصف دوران الجملة فان p_ϕ يجب ان يكون مرتبط بالعزم الحركي للجملة. بالفعل

$$\vec{L} = m\vec{r}\mathrm{x}\vec{v} = mr^2\dot{\phi}\vec{u}_r\mathrm{x}\vec{u}_\phi = p_\phi\hat{k}. \tag{147.11}$$

تمرين 3: هاميلتونية الجملة في الاحداثيات الديكارتية

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} + V(x,y,z). \tag{148.11}$$

هاميلتونية الجملة في الاحداثيات الاسطوانية [3]

$$H = \frac{p_\rho^2}{2m} + \frac{p_\phi^2}{2m\rho^2} + \frac{p_z^2}{2m} + V(\rho,\phi,z). \tag{149.11}$$

هاميلتونية الجملة في الاحداثيات الكروية [4]

$$H = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} + \frac{p_\phi^2}{2mr^2\sin^2\theta} + V(r,\theta,\phi). \tag{150.11}$$

[3] اشعة الوحدة الاسطوانية: $\vec{u}_\rho = \cos\phi\hat{i} + \sin\phi\hat{j}$، $\vec{u}_\phi = -\sin\phi\hat{i} + \cos\phi\hat{j}$ و $\hat{k}$.

[4] اشعة الوحدة الكروية: $\vec{u}_r = \sin\theta\cos\phi\hat{i} + \sin\theta\sin\phi\hat{j} + \cos\theta\hat{k}$، $\vec{u}_\theta = \cos\theta\cos\phi\hat{i} + \cos\theta\sin\phi\hat{j} - \sin\theta\hat{k}$ و $\hat{u}_\phi = -\sin\phi\hat{i} + \cos\phi\hat{j}$.

تمرين 4: هاميلتونية الجملة تعطي ب (مع $p = m\dot{z}$)

$$H = \frac{p^2}{2m} + mgz. \qquad (151.11)$$

باستعمال معادلات هاميلتون يمكننا ان نبين

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \Rightarrow H = E. \qquad (152.11)$$

ثابت حركة الجملة E هو طاقة الجملة.
الفضاء الطوري ذو بعدين في هذه الحالة مع محاور تعطي بالموضع z و كمية الحركة p. مسار الجملة في هذا الفضاء يعطي ب

$$E = \frac{p^2}{2m} + mgz \Rightarrow z = \frac{1}{mg}(E - \frac{p^2}{2m}). \qquad (153.11)$$

هذه معادلة قطع مكافئ.
عدد الحالات التي لها كمية حركة $p_1 \leq p \leq p_2$ و طاقة $E_1 \leq E \leq E_2$ هو متناسب مع المساحة F في الفضاء الطوري المحددة ب $p_1 \leq p \leq p_2$ و $E_1 \leq E \leq E_2$. هذه المساحة تحسب عن طريق التكامل التالي

$$F = \int_{p_1}^{p_2} dp \int_{\frac{1}{mg}(E_1 - \frac{p^2}{2m})}^{\frac{1}{mg}(E_2 - \frac{p^2}{2m})} dz = \frac{E_2 - E_1}{mg} \int_{p_1}^{p_2} dp = \frac{E_2 - E_1}{mg}(p_2 - p_1). \qquad (154.11)$$

تحت تأثير معادلات هاميلتون فان كمية الحركة تنسحب كالتالي

$$\dot{p} = -mg \Rightarrow p_i^{'} = p_i - mgt \ , \ i = 1, 2. \qquad (155.11)$$

المساحة F تتغير اذن الي

$$F^{'} = \frac{E_2 - E_1}{mg}(p_2^{'} - p_1^{'}). \qquad (156.11)$$

انظر الي الشكل 3. بالتعويض نحصل علي $F^{'} = F$ اي ان عدد الحالات لا يتغير تحت تأثير معادلات هاميلتون. هذا مثال علي مبرهنة ليوفيل.

تمرين 5: هاميلتونية هزاز توافقي في بعد واحد كتلته m و تواتره الزاوي Ω تعطي ب

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\Omega^2 q^2. \qquad (157.11)$$

لدينا من اجل الدوال المولدة من النوع الاول

$$\begin{aligned} p &= \frac{\partial F_1}{\partial q} \\ &= m\Omega q \cot Q. \end{aligned} \qquad (158.11)$$

$$\begin{aligned} P &= -\frac{\partial F_1}{\partial Q} \\ &= \frac{1}{2}m\Omega q^2 \frac{1}{\sin^2 Q}. \end{aligned} \qquad (159.11)$$

نحصل علي التحويل القانوني

$$q = \sqrt{\frac{2P}{m\Omega}}\sin Q \ , \ p = \sqrt{2m\Omega P}\cos Q. \qquad (160.11)$$

نحسب الهاميلتونية

$$\begin{aligned} K(Q,P) &= H\big(q(Q,P), p(Q,P)\big) \\ &= \Omega P. \end{aligned} \qquad (161.11)$$

اذن الاحداثية المعممة الجديدة Q هي احداثية دورية و منه نستنتج ان كمية الحركة المعممة الجديدة P هي ثابت للحركة.
حل معادلة هاميلتون الجديدة المتبقية نحصل علي

$$\dot{Q} = \frac{\partial K}{\partial P} = \Omega \Rightarrow Q = \Omega t + Q_0. \qquad (162.11)$$

بالتعويض في (160 . 11) نحصل علي معادلات مسار الهزاز التوافقي المعروفة.

تمرين 6: نأخذ المبدأ مركز القطع المكافي $y = ax^2$. احداثيات نقطة التعليق هي x و $y = ax^2$. احداثيات النواس هي اذن

$$x_m = x + l\sin\theta \ , \ y_m = y - l\cos\theta. \qquad (163.11)$$

الطاقة الحركية تعطي ب

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m(\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2) + \frac{1}{2}M(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ &= \frac{1}{2}(m+M)(1+4a^2x^2)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + ml\dot{\theta}\dot{x}(\cos\theta + 2ax\sin\theta) \\ &= \frac{1}{2}A(x)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}B\dot{\theta}^2 + C(x,\theta)\dot{\theta}\dot{x}. \end{aligned} \qquad (164.11)$$

الطاقة الكامنة تعطي ب

$$V = mg(-l\cos\theta + y) + Mgy. \qquad (165.11)$$

نشتق الان كميات الحركة المعممة

$$P_x = \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = A\dot{x} + C\dot{\theta} \ , \ P_\theta = \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} = B\dot{\theta} + C\dot{x}. \qquad (166.11)$$

قلب هذه العلاقات يعطي

$$\dot{x} = \frac{1}{\Delta}(BP_x - CP_\theta) \ , \ \dot{\theta} = \frac{1}{\Delta}(-CP_x + AP_\theta), \qquad (167.11)$$

المحدد يعطي ب

$$\begin{aligned} \Delta &= AB - C^2 \\ &= m^2l^2(\sin^2\theta + 4a^2x^2\cos^2\theta - 2ax\sin 2\theta) + Mml^2(1+4a^2x^2). \end{aligned} \qquad (168.11)$$

بالتعبير عن الطاقة الحركية بدلالة كميات الحركة المعممة نحصل علي

$$T = \frac{B}{2\Delta}P_x^2 + \frac{A}{2\Delta}P_\theta^2 - \frac{C}{\Delta}P_xP_\theta. \qquad (169.11)$$

هاميلتونية الجملة تعطي ب

$$H=\frac{B}{2\Delta}P_x^2+\frac{A}{2\Delta}P_\theta^2-\frac{C}{\Delta}P_xP_\theta+a(m+M)gx^2-mgl\cos\theta. \quad (170.11)$$

معادلات هاميلتون تعطي ب

$$\dot{x}=\frac{\partial H}{\partial P_x}=\frac{B}{\Delta}P_x-\frac{C}{\Delta}P_\theta\ ,\ \dot{\theta}=\frac{\partial H}{\partial P_\theta}=-\frac{C}{\Delta}P_x+\frac{A}{\Delta}P_\theta. \quad (171.11)$$

$$-\dot{P}_x=\frac{\partial H}{\partial x}\ ,\ \ -\dot{P}_\theta=\frac{\partial H}{\partial\theta}. \quad (172.11)$$

حساب هاتين المعادلتين الاخيرتين سهل لكن طويل جدا.
في التقريب التربيعي المعادلات تتبسط الي حد كبير. نجد في الاخير معادلات الحركة

$$\ddot{x}+l\ddot{\theta}+g\theta=0\ ,\ \ddot{x}+\frac{ml}{m+M}\ddot{\theta}+2agx=0. \quad (173.11)$$

الحل هو دوال اهتزازية بنفس التواتر الزاوي γ اي

$$x=A\exp(i\gamma t)\ ,\ \theta=B\exp(i\gamma t). \quad (174.11)$$

بالتعويض في معادلات الحركة بهذا الاقتراح نحصل علي التواتر الزاوي

$$\gamma^2=\frac{g(1+2al)\pm\sqrt{g^2(1+2al)^2-8alg^2\frac{M}{M+m}}}{2\frac{M}{M+m}l}. \quad (175.11)$$

تمرين 7: نحسب كميات الحركة المعممة

$$p_1=\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_1}=2\dot{q}_1+k_2\dot{q}_2\ ,\ p_2=\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_2}=k_2\dot{q}_1+\frac{2}{a+bq_1^2}\dot{q}_2. \quad (176.11)$$

قلب هذه المعادلات يعطي ب

$$\dot{q}_1=\frac{1}{\Delta}(\frac{2}{a+bq_1^2}p_1-k_2p_2)\ ,\ \dot{q}_2=\frac{1}{\Delta}(-k_2p_1+2p_2). \quad (177.11)$$

المحدد يعطي ب

$$\Delta=\frac{4}{a+bq_1^2}-k_2^2. \quad (178.11)$$

نحسب

$$\dot{q}_1^2+\frac{\dot{q}_2^2}{a+bq_1^2}+k_2\dot{q}_1\dot{q}_2=\frac{p_1^2}{\Delta(a+bq_1^2)}+\frac{p_2^2}{\Delta}-\frac{k_2p_1p_2}{\Delta}. \quad (179.11)$$

الهاميلتونية تعطي ب

$$\begin{aligned}H&=p_1\dot{q}_1+p_2\dot{q}_2-L\\&=\frac{p_1^2}{\Delta(a+bq_1^2)}+\frac{p_2^2}{\Delta}-\frac{k_2p_1p_2}{\Delta}-k_1q_1^2.\end{aligned} \quad (180.11)$$

معادلات هاميلتون للحركة

$$\dot{q}_1 = \frac{\partial H}{\partial p_1} = \frac{2p_1}{\Delta(a+bq_1^2)} - \frac{k_2 p_2}{\Delta}. \qquad (181.11)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{\partial H}{\partial p_2} = \frac{2p_2}{\Delta} - \frac{k_2 p_1}{\Delta}. \qquad (182.11)$$

$$-\dot{p}_1 = \frac{\partial H}{\partial q_1}. \qquad (183.11)$$

$$-\dot{p}_2 = \frac{\partial H}{\partial q_2} = 0. \qquad (184.11)$$

فقط المعادلة الثالثة تحتاج الي حساب طويل نوعا ما.

تمرين 8: نأخذ مبدأ الاحداثيات مركز الدائرة. احداثيات نقطة التعليق هي

$$x_s = a\cos\gamma t\ ,\ y_s = -a\sin\gamma t. \qquad (185.11)$$

احداثيات الكتلة m هي

$$x_m = a\cos\gamma t + l\sin\theta\ ,\ y_m = -a\sin\gamma t + l\cos\theta. \qquad (186.11)$$

نحسب الطاقة الحركية

$$T = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}ma^2\gamma^2 + ma\gamma l\dot{\theta}\sin(\theta-\gamma t). \qquad (187.11)$$

نحسب الطاقة الكامنة

$$V = -mga\sin\gamma t + mgl\cos\theta. \qquad (188.11)$$

لاغرانجية الجملة تعطي ب

$$L = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mal\gamma^2\sin(\theta-\gamma t) + mgl\cos\theta. \qquad (189.11)$$

في هذه المعادلة الاخيرة اهملنا الحدود الثابتة و التي تتعلق بالزمن فقط و التي هي عبارة عن مشتقة تامة. كمية الحركة المعممةتعطي ب

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}} = ml^2\dot{\theta}. \qquad (190.11)$$

الهاميلتونية تعطي ب

$$\begin{aligned} H &= \dot{\theta}p_\theta - L \\ &= \frac{p_\theta^2}{2ml^2} - mal\gamma^2\sin(\theta-\gamma t) - mgl\cos\theta. \qquad (191.11) \end{aligned}$$

معادلات هاميلتون للحركة

$$\dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial p_\theta} = \frac{p_\theta}{ml^2}. \qquad (192.11)$$

$$-\dot{p}_\theta = \frac{\partial H}{\partial\theta} = -mal\gamma^2\cos(\theta-\gamma t) + mgl\sin\theta. \qquad (193.11)$$

تمرين 9: كمية الحركة المعممة المرفقة ب q تعطي ب

$$p=\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}=\frac{m}{2}(2\dot{q}\sin^2\Omega t+q\Omega\sin 2\Omega t). \tag{194.11}$$

القلب هنا بسيط لانه لدينا متغير واحد. الهاميلتونية اذن تعطي ب

$$\begin{aligned} h &= p\dot{q}-L \\ &= \frac{m}{2}\Big[\frac{1}{m^2\sin^2\Omega t}\big(p-\frac{m\Omega q\sin 2\Omega t}{2}\big)^2-q^2\Omega^2\Big]. \end{aligned} \tag{195.11}$$

هذه الهاميلتونية غير منحفظة.
اللاغرانجية بدلالة المتغير Q تعطي ب

$$L=\frac{m}{2}\big(\dot{Q}^2+\Omega^2Q^2\big). \tag{196.11}$$

هذه هاميلتونية هزاز توافقي. كمية الحركة المعممة المرفقة بالمتغير Q تعطي ب

$$P=\frac{\partial L}{\partial \dot{Q}}=m\dot{Q}=\frac{p}{\sin\Omega t}. \tag{197.11}$$

الهاميلتونية في هذه الحالة منحفظة تعطي ب

$$H=\frac{m}{2}\big(\frac{P^2}{m^2}-\Omega^2Q^2\big). \tag{198.11}$$

تمرين 10: نعرف ان q و p تحققان معادلات هاميلتون. نحسب اذن اولا

$$\begin{aligned} \dot{q}=\frac{\partial H}{\partial p} &= \frac{\partial P}{\partial p}\frac{\partial H}{\partial P}+\frac{\partial Q}{\partial p}\frac{\partial H}{\partial Q} \\ &= -\frac{q}{\sin^2 p}\frac{\partial H}{\partial P}+\cot p\frac{\partial H}{\partial Q}. \end{aligned} \tag{199.11}$$

$$\begin{aligned} -\dot{p}=\frac{\partial H}{\partial q} &= \frac{\partial P}{\partial q}\frac{\partial H}{\partial P}+\frac{\partial Q}{\partial q}\frac{\partial H}{\partial Q} \\ &= \cot p\frac{\partial H}{\partial P}-\frac{1}{q}\frac{\partial H}{\partial Q}. \end{aligned} \tag{200.11}$$

قلب هذه المعادلات نحصل علي

$$\frac{\partial H}{\partial P} = -\frac{\dot{q}}{q}+\dot{p}\cot p. \tag{201.11}$$

$$\frac{\partial H}{\partial Q} = -\dot{q}\cot p+\frac{q}{\sin^2 p}\dot{p}. \tag{202.11}$$

من الجهة الاخري فاننا نتوقع ان يكون التحويل القانوني محدود و بالتالي $K=H$. اذن نحسب من الجهة الاخري

$$\frac{\partial H}{\partial P}=\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial q}\dot{q}+\frac{\partial Q}{\partial p}\dot{p}. \tag{203.11}$$

$$\frac{\partial H}{\partial Q}=-\dot{P} = -\frac{\partial P}{\partial q}\dot{q}-\frac{\partial P}{\partial p}\dot{p}. \tag{204.11}$$

بالمقارنة نجد ان المعادلات تتطابق.

تمرين 11: من الواضح ان التحويل القانوني محدود اي ان الدالة المولدة لا تتعلق بالزمن و $K = H$. الدالة المولدة يجب ان تحقق

$$p_i\dot{q}_i - H = P_i\dot{Q}_i - K + \frac{dF}{dt}. \quad (205.11)$$

نأخذ الدالة المولدة من النوع الاول اي $F = F_1(q_i, Q_i)$ لكن نبنيها علي شكل تحويل لوجوندر لدالة F_{13} تتعلق ب p_1، q_2 و Q_i اي

$$F = F_1(q_i, Q_i) = q_1p_1 + F_{13}(p_1, q_2, Q_i). \quad (206.11)$$

باستعمال التحويل القانوني يمكن كتابة الشرط اعلاه كما يلي

$$p_2\dot{q}_2 = (p_1 - 2p_2)\dot{q}_1 + (-2q_1 - q_2)\dot{p}_2 + \frac{\partial F_{13}}{\partial p_1}\dot{p}_1 + \frac{\partial F_{13}}{\partial Q_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial F_{13}}{\partial q_2}\dot{q}_2 + \frac{\partial F_{13}}{\partial Q_2}\dot{p}_2 + q_1\dot{p}_1. \quad (207.11)$$

يجب ان يكون لدينا

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial p_1} = -q_1 = -Q_1. \quad (208.11)$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial q_2} = p_2 = Q_2. \quad (209.11)$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial Q_1} = -p_1 + 2p_2 = -p_1 + 2Q_2. \quad (210.11)$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial Q_2} = 2q_1 + q_2 = 2Q_1 + q_2. \quad (211.11)$$

حل المعادلات التفاضلية الاربعة اعلاه يعطي ب

$$F_{13} = 2Q_1Q_2 + q_2Q_2 - p_1Q_1. \quad (212.11)$$

تمرين 12:

- واضح.
- موضع و سرعة و طاقة حركة الكتلة m تعطي ب

$$\vec{r} = (x + l\sin\theta)\vec{i} - l\cos\theta\vec{j}. \quad (213.11)$$

$$\vec{v} = (\dot{x} + l\dot{\theta}\cos\theta)\vec{i} + l\dot{\theta}\sin\theta\vec{j}. \quad (214.11)$$

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + l^2\dot{\theta}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta). \quad (215.11)$$

طاقة حركة الكتلة m' تعطي ب

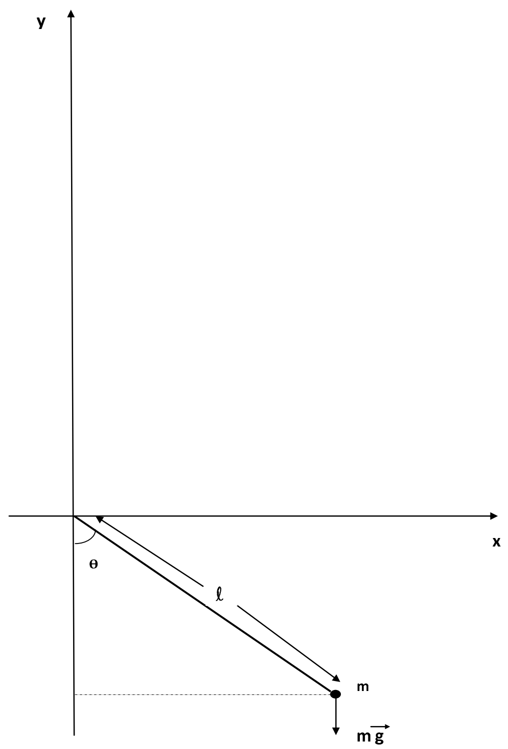
$$T = \frac{1}{2}m'\dot{x}^2. \quad (216.11)$$

لاغرانجية الجملة

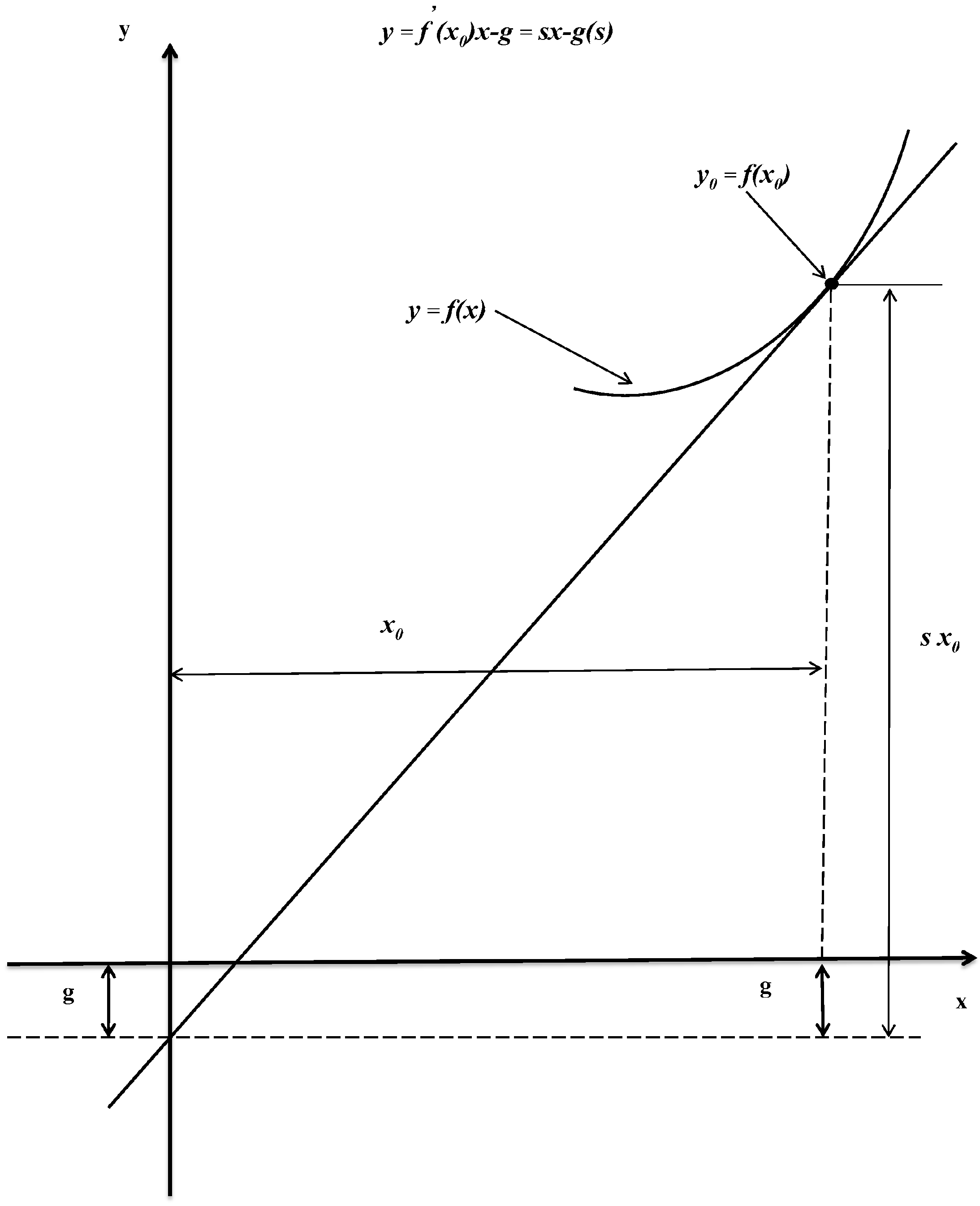
$$L = \frac{1}{2}(m + m')\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(l^2\dot{\theta}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta}\cos\theta) + mgl\cos\theta. \quad (217.11)$$

الحصول علي معادلات لاغرانج امر بسيط.

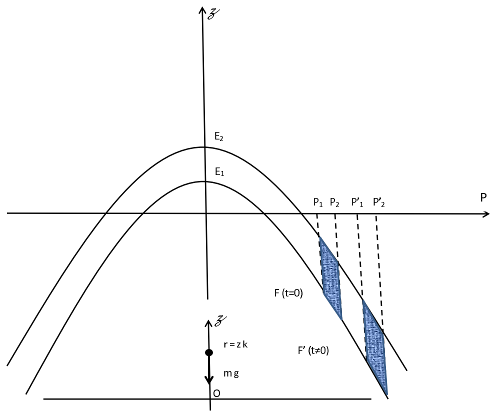
- اشتقاق هاميلتونية الجملة و معادلات هاميلتون للحركة امر طويل نسبيا لكن يبقي بسيط.



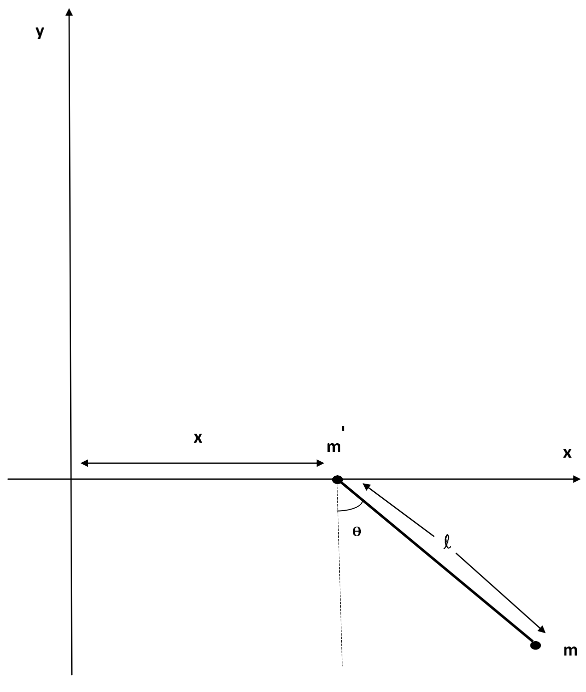
شكل 11.1:



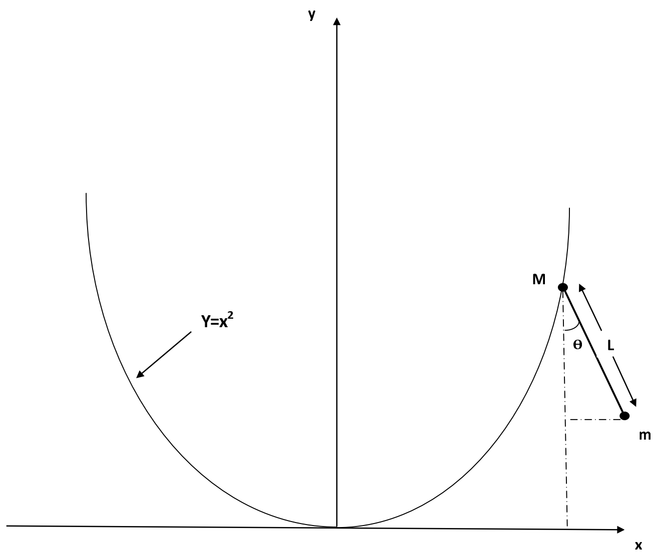
شكل 11.2:



شكل 11.3:



شكل 11.4:



شكل 11.5:

باب 12
مقدمة في الترموديناميك

1.12 مقدمة

الترموديناميك هو فرع من الفيزياء يهتم بوصف المادة ظواهريا [1] وبالخصوص يهتم بدراسة خصائص الجمل الفيزيائية الماكروسكوبية المتوازنة حراريا و دراسة التبادلات في الطاقة التي تحدث بينها اي بين شكلي الطاقة الاساسيين : كمية الحرارة و العمل الميكانيكي.

الترموديناميك ناجح جدا في وصف العالم الماكرسكوبي دون الرجوع الي المبادي الاولية [2] للديناميك الجزيئي الاستثناء ربما هي النظرية الحركية للغازات التي يمكن اشتقاق الترموديناميك الخاص بها مباشرة من النظرية الذرية. الميكانيك الاحصائي هو النظرية الاساسية التي تحاول بناء الترموديناميك انطلاقا من الفيزياء التي تحكم العالم الجزيئي و الذري وبالتالي فهي تعتبر اصل الترموديناميك و تفسيره في ان معا.

الميكانيك الاحصائي اذن هو همزة الوصل بين العالم الميكروسكوبي و العالم الماكروسكوبي و هو بالضبط احصائي لان عدد الجسيمات الميكروسكوبية المشكلة لاي جملة فيزيائية هو عدد كبير جدا. وجود هذا العدد الكبير من الجسيمات هو الاصل الذي يسمح لنا باشتقاق القوانين البسيطة والانيقة للترموديناميك, التي تصف خصائص الجمل الفيزيائية الماكروسكوبية المتوازنة, ابتداءا من قوانين الميكانيك الاحصائي.

نبدأ في هذا الفصل دراستنا بالترموديناميك, و نؤجل الميكانيك الاحصائي للفصول القادمة, حتي نعرف عن قرب اللغة و العالم اللذان يتعامل بها و معه الميكانيك الاحصائي قبل الغوص في الرياضيات التي تحكمه و تؤسسه.

2.12 تعاريف عامة

الجمل الترموديناميكية : الجملة الترموديناميكية هي جزء ماكروسكوبي من الكون محدود بسطح مغلق قد يكون اعتباري. هذه الجملة قد تكون معزولة او مغلوقة اذا لم يكن هناك اي تفاعلات لها مع الوسط الخارجي امااذا كان هناك تفاعل مع الوسط الخارجي فالجملة تسمي مفتوحة.

الجملة الماكروسكوبية [3] هي جملة ذات ابعاد كبيرة جدا بالمقارنة مع ابعاد مكوناتها الجزيئية, الذرية, النووية او الاولية. عموما عدد هذه المكونات الميكروسكوبية [4] هو عدد هائل مثلا من نفس رتبة عدد افوقادرو [5]

$$\mathcal{N} = 6.021\text{x}10^{23}. \tag{1.12}$$

كما اشرنا اليه اعلاه فان الترموديناميك علي خلاف الميكانيك الاحصائي لا يهتم بهذه المكونات الميكروسكوبية للجملة الترموديناميكية و يحاول فقط وصف الجملة الماكروسكوبية باستعمال متغيرات ماكروسكوبية مثل: الحجم V, الضغط P, درجة الحرارة T و عدد الجسيمات N.

الجمل المتجانسة : الجملة الترموديناميكية تسمي متجانسة اذا كان تركيز مكوناتها لا يتغير من نقطة الي اخري في الجملة. اي ان الجملة المتجانسة تتكون من حالة طورية واحدة او حالة طورية منتظمة. في الحالة العكسية فان الجملة تسمي غير متجانسة.

---

[1] phenomenological.
[2] first principles.
[3] macroscopic.
[4] microscopic.
[5] Avogadro.

المقادير التكثيفية و المقادير التمديدية : نعتبر جملتين ترموديناميكيتين متماثلتين 1 و 2. نفترض ان كل جملة هي جملة متجانسة محتواة داخل حجم V و مشكلة من r مركبة عدد مولاتها n_1, n_2,....,n_r علي التوالي. الجملة المشكلة من اضافة الجملتين اعلاه الي بعضهما البعض هي ايضا جملة متجانسة حجمها $2V$ و مشكلة من نفس المركبات مع عدد مولات يساوي $2n_1$,$2n_2$,....,$2n_r$ علي التوالي. ليكن X احد المقادير الفيزيائية الذي يأخذ القيمة X_0 في الجملتين 1 و 2 كل علي حدة.

اذا كان المتغير X يأخذ في الجملة الكلية $1+2$ نفس القيمة X_0 فاننا نقول ان X هو مقدار تكثيفي [6]. مثال: الضغط و درجة الحرارة هي مقادير تكثيفية. اما اذا كان المتغير X يأخذ في الجملة الكلية $1+2$ القيمة $2X_0$ فاننا نقول ان X هو مقدار تمديدي [7]. مثال: الحجم و عدد الجسيمات هي مقادير تمديدية.

اذن المقادير التمديدية هي المقادير التي تتناسب مع كمية المادة في الجملة اما المقادير التكثيفية فهي المقادير التي لا تتعلق بكمية المادة في الجملة.

الحالات الماكروسكوبية : تعين حالة الجملة الماكروسكوبية ترموديناميكا بالكامل باعطاء قيم محددة للمتغيرات الماكروسكوبية P, V, T, N. بالتالي فان الحالة الماكروسكوبية هي صورة معينة للجملة مرفقة بقيمة محددة للمتغيرات الماكروسكوبية.

التوازن الترموديناميكي : تكون الجملة الفيزيائية الماكروسكوبية في حالة توازن ترموديناميكي اذا كانت المتغيرات الماكروسكوبية الواصفة لهذه الجملة لا تتغير مع الزمن. في الحالة العكسية تكون الجملة غير متوازنة. كل جملة غير متوازنة تتطور في الزمن بصورة او باخري الي ان تبلغ حالة توازنها. الزمن الذي تستغرقه الجملة حتي تبلغ التوازن يسمي زمن الاسترخاء.

معادلة الحالة : معادلة حالة الجملة الترموديناميكية هي علاقة تربط بين متغيراتها الترموديناميكية في حالة توازنها. مثلا اذا كانت المتغيرات الترموديناميكية لجملة ما هي V, P, T فان معادلة الحالة هي علاقة من الشكل

$$f(P,V,T)=0. \tag{2.12}$$

اذن هناك متغيران فقط مستقلان خطيا من بين الثلاثة. اذا مثلنا حالة الجملة بنقطة في الفضاء الثلاثي $P-V-T$ فان معادلة الحالة تعرف سطح في هذا الفضاء معطي بالضبط ب $f=0$ حيث كل نقطة منه هي عبارة عن حالة توازن ممكنة للجملة.

اسقاط سطح معادلة الحالة علي المستوي $P-V$ يعطي ما يعرف بالمخطط $P-V$. كل نقطة من هذا المخطط تمثل حالة توازن.

الغاز المثالي: نأخذ هنا مسألة الغاز المثالي كمثال. من الناحية التجريبية كل الغازات الحقيقية تتصرف بنفس الشكل عندما تكون مميهة [8]. هذا التصرف الكوني[9] يمكن وصفه بغاز مثالي. اذن الغاز المثالي هو الغاز الذي تكون جزيئاته ذات تفاعلات متبادلة مهملة. مثلا الهيليوم تحت ضغط منخفض هو غاز مثالي. حالة الغاز المثالي تحدد باعطاء 4 متغيرات V, P, T و N. معادلة حالة الغاز المثالي هي معادلة بويل [10]

$$PV=nRT\ ,\ PV=NkT\ ,\ n=\frac{N}{\mathcal{N}}\ ,\ k=\mathcal{N}R. \tag{3.12}$$

n هو عدد المولات, k هو ثابت بولتزمان و R هو ثابت الغازات المثالية اللذان يعطيان ب

$$k=1.38\text{x}10^{-23}J/K\ ,\ R=8.315J/K\text{mole}. \tag{4.12}$$

يمكن استخدام معادلة حالة الغاز المثالي لتعريف ترمومتر وبالتالي اعطاء تعريف كوني لسلم درجة الحرارة.

---

[6] intensive.
[7] extensive.
[8] diluted.
[9] universal.
[10] Boyl.

العمل و كمية الحرارة : الجمل الفيزيائية الماكروسكوبية تتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي بطريقتين مختلفتين هما العمل و كمية الحرارة.

- العمل W: هو تبادل ماكروسكوبي للطاقة علي شكل ميكانيكي. اذا كان التبادل في الطاقة ينجم عنه تغير في المتغيرات الترموديناميكية ما عدا درجة الحرارة فاننا نقول ان هناك تبادل عمل.
  اذا كانت المتغيرات الترموديناميكية هي P , V و T فان العمل dW خلال تحول ترموديناميكي متناه في الصغر يتغير خلاله الحجم ب dV يعطي ب

$$dW = PdV. \tag{5.12}$$

- كمية الحرارة Q: هو تبادل ميكروسكوبي للطاقة علي شكل حراري. اذا كان التبادل في الطاقة ينجم عنه تغير في درجة الحرارة فقط مع ثبوت باقي المتغيرات الترموديناميكية علي قيمها فاننا نقول ان هناك تبادل لكمية حرارة.
  كمية الحرارة dQ الممتصة من قبل جملة متجانسة مما يؤدي الي ارتفاع درجة الحرارة ب dT مع عدم القيام باي عمل تعطي ب

$$dQ = CdT, \tag{6.12}$$

  حيث C هي ما يسمي بالسعة الحرارية.

نقيس العمل و كمية الحرارة بالجول. كمية الحرارة تقاس ايضا بالكالوري, الذي هو كمية الحرارة الضرورية لرفع درجة حرارة 1 غرام من الماء تحت 1 ضغط جوي من 14.5 درجة مئوية الي 15.5 درجة مئوية, ويعرف ب

$$1\text{ca} = 4.18J. \tag{7.12}$$

الخزان الحراري : الخزان الحراري هو جملة ترموديناميكية لا تتغير درجة حرارتها تحت تأثير اي تبادل لاي قيمة منتهية لكمية الحرارة.

3.12 التحويلات الترموديناميكية

التحويلات الترموديناميكية : التحويل الترموديناميكي هو عملية تغير للحالة الماكروسكوبية لجملة ترموديناميكية. يمكن للتحويل ان يكون شبه ساكن [11], عكسي [12], او غير عكسي [13]. خلال التحويل شبه الساكن تبقي الجملة في حالة توازن ترموديناميكي تقريبي اما التحويل العكسي فهو تحويل شبه ساكن يمكن دائما الرجوع بالجملة فيه الي حالتها الابتدائية عكس التحويل غير العكسي الذي لا يمكن الرجوع فيه بالجملة الي حالتها الابتدائية.

المتغيرات الخارجية : المتغيرات الترموديناميكية ما عدا درجة الحرارة تسمي المتغيرات الخارجية [14], و اي تغير فيها يمكن ان يولد عمل ميكانيكي. لتكن S جملة ترموديناميكية في حالة ابتدائية معينة ثم نجري عليهاتحويل ترموديناميكي عن طريق تغيير بعض المتغيرات الخارجية لهذه الجملة. اذا كان تطور الجملة بحيث انها تبقي دائما في حالة توازن ترموديناميكي فان التحويل الذي قمنا به يسمي شبه ساكن. بالاضافة الي ذلك اذا كان يمكن الرجوع بالجملة الي حالتها الابتدائية بالقيام بتحويل عكسي للجملة فان التحويل يسمي تحويل عكسي. و اذا كان لا يمكن الرجوع الي الحالة الابتدائية فان التحويل يسمي غير عكسي.
في حالة التحويلات شبه الساكنة و العكسية يجب علي المتغيرات الخارجية ان تتغير ببطء كاف بالمقارنة مع زمن الاسترخاء للجملة الترموديناميكية. انظر المثال ادناه.

التحويلات الادياباتيكية : كما ذكرنا سابقا فان الجملة المعزولة هي اي جملة لا تتفاعل مع العالم الخارجي. الجملة المعزولة حراريا هي الجملة التي لا تتبادل كمية حرارة مع العالم الخارجي. يمكن تحقيق هذا الامر عبر عزل الجملة بجدار ادياباتيكي [15] لا يسمح بنقل كمية الحرارة. جميع التحويلات الترموديناميكية التي تخضع لها الجملة في هذه الحالة تسمي تحويلات ادياباتيكية.
علي العكس من الجدار الادياباتيكي الذي لا يسمح بنقل كمية الحرارة هناك الجدار الدياتارم [16] الذي هو ناقل مثالي لكمية الحرارة.

[11] quasi − static.
[12] reversible.
[13] irreversible.
[14] external variables.
[15] adiabatic.
[16] diatherme.

التحويلات الايزوحرارية : [17] هي تحويلات ترموديناميكية متساوية الحرارة اي تحدث عند نفس درجة الحرارة.

العمل في التحويلات شبه الساكنة : نعتبر غاز محتجز داخل اسطوانة ادياباتيكية اي كاتمة للحرارة. احدي قاعدتي الاسطوانة عبارة عن مكبس يتحرك بدون اي احتكاك مع جدران الاسطوانة. لما يتحرك المكبس فان حجم الغاز و هو متغير خارجي يتغير. انظر الي الشكل 1. نفترض الان

- ان سرعة تحرك المكبس ضعيفة جدا.
- ان الزمن اللازم من اجل الانتقال من الوضعية x الي الوضعية $x + dx$ هو اكبر بكثير من الزمن اللازم للجملة للقيام بتبادل حراري مع الوسط الخارجي للوصول الي التوازن. اذا افترضنا مثلا ان زمن استرخاء الجملة هو $1/1000$ sec فانه يكفي ان ينتقل المكبس من x الي $x + dx$ في زمن قدره $1/10$ sec حتي يمكن اعتبار التحول كأنه شبه ساكن الي درجة كبيرة لانه في كل لحظة ستكون الجملة في حالة توازن ترموديناميكي.

تحت هذه الظروف فان التحول من x الي $x + dx$ هو تحول شبه ساكن.
في اللحظة $t = 0$ المكبس في الوضعية x. لان الجملة في حالة توازن فان الضغط متساو من كل الجهات. القوة الكلية التي تؤثر علي المكبس هي PA حيث A هي مساحة المكبس. حتي يتحرك المكبس مسافة dx فان الضغط داخل الاسطوانة يجب ان يكون اكبر بقليل من الضغط الخارجي. العمل المقدم من الغاز هو $PAdx$. اذن العمل المقدم من الوسط الخارجي هو

$$dW = -PdV. \tag{8.12}$$

4.12 المبدأ الصفر للترموديناميك

اذا كانت 1 و 2 جملتان ترموديناميكيتان ماكروسكوبيتان متوازنتان كل علي حدة مع جملة ترموديناميكية ماكروسكوبية ثالثة 3 فان 1 و 2 متوازنتان فيما بينهما. بعبارة اخري مكافئة: كل جملتين ترموديناميكيتين ماكروسكوبيتين متوازنتين لهما نفس درجة الحرارة.

5.12 الطاقة الداخلية و المبدأ الاول للترموديناميك

الطاقة الداخلية: من المعروف ان الطاقة الكلية لجملة ترموديناميكية معزولة, والتي تساوي مجموع الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة, هي ثابت للحركة اي انها تبقي منحفظة في الزمن. مبدأ انحفاظ الطاقة هذا هو قانون كوني يؤدي تطبيقه في الترموديناميك الي المبدأ الاول للترموديناميك. في الترموديناميك الطاقة الكلية للجملة تسمي بالطاقة الداخلية [18] و نرمز اليها ب U. اذن من اجل جملة ترموديناميكية معزولة فان التغير في الطاقة الداخلية يكون منعدم اي

$$dU = 0. \tag{9.12}$$

اذا كانت الجملة غير معزولة اي انها تتفاعل مع الوسط الخارجي فان الطاقة الكلية تتغير بمقدار dU. خلال هذا التحويل الترموديناميكي فان الجملة تتبادل مع الوسط الخارجي عمل dW و كمية حرارة dQ حيث

$$dU = dQ + dW. \tag{10.12}$$

اذا كان العمل dW و و كمية الحرارة dQ موجبين فان الوسط الخارجي هو الذي يقوم بالعمل و الجملة تمتص كمية الحرارة. اما اذا كان العمل و كمية الحرارة سالبين فان الجملة هي التي تقوم بالعمل dW و الوسط الخارجي هو الذي يمتص كمية الحرارة dQ.

[17] isothermic.
[18] internal energy.

المبدأ الاول للترموديناميك: ينص علي ان التغير في الطاقة الداخلية للجملة هو نفسه من اجل كل التحويلات الترموديناميكية التي تربط بين نفس الحالة الابتدائية و نفس الحالة النهائية. هذا يعني بالخصوص ان U هو دالة حالة [19] بمعني ان dU لا يتعلق بالطريق المتبع بين حالة ابتدائية و حالة نهائية و يتعلق فقط بالحالتين الابتدائية و النهائية. بعبارة اخري توجد دالة U تفاضلها هو بالضبط dU اي ان dU هو تفاضل تام او ان

$$\int_C dU = U_f - U_i. \tag{11.12}$$

من الواضح ان العمل dW و كمية الحرارة dQ لا يتمتعان بالخواص اعلاه لانها ليست بدوال حالة. اذن العمل و كمية الحرارة يتعلقان بالطريق المتبع. فقط في حالات خاصة يكون فيها العمل او كمية الحرارة دوال حالة و بالتالي التغير فيهما لا يتعلق بالطريق المتبع و يتعلق فقط بالحالتين الابتدائية و النهائية. مثال ذلك التحويلات الادياباتيكية الكاتمة للحرارة اي التي تحدث بدون تبادل لكمية الحرارة و بالتالي في هذه الحالة

$$dQ = 0 \ , \ dU = dW. \tag{12.12}$$

اذا اعتبرنا ان المتغيرات الترموديناميكية للجملة هي P, V و T مع معادلة حالة $f(P, V, T) = 0$ فان اثنين فقط من المتغيرات هي مستقلة خطيا. لنأخذ هنا P و V كمتغيرات ترموديناميكية مستقلة خطيا. اذن الطاقة الداخلية للجملة هي دالة في P و V اي

$$U = U(P, V). \tag{13.12}$$

نحسب

$$dU = (\frac{\partial U}{\partial V})_P dV + (\frac{\partial U}{\partial P})_V dP. \tag{14.12}$$

لان dU هو تفاضل تام فانه لدينا مباشرة النتيجة

$$\frac{\partial}{\partial P}\left[(\frac{\partial U}{\partial V})_P\right]_V = \frac{\partial}{\partial V}\left[(\frac{\partial U}{\partial P})_V\right]_P. \tag{15.12}$$

في الترموديناميك تعتبر الطاقة الداخلية مقدار تمديدي. هذا يعني ان طاقة جملة $1 + 2$ مشكلة من جملتين 1 و 2 طاقتيهما U_1 و U_2 علي التوالي هي

$$U_{1+2} = U_1 + U_2. \tag{16.12}$$

لكن هذا الامر هو فقط تقريب صالح بالنسبة للجمل الماكروسكوبية ذات التفاعلات الضعيفة لان الطاقة U_{1+2} يجب ان تعطي في الحقيقة بالمعادلة

$$U_{1+2} = U_1 + U_2 + U_{12}. \tag{17.12}$$

U_{12} هي طاقة التفاعل التي يمكن اهمالها من اجل الجمل الماكروسكوبية ذات التفاعلات الضعيفة.

الطاقة الداخلية هي مقدار تمديدي فقط في النهاية الترموديناميكية [20] المعرفة ب

$$N \longrightarrow \infty \ , \ V \longrightarrow \infty \ : \ \frac{N}{V} = \text{constant}. \tag{18.12}$$

في هذه النهاية اثار السطح تصبح مهملة امام اثار الحجم. اي ان الطاقة تصبح متناسبة طرديا مباشرة مع ابعاد الجملة N او V.

[19] state function.
[20] thermodynamical limit.

6.12 المبدأ الثاني للترموديناميك

هناك بعض التحويلات الترموديناميكية التي تحقق المبدأ الاول للترموديناميك لكنها لا يمكن ان تحدث بصورة تلقائية في الطبيعة.
كمثال نعتبر معدن ساخن موضوع داخل ماء بارد. المشاهد عادة ان الحرارة تنتقل من المعدن الساخن الي الماء البارد. لكن مع الاعتماد فقط علي المبدأ الاول للترموديناميك يمكن للحرارة ان تنتقل من البارد الي الساخن بحيث يزداد المعدن سخونة ويزداد الماء برودة. لكن هذا غير مشاهد في الطبيعة. المبدأ الثاني للترموديناميك يهدف الي توضيح الاتجاهات التي تنتقل فيها الحرارة.

بيان كلوسيوس: [21] لا يوجد تحويل ترموديناميكي نتيجته الوحيدة تكون نقل كمية حرارة من جسم بارد الي جسم ساخن. يمكن نقل الحرارة من جسم بارد الي جسم ساخن ببذل عمل معين.

بيان كلفن- بلانك: [22] لا توجد تحويلات ترموديناميكية تكو ن نتيجتها الوحيدة هو استخراج كمية حرارة من خزان حراري وحيد ذو درجة حرارة ثابته و تحويله بالكامل الي عمل.
كمثال ناخذ غاز مثالي يتمدد بطريقة عكسية ايزو حرارية اي عند نفس درجة الحرارة T. من اجل غاز مثالي الطاقة الداخلية لا تتعلق الا بدرجة الحرارة (انظر الي التمرينات) و بالتالي $dU = 0$ لان T ثابته في هذه الحالة. اذن في هذه الحالة $-dQ = dW$. لان الغاز يتمدد فانه يبرد و بالتالي $dQ > 0$ اي ان الغاز يمتص حرارة للحفاظ علي ثبات درجة الحرارة و منه نستنتج ان $dW < 0$ اي ان الغاز هو الذي يقوم بالعمل. نلاحظ انه في هذه الحالة كل كمية الحرارة تم تحويلها الي عمل لكن ليس هذه النتيجة الوحيدة لهذا التحويل الترموديناميكي لان الغاز في حالته النهائية يحتل حجم اكبر.
من المهم ان نقنع انفسنا ان بيان كلوسيوس هو مكافئ تماما لبيان كلفن- بلانك.

7.12 دورة كارنو

دورة كارنو [23] هي مجموعة متتابعة من التحويلات الترموديناميكية شبه الساكنة و العكسية التي يستعمل فيها خزانيين حراريين بدرجتي حرارة T_1 و $T_2 < T_1$. لنعتبر غاز في اسطوانة قاعدتها عبارة عن مكبس يتحرك بدون احتكاك. الطريق الذي يتبعه الغاز في المستوي $P - V$ هو كالاتي (انظر الي الشكل 2):

- الحالة الابتدائية للغاز (النقطة A) تكون بحجم V_1, درجة حرارة T_1 و ضغط P_1.

  نضع الجملة علي اتصال بترموستات ذو درجة حرارة T_1. الترموستات هو عبارة عن خزان حراري كبير يسمح بالحفاظ علي درجة حرارة ثابته للغاز لان كل تبادل للحرارة مع الجملة المعتبرة لا يغير من درجة حرارتها.

  نقوم بتغيير حالة الغاز بطريقة عكسية ايزوحرارية حتي يصبح الضغط P_2 عند النقطة B و ذلك عن طريق تغيير شبه ساكن للضغط المطبق علي المكبس. الحجم النهائي يصبح $V_2 > V_1$ اي ان الغاز يتمدد و بالتالي يبرد. حتي يحافظ الغاز علي درجة حرارة ثابته يمتص كمية حرارة $Q_1 > 0$ من المنبع الحار.

- نعزل الغاز بجدار ادياباتيكي كاتم للحرارة يمنع اي تبادل لكمية الحرارة. نقوم بترك الغاز يتمدد بطريقة عكسية ادياباتيكية حتي تصبح درجة الحرارة مساوية ل $T_2 < T_1$ التي هي درجة حرارة المنبع البارد عند النقطة C. يصبح الحجم V_3 و الضغط P_3 عند النقطة C.

- نضع الجملة علي اتصال بترموستات ذو درجة حرارة T_2 حتي نحافظ علي درجة حرارته مساوية ل T_2. نقوم بضغط الغاز من الحجم V_3 الي الحجم $V_4 < V_3$ و من الضغط P_3 الي الضغط $P_4 > P_3$. هذه العملية هي ايضا عكسية و ايزوحرارية اي ان درجة الحرارة تبقي ثابتة مساوية ل T_2. الغاز المضغوط يسخن و بالتالي حتي نحافظ علي درجة حرارة ثابته يجب علي الغاز ان يعطي كمية حرارة $Q_2 < 0$ الي الوسط الخارجي. النقطة D تقع علي الخط الادياباتيكي المار ب A.

---

[21] Clausius statement.
[22] Kelvin – Planck statement.
[23] Carnot cycle.

- نغلق الدورة بعملية انضغاط تكون ادياباتيكية و عكسية من D الي A. خلال هذا المقطع تتغير درجة حرارة الغاز من T_2 الي T_1.

خلال دورة كارنو لدينا حسب المبدأ الاول للترموديناميك

$$\Delta U = 0. \tag{19.12}$$

كمية الحرارة المنقولة خلال دورة كارنو هي

$$Q = Q_1 + Q_2. \tag{20.12}$$

العمل المتبادل بين الغاز و الوسط الخارجي خلال ABC هو

$$W_1 = -\int_{ABC} PdV < 0. \tag{21.12}$$

لان الحجم خلال هذا الجزء يتزايد باستمرار و بالتالي $dV > 0$. W_1 هي المساحة تحت المنحني ABC. لان $W_1 < 0$ فان الجملة هي التي تقوم بالعمل.

العمل المتبادل بين الغاز و الوسط الخارجي خلال CDA هو

$$W_2 = -\int_{CDA} PdV > 0. \tag{22.12}$$

لان الحجم خلال هذا الجزء ينكمش باستمرار و بالتالي $dV < 0$. W_2 هي المساحة تحت المنحني CDA. لان $W_2 > 0$ فان الوسط الخارجي هو الذي يقوم بالعمل. نعتبر الحالتين التاليتين:

- الامكانية الاولي :

$$|W_1| > |W_2|. \tag{23.12}$$

اذن العمل الكلي في هذه الحالة هو سالب اي

$$W = W_1 + W_2 < 0. \tag{24.12}$$

اي ان الجملة هي التي تقوم بالعمل اي توفر عمل للوسط الخارجي اي انها تتصرف كمحرك حراري لانها حولت طاقة حرارية الي عمل ميكانيكي. باستعمال المبدأ الاول للترموديناميك كالتالي (مع $Q_2' = -Q_2 > 0$, $W_1' = -W_1 > 0$)

$$\Delta U = W + Q = 0 \Rightarrow -W = Q > 0. \tag{25.12}$$

هذا مكافئ ل

$$W_1' - W_2 = Q_1 - Q_2'. \tag{26.12}$$

يمكن ان نبرهن بشكل عام جدا انه اذا كان $-W > 0$ فان $Q_2' > 0$ و $Q_1 > 0$.

- الامكانية الثانية: هناك ايضا الامكانية التي يكون فيها العمل الكلي W موجب اي ان الوسط الخارجي هو الذي يقوم بالعمل.

يمكن ايضا ان نبرهن بشكل عام جدا انه اذا كان $-W < 0$ و $Q_2' < 0$ فان $Q_1 < 0$. اذن الحرارة يمتصها الان الغاز من المنبع البارد بينما يتخلص من الحرارة باعطائها للمنبع الحار و من اجل تحقيق كل هذا يجب ان نوفر عمل للغاز من الوسط الخارجي. اي انه في هذه الحالة فان دورة كارنو تعمل في الاتجاه المخالف و تتصرف كبراد لاننا نستعمل عمل ميكانيكي لاحداث تدرج في درجة الحرارة.

من الواضح ان مردود محرك كارنو الحراري هو النسبة بين العمل الذي قامت به الجملة (الغاز) و كمية الحرارة المأخوذة من المنبع الحار اي

$$\eta = \frac{W_1' - W_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1}. \tag{27.12}$$

نذكر الان بعض النتائج المهمة بدون اي برهان:

- مبرهنة كارنو: لا يوجد محرك حراري يعمل بين درجتي حرارة T_1 و T_2 هو اكثر فعالية من محرك كارنو الحراري.
- لازمة كارنو: كل دورات كارنو التي تعمل بين درجتي حرارة T_1 و T_2 لها نفس المردود.
- اذا كانت الدورة تحتوي علي تحويلات غير عكسية فان المردود سيكون اقل.

دورة كارنو تسمح لنا بتعريف السلم المطلق لدرجات الحرارة عبر العلاقة التجريبية:

$$\frac{Q_1}{Q_2'} = \frac{T_1}{T_2}. \tag{28.12}$$

انظر الي التمرينات.

8.12 مبرهنة كلوسيوس, الانتروبي و المبدأ الثاني للترموديناميك

نعيد كتابة العلاقة (28) اعلاه علي الشكل

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \tag{29.12}$$

يمكن تعميم هذه المعادلة لكل الدورات شبه الساكنة كالاتي

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \tag{30.12}$$

التكامل مأخوذ علي طول الدورة و dQ هي كمية الحرارة المتبادلة بطريقة شبه ساكنة في نقطة الدورة اين تكون درجة الحرارة مساوية ل T. هذه النتيجة هي جزء من ما يسمي بمبرهنة كلوسيوس.

مبرهنة كلوسيوس: في اي تحويل ترموديناميكي دوري $\mathcal{O}$ فان المتراجحة التالية صحيحة:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0. \tag{31.12}$$

اذا كان التحويل الترموديناميكي عكسي فان

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0. \tag{32.12}$$

البرهان يجري كالاتي. نقسم التحويل $\mathcal{O}$ الي $n \longrightarrow \infty$ تحويل متناه في الصغر حيث تكون درجة الحرارة تقريبا ثابته في كل خطوة. اذن نتصور ان الجملة في كل خطوة i هي علي اتصال بمخزن حراري ذو درجة حرارة T_i اي انها تمتص كمية حرارة Q_i في كل خطوة من اجل الحفاظ علي ثبات درجة الحرارة عند T_i.

نبني n دورة لكارنو $\{C_1, C_2, ..., C_n\}$ حيث كل C_i هي بحيث

1. تعمل بين درجتي الحرارة T_i و $T_o \geq T_i$ من اجل كل i.

2. تمتص كمية الحرارة Q_i^o من T_o.

3. تتخلص من كمية الحرارة Q_i ل T_i.

نعتبر التحويل الترموديناميكي $\mathcal{O}+\{C_1, C_2, ..., C_n\}$ حيث الخطوة i مشتركة بين $\mathcal{O}$ و C_i لكن في اتجاهين متعاكسين. اذن كمية الحرارة الكلية المتبادلة خلال هذا التحويل هي

$$Q_o = \sum_{i=1}^{n} Q_i^o. \tag{33.12}$$

لكن السلم المطلق لدرجة الحرارة يعطي

$$\frac{Q_i^o}{Q_i} = \frac{T_o}{T_i}. \tag{34.12}$$

اذن كمية الحرارة الكلية المتبادلة هي

$$Q_o = T_o \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i}. \tag{35.12}$$

هذه هي كمية الحرارة الكلية الممتصة من الخزان الحراري T_o و التي حولت حسب المبد الاول للترموديناميك ($\Delta U = W_o + Q_o = 0$) بالكامل الي عمل من دون نتائج اخري. باستعمال المبدأ الثاني للترموديناميك حسب بيان كلفن- بلانك فانه لا توجد تحويلات ترموديناميكية تكو ن نتيجتها الوحيدة هو استخراج كمية حرارة من خزان حراري وحيد ذو درجة حرارة ثابته و تحويله بالكامل الي عمل. اذن الوسط الخارجي يجب ان يوفر عمل اي ان $W_o > 0$ و بالتالي فان $Q_o \leq 0$ و هو يكافئ

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0. \tag{36.12}$$

و هذا ما نريد.

اذا كان التحويل عكسي فاننا يمكننا ان نعيد نفس الخطوات من اجل التحويل العكسي $\mathcal{O}-$ الذي نعوض فيه Q_i ب $-Q_i$ لنحصل علي

$$-\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} \leq 0. \tag{37.12}$$

من المعادلتين اعلاه نحصل من اجل التحويلات العكسية مباشرة علي

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{T_i} = 0. \tag{38.12}$$

و هذا يكمل البرهان علي مبرهنة كلوسيوس.

لازمة كلوسيوس و تعريف الانتروبي: التكامل

$$\oint \frac{dQ}{T}, \tag{39.12}$$

لا يتعلق بالطريق المتبع و يتعلق فقط بالحالتين الابتدائية و النهائية. البرهان سهل جدا يعتمد علي تطبيق مباشر لمبرهنة كلوسيوس. لنعتبر حالتين A و B و ليكن I و II طريقين مختلفين بين A و B. ليكن II' الطريق العكسي ل II. باستعمال مبرهنة كلوسيوس لدينا

$$\int_I \frac{dQ}{T} + \int_{II'} \frac{dQ}{T} = 0. \tag{40.12}$$

اذن مباشرة نستنتج

$$\int_I \frac{dQ}{T} = \int_{II} \frac{dQ}{T}. \tag{41.12}$$

يمكننا اذن ان نعرف دالة حالة جديدة S هي الانتروبي [24] بالتفاضل التام

$$dS = \frac{dQ}{T}. \tag{42.12}$$

هذه العلاقة تعرف الانتروبي خلال تحويل عكسي متناه في الصغر. من التعريف اعلاه من الواضح ان انتروبي اي حالة ترموديناميكية A هو الانتروبي خلال اي تحويل عكسي يربط بين حالة ابتدائية O و الحالة A و هو معرف فقط الي غاية ثابت تجميعي كيفي بالعلاقة

$$S(A) = \int_O^A \frac{dQ}{T}. \tag{43.12}$$

في المقابل فان الفرق في الانتروبي بين حالتين A و B هو معرف بدقة بالعلاقة

$$S(A) - S(B) = \int_B^A \frac{dQ}{T}. \tag{44.12}$$

الانتروبي هو مقدار تمديدي فقط في النهاية الترموديناميكية مثله مثل الطاقة الداخلية, و هو مقياس اللانظام او الفوضي في الجملة الترموديناميكية.

المبدأ الثاني للترموديناميك (مرة اخري) : انتروبي جملة معزولة حراريا لا يمكنه الا ان يزيد اي ان

$$\Delta S \geq 0. \tag{45.12}$$

من اجل الجمل الترموديناميكية العكسية فان $\Delta S = 0$ اما من اجل الجمل الترموديناميكية غير العكسية فان $\Delta S > 0$.

البرهان يجري كالاتي. لنعتبر حالتين ترموديناميكيتين A و B و ليكن R طريق عكسي و I طريق غير عكسي يربطان بين الحالتين A و B. من اجل الطريق R لدينا من التعريف

$$S(B) - S(A) = \int_R \frac{dQ}{T}. \tag{46.12}$$

نعتبر التحويل الدوري المشكل من I و عكس R. باستعمال مبرهنة كلوسيوس لدينا مباشرة

$$\int_I \frac{dQ}{T} - \int_R \frac{dQ}{T} \leq 0. \tag{47.12}$$

اي

$$S(B) - S(A) \geq \int_I \frac{dQ}{T}. \tag{48.12}$$

بصفة عامة لدينا

$$S(B) - S(A) \geq \int \frac{dQ}{T}. \tag{49.12}$$

اذا اعتبرنا الان جملة معزولة حراريا اي لا تتبادل اي كمية حرارة مع الوسط الخارجي فان $dQ = 0$ و بالتالي نحصل مباشرة من النتيجة اعلاه علي

$$S(B) - S(A) \geq 0. \tag{50.12}$$

اذن انتروبي جملة معزولة حراريا لا يتناقص ابدا.

علي الرغم من ان انتروبي جملة معزولة لا يمكنه الا ان يتزايد فان انتروبي الجمل غير المعزولة يمكنه ان يتناقص. اي ان تناقص الانتروبي لا يمكنه ان يتم الا بتبادل طاقة بين الجملة و الوسط الخارجي.

---

[24] entropy.

التحويلات العكسية و غير العكسية (مرة اخري) : الحالة الماكروسكوبية X لجملة معزولة حراريا و متوازنة ترموديناميكيا تتعين بالكامل اذا علمنا الطاقة E, الحجم V و عدد الجسيمات الميكروسكوبية N_i المكونة لها. نفترض من اجل التبسيط ان كل الجسيمات الميكروسكوبية هي من نفس النوع. نكتب $X=(E,V,N)$. الانتروبي S هو دالة في X. الفضاء الرباعي ذو الاحداثيات E, V, N و S هو فضاء الحالة لهذه الجملة الترموديناميكية. انظر الي الشكل 3.

اي نقطة من هذا الفضاء تمثل حالة توازن معينه للجملة الترموديناميكية. اي مسار داخل هذا الفضاء يمثل تحول ترموديناميكي شبه ساكن لانه عبارة عن توالي لحالات توازن ترموديناميكية. اذا كان التحول الترموديناميكي يتم بانتروبي ثابت فالتحول عكسي و هو يوافق خط افقي مستقيم داخل فضاء الحالة. في حالة اذا كان التحول يتم بانتروبي متزايد فانه تحول غير عكسي. كل تحول عكسي هو تحول شبه ساكن لكن العكس غير صحيح.

في الواقع توجد تحولات غير عكسية ليست شبه ساكنة. في هذه الحالة يحدث التحويل بتوالي حالات لا توازن و بالتالي فان هذه الحالات لا تنتمي الي الفضاء الرباعي (S,X). حتي يتم وصف هذا التحويل ندخل متغيرات جديدة Y التي تتعلق بطبيعة هذا التحويل. تطور الجملة يتم الآن داخل الفضاء (S,X,Y).

9.12 المبدأ الثالث للترموديناميك

ذكرنا قبل قليل ان تعريف انتروبي حالة ترموديناميكية كيفية A يعتمد علي وجود تحويلات عكسية تربط A باي حالة مرجعية مختارة O. من اجل معادلات الحالة التي تكافئ سطح حالة مشكل من ورقة [25] واحدة فان كل الحالات الترموديناميكية تكون مرتبطة فيما بينها بتحويلات عكسية لانها تقع كلها علي هذه الورقة. بعبارة اخري فان الطريق العكسي الذي يربط A و O يوجد دائما في هذه الحالة.

اذا اعتبرنا من الجهة الاخري مادتين مختلفتين او مادة واحدة بطورين مختلفين فان معادلة الحالة تكافي سطح حالة قد يكون مشكل من اكثر من ورقة واحدة غير متصلة. في هذه الحالة فان الطريق العكسي الذي يربط بين A و O قد لا يوجد وبالتالي فان الفرق في الانتروبي لا يمكن تعريفه في هذه الحالة. اذن المبدأ الثاني للترموديناميك لا يمكن ان يعين بصورة وحيدة الفرق في الانتروبي بين حالتين A و B اذا كانت A تخص مادة او طور و B تخص مادة او طور اخر. المبدأ الثالث للانتروبي, الذي صاغه نارنست [26] في 1905, يجعل تعريف الانتروبي وحيد في كل الحالات و من ضمنها الحالات المذكورة انفا. هذا المبدأ ينص علي الاتي:

انتروبي اي جملة ترموديناميكية في حالة توازن يساوي الصفر عند درجة حرارة الصفر المطلق:

$$S(0)=0. \tag{51.12}$$

10.12 الدوال الترموديناميكية

اول و اهم الدوال الترموديناميكية هي الطاقة الداخلية المعرفة ب

$$dU=dW+dQ=-PdV+TdS. \tag{52.12}$$

U هي مقدار تمديدي و بالتالي فهي دالة في المقادير التمديدية S, V و N اي

$$U=U(S,V,N). \tag{53.12}$$

لان U هي دالة حالة و باعتبار S و V كمتغيرات مستقلة فان

$$dU=(\frac{\partial U}{\partial S})_{V,N}dS+(\frac{\partial U}{\partial V})_{S,N}dV. \tag{54.12}$$

بالمقارنه نحصل علي

$$T=(\frac{\partial U}{\partial S})_{V,N}\ ,\ \ -P=(\frac{\partial U}{\partial V})_{T,N}. \tag{55.12}$$

---

[25] sheet.
[26] Nernst.

اذا سمحنا ايضا لعدد الجسيمات بالتغير فاننا نحصل من الجهة الاخري علي

$$dU=(\frac{\partial U}{\partial S})_{V,N}dS+(\frac{\partial U}{\partial V})_{S,N}dV+(\frac{\partial U}{\partial N})_{V,S}dN. \qquad (56.12)$$

نعرف الكمون الكيميائي علي انه هو المتغير المرفق بالتغير في عدد الجسيمات اي

$$\mu=(\frac{\partial U}{\partial N})_{V,S}. \qquad (57.12)$$

اي ان التغير في الطاقة الداخلية يعطي في العموم ب

$$dU=-PdV+TdS+\mu dN. \qquad (58.12)$$

الطاقة الداخلية هي دالة متجانسة ذات رتبة 1 و بالتالي من اجل اي عدد حقيقي λ لدينا

$$U(\lambda S,\lambda V,\lambda N)=\lambda U(S,V,N). \qquad (59.12)$$

بالاشتقاق بالنسبة الي λ ثم وضع $\lambda=1$ نحصل علي صيغة اولر [27] للطاقة الداخلية:

$$U(S,V,N)=-PV+TS+\mu N. \qquad (60.12)$$

نحصل علي الدوال الترموديناميكية الاخري عن طريق تحويلات لوجوندر للطاقة الداخلية. نعرف الطاقة الحرة لهلمولتز [28] علي انها تحويل لوجوندر للطاقة الداخليةبالنسبة للمتغيرات $S\leftrightarrow T$ المعرف ب

$$F=F(T,V,N)=U(S,V,N)-TS=-PV+\mu N. \qquad (61.12)$$

$$dF=dU-dT.S-T.dS=-PdV+\mu dN-SdT. \qquad (62.12)$$

نعرف الكمون الترموديناميكي (او الطاقة الحرة) لجيبس [29] علي انها تحويل لوجوندر للطاقة الحرة لهلمولتز بالنسبة للمتغيرات $V\leftrightarrow P$ المعرف ب

$$G=G(T,P,N)=F(T,V,N)+PV=\mu N. \qquad (63.12)$$

$$dG=-SdT+VdP+\mu dN. \qquad (64.12)$$

نعرف الانتالبي [30] علي انه تحويل لوجوندر للطاقة الداخلية بالنسبة للمتغيرات $V\leftrightarrow P$ المعرف ب

$$H=H(S,P,N)=U(S,V,N)+PV=TS+\mu N. \qquad (65.12)$$

$$dH=dU+dP.V+P.dV=TdS+VdP+\mu dN. \qquad (66.12)$$

نختم هذا الفصل بالمبرهنات المفيدة التالية:

[27] Euler.
[28] Helmholtz free energy.
[29] Gibbs thermodynamic potential.
[30] enthalpy.

مبرهنة 1: من اجل جملة معزولة ميكانيكيا عند درجة حرارة ثابته فان الطاقة الحرة لهلمولتز لا تتزايد ابدا. حالة التوازن هي الحالة التي تكون فيها الطاقة الحرة لهلمولتز اصغرية.

البرهان كما يلي. نعتبر تحويل ايزوحراري بين حالتين ترموديناميكيتين A و B. من المبدأ الثاني لدينا

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq S(B) - S(A). \quad (67.12)$$

لان التحويل ايزوحراي فان T ثابته و بالتالي

$$\frac{\Delta Q}{T} \leq \Delta S. \quad (68.12)$$

ΔQ هي كمية الحرارة الممتصة خلال التحويل. لكن من المبدأ الاول لدينا

$$-\Delta W = -\Delta U + \Delta Q \leq -\Delta U + T\Delta S = -\Delta F. \quad (69.12)$$

ΔW هو العمل الذي قامت به الجملة و F هي الطاقة الحرة لهلمولتز. اذن نحصل علي

$$\Delta F \leq \Delta W. \quad (70.12)$$

من اجل التحويلات المعزولة ميكانيكيا لدينا $\Delta W = 0$ و بالتالي

$$\Delta F \leq 0. \quad (71.12)$$

اذن الطاقة الحرة لهلمولتز لا تتزايد ابدا في هذه الحالة و في حالة التوازن (اي من اجل التحويلات العكسية) فان $\Delta F = 0$.

مبرهنة 2: من اجل جملة محفوظة عند درجة حرارة ثابته و ضغط ثابت فان الكمون الترموديناميكي لجيبس لا يتزايد ابدا. حالة التوازن هي الحالة التي يكون فيها الكمون الترموديناميكي لجيبس اصغري.

البرهان سهل جدا. من اجل درجة حرارة ثابته لدينا

$$\Delta F \leq \Delta W. \quad (72.12)$$

من اجل ضغط ثابت نحصل مباشرة علي

$$\Delta G \leq 0. \quad (73.12)$$

11.12 تمارين

تمرين 1:

- في تجربة جول [31] نسمح لغاز مثالي بالتمدد الحر في الفراغ من الحجم V_1 و درجة الحرارة T_1 الي الحجم $V_2 > V_1$ و درجة الحرارة T_2. تجريبيا نلاحظ ان $T_1 = T_2$. بين ان الطاقة الداخلية لغاز مثالي لا تتعلق الا بدرجة الحرارة.
- نعتبر الان تمدد ايزوحراري عكسي من الحالة (T_1, V_1) الي الحالة (T_2, V_2). احسب الفرق في الانتروبي.
- هل تمدد جول هو تحويل عكسي. احسب الفرق في الانتروبي في تجربة جول.

تمرين 2: الحراة النوعية تحت حجم او ضغط ثابت هي معطاة كالاتي

$$C_v = (\frac{dQ}{dT})_V \ , \ C_p = (\frac{dQ}{dT})_P. \quad (74.12)$$

- باستعمال المبدأ الاول للترموديناميك استخرج معادلات ال dQ ثم عبر عن C_v و C_p بدلالة الطاقة الداخلية U و درجة الحرارة T.
- برهن علاقة ماير [32] للغازات المثالية

$$C_p - C_v = nR. \quad (75.12)$$

[31] Joule.
[32] Mayer.

تمرين 3: دورة كارنو تمتص كمية حرارة $Q'_2 > 0$ عند درجة حرارة T_2 وتتخلص من كمية حرارة Q'_1 عند درجة الحرارة $T_1 < T_2$.
كمية الحرارة الكلية المتبادلة هي $Q = Q'_2 - Q'_1$ و بالتالي فان العمل الكلي هو $W = -Q$ اي ان المردود هو

$$\eta = \frac{W}{Q'_2} = 1 - \frac{Q'_1}{Q'_2}. \qquad (76.12)$$

تعريف درجة الحرارة المطلقة يعطي بالعلاقة التجريبية

$$\frac{Q'_1}{Q'_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (77.12)$$

من الواضح انه لان $0 \leq \eta \leq 1$ فان درجة الحرارة المطلقة هي دائما اكبر او يساوي من الصفر.
بين انه باستعمال سلسلة من دورات كارنو التي تؤدي كلها نفس العمل W والتي تمتص فيها كل دورة كمية الحرارة التي تتخلص منها الدورة السابقة يمكن الحصول علي سلم منتظم لدرجات الحرارة المطلقة.

تمرين 4: نعتبر 1 مول من غاز مثالي محتوي داخل اسطوانة مغلقة دياتارم, اي ذات جدران ناقلة مثالية للحرارة, احدي قاعدتيها عبارة عن مكبس متحرك. نضع الاسطوانه داخل خزان كبير مملوء بسائل درجة حرارته T.

- في البداية ضغط الغاز يساوي P_1 و حجمه يساوي V_1. نترك الغاز يتمدد بطريقة شبه ساكنة حتي يصبح حجمه V_2 و ضغطه P_2. احسب العمل المقدم من الغاز الي الوسط الخارجي.

- لنفترض الان ان التمدد كان بطريقة غير عكسية اين يتم تغيير ضغط الغاز من P_1 الي القيمة P_2 بغته. احسب العمل في هذه الحالة.

- لنفترض ان التمدد كان بطريقة غير عكسية اولا من الضغط P_1 الي الضغط $P_1 > P_3$ ثم من الضغط P_3 الي الضغط $P_3 > P_2$. احسب العمل في هذه الحالة. ماذا يمكنك ان تستنتج. خذ مثلا $P_1 = 3$ atm, $P_2 = 1$ atm, $P_3 = 2$ atm.

- لنفترض الان ان جدران الاسطوانة ادياباتيكية, اي عازلة مثالية للحرارة, و نفترض ان تمدد الغاز يتم عبر تحول عكسي. اوجد العلاقة بين الضغط و الحجم في هذا التحول. استخدم

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \qquad (78.12)$$

- لنفترض ان الغاز المثالي هو غاز ثنائي الذرة [33] و بالتالي فان $\gamma = 7/5$. اذا كان الحجم النهائي للغاز يساوي مرة و نصف حجمه الابتدائي, احسب درجة الحرارة النهائية T_2 بدلالة درجة الحرارة الابتدائية T_1. خذ مثلا $T_1 = 300$ K.

تمرين 5:

- الطاقة الداخلية لاي جملة هي دالة في T و V. ما هو الشرط الذي يجب ان تحققه المشتقة الجزئية $(\partial U/\partial V)_T$ حتي يكون الانتروبي $S = S(T, V)$ دالة حالة.

- ماذا يمكن ان نستنتجه من اجل الغاز المثالي.

- احسب $S(T, V)$ في حالة الغاز المثالي.

[33] diatomic.

تمرين 6:

- نضع سائل (ماء مثلا) داخل اسطوانة شاقولية ذات غطاء عبارة عن مكبس متحرك. لما نجذب علي المكبس فان الفراغ بين السائل و المكبس يمتلئ بجار مشبع. ضغط البخار المشبع يتعلق بدرجة حرارة السائل فقط لا غير. الجملة الترموديناميكية سائل زائد مكبس تغمر في ترموستات ذو درجة حرارة T. صف المنحنيات ذات درجة الحرارة الثابته اي الايزوحراريات للجملة سائل زائد بخار داخل الفضاء $P-V$.

- نهتم بمجال درجات الحرارة اين يتواجد البخار و السائل في نفس الوقت. ليكن V_1 و V_2 حجمي السائل و البخار في وحدة الكتل و لتكن U_1 و U_2 طاقتي السائل و البخار في وحدة الكتل. المقادير P, V_i, U_i هي دوال تابعة لدرجة الحرارة فقط. الكتلة الكلية للمادة المحتواة داخل الاسطوانة هي $m=m_1+m_2$. نعتبر تحويل ايزوحراري متناه في الصغر في اثناءه كتلة dm من السائل تتبخر.

  - احسب التغير dV في الحجم و التغير dU في الطاقة الكلية للجملة. استنتج كمية الحرارة $\lambda = dQ/dm$ اللازمة من اجل تبخر و حدة من كتلة السائل.
  - استنتج معادلة كلابيرون [34] التي تربط بين P, T, λ, V_1 و V_2.
  - افترض ان السائل هو ماء و البخار هو غاز مثالي. باعتبار ان $V_1 << V_2$ استخرج القانون الرابط بين P, λ و T.

تمرين 7:

- بين انه اذا كانت x, y و z مرتبطة فيما بينها بمعادلة حالة فان

$$(\frac{\partial x}{\partial y})_z(\frac{\partial y}{\partial x})_z=1\ ,\ (\frac{\partial x}{\partial y})_z(\frac{\partial y}{\partial z})_x=-(\frac{\partial x}{\partial z})_y. \qquad (79.12)$$

- لتكن f دالة في اثنين فقط من المتغيرات. بين ان

$$(\frac{\partial x}{\partial y})_f(\frac{\partial y}{\partial z})_f=(\frac{\partial x}{\partial z})_f. \qquad (80.12)$$

تمرين 8:

- باستعمال المبدأ الثاني للترموديناميك في معادلة ال dQ الاولي استخرج العلاقة

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V=\frac{1}{T}\Big[P+(\frac{\partial U}{\partial V})_T\Big]. \qquad (81.12)$$

اعد كتابة معادلة ال dQ الاولي باستعمال هذه العلاقة.

- اعد كتابة معادلة ال dQ الثانية بالمرور عبر نفس الخطوات. نحصل هكذا علي ما يسمي بمعادلات ال TdS.

- اعد كتابة معادلات ال TdS باستعمال معاملات التمدد الحراري α, الانضغاطية الايزوحرارية κ_T و الانضغاطية الادياباتيكية κ_S المعرفة ب

$$\alpha=\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial T})_P\ ,\ \kappa_T=-\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_T\ ,\ \kappa_S=-\frac{1}{V}(\frac{\partial V}{\partial P})_S. \qquad (82.12)$$

هذه المعاملات هي التي تقاس تجريبيا.

- احسب C_p-C_v و $\gamma=C_p/C_v$.

[34] Clapeyron.

تمرين 9:

- انطلاقا من المبدأ الاول للترموديناميك $dU = -PdV + TdS$ استخرج علاقات ماكسويل

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_S = -P \ , \ (\frac{\partial U}{\partial S})_V = T. \qquad (83.12)$$

- انطلاقا من تعريف التغير في الطاقة الحرة لهلمولتز $dF = -PdV - SdT$, التغير في الكمون الترموديناميكي $dG = -SdT + VdP$ و التغير في الانتالبي $dH = TdS + VdP$ استخرج علاقات ماكسويل الستة الاخري.

تمرين 10: تتميز مادة بالخواص التالية

- العمل خلال تحويل ايزوحراري T_0 يعطي ب

$$W = -RT_0 \ln \frac{V}{V_0}. \qquad (84.12)$$

- الانتروبي يعطي ب

$$S = R\frac{V}{V_0}(\frac{T}{T_0})^a. \qquad (85.12)$$

حيث T_0, V_0 و a ثوابت.

- احسب الطاقة الحرة لهلمولتز.
- احسب معادلة الحالة.
- احسب العمل من اجل تحويل ايزوحراري T كيفي.

تمرين 11: نعتبر تحويل ترموديناميكي عكسي دوري مشكل من ستة قطع مستقيمة في المخطط $T-S$ كالاتي:

- تحويل ايزوحراري عند درجة الحرارة T_1 من الانتروبي S_1 الي الانتروبي $S_2 > S_1$.
- تحويل عند انتروبي ثابت معطي ب S_2 من درجة الحرارة T_1 الي درجة الحرارة $T_3 > T_1$.
- تحويل ايزوحراري عند درجة الحرارة T_3 من الانتروبي S_2 الي الانتروبي $S_3 < S_2$.
- تحويل عند انتروبي ثابت معطي ب S_3 من درجة الحرارة T_3 الي درجة الحرارة $T_2 > T_3$.
- تحويل ايزوحراري عند درجة الحرارة T_2 من الانتروبي S_3 الي الانتروبي $S_1 < S_3$.
- تحويل عند انتروبي ثابت معطي ب S_1 من درجة الحرارة T_2 الي درجة الحرارة $T_1 < T_2$.

احسب العمل و كمية الحرارة الممتصة ثم استنتج المردود. بين ان دورة كارنو التي تعمل بين درجتي الحرارة الاعلي و الاخفض لها مردود اعلي.

12.12 حلول

تمرين 1:

- لان الغاز يتمدد بشكل حر في الفراغ فان الضغط عليه صفر منذ بداية التحول و بالتالي فان العمل ينعدم اي

$$\Delta W = 0. \tag{86.12}$$

لان درجة الحرارة لا تتغير فان كمية الحرارة المتبادلة مع الوسط الخارجي تنعدم اي

$$\Delta Q = 0. \tag{87.12}$$

اذن

$$\Delta U = 0 \leftrightarrow U_1 = U_2. \tag{88.12}$$

لان U هي دالة حالة يمكن ان تتعلق فقط ب T و V, و لان U هي نفسها من اجل (T_1, V_1) و $(T_2 = T_1, V_2 > V_1)$ فان U لا تتعلق ب V و تتعلق فقط ب T.

- لان الغاز مثالي فان $U = U(T)$ و بالتالي فانه خلال التحويل الايزوحراري لدينا $\Delta U = 0$ اي $\Delta Q = -\Delta W$. نحسب اذن

$$\Delta W = -\int P dV = -RT \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \Delta Q = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{89.12}$$

لان التحويل عكسي ايزوحراري فان الفرق في انتروبي الغاز هو يعطي ب

$$(\Delta S)_{\text{gas}} = \int \frac{dQ}{T} = \frac{\Delta Q}{T} = R \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{90.12}$$

ΔQ هي كمية الحرارة الممتصة من الغاز اي ان $-\Delta Q$ هي كمية الحرارة التي يفقدها الخزان الحراري T. الفرق في انتروبي الخزان الحراري هو اذن

$$(\Delta S)_{\text{reservoir}} = \int \frac{dQ}{T} = -\frac{\Delta Q}{T} = -R \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{91.12}$$

الفرق في الانتروبي الكلي ينعدم كما يجب بالنسبة لتحويل عكسي. يمكن استخدام العمل المقدم, الذي يمكن تخزينه في نابض مثلا, لعكس التحويل.

- تمدد جول هو تحويل غير عكسي و بالتالي لا يمكن تطبيق العلاقة $dS = dQ/T$. لكن لان الانتروبي هو دالة حالة لا تتعلق الا بالحالتين الابتدائية و النهائية فان الفرق في انتروبي الغاز ما زال يعطي ب

$$(\Delta S)_{\text{gas}} = R \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{92.12}$$

في هذه الحالة لانه لا يوجد تبادل حراري بين الغاز و الخزان فان انتروبي الخزان يتعدم اي

$$(\Delta S)_{\text{reservoir}} = 0. \tag{93.12}$$

الانتروبي الكلي اكبر من الصفر يعطي ب

$$(\Delta S)_{\text{total}} = R \ln \frac{V_2}{V_1}. \tag{94.12}$$

تم تضييع كمية العمل W لان التحويل عكسي.

تمرين 2: الطاقة الداخلية هي مقدار تمديدي يتعلق بدرجة الحرارة و الحجم اي

$$U = U(T, V). \tag{95.12}$$

اذن

$$dU = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + (\frac{\partial U}{\partial V})_T dV. \tag{96.12}$$

لدينا ايضا

$$dU = dW + dQ = -PdV + dQ. \tag{97.12}$$

من هاتين المعادلتين نستنتج

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_T\right] dV. \tag{98.12}$$

هذه هي معادلة ال dQ الاولي. تحت حجم ثابت نحصل علي

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT. \tag{99.12}$$

اذن

$$C_v = (\frac{dQ}{dT})_V = (\frac{\partial U}{\partial T})_V. \tag{100.12}$$

اذا اخترنا T و P كمتغيرات مستقلة في الطاقة الداخلية عوض T و V فاننا نحصل علي

$$\begin{aligned} dU &= (\frac{\partial U}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial U}{\partial P})_T dP \\ &= -PdV + dQ \\ &= -P\left[(\frac{\partial V}{\partial T})_P dT + (\frac{\partial V}{\partial P})_T dP\right] + dQ. \end{aligned} \tag{101.12}$$

اذن

$$dQ = \left[(\frac{\partial U}{\partial T})_P + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right] dT + \left[(\frac{\partial U}{\partial P})_T + P(\frac{\partial V}{\partial P})_T\right] dP. \tag{102.12}$$

هذه هي معادلة ال dQ الثانية. تحت ضغط ثابت

$$dQ = \left[(\frac{\partial U}{\partial T})_P + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right] dT. \tag{103.12}$$

اذن

$$C_p = (\frac{dQ}{dT})_P = (\frac{\partial U}{\partial T})_P + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P. \tag{104.12}$$

يمكن كتابة هذه المعادلة علي الشكل

$$C_p = (\frac{dQ}{dT})_P = (\frac{\partial H}{\partial T})_P. \tag{105.12}$$

H هو الانتالبي

$$H = U + PV. \tag{106.12}$$

يمكن استخراج معادلة ال dQ الاخيرة بنفس الطريقة لنجد

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial P})_V dP + \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_P\right] dV. \tag{107.12}$$

بالنسبة للغازات المثالية لدينا

$$PV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P}. \tag{108.12}$$

$$(\frac{\partial V}{\partial T})_P = \frac{nR}{P} \Rightarrow P(\frac{\partial V}{\partial T})_P = nR. \tag{109.12}$$

بالتالي

$$\begin{aligned} C_p - C_v &= (\frac{\partial U}{\partial T})_P + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P - (\frac{\partial U}{\partial T})_V \\ &= nR. \end{aligned} \tag{110.12}$$

لان الطاقة الطاقة الداخلية لا تتعلق الا بدرجة الحرارة بالنسبة الي غاز مثالي اي

$$(\frac{\partial U}{\partial T})_P = (\frac{\partial U}{\partial T})_V. \tag{111.12}$$

تمرين 3: مباشرة لدينا في كل دورة n:

$$-W = Q'_{n+1} - Q'_n. \tag{112.12}$$

ايضا

$$\frac{Q'_{n+1}}{Q'_n} = \frac{T_{n+1}}{T_n} \Rightarrow \frac{T_{n+1}}{Q'_{n+1}} = \frac{T_n}{Q'_n} = x. \tag{113.12}$$

x لا يتعلق ب n. باستخدام العلاقة الاخيرة في العلاقة الاولي نحصل علي

$$T_{n+1} = T_n - xW. \tag{114.12}$$

باختيار $T_1 = 0$ K و $xW = -1$ K نحصل علي سلم منتظم لدرجة الحرارة المطلقة.

تمرين 4:

- من اجل غاز مثالي لدينا

$$PV = RT. \tag{115.12}$$

العمل في الحالة الاولي التي هي عبارة عن تحويل عكسي ايزوحراري هو

$$W = -\int PdV = -RT\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -RT\ln\frac{V_2}{V_1} = RT\ln\frac{P_2}{P_1}. \tag{116.12}$$

- العمل في الحالة الثانية التي هي عبارة عن تحويل غير عكسي يتم تغيير الضغط فيه بغته من P_1 الي P_2 و بالتالي فان الضغط يساوي P_2 خلال كل التحويل هو

$$W=-\int PdV=-P_2\int_{V_1}^{V_2}dV=RT(\frac{P_2}{P_1}-1). \qquad (117.12)$$

- في الحالة الثالثة نركب تحويلين شبيهين بالتحويل الثاني. اذن لدينا

$$\begin{aligned} P_1 &\longrightarrow P_3\ :\ W=RT(\frac{P_3}{P_1}-1)\\ P_3 &\longrightarrow P_2\ :\ W=RT(\frac{P_2}{P_3}-1). \end{aligned} \qquad (118.12)$$

اذن العمل الكلي في الحالة الثالثة هو

$$W=RT(\frac{P_3}{P_1}-1)+RT(\frac{P_2}{P_3}-1). \qquad (119.12)$$

العمل بالقيمة المطلقة هو اعظمي في التحويل شبه الساكن العكسي.

- الحالة الرابعة هي تحويل عكسي ادياباتيكي اي

$$dQ=0\Rightarrow dU=dW=-PdV. \qquad (120.12)$$

من اجل غاز مثالي

$$U=U(T)\ ,\ dU=C_vdT=C_v\frac{V}{R}dP+C_v\frac{P}{R}dV. \qquad (121.12)$$

من المعادلتين اعلاه نحصل علي

$$VdP=-P(1+\frac{R}{C_v})dV=-P\gamma dV. \qquad (122.12)$$

المكاملة تعطي مباشرة

$$PV^{\gamma}=\text{constant}. \qquad (123.12)$$

- لدينا مباشرة

$$P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}. \qquad (124.12)$$

اذن

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}. \qquad (125.12)$$

تمرين 5:

- ننطلق من

$$dU=dW+dQ=-PdV+TdS\Rightarrow dS=\frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial T})_VdT+\frac{1}{T}\big(P+(\frac{\partial U}{\partial V})_T\big)dV. \qquad (126.12)$$

حتي تكون S دالة حالة يجب ان يكون لدينا

$$(\frac{\partial S}{\partial T})_V=\frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial T})_V\Rightarrow\frac{\partial^2 S}{\partial V\partial T}=\frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial V\partial T}. \quad (127.12)$$

$$(\frac{\partial S}{\partial V})_T=\frac{1}{T}\big(P+(\frac{\partial U}{\partial V})_T\big)\Rightarrow\frac{\partial^2 S}{\partial T\partial V}=-\frac{1}{T^2}\big(P+(\frac{\partial U}{\partial V})_T\big)+\frac{1}{T}\big((\frac{\partial P}{\partial T})_V+\frac{\partial^2 U}{\partial T\partial V}\big) \quad (128.12)$$

بمقارنة المعادلتين اعلاه نحصل علي العلاقة

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T=-P+T(\frac{\partial P}{\partial T})_V. \quad (129.12)$$

- من اجل الغاز المثالي لدينا معادلة الحالة

$$P=\frac{RT}{V}\Rightarrow T(\frac{\partial P}{\partial T})_V=P. \quad (130.12)$$

اذن

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T=0\Rightarrow U=U(T). \quad (131.12)$$

الطاقة الداخلية لغاز مثالي لا تتعلق الا بدرجة حرارته.

- نحسب من اجل الغاز المثالي

$$(\frac{\partial S}{\partial T})_V=\frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial T})_V=\frac{C_v}{T}. \quad (132.12)$$

$$(\frac{\partial S}{\partial V})_T=\frac{1}{T}\big(P+(\frac{\partial U}{\partial V})_T\big)=\frac{P}{T}=\frac{R}{V}. \quad (133.12)$$

بالتالي

$$\begin{aligned} dS &= \frac{C_v}{T}dT+\frac{R}{V}dV\\ &= C_v d\ln T+Rd\ln V. \end{aligned} \quad (134.12)$$

المكاملة هنا سهلة و نحصل مباشرة علي

$$\begin{aligned} S &= S_0+C_v\ln T+R\ln V\\ &= S_0+C_v\ln TV^{\frac{R}{C_v}}\\ &= S_0+C_v\ln TV^{\gamma-1}. \end{aligned} \quad (135.12)$$

تمرين 6:

- انظر الي الشكل 4. الخط المستقيم يوافق التوازن بين السائل و البخار من اجل درجة حرارة معينه. خلال هذا التوازن فان تناقص الحجم لا يؤدي الي تغير في الضغط لكن يؤدي فقط الي تغير في كتلة السائل. تحت حجم معين فانه لا يتبقي الا السائل في الاسطوانة و اي تناقص في الحجم هنا يؤدي الي تزايد في الضغط. فوق حجم معين فانه لا يوجد الا بخار في الاسطوانة و اي تزايد في الحجم هنا يؤدي الي تناقص في الضغط.

  اذا زدنا درجة الحرارة فان ضغط البخار المشبع يزداد و يضيق الخط المستقيم الموافق للتوازن. اذا تعدت درجة الحرارة T درجة حرارة حرجة T_c فان البخار فقط هو الذي يتبقي في الاسطوانة مهما كان الحجم.

- - الحجم الكلي و الطاقة الداخلية الكلية يعطيان بالمعادلات

$$V = m_1V_1 + m_2V_2. \qquad (136.12)$$

$$U = m_1U_1 + m_2U_2. \qquad (137.12)$$

اذا كانت dm هي كتلة السائل التي تبخرت خلال التحويل الايزوحراري المتناه في الصغر فان التغير في الحجم و التغير في الطاقة الداخلية يعطيان ب

$$V + dV = (m_1 - dm)V_1 + (m_2 + dm)V_2 \Rightarrow dV = (V_2 - V_1)dm. \qquad (138.12)$$

$$U + dU = (m_1 - dm)U_1 + (m_2 + dm)U_2 \Rightarrow dU = (U_2 - U_1)dm. \qquad (139.12)$$

كمية الحرارة في وحدة الكتل تعطي اذن ب

$$\begin{aligned}\lambda = \frac{dQ}{dm} &= \frac{dU}{dm} + P\frac{dV}{dm}\\ &= U_2 - U_1 + P(V_2 - V_1). \qquad (140.12)\end{aligned}$$

- من النتائج اعلاه لدينا مباشرة

$$dU = (U_2 - U_1)dm = \frac{U_2 - U_1}{V_2 - V_1}dV \Rightarrow (\frac{\partial U}{\partial V})_T = \frac{U_2 - U_1}{V_2 - V_1}. \qquad (141.12)$$

لكننا نعرف ان

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T = T(\frac{\partial P}{\partial T})_V - P. \qquad (142.12)$$

اذن نحصل علي

$$\frac{U_2 - U_1}{V_2 - V_1} = T\frac{dP}{dT} - P \Rightarrow \frac{dP}{dT} = \frac{1}{T}\frac{\lambda}{V_2 - V_1}. \qquad (143.12)$$

هذه هي معادلة كلابيرون.

- اذا كان حجم البخار اكبر بكثير من حجم السائل اي $V_2 >> V_1$ نحصل علي

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T}\frac{\lambda}{V_2}. \qquad (144.12)$$

اذا افترضنا ايضا ان البخار هو غاز مثالي فان

$$V_2 = \frac{nRT}{P}. \qquad (145.12)$$

اذن

$$\frac{dP}{P} = \frac{\lambda}{nR}\frac{dT}{T^2} \Rightarrow P = P_0\exp\left(-\frac{\lambda}{nRT}\right). \qquad (146.12)$$

تمرين 7:

- كمثال نعتبر $x=T$, $y=V$ و $z=P$. نأخذ T و V هي المتغيرات المستقلة ونعبر عن P بدلالتهما. بالتالي

$$\begin{aligned} dP &= (\frac{\partial P}{\partial T})_V dT + (\frac{\partial P}{\partial V})_T dV \\ &= (\frac{\partial P}{\partial T})_V \left((\frac{\partial T}{\partial V})_P dV + (\frac{\partial T}{\partial P})_V dP \right) + (\frac{\partial P}{\partial V})_T dV. \end{aligned} \tag{147.12}$$

نستنتج اذن

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V (\frac{\partial T}{\partial P})_V = 1\ ,\ (\frac{\partial P}{\partial T})_V (\frac{\partial T}{\partial V})_P = -(\frac{\partial P}{\partial V})_T. \tag{148.12}$$

- كمثال نعتبر $S=f$. لدينا $f=f(x,y)$. نأخذ x كدالة في f و y. نحصل مباشرة علي العلاقات

$$(\frac{\partial f}{\partial x})_y (\frac{\partial x}{\partial f})_y = 1. \tag{149.12}$$

$$(\frac{\partial x}{\partial f})_y (\frac{\partial f}{\partial y})_x = -(\frac{\partial x}{\partial y})_f. \tag{150.12}$$

من الجهة الاخري اذا اعتبرنا f دالة في x و z فانه يجب ان نعبر عن y بدلالة x و z. نحصل علي العلاقة

$$(\frac{\partial f}{\partial y})_x (\frac{\partial y}{\partial z})_x = (\frac{\partial f}{\partial z})_x. \tag{151.12}$$

نحسب الان

$$\begin{aligned} (\frac{\partial x}{\partial y})_f (\frac{\partial y}{\partial z})_f (\frac{\partial z}{\partial x})_f &= -(\frac{\partial f}{\partial y})_x (\frac{\partial z}{\partial f})_x . (\frac{\partial f}{\partial z})_y (\frac{\partial x}{\partial f})_y . (\frac{\partial f}{\partial x})_z (\frac{\partial y}{\partial f})_z \\ &= -(\frac{\partial z}{\partial y})_x . (\frac{\partial x}{\partial z})_y . (\frac{\partial y}{\partial x})_z \\ &= 1. \end{aligned} \tag{152.12}$$

تمرين 8:

- معادلة ال dQ الاولي تعطي ب

$$\begin{aligned} dQ &= (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \right] dV \\ TdS &= C_v dT + \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \right] dV. \end{aligned} \tag{153.12}$$

لان الانتروبي هو دالة حالة فانه لدينا مباشرة

$$\frac{\partial}{\partial V}_T \frac{C_v}{T} = \frac{\partial}{\partial T}_V \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \right]. \tag{154.12}$$

نحصل علي

$$(\frac{\partial P}{\partial T})_V = \frac{1}{T} \left[P + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \right]. \tag{155.12}$$

بالتعويض فان معادلة ال dQ الاولي تصبح

$$TdS = C_v dT + T(\frac{\partial P}{\partial T})_V dV. \tag{156.12}$$

- معادلة dQ الثانية هي

$$\begin{aligned} dQ &= \left[(\frac{\partial U}{\partial T})_P + P(\frac{\partial V}{\partial T})_P\right]dT + \left[(\frac{\partial U}{\partial P})_T + P(\frac{\partial V}{\partial P})_T\right]dP \\ TdS &= C_pdT + \left[(\frac{\partial U}{\partial P})_T + P(\frac{\partial V}{\partial P})_T\right]dP. \end{aligned} \quad (157.12)$$

بالمرور عبر نفس الخطوات يمكن ان نبين ان

$$-T(\frac{\partial V}{\partial T})_P = (\frac{\partial U}{\partial P})_T + P(\frac{\partial V}{\partial P})_T. \quad (158.12)$$

اذن معادلة ال dQ الثانية تأخذ الشكل

$$TdS = C_pdT - T(\frac{\partial V}{\partial T})_P dP. \quad (159.12)$$

- معادلة ال dQ الثانية نعبر عليها مباشرة بدلالة معامل التمدد الحراري α كالتالي

$$TdS = C_pdT - \alpha TVdP. \quad (160.12)$$

معادلة dQ الاولي تحتاج الي عمل اكثر باستعمال نتائج التمرين السابق. لدينا

$$\begin{aligned} (\frac{\partial P}{\partial T})_V &= -(\frac{\partial P}{\partial V})_V(\frac{\partial V}{\partial T})_V \\ &= \frac{\alpha}{\kappa_T}. \end{aligned} \quad (161.12)$$

اذن معادلة dQ الاولي يمكن ان نعبر عليها بدلالة معامل التمدد الحراري α و معامل الانضغاطية الايزوحرارية كالتالي

$$TdS = C_vdT + \frac{\alpha}{\kappa_T}TdV. \quad (162.12)$$

- بمساواة معادلتي ال dQ اعلاه نحصل مباشرة علي

$$C_pdT - \alpha TVdP = C_vdT + \frac{\alpha}{\kappa_T}TdV. \quad (163.12)$$

نأخذ كمتغيرات مستقلة P و V. نصل الي المعادلة

$$\left((C_p - C_v)(\frac{\partial T}{\partial V})_P - \frac{\alpha}{\kappa_T}T\right)dV + \left((C_p - C_v)(\frac{\partial T}{\partial P})_V - \alpha TV\right)dP = 0. \quad (164.12)$$

منه نستنتج ان

$$C_p - C_v = \frac{\alpha^2}{\kappa_T}TV. \quad (165.12)$$

من الجهة الاخري فانه لدينا من اجل التحويلات الادياباتيكية

$$C_p = \alpha TV(\frac{\partial P}{\partial T})_S \;,\; C_v = -\frac{\alpha T}{\kappa_T}(\frac{\partial V}{\partial T})_S. \quad (166.12)$$

اذن لدينا

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{C_p}{C_v} \\ &= -V\kappa_T(\frac{\partial P}{\partial T})_S(\frac{\partial T}{\partial V})_S \\ &= -V\kappa_T(\frac{\partial P}{\partial V})_S \\ &= \frac{\kappa_T}{\kappa_S}. \end{aligned} \quad (167.12)$$

تمرين 10:

- الطاقة الحرة لهلمولتز تعطي ب

$$\begin{aligned} dF &= -PdV - SdT \\ &= dW - SdT. \end{aligned} \tag{168.12}$$

خلال التحويل الايزوحراري T_0 لدينا

$$dF = dW \Rightarrow F(T_0, V) = W = -RT_0 \ln \frac{V}{V_0}. \tag{169.12}$$

من جهة اخري خلال التحويل تحت الحجم الثابت V_0 لدينا

$$dF = -SdT = -R\frac{V}{V_0}\Big(\frac{T}{T_0}\Big)^a dT \Rightarrow F(T,V) = -\frac{R}{a+1}\frac{V}{V_0}T_0\Big(\frac{T}{T_0}\Big)^{a+1} + f(V). \tag{170.12}$$

بالتعويض ب $T = T_0$ في المعادلة الاخيرة نحصل علي

$$F(T_0, V) = -\frac{R}{a+1}\frac{V}{V_0}T_0 + f(V). \tag{171.12}$$

بالمقارنة بالمعادلة السابقة نحصل علي

$$f(V) = -RT_0 \ln \frac{V}{V_0} + \frac{R}{a+1}\frac{V}{V_0}T_0. \tag{172.12}$$

تعطي الطاقة الحرة اذن بالمعادلة

$$F(T,V) = -RT_0 \ln \frac{V}{V_0} + \frac{R}{a+1}\frac{V}{V_0}T_0\Big(1 - \frac{T^{a+1}}{T_0^{a+1}}\Big). \tag{173.12}$$

- معادلة الحالة يمكن ان نحصل عليها من علاقة ماكسويل

$$\begin{aligned} -P &= \Big(\frac{\partial F}{\partial V}\Big)_T \\ &= -RT_0\frac{1}{V} + \frac{R}{a+1}\frac{T_0}{V_0}\Big(1 - \frac{T^{a+1}}{T_0^{a+1}}\Big). \end{aligned} \tag{174.12}$$

- العمل من اجل درجة حرارة ثابتة T كيفية يحسب مباشرة كالعادة بالعلاقة

$$\begin{aligned} W &= -\int PdV \\ &= \int \Big[-RT_0\frac{1}{V} + \frac{R}{a+1}\frac{T_0}{V_0}\Big(1 - \frac{T^{a+1}}{T_0^{a+1}}\Big)\Big] dV \\ &= -RT_0 \ln \frac{V}{V_0} + \frac{R}{a+1}\frac{T_0}{V_0}(V - V_0)\Big(1 - \frac{T^{a+1}}{T_0^{a+1}}\Big). \end{aligned} \tag{175.12}$$

تمرين 11: التحويل عكسي دوري اذن

$$\Delta U = 0. \quad (176.12)$$

العمل اذن

$$\Delta W = -\Delta Q. \quad (177.12)$$

لان التحويل عكسي لدينا الاتي

$$dQ = TdS. \quad (178.12)$$

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + 0 + \Delta Q_3 + 0 + \Delta Q_2 + 0. \quad (179.12)$$

$$\Delta Q_1 = T_1(S_2 - S_1) = B. \quad (180.12)$$

$$\Delta Q_3 = T_3(S_3 - S_2). \quad (181.12)$$

$$\Delta Q_2 = T_2(S_1 - S_3). \quad (182.12)$$

$$\Delta Q_3 + \Delta Q_2 = -A - B. \quad (183.12)$$

اذن نحصل علي

$$\Delta Q = -A \Rightarrow \Delta W = A. \quad (184.12)$$

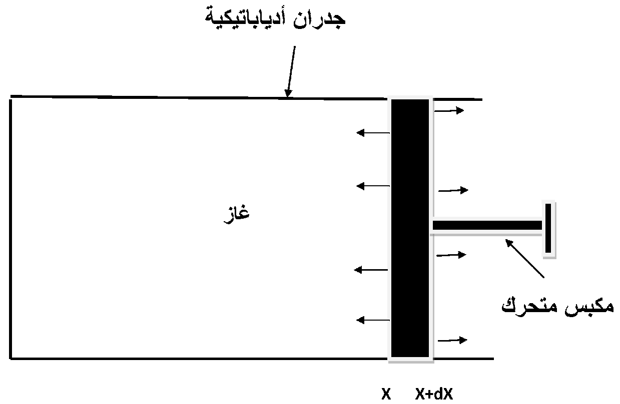
كمية الحرارة الممتصة

$$\Delta Q = -\Delta Q_3 - \Delta Q_2 = A + B. \quad (185.12)$$

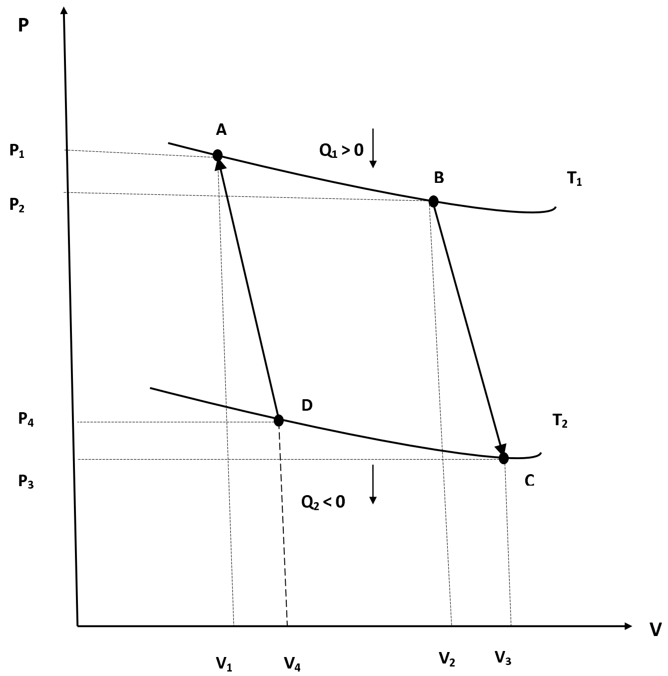
اذن المردود هو

$$\eta = \frac{A}{A+B}. \quad (186.12)$$

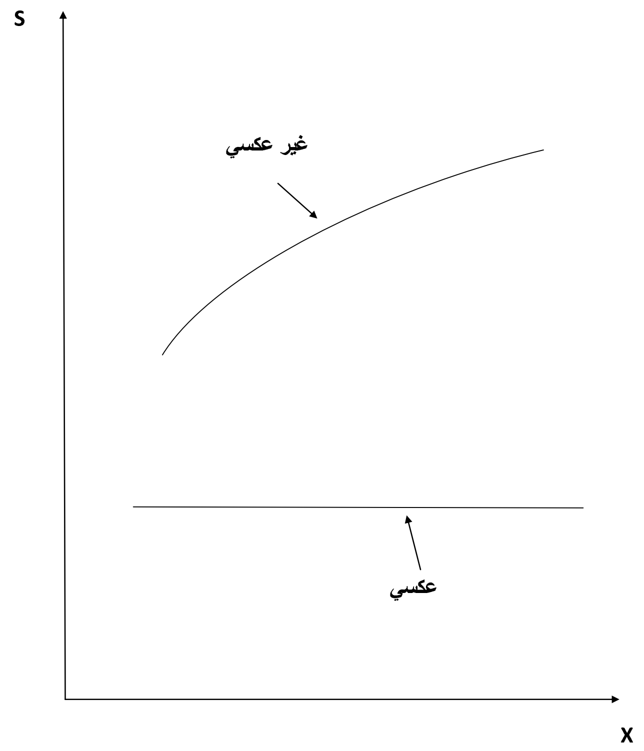
دورة كارنو التي تعمل بين T_1 و T_2 تعطي عمل اكبر اي A يزداد لكن B يبقي نفسه اذن المردود يزداد.



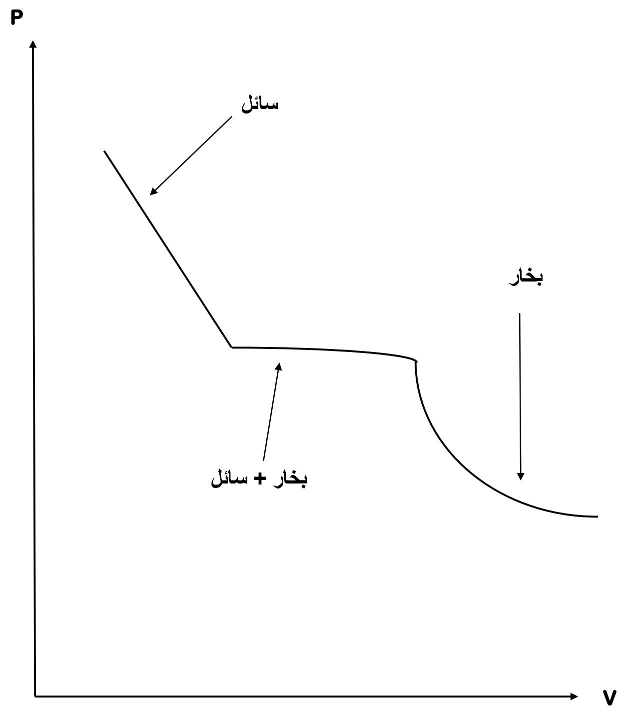
شكل 12،1:



شكل 12.2:



شكل 12،3:



شكل 12،4:

باب 13

النظرية الحركية للغازات

1.13 المقاطع العرضية التفاضلية للتصادم

نعتبر للتبسيط تصادم مرن elastic scattering بين جسيم A كتلته m_1 وموضعه $\vec{r}_1$ و جسيم B كتلته m_2 وموضعه $\vec{r}_2$. نكتب التفاعل على الشكل

$$A + B \longrightarrow A' + B'. \tag{1.13}$$

التصادم المرن يعني ان الجسيم A يأتى مثلا من اليمين بكمية حركة $\vec{p}_1$ ليتصادم مع الجسيم B الذى يأتى من اليسار بكمية حركة $\vec{p}_2$ وبعد التصادم فان الجسيم A يغادر بكمية حركة $\vec{p}_1'$ أما الجسيم B فانه يغادر بكمية حركة $\vec{p}_2'$. اذن الطاقة الحركية الكلية محفوظة و هذا هو تعريف التصادم المرن.

نفترض ايضا للتبسيط الميكانيك الكلاسيكى و ليس النسبى فالطاقة E اذن تعطى بدلالة كمية الحركة $\vec{p}$ ب $E=\vec{p}^2/2m$. نكتب قانونى انحفاظ كمية الحركة و الطاقة كما يلى

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'. \tag{2.13}$$

$$E_1 + E_2 = E_1' + E_2'. \tag{3.13}$$

هذه الحركة تكافئ حركة كتلة مختزلة reduced mass نرمز لها ب μ حول مركز ثقل الجملة الذى هو نفسه مركز القوة O. الكتلة المختزلة تعطى ب

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{M}\ ,\ M = m_1 + m_2. \tag{4.13}$$

موقع هذه الكتلة يعطى بما يسمى شعاع الموضع النسبى [1] وكمية حركتها تعطى بما يسمى كمية الحركة النسبية و هما معرفان ب

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2\ ,\ \vec{p} = \mu\vec{v} = \mu(\vec{v}_1 - \vec{v}_2). \tag{5.13}$$

يمكن اعادة كتابة الطاقة الكلية و كمية الحركة الكلية للجملة كما يلى

$$E = \frac{P^2}{2M} + \frac{p^2}{2\mu}\ ,\ \vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2. \tag{6.13}$$

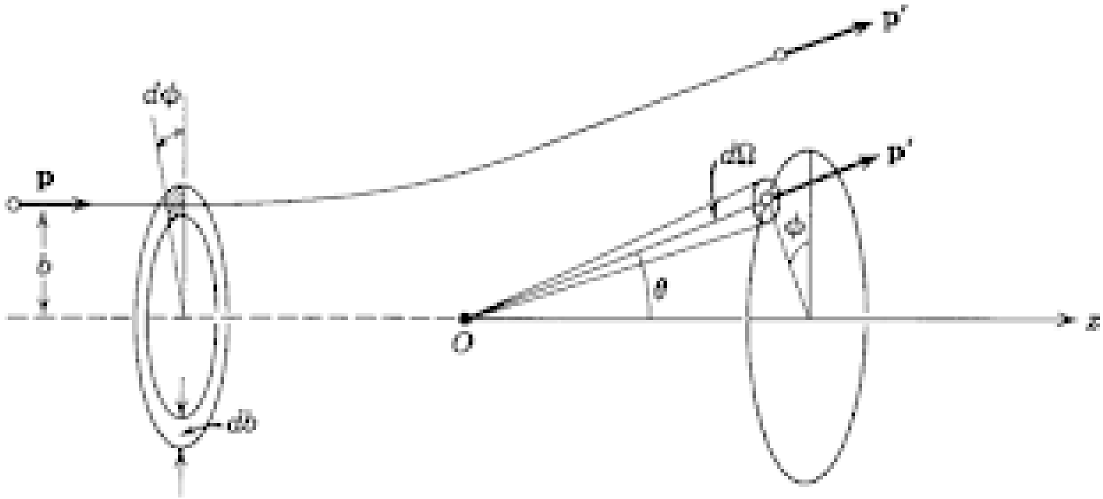
اما معادلات الانحفاظ فتأخذ الشكل

[1] هنا نسبى ليس نسبة الى النسبية لكن لأن هذا الشعاع هو الشعاع الذى يبدأ من الجسيم A وينتهى عند الجسيم B.

$$\vec{P} = \vec{P}' \ , \ |\vec{p}| = |\vec{p}'|. \qquad (7.13)$$

اذن كما ترون فان الحركة حول مركز الثقل -وهى الحركة بالنسبة لما يسمى معلم مركز الثقلcenter of mass frame اين نضع كمية الحركة الكلية صفر اى $\vec{P} = 0$- هى حركة الكتلة المختزلة حول مركز القوة O.

بالفعل فانه لدينا حركة كتلة مختزلة تقترب من مركز الثقل O بكمية حركة $\vec{p}$ و بعد التصادم فانها تغادر بكمية حركة $\vec{p}'$ اى ان اتجاه كمية حركة الكتلة المختزلة فى معلم مركز الثقل هو فقط الذى يتغير اما الطويلة فلا تتغير و هذا هو تعريف التصادم المرن بشكل أدق. انظر الصورة.



شكل 13.1: صورة مأخوذة من هاوانغ.

اذا اخذنا اتجاه شعاع كمية الحركة الوارد incident اى $\vec{p}$ على انه اتجاه المحور Oz فان شعاع الحركة المتصادم scattered اى $\vec{p}'$ سوف يحدد بزاويتين θ و ϕ هما بالضبط ما يسمى زوايا التصادم scattering angles التى تحدد بالكامل حركيات kinematics عملية التصادم. هاتان الزاويتان تجمعان فى الزاوية الصلبة Ω التى يعطى تفاضلها اللامتناهى فى الصغر ب

$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi. \qquad (8.13)$$

الزاوية السمتية ϕ لا تلعب اى دور فى حالة التصادمات المحكومة بقوة مركزية central اى قوة او بالاحرى كمون قوة لا يتعلق الا بالمسافة و ليس بالاتجاه وهو أهم نوع من التفاعلات الموجودة فى الطبيعة .

من الجهة الاخرى فان الجسيم الوارد الذى يبعد مسافة عمودية b عن مركز القوة تسمى معامل التأثير impact parameter فانه بعد التصادم, وبسبب المبدأ الثالث للانحفاظ و هو انحفاظ العزم الحركى, سوف يخرج كجسيم متصادم يبعد بنفس المسافة العمودية b عن مركز القوة O. انظر الصورة.

لكن فى التصادمات الحقيقية سوف يكون لدينا حزمة beam كاملة من الجسيمات الواردة -وليس جسيم واحد- التى تتفاعل مع القوة ذات المركز O ثم تخرج و تبتعد هذه الجسيمات الواردة من منطقة الكمون فى حزمة كاملة من الجسيمات المتصادمة. اذن الجسيمات الواردة التى تقطع مقطع section لا متناه فى الصغر $d\sigma$ الذى يتميز بمعامل تأثير بين b و $b + db$ و بزاوية $d\phi$ سوف تتصادم فى الزاوية الصلبة اللامتناهية فى الصغر $d\Omega$ كما فى الصورة. من الواضح ان

$$d\sigma = bdbd\phi. \qquad (9.13)$$

المقطع العرضى التفاضلى للتصادم scattering differential cross section يعرف بالضبط بالعبارة

$$F(\theta,\phi)=\frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{10.13}$$

المقطع العرضى الكلى للتصادم يعطى بالتكامل على الزاوية الصلبة اى

$$\sigma_{\rm Tot}=\int d\Omega\frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{11.13}$$

هذا هو الشيء الذى يقاس تجريبيا فى الفيزياء الذرية و النووية و فيزياء الجسيمات الأولية كما يلى. تجريبيا نحن نتعامل مع كثافة الجسيمات n فى الحزمة الواردة و مع تدفق flux الجسيمات الواردة I الذى يساوى عدد الجسيمات الواردة التى تقطع وحدة الاسطح فى وحدة الازمنة. لدينا مباشرة (تأمل)

$$I=n|\vec{v}|. \tag{12.13}$$

حيث $\vec{v}$ هى السرعة النسبية بين الجسيمين وهى ايضا سرعة الكتلة المختزلة من المعادلة (5.13).
مباشرة نرى ان عدد الجسيمات الواردة فى وحدة الازمنة التى تتصادم داخل الزاوية الصلبة $d\Omega$ المتمحورة حول الاتجاه المحدد بالزاوية الصلبة Ω يساوى التدفق مضروب فى المقطع العرضى التفاضلى مضروب فى الزاوية الصلبة اى $I\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega$.
نكتب اذن

$$I\frac{d\sigma}{d\Omega}d\Omega=$$

عدد الجسيمات الواردة فى وحدة الازمنة التى تتصادم داخل الزاوية الصلبة $d\Omega$ المتمحورة حول الاتجاه المحدد بالزاوية الصلبة Ω.

لكن كيف نحسب المقطع العرضى التفاضلى نظريا؟
فى الميكانيك الكلاسيكى حساب المقطع العرضى التفاضلى $F=d\sigma/d\Omega$ يتم عبر حساب معامل التأثير b بدلالة زوايا التصادم θ و ϕ انطلاقا من معادلة المدار ومن ثم حساب F كدالة فى زوايا التصادم.
لكن الميكانيك الكلاسيكى هو نظرية تقريبية للميكانيك الكمومى الذى هو النظرية الاساسية للطبيعة. نذكر مثلا ان الجسيمات المتصادمة ترى بعضها البعض كأمواج-اى كجسيمات كمومية- خاصة فى منطقة التصادم. و ايضا فان الميكانيك الكمومى يجعل تناظرات كمون القوة واضحة تماما على مستوى المقطع العرضى التفاضلى و التناظر هو دائما أمر أكثر من حيوى.
وفى الواقع فان حساب المقاطع العرضية التفاضلية هى واحدة من أهم مهمات الميكانيك الكمومى و كذا نظرية الحقول الكمومية.فحساب المقاطع العرضية التفاضلية للتصادمات بدلالة كمون القوة (الديناميك) و بدلالة متغيرات فضاء الطور (الحركيات) هو الهدف الأساس من كل نظرية الاضطرابات و مخططات فاينمان.
فى الميكانيك الكمومى (وكذا فى نظرية الحقول الكمومية) يحسب التصادم بدلالة ما يسمى مصفوفة التصادم scattering matrix التى يرمز لها ب S(أو مصفوفة الانتقال transition matrix التى يرمز لها ب T) التى تسمح لنا بحساب معدل الانتقال transition rate الذى يرمز له ب dP. مصفوفتا التصادم و الانتقال مرتبطتان بالعلاقة البسيطة $S=1+iT$ اذن مصفوفة الانتقال هى الجزء غير الهين من مصفوفة التصادم الذى يتعلق على الديناميك (اى على كمون القوة) اما معدل الانتقال فهو يحسب كما يلى.
طويلة احتمال التصادم (1.13) اى طويلة احتمال الانتقال من الحالة الابتدائية $A+B$ الى الحالة النهائية $A'+B'$ يعطى بعنصر مصفوفة التصادم S التالى

$$\langle A',B'{\rm out}|A,B{\rm in}\rangle=\langle A',B'{\rm in}|S|A,B{\rm in}\rangle=i(2\pi)^4\delta^4(P'-P)\langle A',B'{\rm in}|T(0)|A,B{\rm in}\rangle. \tag{13.13}$$

الدالة $\delta^4(P'-P)$ هى دالة ديراك وهى تفرض مبدأ انحفاظ الطاقة (3.13) و ايضا مبدأ انحفاظ كمية الحركة (2.13) أما الرمز $T(0)$ فيعنى اننا نحسب مصفوفة الانتقال فى نقطة المبدأ فقط. ايضا الكتابة out تعنى الحالات الخارجة outgoing (اى الحالات النهائية) اما الكتابة in فتعنى الحالات الداخلة incoming (اى الحالات الابتدائية). نرمز ايضا الى عنصر مصفوفة الانتقال ب

$$T_{fi} = \langle A', B'\mathrm{in}|T(0)|A, B\mathrm{in}\rangle. \tag{14.13}$$

الاحتمال يحسب بأخذ مربع طويلة الاحتمال اما معدل الانتقال dP فهو يساوى الاحتمال فى وحدة الازمنة فى وحدة الحجوم للانتقال من الحالة الابتدائية $A+B$ الى الحالة النهائية $A'+B'$ حيث ان كميات الحركة النهائية تعطى ب $\vec{p}_i'$ بخطأ $d^3\vec{p}_i'$. بعد الحساب القصير نوعا ما (فى نظرية الحقول الكمومية و هى اعم نظرية) نحصل على العلاقة

$$\begin{aligned} dP &= \frac{1}{T_0V}|\langle A', B'\mathrm{out}|A, B\mathrm{in}\rangle|^2\frac{Vd^3\vec{p}_1'}{(2\pi)^3}\frac{Vd^3\vec{p}_2'}{(2\pi)^3} \\ &= (2\pi)^4\delta^4(P'-P)\frac{d^3\vec{p}_1'}{(2\pi)^3 2E_1'}\frac{d^3\vec{p}_2'}{(2\pi)^3 2E_2'}|T_{fi}|^2\frac{1}{2E_1V}\frac{1}{2E_2V}. \end{aligned} \tag{15.13}$$

فى المعادلة اعلاه V هو حجم الفضاء و T_0 هو حجم الزمن.

أهم ما فى هذه العبارة أنها صامدة تحت تأثير تحويلات لورنتز و ايضا تحت تأثير الدورانات و الانسحابات فى الفضاء اذا كان عنصر مصفوفة الانتقال T_{fi} متناظر تحت تأثيرهذه التحويلات و هو فعلا كذلك من اجل كل التفاعلات (اى كمون القوى) المعروفة فى الطبيعة.

آخرا فان معدل الانتقال dP يرتبط بمقطع التصادم $d\sigma$ بالعلاقة

$$dP = \frac{Id\sigma}{V}. \tag{16.13}$$

بشكل ادق (اى بشكل يحترم الصمود تحت تأثير تحويلات لورنتز) نكتب بدون برهان

$$dP = I_0 d\sigma\frac{1}{2E_1V}\frac{1}{2E_2V}\ ,\ I_0 = E_1E_2\sqrt{(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2-(\vec{v}_1\times\vec{v}_2)^2}. \tag{17.13}$$

بالمقارنة بين المعادلتين (15.13) و (17.13) نحصل على واحدة من اهم نتائج نظرية الحقول الكمومية و فيزياء الجسيمات الاولية المعروفة تحت مسمى قاعدة فرمى الذهبية Fermi 's Golden rule التى تنص على أن المقطع العرضى التفاضلى للتصادم $d\sigma$ يساوى جداء عنصر مصفوفة الانتقال T التى تحتوى على المعطيات الديناميكية للتصادم (اى كمون قوة التفاعل) و حجم الفضاء الطورى الذى يحتوى على المعطيات الحركية للتصادم. نكتب اذن

$$d\sigma = (2\pi)^4\delta^4(P'-P)\frac{d^3\vec{p}_1'}{(2\pi)^3 2E_1'}\frac{d^3\vec{p}_2'}{(2\pi)^3 2E_2'}|T_{fi}|^2\frac{1}{4I_0}. \tag{18.13}$$

2.13 معادلة بولتزمان

نعتبر غاز مميع مشكل من N جسيم كلاسيكى داخل حجم V.

لتكن $f(\vec{r},\vec{p},t)$ دالة كثافة الاحتمال probability density function المعرفة بكون $f(\vec{r},\vec{p},t)d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ هو عدد الجسيمات فى اللحظة الزمنية t الموجودة فى النقطة $\vec{r}$ بخطأ $d^3\vec{r}$ والتى تتميز بكمية حركة $\vec{p}$ بخطأ $d^3\vec{p}$. من الواضح انه يجب ان يكون لدينا شرط التنظيم

$$\int f(\vec{r},\vec{p},t)d^3\vec{r}d^3\vec{p} = N. \tag{19.13}$$

هدف النظرية الحركية للغازات هو حساب دالة التوزيع f. نلاحظ ايضا ان حالة توزان الجملة تعطى بتصرف دالة التوزيع من اجل الازمان الكبيرة اى $t\longrightarrow\infty$.

نفترض اولا ان الجسيمات لا تتصادم فيما بينها اذن المقطع العرضى للتصادم ينعدم اى $\sigma = 0$. فى هذه الحالة فان الجسيمات الموجودة فى اللحظة t داخل الحجم $d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ حول النقطة $(\vec{r},\vec{p})$ فى فضاء الطور سوف تكون فى اللحظة $t+\delta t$ داخل الحجم $d^3\vec{r}'d^3\vec{p}'$ حول النقطة $(\vec{r}',\vec{p}')$ حيث $\vec{r}'=\vec{r}+\vec{p}\delta t/m$ و $\vec{p}'=\vec{p}+\vec{F}\delta t$ و $\vec{F}$ هى القوة الخارجية المؤثرة على الجسيمات.
الحجم فى فضاء الطور محفوظ اذن $d^3\vec{r}d^3\vec{p}=d^3\vec{r}'d^3\vec{p}'$ و منه نحصل مباشرة على الشرط

$$f(\vec{r}+\frac{\vec{p}\delta t}{m},\vec{p}+\vec{F}\delta t,t+\delta t)=f(\vec{r},\vec{p},t). \tag{20.13}$$

لو افترضنا فى المقابل ان الجسيمات تتصادم فيما بينها اى ان المقطع العرضى للتصادم لا ينعدم $\sigma \neq 0$ فاننا نحصل عوض هذه العلاقة الاخيرة على العلاقة

$$f(\vec{r}+\frac{\vec{p}\delta t}{m},\vec{p}+\vec{F}\delta t,t+\delta t)=f(\vec{r},\vec{p},t)+(\frac{\partial f}{\partial t})_{\rm coll}\delta t. \tag{21.13}$$

الكمية $(\partial f/\partial t)_{\rm coll}$ معرفة بهذه المعادلة و سيتم تعريفها بشكل مستقل بدلالة المقطع العرضى للتصادم بعد قليل.
بالنشر نحصل على

$$(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_r+\vec{F}\vec{\nabla}_p)f(\vec{r},\vec{p},t)=(\frac{\partial f}{\partial t})_{\rm coll}. \tag{22.13}$$

ليكن A الحجم فى فضاء الطور عند $\{\vec{r}+\vec{p}\delta t/m,\vec{p}+\vec{F}\delta t,t+\delta t\}$ و B الحجم فى فضاء الطور عند $\{\vec{r},\vec{p},t\}$. بافتراض ان المجال الزمنى δt لا متناهى فى الصغر فان الحجم A صغير جدا الى الحد ان اى جسيم داخل A يدخل فى تصادم مع جسيم آخر سوف يرمى خارج الحجم A دون أن يبقى ايضا داخل الحجم B. لاحظ انه من اجل δt لا متناهى فى الصغر فان A لا متناهى فى القرب من B. من الجهة الاخرى هناك جسيمات خارج A سوف يؤدى تصادمها بجسيمات أخرى الى دخولها الى A خلال المجال الزمنى δt. هذه الجسيمات موجودة فى B.
اذن عدد الجسيمات فى الحجم B فى اللحظة $t+\delta t$ من أجل δt لامتناهى فى الصغر يساوى الى عدد الجسيمات فى الحجم A فى اللحظة t زائد الزيادةالصافية فى عدد الجسيمات فى الحجم A الناجمة عن التصادمات التى تقع خلال الزمن δt. هذا هو محتوى المعادلة (22.13) التى يمكن ايضا كتابتها على الشكل المكافئ

$$(\frac{\partial f}{\partial t})_{\rm coll}=\bar{R}-R. \tag{23.13}$$

اعلاه لدينا $R\delta t d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ هو عدد التصادمات خلال الزمن بين t و $t+\delta t$ التى يكون فيها احد الجسيمات الابتدائية فى الحجم $d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ حول $(\vec{r},\vec{p})$.
و $\bar{R}\delta t d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ هو عدد التصادمات خلال الزمن بين t و $t+\delta t$ التى يكون فيها احد الجسيمات النهائية فى الحجم $d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ حول $(\vec{r},\vec{p})$.
لأن الغاز مميع فانه يمكننا ان نأخذ بعين الاعتبار فقط التصادمات الثنائية binary collisions التى يمكن ان نكتبها على الشكل

$$1+2\longrightarrow 1'+2'. \tag{24.13}$$

معدل الانتقال (اى احتمال الانتقال فى وحدة الازمنة و وحدة الحجوم) هو متناسب مع المقطع العرضى التفاضلى $d\sigma$ و بالتالى فهو يعطى بقاعدة فرمى الذهبية كالتالى

$$dP \;=\; (2\pi)^4\delta^4(P_f-P_i)\frac{Vd^3\vec{p}_1'}{(2\pi)^3}\frac{Vd^3\vec{p}_2'}{(2\pi)^3}|T_{fi}|^2. \tag{25.13}$$

فى هذه المعادلة افترضنا ان شرط تنظيم حالات الجسيم الواحد one particle states داخل علبة يعطى ب $\langle\vec{p}|\vec{q}\rangle=\delta_{\vec{p},\vec{q}}$. هذا المعدل هو عدد الانتقالات $1+2\longrightarrow 1'+2'$ فى وحدة الازمنة فى وحدة الحجوم. اذن عدد الانتقالات خلال الزمن δt فى وحدة الحجوم يساوى $dP.\delta t$. للتبسيط نعيد ايضا تنظيم مصفوفة الانتقال T بطريقة مناسبة و نكتب معدل الانتقال على الشكل

$$dP \;=\; \delta^4(P_f-P_i)d^3\vec{p}_1'd^3\vec{p}_2'|\tilde{T}_{fi}|^2. \tag{26.13}$$

ليكن dN_{12} العدد الابتدائى للازواج المتصادمة بكميات حركة $\vec{p}_1$ و $\vec{p}_2$ بخطأ معطى ب $d^3\vec{p}_1d^3\vec{p}_2$ و الموجودة فى الحجم $d^3\vec{r}$ عند النقطة $\vec{r}$. يمكن اعطاء هذا العدد بدلالة دالة الاقتران الثنائية two particle correlation function التى يرمز لها ب $F(\vec{r},\vec{p}_1,\vec{p}_2,t)$ كما يلى

$$dN_{12}=F(\vec{r},\vec{p}_1,\vec{p}_2,t)d^3\vec{r}d^3\vec{p}_1d^3\vec{p}_2. \tag{27.13}$$

من الواضح ان عدد الانتقالات $1+2\longrightarrow 1'+2'$ خلال الزمن δt فى الحجم $d^3\vec{r}$ يساوى الى الجداء $dN_{12}dP\delta t$. هذه الانتقالات هى بالضبط التصادمات خلال الزمن بين t و $t+\delta t$ التى يكون فيها احد الجسيمات الابتدائية فى الحجم $d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ حول $(\vec{r},\vec{p})$. نكتب اذن

$$R\delta t d^3\vec{r}d^3\vec{p}_1 \;=\; \int dN_{12}dP\delta t. \tag{28.13}$$

التكامل يجرى على كميات الحركة النهائية و على كمية الحركة الابتدائية غير المثبتة اى $\vec{p}_2$. نحصل مباشرة على العلاقة

$$R \;=\; \int d^3\vec{p}_2d^3\vec{p}_1'd^3\vec{p}_2'\delta^4(P_f-P_i)|\tilde{T}_{fi}|^2F(\vec{r},\vec{p}_1,\vec{p}_2,t). \tag{29.13}$$

بنفس الطريقة نحسب $\bar{R}$ من عدد التصادمات خلال الزمن بين t و $t+\delta t$ التى يكون فيها احد الجسيمات النهائية فى الحجم $d^3\vec{r}d^3\vec{p}$ حول $(\vec{r},\vec{p})$. اذن احدى كميات الحركة النهائية هى التى ستكون مثبتة فى هذه الحالة. نعتبر عوض التفاعل (24.13) التفاعل العكسى

$$1'+2'\longrightarrow 1+2. \tag{30.13}$$

من المعروف ان مصفوفة الانتقال T هى مصفوفة صامدة تحت تأثير العكس فى الزمن و تحت تأثير العكس فى الفضاء و تحت تأثير الدورانات و الانسحابات ومنه فان التفاعل العكسى اعلاه يتمتع بنفس عنصر مصفوفة الانتقال اى ان $T_{if}=T_{fi}$. من الجهة الاخرى فان كثافة الحالات من اجل التصادمات المرنة هى نفسها من اجل الحالات الابتدائية و النهائية. اذن المقطع العرضى بالنسبة للتفاعل العكسى (30.13) هو ايضا صامد اى يساوى المقطع العرضى بالنسبة للتفاعل الأصلى (24.13). نحصل اذن بتثبيت كمية الحركة النهائية $\vec{p}_1$ فى (30.13) على

$$\bar{R} \;=\; \int d^3\vec{p}_2d^3\vec{p}_1'd^3\vec{p}_2'\delta^4(P_i-P_f)|\tilde{T}_{if}|^2F(\vec{r},\vec{p}_1',\vec{p}_2',t). \tag{31.13}$$

بالتالى فان

$$(\frac{\partial f}{\partial t})_{\rm coll} \;=\; \int d^3\vec{p}_2d^3\vec{p}_1'd^3\vec{p}_2'\delta^4(P_i-P_f)|\tilde{T}_{if}|^2\bigg(F(\vec{r},\vec{p}_1',\vec{p}_2',t)-F(\vec{r},\vec{p}_1,\vec{p}_2,t)\bigg). \tag{32.13}$$

نقدم الآن الافتراض الشهير المعروف باسم فرضية الفوضى الجزيئية molecular chaos الذى ينص على ان احتمال الحصول على جسيم اول بكمية حركة $\vec{p}_1$ فى الحجم $d^3\vec{r}$ و جسيم ثانى بكمية حركة $\vec{p}_2$ فى نفس الحجم $d^3\vec{r}$ يساوى جداء احتمال الحصول علي الجسيم الاول بكمية الحركة $\vec{p}_1$ فى احتمال الحصول على الجسيم الثانى بكمية الحركة $\vec{p}_2$ فى الحجم $d^3\vec{r}$. نكتب هذه الفرضية على الشكل

$$F(\vec{r},\vec{p}_1,\vec{p}_2,t)=f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t). \tag{33.13}$$

اذن يصبح حد التصادم

$$(\frac{\partial f}{\partial t})_{\rm coll} = \int d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{r},\vec{p}_1',t)f(\vec{r},\vec{p}_2',t) - f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t)\bigg) \quad (34.13)$$

بالتعويض نحصل على معادلة بولتزمان

$$(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}_1}{m}\vec{\nabla}_r + \vec{F}\vec{\nabla}_{p_1})f(\vec{r},\vec{p}_1,t) = \int d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \times \bigg(f(\vec{r},\vec{p}_1',t)f(\vec{r},\vec{p}_2',t) - f(\vec{r},\vec{p}_1,t)f(\vec{r},\vec{p}_2,t)\bigg). \quad (35.13)$$

3.13 المبرهنة H

نفترض الآن ان الغاز لا تؤثر فيه اى قوى خارجية. يمكننا اذن ان نفترض ايضا ان دالة كثافة الاحتمال لا تتعلق بالموضع. عند التوازن فان دالة كثافة الاحتمال تصبح لا تتعلق بالزمن و نرمز لها ب $f_0(\vec{p})$ وهى تحقق معادلة بولتزمان التالية

$$\int d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1',t)f(\vec{p}_2',t) - f(\vec{p}_1,t)f(\vec{p}_2,t)\bigg) = 0. \quad (36.13)$$

من هذه المعادلة نرى ان الشرط الكافى ل $f_0(\vec{p})$حتى تحل المعادلة اعلاه هو

$$f(\vec{p}_1',t)f(\vec{p}_2',t) - f(\vec{p}_1,t)f(\vec{p}_2,t) = 0. \quad (37.13)$$

كما سنبين هذا ايضا شرط ضرورى ل $f_0(\vec{p})$ حتى تحل المعادلة اعلاه ومنه نستنتج ان دالة كثافة الاحتمال عند التوازن لا تتعلق بالمقطع العرضى التفاضلى أو بمصفوفة الانتقال.

الدالة $f_0(\vec{p})$ تعطى ايضا تصرف دالة كثافة الاحتمال عندما يذهب الزمن الى مالانهاية عندما لا تؤثر اى قوى خارجية. اذن نهتم ايضا بمعادلة بولتزمان المبسطة من الشكل

$$\frac{\partial f(\vec{p}_1,t)}{\partial t} = \int d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1',t)f(\vec{p}_2',t) - f(\vec{p}_1,t)f(\vec{p}_2,t)\bigg). \quad (38.13)$$

نعرف انتروبى بولتزمان (وهو ليس نفسه انتروبى بولتزمان عند التوزان و لكنه مرتبط به) او الدالة H بالعبارة

$$H(t) = \int d^3p_1 f(\vec{p}_1,t)\log f(\vec{p}_1,t). \quad (39.13)$$

نحسب مباشرة معادلة الحركة

$$\frac{dH(t)}{dt} = \int d^3p_1 \frac{\partial f(\vec{p}_1,t)}{\partial t}(1 + \log f(\vec{p}_1,t)). \quad (40.13)$$

اذن $\partial f/\partial t = 0$ يستلزم $dH//dt = 0$ مما يعنى ان $dH/dt = 0$ هو شرط ضرورى ل $\partial f/\partial t = 0$ اى ان $dH/dt = 0$ هو شرط ضرورى ل $f_0(\vec{p})$ حتى تحل المعادلة (36.13) . نبين الآن ان $dH/dt = 0$ هو نفسه المعادلة (37.13).

نبدأ بالتعويض بمعادلة بولتزمان فى عبارة dH/dt لنحصل على

$$\frac{dH(t)}{dt} = \int d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1',t)f(\vec{p}_2',t) - f(\vec{p}_1,t)f(\vec{p}_2,t)\bigg)(1 + \log f(\vec{p}_1,t)). \quad (41.13)$$

بمبادلة كميتى الحركة $\vec{p}_1$ و $\vec{p}_2$ و تذكر ان مصفوفة الانتقال تبقى صامدة تحت تأثير هذا المبادلة نحصل على

$$\frac{dH(t)}{dt} = \int d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)\bigg)(1 + \log f(\vec{p}_2, t)). \quad (42.13)$$

نأخذ مجموع العلاقتين الاخيرتين و نقسم على اثنين نحصل على

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{1}{2}\int d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)\bigg)(2 + \log f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)) \quad (43.13)$$

الآن نقوم بمبادلة الزوج الابتدائى $(\vec{p}_1, \vec{p}_2)$ و الزوج النهائى $(\vec{p}_1', \vec{p}_2')$ وتذكر ان مصفوفة الانتقال تبقى ايضا صامدة تحت هذه المبادلة نحصل على

$$\frac{dH(t)}{dt} = -\frac{1}{2}\int d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)\bigg) \times (2 + \log f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t)). \quad (44.13)$$

نأخذ مرة اخرى مجموع العلاقتين الاخيرتين و نقسم على اثنين نحصل على

$$\frac{dH(t)}{dt} = \frac{1}{4}\int d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2' \delta^4(P_i - P_f)|\tilde{T}_{if}|^2 \bigg(f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)\bigg)(\log f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t) - \log f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t)). \quad (45.13)$$

الكمية المكامل عليها هى دائما سالبة لأن

$$\bigg(f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t)\bigg)(\log f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t) - \log f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t)) \leq 0. \quad (46.13)$$

بالتالى

$$\frac{dH(t)}{dt} \leq 0. \quad (47.13)$$

هذه هى المبرهنة H.

المبرهنة H: اذا كانت دالة كثافة الاحتمال تحقق معادلة بولتزمان فان الدالة H لبولتزمان تتناقص دائما.
من الواضح أن

$$\frac{dH(t)}{dt} = 0 \Leftrightarrow f(\vec{p}_1', t)f(\vec{p}_2', t) - f(\vec{p}_1, t)f(\vec{p}_2, t) = 0. \quad (48.13)$$

أى ان $dH/dt = 0$ هو شرط ضرورى و كافى حتى تكون $f_0(\vec{p})$ حل ل $\partial f(\vec{p}, t)/\partial t = 0$. ومنه نستنتج ان دالة كثافة الاحتمال عند التوزان لا تتعلق بالمقطع العرضى للتصادم. ولأن الدالة H تتناقص دائما تستنتج ايضا ان $f(\vec{p}, t) \longrightarrow f_0(\vec{p})$ عندما يذهب الزمن الى مالانهاية $t \longrightarrow \infty$.

4.13 توزيع ماكسويل-بولتزمان

ننطلق من الشرط (37.13) الذى نكتبه على الشكل

$$\log f_0(\vec{p}_1') + \log f_0(\vec{p}_2') = \log f_0(\vec{p}_1) + \log f_0(\vec{p}_2). \tag{49.13}$$

من الواضح ان هذه المعادلة هى قانون انحفاظ. اذن الحل يعطى ب $\log f_0(\vec{p}) = \chi(\vec{p})$ حيث $\chi(\vec{p})$ هى كمية محفوظة مرفقة بالجزئ المتميز بكمية الحركة $\vec{p}$. الحل العام يأخذ اذن الشكل

$$\log f_0(\vec{p}) = \chi_1(\vec{p}) + \chi_2(\vec{p}) + ... \tag{50.13}$$

حيث $\chi_i(\vec{p})$ هى قائمة بكل الكميات المحفوظة المرفقة بالجزئ بكمية الحركة $\vec{p}$. بالنسبة لجزئ متميز بعزم لف معدوم الكميات المحفوظة هى فقط كمية الحركة $\vec{p}$ و الطاقة الحركية $E = \vec{p}^2/2m$. اذن الحل يكتب على الشكل

$$\log f_0(\vec{p}) = -A(\vec{p} - \vec{p}_0)^2 + \log C \Rightarrow f_0(\vec{p}) = C\exp\big(-A(\vec{p} - \vec{p}_0)^2\big). \tag{51.13}$$

الثوابت A و C و $\vec{p}_0$ تعين كما يلى. من شرط التنظيم نكتشف ان A يجب ان يكون موجب و أن C يعطى ب

$$n = \int d^3p f_0(\vec{p}) \Rightarrow C = (\frac{A}{\pi})^{3/2} n. \tag{52.13}$$

نحسب القيمة المتوسطة لكمية الحركة لنجد

$$\langle \vec{p} \rangle = \frac{1}{n}\int d^3p \vec{p} f_0(\vec{p}) = \vec{p}_0. \tag{53.13}$$

لكن الغاز ليس له اى حركة انسحابية و منه نستنتج ان $\vec{p}_0 = 0$. بنفس الطريقة نحسب القيمة المتوسطة للطاقة لنجد

$$\langle E \rangle = \frac{1}{n}\int d^3p \frac{\vec{p}^2}{2m} f_0(\vec{p}) = \frac{3}{4Am} \equiv \epsilon \Rightarrow A = \frac{3}{4m\epsilon} \Rightarrow C = (\frac{3}{4\pi m\epsilon})^{3/2} n. \tag{54.13}$$

حتى نحسب معادلة حالة الغاز نحسب الضغط الذى يساوى القوة فى وحدة الزمن. نعتبر اسطوانة لامتناهية فى الصغر مساحة قاعدتها dA و طولها dl و محورها هو المحور Oz. الجزيئات التى يمكن ان تصطدم بالقاعدة العليا خلال زمن dt هى فقط الجزيئات التى لها سرعة فى الاتجاه Oz موجبة أى $v_z > 0$ و التى تكون محتواة داخل الحجم $dl.dA = v_z dt.dA$. اذن عدد الجزيئات التى سوف تصطدم بالقاعدة العليا خلال زمن dt يساوى

$$v_z dt dA d^3p f_0(\vec{p}) \ , \ v_z > 0. \tag{55.13}$$

من قانون انحفاظ كمية الحركة فان كل جزئ يعطى كمية حركة تساوى $2p_z$ فى الاتجاه Oz للقاعدة العليا اعلاه. اذن كمية الحركة الكلية التى يعطيها الغاز خلال زمن dt للقاعدة العليا تساوى

$$(2p_z) v_z dt dA d^3p f_0(\vec{p}) \ , \ v_z > 0. \tag{56.13}$$

من هذه العبارة نستنتج مباشرة عبارة الضغط التالية

$$P = \int_{p_z > 0} (2p_z) v_z d^3p f_0(\vec{p}) = \frac{2}{3} n\epsilon. \tag{57.13}$$

نحصل اذن على معادلة الحالة

$$PV = \frac{2}{3}N\epsilon. \tag{58.13}$$

من الناحية التجريبية نعرف درجة الحرارة ب $PV = NkT$ و بالتالى فاننا نستنتج ان متوسط الطاقة يعطى ب

$$\epsilon = \frac{3}{2}kT. \tag{59.13}$$

الطاقة الداخلية, المبدأ الاول للترموديناميك و السعة الحرارية تعطى مباشرة ب

$$U = N\epsilon = \frac{3}{2}NkT. \tag{60.13}$$

$$dQ = dU + PdV. \tag{61.13}$$

$$C_v = \frac{3}{2}Nk. \tag{62.13}$$

أما المبدأ الثانى للترموديناميك فيستخرج من المبرهنة H كالتالى. نحسب الدالة H عند التوازن كما يلى

$$H_0 = \int d^3p f_0(\vec{p}) \log f_0(\vec{p}) = n \log \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}} - \frac{3}{2}n. \tag{63.13}$$

بالتعويض بمعادلة الحالة نكتب H_0 على الشكل

$$-kVH_0 = \frac{3}{2}Nk\log\big(PV^{5/3}\big) + \text{constant}. \tag{64.13}$$

الطرف الايمن هو بالضبط انتروبى الغاز المثالى و منه نستنتج ان الانتروبى يعطى بدلالة الدالة H_0 بالعلاقة

$$S = -kVH_0. \tag{65.13}$$

من العلاقتين الاخيرتين و من المبدأ الاول نستخلص المبدأ الثانى للترموديناميك اى

$$dS = \frac{dQ}{T}. \tag{66.13}$$

النتيجة النهائية اذن هى ان دالة كثافة الاحتمال عند التوازن f_0 لغاز مميع لا يخضع لقوى خارجية تعطى بالتوزيع الشهير المعروف باسم توزيع بولتزمان-ماكسويل المعرف ب

$$f_0(\vec{p}) = \frac{n}{(2\pi mkT)^{3/2}} \exp\big(-(\vec{p} - \vec{p}_0)^2/2mkT\big). \tag{67.13}$$

5.13 تمارين

تمرين 1: برهن العلاقات التالية:

$$n=\int d^3pf_0(\vec{p})\Rightarrow C=(\frac{A}{\pi})^{3/2}n. \tag{68.13}$$

$$\langle\vec{p}\rangle=\frac{1}{n}\int d^3p\vec{p}f_0(\vec{p})=\vec{p}_0. \tag{69.13}$$

$$\langle E\rangle=\frac{1}{n}\int d^3p\frac{\vec{p}^2}{2m}f_0(\vec{p})=\frac{3}{4Am}\equiv\epsilon\Rightarrow A=\frac{3}{4m\epsilon}\Rightarrow C=(\frac{3}{4\pi m\epsilon})^{3/2}n. \tag{70.13}$$

$$P=\int_{p_z>0}(2p_z)v_zd^3pf_0(\vec{p})=\frac{2}{3}n\epsilon. \tag{71.13}$$

$$\epsilon=\frac{3}{2}kT. \tag{72.13}$$

تمرين 2: اشتق المبدأ الاول و المبدأ الثانى للترموديناميك من النظرية الحركية للغاز المميع. تحتاج ان تبرهن على العلاقتين التاليتين

$$C_v=\frac{3}{2}Nk. \tag{73.13}$$

$$S=-kVH_0. \tag{74.13}$$

تمرين 3: نعتبر قوة مشتقة من كمون

$$\vec{F}=-\vec{\nabla}\phi(\vec{r}). \tag{75.13}$$

بين انه فى هذه الحالة فان دالة كثافة الاحتمال عند التوازن تعطى بالعلاقة

$$f(\vec{r},\vec{p})=f_0(\vec{p})\exp(-\Phi(\vec{r})/kT). \tag{76.13}$$

تحقق مثلا من معادلة بولتزمان فى الشكل المختزل

$$(\frac{\vec{p}}{m}\vec{\nabla}_r+\vec{F}.\vec{\nabla}_p)f(\vec{r},\vec{p})=0. \tag{77.13}$$

تمرين 4: بين أن السرعة الاكثر احتمالا most probable speed و التى تعرف انها السرعة عند النقطة الاعظمية ل $4\pi p^2f_0(\vec{p})$ تعطى ب

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}. \tag{78.13}$$

باب 14

مدخل الي الميكانيك الاحصائي الكلاسيكي: المجموعة الميكروقانونية

1.14 الحالات الميكروسكوبية

نحدد علي المستوي الماكروسكوبي حالة جملة ترموديناميكية عن طريق اعطاء قيم محددة لكل المتغيرات الترموديناميكية المستقلة خطيا و هذا ما يحدد الحالة الماكروسكوبية [1] للجملة. هذه الحالة الماكروسكوبية الواحدة تقابل عدد هائل من الحالات الميكروسكوبية [2] للجملة التي يتم في كل واحدة منها تحديد حالة كل المكونات الجزئية او الذرية اوالنووية لهذه الجملة باستعمال درجات الحرية المعروفة باسم الاعداد الكمية, اي باستعمال الميكانيك الكمي, رغم انه في بعض الاحيان القليلة تكون درجات الحرية الكلاسيكية كافية.

لان عدد المكونات الذرية كبير جدا فان استعمال التقنيات الاحصائية لدراسة الحالات الميكروسكوبية امر لابد منه و ايضا يمكن ان نري تقريبا بوضوح لماذا يمكن لعدد كبير من الحالات الميكروسكوبية ان يقابل حالة ماكروسكوبية واحدة. مثلا فان عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E)$ التي تقابل الحالة الماكروسكوبية التي تكون فيها طاقة الجملة تساوي E, بافتراض ان هناك n درجة حرية في الجملة, يعطي بالعلاقة التقريبية

$$\Omega(E) \sim E^n. \tag{1.14}$$

من اجل جملة مشكلة من N جسيم سلمي حر داخل علبة مكعبة فان $n = 3N$.

عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E)$ يتعلق ايضا و بقوة علي طبيعة الجسيمات المكونة للجملة هل هي متطابقة ام لا و ايضا علي سبين هذه الجسيمات هل هو عدد صحيح (بوزونات) او عدد نصف صحيح (فرميونات), و هذا العدد يلعب دور مهم جدا كما سنري في الميكانيك الاحصائي, كما ان حسابه هو عملية ليست بالبسيطة عموما.

2.14 مثال: نموذج ايزينغ - المشاء العشوائي

نموذج ايزينغ [3] في بعد واحد يتشكل من N ذرة ذات سبين $1/2$ علي شبكة خطية. في غياب حقل مغناطيسي خارجي فان احتمال ان تكون المركبة S_3 للسبين مساوية ل $+1/2$ و $-1/2$ هو $p = 1/2$ و $q = 1/2$ علي التوالي. عدد الحالات الميكروسكوبية الكلي للجملة هو

$$\Omega(N) \sim 2^N. \tag{2.14}$$

اذا كان n_1 هو عدد الذرات التي سبينها علوي و n_2 هو عدد الذرات التي سبينها سفلي فان مركبة السبين الكلية هي

$$S_3 = \sum_{i=1}^{N} S_{3,i} = \frac{1}{2}(n_1 - n_2) = \frac{1}{2}(2n_1 - N). \tag{3.14}$$

---

[1] macrostate.

[2] microstates.

[3] Ising model.

مركبة السبين الكلية هذه تلعب نفس دور الانتقال $x = (n_1 - n_2)l$ في مسألة المشاء العشوائي كما سنري لاحقا. الحالة الماكروسكوبية للجملة محددة في هذه الحالة بقيمة S_3. عبارة n_1 بدلالة S_3 تعطي ب

$$n_1 = \frac{2S_3 + N}{2}. \tag{4.14}$$

عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها سبين S_3 يساوي الي عدد الطرق التي يمكننا فيها اختيار n_1 سبين من بين ال N سبين. هذا العدد يعطي بعدد التبديلات الكلي $N!$ مقسوم علي جداء عددي التبديلات الجزئيين $n_1!$ و $n_2!$ لان الترتيب بين السبينات العلوية او السفلية فيما بينها غير مهم. اذن

$$\Omega(n_1, N) = C^N_{n_1} = \frac{N!}{n_1!n_2!} = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}. \tag{5.14}$$

هذا هو عدد الحالات الميكروسكوبية التي تحتوي علي n_1 سبين علوي و n_2 سبين سفلي. احتمال كل واحدة من هذه الحالات هو بالضبط $p^{n_1}q^{n_2}$ لان p هو احتمال ان يكون السبين علوي و q هو احتمال ان يكون السبين سفلي. اذن احتمال ان نحصل علي n_1 سبين علوي من بين ال N سبين هو

$$W_N(n_1) = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}p^{n_1}q^{N-n_1}. \tag{6.14}$$

هذا هو توزيع الاحتمال ثنائي الحد. هذه التسمية راجعة الي الخاصية

$$\sum_{n_1=0}^{N} W_N(n_1) = (p+q)^N = 1. \tag{7.14}$$

نلاحظ ان

$$\Omega(n_1, N) = \Omega(N)W_N(n_1). \tag{8.14}$$

النتائج اعلاه تطبق ايضا و بالكامل علي مسألة المشاء العشوائي في بعد واحد. نعتبر جسيم يتحرك علي خط مستقيم انطلاقا من $x = 0$ اما الي اليمين خطوة واحدة تساوي $+a$ باحتمال p او الي اليسار خطوة واحدة تساوي $-a$ باحتمال q. بعد N خطوة موضع المشاء هو $x = ma$ حيث $m = n_1 - n_2$ و $N = n_1 + n_2$. من الواضح ان $-N \leq m \leq +N$ وان m زوجي اذا كان N زوجي و العكس. الحالة الماكروسكوبية تقابل m ثابت اما الحالة الميكروسكوبية فتقابل اعطاء الخطوة الاولي: يمين او يسار, الخطوة الثانية: يمين او يسار وهكذا الي غاية اخر خطوة. عدد الحالات الميكروسكوبية التي فيها n_1 خطوة الي اليمين و n_2 جطوة الي اليسار هو $\Omega(n_1, N)$ و احتمال ان يقوم المشاء ب n_1 خطوة الي اليمين و n_2 خطوة الي اليسار هو $W_N(n_1)$.

نحسب الان القيمة المتوسطة $< n_1 >$, التشتت او التفاوت [4] في المتوسط $< \Delta n_1^2 >$ و الانحراف المعياري σ_{n_1}. لدينا

$$\begin{aligned} < n_1 > &= \sum_{n_1} W_N(n_1) n_1 \\ &= \sum_{n_1} \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}p^{n_1}q^{N-n_1}n_1 \\ &= p\frac{\partial}{\partial p}\sum_{n_1}\frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}p^{n_1}q^{N-n_1} \\ &= p\frac{\partial}{\partial p}(p+q)^N \\ &= Np. \end{aligned} \tag{9.14}$$

[4] dispersion or variance.

مباشرة نستنتج ايضا القيم المتوسطة التالية

$$< n_2 > \;=\; Nq. \qquad (10.14)$$

$$< x > \;=\; N(p-q)a \;,\; < S_3 >= N(p-q)\frac{1}{2}. \qquad (11.14)$$

التشتت او التفاوت معرف ب

$$\begin{aligned} < \Delta n_1^2 > &= < (n_1 - < n_1 >)^2 > \\ &= < n_1^2 > - < n_1 >^2 . \end{aligned} \qquad (12.14)$$

التشتت يقيس مربع عرض توزيع الاحتمال الذي تخضع له قيم المتغير n_1 اي $W_N(n_1)$. اذن $\sqrt{< \Delta n_1^2 >}$ يقيس مدي تشتت فيم المتغير n_1 حول القيمة المتوسطة. الانحراف المعياري هو بالضبط هذا الجذر التربيعي للتشتت اي

$$\sigma_{n_1} = \sqrt{< \Delta n_1^2 >}. \qquad (13.14)$$

نحسب

$$\begin{aligned} < n_1^2 > &= (p\frac{\partial}{\partial p})^2 \sum_{n_1} \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!} p^{n_1} q^{N-n_1} \\ &= Np(Np+q). \end{aligned} \qquad (14.14)$$

اذن

$$\sigma_{n_1}^2 \;=\; Npq. \qquad (15.14)$$

العرض النسبي لتوزيع الاحتمال $W_N(n_1)$ يعطي اذن ب

$$\frac{\sigma_{n_1}}{< n_1 >} \;=\; \frac{\sqrt{Npq}}{Np} = \sqrt{\frac{q}{p}}\frac{1}{\sqrt{N}}. \qquad (16.14)$$

اذن العرض النسبي يقترب من الصفر مثل $1/\sqrt{N}$. اي ان القيمة المتوسطة هي القيمة الاكثر احتمالا. يمكن رؤية هذا الامر بسهولة اكثر في النهاية $N \longrightarrow \infty$ التي يصبح فيها توزيع الاحتمال ثنائي الحدين توزيع غوس للاحتمال. يمكن ان نحسب ايضا التشتتات

$$\sigma_x^2 \;=\; 4Npqa^2 \;,\; \sigma_{S_3}^2 = Npq. \qquad (17.14)$$

3.14 انتروبي المعلومات و مسلمات الميكانيك الاحصائي

انتروبي المعلومات: هو انتروبي يقيس كمية المعلومات غير المتوفرة لنا او الناقصة عن حالة جملة احتمالية.
نأخذ كمثال ملموس جملة مشكلة من N علبة و كرة واحدة. الكرة تعبر عن جسيم مثلا و العلب تمثل الحالات التي يمكن ان يتواجد فيها الجسيم. نفترض ان الكرة موجودة بالضرورة في احدي العلب. يمكن ان يكون صحيحا احد الامرين:

- كل العلب متساوية الاحتمال [5]. اي ان احتمال وجود الكرة في احدي العلب هو $1/N$.
- العلبة التي توجد بداخلها الكرة عليها علامة تدل علي وجود الكرة بداخلها.

[5] equiprobable.

من الواضح جدا انه لدينا معلومات اكثر حول حالة الجملة في الحالة الثانية. اما في الحالة الاولي فان قصورنا عن معرفة يقينية بالعلبة التي توجد فيها الكرة من بين ال N امكانية يعكس نقص معلوماتنا عن الجملة. انتروبي المعلومات I هو دالة ارتياب تقيس بالضبط كمية المعلومات الناقصة عن الجملة. هذا الانتروبي يجب ان يحقق الاتي:

1. اولا: I يجب ان يكون دالة في N اي

$$I = I(N). \tag{18.14}$$

2. ثانيا: اذا زاد عدد العلب فان الارتياب I يزداد لان كمية المعلومات الناقصة عن الجملة يزداد. بعبارة اخري فان كمية المعلومات المعروفة عن الجملة تتناقص. اذن

$$I(M) > I(N)\ ,\ \ M > N. \tag{19.14}$$

3. ثالثا: اذا كانت هناك علبة واحدة فاننا نعرف كل شيء عن الجملة. اي ان كمية المعلومات الناقصة تساوي صفر في هذه الحالة اي

$$I(1) = 0. \tag{20.14}$$

4. رابعا: اذا قسمنا كل علبة الي M خانة متساوية الاحتمال فانه في الاجمال يكون لدينا NM حجرة متساوية الاحتمال. في هذه الحالة كمية المعلومات الناقصة عن الجملة تعطي ب $I(NM)$.

من ناحية اخري كان بالامكان ان نجد العلبة ثم الخانة التي بها الكرة. كما قلنا سابقا فان كمية المعلومات الناقصة عند محاولتنا معرفة العلبة التي بها الكرة هي $I(N)$. بالمثل فان كمية المعلومات الناقصة عند محاولتنا معرفة الخانة التي بها الكرة يجب ان يكون $I(M)$. اذا افترضنا ان كمية المعلومات هي مقدار اضافي [6] فان كمية المعلومات الناقصة الكلية هو المجموع $I(N) + I(M)$. كون كمية المعلومات هي مقدار اضافي يعني انه اذا عرفت المعلومات الخاصة بجملة شيئا فشيئا بدون تكرار فان كمية المعلومات الاجمالية تساوي الي مجموع كميات المعلومات المحصل عليها في كل مرحلة. في هذا المثال عرفنا في المرحلة الاولي ان كمية المعلومات الناقصة هي $I(N)$ ثم عرفنا ان كمية المعلومات الناقصة في المرحلة الثانية هي $I(M)$. بالتالي فان كمية المعلومات الناقصة الكلية هي المجموع $I(N) + I(M)$.

اذن من جهة وجدنا ان كمية المعلومات الناقصة هي $I(NM)$ و من الجهة الاخري وجدنا ان كمية المعلومات الناقصة هي $I(N) + I(M)$. نستنتج مباشرة ان

$$I(NM) = I(N) + I(M). \tag{21.14}$$

من المعادلات الاربعة اعلاه يمكننا ان نستنتج ان انتروبي المعلومات يجب ان يعطي بالعلاقة

$$I(N) = C \ln N. \tag{22.14}$$

اذا اخذنا $C = k$, حيث k هو ثابت بولتزمان, فان انتروبي المعلومات I يصبح بالضبط, كما سنبين لاحقا, الانتروبي الاحصائي S حيث N هو عدد الحالات الميكروسكوبية التي يمكن ان تكون فيها الجملة.

حساب عدد الحالات الميكروسكوبية- توزيع N جسم مختلف علي r علبة مختلفة : في المثال اعلاه افترضنا ان كل العلب متساوية الاحتمال. لنفترض الان ان العلب غير متساوية الاحتمال. ليكن P_i احتمال ان تحتل الكرة العلبة $1 \leq i \leq N$. لدينا

$$P_i \geq 0\ ,\ \ \sum_{i=1}^{N} P_i = 1. \tag{23.14}$$

تعرف الاحتمالات P_i في المجموعة التالية. نعتبر انه لدينا N جملة متطابقة حيث كل جملة هي عبارة عن كرة موضوعة في علبة من بين N علبة. لتكن N_i عدد الجمل التي تكون فيها الكرة في العلبة i. من الواضح انه لما $N \longrightarrow \infty$ لدينا

$$P_i = \frac{N_i}{N}. \tag{24.14}$$

[6] additive.

اي $N_i = NP_i$ هو عدد الجمل التي تكون فيها الكرة في العلبة i. لدينا

$$\sum_{i=1}^{N} N_i = \sum_{i=1}^{N} NP_i = N. \tag{25.14}$$

علينا تحديد عدد الحالات الميكروسكوبية المختلفة التي تحقق الشروط الماكروسكوبية $N =$ ثابت و $N_i =$ ثابتة . هذه المسألة مكافئة لمسألة توزيع N جسم مختلف, هنا ال N جملة المعتبرة اعلاه, علي $N = r$ علبة مختلفة, هنا العلبة تقابل مجموعة الجمل التي فيها الكرة في نفس الوضعية, من دون ان يكون للترتيب داخل العلبة اية اهمية.

اولا لدينا $N!$ تبديلة مختلفة لل N جملة. لكن $N_i = NP_i$ جملة فيها الكرة في العلبة i و بالتالي فهي جمل متطابقة اي ليس للترتيب اي اهمية . اذن ال $N_i!$ تبديلة لهذه الجمل تؤدي كلها الي نفس الحالة الميكروسكوبية. عدد الحالات الميكروسكوبية هو اذن

$$\mathcal{N} = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{r} N_i!}. \tag{26.14}$$

كل هذه الحالات هي متساوية الاحتمال و بالتالي كمية المعلومات الناقصة عن مجموع ال N جملة هي

$$I_N = k \ln \frac{N!}{\prod_{i=1}^{N} (NP_i)!} = k\bigg(\ln N! - \sum_{i=1}^{N} \ln(NP_i)!\bigg). \tag{27.14}$$

نستعمل علاقة ستيرلينغ [7]

$$\ln n! = n \ln n - n \ , \ n \longrightarrow \infty. \tag{28.14}$$

نحصل علي

$$\begin{aligned} I_N &= k\bigg(N \ln N - N - \sum_{i=1}^{N} NP_i \ln NP_i + \sum_{i=1}^{N} NP_i\bigg) \\ &= -kN \sum_{i=1}^{N} P_i \ln P_i. \end{aligned} \tag{29.14}$$

لان كل جملة من ال N جملة هي متساوية الاحتمال فان كمية المعلومات الناقصة لكل جملة هي I_N/N اي

$$I = -k \sum_{i=1}^{N} P_i \ln P_i. \tag{30.14}$$

التوازن الاحصائي و الانتروبي الاحصائي: التوازن الاحصائي يوافق الحالة اين تكون جميع الحالات الميكروسكوبية متساوية الاحتمال. في هذه الحالة

$$P_i = \frac{1}{\Omega(E)}, \tag{31.14}$$

حيث $\Omega(E)$ هو عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة E. نحصل اذن من اجل جملة معزولة متوازنة احصائيا علي انتروبي معلومات I مساو للانتروبي الاحصائي S المعرف, كما سنبين لاحقا, ب

$$S = k \ln \Omega(E). \tag{32.14}$$

سنبين ايضا لاحقا ان الانتروبي الاحصائي هو نفسه الانتروبي الترموديناميكي الذي عرفناه في الفصل السابق. لان الانتروبي الاحصائي لا يعرف الا في حالة التوازن فان انتروبي المعلومات هو اذن تعميم للانتروبي الاحصائي للوضعيات الخارجة عن التوازن.

[7] Stirling.

المسلمة الاولي للميكانيك الاحصائي : استخدمنا في الفقرة السابقة, بدون ان نذكر ذلك صراحة, المسلمة الاولي للميكانيك الاحصائي التي ناقشها الان.

النص: من اجل جملة معزولة في حالة توازن احصائي فان كل الحالات الميكروسكوبية المسموح بها هي متساوية الاحتمال.

اذن اذا كان $\Omega(E)$ هو عدد الحالات الميكروسكوبية التي تحقق الشرط الماكروسكوبي $E =$ ثابت حيث E هي طاقة الجملة فان احتمال ان تكون الجملة في احدي هذه الحالات الميكروسكوبية هو $1/\Omega(E)$. هذا منطقي جدا لان مع معرفتنا لطاقة الجملة فقط لا يوجد اي سبب مسبق يجعلنا نفضل حالة ميكروسكوبية ما علي اخري. اذا لم يتحقق هذا الامر فان الجملة ليست في حالة توازن و سوف تتطور في الزمن الي ان تبلغ التوازن.

يمكن صياغة هذه المسلمة بدلالة كمية المعلومات الناقصة او انتروبي المعلومات I كالتالي. نعتبر جملة معزولة و ليكن P_i احتمال احتلال الحالة الميكروسكوبية i. انتروبي المعلومات لهذه الجملة معرف ب

$$I = -k\sum_i P_i \ln P_i. \tag{33.14}$$

الاحتمالات P_i تحقق الشرط

$$\sum_i P_i = 1. \tag{34.14}$$

نريد ايجاد القيمة العظمي ل I مع شرط انحفاظ الاحتمال اعلاه. من اجل اجراء هذه العملية نستخدم طريقة مضروبات لاغرانج. نعرف الدالة F ب

$$\begin{aligned} F &= I - \lambda(\sum_i P_i - 1) \\ &= -k\sum_i P_i \ln P_i - \lambda(\sum_i P_i - 1). \end{aligned} \tag{35.14}$$

المتغير λ هو بالضبط مضروب لاغرانج. شرط القيم القصوي, اصغرية او اعظمية, بالنسبة للمتغير P_i يعطي كالعادة ب

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial P_i} &= \frac{\partial I}{\partial P_i} - \lambda \\ &= -k\ln P_i - k - \lambda \\ &= 0 \Rightarrow P_i = \exp(-1-\lambda). \end{aligned} \tag{36.14}$$

باستخدام الان قانون انحفاظ الاحتمال نحصل علي قيمة مضروب لاغرانج

$$\exp(1+\lambda) = \Omega(E). \tag{37.14}$$

اي ان

$$P_i = \exp(-1-\lambda) = \frac{1}{\Omega(E)}. \tag{38.14}$$

نحصل اذن علي توزيع الاحتمال الخاص بالتوازن: كل الحالات الميكروسكوبية متساوية الاحتمال. نلاحظ ايضا ان

$$\frac{\partial^2 F}{\partial P_i^2} = \frac{\partial^2 I}{\partial P_i^2} < 0. \tag{39.14}$$

اي عند التوازن فان انتروبي المعلومات اعظمي وبالتالي فان كمية المعلومات المتوفرة عن الجملة اصغرية. نقول ان الفوضي او اللاانظام اعظمي و ان الانتروبي هو مقياس الفوضي.

المسلمة الثانية للميكانيك الاحصائي- الفرضية الارجودية : استخدمنا ايضا في الفقرة السابقة, و ايضا بدون ان نذكر ذلك صراحة, المسلمة الثانية للميكانيك الاحصائي التي تعرف ايضا تحت مسمي الفرضية الارجودية [8] و التي نتناولها الان بالنقاش .

الحالة الميكروسكوبية التي نتواجد فيها الجملة في اي لحظة زمنية تتغير مع تطور الجملة في الزمن بسبب التفاعلات التي تخضع لها الجملة. اذا لاحظنا الجملة لزمن غير منته فان الزمن الذي تقضيه الجملة في كل حالة ميكروسكوبية هو نفسه بالنسبة لكل الحالات و هو مقتضي المسلمة الاولي اعلاه.

عوض اعتبار جملة واحدة و تتبع تطورها خلال الزمن و هو امر قد يكون صعبا لاسباب واضحة فاننا نعتبر مجموعة من الجمل المتطابقة في لحظة معينة. تشكل هذه المجموعة بحيث ان احتمال الحصول علي احد هذه الجمل المتطابقة في حالة ميكروسكوبية معينة هو نفسه مهما كانت الحالة الميكروسكوبية. اذا كانت المجموعة مشكلة من $N \longrightarrow \infty$ جملة متطابقة فان $N/\Omega(E)$ هو عدد الجمل في اي حالة ميكروسكوبية لان احتمال الحصول علي اي حالة ميكروسكوبية هو نفسه معطي ب $1/\Omega(E)$: الحالات متساوية الاحتمال. الفرضية الارجودية تنص علي الاتي.

النص: المتوسط في الزمن لمتغير ما يساوي متوسط هذا المتغير مأخوذ علي مجموعة من الجمل المتطابقة التي لها الخواص المذكورة اعلاه.

اذا كان $y=y(t)$ هو المتغير قيد الدراسة فان المتو سط في الزمن و المتوسط علي مجموعة مشكلة من N جملة متطابقة في اللحظة t يعطيان علي التوالي بالعلاقات التالية

$$< y >= \lim_{t'\longrightarrow\infty}\frac{1}{t'}\int_0^{t'} y(t')dt'. \quad (40.14)$$

$$< y >_t= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i(t). \quad (41.14)$$

حسب الفرضية الارجودية فانه يجب ان يكون لدينا

$$< y >=< y >_t . \quad (42.14)$$

4.14 المجموعة الميكروقانونية

تعريف : المسلمة الاولي للميكانيك الاحصائي التي تنص علي تساوي احتمال الحالات الميكروسكوبية تؤدي مباشرة الي ان اي جملة معزولة في حالة توازن ترموديناميكي يجب ان تنتمي الي مجموعة احصائية مميزة باحتمال ثابت. هذه المجموعة هي ما يعرف باسم المجموعة الميكروقانونية [9]. ان استعمال المجموعة الميكروقانونية في التطبيق معقد عموما و بالتالي فاننا نستعمل مكانها تقريبات مثل المجموعة القانونية و المجموعة القانونية الكبري.

من المعلوم ان طاقة جملة معزولة, و لتكن E_0 هذه الطاقة, ثابته بالضرورة. في العموم هناك دائما ارتياب في معرفة قيمة الطاقة معطي بالخطا $\delta E << E_0$. من الواضح ان هذا الارتياب راجع الي الاخطاء التجريبية و لكن ايضا هو راجع الي التأثيرات الفيزيائية الناجمة عن الميكانيك الكمي مثل مبدأ الارتياب لهايزنبرغ [10] الذي ينص في احد بنوده علي ان الارتياب في الطاقة متناسب عكسا مع المدة المحددة التي يجري فيها القياس علي الجملة. طاقة الجملة هي اذن في مجال بين E_0 و $E_0+\delta E$ اما الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة فهي التي لها طاقة E حيث

$$E_0 \leq E \leq E_0+\delta E\ ,\ \delta E << E_0. \quad (43.14)$$

كما فعلنا في السابق عوض اعتبار جملة واحدة و اتباع تطورها في الزمن نعتبر مجموعة من الجمل المتطابقة مع الجملة الاصلية من الناحية الماكروسكوبية لا يمكن التمييز بينها باجراء قياسات علي المقادير الماكروسكوبية. كل جملة من هذه المجموعة هي في حالة ميكروسكوبية تحقق الشرط اعلاه. نفترض التوازن الاحصائي و بالتالي كل الحالات الميكروسكوبية هي متساوية الاحتمال. هذه المجموعة الاحصائية تسمي المجموعة الميكروقانونية.

---

[8] ergodic hypothesis.

[9] microcanonical ensemble.

[10] Heisenberg uncertainty principle.

ليكن $\Omega(E)$ عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة بين E و $E+\delta E$. انتروبي الجملة يعطي بالمعادلة

$$S = k\ln\Omega(E). \tag{44.14}$$

ليكن $\Phi(E)$ عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة اقل او تساوي من E. من المعروف ان الطاقة في الميكانيك الكمي هي في العموم متغير متقطع لكن الفرق في الطاقة ΔE بين مستويين هو بحيث $E >> \delta E >> \Delta E$. يمكننا اذن ان نفترض و هو تقريب ممتاز ان E هو متغير مستمر و بالتالي فان $\Phi(E)$ هي دالة مستمرة. هذه الدالة تتزايد بسرعة شديدة مع E. يمكننا ايضا ان نعرف كثافة الحالات الميكروسكوبية اي عدد الحالات في و حدة الطاقة بالعلاقة

$$\rho(E) = \frac{d\Phi(E)}{dE}. \tag{45.14}$$

اي ان

$$\Phi(E) = \int_0^E dE^{'}\rho(E^{'}). \tag{46.14}$$

$\rho(E)$ مثل $\Omega(E)$ دالة تتزايد بشدة مع الطاقة. $\Phi(E)$ هي مساحة السطح تحت منحني الدالة $\rho(E^{'})$ بين المحور $E^{'}=0$ و المحور $E^{'}=E$. لان $E >> \delta E$ فان عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E)$ يساوي كثافة الحالات الميكروسكوبية $\rho(E)$ مضروبة في δE اي

$$\Omega(E) = \rho(E)\delta E. \tag{47.14}$$

ليكن n عدد درجات حرية الجملة و ϵ الطاقة المتوسطة من اجل درجة حرية واحدة. الطاقة E تعطي اذن بالعلاقة

$$E = n\epsilon. \tag{48.14}$$

لدينا اذن

$$S = k\bigg[\ln\rho(E)\epsilon + \ln\frac{\delta E}{\epsilon}\bigg]. \tag{49.14}$$

في العموم يتعلق عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E)$ بالطاقة E كالاتي

$$\Omega(E) \sim E^n. \tag{50.14}$$

اذن $\rho(E)$ يتصرف مثل E^n و بالتالي يتصرف الحد الاول في الانتروبي اعلاه مثل $n\ln E$, اما الحد الثاني فانه يتصرف مثل $\ln n$. اذن لان n كبير جدا فان الحد الاول في الانتروبي يهيمن بالكامل علي قيمة الانتروبي. نحصل اذن علي العلاقة

$$S = k\ln\rho(E). \tag{51.14}$$

اشتقاق الترموديناميك : في المجموعة الميكروقانونية كل جملة تحتوي علي N جسيم و لها حجم V و طاقة بين E و $E+\delta E$. اذا افترضنا ان الميكانيك الكلاسيكي قابل للتطبيق فان عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E)\delta E$ التي لها طاقة بين E و $E+\delta E$ هو متناسب مع الحجم الذي تحتله المجموعة الميكروقانونية في الفضاء الطوري اي

$$\Omega(E) \sim \Gamma(E) = \int_{E\leq H\leq E+\delta E} d^{3N}p d^{3N}q. \tag{52.14}$$

بالمقابل فان عدد الحالات الميكروسكوبية $\Phi(E)$ التي لها طاقة اقل او تساوي من E متناسب مع الحجم في الفضاء الطوري المحتوي داخل سطح الطاقة ذو الطاقة E اي

$$\Phi(E) \sim \Sigma(E) = \int_{H\leq E} d^{3N}p d^{3N}q. \tag{53.14}$$

من الواضح ان

$$\Gamma(E) = \Sigma(E + \delta E) - \Sigma(E). \quad (54.14)$$

من اجل $\delta E \longrightarrow 0$ نحصل علي $\Gamma(E) = \delta E \rho(E)$ حيث نعرف الان كثافة الحالات $\rho(E)$ بالعلاقة

$$\rho(E) = \frac{\partial \Sigma(E)}{\partial E}. \quad (55.14)$$

كما بينا اعلاه يمكن ان نعرف الانتروبي باحدي العلاقات

$$S = k \ln \Gamma(E). \quad (56.14)$$

$$S = k \ln \rho(E). \quad (57.14)$$

هذا التعريف للانتروبي الاحصائي يؤدي, كما سنبين في التمرينات, الي الانتروبي الترموديناميكي بكل خواصه المعروفة مثل الخاصية التمديدية و المبدأ الثاني للترموديناميك.

يمكننا الان اشتقاق كل الترموديناميك انطلاقا من المجموعة الميكرقانونية باستعمال هذا التعريف للانتروبي كالاتي. نحتاج اولا الي تعريف التحويلات الترموديناميكية شبه الساكنة في هذا الاطار. هذه التحويلات تقابل هنا التغيرات البطيئة جدا في الطاقة و الحجم الناجمة عن تفاعلات الجملة مع الوسط الخارجي. خلال هذه التحويلات فان المجموعة الميكروقانونية تمثل بمجموعة من النقاط موزعة بانتظام (مسلمة تساوي الاحتمال) في حجم يتحرك ببطء شديد في الفضاء الطوري حيث في كل لحظة لدينا مجموعة ميكروقانونية. التغير المتناه في الصغر في الانتروبي خلال هذه التحويلات الترموديناميكية يعطي ب

$$dS(E,V) = (\frac{\partial S}{\partial E})_V dE + (\frac{\partial S}{\partial V})_E dE. \quad (58.14)$$

نعرف درجة الحرارة و الضغط بالعلاقات

$$(\frac{\partial S}{\partial E})_V = \frac{1}{T} \ , \ (\frac{\partial S}{\partial V})_E = \frac{P}{T}. \quad (59.14)$$

نحصل مباشرة علي المبدأ الاول للترموديناميك

$$dE = -PdV + TdS. \quad (60.14)$$

اذن للحصول علي الترموديناميك انطلاقا من المجموعة الميكروقانونية نتبع الخطوات التالية:

- احسب كثافة الحالات $\rho(E)$ انطلاقا من الهاميلتونية.
- احسب الانتروبي باستعمال العلاقة

$$S = k \ln \rho(E). \quad (61.14)$$

- اقلب الدالة $S = S(E,V)$ من اجل حساب E بدلالة S و V. النتيجة هي بالضبط الطاقة الداخلية اي

$$U = E(S,V). \quad (62.14)$$

- احسب باقي المقادير الترموديامية باستعمال العلاقات

$$T = (\frac{\partial U}{\partial S})_V. \quad (63.14)$$

$$P = -(\frac{\partial U}{\partial V})_S. \quad (64.14)$$

$$F = U - TS. \quad (65.14)$$

$$G = U + PV - TS. \quad (66.14)$$

$$C_v = (\frac{\partial U}{\partial T})_S. \quad (67.14)$$

5.14 التوازن الترموديناميكي

كل جملة معزولة تتطور في الزمن الي ان تبلغ حالة توازنها اين تصبح الحالات الميكروسكوبية متساوية الاحتمال و يصبح الانتروبي- انتروبي المعلومات- اعظمي. هذا هو ما ينص عليه المبدأ الثاني للترموديناميك في حالته الميكروسكوبية. الانتروبي الاحصائي الذي هو مقياس اللانظام في الجملة هو متناسب مع لوغاريتم عدد الحالات الميكروسكوبية. اذن اللانظام يصبح اعظمي عند التوازن و المقصود به ان عدد الحالات المسموح بها للجملة يصبح اعظمي عند التوازن.

عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها لجملة ماكروسكوبية هو في العموم دالة في الطاقة و ايضا في الحجم و في عدد الجسيمات اي

$$\Omega = \Omega(E, V, N). \quad (68.14)$$

بالتالي

$$S = S(E, V, N). \quad (69.14)$$

نعتبر جملتين ماكروسكوبيتين 1 و 2. المتغيرات الترموديناميكية هي E_1, V_1, N_1 بالنسبة للجملة 1 و E_2, V_2, N_2 بالنسبة للجملة 2. الجملة الكلية $2+1$ هي جملة معزولة بجدران ادياباتيكية لها طاقة E_0, حجم V_0 و عدد جسيمات N_0 كلها متغيرات ثابتة. ليكن $\Omega_T(E_0, V_0, N_0)$ عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة $2+1$ بدون اي شروط قسرية علي الجملتين 1 و 2 اي اننا نأخذ بعين الاعتبار كل التمثيلات الممكنة للجملتين 1 و 2.

التوازن الحراري: نفترض اولا ان الجملتين 1 و 2 مفصولتين بجدار دياتارم ثابت و غير نفاذ للجسيمات [11] . اذن N_1, N_2, V_1, V_2 تبقي ثابتة لكن هناك تبادل للحرارة بين الجملتين 1 و 2. نفترض ان طاقة التفاعل بين الجملتين 1 و 2 هي مهملة بالمقارنة مع الطاقات الداخلية E_1 و E_2. اذن مبدأ انحفاظ الطاقة يعطي مباشرة $E_0 = E_1 + E_2$. ايضا نستنتج مباشرة ان عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة الكلية هو

$$\Omega(E_0, E_1) = \Omega_1(E_1)\Omega_2(E_2) = \Omega(E_1)\Omega_2(E_0 - E_1). \quad (70.14)$$

الجداء راجع الي ان كل حالة ميكروسكوبية لاي من الجملتين 1 او 2 يمكن ان يرفق بكل الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة الاخري. عدد الحالات الميكروسكوبية الكلي المسموح بها للجملة الكلية هو

$$\Omega_T(E_0) = \sum_{E_1} \Omega(E_0, E_1). \quad (71.14)$$

اذن الاحتمال $P(E_1)$ حتي تكون طاقة الجملة 1 تساوي E_1 هو

$$P(E_1) = \frac{\Omega(E_0, E_1)}{\Omega_T(E_0)}. \quad (72.14)$$

الانتروبي المرفق بعدد الحالات $\Omega(E_0, E_1)$ هو

$$\begin{aligned} S(E_0, E_1) &= k \ln \Omega_T(E_0) \\ &= S_1(E_1) + S_2(E_0 - E_1). \end{aligned} \quad (73.14)$$

اذن الانتروبي هو مقدار تمددي كما يجب و كما ينص عليه الترموديناميك. الجملتان 1 و 2 تتبادلان الحرارة عبر الجدار الدياتارم الي غاية ان يحصل توازن حراري اي لما يصبح $\Omega(E_0, E_1)$ او $S(E_0, E_1)$ اعظمي او لما يكون الاحتمال $P(E_1)$ اعظمي. لدينا

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dE_1} &= \frac{dS_1}{dE_1} + \frac{dS_2}{dE_2}\frac{dE_2}{dE_1} \\ &= \frac{dS_1}{dE_1} - \frac{dS_2}{dE_2} \\ &= 0 \Rightarrow \frac{dS_1}{dE_1} = \frac{dS_2}{dE_2}. \end{aligned} \quad (74.14)$$

[11] impermeable.

يمكن ان نبين ان هذه القيمة القصوي هي قيمة اعظمية باستعمال ايجابية السعة الحرارية. نعرف درجة الحرارة المطلقة ب $1/T = dS/dE$. بصفة عامة

$$(\frac{\partial S}{\partial E})_{V,N} = \frac{1}{T}. \quad (75.14)$$

اذن عند التوازن الحراري نحصل علي تساوي درجة حرارة الجملتين 1 و 2 اي

$$T_1 = T_2. \quad (76.14)$$

هذا هو المبدأ الصفر للترموديناميك.

عند تطور الجملة في الزمن فان عدد الحالات الميكروسكوبية يتغير من عدد ابتدائي Ω_i الي عدد نهائي Ω_f. اذا كان $\Omega_f > \Omega_i$ فان التحول غير عكسي و اذا كان $\Omega_f = \Omega_i$ فان التحول عكسي.

نعتبر تحويل شبه ساكن متناه في الصغر, اي ان الجملة الكلية تبقي دائما في حالة توازن احصائي مثلا خلال تحويل عكسي, حيث ايضا يبقي الحجم و عدد الجسيمات في كل جملة ثابتا. من الواضح انه خلال هذا التحويل لا يوجد عمل ميكانيكي و بالتالي فان $\Delta E_1 = Q_1$ حيث Q_1 هي كمية الحرارة المتبادلة. من الجهة الاخري فان درجة الحرارة T_1 تبقي ثابتة لان التحول متناه في الصغر. اذن

$$\Delta S_1 = \frac{\Delta E_1}{T_1} = \frac{Q_1}{T_1}. \quad (77.14)$$

حسب المبدأ الثاني للترموديناميك فانه خلال التحول الذي ادي الي التوازن الترموديناميكي فان الانتروبي الكلي لا يمكن الا ان يزداد لان الجملة معزولة اي

$$\frac{dS}{dt} > 0 \Rightarrow (\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2})\frac{dE_1}{dt} > 0. \quad (78.14)$$

اذا كان $T_2 > T_1$ فان $dE_1/dt > 0$ اي ان الحرارة تنتقل من الجملة 2 الي الجملة 1 اي من الساخن الي البارد.

التوازن الحراري الميكانيكي: نفترض الان ان الجملتين 1 و 2 مفصولتين بجدار دياتارم متحرك بدون احتكاك و غير نفاذ للجسيمات . اذن هناك تبادل للحرارة و ايضا للعمل الميكانيكي بين الجملتين 1 و 2. نفترض ان المقادير الاتية تبقي ثابتة خلال التبادلات التي تحدث بين الجملتين:

$$E_0 = E_1 + E_2\ ,\ V_0 = V_1 + V_2\ ,\ N_0 = N_1 + N_2. \quad (79.14)$$

ايضا لان الجدار غير نفاذ فان N_1 و N_2 ثابتين. القيمة القصوي للدالة $S(E_0, E_1, V_1, N_1)$ تحقق الشرطين

$$\frac{\partial S}{\partial E_1} = 0\ ,\ \frac{\partial S}{\partial V_1} = 0. \quad (80.14)$$

لكن

$$S(E_0, E_1, V_1, N_1) = S_1(E_1, V_1, N_1) + S_2(E_2, V_2, N_2). \quad (81.14)$$

بالمرور عبر نفس الخطوات من الفقرة السابقة نحصل مباشرة علي

$$(\frac{\partial S_1}{\partial E_1})_{V_1,N_1} = (\frac{\partial S_2}{\partial E_2})_{V_2,N_2} \Rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}. \quad (82.14)$$

$$(\frac{\partial S_1}{\partial V_1})_{E_1,N_1} = (\frac{\partial S_2}{\partial V_2})_{E_2,N_2} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}. \quad (83.14)$$

كما في السابق يمكن ان نبين ان هذه القيمة القصوي هي قيمة اعظمية. اذن التوازن الحراري الميكانيكي يعطي بتساوي درجة الحرارة و ضغط الجملتين 1 و 2 اي

$$T_1 = T_2\ ,\ P_1 = P_2. \quad (84.14)$$

الضغط: يمكن ان نعبر عن الضغط بدلالة الطاقة الداخلية كالاتي. ننطلق من $dE(S,V,N)=0$ اي من

$$(\frac{\partial E}{\partial S})_{V,N}\frac{dS}{dV}=-(\frac{\partial E}{\partial V})_{S,N}. \quad (85.14)$$

بالتالي

$$P=(\frac{\partial S}{\partial V})_{E,N}(\frac{\partial E}{\partial S})_{V,N}=-(\frac{\partial E}{\partial V})_{S,N}. \quad (86.14)$$

اذن المشتقة الجزئية للطاقة بالنسبة للحجم مع ثبات الانتروبي و عدد الجسيمات- تحول ادياباتيكي عكسي- هي تساوي ناقص الضغط. من المستحسن ان نري هذه النتيجة ايضا من خلال مثال.

نعتبر غاز مثالي داخل اسطوانة مغلقة بمكبس ذي سطح A. في اللحظة الابتدائية يكون الغاز في حالة ميكروسكوبية i ذات طاقة $E=\epsilon_i$. رأينا من خلال مثال العلبة المكعبة ان طاقة اي حالة ميكروسكوبية تتعلق بالحجم الذي يحتله الغاز اي ان $\epsilon_i=\epsilon_i(V)$. من اجل انتقال dx موجب للمكبس يزداد حجم الغاز بكمية dV. شروط الحركة هي بحيث ان التحويل الترموديناميكي هو تحويل اديباتيكي عكسي اي لا يوجد تبادل للحرارة و كل التبادلات الطاقوية تكون علي شكل عمل ميكانيكي. الجملة اذن تحافظ عل نفس اعداد الاحتلال و بالتالي تبقي في نفس الحالة الميكروسكوبية i. لكن طاقة الحالة الميكروسكوبية تصبح

$$\epsilon_i(V+dV)=\epsilon_i(V)+(\frac{\partial\epsilon_i}{\partial V})_{S,N}dV. \quad (87.14)$$

التغير في الطاقة الداخلية للغاز يعطي ب

$$\begin{aligned}\Delta E &= E(V+dV)-E(V)\\ &= \epsilon_i(V+dV)-\epsilon_i(V)\\ &= (\frac{\partial\epsilon_i}{\partial V})_{S,N}dV.\end{aligned} \quad (88.14)$$

هذه الطاقة تساوي العمل المقدم من المكبس اي تساوي

$$W=-P_iAdx=-P_idV. \quad (89.14)$$

P_i هو الضغط الذي يجب تطبيقه علي يمين المكبس حتي يكون التحويل عكسي اديباتيكي. بمطابقة المعادلتين اعلاه نحصل مباشرة علي

$$P_i=-(\frac{\partial\epsilon_i}{\partial V})_{S,N}. \quad (90.14)$$

هذه العبارة تعطي قيمة الضغط الخاصة بالحالة الميكروسكوبية i. للحصول علي قيمة الضغط P الذي نقيسه فعليا علي المستوي الماكروسكوبي علينا ان نأخذ القيمة المتوسطة كالاتي.

كما فعلنا في السابق مرات متعددة نعتبر مجموعة $\{\mathcal{M}\}$ من الجمل المتطابقة علي المستوي الماكروسكوبي. ليكن $\mathcal{P}_i$ احتمال الحصول علي الحالة الميكروسكوبية i. الطاقة المتوسطة علي المجموعة $\{\mathcal{M}\}$ هي

$$<E>=\sum_{\mathcal{M}}\mathcal{P}_i\epsilon_i. \quad (91.14)$$

لان الجملة ماكروسكوبية فان تقلبات [12] الطاقة E حول القيمة المتوسطة $<E>$ هي في الغالب مهملة. هذه القيمة المتوسطة هي ايضا القيمة الاكثر احتمالا. اذن $<E>\simeq E$ و نحصل علي

$$E=\sum_{\mathcal{M}}\mathcal{P}_i\epsilon_i. \quad (92.14)$$

[12] fluctuations.

بالمثل فان

$$P \simeq < P > = \sum_{\mathcal{M}} \mathcal{P}_i P_i. \quad (93.14)$$

لكن لان التحويل ادياباتيكي اي ان اعداد الاحتلال ثابتة فان احتمال التواجد في اي حالة ميكروسكوبية i هو ثابت و بالتالي

$$\begin{aligned} dE &= \sum_{\mathcal{M}} d\mathcal{P}_i \epsilon_i + \sum_{\mathcal{M}} \mathcal{P}_i d\epsilon_i \\ &= \sum_{\mathcal{M}} \mathcal{P}_i d\epsilon_i \\ &= -\sum_{\mathcal{M}} \mathcal{P}_i P_i dV \\ &= -PdV. \end{aligned} \quad (94.14)$$

و هذا هو المطلوب و المعروف.

6.14 الغاز المثالي الكلاسيكي

عندما تكون درجة حرارة غاز مثالي بعيدة عن الصفر المطلق فان الغاز يتصرف تقريبا بطريقة كلاسيكية. اذن يمكننا في هذه الحالة تطبيق قوانين الميكانيك الكلاسيكي علي جملة الغاز المثالي المشكلة من N جسيم, جزئ او ذرة, داخل حيز من الفضاء حجمه V. بالتعريف فان التفاعلات بين جسيمات الغاز المثالي ضعيفة جدا و يمكن اهمالها وبالتالي فان طاقة الجملة تهيمن عليها الطاقة الحركية للجسيمات. الهاميلتونية تعطي في هذه الحالة ب

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^2}{2m}. \quad (95.14)$$

m هي كتلة ذرات الغاز ونفترض ايضا ان ذرات الغاز هي جسيمات سلمية و بالتالي فان السبين الخاص بها ينعدم. الفضاء الطوري اذن هو ذو $6N$ بعد تعطي فيه المحاور باشعة الموضع $\vec{r}_i$ و اشعة كمية الحركة $\vec{p}_i$. لتكن $\Omega(E_0)$ عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة بين E_0 و $E_0 + \delta E$. من المعروف من الميكانيك الكمي ان كل حالة ميكروسكوبية تمثل في الفضاء الطوري بنقطة تحتل خلية, تعرف بخلية هايزنبرغ [13] , حجمها هو

$$V_{\text{cell}} = h^{n/2}, \quad (96.14)$$

حيث h هو ثابت بلانك [14] و n هو عدد درجات الحرية. هذه القيمة ترجع الي مبدأ الارتياب لهايزنبرغ $\Delta x \Delta p \sim h$. اذن عدد الحالات الميكروسكوبية Ω هو حاصل قسمة الحجم في الفضاء الطوري الذي تحتله الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة بين E_0 و $E_0 + \delta E$. علي حجم خلية هايزنبرغ واحدة. نكتب اذن

$$\begin{aligned} \Omega(E_0) &= \frac{\nu}{h^{3N}} \\ &= \frac{1}{h^{3N}} \int_{E_0 \leq H \leq E_0 + \delta E} d^{3N}\vec{r} d^{3N}\vec{p}. \end{aligned} \quad (97.14)$$

$$d^{3N}\vec{r} = \prod_{i=1}^{N} dx_i dy_i dz_i \ , \ d^{3N}\vec{p} = \prod_{i=1}^{N} dp_{xi} dp_{yi} dp_{zi}. \quad (98.14)$$

---

[13] Heisenberg cell.
[14] Planck.

لان الطاقة لا تتعلق الا بكميات الحركة فان التكامل اعلاه ينقسم الي حجم في فضاء ال $\vec{r}$ و حجم في فضاء ال $\vec{p}$ اي

$$\begin{aligned}\Omega(E_0) &= \frac{1}{h^{3N}}\int d^{3N}\vec{r}\int_{E_0\leq H\leq E_0+\delta E} d^{3N}\vec{p}\\ &= \frac{V^N}{h^{3N}}\int_{E_0\leq H\leq E_0+\delta E} d^{3N}\vec{p}. \qquad (99.14)\end{aligned}$$

نحسب اولا عدد الحالات الميكروسكوبية $\Phi(E_0)$ التي لها طاقة اقل او تساوي من E_0. بالمرور عبر نفس الخطوات اعلاه نجد ان هذا العدد يعطي بالتكامل

$$\begin{aligned}\Phi(E_0) &= \frac{V^N}{h^{3N}}\int_{H\leq E_0} d^{3N}\vec{p}\\ &= \frac{V^N}{h^{3N}}\int_{\sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m}\leq E_0}\prod_{i=1}^N d^3\vec{p}_i. \qquad (100.14)\end{aligned}$$

لكن

$$\sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m} = E_0 \qquad (101.14)$$

هي معادلة كرة ذات نصف قطر $R=\sqrt{2mE_0}$ في $3N$ بعد حيث تلعب مركبات كميات الحركة دور الاحداثيات الديكارتية علي هذه الكرة. المسألة اذن هي مسألة حساب حجم كرة في $3N$ بعد. نحن نعرف ان الحجم في ثلاث ابعاد يعطي ب

$$V_3 = \int_{x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq R^2} dx_1dx_2dx_3 = \frac{4}{3}\pi R^3. \qquad (102.14)$$

في n بعد يعطي الحجم ب

$$V_n = \int_{x_1^1+x_2^2+...+x_n^2\leq R^2} dx_1dx_2dx_3...dx_n. \qquad (103.14)$$

من الواضح ان هذا الحجم يجب ان يكون متناسب مع R^n اي

$$V_n = C_nR^n. \qquad (104.14)$$

منه نحصل علي

$$dV_n = dx_1dx_2dx_3...dx_n = nC_nr^{n-1}dr. \qquad (105.14)$$

علينا الان ان نحسب C_n. نبدأ من التكامل

$$\int e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi}. \qquad (106.14)$$

نرفع طرفي هذه المعادلة للقوة n لنحصل علي

$$\int e^{-\sum_{i=1}^n x_i^2}dx_1...dx_n = \pi^{n/2}. \qquad (107.14)$$

اي

$$\int e^{-r^2}nC_nr^{n-1}dr = \pi^{n/2}. \qquad (108.14)$$

نجري تغيير المتغير $y=r^2$ لنحصل علي

$$\frac{n}{2}C_n\int y^{\frac{n}{2}-1}e^{-y}dy=\pi^{n/2}. \tag{109.14}$$

يمكننا الان ان نستخدم التكامل المعروف

$$\int y^{\alpha}e^{-y}dy=\Gamma(\alpha+1)=\alpha!. \tag{110.14}$$

الدالة غاما هي تعميم لدالة المعاملي للمتغيرات السالبة و غير الصحيحة و المركبة. من اجل قيم صحيحة للوسيط α فان التكامل اعلاه يعطي بالضبط $\alpha!$ اي ان $\Gamma(\alpha+1)=\alpha!$ من اجل القيم الصحيحة ل α. لكن التكامل اعلاه معرف من اجل جميع قيم α: موجبة او سالبة, صحيحة او غير صحيحة, حقيقية او مركبة و ناتج التكامل هو بالتعريف الدالة غاما التي تعمم المعاملي لكل هذه المجالات.

باستخدام الدالة غاما نحصل علي الثابت C_n بسهولة. بالفعل لدينا مباشرة

$$\frac{n}{2}C_n\Gamma(\frac{n}{2})=\pi^{n/2}\Rightarrow\frac{n}{2}C_n(\frac{n}{2}-1)!=\pi^{n/2}. \tag{111.14}$$

حتي من اجل القيم غير الصحيحة فان المعاملي يحقق الخاصية

$$\frac{n}{2}(\frac{n}{2}-1)!=(\frac{n}{2})!. \tag{112.14}$$

الخلاصة ان عدد درجات الحرية n, الثابت C_n, حجم الكرة في n بعد, و عدد الحالات الميكروسكوبية $\Phi(E_0)$ التي لها طاقة اقل او تساوي من E_0 تعطي اذن ب

$$n=3N. \tag{113.14}$$

$$C_n=\frac{\pi^{n/2}}{(\frac{n}{2})!}. \tag{114.14}$$

$$V_n=(2mE_0)^{n/2}\frac{\pi^{n/2}}{(n/2)!}. \tag{115.14}$$

$$\Phi(E_0)=\frac{V^n}{h^{3N}}(2mE_0)^{n/2}\frac{\pi^{n/2}}{(n/2)!}. \tag{116.14}$$

جسيمات الغاز لها خاصية كمية اخري لا يمكن اهمالها وهي كونها جسيمات متطابقة. لانه لدينا N جسيم متطابق فان هناك $N!$ تبديلة ممكنة لهذه الجسيمات توافق $N!$ تمثيلة متطابقة للجملة. اي ان عدد الحالات الميكروسكوبية التي حصلنا عليها هو اكبر ب $N!$ مرة من عدد الحالات الميكروسكوبية التي هي فعلا مختلفة. اذن عدد الحالات الميكروسكوبية $\Phi(E_0)$ التي لها طاقة اقل او تساوي من E_0 هو في الواقع معطي ب

$$\Phi(E_0)=\frac{1}{N!}\frac{V^n}{h^{3N}}(2mE_0)^{n/2}\frac{\pi^{n/2}}{(n/2)!}. \tag{117.14}$$

في المعادلة الاخيرة اعلاه المعاملات $N!$ و h^{3N} هي معاملات راجعة للتأثيرات الكمية لا يمكن الحصول عليها بالاعتماد علي الميكانيك الكلاسيكي فقط. ايضا من المعروف ان تكميم جملة مشكلة من جسيم واحد حر داخل علبة مكعبة حجمها V يؤدي الي قيم مكممة للطاقة بفسحة تعطي ب

$$\epsilon_0=\frac{\pi^2\hbar^2}{2mV^{2/3}}. \tag{118.14}$$

بالتعويض في عدد الحالات $\Phi(E)$ نحصل علي

$$\Phi(E_0)=\frac{1}{N!}\frac{\pi^{3N/2}}{2^{3N}(3N/2)!}(\frac{E_0}{\epsilon_0})^{3N/2}. \quad (119.14)$$

بالاشتقاق نحصل علي كثافة الحالات الميكروسكوبية $\rho(E_0)$ كما يلي

$$\begin{aligned}\rho(E_0) &= \frac{d\Phi(E_0)}{dE_0}\\ &= \frac{1}{N!}\frac{\pi^{3N/2}}{2^{3N}(3N/2-1)!}(\frac{E_0}{\epsilon_0})^{3N/2}\frac{1}{E_0}.\end{aligned} \quad (120.14)$$

باستخدام هذه الكثافة يمكن ان نحصل علي عدد الحالات الميكروسكوبية $\Omega(E_0)$ التي لها طاقة E_0 بارتياب δE كما يلي

$$\begin{aligned}\Omega(E_0) &= \rho(E_0)\delta E\\ &= \frac{1}{N!}\frac{\pi^{3N/2}}{2^{3N}(3N/2-1)!}(\frac{E_0}{\epsilon_0})^{3N/2}\frac{\delta E}{E_0}.\end{aligned} \quad (121.14)$$

نحسب الان انتروبي الغاز المثالي. لدينا

$$\begin{aligned}\frac{S}{k} &= \ln\Omega(E_0)\\ &= \ln\rho(E_0)\delta E\\ &= \ln\left(\frac{1}{N!}\frac{\pi^{3N/2}}{2^{3N}(3N/2-1)!}(\frac{E_0}{\epsilon_0})^{3N/2}\frac{\delta E}{E_0}\right)\\ &= -\ln N!-\ln(3N/2-1)!+(3N/2)\ln\pi/4+(3N/2)\ln(E_0/\epsilon_0)+\ln\delta E/E_0.\end{aligned}$$
$$(122.14)$$

نلاحظ ايضا ان

$$\ln\rho(E_0) = -\ln N!-\ln(3N/2-1)!+(3N/2)\ln\pi/4+(3N/2)\ln(E_0/\epsilon_0)+\ln 1/E_0.$$
$$(123.14)$$

$$\ln\Phi(E_0) = -\ln N!-\ln(3N/2)!+(3N/2)\ln\pi/4+(3N/2)\ln(E_0/\epsilon_0).$$
$$(124.14)$$

لان N كبير جدا فان الحدود الاخيرة في عبارتي $\ln\Omega(E_0)$ و $\ln\rho(E_0)$ يمكن اهمالها و نحصل اذن علي النتيجة التي ذكرناها سابقا الاتية

$$\frac{S}{k} = \ln\Omega(E_0)\simeq\ln\rho(E_0)\simeq\ln\Phi(E_0). \quad (125.14)$$

اي ان لوغاريتم المنحني $\rho(E_0)$ يساوي الي لوغاريتم المساحة $\Phi(E_0)$ تحت هذا المنحني و هو يساوي الي لوغاريتم المساحة $\Omega(E_0)\delta E$ المرتكزة حول القيمة الاكثر احتمالا للطاقة E_0. نستخدم الان علاقة ستيرلينغ لتبسيط العلاقة اعلاه للانتروبي كالاتي

$$S = \frac{3Nk}{2}\ln\frac{2E_0}{3N\epsilon_0}+\alpha+NS_0=S(E_0,V,N). \quad (126.14)$$

$$S_0=\frac{3k}{2}(1+\ln\frac{\pi}{4})\ ,\ \alpha=k(-N\ln N+N). \quad (127.14)$$

الثابت α هو المساهمة في قيمة الانتروبي الناجمة عن تطابق الجسيمات. تعلق الانتروبي بالحجم محتوي في الفسحة الطاقوية ϵ_0.

كما شرحنا في الفقرة السابقة نحصل علي الطاقة الداخلية لجملة الغاز المثالي الكلاسيكي عن طريق قلب العلاقة $S=S(E_0,V,N)$. بعد حساب بسيط نحصل علي

$$E_0=\frac{3h^2}{4\pi m}\frac{N^{5/3}}{V^{2/3}}\exp\big(\frac{2S}{3Nk}-\frac{5}{3}\big). \quad (128.14)$$

درجة حرارة الغاز المثالي تعطي ب

$$\begin{aligned} T &= (\frac{\partial E_0}{\partial S})_{V,N} \\ &= \frac{2E_0}{3NK}\Rightarrow E_0=\frac{3}{2}NkT. \end{aligned} \quad (129.14)$$

السعة الحرارية تحت حجم ثابت تعطي ب

$$\begin{aligned} C_v &= (\frac{\partial E_0}{\partial T})_{V,N} \\ &= \frac{3Nk}{2}. \end{aligned} \quad (130.14)$$

ضغط الغاز المثالي يعطي ب

$$\begin{aligned} P &= -(\frac{\partial E_0}{\partial V})_{S,N} \\ &= \frac{2E_0}{3V}\Rightarrow PV=NkT. \end{aligned} \quad (131.14)$$

في النهاية نحصل اذن علي معادلة حالة الغاز المثالي المعروفة.

7.14 مسائل اضافية

توزيع غوس للاحتمال: التوزيع ثنائي الحدين للاحتمال يعطي ب

$$W_N(n_1)=\frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}p^{n_1}q^{N-n_1}. \quad (132.14)$$

نهتم بالنهاية $N\longrightarrow\infty$ اين نحصل علي توزيع غوس [15] للاحتمال . من اجل القيم الكبيرة ل n_1 فان $W_N(n_1)$ يمكن اعتبارها دالة مستمرة للمتغير المستمر n_1 علي الرغم من ان القيم الصحيحة ل n_1 هي فقط التي تحمل اي معني فيزيائي.

- بين المعني الفيزيائي للاعداد p, q, n_1 و N من اجل حركة المشاء العشوائي. بين ايضا المعني الفيزيائي ل $W_N(n_1)$.
- احسب الدالة $\ln W_N(n_1)$, المشتقة الاولي $B_1=d\ln W_N(n_1)/dn_1$ و المشتقة الثانية $B_2=d^2\ln W_N(n_1)/dn_1^2$.
- احسب القيمة $n_1=\bar{n_1}$ التي يكون عندها توزيع الاحتمال $W_N(n_1)$ اعظمي.
- احسب تحليل تايلور للدالة $\ln W_N(n_1)$ و من ثم احسب الاحتمال $W_N(n_1)$.
- احسب توزيع غوس للاحتمال $P(x)$ المعرف ب

$$P(x)dx=W_n(n_1)dn_1. \quad (133.14)$$

تذكر ان $m=n_1-n_2$, $N=n_1+n_2$ و ان l هو طول خطوة المشاء العشوائي بينما $x=ml$ هو موضع المشاء العشوائي.

[15] Gauss.

توزيع بواسون للاحتمال: نعتبر مرة اخري التوزيع ثنائي الحدين للاحتمال المعطي ب

$$W_N(n_1) = \frac{N!}{n_1!(N-n_1)!}p^{n_1}q^{N-n_1}. \qquad (134.14)$$

نعتبر الان النهاية $N \longrightarrow \infty$ و $p \longrightarrow 0$ من اجل القيم الصغيرة ل n_1 اين نحصل علي توزيع بواسون [16] للاحتمال.

- احسب المعامل $C_N^{n_1} = N!/n_1!(N-n_1)!$ في النهاية $N \longrightarrow \infty$ و $p \longrightarrow 0$ من اجل القيم الصغيرة ل n_1 اي $n_1 << N$.
- بين انه في هذه النهاية $q^{N-n_1} = e^{-Np}$ ثم احسب الاحتمال $W_N(n_1)$ في هذه الحالة.
- احسب القيم المتوسطة $< n_1 >$ و $< n_1^2 >$ ثم احسب التشتت في المتوسط المعرف ب $\sigma^2 =< n_1^2 > - < n_1 >^2$.

الانتروبي الاحصائي و المبدأ الثاني للترموديناميك: بين ان التعريف

$$S = k\ln\Gamma(E) \qquad (135.14)$$

للانتروبي الاحصائي يؤدي الي الانتروبي الترموديناميكي بكل خواصه المعروفة مثل $1-$ الانتروبي هو مقدار تمديدي و $2-$ الانتروبي يحقق المبدأ الثاني للترموديناميك. بين ايضا ان درجة الحرارة تعطي ب

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}. \qquad (136.14)$$

مبرهنة التقسيم المتساوي للطاقة: نأخذ جسم ذو سبين صفر و كتلة m داخل علبة حجمها V. الجملة معزولة ذات طاقة بين E و $E+\delta E$.

- عرف الفضاء الطوري في هذه الحالة. اكتب هاميلتونية الجملة. ماهو عدد الحالات $\Omega(E)$ المسموح بها للجملة. احسب $p_i\partial H/\partial p_i$.
  - بين ان القيمة المتوسطة ل $p_i\partial H/\partial p_i$ تكتب علي الشكل

$$< p_i\frac{\partial H}{\partial p_i} >= \frac{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} p_i\frac{\partial H}{\partial p_i}d^3xd^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3xd^3p}. \qquad (137.14)$$

  - بين ان

$$\int_{H\leq E} p_i\frac{\partial(H-E)}{\partial p_j} = V\delta_{ij}\int_{H\leq E}(E-H)d^3p. \qquad (138.14)$$

  - برهن ان

$$\frac{d}{d\alpha}\int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)}F(\alpha,x)dx = \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)}\frac{\partial}{\partial\alpha}F(\alpha,x)dx + \frac{\partial g(\alpha)}{\partial\alpha}F(\alpha,g(\alpha)) - \frac{\partial f(\alpha)}{\partial\alpha}F(\alpha,f(\alpha)) \qquad (139.14)$$

  - احسب $< p_i\partial H/\partial p_i >$ بدلالة عدد الحالات $\Phi(E)$ التي لها طاقة اقل من E. ماذا يمكن ان نستنتج بالنسبة للقيمة المتوسطة للطاقة $< H >$. عبر عن $< H >$ بدلالة الانتروبي ثم بدلالة درجة الحرارة.
  - ماذا يمكن ان نستنتج بالنسبة الي حالة الهزاز التوافقي.

[16] Poisson.

تناقض جيبس:

- بالنسبة لغاز مثالي فان الانتروبي يعطي ب

$$S=\frac{3Nk}{2}\ln\frac{2E}{3N\epsilon_0}+NS_0+\alpha. \qquad (140.14)$$

استخرج من هذه النتيجة المعادلة الاتية

$$S=Nk\ln V\epsilon^{3/2}+NS_0'+\alpha(N), \qquad (141.14)$$

حيث ϵ هي طاقة جزئ واحد من الغاز. تذكر ان

$$S_0=\frac{3k}{2}(1+\ln\frac{\pi}{4})\ ,\ \alpha=k(-N\ln N+N). \qquad (142.14)$$

استخرج ايضا العلاقات التي تعطي $\alpha(N)$ و S_0'. برهن ايضا العلاقة التالية (معادلة ساكور - تترود [17])

$$S=Nk\ln\frac{V}{N}\epsilon^{3/2}+\frac{3}{2}Nk(\frac{5}{3}+\ln\frac{4\pi m}{3h^2}). \qquad (143.14)$$

استخدم ايضا

$$\epsilon_0=\frac{\pi^2\hbar^2}{2mV^{2/3}}. \qquad (144.14)$$

- نأخذ جملة معزولة عن الوسط الخارجي مشكلة من غازين مفصولين بحاجز. نفترض ان درجة الحرارة ثابتة اي $T_1=T_2=T$ و ان كل جزيئات الغاز متساوية اي $m_1=m_2=m$. احسب الانتروبي S_1 و الانتروبي S_2 بدلالة الحجمين V_1 و V_2 و اعداد الجزيئات N_1 و N_2. نفترض ان الحاجز الفاصل يرفع بعد فترة. احسب التغير في الانتروبي. ماذا تستنتج.

- نفترض ان جزيئات الغاز الاول متطابقة مع جزيئات الغاز الثاني. احسب التغير في الانتروبي في هذه الحالة. ماذا تستنتج.

8.14 تمارين

تمرين 1:

- نعتبر جسيم ذو كتلة m يتحرك داخل علبة مكعبة طول ضلعها L. حل معادلة شرودينغر [18] لايجاد قيم الطاقة المسموح بها. افترض الشروط الحدية التي تنعدم فيها دالة الموجة علي الجدران.

- احسب درجة انحلال المستويات الطاقوية ال 10 الاولي.

- نضع واحد مول من الهيليوم داخل العلبة. الضغط $P=10^5\ \text{pa}$ و درجة الحرارة $T=273\ \text{K}$. نفترض ان الهيليوم غاز مثالي. أحسب L و كتلة ذرة واحدة من الهيليوم. احسب الفسحة الطاقوية ϵ_0.

  استخدم النتيجة الاحصائية: الطاقة المتوسطة لذرة واحدة من الغاز هي $<E>=3kT/2$ من اجل اعطاء تقدير تقريبي لرتبة عظم الاعداد الكمية n_x, n_y و n_z.

- وضح في اطار المثال اعلاه الفرق بين العمل الميكانيكي و كمية الحرارة من الناحية الميكروسكوبية.

- نفترض الان انه لدينا ثلاث جسيمات داخل المكعب بحيث ان طاقة الجملة تساوي الي $18\epsilon_0$. ماهي التمثيلات الطاقوية المسموح بها للجملة في الحالات التالية:

---

[17] Sakur – Tetrode equation.

[18] Schrodinger equation.

- الجسيمات متمايزة.
- الجسيمات عبارة عن بوزونات متطابقة ذات سبين يساوي صفر.
- الجسيمات عبارة عن بوزونات متطابقة ذات سبين يساوي واحد.
- الجسيمات عبارة عن فرميونات متطابقة ذات سبين يساوي نصف.

احسب في كل مرة عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها.

تمرين 2:

- ماهي طاقة جسيم يتحرك في بعد واحد بين حائطين عاكسين واقعين في $x = 0$ و $x = L$.
- نعتبر ثلاث جسيمات غير متفاعلة فيما بينها تحرك في بعد واحد بين حائطين عاكسين واقعين في $x = 0$ و $x = L$.
  - كيف تميز الحالة الميكروسكوبية للجملة اذا كانت الجسيمات لها سبينات s_1,s_2 و s_3 علي التوالي.
  - لتكن طاقة الجملة تساوي $E = 27\epsilon_0$ حيث $\epsilon_0 = \pi^2\hbar^2/2mL^2$. ماهي التمثيلات الطاقوية التي يمكن ان تكون فيها الجملة.
  - احسب عدد الحالات الميكروسكوبية اذا كانت الجسيمات متمايزة بدون سبين.
  - احسب عدد الحالات الميكروسكوبية اذا كانت الجسيمات متطابقة ذات سبين $s = 0, 1, 1/2$.

تمرين 3: نعتبر جسيم متحرك في بعد واحد بين حائطين عاكسين مفصولين بمسافة L.

- احسب عدد الحالات $\Phi(E)$ التي لها طاقة اقل او يساوي من E و عدد الحالات $\Omega(E)$ التي لها طاقة E بارتياب δE اذا كانت حركة الجسيم كمومية.
- اعد السؤال السابق بافتراض ان حركة الجسيم كلاسيكية.

تمرين 4: احسب عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها لجملة جسيم حر متحرك داخل مكعب ذو حجم V. افترض ان الجسيم ذو سبين صفر يتحرك بصورة كلاسيكية. ماهو عدد الحالات اذا كان الجسيم ذو سبين نصف. ماهو عدد الحالات اذا كان الجسيم ذو سبين واحد.

تمرين 5: نعتبر حركة ثلاثة جسيمات حرة بين حائطين عاكسين علي مسافة تساوي L. نفترض ان حركة الجسيمات هي حركة كلاسيكية و بالتالي فانه يمكننا ان نهمل تطابق الجسيمات.

- صف الفضاء الطوري للجملة و اكتب الهاميلتونية.
- احسب عدد الحالات $\Phi(E)$ التي لها طاقة اقل او تساوي من E.
- احسب عدد الحالات $\Omega(E)$ التي لها طاقة E بارتياب δE.
- اذا افترضنا ان الجسيمات هي عبارة عن فرميونات فماذا يصبح عدد الحالات $\Omega(E)$.
- ماذا يصبح عدد الحالات اذا كانت الجسيمات ذات سبين s.
- ماهو عدد الحالات $\Omega(E)$ اذا افترضنا الان ان الجسيمات متطابقة.

تمرين 6: تحقق من المعادلة

$$\mathcal{N} = \frac{N!}{\prod_{i=1}^{r} N_i!} \tag{145.14}$$

صراحة من اجل $N = 2$ و $N = 3$. عين في كل مرة الحالات الميكروسكوبية.

تمرين 7: نعتبر جملة عبارة عن حجر نرد. ناقش العلاقة بين المتوسط في الزمن و المتوسط علي المجموعة الاحصائية في هذه الحالة.

تمرين 8: نعتبر جملة غاز مثالي كلاسيكي مشكلة من $N = 3$ جسيمات حرة تتحرك في بعد واحد علي قطعة مستقيمة طولها L. احسب عدد الحالات الميكروسكوبية $\Phi(E)$ و $\Omega(E)$ و اشتق عبارة الانتروبي . اشتق عبارة الطاقة الداخلية E و باقي المقادير الترموديناميكية مثل درجة الحرارة و الضغط و كذا معادلة الحالة.

تمرين 9:

- صف حركة هزاز توافقي في بعد واحد و احسب سعة حركة الهزاز بدلالة الطاقة.
- احسب عدد الحالات الميكروسكوبية للهزاز التي لها طاقة اقل او تساوي من E.
- ما هو عدد الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة E بارتياب δE.
- احسب

$$p\frac{\partial H}{\partial p} + x\frac{\partial H}{\partial x}, \tag{146.14}$$

ثم بين ان

$$\int_0^E H dpdx = \int_0^E (E - H)dpdx. \tag{147.14}$$

- القيمة المتوسطة لمتغير ديناميكي f مأخوذة علي الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة E بارتياب δE يعطي بالعلاقة

$$< f >= \frac{\frac{d}{dE}\int_0^E f dpdx}{\frac{d}{dE}\int_0^E dpdx}. \tag{148.14}$$

احسب القيمة المتوسطة $< H >$.

تمرين 10: جملة مغلقة مشكلة من مكعبين ملتصقين عبر جدار ادياباتيكي كاتم للحرارة. جملة المكعبين معزولة عن الوسط الخارجي بجدار ادياباتيكي.

- في الحالة الابتدائية المكعب الاول يحتوي علي جسيمين غير متطابقين بطاقة كلية تساوي $E_I = 12\epsilon_0$ و المكعب الثاني يحتوي علي جسيم واحد بطاقة كلية تساوي $E_{II} = 9\epsilon_0$. احسب عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة.
- في الحالة النهائية نرفع الحاجز الادياباتيكي الفاصل بين المكعبين. نحصل اذن علي ثلاث جسيمات حرة داخل متوازي اسطح بطاقة اجمالية تساوي $E = 21\epsilon_0$. ما هي الطاقات المسموح بهل للجملة في هذه الحالة. احسب عدد الحالات و ماذا تستنتج.

تمرين 11:

- نعتبر جملة معزولة مشكلة من مكعبين متلاصقين طول ضلع كل واحد منهما هو L. المكعبان مفصولان بجدار كاتم للحرارة و غير نفاذ للجسيمات. المكعب الاول يحتوي علي جسيمين طاقتهما $E_I = 12\epsilon_0$ و المكعب الثاني يحتوي ايضا علي جسيمين طاقتهما $E_{II} = 18\epsilon_0$. نفترض ان الجسيمات متمايزة.
احسب عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للمكعب الاول و عدد الحالات الميكروسكوبية المسوح بها للمكعب الثاني. ما هو عدد الحالات الاجمالية المسموح بها للجملة الكلية.
- نفترض الان ان الجدار الفاصل بين المكعبين هو جدار غير نفاذ للجسيمات لكنه دياتارم و بالتالي فانه يسمح بتبادل الطاقة بين المكعبين. الجملة الكلية تصبح غير متوازنة ترموديناميكيا و بالتالي فان طاقة كل مكعب يمكنها ان تتغير الي ان تبلغ الجملة الكلية التوازن من جديد. خلال كل هذا التحول فان الطاقة الكلية $E = E_I + E_{II} = 30\epsilon_0$ تبقي دائما منحفظة و يمكن لها ان نتوزع علي المكعبين بطرق مختلفة.

- ماهي التمثيلات الطاقوية الممكنة.
- احسب عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة في كل تمثيلة طاقوية. ما هو العدد الكلي للحالات.
- ما هو احتمال ان تكون الجملة في اي من الحالات التي وجدناها. ما هو احتمال ان تكون طاقة المكعب الاول تساوي $6\epsilon_0$, $9\epsilon_0$, $12\epsilon_0$ و $15\epsilon_0$.

تمرين 12: دالة غاما تعرف بالتكامل

$$\Gamma(t)=\int_0^{\infty}x^{t-1}e^{-x}dx. \quad (149.14)$$

- بين انه من اجل t موجب لدينا $\Gamma(t+1)=t\Gamma(t)$.
- بين انه من اجل قيم طبيعية ل t اي $t=n$ فان $\Gamma(n+1)=n!$.
- احسب $(1/2)!$ باجراء التكامل اعلاه ثم استنتج قيمة $(3/2)!$, الخ.
- احسب حجم الكرة في n بعد المعطي بالتكامل

$$\int_{x_1^2+...+x_n^2\leq R^2}dx_1...dx_n. \quad (150.14)$$

9.14 حلول

مبرهنة التقسيم المتساوي للطاقة:

- الفضاء الطوري ستة ابعاد: $\vec{r}=(x_1,x_2,x_3)$, $\vec{p}=(p_1,p_2,p_3)$. تعطي الهاميلتونية ب

$$H=\frac{p_1^2}{2m}+\frac{p_2^2}{2m}+\frac{p_3^2}{2m}. \quad (151.14)$$

عدد الحالات $\Omega(E)$ المسموح بها للجملة يعطي ب

$$\begin{aligned}\Omega(E)&=\frac{1}{h^3}\int_{E\leq H\leq E+\delta E}d^3xd^3p\\&=\frac{d\Phi(E)}{dE}.\delta E\\&=\frac{d}{dE}\left(\frac{1}{h^3}\int_{H\leq E}d^3xd^3p\right).\delta E\\&=\frac{V}{h^3}\frac{d}{dE}\left(\int_{H\leq E}d^3p\right).\delta E.\end{aligned} \quad (152.14)$$

نحسب ايضا

$$\sum_i p_i\frac{\partial H}{\partial p_i}=2H. \quad (153.14)$$

- القيمة المتوسطة لدالة f تتعلق فقط بكمية الحركة محسوبة علي الحالات الميكروسكوبية التي لها طاقة E بارتياب δE يعطي ب

$$<f>=\frac{\int_{E\leq H\leq E+\delta E}f(p)d^3xd^3p}{\int_{E\leq H\leq E+\delta E}d^3xd^3p}. \quad (154.14)$$

من الواضح اذن من هذا التعريف و باستعمال نتيجة السؤال السابق ان

$$< f > = \frac{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} f(p)d^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p}. \quad (155.14)$$

- نحسب

$$\begin{aligned}\int_{H\leq E} p_i \frac{\partial(H-E)}{\partial p_j} d^3x d^3p &= V\int_{H\leq E}\left[\frac{\partial}{\partial p_j}(p_i(H-E)) - (H-E)\frac{\partial p_i}{\partial p_j}\right] d^3p \\ &= V\delta_{ij}\int_{H\leq E}(E-H)d^3p. \quad (156.14)\end{aligned}$$

- نعتبر الدالة

$$G(f(\alpha), g(\alpha), \alpha) = \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)} F(\alpha, x)dx. \quad (157.14)$$

اذن

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\alpha} &= \frac{\partial G}{\partial \alpha} + \frac{\partial G}{\partial f}\frac{\partial f}{\partial \alpha} + \frac{\partial G}{\partial g}\frac{\partial g}{\partial \alpha} \\ &= \int_{f(\alpha)}^{g(\alpha)} \frac{\partial}{\partial \alpha} F(\alpha, x)dx + \frac{\partial g(\alpha)}{\partial \alpha} F(\alpha, g(\alpha)) - \frac{\partial f(\alpha)}{\partial \alpha} F(\alpha, f(\alpha)).\end{aligned}$$
$$(158.14)$$

- لدينا

$$\begin{aligned}< p_i \frac{\partial H}{\partial p_j} > &= \frac{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} p_i \frac{\partial H}{\partial p_j} d^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p} \\ &= \frac{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} p_i \frac{\partial (H-E)}{\partial p_j} d^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p} \\ &= \frac{-\delta_{ij}\frac{d}{dE}\int_{H\leq E}(H-E)d^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p}. \quad (159.14)\end{aligned}$$

اذن يجب ان نحسب

$$\begin{aligned}\frac{d}{dE}\int_{H\leq E}(H-E)d^3p &= \frac{1}{2m}\frac{d}{dE}\int_{0\leq p^2\leq 2mE}(p^2-2mE)p^2 dp d\Omega \\ &= \frac{1}{2}\frac{d}{d\alpha}\int_0^\alpha (x-\alpha)\sqrt{x}dx d\Omega. \quad (160.14)\end{aligned}$$

باستعمال نتيجة السؤال السابق حيث $f(\alpha) = 0$ و $g(\alpha) = \alpha$ نحصل علي

$$\begin{aligned}\frac{d}{dE}\int_{H\leq E}(H-E)d^3p &= \frac{1}{2}\int_0^\alpha (-1)\sqrt{x}dx d\Omega \\ &= -\int_{H\leq E} d^3p. \quad (161.14)\end{aligned}$$

بالتعويض في المعادلة اعلاه نحصل علي

$$\begin{aligned}< p_i \frac{\partial H}{\partial p_j} > &= \frac{\delta_{ij}\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p}{\frac{d}{dE}\int_{H\leq E} d^3p} \\ &= \frac{\delta_{ij}\Phi(E)}{d\Phi(E)/dE}. \quad (162.14)\end{aligned}$$

مباشرة نستنتج

$$< 2H >= \frac{3}{d\ln\Phi(E)/dE} = \frac{3k}{2dS/dE} = \frac{3}{2}kT. \quad (163.14)$$

- بالنسبة للهزاز التوافقي لدينا

$$H = \frac{1}{2m}\sum_i p_i^2 + \frac{k}{2}\sum_i x_i^2. \quad (164.14)$$

اذن

$$< 2H > \;=\; \sum_i (< p_i\frac{\partial H}{\partial p_i} > + < x_i\frac{\partial H}{\partial x_i} >). \quad (165.14)$$

نحصل الان علي

$$< 2H > \;= 6kT. \quad (166.14)$$

تناقض جيبس:

- انتروبي غاز مثالي يعطي ب

$$S = \frac{3Nk}{2}\ln\frac{2E}{3N\epsilon_0} + NS_0 + \alpha. \quad (167.14)$$

من الجهة الاخري فان الطاقة الداخلية لغاز مثالي تعطي ب

$$E = \frac{3}{2}NkT. \quad (168.14)$$

مباشرة طاقة جزئ واحد هي

$$\epsilon = \frac{E}{N} = \frac{3}{2}kT. \quad (169.14)$$

يمكن ان نستخرج اذن بسهولة المعادلة الاتية

$$S = Nk\ln V\epsilon^{3/2} + NS_0^{'} + \alpha(N), \quad (170.14)$$

$$S_0^{'} = S_0 + \frac{3}{2}k\ln\frac{4m}{3\pi^2\hbar^2} = \frac{3k}{2}(1+\ln\frac{4\pi m}{3h^2})\;,\alpha(N) = \alpha = k(-N\ln N + N). \quad (171.14)$$

يمكن ايضا ان نستخرج بسهولة معادلة ساكور - تترود

$$S = Nk\ln\frac{V}{N}\epsilon^{3/2} + \frac{3}{2}Nk(\frac{5}{3}+\ln\frac{4\pi m}{3h^2}). \quad (172.14)$$

- لان درجات الحرارة متساوية فان $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ و لان الكل متساوية فان $(S_0^{'})_1 = (S_0^{'})_2 = S_0^{'}$. في الحالة الابتدائية نحصل اذن علي الانتروبيات

$$S_1 = N_1k\ln V_1\epsilon^{3/2} + N_1S_0^{'} + \alpha(N_1). \quad (173.14)$$

$$S_2 = N_2 k \ln V_2 \epsilon^{3/2} + N_2 S_0' + \alpha(N_2). \qquad (174.14)$$

في الحالة النهائية فان $V = V_1 + V_2$ و $N = N_1 + N_2$. الانتروبي يعطي ب

$$S = Nk \ln V \epsilon^{3/2} + N S_0' + \alpha(N). \qquad (175.14)$$

نلاحظ ان $\alpha(N) = \alpha(N_1) + \alpha(N_2)$ لان هذا المعامل ناجم عن تطابق الجسيمات (تأثير كمي) اي عن $N_1!N_2!$ (لان الجزئ الاول يختلف عن الجزئ الثاني) و ليس عن $(N_1+N_2)!$. اذن

$$S = N_1 k \ln V \epsilon^{3/2} + N_1 S_0' + \alpha(N_1) + N_2 k \ln V \epsilon^{3/2} + N_2 S_0' + \alpha(N_2). \qquad (176.14)$$

التغير في الانتروبي هو

$$\Delta S = N_1 k \ln \frac{V}{V_1} + N_2 k \ln \frac{V}{V_2} > 0. \qquad (177.14)$$

هذا يسمي انتروبي الخلط [19] . $\Delta S > 0$ لان التفاعل غير عكسي.

هذه النتيجة مؤكدة تجريبيا من اجل الغازات المختلفة. لكن من اجل الغازات المتطابقة فانها تؤدي الي ما يسمي بتناقض جيبس: انتروبي خليط من الغاز مشكل من جسيمات متطابقة هو مختلف عن الصفر معطي بالمعادلة اعلاه و هذا من جهة مخالف للتجربة, و من جهة اخري اذا كان هذا صحيح فان هذا يعني ان انتروبي الغاز يتعلق بتاريخه و لما كان ممكنا ان يكون الانتروبي دالة تتعلق فقط بالحالة الترموديناميكية التي تتواجد فيها الجملة. في الحقيقة لا يمكن تعريف الانتروبي اصلا في هذه الحالة لانه يمكننا تصور عدد كيفي من الحواجز الفاصلة داخل الاناء الذي يحتوي الغاز و بالتالي فان انتروبي الغاز يمكن ان يكون اي عدد كبير نريده.

- نفترض الان ان الجزئ الاول و الجزئ الثاني متطابقان. في هذه الحالة عندما نلغي الحاجز الفاصل فان لا شيئ يحدث. التفاعل هو عكسي في هذه الحالة. بالفعل في هذه الحالة $\alpha(N) = \alpha(N_1+N_2)$ و بالتالي فان التغير في الانتروبي هو

$$\Delta S = N_1 k \ln \frac{V}{V_1} + N_2 k \ln \frac{V}{V_2} + N_1 k \ln \frac{N_1}{N} + N_2 k \ln \frac{N_2}{N}. \qquad (178.14)$$

لكن

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2} = \frac{V}{N} = \frac{kT}{P}. \qquad (179.14)$$

اذن

$$\Delta S = 0. \qquad (180.14)$$

تمرين 1:

- معادلة شرودينغر تعطي ب

$$\Big[-\frac{\hbar^2}{2m}\Big(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\Big) + V(x,y,z)\Big]\psi(x,y,z) = E\psi(x,y,z). \qquad (181.14)$$

الجسم حر داخل المكعب اذن $V = 0$. نستخدم فصل المتغيرات اي $\psi(x,y,z) = \psi_x(x)\psi_y(y)\psi_z(z)$. نحصل مباشرة علي المعادلات و الحلول

$$E = E_x + E_y + E_z = \frac{\hbar^2}{2m}(\Omega_x^2 + \Omega_y^2 + \Omega_z^2). \qquad (182.14)$$

---

[19] entropy of mixing.

$$\frac{d^2\psi_x}{dx^2}+\Omega_x^2\psi_x=0\Rightarrow\psi_x(x)=A\cos\Omega_x x+B\sin\Omega_x x\ ,\ \Omega_x^2=\frac{2mE_x}{\hbar^2}. \quad (183.14)$$

$$\frac{d^2\psi_y}{dy^2}+\Omega_y^2\psi_y=0\Rightarrow\psi_y(y)=A\cos\Omega_y y+B\sin\Omega_y y\ ,\ \Omega_y^2=\frac{2mE_y}{\hbar^2}. \quad (184.14)$$

$$\frac{d^2\psi_z}{dz^2}+\Omega_z^2\psi_z=0\Rightarrow\psi_z(z)=A\cos\Omega_z z+B\sin\Omega_z z\ ,\ \Omega_z^2=\frac{2mE_z}{\hbar^2}. \quad (185.14)$$

اذا افترضنا الشروط الحدية $\psi_x(0)=\psi_x(L)=0$,$\psi_y(0)=\psi_y(L)=0$,$\psi_z(0)=\psi_z(L)=0$ فاننا نحصل مباشرة علي التواترات الزاوية

$$\Omega_x=\frac{\pi n_x}{L}\ ,\ \Omega_y=\frac{\pi n_y}{L}\ ,\ \Omega_z=\frac{\pi n_z}{L}. \quad (186.14)$$

قيم الطاقة المسوح بها هي اذن

$$E=\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}(n_x^2+n_y^2+n_z^2). \quad (187.14)$$

- نعرف الفسحة الطاقوية ب

$$\epsilon_0=\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}. \quad (188.14)$$

المستويات الطاقوية العشرة الاولي هي كالاتي

- $E=3\epsilon_0$ يوافق الحالة $(1,1,1)$.
- $E=6\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(1,1,2),(1,2,1),(2,1,1)$.
- $E=9\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(1,2,2),(2,1,2),(2,2,1)$.
- $E=11\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(1,1,3),(1,3,1),(3,1,1)$.
- $E=12\epsilon_0$ يوافق الحالة $(2,2,2)$.
- $E=14\epsilon_0$ يوافق الست حالات $(1,2,3)$ و تبديلاتها .
- $E=17\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(2,2,3),(2,3,2),(3,2,2)$.
- $E=18\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(1,1,4),(1,4,1),(4,1,1)$.
- $E=19\epsilon_0$ يوافق الثلاث حالات $(1,3,3),(3,1,3),(3,3,1)$.
- $E=21\epsilon_0$ يوافق الست حالات $(1,2,4)$ و تبديلاتها .

- من معادلة الحالة $PV=nRT$ نحسب

$$L=\left(\frac{RT}{P}\right)^{1/3}=\left(\frac{8.315.273}{10^5}\right)^{1/3}=0.3m. \quad (189.14)$$

كتلة واحد مول من الهيليوم هو 4 غرام و بالتالي فان كتلة ذرة واحدة من الهيليوم هي

$$m=\frac{4.10^{-3}}{6.022.10^{23}}. \quad (190.14)$$

الفسحة الطاقوية تعطي ب

$$\epsilon_0=\frac{h^2}{8mL^2}=\frac{(6.63.10^{-34})^2}{8.m.(0.3)^2}=91.91.10^{-42}\frac{m^2kg}{s^2}. \quad (191.14)$$

الطاقة المتوسطة لذرة هيليوم واحدة هي

$$< E >= \frac{3}{2}kT = 565.11J. \quad (192.14)$$

رتبة عظم الاعداد الكمية n_x, n_y و n_z تعطي اذن ب

$$n_x, n_y, n_z \sim \sqrt{\frac{< E >}{\epsilon_0}} \sim 10^{21}. \quad (193.14)$$

- العمل الميكانيكي يوافق تغير في الحجم V الذي يؤدي الي تغير في الفسحة الطاقوية. بالفعل اذا تناقص الحجم V فان الفسحة الطاقوية تكبر و العكس. اذن التغير في الحجم يؤدي الي تغير في طاقة الجملة عبر تغير المستويات الطاقوية مع الحفاظ علي اعداد الاحتلال ثابتة.[20]

من الجهة الاخري فان التغير في الانتروبي يؤدي الي تغير في طاقة الجملة, الذي هو عبارة هنا عن كمية حرارة, عبر تغير اعداد الاحتلال مع الحفاظ علي المستويات الطاقوية ثابتة.

- لدينا ثلاث امكانيات عند توزيع الجسيمات علي المستويات الطاقوية المختلفة للحصول علي الطاقة $E = 18\epsilon_0$:

  - يمكن وضع الجسيم الاول علي المستوي $E = 3\epsilon_0$, الجسيم الثاني علي المستوي $E = 6\epsilon_0$ و الجسيم الثالث علي المستوي $E = 9\epsilon_0$.
  - يمكن وضع الجسيم الاول علي المستوي $E = 3\epsilon_0$, الجسيم الثاني علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ و الجسيم الثالث علي المستوي $E = 12\epsilon_0$.
  - يمكن وضع الجسيم الاول علي المستوي $E = 6\epsilon_0$, الجسيم الثاني علي المستوي $E = 6\epsilon_0$ و الجسيم الثالث علي المستوي $E = 6\epsilon_0$.

الان عدد الحالات الميكروسكوبية المختلفة يتعلق علي طبيعة و سبين الجسيمات كالاتي:

الجسيمات متمايزة :

- عند توزيع ثلاث جسيمات متمايزة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 9\epsilon_0$ فانه لدينا $3!$ تبديلة ممكنة و مختلفة للجسيمات و $3.3.1$ امكانية راجعة الي انحلال المستويات الطاقوية. اذن هناك $54 = 6.9$ حالة ميكروسكوبية في هذه الحالة.
- عند توزيع ثلاث جسيمات متمايزة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 3\epsilon_0$ و $E = 12\epsilon_0$ فانه لدينا $3!/2!$ تبديلة ممكنة و مختلفة للجسيمات و $1.1.1$ امكانية راجعة الي انحلال المستويات الطاقوية. اذن هناك $3 = 3.1$ حالات ميكروسكوبية في هذه الحالة.
- عند توزيع ثلاث جسيمات متمايزة علي $E = 6\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 6\epsilon_0$ فانه لدينا $3!/3!$ تبديلة ممكنة و مختلفة للجسيمات و $3.3.3$ امكانية راجعة الي انحلال المستويات الطاقوية. اذن هناك $27 = 1.27$ حالة ميكروسكوبية في هذه الحالة.

الجسيمات بوزونات متطابقة :

- عند توزيع ثلاث بوزونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 9\epsilon_0$ فانه علينا ان نقسم العدد المحصل سابقا علي $3!$ لان التبديلات الان غير مهمة بسبب ان الجسيمات متطابقة. اذن نحصل علي $9 = 54/6$ حالة ميكروسكوبية مختلفة.
- عند توزيع ثلاث بوزونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 3\epsilon_0$ و $E = 12\epsilon_0$ فانه علينا ان نقسم العدد المحصل سابقا علي 3 لان التبديلة الان غير مهمة بسبب ان الجسيمات متطابقة. اذن نحصل علي $1 = 3/3$ حالة ميكروسكوبية في هذه الحالة.

---

[20] occupation numbers.

- عند توزيع ثلاث بوزونات متطابقة علي $E = 6\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 6\epsilon_0$ فاننا ننطلق من ال 27 حالة ميكروسكوبية التي حصلنا عليها سابقا. من بين هذه الامكانيات الحالات الميكروسكوبية التي هي فعلا مختلفة هي كما يلي. كل الجسيمات تقع علي نفس الحالة الكمية علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$: 3 حالات. جسيمان يقعان علي نفس الحالة الكمية علي المستوي $E = 6\epsilon_0$: 6 حالات. كل جسيم يقع علي حالة مختلفة علي المستوي $E = 6\epsilon_0$: حالة واحدة. اذن هناك 10 حالات مختلفة.

الجسيمات بوزونات متطابقة ذات سبين يساوي واحد : في هذه الحالة لدينا ثلاث حالات سبين مختلفة كل مرة. اذن لدينا الاتي:

- عند توزيع ثلاث بوزونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 9\epsilon_0$ فانه لدينا 9 حالات ميكروسكوبية مختلفة. عند اضافة السبين يصبح عدد الحالات $9.3.3.3 = 243$ حالة ميكروسكوبية.
- عند توزيع ثلاث بوزونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 3\epsilon_0$ و $E = 12\epsilon_0$ فانه لدينا حالة ميكروسكوبية واحدة. عند اضافة السبين فان الجسيمين علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ لهما 6 حالات سبين مختلفة اما الجسيم الاخر فان له 3 حالات سبين مختلفة. اذن يصبح لدينا $6.3 = 18$ حالة ميكروسكوبية.
- من اجل ثلاث بوزونات متطابقة موزعة علي $E = 6\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 6\epsilon_0$ كان لدينا $10 = 1 + 6 + 3$ امكانيات. من اجل الامكانيات الثلاث الاولي يمكن لكل الجسيمات ان يكون لها نفس السبين (ثلاث حالات), جسيمان لهما نفس السبين (ست حالات) او كل جسيم له سبين مختلف (حالة واحدة). اذن 3 تصبح 3.10 حالة. من اجل الامكانيات الستة التالية فان الجسيمين اللذين يقعان علي نفس الحالة الكمية لهما 6 حالات سبين مختلفة اما الجسيم الثالث فله 3 حالات سبين مختلفة. اذن 6 تصبح 6.3.6. من اجل الامكانية الاخيرة لدينا 3.3.3 حالة سبين مختلفة. اذن لدينا في الاجمال $165 = 1.3.3.3 + 6.3.6 + 3.10$ حالة ميكروسكوبية.

الجسيمات فرميونات متطابقة ذات سبين يساوي نصف : في هذه الحالة لدينا حالتي سبين مختلفة كل مرة. ايضا الفرميونات لا يمكن ان تحتل نفس الحالة الكمية مبدأ الاستبعاد لباولي [21] . اذن لدينا الاتي:

- عند توزيع ثلاث فرميونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 9\epsilon_0$ فانه لدينا 9 حالات ميكروسكوبية مختلفة. عند اضافة السبين يصبح عدد الحالات $9.2.2.2 = 72$ حالة ميكروسكوبية.
- عند توزيع ثلاث فرميونات متطابقة علي $E = 3\epsilon_0$, $E = 3\epsilon_0$ و $E = 12\epsilon_0$ فانه لدينا حالة ميكروسكوبية واحدة. عند اضافة السبين فان الجسيمين علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ لهما حالة سبين واحدة لان السبين يجب ان يكون مقترنا هنا حسب مبدأ الاستبعاد لباولي اما الجسيم الاخر فان له حالتي سبين مختلفتين. اذن يصبح لدينا $1.2 = 2$ حالة ميكروسكوبية.
- من اجل ثلاث فرميونات متطابقة موزعة علي $E = 6\epsilon_0$, $E = 6\epsilon_0$ و $E = 6\epsilon_0$ يمكن ان يكون لدينا $7 = 1 + 6$ امكانيات. من اجل الامكانيات الستة الاولي فان الجسيمين اللذين يقعان علي نفس الحالة الكمية لهما حالة سبين واحدة لان السبين لا يمكن الا ان يكون مقترنا هنا حسب مبدأ الاستبعاد لباولي اما الجسيم الثالث فله حالتي سبين مختلفتين. اذن 6 تصبح 6.2. من اجل الامكانية الاخيرة لدينا 2.2.2 حالة سبين مختلفة. اذن لدينا في الاجمال $20 = 1.2.2.2 + 6.2$ حالة ميكروسكوبية.

تمرين 2:

•

$$E = \epsilon_0 n^2 \ , \ \epsilon_0 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}. \qquad (194.14)$$

• –

$$|n_1 s_1 m_1 > |n_2 s_2 m_2 > |n_3 s_3 m_3 > . \qquad (195.14)$$

[21] Pauli.

- توجد امكانيتان: (A) $|9\epsilon_0> |9\epsilon_0> |9\epsilon_0>$, (B) $|\epsilon_0> |\epsilon_0> |25\epsilon_0>$.
- اذا كانت الجسيمات متمايزة بدون سبين فان عدد الحالات هو كما يلي: (A) 1 , (B) 3.
- اذا كانت الجسيمات متطابقة ذات سبين $s=0$ فان عدد الحالات هو كما يلي: (A) 1 , (B) 1.

اذا كانت الجسيمات متطابقة ذات سبين $s=1$ فان عدد الحالات هو كما يلي: (A) 10: كل الجسيمات لها نفس السبين (3), جسيمان لهما نفس السبين و الاخر مختلف (6), سبينات الجسيمات كلها مختلفة (1) , (B) 18: الجسيمان اللذان يقعان علي نفس المستوي لهما سته حالات سبين و الجسيم الاخير له ثلاث حالات سبين.

اذا كانت الجسيمات متطابقة ذات سبين $s=1/2$ فان عدد الحالات هو كما يلي: (A) 0: مبدأ الاستبعاد لباولي , (B) 2: الجسيمان اللذان يقعان علي نفس المستوي لهما حالة سبين و احدة و الجسيم الاخير له حالاتي سبين.

تمرين 3:

- نعرف ان الطاقة تعطي ب

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2n^2}{2mL^2}. \tag{196.14}$$

مباشرة عدد الحالات يعطي ب

$$\Phi(E)=n=\frac{L}{\pi\hbar}\sqrt{2mE}. \tag{197.14}$$

اذن

$$\Omega(E)=\frac{d\Phi}{dE}\delta E=n=\frac{L}{2\pi\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}\delta E. \tag{198.14}$$

- في الميكانيك الكلاسيكي لدينا

$$\begin{aligned}\Phi(E) &= \frac{1}{h}\int_{H\leq E}dxdp\\ &= \frac{2L}{h}\int_0^{p\leq\sqrt{2mE}}dp\\ &= \frac{2L}{h}\sqrt{2mE}. \end{aligned}\tag{199.14}$$

هذه نفس العبارة التي حصلنا عليها في الميكانيك الكمي.

تمرين 4: نحسب

$$\begin{aligned}\Phi(E) &= \frac{1}{h^3}\int_{H\leq E}dxdydzdp_xdp_ydp_z\\ &= \frac{V}{h^3}\int_{p_x^2+p_y^2+p_z^2\leq 2mE}dp_xdp_ydp_z\\ &= \frac{V}{h^3}\frac{4}{3}\pi(2mE)^{3/2}. \end{aligned}\tag{200.14}$$

$$\Omega(E)=\frac{d\Phi(E)}{dE}\delta E. \tag{201.14}$$

عند اضافة سبين s فاننا نضرب عدد الحالات ب $2s+1$.

تمرين 5:

- الفضاء الطوري له سته ابعاد هي $x_1, p_1, x_2, p_2, x_3, p_3$. الهاميلتونية تعطي ب

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \frac{p_3^2}{2m}. \quad (202.14)$$

-

$$\begin{aligned}\Phi(E) &= \frac{1}{h^3}\int_{H\leq E} dx_1 dx_2 dx_3 dp_1 dp_2 dp_3 \\ &= \frac{L^3}{h^3}\int_{p_1^2+p_2^2+p_3^2\leq 2mE} dp_1 dp_2 dp_3 \\ &= \frac{L^3}{h^3}\frac{4}{3}\pi(2mE)^{3/2}. \quad (203.14)\end{aligned}$$

-

$$\begin{aligned}\Omega(E) &= \frac{d\Phi(E)}{dE}\delta E \\ &= \frac{4\pi L^3 m}{h^3}(2mE)^{1/2}\delta E. \quad (204.14)\end{aligned}$$

- نضرب في اثنين.
- نضرب في $2s+1$.
- نقسم علي $3!$.

تمرين 8: نحصل علي

$$\Phi(E) = \frac{L^3}{h^3}\frac{4}{3}\pi\sqrt{8m^3}E^{3/2} = \frac{\pi}{6}(E/\epsilon_0)^{3/2}. \quad (205.14)$$

$$\Omega(E) = 4\pi\frac{L^3}{h^3}\sqrt{2m^3}E^{1/2}\delta E = \frac{\pi}{4}(E/\epsilon_0)^{1/2}\delta E/\epsilon_0. \quad (206.14)$$

نتصور ان $N=3$ عدد كبير بحيث يمكننا ان نحسب الانتروبي من العبارة

$$\frac{S}{k} = \ln\Phi \Rightarrow S = k\ln\frac{\pi}{6} + \frac{3k}{2}\ln\frac{E}{\epsilon_0}. \quad (207.14)$$

الطاقة الداخلية تعطي بالعبارة

$$E = \epsilon_0 e^{-\frac{2}{3}\ln\frac{\pi}{6}}e^{\frac{2S}{3k}}. \quad (208.14)$$

نحسب المقادير الترموديناميكية

$$T = (\frac{\partial E}{\partial S})_{V,N} = \frac{2}{3k}E \Rightarrow E = \frac{3}{2}kT. \quad (209.14)$$

$$P = -(\frac{\partial E}{\partial V})_{S,N} = -(\frac{\partial\epsilon_0}{\partial V})_{S,N}\frac{1}{\epsilon_0}.E = \frac{2}{L}E \Rightarrow PL = 2E = 3kT. \quad (210.14)$$

تمرين 9:

- عدد ابعاد الفضاء الطوري هو 2 باحداثيات معطاة ب x و p. الهاميلتونية تعطي ب

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2. \quad (211.14)$$

معادلات هاميلتون

$$\frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{m} = \dot{x}. \quad (212.14)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = kx = -\dot{p}. \quad (213.14)$$

اذن الحركة دورية بتواتر زاوي

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (214.14)$$

الحركة دورية تعطي صراحة بالحلول

$$x = A\cos(\Omega t + \phi)\ ,\ p = m\dot{x} = -mA\Omega\sin(\Omega t + \phi). \quad (215.14)$$

نحسب بالتالي

$$H = \frac{A^2 k}{2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2H}{m\Omega^2}}. \quad (216.14)$$

-

$$\begin{aligned} \Phi(E) &= \frac{1}{h}\int_{H \leq E} dxdp \\ &= \frac{1}{h}\int_{p^2/b^2 + x^2/a^2 \leq 1} dxdp. \end{aligned} \quad (217.14)$$

نحصل اذن علي مساحة قطع ناقص بانصاف محاور

$$a = \sqrt{\frac{2E}{k}}\ ,\ b = \sqrt{2mE}. \quad (218.14)$$

مساحة القطع الناقص $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ تحسب كالاتي

$$\begin{aligned} S &= \int_{-a}^{a} dx \int_{-b\sqrt{1-x^2/a^2}}^{b\sqrt{1-x^2/a^2}} dy \\ &= 2ba\int_{-a}^{a} \frac{dx}{a}\sqrt{1 - x^2/a^2} \\ &= 2ab\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\phi d\phi \\ &= ab\pi. \end{aligned} \quad (219.14)$$

اذن عدد الحالات هو

$$\Phi(E) = \frac{E}{\hbar\Omega}. \quad (220.14)$$

•

$$\Omega(E) = \frac{\delta E}{\hbar\Omega}. \quad (221.14)$$

•

$$p\frac{\partial H}{\partial p} + x\frac{\partial H}{\partial x} = 2H. \quad (222.14)$$

اذن

$$\begin{aligned}\int_0^E 2Hdpdx &= \int_0^E p\frac{\partial H}{\partial p}dpdx + \int_0^E x\frac{\partial H}{\partial x}dpdx \\ &= \int_0^E p\frac{\partial (H-E)}{\partial p}dpdx + \int_0^E x\frac{\partial (H-E)}{\partial x}dpdx \\ &= -2\int_0^E (H-E)dpdx. \quad (223.14)\end{aligned}$$

اذن

$$\begin{aligned}< H > &= \frac{\frac{d}{dE}\int_0^E Hdpdx}{\frac{d}{dE}\int_0^E dpdx} \\ &= \frac{\frac{d}{dE}\int_0^E (E-H)dpdx}{\frac{d}{dE}\int_0^E dpdx} \\ &= \frac{\int_0^E dpdx}{\frac{d}{dE}\int_0^E dpdx} \\ &= \frac{\Phi}{d\Phi/dE} \\ &= \frac{1}{d\ln\Phi/dE} \\ &= \frac{k}{dS/dE} \\ &= kT. \quad (224.14)\end{aligned}$$

استخدمنا اعلاه العلاقة

$$\frac{d}{dx}\int_0^{h(x)} f(x,y)dy = \int_0^{h(x)} \frac{\partial}{\partial x}f(x,y)dy + h^{'}(x)f(x,h(x)). \quad (225.14)$$

تمرين 10:

• الطاقة داخل مكعب تعطي ب

$$E = \epsilon_0(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2). \quad (226.14)$$

بالنسبة للمكعب الاول هناك تمثيلتان طاقويتان:

- **A** : الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$. لان هذا المستوي منحل ثلاث مرات لدينا اذن $9 = 3.3$ حالة ميكروسكوبية ممكنة.
- **B** : احد الجسيمان علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ و الاخر علي المستوي $E = 9\epsilon_0$. لان $E = 3\epsilon_0$ غير منحل و $E = 9\epsilon_0$ منحل ثلاث مرات لدينا $6 = 3.2$ حالة ميكروسكوبية حيث 2 راجع الي تمايز الجسيمات .

عدد الحالات الميكروسكوبية في المكعب الاول هو $\Omega_I = 9 + 6 = 15$.
بالنسبة للمكعب الثاني الجسيم يقع علي المستوي $E = 9\epsilon_0$. اذن هناك ثلاث حالات ميكروسكوبية اي $\Omega_{II} = 3$.
لان الجدار الفاصل ادياباتيكي فان عدد الحالات الكلي هو $\Omega_I.\Omega_{II} = 15.3 = 45$.

- لما ننزع الجدار الفاصل فان الحجم يصبح متوازي اسطح. الطاقة تعطي الان ب

$$\begin{aligned} E &= \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}(n_x^2/L_x^2 + n_y^2/L_y^2 + n_z^2/L_z^2) \\ &= \epsilon_0(n_x^2/4 + n_y^2 + n_z^2). \end{aligned} \tag{227.14}$$

هناك طاقات تساوي $\epsilon_0 p/4$ حيث p عدد طبيعي لا يقبل القسمة علي 4 و لانه لدينا ثلاث جسيمات (عدد فردي) فان هذه الطاقات لا يمكن ان تجمع ل $21\epsilon_0$. يتبقي لنا الطاقات التالية:

- $E = 3\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 1, 1)$.
- $E = 6\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 1, 2), (2, 2, 1), (4, 1, 1)$.
- $E = 9\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 2, 2), (4, 1, 2), (4, 2, 1)$.
- $E = 11\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 3, 1), (2, 1, 3)$.
- $E = 12\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (4, 2, 2)$.
- $E = 14\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 3, 2), (2, 2, 3)$.
- $E = 18\epsilon_0$: $(n_x, n_y, n_z) = (2, 4, 1), (2, 1, 4)$.

اذن هناك ثلاث تمثيلات طاقوية ممكنة:

- **A** : جسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ و الاخر علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$. الجسيم علي المستوي $E = 9\epsilon_0$ له ثلاث امكانيات, الجسيمان علي المستوي $E = 6\epsilon_0$ لهما تسعة امكانيات و تمايز الجسميات يؤدي الي معامل ضرب يساوي ثلاثة. اذن هناك $3.9.3 = 81$ حالة ميكروسكوبية ممكنة.
- **B** : جسيم علي المستوي $E = 3\epsilon_0$, الجسيم الثاني علي المستوي $E = 6\epsilon_0$ و الثالث علي المستوي $E = 12\epsilon_0$. الجسيم علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ له امكانية واحدة, الجسيم علي المستوي $E = 6\epsilon_0$ له ثلاث امكانيات, الجسيم علي المستوي $E = 12\epsilon_0$ له امكانية واحدة و تمايز الجسيمات يؤدي الي $3!$. اذن لدينا $6.1.3.1 = 18$ حالة ميكروسكوبية.
- **C** : جسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ و الاخر علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$. الجسيمان علي المستوي $E = 9\epsilon_0$ لهما تسعة امكانيات, الجسيم علي المستوي $E = 3\epsilon_0$ له امكانية واحدة و تمايز الجسميات يؤدي الي معامل ضرب يساوي ثلاثة. اذن هناك $3.9.1 = 27$ حالة ميكروسكوبية ممكنة.

عدد الحالات الاجمالي هو $81 + 18 + 27$. عدد الحالات يزداد عند رفع الحاجز الادياباتيكي.

تمرين 11:

- بالنسبة للعلبة الاولي لدينا تمثيلتان طاقويتان: (A) الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات. اذن هناك $9 = 3.3$ حالة ميكروسكوبية. (B) جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ غير المنحل. اذن هناك $6 = 3.2$ حالة ميكروسكوبية. عدد الحالات الاجمالية بالنسبة للمكعب الاول هو $\Omega_I = 9 + 6 = 15$.

بالنسبة للعلبة الثانية لدينا ايضا تمثيلتان طاقويتان: (A) الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات. اذن هناك $9 = 3.3$ حالة ميكروسكوبية. (B) جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 12\epsilon_0$ غير المنحل. اذن هناك $6 = 3.2$ حالة ميكروسكوبية. عدد الحالات الاجمالية بالنسبة للمكعب الثاني هو $\Omega_{II} = 9 + 6 = 15$.

عدد الحالات الكلي هو $\Omega = \Omega_I.\Omega_{II} = 15.15 = 225$ حالة ميكروسكوبية.

- يمكن ان نتوزع الطاقة كما يلي: (A) $E_I = 6\epsilon_0$, $E_{II} = 24\epsilon_0$ و العكس. (B) $E_I = 9\epsilon_0$, $E_{II} = 21\epsilon_0$ و العكس. (C) $E_I = 12\epsilon_0$, $E_{II} = 18\epsilon_0$ و العكس. (D) $E_I = 15\epsilon_0$, $E_{II} = 15\epsilon_0$.
- (A): العلبة الاولي: الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ (حالة واحدة). العلبة الثانية: الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 12\epsilon_0$ (حالة واحدة), جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 18\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات و الجسيم الاخر علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (تسعة حالات), جسيم عي المستوي الطاقوي $E = 21\epsilon_0$ المنحل ستة مرات و الجسيم الاخر علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ (12 حالة). اذن هناك $\Omega_A = \Omega_1.\Omega_2.2 = 1.31.2 = 62$ حالة.
(B): العلبة الاولي: جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (ستة حالات). العلبة الثانية: جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 18\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (ستة حالات), جسيم عي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاثة مرات و الجسيم الاخر علي المستوي الطاقوي $E = 12\epsilon_0$ (ستة حالات). اذن هناك $\Omega_B = \Omega_1.\Omega_2.2 = 6.12.2 = 144$ حالة.
(C): العلبة الاولي: جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (ستة حالات), الجسيمان علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (تسعة حالات). العلبة الثانية: جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 12\epsilon_0$ و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (ستة حالات), الجسيمان عي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاثة مرات (تسعة حالات). اذن هناك $\Omega_C = \Omega_1.\Omega_2.2 = 15.15.2 = 450$ حالة.
(D): العلبة الاولي: جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 6\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 9\epsilon_0$ المنحل ثلاث مرات (18 حالة), جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 3\epsilon_0$ و جسيم علي المستوي الطاقوي $E = 12\epsilon_0$ (حالتان). العلبة الثانية: نفس التعداد. اذن هناك $\Omega_D = \Omega_1.\Omega_2 = 20.20 = 400$ حالة.
- العدد الاجمالي للحالات الميكروسكوبية هو

$$\Omega = \Omega_A + \Omega_B + \Omega_C + \Omega_D = 62 + 144 + 450 + 400 = 1056. \tag{228.14}$$

حسب مسلمة تساوي الاحتمال فان احتمال الحصول علي اي حالة ميكروسكوبية هو

$$P = 1/1056. \tag{229.14}$$

نحسب ايضا الاحتمالات

$$\begin{aligned} &P(E_I = 6\epsilon_0) = 31/1056\ ,\ P(E_I = 9\epsilon_0) = 72/1056 \\ &P(E_I = 15\epsilon_0) = 400/1056\ ,\ P_I(E_I = 12\epsilon_0) = 225/1056. \end{aligned} \tag{230.14}$$

تمرين 12:

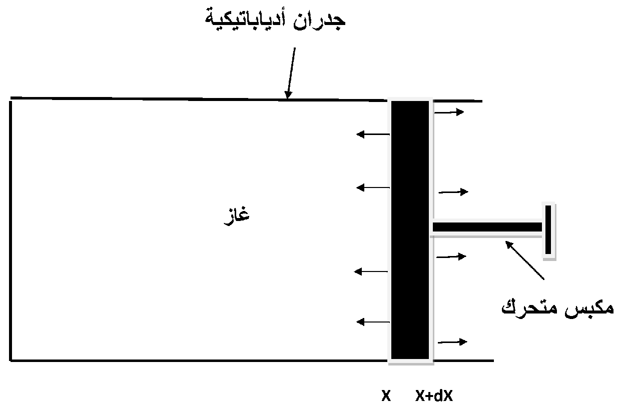
- المكاملة بالتجزئة.
- استخدم الخاصية التي برهنا عليها في السؤال السابق.
- المكاملة بالتجزئة و تغيير المتغير $x = az^2$ يؤديان الي العلاقات

$$\begin{aligned} (1/2)! = \Gamma(3/2) &= \frac{1}{2}\int_0^{\infty} x^{-1/2}e^{-x}dx \\ &= -a^{3/2}\frac{d}{da}\int_{-\infty}^{+\infty} dz e^{-az^2} \\ &= -a^{3/2}\frac{d}{da}(\sqrt{\pi}a^{-1/2}) \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{\pi}. \end{aligned} \tag{231.14}$$

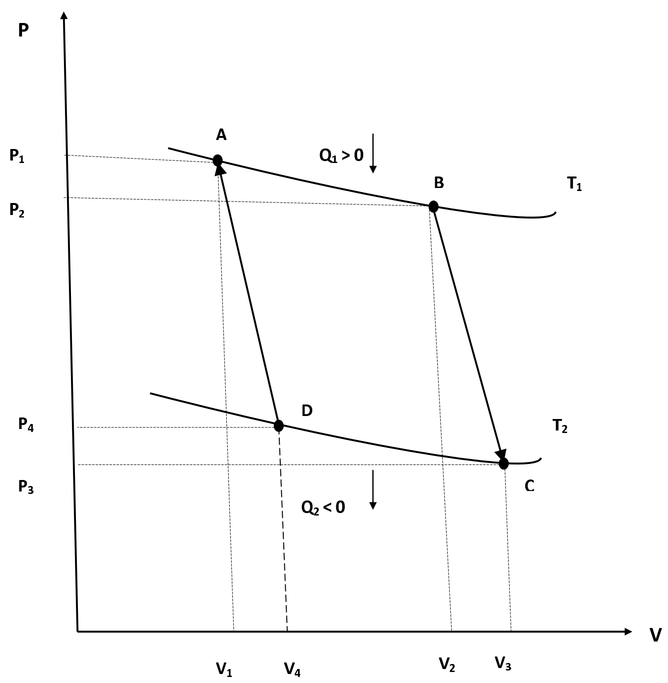
اذن

$$(3/2)! = (1/2)\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}/4. \tag{232.14}$$

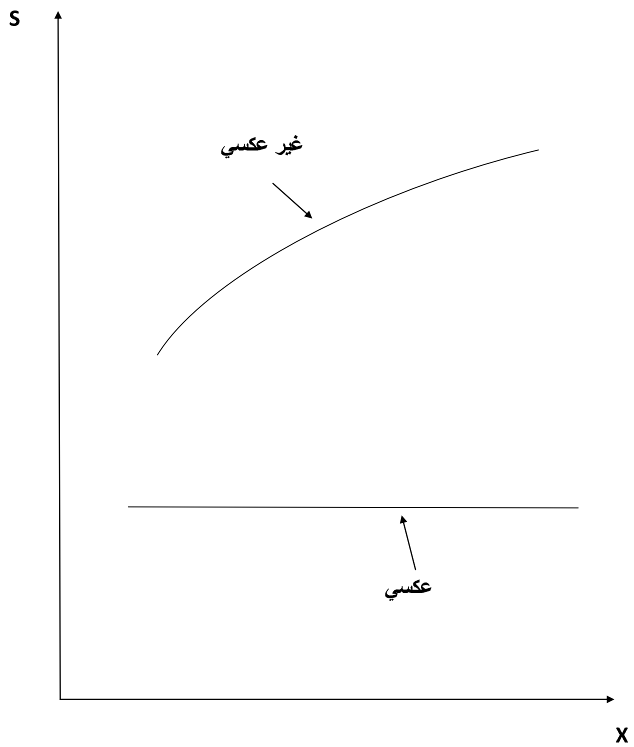
• انظر الي المحاضرة،



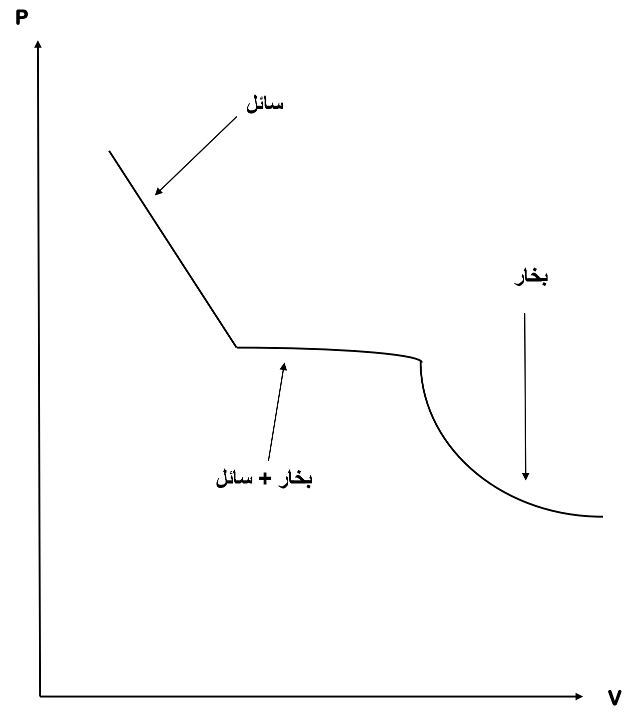
شكل :III،1



شكل :III.2



III،3: شكل



شكل :III.4

باب 15

المجموعة القانونية

1.15 المجموعة القانونية

نعتبر فى هذا الفصل جملة ترموديناميكية S فى حالة توازن حرارى مع خزان حرارى $\mathcal{T}$ موضوع عند درجة حرارة T. هذا يعنى بالخصوص أن الجملة $S+\mathcal{T}$ هى جملة معزولة فى حالة توازن احصائى و بالتالى يمكن ان نطبق المجموعة الميكروقانونية عليها. طاقة هذه الجملة الكلية هى E_0 ونفترض أن الجملة S هى فى حالة ميكروسكوبية j ذات طاقة تساوى E_r. لدينا اذن فى النهاية الترموديناميكية

$$E_0 = E_r + E_T, \tag{1.15}$$

حيث E_T هى طاقة الخزان الحرارى. ليكن $\Omega_T(E_T)$ هو عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للخزان الحرارى ذات الطاقة E_T. اذن احتمال أن تكون الجملة S فى حالة ميكروسكوبية j ذات طاقة E_r يعطى بالضبط ب

$$P_j(E_r) = \frac{\Omega_T(E_0 - E_r)}{\Omega}, \tag{2.15}$$

حيث Ω هو عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة الكلية $S+\mathcal{T}$. من الواضح أن

$$\sum_r \sum_j P_j(E_r) = 1 \Rightarrow \Omega = \sum_r \sum_j \Omega_T(E_0 - E_r) = \frac{1}{\mathcal{N}}. \tag{3.15}$$

اذن

$$P_j(E_r) = \mathcal{N}' \Omega_T(E_0 - E_r). \tag{4.15}$$

لان الخزان الحرارى يحتوى على عدد أكبر بكثير من درجات الحرية بالمقارنة مع الجملة S فإن $E_r << E_T$ وبالتالى $E_r << E_0$. نعتبر الدالة $\ln\Omega_T(E_0 - E_r)$ التى تتغير فى نفس اتجاه الدالة $\Omega_T(E_0 - E_r)$ لكن ببطء شديد. اذن يمكن أن ننشر الدالة $\Omega_T(E_0 - E_r)$ نشر تايلورحول E_0 كالتالى

$$\ln\Omega_T(E_0 - E_r) = \ln\Omega_T(E_0) - \big(\frac{\partial \ln\Omega_T}{\partial E}\big)_{E=E_0} E_r + ... \tag{5.15}$$

المشتقة الجزئية فى المعادلة اعلاه تحسب عند حجم ثابت و عدد جسيمات ثابت, وهى مرتبطة بدرجة حرارة الخزان بالعلاقة

$$\big(\frac{\partial \ln\Omega_T}{\partial E}\big)_{E=E_0} = \big(\frac{\partial \ln\Omega_T}{\partial E}\big)_{V,N} = \frac{1}{kT} = \beta. \tag{6.15}$$

نحصل اذن على

$$\ln\Omega_T(E_0 - E_r) = \ln\Omega_T(E_0) - \beta E_r + ... \tag{7.15}$$

اى

$$\Omega_T(E_0 - E_r) = \Omega_T(E_0) e^{-\beta E_r}. \tag{8.15}$$

الاحتمال ان تكون الجملة S فى حالة ميكروسكوبية j ذات طاقة E_r يصبح

$$P_j(E_r) = \mathcal{N}'\Omega_T(E_0)e^{-\beta E_r} = \mathcal{N}e^{-\beta E_r}. \tag{9.15}$$

شرط التنظيم يعطى الان

$$\frac{1}{\mathcal{N}} = Z = \sum_r \sum_j e^{-\beta E_r}. \tag{10.15}$$

تسمى Z دالة تقسيم الجملة. اذا كانت g_r هى درجة انحلال المستوى الطاقوى E_r نحصل على

$$Z = \sum_r g_r e^{-\beta E_r}. \tag{11.15}$$

احتمال أن تكون الجملة فى حالة ميكروسكوبية j ذات طاقة E_r, عندما تكون فى حالة توازن احصائى مع خزان حرارى عند درجة الحرارة T, يصبح

$$P_j(E_r) = \frac{e^{-\beta E_r}}{Z}. \tag{12.15}$$

هذا الاحتمال يسمى توزيع ماكسويل ويعرف ما يسمى بالمجموعة القانونية. احتمال ان نجد الجملة S بطاقة E_r هو

$$P(E_r) = \frac{g_r e^{-\beta E_r}}{Z}. \tag{13.15}$$

اذا كان طيف الطاقة مستمر نحصل فى المقابل على الاحتمال $P(E)dE$ حيث

$$P(E) = \frac{\Omega(E)e^{-\beta E}}{Z}\ ,\ Z = \int dE\Omega(E)e^{-\beta E}, \tag{14.15}$$

من الواضح أن $\Omega(E)$ هى كثافة عدد الحالات اى أن $\Omega(E)dE$ هو عدد الحالات بين E و $E + dE$.

المجموعة القانونية هى مجموعة من الجمل الترموديناميكية المتماثلة ماكروسكوبيا التى تكون فى حالة توازن احصائى او حرارى مع خزان حرارى عند درجة الحرارة T, والتى يعطى احتمال وجود اى منها فى حالة ميكروسكوبية j ذات طاقة E_r بتوزيع ماكسويل اعلاه. حسب الفرضية الارجودية فإن المتوسط فى الزمن المأخوذ فى جملة معينة يساوى المتوسط المأخوذ فى مجموعة الجمل فى لحظة معينة.

.

2.15 دالة التقسيم

نعتبر مجموعة مشكلة من جمل فى حالة توازن حرارى مع خزان حرارى عند درجة حرارة T ذات طاقات مختلفة E. لأن هذه الجمل فى حالة توازن حرارى مع الخزان الحرارى فان المتوسط فى الطاقة $< E >$ هو ثابت فى الزمن. هذه المجموعة كما سنبين تعطى بالضبط بالمجموعة القانونية. تذكر أنه فى حالة المجموعة الميكروقانونية فإن الجمل كانت معزولة و بالتالى فإن الطاقة نفسها كانت ثابتة فى الزمن. ليكن P_i احتمال ان تحتل الجملة الحالة الميكروسكوبية i. عند التوازن الاحصائى فإن انتروبى المعلومات

$$S = -k\sum_i P_i \ln P_i, \tag{15.15}$$

يجب ان يكون اعظميا حيث الجمع على i هو على جميع الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجملة. نبحث, كما فعلنا فى السابق, عن القيمة الاعظمية لانتروبى المعلومات مع قيد انحفاظ الاحتمال, بالاضافة الى القيد الاضافى الذى ينص على ثبوت قيمة الطاقة, اى يجب ان يكون لدينا

$$\sum_i P_i = 1. \tag{16.15}$$

$$\sum_i E_i P_i =< E > . \tag{17.15}$$

حيث E_i هي طاقة الحالة الميكروسكوبية i. نستخدم مرة اخرى طريقة مضروبات لاغرانج, ونعتبر الدالة

$$F = S - \lambda_1\big(\sum_i P_i - 1\big) - \lambda_2\big(\sum_i E_i P_i - < E >\big). \tag{18.15}$$

λ_1 و λ_2 هي بالضبط مضروبات لاغرانج. شرط القيمة الاعظمية يعطى ب

$$\frac{\partial F}{\partial P_i} = 0 \ , \ \forall i. \tag{19.15}$$

نحصل على

$$-k \ln P_i - k - \lambda_1 - \lambda_2 E_i = 0. \tag{20.15}$$

نعرف مضروبات لاغرانج بصورة مختلفة كالتالى

$$\lambda_1 = \lambda k \ , \ \lambda_2 = k\beta. \tag{21.15}$$

نحصل على

$$P_i = e^{-1-\lambda} e^{-\beta E_i}. \tag{22.15}$$

من شرط التنظيم نحصل مباشرة على الثابث

$$e^{-1-\lambda} = \frac{1}{\sum_i e^{-\beta E_i}}. \tag{23.15}$$

اذن الاحتمال عند التوازن الاحصائى يعطى ب

$$P_i = \frac{e^{-\beta E_i}}{Z}. \tag{24.15}$$

هذا هو توزيع بولتزمان. الدالة Z هى ما تعرف بدالة التقسيم و تعرف ب

$$Z = \sum_i e^{-\beta E_i}. \tag{25.15}$$

نحسب مباشرة الانتروبى عند التوازن و نجد

$$S = k\big(\ln Z + \beta < E >\big). \tag{26.15}$$

هذا هو الانتروبى الترموديناميكى. من الواضح ايضا أن $< E >$ هى الطاقة الداخلية U للجملة اى

$$U =< E > . \tag{27.15}$$

يمكننا اذن ان نعرف درجة حرارة الجملة بالعلاقة

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N} = \frac{1}{T}. \tag{28.15}$$

اذن نحصل على

$$\beta = \frac{1}{kT}. \tag{29.15}$$

يمكن كتابة دالة التقسيم اعلاه على الشكل الاصرح

$$Z = \sum_r \sum_j e^{-\beta E_r}, \tag{30.15}$$

حيث الجمع على r هو الجمع على جميع المستويات الطاقوية و الجمع على j هو الجمع على جميع الحالات الميكروسكوبية التى لها طاقة E_r. اذا كانت درجة انحلال المستوى الطاقوى E_r هى g_r فإننا يمكن أن نكتب دالة التقسيم اعلاه على الشكل

$$Z = \sum_r g_r e^{-\beta E_r}. \tag{31.15}$$

فى الحالة التى تكون فيها المستويات الطاقوية مستمرة فإننا نكتب العلاقة اعلاه على الشكل

$$Z = \int \Omega(E) dE e^{-\beta E}. \tag{32.15}$$

$\Omega(E)$ هى كثافة الحالات عند الطاقة E اى أن $\Omega(E)dE$ هو عدد الحالات المحتواة بين E و $E + dE$.
الطلقة الداخلية تتعلق بدرجة الحرارة T, وبالمستويات الطاقوية E_r, أى بالحجم V و عدد الجسيمات N اى

$$Z = Z(T, V, N). \tag{33.15}$$

3.15 العلاقة بالمقادير الترموديناميكية

الطاقة الداخلية: من النقاش اعلاه يمكننا ان نكتب مباشرة احتمال ان نحصل على المستوى الطاقوى E_r كالاتى

$$P(E_r) = \frac{\sum_j e^{-\beta E_r}}{Z} = \frac{g_r e^{-\beta E_r}}{Z}. \tag{34.15}$$

الطاقة الداخلية هى القيمة المتوسطة للطاقة اى أنها تعطى بالعلاقة

$$\begin{aligned} U &= < E > \\ &= \sum_r E_r P(E_r) \\ &= \frac{1}{Z} \sum_r \sum_j E_r e^{-\beta E_r} \\ &= -\frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta} \\ &= -(\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta})_{V,N}. \end{aligned} \tag{35.15}$$

لكن

$$\frac{\partial}{\partial \beta} = -kT^2 \frac{\partial}{\partial T}. \tag{36.15}$$

اذن

$$U = < E > = kT^2 (\frac{\partial \ln Z}{\partial T})_{V,N}. \tag{37.15}$$

المجموعة القانونية تحتوى على جمل, فى حالة توازن حرارى مع خزان حرارى, ذات طاقات مختلفة E بحيث أن المتوسط $< E >$ هو ثابت, عكس المجموعة الميكروقانونية التى تكون فيها كل الجمل معزولة حراريا و بالتالى لها نفس الطاقة E. نبرهن الان أن المجموعة القانونية هى رياضيا مكافئة للمجموعة الميكروقانونية.

الانحراف المعيارى للطاقة ΔE يحسب التقلب [1] فى الطاقة E حول المتوسط $< E >$ ويعطى بالعلاقة

$$\Delta E^2 =< E^2 > - < E >^2 . \tag{38.15}$$

نحسب الان

$$\begin{aligned} < E^2 > &= \sum_r E_r^2 P(E_r) \\ &= \frac{1}{Z}\sum_r \sum_j E_r^2 e^{-\beta E_r} \\ &= \frac{1}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial \beta^2} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}\ln Z + < E >^2 . \end{aligned} \tag{39.15}$$

اذن

$$\begin{aligned} \Delta E^2 &= \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}\ln Z \\ &= -\frac{\partial}{\partial \beta} < E > \\ &= kT^2 \Big(\frac{\partial < E >}{\partial T}\Big)_{V,N} \\ &= kT^2 C_v . \end{aligned} \tag{40.15}$$

حيث C_v هى السعة الحرارية عند حجم ثابت. من الواضح اذن ان الطاقة الداخلية تزداد دائما مع ازدياد درجة الحرارة. اذن التقلب فى الطاقة هو تقلب عادي [2].

التقلب النسبي للطاقة يعرف بأخذ النسبة بين التقلب $< \Delta E >$ و المتوسط $< E >$ أى

$$\frac{\Delta E}{< E >} = \frac{kT}{< E >}\sqrt{\frac{C_v}{k}}. \tag{41.15}$$

اذا استخدمنا نتائج المجموعة الميكروقانونية بالنسبة لغاز المثالى المعطاة ب $< E >= 3NkT/2$ و $C_v = 3NK/2$ فإننا نحصل على

$$\frac{\Delta E}{< E >} = \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{1}{\sqrt{N}}. \tag{42.15}$$

اذن التقلب النسبي ينعدم عندما $N \longrightarrow \infty$. اذن عندما $N \longrightarrow \infty$ فإن الاغلبية الساحقة من الجمل فى المجموعة لها طاقة تساوى $< \Delta E >$ التى هى بالضبط الطاقة الداخلية. اذن المجموعة القانونية مكافئة للمجموعة الميكروقانونية بمعنى ان اغلبية الجمل فى المجموعة القانونية لها نفس الطاقة الداخلية. هذه النتيجة تعنى ايضا أنه يمكن استخدام المجموعة القانونية عوض المجموعة الميكروقانونية لوصف التوازن الاحصائى لجملة معزولة مكونة من عدد ضخم من درجات الحرية.

---

[1] fluctuation.

[2] normal fluctuation.

الضغط: نقوم بتغيير الحجم بطريقة شبه ساكنة بين V و $V+dV$ عند درجة حرارة ثابتة T وعدد جسيمات ثابت N. هذا يؤدى الى تغيير فى المستويات الطاقوية E_r. اذا كانت جملة من المجموعة فى حالة ميكروسكوبية ذات طاقة E_r, فإن الضغط يعطى ب

$$P_r = -(\frac{\partial E_r}{\partial V})_{T,N}. \quad (43.15)$$

قيمة الضغط التى نقيسها على المستوى الماكروسكوبى تعطى بالمتوسط

$$\begin{aligned} <P> &= \sum_r P_r P(E_r) \\ &= -\frac{1}{Z}\sum_r\sum_j \frac{\partial E_r}{\partial V} e^{-\beta E_r} \\ &= \frac{1}{\beta Z}\frac{\partial}{\partial V}\sum_r\sum_j e^{-\beta E_r} \\ &= \frac{1}{\beta Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta} \\ &= kT(\frac{\partial \ln Z}{\partial V})_{T,N}. \end{aligned} \quad (44.15)$$

الانتروبى و الطاقة الحرة: نعتبر الحالة التى يكون فيها عدد جسيمات ثابت بحيث تصبح دالة التقسيم لا تتعلق الا بدرجة الحرارة و الحجم اى $Z=Z(T,V)$. نحسب مباشرة

$$\begin{aligned} d\ln Z &= \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}d\beta + \frac{\partial \ln Z}{\partial V}dV \\ &= -<E>d\beta + \beta <P> dV. \end{aligned} \quad (45.15)$$

من جهة أخرى

$$d(\beta <E>) = <E>d\beta + \beta d<E>. \quad (46.15)$$

نأخذ مجموع المعادلتين اعلاه لنحصل على

$$d(\ln Z + \beta <E>) = \beta(d<E> + <P>dV). \quad (47.15)$$

بعبارة اخرى

$$d<E> = -<P>dV + kTd(\ln Z + \beta <E>). \quad (48.15)$$

نحصل اذن على الانتروبى

$$dS = kd(\ln Z + \beta <E>) \Rightarrow S = k(\ln Z + \beta <E>). \quad (49.15)$$

عند درجة حرارة الصفر المطلق, اى لما $\beta \longrightarrow \infty$, فان $Z \longrightarrow g_0$, $<E> \longrightarrow 0$ و $S \longrightarrow k\ln g_0$, حيث g_0 هى درجة انحلال المستوى الطاقوى الاساسى. اى اننا نختار ثابت التكامل بحيث نحصل على المبدأ الثالث للترموديناميك.

المعادلة اعلاه يمكن كتابتها على الشكل المكافئ

$$<E> - TS = -kT\ln Z. \quad (50.15)$$

هذا هو تعريف الطاقة الحرة بالضبط اى

$$F = -kT\ln Z \Rightarrow Z = e^{-\beta F}. \quad (51.15)$$

4.15 النظرية الحركية للغازات: توزيع ماكسويل

نعتبر غاز مثالى كلاسيكى متجانس اى احادى الذرة داخل علبة حجمها V. نفترض أن درجة الحرارة غير قريبة جدا من الصفر المطلق وبالتالى يمكن تطبيق قوانين الميكانيك الكلاسيكى على الغاز. نفترض ايضا أن الذرات غير متطابقة وبالتالى يمكن ان نعتبر ذرة بعينها تحت تأثير الذرات الاخرى التى تتصرف اذن بالنسبة لهاكخزان حرارى. الطاقة الحركية لهذه الذرة اذا كان شعاع موضعها بين $\vec{r}$ و $\vec{r}+d\vec{r}$ وشعاع كمية حركتها بين $\vec{p}$ و $\vec{p}+d\vec{p}$ تعطى ب

$$E=\frac{\vec{p}^2}{2m}, \tag{52.15}$$

حيث m هى كتلة الذرة. عدد الحالات الميكروسكوبية $dN(\vec{r},\vec{p})$ التى لها هذه الطاقة هو عدد الحالات المحتواة داخل الحجم فى الفضاء الطورى $d\vec{r}d\vec{p}$ ويعطى ب

$$dN(\vec{r},d\vec{p})=\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}, \tag{53.15}$$

حيث h^3 هو الحجم فى الفضاء الطورى الذى يحتوى على حالة ميكروسكوبية واحدة. لاحظ ان هذا العدد لا يتعلق لا ب $\vec{r}$ و لا $\vec{p}$.
الاحتمال $\mathcal{P}(\vec{r},\vec{p})d\vec{r}d\vec{p}$ فى أن نجد الذرة فى الحجم $d\vec{r}d\vec{p}$ يعطى بتوزيع بولتزمان فى حالة طيف مستمر أى

$$\mathcal{P}(\vec{r},\vec{p})d\vec{r}d\vec{p}=\frac{1}{Z}\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}e^{-\beta\frac{\vec{p}^2}{2m}}. \tag{54.15}$$

دالة التقسيم Z نحصل عليها من شرط التنظيم $\int\mathcal{P}(\vec{r},\vec{p})d\vec{r}d\vec{p}=1$ و بالتالى تعطى ب

$$Z=\int\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}e^{-\beta\frac{\vec{p}^2}{2m}}. \tag{55.15}$$

التكامل على الفضاء هين يعطى مباشرة حجم العلبة V. التكامل على كمية الحركة يعطى ب

$$\begin{aligned}Z &= \frac{V}{h^3}\bigg(\int dp_x e^{-\beta\frac{p_x^2}{2m}}\bigg)^2\\ &= \frac{V}{h^3}\bigg(\frac{2\pi m}{\beta}\bigg)^{3/2}\\ &= \frac{V}{h^3}(2\pi mkT)^{3/2}.\end{aligned} \tag{56.15}$$

الاحتمال $\mathcal{P}(\vec{p})d\vec{p}$ فى أن نجد الذرة بكمية حركة بين $\vec{p}$ و $\vec{p}+d\vec{p}$ فى أى مكان من العلبة يعطى ب

$$\mathcal{P}(\vec{p})d\vec{p}=\int_V\mathcal{P}(\vec{r},\vec{p})d\vec{r}d\vec{p}=\frac{1}{(2\pi mKT)^{3/2}}e^{-\frac{\vec{p}^2}{2kTm}}d\vec{p}. \tag{57.15}$$

بالتعويض ب $\vec{p}=m\vec{v}$ نحصل على توزيع السرعات

$$\mathcal{P}(\vec{v})d\vec{v}=\big(\frac{m}{2\pi KT}\big)^{3/2}e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}}d\vec{v}. \tag{58.15}$$

هذا هو توزيع ماكسويل للسرعات.
بطريقة أخرى, ليكن $f(\vec{r},\vec{v})d\vec{r}d\vec{v}$ عدد الذرات التى تقع بين $\vec{r}$ و $\vec{r}+d\vec{r}$ و التى لها سرعة بين $\vec{v}$ و $\vec{v}+d\vec{v}$. من الواضح أن

$$f(\vec{r},\vec{v})d\vec{r}d\vec{v}=Ce^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}}d\vec{r}d\vec{v}. \tag{59.15}$$

شرط التنظيم يعطى ب

$$\int f(\vec{r},\vec{v})d\vec{r}d\vec{v}=N, \tag{60.15}$$

حيث N هو عدد ذرات الغاز فى الحجم V. اجراء التكامل على نفس منوال الحساب اعلاه نحصل على

$$CV\big(\frac{2\pi kT}{m}\big)^{3/2}=N. \tag{61.15}$$

اذن نحصل على التوزيع

$$f(\vec{r},\vec{v})=\rho\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{3/2}e^{-\frac{m\vec{v}^2}{2kT}}, \tag{62.15}$$

حيث $\rho=N/V$ هو عدد الذرات فى وحدة الحجم و هو ثابت. هذا هو توزيع ماكسويل بدلالة عدد الذرات فى وحدة الحجم فى وحدة السرعات.

توزيع ماكسويل هو توزيع متوحد المناحى [3] لانه لا يتعلق الا ب $\vec{v}^2$. بالتالى فان توزيع مركبات السرعة فى أى اتجاه من الفضاء سيكون هو نفسه. لنحسب توزيع السرعات $g(v_x)$ الذى يوافق المركبة v_x.

$g(v_x)dv_x$ هو عدد الذرات فى وحدة الحجم التى لها سرعة ذات مركبة فى الاتجاه x بين v_x و v_x+dv_x. اذن مركبات السرعة فى الاتجاهين y و z يمكن ان تأخذ اى قيمة. لدينا اذن

$$\begin{aligned} g(v_x) &= \int dv_y\int dv_z f(\vec{r},\vec{v}) \\ &= \rho\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{3/2}e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}\int dv_y e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}}\int dv_z e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} \\ &= \rho\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{1/2}e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}. \end{aligned} \tag{63.15}$$

لدينا شرط التنظيم

$$\int dv_x g(v_x) = \rho. \tag{64.15}$$

توزيع السرعة $g(v_x)$ هو توزيع غوس مركز حول $v_x=0$. نحسب القيم المتوسطة

$$<v_x>=\frac{1}{\rho}\int dv_x v_x g(v_x)=0. \tag{65.15}$$

$$\begin{aligned} <v_x^2>=\frac{1}{\rho}\int dv_x v_x^2 g(v_x) &= \big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{1/2}\int dv_x v_x^2 e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \\ &= \big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{1/2}\big(-2kT\frac{\partial}{\partial m}\big)\int dv_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \\ &= \frac{kT}{m}. \end{aligned} \tag{66.15}$$

اذن الانحراف المعيارى فى السرعة الذى يقيس التقلب Δv_x فى قيم السرعة v_x حول القيمة المتوسطة $<v_x>$ يعطى بالضبط ب

$$\Delta v_x=\sqrt{<v_x^2>-<v_x>^2}=\sqrt{\frac{kT}{m}}. \tag{67.15}$$

[3] isotropic.

لأن توزيع السرعات متوحد المناحى فإن القيمة المتوسطة للطاقة الحركية لذرة من ذرات الغاز تعطى ب

$$\frac{1}{2}m<v^2>=\frac{1}{2}m(<v_x^2>+<v_y^2>+<v_z^2>)=\frac{3}{2}m<v_x^2>=\frac{3}{2}kT. \quad (68.15)$$

هذه النتيجة هى احدى التطبيقات الخاصة لمبرهنة تساوى الطاقة.

يمكن ان نعيد الحساب فى الاحداثيات الكروية كالتالى. ليكن $g(v)dv$ عدد الذرات فى وحدة الحجم التى لها سرعة ذات طويلة بين v و $v+dv$. هذا العدد يعطى بالتكامل التالى

$$\begin{aligned} g(v)dv &= \int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}d\theta\sin\theta v^2dvf(\vec{r},\vec{v}) \\ &= 4\pi v^2dvf(\vec{r},\vec{v}) \\ &= 4\pi\rho\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{3/2}v^2e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv. \quad (69.15)\end{aligned}$$

شرط التنظيم مازال يعطى ب

$$\int dvg(v) = \rho. \quad (70.15)$$

نلاحظ ان $g(0)=g(\infty)=0$. اذن التوزيع $g(v)$ يمر بقيمة اعظمية تعطى بالشرط $dg(v)/dv=0$. هذه القيمة الاعظمية تسمى بالقيمة الاكثر احتمالا وتعطى ب

$$\tilde{v}=\sqrt{\frac{2kT}{m}}. \quad (71.15)$$

هذه القيمة الاكثر احتمالا تختلف عن القيمة المتوسطة التى تعطى ب

$$\begin{aligned} <v> &= \frac{1}{\rho}\int dvvg(v) \\ &= 4\pi\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{3/2}\int v^3e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv \\ &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (72.15)\end{aligned}$$

نحسب ايضا

$$\begin{aligned} <v^2> &= \frac{1}{\rho}\int dvv^2g(v) \\ &= 4\pi\big(\frac{m}{2\pi kT}\big)^{3/2}\int v^4e^{-\frac{mv^2}{2kT}}dv \\ &= \frac{3kT}{m}. \quad (73.15)\end{aligned}$$

الطاقة المتوسطة تعطى اذن كما فى السابق ب

$$\frac{1}{2}m<v^2> = \frac{3kT}{2}. \quad (74.15)$$

5.15 البارامغناطيسية

نعتبر جملة مكونة من N ذرة متطابقة ذات سبين $1/2$ غير متفاعلة فيما بينها فى حالة سكون موزعة على شبكة خطية عمودية للمحور z. اذا افترضنا أن كل ذرة لديها الكترون عازب واحد فى طبقة s, اى ان العزم المدارى صفر, فإن العزم الثنائى المغناطيسى يعطى ب

$$\vec{M}=g\frac{e}{2m}\vec{s}, \quad (75.15)$$

حيث e و m هما شحنة و كتلة الالكترون, $\vec{s}$ هو شعاع العزم الحركى الذاتى اى السبين, و g هو معامل لاندى [4] الذى يساوى 2 بالنسبة للالكترون. لان السبين يساوى $1/2$ فإن اسقاط العزم المغناطيسى على المحور z يمكن ان يعطى قيمتين فقط: $\pm M$. اذن اذا طبقنا حقل مغناطيسى $\vec{B}$ فى الاتجاه z فإن الطاقة الكامنة لكل ذرة لا يمكن ان تأخذ الا قيمتين: $E_+ = -MB$ اذا كان $\vec{M}$ موازى ل $\vec{B}$ او $E_- = MB$ اذا كان $\vec{M}$ عكس $\vec{B}$.

اذا كانت درجة حرارة الشبكة ثابتة تساوى T, فإنه يمكننا ان نطبق على كل ذرة المجموعة القانونية لان الذرات تتصرف فعليا كذرات متمايزة بسبب الشبكة. باقى الذرات اذن تتصرف كخزان حرارى درجة حرارته T. احتمالات ان تكون الذرة فى المستويين E_+ و E_- تعطى ب

$$P_+ = \frac{1}{Z}e^{-\beta E_+} \ , \ P_- = \frac{1}{Z}e^{-\beta E_-}. \tag{76.15}$$

دالة التقسيم تعطى ب

$$Z = e^{-\beta E_+} + e^{-\beta E_-}. \tag{77.15}$$

نكتب

$$Z = e^x + e^{-x} \ , \ P_+ = \frac{e^x}{Z} \ , \ P_- = \frac{e^{-x}}{Z} \ , \ x = \beta MB. \tag{78.15}$$

العزم المغناطيسى المتوسط للذرة يعطى ب

$$< M >= \frac{MP_+ - MP_-}{Z} = M\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^x} = M\tanh\frac{MB}{kT}. \tag{79.15}$$

اذن من اجل درجات الحرارة العليا $kT >> MB$ اى $x \longrightarrow 0$ وبالتالى $x \longrightarrow \tanh x$ اى

$$< M >= \frac{M^2B}{kT} \longrightarrow 0. \tag{80.15}$$

اذن المستويان الطاقويان E_+ و E_- متساويان فى الطاقة. فى هذه الحالة الطاقة الحرارية تتغلب على الطاقة المغناطيسية و $\vec{M}$ يتوزع بشكل منتظم فى الاتجاهين الموجب و السالب.

لكن من اجل $kT << MB$ فإن $x \longrightarrow \infty$ اى $\tanh x \longrightarrow 1$. اذن فى هذه الحالة, حالة درجات الحرارة المنخفضة, فإن $< M > \longrightarrow M$. الجملة فى المستوى الاساسى.

القيمة المتوسطة للعزم المغناطيسى الكلى تعطى ب

$$< \mathcal{M} >= N < M > . \tag{81.15}$$

من اجل الحقول المغناطيسية الصغيرة $B \longrightarrow 0$ نحصل على

$$< \mathcal{M} >= \chi B \ , \ B \longrightarrow 0. \tag{82.15}$$

معامل التناسب χ يسمى الحساسية المغناطيسية [5] و يعطى فى هذه الحالة ب

$$\chi = \frac{NM^2}{kT}. \tag{83.15}$$

[4] Lande.

[5] magnetic susceptibility.

6.15 الغاز المثالى

الغازات الحقيقية عند درجات الحرارة غير القريبة جدا من الصفر المطلق و قيم الضغط غير المرتفعة تتصرف كغاز مثالى كلاسيكى لان مكوناتها الذرية فى هذه الحالةتتصرف تقريبا كجسيمات حرة, اى بدون اى تفاعلات فيما بينها, تتبع القوانين الكلاسيكية. علينا ان نأخذ ايضا بعين الاعتبار لتأثيرات الكمومية الخاصة بانحلال المستويات الطاقوية بسبب السبين و كذلك تأثير تطابق الجسيمات.

نعتبر N جسيم حر متطابق داخل علبة مكعبة طول ضلعها L. طاقة الجملة تساوى مجموع طاقات الجسيمات. دالة تقسيم اى جسيم تعطى ب-انظر تمرين 3-

$$Z_1 = (\frac{mkT}{2\pi\hbar^2})^{3/2}V. \quad (84.15)$$

فى حالة ما اذا كانت الجسيمات متمايزة فإن دالة التقسيم الكلية تساوى Z_1^N حيث N هو عدد الجسيمات. فى المقابل, فى حالة ما اذا كانت الجسيمات متطابقة فإن دالة التقسيم الكلية تعطى ب

$$Z = \frac{Z_1^N}{N!}. \quad (85.15)$$

هذا راجع الى كون التمثيلات المرفقة بال $N!$ تبديلة ممكنة لل N جسيم يجب ان تؤدى الى نفس الحالة الميكروسكوبية.

لنرى هذا فى حالة $N = 2$ مع مستويان للطاقة مختلفان E_1 و E_2. اذا كان الجسيمان متمايزان فإن الحالات الميكروسكوبية المسموح بها للجسيم هى الاربعة الحالات التالية: الجسيم الاول على E_1 و الجسيم الثانى على E_2, الجسيم الاول على E_2 و الجسيم الثانى على E_1, الجسيمان على E_1, الجسيمان على E_2. هذا يعنى ان دالة التقسيم تعطى ب Z_1^2.

اذا كان هناك N جسيم متمايز مع N مستوى طاقوى مختلف فإن عدد الحالات الميكروسكوبية هو $N!$. يكفى فقط أن نعتبر الحالات الميكروسكوبية التى تقع فيها الجسيمات على مستويات مختلفة.

حتى نرى ذلك, نعتبر مسالة توزيع جسيمان على N علبة. لدينا مباشرة N^2 حالة ممكنة. عدد الحالات التى يقع فيها الجسيمان فى علبتين مختلفتين هو $N(N-1)$. اذن عدد الحالات التى يقع فيها الجسيمان فى علبة واحدة هو $N = N^2 - N(N-1)$. اذن احتمال ان نحصل على الجسيمين على نفس المستوى هو $N/N^2 = 1/N$ و هو مهمل فى النهاية $N \longrightarrow \infty$.

هذه نتيجة عامة: لان عدد الحالات الميكروسكوبية المسموح بها اكبر بكثير من عدد الجسيمات فإن احتمال ان تقع الجسيمات على نفس المستوى الطاقوى مهمل. نعتبر فقط الحالات الميكروسكوبية التى تكون فيها الجسيمات على مستويات طاقوية مختلفة.

بالنسبة للمثال اعلاه, $N = 2$ مع مستويين اثنين للطاقة, فإن الحالات الميكروسكوبية المهمة هى: الجسيم الاول على E_1 و الجسيم الثانى على E_2, الجسيم الاول على E_2 و الجسيم الثانى على E_1. عندما يكون الجسيمان متطابقان نحصل على حالة واحدة اى نقسم دالة التقسيم Z_1^2 على $2!$.

بالمثل فإنه فى حالة N جسيم متطابق موزعة على N مستوى طاقوى فإننا نقسم على $N!$ و هو المطلوب.

نحصل على دالة التقسيم الكلية

$$Z = \frac{1}{N!}(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2})^{3N/2}V^N. \quad (86.15)$$

اذن

$$\ln Z = \frac{3N}{2}\ln\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} + N\ln V - \ln N!. \quad (87.15)$$

بإستخدام علاقة ستيرلينغ $\ln N! = N\ln N - N$ نحصل على

$$\ln Z = N\bigg[\ln\frac{V}{N} + \frac{3}{2}\ln\frac{m}{2\pi\hbar^2} - \frac{3}{2}\ln\beta + 1\bigg]. \quad (88.15)$$

نحسب الان الطاقة الداخلية, السعة الحرارية, الضغط و الانتروبى كما يلى

$$< E > = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = \frac{3}{2}NkT. \quad (89.15)$$

$$C_v = (\frac{\partial < E >}{\partial T})_V = \frac{3}{2}Nk. \quad (90.15)$$

$$P = kT\frac{\partial \ln Z}{\partial V} = \frac{NkT}{V}. \quad (91.15)$$

$$S = k(\ln Z + \beta < E >) \ = \ Nk\Big[\ln\frac{V}{N} + \frac{3}{2}\ln\frac{m}{2\pi\hbar^2} - \frac{3}{2}\ln\beta + \frac{5}{2}\Big]. \quad (92.15)$$

نصل اذن الى نفس النتائج التى تحصلنا عليها باستعمال المجموعة الميكروقانونية لكن بطريقة اسرع. اذن المجموعة القانونية تؤدى الى نفس النتائج التى تؤدى اليها المجموعة الميكروقانونية لكن استعمالها اسهل بكثير. هذا ايضا صحيح من الناحية التجريبية لان تثبيت درجة الحرارة اسهل بكثير من تثبيت الطاقة.

7.15 المجموعة القانونية الكبرى و الغازات الكمومية

8.15 تمارين

تمرين 1: فى اشتقاق المعادلة (51 . 15) افترضنا أن عدد الجسيمات ثابت. افترض فى هذا التمرين أن عدد الجسيمات متغير, ثم اعد اشتقاق عبارة الضغط, الانتروبى, و استخرج عبارة الكمون الكيميائى بدلالة دالة التقسيم. افترض أن (51 . 15) مازالت صالحة عندما يكون عدد الجسيمات متغير.

تمرين 2: نعتبر جملة موضوعة عند درجة حرارة T ذات مستويين طاقويين نختارهما على الشكل $E_0 = 0$ و $E = \epsilon$.

- احسب دالة التقسيم و الطاقة الداخلية.
- احسب السعة الحرارية وعين كيف تتصرف مع درجة الحرارة. احسب التقلب فى الطاقة. ماذا تستنتج من اجل درجات الحرارة العليا و الدنيا.
- احسب الانتروبى و عين كيف يتصرف مع درجات الحرارة العليا و الدينا.
- احسب الطاقة الحرة.
- نفترض الان ان المستوى الطاقوى E_1 هو ثنائى الانحلال أما المستوى الطاقوى E_2 فهو ثلاثى الانحلال. احسب احتمال ان تحتل الجملة المستوى الاول و احتمال ان تحتل المستوى الثانى.

تمرين 3: نعتبر جسيم حر يتحرك داخل علبة مكعبة طول ضلعها L. احسب دالة تقسيم هذا الجسيم و اشتق المقادير الترموديناميكية المختلفة.

تمرين 4: نعتبر جسيم حرتحرك داخل حجم V. احسب دالة التقسيم بافتراض ان الجسيم يتصرف بطريقة كلاسيكية و بين ان النتيجة تتفق مع الحساب الكمومى الذى اجريناه فى المحاضرة.

تمرين 5: يمكن استعمال الهزاز التوافقى فى بعد واحد لوصف اهتزازات جزئ حول موضع توازنه. الطاقة الكلاسيكية للهزاز تعطى ب

$$E = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}kx^2. \quad (93.15)$$

المستويات الطاقوية الكمومية للجملة تعطى ب

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\Omega\ ,\ n = 0, 1, 2, ... \quad (94.15)$$

احسب دالة تقسيم الهزاز ثم اشتق المقادير الترموديناميكية.

تمرين 6: نعتبر غاز مثالى كلاسيكى متجانس داخل علبة حجمها V. نعتبر تأثير حقل ثقالى منتظم موجه فى الاتجاه السلبى ل z. هذه الجملة يمكن ان تعطى وصف تقريبى للجو الارضى اذا افترضنا ان درجة الحرارة و تسارع الثقالة الارضية لا يتعلقان بالارتفاع. نختار الاحداثيات بحيث يكون الوجه السفلى للمكعب عند $z = 0$. احسب احتمال ان تكون كمية حركة ذرة من ذرات الغاز بين $\vec{p}$ و $\vec{p} + d\vec{p}$. ثم احسب ان يكون ارتفاع ذرة من ذرات الغاز بين z و $z + dz$.

تمرين 7: نعتبر الحركة الدورانية لجزئ ثنائى الذرة حول محور دورانه الذى يمر بمركز الثقل على أنه دوار صلب [6] بعزم عطالة $\mathcal{I}$. المستويات الطاقوية التى يمكن أن يحتلها الدوار الصلب الكمومى تأتى مكممة على الشكل

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}} J(J+1), \tag{95.15}$$

حيث J هى القيمة الذاتية للعزم الحركى الذاتى $\vec{J}^2$ و لا يمكن ان تأخذ الا قيم صحيحة موجبة او منعدمة. المستويات الطاقوية هى اذن تتميز بالعدد الكمومى J و هى منحلة بدرجة $g_J = 2J + 1$ توافق ال $2J + 1$ قيمة مختلفة $J, J-1, ..., -J+1, -J$ التى يأخذها العدد الكمومى M الذى هو القيمة الذاتية للعزم الحركى J_3: اسقاط $\vec{J}$ على المحور z.
احسب دالة التقسيم و الطاقة الداخلية فى النهايات $T \longrightarrow 0$ و $T \longrightarrow \infty$.

تمرين 8: مبرهنة التقسيم المتساوى للطاقة تنص على أن: الطاقة المتوسطة لجملة طاقتها الكلية هى مجموع مربعات مركبات كمية الحركة او شعاع الموضع تساوى الى $kT/2$ فى عدد هذه الحدود التربيعية.
اعط برهان على هذه النتيجة فى حالة جسيم واحد خاضع لكمون تربيعى من الشكل

$$V = \frac{k}{2}(x^2 + y^2 + z^2). \tag{96.15}$$

9.15 حلول

تمرين 2:

- دالة التقسيم و الطاقة الداخلية تعطيان ب

$$Z = 1 + e^{-\beta\epsilon}. \tag{97.15}$$

$$U = < E > = -\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta} = \frac{\epsilon}{1 + e^{\beta\epsilon}}. \tag{98.15}$$

- السعة الحرارية تعطى بالعلاقة

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = \frac{\epsilon^2}{kT^2}\frac{e^{\frac{\epsilon}{kT}}}{(1 + e^{\frac{\epsilon}{kT}})^2}. \tag{99.15}$$

هذه السعة الحرارية تنعدم لما $T \longrightarrow 0$ و $T \longrightarrow \infty$. اذن لان السعة الحرارية دائما موجبة يجب ان يكون لها قيمة اعظمية. هذا التصرف يسمى شذوذ شوتكى [7].
نحسب الانحراف المعيارى فى الطاقة الذى يقيس التقلب فى الطاقة كالتالى

$$(\Delta E)^2 = < E^2 > - < E >^2 = kT^2 C_v = < E >^2 e^{\frac{\epsilon}{kT}}. \tag{100.15}$$

من اجل درجات الحرارة العليا اى $kT >> \epsilon$ لدينا $< E > = \epsilon/2 \longrightarrow \Delta E$. اذن فى هذه الحالة التقلب فى الطاقة غير مهمل بالمرة. من الجهة الاخرى, عند درجات الحرارة الصغيرة, $T \longrightarrow 0$, فإن $< E > \longrightarrow 0$ مثل $e^{-\beta\epsilon}$, و بالتالى $\Delta E \longrightarrow 0$. الجملة اذن فى الحالة الاساسية.

---

[6] rigid rotator.
[7] Schottky anomaly.

• نحسب ايضا الانتروبى بالعلاقة التالية

$$S = k(\ln Z + \beta < E >) = k\ln\big(1+e^{-\frac{\epsilon}{kT}}\big) + k\frac{\frac{\epsilon}{kT}}{1+e^{\frac{\epsilon}{kT}}}. \quad (101.15)$$

من اجل درجات الحرارة العليا اى $kT >> \epsilon$ لدينا $S = k\ln 2$. المستويان الطاقويان متساويان فى الاحتمال لما يكون الفرق فى الطاقة بينهما مهملا امام kT. فى هذه الحالة عدد الحالات المسموح بها للجملة هو $\Omega = 2$.

من اجل درجات الحرارة الدنيا اى $T \longrightarrow 0$ فإن الحالة الاساسية فقط تكون محتلة و بالتالى $\Omega = 1$.

• أخيرا الطاقة الحرة لهلمولتز تعطى ب

$$F = -kT\ln Z = -kT\ln\big(1+e^{-\beta\epsilon}\big). \quad (102.15)$$

• نجد

$$P_1 = \frac{2e^{-\beta E_1}}{Z}\ ,\ Z_2 = \frac{3e^{-\beta E_2}}{Z}. \quad (103.15)$$

دالة التقسيم تعطى ب

$$Z = 2e^{-\beta E_1} + 3e^{-\beta E_2}. \quad (104.15)$$

تمرين 3: نعرف أن طاقة الجسيم داخل العلبة تعطى ب

$$E_{n_xn_yn_z} = E_0(n_x^2+n_y^2+n_z^2)\ ,\ n_x,n_y,n_z > 0. \quad (105.15)$$

$$E_0 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mV^{2/3}}. \quad (106.15)$$

دالة التقسيم تعطى ب

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{n_x=1}^{\infty}\sum_{n_y=1}^{\infty}\sum_{n_z=1}^{\infty} e^{-\beta E_0(n_x^2+n_y^2+n_z^2)} \\ &= \Big(\sum_{n_x=1}^{\infty} e^{-\beta E_0 n_x^2}\Big)^2. \end{aligned} \quad (107.15)$$

من اجل درجات الحرارة المرتفعة فإن المستويات الطاقوية تكون متقاربة جدا بالمقارنة مع الطاقة الحرارية kT و بالتالى فهى مستمرة و يمكن تعويض المجوع على n_x بتكامل كما يلى

$$\sum_{n_x=1}^{\infty} e^{-\beta E_0 n_x^2} = \int_0^{\infty} dx e^{-\beta E_0 x^2}. \quad (108.15)$$

نستعمل النتيجة

$$I = \int_0^{\infty} dx e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{4a}}. \quad (109.15)$$

نحصل اذن على دالة التقسيم

$$Z = \Big(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\Big)^{3/2} V. \quad (110.15)$$

نحسب المقادير الترموديناميكية التالية:

$$< E >= kT^2\frac{\partial}{\partial T}\ln Z = \frac{3}{2}kT. \quad (111.15)$$

$$C_v = (\frac{\partial < E >}{\partial T})_V = \frac{3}{2}k. \quad (112.15)$$

$$F = -kT\ln Z = -kT\big(\ln Z + \frac{3}{2}\ln\frac{mkT}{2\pi\hbar^2}\big). \quad (113.15)$$

$$P = -(\frac{\partial F}{\partial V})_V = \frac{kT}{V}. \quad (114.15)$$

$$F = k(\ln Z + \beta < E >) = k\big(\ln V + \frac{3}{2}\ln\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} + \frac{3}{2}\big). \quad (115.15)$$

تمرين 4: عدد الحالات الميكروسكوبية المحتواة داخل الحجم $d\vec{r}d\vec{p}$ فى الفضاء الطورى هو بالضبط $d\vec{r}d\vec{p}/h^3$ لان كل حالة ميكروسكوبية تحتل حجم h^3 فى الفضاء الطورى من مبدأ الارتياب لهايزنبرغ . هذا هو عدد الحالات الميكروسكوبية للجسيم الحر الكلاسيكى التى لها شعاع موضع بين $\vec{r}$ و $\vec{r}+d\vec{r}$ و كمية حركة بين $\vec{p}$ و $\vec{p}+d\vec{p}$. اذن هذه هى الحالات التى لها طاقة

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m}. \quad (116.15)$$

دالة التقسيم تعطى اذن ب

$$\begin{aligned} Z &= \int\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}\exp\left(-\frac{\vec{p}^2}{2mkT}\right) \\ &= \frac{4\pi V}{h^3}\int p^2dp\exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right) \\ &= -\frac{4\pi V}{h^3}\frac{\partial}{\partial a}\int_0^\infty dpe^{-ap^2} \\ &= -\frac{4\pi V}{h^3}\frac{\partial}{\partial a}\sqrt{\frac{\pi}{4a}} \\ &= \big(\frac{2\pi mkT}{h^2}\big)^{3/2}V. \end{aligned} \quad (117.15)$$

هذه هى نفس النتيجة التى تحصلنا عليها باجراء الحساب الكمومى فى المحاضرة.

تمرين 5: دالة التقسيم تعطى ب

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{n=0}^{\infty}e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\Omega} \\ &= e^{-\beta\hbar\Omega}\sum_{n=0}^{\infty}r^n\ ,\ r = e^{-\beta\hbar\Omega} < 1. \end{aligned} \quad (118.15)$$

نحصل اذن على

$$Z = \frac{1}{e^{\frac{\beta\hbar\Omega}{2}} - e^{-\frac{\beta\hbar\Omega}{2}}}. \quad (119.15)$$

نحسب مباشرة الطاقة الداخلية و السعة الحرارية

$$< E >= -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = \frac{\hbar\Omega}{2}\coth\frac{\beta\hbar\Omega}{2}. \quad (120.15)$$

$$C_v = (\frac{\partial < E >}{\partial T})_V = k(\frac{\hbar\Omega}{kT})^2\frac{1}{(e^{\frac{\beta\hbar\Omega}{2}} - e^{-\frac{\beta\hbar\Omega}{2}})^2}. \quad (121.15)$$

بنفس الطريقة يمكن حساب الانتروبي و الطاقة الحرة.

تمرين 6: طاقة ذرة من ذرات الغاز تعطى ب

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m} + mgz. \quad (122.15)$$

احتمال ان تكون لذرة من ذرات الغاز كمية حركة بين $\vec{p}$ و $\vec{p}+d\vec{p}$ و شعاع موضع بين $\vec{r}$ و $\vec{r}+d\vec{r}$ يعطى ب

$$\mathcal{P}(\vec{r},\vec{p})d\vec{r}d\vec{p} = \frac{1}{Z}\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}e^{-\beta(\frac{\vec{p}^2}{2m}+mgz)}. \quad (123.15)$$

شرط التنظيم يعطى دالة التقسيم

$$\begin{aligned} Z &= \int\frac{d\vec{r}d\vec{p}}{h^3}e^{-\beta(\frac{\vec{p}^2}{2m}+mgz)} \\ &= V\frac{1-e^{-\beta mgL}}{\beta mgL}(\frac{2\pi mkT}{h^2})^{3/2}. \end{aligned} \quad (124.15)$$

احتمال ان تكون لذرة من ذرات الغاز كمية حركة بين $\vec{p}$ و $\vec{p}+d\vec{p}$ يعطى ب

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\vec{p})d\vec{p} &= \frac{d\vec{p}e^{-\beta\frac{\vec{p}^2}{2m}}}{h^3Z}\int d\vec{r}e^{-\beta mgz} \\ &= \frac{d\vec{p}e^{-\beta\frac{\vec{p}^2}{2m}}}{h^3Z}.V\frac{1-e^{-\beta mgL}}{\beta mgL}. \end{aligned} \quad (125.15)$$

احتمال ان تكون لذرة من ذرات الغاز ارتفاع بين z و $z+dz$ يعطى ب

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(z)dz &= \frac{dze^{-\beta mgz}}{h^3Z}L^2\int d\vec{p}e^{-\beta\frac{\vec{p}^2}{2m}} \\ &= \frac{dze^{-\beta mgz}}{h^3Z}L^2\big(2\pi mkT\big)^{3/2}. \end{aligned} \quad (126.15)$$

تمرين 7: تعطى دالة التقسيم ب

$$Z = \sum_{J=0}^{\infty}(2J+1)\exp\big(-\frac{\hbar^2}{2\mathcal{I}}J(J+1)\big). \quad (127.15)$$

فى النهاية $T \longrightarrow 0$ اى $kT << J(J+1)\hbar^2/2\mathcal{I}$ فإن الحد الاول $J=0$ يهيمن اذن نحصل على

$$Z = 1 + 3\exp\big(-\frac{\hbar^2}{\mathcal{I}}\big) + ... \quad (128.15)$$

الطاقة الداخلية تعطى ب

$$\begin{aligned} < E > &= kT^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln Z \\ &= \frac{3\hbar^2}{\mathcal{I}} \exp\big(-\hbar^2/\mathcal{I}kT\big) \longrightarrow 0. \end{aligned} \quad (129.15)$$

عند درجات الحرارة المنخفضة فقط المستوى الاول محتل.
فى النهاية $T \longrightarrow \infty$ اى $kT >> J(J+1)\hbar^2/2\mathcal{I}$ فإن كل الحدود تشارك اذن يمكن تعويض J بتكامل لنحصل على

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{J=0} (2J+1) \exp\big(-\frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathcal{I}}\big) \\ &= \int_{J=0}^{\infty} dJ (2J+1) \exp\big(-\frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathcal{I}}\big) \\ &= \int_0^{\infty} dx \exp\big(-\frac{\hbar^2 x}{2\mathcal{I}}\big) \\ &= \frac{2\mathcal{I}kT}{\hbar^2}. \end{aligned} \quad (130.15)$$

الطاقة الداخلية تعطى ب

$$\begin{aligned} < E > &= kT^2 \frac{\partial}{\partial T} \ln Z \\ &= kT. \end{aligned} \quad (131.15)$$

تمرين 8: طاقة الجملة تعطى ب

$$E = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + \frac{k}{2}(x^2 + y^2 + z^2). \quad (132.15)$$

احتمال ان يكون للجسيم كمية حركة بين $\vec{p}$ و $\vec{p} + d\vec{p}$ و شعاع موضع بين $\vec{r}$ و $\vec{r} + d\vec{r}$ هو متناسب مع

$$\exp(-\beta E). \quad (133.15)$$

اذن المركبات p_x, p_y, p_z, x, y, z تأتى مستقلة خطيا عن بعضها البعض. متوسط الطاقة الحركية يعطى ب

$$< K > = \frac{1}{2m}(< p_x^2 > + < p_y^2 > + < p_z^2 >). \quad (134.15)$$

من الواضح أن

$$\frac{1}{2m} < p_x^2 > = \frac{1}{2m} < p_y^2 > = \frac{1}{2m} < p_z^2 > = \frac{1}{2m} \frac{\int dp_x p_x^2 \exp(-\beta p_x^2/2m)}{\int dp_x \exp(-\beta p_x^2/2m)}. \quad (135.15)$$

بعد اجراء التكامل نحصل على

$$\frac{1}{2m} < p_x^2 > = \frac{1}{2m} < p_y^2 > = \frac{1}{2m} < p_z^2 > = \frac{1}{2}kT. \quad (136.15)$$

بالمثل نحصل على متوسط الطاقة الكامنة

$$< V > = \frac{k}{2}(< x^2 > + < y^2 > + < z^2 >). \quad (137.15)$$

من الواضح أن

$$\frac{k}{2} < x^2 >= \frac{k}{2} < y^2 >= \frac{k}{2} < z^2 >= \frac{k}{2}\frac{\int dx x^2 \exp(-\beta k x^2/2)}{\int dx \exp(-\beta k x^2/2)}. \qquad (138.15)$$

بعد اجراء التكامل نحصل على

$$\frac{k}{2} < x^2 >= \frac{k}{2} < y^2 >= \frac{k}{2} < z^2 >= \frac{1}{2}kT. \qquad (139.15)$$

باب 16

مدخل الي الميكانيك الكمومي

1.16 التكميم القانوني و معادلة شرودينغر

1.1.16 علاقات التبادل القانونية

نعتبر جسيم يتحرك في ثلاثة ابعاد تحت تأثير كمون V. في الميكانيك الكلاسيكي حالة الجسيم تعطي بالنقطة $(\vec{x},\vec{p})$ في الفضاء الطوري [1] حيث $\vec{x}$ هو شعاع الموضع و $\vec{p}$ هو شعاع كمية الحركة اي $\vec{p}=m\dot{\vec{x}}$. نحصل علي x_i و p_i من معادلات هاميلتون للحركة

$$\dot{p}_i=-\frac{\partial H}{\partial x_i}\ ,\ \dot{x}_i=\frac{\partial H}{\partial p_i}. \tag{1.16}$$

الزوج (x_i,p_i) يعرف بالمتغيرات القانونية [2] . الدالة H هي دالة علي الفضاء الطوري, اي $H=H(x_i,p_i)$, تعرف بالهاميلتونية [3] و تتطابق مع الطاقة الكلية للجملة. اذن

$$H\ =\ T+V=\frac{\sum_i p_ip_i}{2m}+V(x_i). \tag{2.16}$$

يمكن صياغة معادلات هاميلتون بدلالة اقواس بواسون [4] . قوس بواسون لاي دالتين u و v بالنسبة للمتغيرات القانونية x_i و p_i يعرف ب

$$[u,v]_{\rm P.B}\ =\ \sum_i\bigg(\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial v}{\partial p_i}-\frac{\partial u}{\partial p_i}\frac{\partial v}{\partial x_i}\bigg). \tag{3.16}$$

اقواس بواسون الاساسية تعطي ب

$$[x_i,x_j]_{\rm P.B}=0\ ,\ [p_i,p_j]_{\rm P.B}=0\ ,\ [x_i,p_j]_{\rm P.B}=\delta_{ij}. \tag{4.16}$$

لتكن Q دالة في المتغيرات القانونية x_i, p_i و الزمن اي $Q=Q(x_i,p_i,t)$. المشتقة الكلية بالنسبة للزمن للدالة Q تعطي ب

$$\frac{dQ}{dt}\ =\ [Q,H]_{\rm P.B}+\frac{\partial Q}{\partial t}. \tag{5.16}$$

هذه هي معادلة حركة الدالة Q. معادلات هاميلتون يمكن الحصول عليها كحالة خاصة. بالفعل اذا اخترنا $Q=x_i,p_i$ نحصل مباشرة علي $\dot{x}_i=[x_i,H]_{\rm P.B}$, $\dot{p}_i=[p_i,H]_{\rm P.B}$ و هي بالضبط معادلات هاميلتون اعلاه .

[1] phase space.
[2] canonical variables.
[3] hamiltonian.
[4] Poisson brackets.

تكميم [5] هذه الجملة الكلاسيكية يعطي الجملة الكمومية المقابلة. حسب ديراك [6] فانه يمكننا الحصول علي الجملة الكمومية انطلاقا من الجملة الكلاسيكية عن طريق تعويض اقواس بواسون بمبدلات [7] كالتالي

$$[,]_{\rm P.B}\longrightarrow\frac{1}{i\hbar}[,]. \tag{6.16}$$

هذا هو مبدأ التوافق [8] . بعبارة اخري فاننا نحصل علي الجملة الكمومية عن طريق تعويض الموضع x_i بمؤثر الموضع $\hat{x}_i$ و كمية الحركة p_i بمؤثر كمية الحركة $\hat{p}_i$ بحيث تصبح اقواس بواسون الاساسية معطاة بالمبدلات التالية

$$[\hat{x}_i,\hat{x}_j]=0\ ,\ [\hat{p}_i,\hat{p}_j]=0\ ,\ [\hat{x}_i,\hat{p}_j]_{\rm P.B}=i\hbar\delta_{ij}. \tag{7.16}$$

هذه هي علاقات التبادل الاساسية او القانونية. من الواضح ان المبدل $[A,B]$ معرف ب $A.B-B.A$. ايضا لان $\hat{x}_i$ و $\hat{p}_i$ هي مؤثرات و ليست اعداد فانها يجب ان تؤثر علي فضاء ما $\mathcal{H}$ يعرف باسم فضاء هيلبرت [9]. فضاء هيلبرت هو فضاء شعاعي مركب يمكن ان يكون, و هذا متحقق في هذه الحالة, ذو بعد لا نهائي.

2.1.16 معادلة هايزنبرغ

قياسا علي الهاميلتونية الكلاسيكية التي هي دالة في x_i و p_i فان الهاميلتونية الكمومية هي دالة في المؤثرات $\hat{x}_i$ و $\hat{p}_i$ نحصل عليها كالاتي. لان المؤثرات $\hat{x}_i$ تتبادل فيما بينها و ايضا $\hat{p}_i$ تتبادل فيما بينها فان الهاميلتونية الكمومية هي مؤثر علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ يعطي ب

$$\hat{H}=\frac{\sum_i\hat{p}_i^2}{2m}+V(\hat{x}_i). \tag{8.16}$$

بالمثل فان اي دالة كلاسيكية, اي دالة علي الفضاء الطوري $Q=Q(x_i,p_i)$, تعوض بعد التكميم بمؤثر $\hat{Q}=\hat{Q}(t)$ علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ يعطي تطوره في الزمن بالمقابل الكمومي لمعادلة الحركة (5 . 16), الذي يحصل عليه بوصفة التكميم (6 . 16), اي ب

$$i\hbar\frac{d\hat{Q}}{dt}\ =\ [\hat{Q},\hat{H}]. \tag{9.16}$$

هذه هي معادلة هايزنبرغ للحركة [10]. كما سنري هذه المعادلة مكافئة تماما لمعادلة شرودينغر [11].

نعتبر الان المؤثر الاحادي $U=U(t,t_0)$ علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$, اي المؤثر الذي يحقق $UU^+=U^+U=1$, و الذي يتعلق بالزمن بحيث

$$\hat{Q}(t)=U(t,t_0)\hat{Q}(t_0)U(t,t_0)^+. \tag{10.16}$$

المؤثر الاحادي $U(t,t_0)$ يعرف باسم مؤثر التطور. من الواضح ان $\hat{Q}(t_0)$ يتطابق مع المؤثر $\hat{Q}(t)$ في اللحظة الزمنية t_0. اذن $\hat{Q}(t_0)$ لا يتعلق بالزمن اي $d\hat{Q}(t_0)/dt=0$. ايضا يجب ان يكون لدينا $[U(t_0,t_0),\hat{Q}(t_0)]=0$ من اجل اي مؤثر $\hat{Q}(t_0)$ علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ و بالتالي $U(t_0,t_0)=\mathbf{1}$. اذن المؤثر $U(t,t_0)$ يحمل بالكامل كيفية تيعية $\hat{Q}(t)$ للزمن. بالفعل يمكن ان نحسب من جهة

$$i\hbar\frac{d\hat{Q}}{dt}\ =\ i\hbar\frac{dU}{dt}\hat{Q}_0U^++i\hbar U\hat{Q}_0\frac{dU^+}{dt}. \tag{11.16}$$

quantization.[5]
Dirac.[6]
commutators.[7]
correspondence principle.[8]
hilbert space.[9]
Heisenberg.[10]
Schrodinger.[11]

من الجهة الاخري نحسب

$$[\hat{Q},\hat{H}]=-\hat{H}U\hat{Q}_0U^+ + U\hat{Q}_0U^+\hat{H}. \tag{12.16}$$

اذن نحصل علي

$$i\hbar\frac{dU}{dt}=-\hat{H}U\ ,\ i\hbar\frac{dU^+}{dt}=U^+\hat{H}. \tag{13.16}$$

الهاميلتونية في هذه الحالة, حالة الجسيم الحر في ثلاث ابعاد, لا تتعلق بالزمن و بالتالي نحصل مباشرة علي

$$U=U(t,t_0)=e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}(t-t_0)}. \tag{14.16}$$

3.1.16 معادلة شرودينغر

هناك فرق شاسع في الميكانيك الكمومي بين الملاحظات [12], التي هي عبارة عن الكميات الفيزيائية التي يمكن ان تقاس في التجربة, و اشعة حالة [13] الجملة التي تحدد حالة الجملة في الزمن. كما ذكرنا انفا الملاحظات يعبر عنها بمؤثرات تؤثر علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ مثل مؤثرات الموضع $\hat{x}_i$ و مؤثرات كمية الحركة $\hat{p}_i$. هذه المؤثرات يجب ان تكون ايضا هرميتية [14] اي $\hat{Q}^+=\hat{Q}$ لان الكميات الفيزيائية المقاسة يجب ان تكون بالضرورة حقيقية. اشعة الحالة يعبر عليها من الجهة الاخري بعناصر من فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ و بالتالي فان الملاحظات يمكن ان تؤثر عليها لتنتج اشعة حالة اخري.

في ما يسمي بترميز ديراك [15] نرمز لاشعة الحالة بالكات [16] $|\psi(t_0)>$ الذي يمكن ايضا ان نشترط فيه ان يكون منظم اي $<\psi(t_0)|\psi(t_0>=1$.

اذن في الملخص حصلنا علي ملاحظات يعبر عنها بمؤثرات هرميتية تتعلق بالزمن $\hat{Q}(t)$ و اشعة حالة $|\psi(t_0)>$ ثابتة في الزمن. هذه هي بالضبط وجهة نظر هايزنبرغ. من وجهة نظر شرودينغر فان الملاحظات هي التي تصبح ثابتة في الزمن معطاة ب $\hat{Q}(t_0)$ اما اشعة الحالة فانها تتعلق بالزمن تعطب ب $|\psi(t)>$ الذي هو يساوي $|\psi(t_0)>$ في اللحظة الزمنية t_0. بعبارة اخري ادق يعطي شعاع الحالة في وجهة نظر شرودينغر بالكات

$$|\psi(t)>=U(t,t_0)^+|\psi_0>. \tag{15.16}$$

المؤثر الاحادي $U(t,t_0)$ هو بالضبط مؤثر التطور المعرف في المعادلة (10 . 16). من الواضح مباشرة ان تطور شعاع الحالة $|\psi(t)>$ في الزمن يعطي ب

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)> &= U^+\hat{H}U|\psi(t)> \\ &= \hat{H}|\psi(t)>. \end{aligned} \tag{16.16}$$

هذه هي معادلة شرودينغر. من الواضح ايضا ان القيم المتنظرة [17] من وجهتي نظر هايزنبرغ و شرودينغر هي متساوية لانها تعبر عن قياس فيزيائي يجب ان يكون نفسه بالضرورة اي

$$<\psi(t)|\hat{Q}_0|\psi(t)>=<\psi_0|\hat{Q}(t)|\psi_0>. \tag{17.16}$$

---

observables.[12]
state vectors.[13]
hermitian.[14]
dirac notation.[15]
ket.[16]
expectation values.[17]

2.16 فضاء هيلبرت

1.2.16 اشعة الحالة

تلعب فكرة فضاء هيلبرت دورا محوريا في الميكانيك الكمومي. في الواقع فان اهم مكونات الميكانيك الكمومي, اشعة الحالة و المؤثرات التي تؤثر عليها, كلاهما مرتبط ارتباطا وثيقا بفضاء هيلبرت خاصة الجملة. بالفعل فان مجموعة كل اشعة الحالة تشكل فضاء هيلبرت بينما يعبر عن الملاحظات بمؤثرات هرميتية تؤثر علي فضاء هيلبرت.

فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ هو فضاء شعاعي مركب ذو ابعاد غير متناهية في اغلب الاحيان ممنوح جداء داخلي [18] . باتباع ديراك نرمز لاشعة فضاء هيلبرت ب $|\psi>$ و نسميها كاتس (مفردها كات [19]). في اساس معين, نفترضه متقطع [20] للتبسيط, نكتب اشعة الحالة علي شكل الاشعة العمودية

$$|\psi>=\sum_n a_n|e_n>. \tag{18.16}$$

رمزنا لعناصر الاساس ب $|e_n>$ حيث n يأخذ قيم من 0 الي ∞. الافادة بان فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ هو فضاء مركب يكافئ بالضبط المطلب بان المركبات a_n هي اعداد مركبة.

ليكن $|\phi>$ شعاع حالة اخر بمركبات b_n اي $|\phi>=\sum_n b_n|e_n>$. الجداء الداخلي بين $|\psi>$ و $|\phi>$ و الذي يرمز له ب $<\phi|\psi>$ يعرف ب

$$<\phi|\psi>=\sum_n b_n^* a_n. \tag{19.16}$$

بالمثل فان الجداء الداخلي بين $|\phi>$ و $|\psi>$ و الذي يرمز له ب $<\psi|\phi>$ يعرف ب

$$<\psi|\phi>=\sum_n a_n^* b_n. \tag{20.16}$$

من هذه التعريفات نلاحظ مباشرة ان $<\phi|\psi>=<\psi|\phi>^*$. الجداء الداخلي يعمم الجداء السلمي في الفضاءات الشعاعية الحقيقية.

من التعريف اعلاه من الواضح ان الاساس $\{|e_n>\}$ هو متعامد و متجانس اي

$$<e_n|e_m>=\delta_{nm}. \tag{21.16}$$

الجداء الداخلي $<\phi|\psi>$ يمكن ايضا ان يفهم علي انه قيمة الدالة الخطية $<\phi|$ في النقطة (الشعاع) $|\psi>$ من فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$. بعبارة اخري

$$\begin{aligned} <\phi| \; &: \; \mathcal{H}\longrightarrow \mathbf{C} \\ & |\psi>\longrightarrow <\phi|\psi>. \end{aligned} \tag{22.16}$$

مجموعة كل الدوال الخطية $<\phi|$ تعرف فضاء هيلبرت اخر $\mathcal{H}^*$ الذي هو ثنوي [21] ل $\mathcal{H}$. العناصر $<\phi|$ التي تعرف في ترميز ديراك بالبراس (مفرد برا [22]) تعطي بالاشعة الافقية

$$<\phi|=\sum_n b_n^*<e_n|. \tag{23.16}$$

المجموعة $\{<e_n|\}$ هي اساس في الفضاء الثنوي $\mathcal{H}^*$ و هي بالتالي ثنوية للاساس $\{|e_n>\}$. في معني اخر مضبوط فان البرا $<\phi|$ هو المرافق الهرميتي للكات $|\phi>$ اي $<\phi|=(|\phi>)^+$.

---

[18] inner product.
[19] ket.
[20] discrete.
[21] dual.
[22] bra.

من الواضح ان طويلة شعاع الحالة $|\psi>$ يجب ان تعرف بدلالة الجداء الداخلي $<\psi|\psi>$ الذي هو دائما عدد حقيقي موجب. بالتأكيد فان الطويلة تساوي $\sqrt{<\psi|\psi>}$. الحالتان $|\psi>$ و $a|\psi>$ من اجل اي عدد مركب a تمثل نفس الحالة الفيزيائية. بعبارة اخري يمكننا دائما ان ننظم الشعاع $|\psi>$ بحيث $<\psi|\psi>=1$. عناصر فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$ هي اذن اشعة قابلة للتنظيم اي

$$\text{if } |\psi>\in\mathcal{H} \text{ then } <\psi|\psi><\infty. \tag{24.16}$$

باستعمال الشرط $<e_n|e_m>=\delta_{nm}$ يمكن ان نحسب المركبات a_n خاصة شعاع الحالة $|\psi>$. نجد

$$a_n=<e_n|\psi>. \tag{25.16}$$

النشر (18 . 16) يأخذ اذن الشكل

$$|\psi>=\sum_n|e_n><e_n|\psi>. \tag{26.16}$$

بعبارة اخري يجب ان يكون لدينا علاقة الاكتمال [23]

$$\sum_n|e_n><e_n|=\mathbf{1}. \tag{27.16}$$

الكمية $|e_n><e_n|$ هي مؤثر نحصل عليه من الجداء الخارجي [24] بين الكات $|e_n>$ و البرا $<e_n|$. هذا المؤثر هو ايضا مسقط [25] .

2.2.16 الملاحظات

تمثل الملاحظات خاصة الجملة بمؤثرات هرميتية علي فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$. اي مؤثر $\hat{Q}$ يؤثر علي $\mathcal{H}$ هو تحويل خطي لانه يأخذ شعاع حالة $|\psi>$ الي شعاع حالة اخر نرمز له ب $\hat{Q}|\psi>$ اي

$$\begin{aligned}\hat{Q}\ :\ &\mathcal{H}\longrightarrow\mathcal{H}\\ &|\psi>\longrightarrow\hat{Q}|\psi>.\end{aligned} \tag{28.16}$$

هذه الدالة خطية لانه $\hat{Q}(a|\psi>+b|\phi>)=a\hat{Q}|\psi>+b|\hat{Q}|\psi>$ من اجل اي عددين مركبين a و b. اذن المؤثر $\hat{Q}$ يمكن تمثيله بالمصفوفة غير المتناهية الابعاد التي تعطي مركباتها في الاساس $\{|e_n>\}$ ب $<e_n|\hat{Q}|e_m>$ اي

$$\hat{Q}=\sum_n\sum_m<e_n|\hat{Q}|e_m>|e_n><e_m|. \tag{29.16}$$

المؤثر الهرميتي هو المؤثر الذي يحقق الشرط الاضافي $\hat{Q}=\hat{Q}^+$ حيث $\hat{Q}^+$ هو المرافق الهرميتي ل $\hat{Q}$ الذي يعرف ب $<\phi|\hat{Q}|\psi>=<\psi|\hat{Q}^+|\phi>^*$. بعبارة اخري مركبات اي مؤثر هرميتي تحقق $<e_n|\hat{Q}^+|e_m>=(<e_m|\hat{Q}|e_n>)^*$. القيمة المنتظرة ل $\hat{Q}$ في شعاع الحالة $|\psi>$ تعطي بالجداء الداخلي بين $\hat{Q}|\psi>$ و $|\psi>$ اي

$$<\hat{Q}>=<\psi|\hat{Q}|\psi>. \tag{30.16}$$

لان $\hat{Q}=\hat{Q}^+$ فان القيمة المنتظرة $<\hat{Q}>$ يجب ان تكون حقيقية. متوسط نتائج عدة قياسات للمؤثر $\hat{Q}$ التي تجري علي جمل متطابقة, اي محضرة بنفس الطريقة, هي بالضبط القيمة المنتظرة $<\hat{Q}>$. بالمقابل لان نتيجة اي قياس هي عدد حقيقي فان القيمة المنتظرة لمؤثر يمثل ملاحظ يجب ان تكون حقيقية و بالتالي فان المؤثر يجب ان يكون هرميتي.

نقول عن شعاع حالة منظم $|\psi>$ انه شعاع ذاتي للمؤثر الهرميتي $\hat{Q}$ مرفق بالقيمة الذاتية λ اذا كان

---

[23] completeness relation.
[24] outer product.
[25] projector.

$$\hat{Q}|\psi>=\lambda|\psi>. \tag{31.16}$$

القيمة المنتظرة ل $\hat{Q}$ في $|\psi>$ تساوي λ. علاوة علي ذلك فان الانحراف المعياري ل $\hat{Q}$ في $|\psi>$ المعرف ب $\sigma^2=<\psi|(\hat{Q}-<\hat{Q}>)^2|\psi>$ هو صفر. بعبارة اخري الشعاع الذاتي $|\psi>$ هو شعاع يقيني [26] للجملة بمعني ان نتائج كل القياسات التي تجري علي مجموعة من الجمل المتطابقة المحضرة بنفس الطريقة في الحالة $|\psi>$ تعطي نفس القيمة λ.

مجموعة كل القيم الذاتية خاصة $\hat{Q}$ تسمي طيف المؤثر. الطيف يمكن ان يكون منحل اي يمكن ان توجد حالتان او اكثر مرفقة بنفس القيمة الذاتية. في حالة مؤثر هرميتي ذي طيف متقطع فان القيم الذاتية تكون حقيقية و اشعتها الذاتية متعامدة فيما بينها. اذن اذا كانت $|\lambda_n>$ هي الاشعة الذاتية ل $\hat{Q}$ المرفقة ب λ_n فانه يجب ان يكون لدينا

$$<\lambda_m|\lambda_n>=\delta_{mn}. \tag{32.16}$$

وجود الانحلال يعني ان هناك قيم ذاتية مرفقة بفضاءات جزئية منحلة. الفضاء الجزئي المنحل المرفق بالقيمة الذاتية λ_n, و الذي يسمي ايضا بالفضاء الذاتي ل $\hat{Q}$ المرفق ب λ_n , يحتوي علي كل الاشعة الذاتية المرفقة ب λ_n. نستعمل طريقة التعميد ل غرام-شميت [27] من اجل ايجاد الاشعةالذاتية المتعامدة داخل كل فضاء ذاتي. a

من اجل فضاء هيلبرت منته فان مجموعة الاشعة الذاتية $|\lambda_n>$ لاي مؤثر هرميتي $\hat{Q}$ هي مجموعة مكتملة. بعبارة اخري فان اي شعاع حالة $|\psi>$ داخل فضاء هيلبرت يمكن كتابته علي شكل تركيب خطي ل $|\lambda_n>$ اي

$$|\psi>=\sum_n c_n|\lambda_n>. \tag{33.16}$$

المجموع علي n هو محدود علي مجموعة منتهية من $\mathbf{N}$. الخاصية اعلاه هي مكافئة تماما لعلاقة الاكتمال

$$\sum_n|\lambda_n><\lambda_n|=\mathbf{1}. \tag{34.16}$$

البرهان علي خاصية الاكتمال في حالة الفضاءات المنتهية لا يعمم الي حالة الفضاءات غير المنتهية. مع ذلك فاننا نأخذ خاصية الاكتمال, التي هي خاصية محورية في الميكانيك الكمومي, كمسلمة كما فعل ديراك. من الناحية التقنية هذا يعني انه يجب علينا ان نحدد اصناف المؤثرات الهرميتية التي يمكن ان تمثل الملاحظات في النظرية. اذن علاقة الاكتمال (27 . 16) هي فقط مسلمة. بالمثل فان علاقة الاكتمال (34 . 16) التي يكون فيها المجموع علي n غير محدد هي ايضا مسلمة.

3.16 الاطياف المستمرة و الدوال الموجية

1.3.16 مؤثر الموضع و الدوال الموجية

في حالة المؤثرات الهرميتية ذات الاطياف المستمرة, اي المؤثرات التي تملأ قيمها الذاتية مجال مستمر, فان الاشعة الذاتية المرافقة غير قابلة للتنظيم. بعبارة اخري هذه الاشعة الذاتية المرافقة لا تقع في فضاء هيلبرت و بالتالي لا يمكن ان تمثل حالات فيزيائية. في مثل هذه الوضعية فقط التركيب الخطي لهذه الاشعة الذاتية يمكن ان يعبر عن حالات فيزيائية.

كمثال نأخذ مؤثرات الموضع و كمية الحركة $\hat{x}$ و $\hat{p}$ في بعد واحد. علاقات التبادل القانونية تكتب علي الشكل

$$[\hat{x},\hat{p}]=i\hbar. \tag{35.16}$$

الشعاع الذاتي $|x>$ لمؤثر الموضع $\hat{x}$ المرفق بالقيمة الذاتية x يعرف ب

$$\hat{x}|x>=x|x>. \tag{36.16}$$

---

[26] determinate.
[27] Gram − Schmidt.

مؤثر الموضع هو مؤثر هرميتي. اذن من الطبيعي ان نفترض ان القيم الذاتية ل $\hat{x}$ حقيقية. نحسب ايضا

$$<x^{'}|\hat{x}|x>=x<x^{'}|x>=x^{'}<x^{'}|x>. \tag{37.16}$$

يمكن ان نستنتج مباشرة ان

$$<x^{'}|x>=\delta(x^{'}-x). \tag{38.16}$$

الاشعة الذاتية $<x|$ متعامدة لكنها غير قابلة للتنظيم بالمعني العادي. لكننا نقول انها قابلة للتنظيم حسب ديراك بمعني ان $<x|x>=\delta(0)$. المعادلة (38 . 16) تسمي شرط التعامد و التجانس لديراك. يمكن اذن ان نشتق علاقة الاكتمال

$$\int dx|x><x|=\mathbf{1}. \tag{39.16}$$

اي شعاع حالة $|\psi>$ يمكن ان ينشر في الاساس $|x>$ علي الشكل

$$|\psi>=\int dx^{'}\psi(x^{'})|x^{'}>. \tag{40.16}$$

نحسب

$$\psi(x)=<x|\psi>. \tag{41.16}$$

هذه هي دالة موجة الجملة الموافقة لشعاع الحالة $|\psi>$. شرط القابلية للتنظيم $<\psi|\psi><\infty$ يصبح شرط قابلية التكامل للمربع

$$<\psi|\psi>=\int dx|\psi(x)|^2<\infty. \tag{42.16}$$

مجموعة كل الدوال $\psi(x)$ علي مجال $[a,b]$ التي تحقق شرط قابلية التكامل للمربع تشكل فضاء هيلبرت يسمي $L_2(a,b)$.

نكتب ايضا الجداء الداخلي لشعاعي حالة $|\psi>$ و $|\phi>$ في اساس الموضع علي الشكل

$$<\phi|\psi>=\int dx\phi(x)^*\psi(x). \tag{43.16}$$

2.3.16 مؤثر كمية الحركة و الانسحابات

قبل تقطير مؤثر كمية الحركة $\hat{p}$ نعتقد انه من المفيد ان نبدأ بتقديم مفهوم الانسحاب غير المتناه في الصغر $U(dx)$. هذا يعطي ب

$$U(dx)|x>=|x+dx>. \tag{44.16}$$

تأثير $U(dx)$ علي شعاع الحالة $|\psi>$ هو

$$\begin{aligned} U(dx)|\psi> &= \int dx^{'}\psi(x^{'})U(dx)|x^{'}> \\ &= \int dx^{'}\psi(x^{'})|x^{'}+dx> \\ &= \int dx^{'}\psi(x^{'}-dx)|x^{'}>. \end{aligned} \tag{45.16}$$

في المعادلة اعلاه افترضنا ان التكامل علي x هو من $-\infty$ الي ∞. بافتراض ان شعاع الحالة المنسحب $U(x)|\psi>$ هو منظم يمكن ان نتحقق من ان المؤثر U احادي اي ان $U^+U=\mathbf{1}$. هذا المؤثر يحقق ايضا $U(0)=\mathbf{1}$, $U^{-1}(dx)=U(-dx)$ و $U(dx_1)U(dx_2)=U(dx_1+dx_2)$. المؤثر الاحادي $U(dx)$ يمكن دائما نشره حول مؤثر الوحدة كالتالي

$$U(dx)=\mathbf{1}-iKdx. \qquad (46.16)$$

يعرف المؤثر الهرميتي K بمولد الانسحاب و نحسبه كالتالي. نبدأ من

$$[\hat{x},U(dx)]|x>=dx|x+dx>. \qquad (47.16)$$

هذا يمكن اعادة كتابته على الشكل

$$-i[\hat{x},K]|x>=|x>+O(dx). \qquad (48.16)$$

بعبارة اخري

$$[\hat{x},K]=i. \qquad (49.16)$$

مولد الانسحاب K يمكن اذن مطابقته مع مؤثر كمية الحركة $\hat{p}$ تقسيم $\hbar$ اي

$$K=\frac{\hat{p}}{\hbar}. \qquad (50.16)$$

يمكن بناء انسحاب منته $U(x)$ انطلاقا من الانسحابات غير المتناهية في الصغر على الشكل التالي. نعتبر N انسحاب متعاقب كلهاغير متناهية في الصغر $U(dx)$. الانسحاب المنته $U(x)$ هو بالضبط تركيب هذه الانسحابات غير المتناهية في الصغر اي $U(x)=U(dx)U(dx)..U(dx)$ حيث $dx=x/N$. اذن $U(x)=(\mathbf{1}-iKdx)^N=e^{-iKx}$.
المعادلة (45 . 16) يمكن وضعها علي الشكل

$$(\mathbf{1}-i\frac{\hat{p}}{\hbar}dx)|\psi>=\int dx^{'}(\psi(x^{'})-dx\frac{\partial\psi(x^{'})}{\partial x^{'}})|x^{'}>. \qquad (51.16)$$

استعملنا في هذه المعادلة الاشتقاق الجزئي عوض الاشتقاق التام لان شعاع الحالة $|\psi>$, و بالتالي دالة الموجة $\psi(x)$, يمكن ان تتعلق ايضا علي الزمن الذي حافظنا عليه مثبت هنا. بالمقابل يمكن ان نكتب

$$\hat{p}|\psi>=\int dx^{'}\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x^{'})}{\partial x^{'}}|x^{'}>. \qquad (52.16)$$

او

$$<x|\hat{p}|\psi>=\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}. \qquad (53.16)$$

اذن في اساس الموضع يأخذ مؤثر كمية الحركة الشكل

$$<x|\hat{p}|x^{'}>=-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^{'}}\delta(x-x^{'}). \qquad (54.16)$$

ليكن $|p>$ الشعاع الذاتي المرفق بالقيمة الذاتية p اي

$$\hat{p}|p>=p|p>. \qquad (55.16)$$

في اساس الموضع تكتب هذه المعادلة علي الشكل

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}<x|p>=p<x|p>. \qquad (56.16)$$

حلول هذه المعادلة تأخذ الشكل $<x|p>=Ae^{i\frac{p}{\hbar}x}$ حيث p و A مركبان و هي دوال لا تحقق شرط قابلية التكامل للمربع. لكن من اجل p حقيقي تصبح هذه الدوال محققة لشرط قابلية التكامل للمربع خاصة ديراك بمعني

$$\begin{aligned} <p^{'}|p> &= \int_{-\infty}^{\infty} dx <x|p>^{*}<x|p> \\ &= |A|^2\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{i\frac{p-p^{'}}{\hbar}x} \\ &= |A|^2 2\pi\hbar\delta(p-p^{'}). \end{aligned} \tag{57.16}$$

اذن الاختيار $A=1/\sqrt{2\pi\hbar}$ يعطي الاشعة الذاتية

$$<x|p>=\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{i\frac{p}{\hbar}x}. \tag{58.16}$$

هذه حالات متعامدة و متجانسة حسب ديراك اي

$$<p^{'}|p>=\delta(p-p^{'}). \tag{59.16}$$

3.3.16 معادلة شرودينغر في فضاء المواضع

اي شعاع حالة $|\psi>$ يمكن نشره علي الشكل

$$|\psi>=\int dp <p|\psi>|p>. \tag{60.16}$$

او

$$|\psi>=\int dx <x|\psi>|x>. \tag{61.16}$$

دالة الموجة في فضاء الموضع هي $\psi(x)=<x|\psi>$ بينما دالة الموضع في فضاء كمية الحركة هي $\tilde{\psi}(p)=<p|\psi>$. هذه الدوال مرتبطة كما يلي

$$\psi(x)=\int\frac{dp}{\sqrt{2\pi\hbar}}\tilde{\psi}(p)e^{i\frac{px}{\hbar}}. \tag{62.16}$$

$$\tilde{\psi}(p)=\int\frac{dx}{\sqrt{2\pi\hbar}}\psi(x)e^{-i\frac{px}{\hbar}}. \tag{63.16}$$

اذن هذه الدوال الموجية هي تحويلات فوريي [28] بالنسبة لبعضها البعض.

معادلة شرودينغر في فضاء الموضع تصبح

$$<x|i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)>=\int dx^{'} <x|\hat{H}|x^{'}>\psi(t,x^{'}). \tag{64.16}$$

بالمقابل لدينا

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(t,x)=\bigg(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)\bigg)\psi(t,x). \tag{65.16}$$

اعلاه استعملنا النتيجة

$$\int dx^{'} <x|\hat{p}^2|x^{'}>\psi(t,x^{'})=-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi(t,x). \tag{66.16}$$

[28] Fourier transforms.

4.16 القياس

1.4.16 التفسير الاحصائي

الاصلان المحوريان للميكانيك الكمومي هما معادلة شرودينغر و التفسير الاحصائي. معادلة شرودينغر تسمح لنا بحساب تطور دالة الموجة في الزمن بينما يسمح لنا التفسير الاحصائي لبورن [29] بحساب احتمالات مختلف النتائج الممكنة لاي قياس.

نحن يهمنا قياس كمية فيزيائية معينة $Q(x,p)$. المؤثر الهرميتي المرفق بهذه الكمية هو $\hat{Q}=\hat{Q}(\hat{x},\hat{p})$. نفترض ان $\hat{Q}$ لديه طيف متقطع q_n مرفق بالدوال الذاتية $\psi_n(x)=<x|\psi_n>$. نفترض ايضا ان $|\psi_n>$ تحقق شرط التعامد و التجانس $<\psi_m|\psi_n>=\delta_{mn}$ و انها تشكل اساس مكتمل اي $\mathbf{1}=\sum_n|\psi_n><\psi_n|$. دالة موجة الجملة $\psi(x)=<x|\psi>$ يمكن ان تنشر حسب مبدأ التركيب الخطي في الاساس $\{\psi_n(x)\}$ كالاتي

$$|\psi>=\sum_n c_n|\psi_n>. \tag{67.16}$$

بالاضافة نفترض ان $|\psi>$ منظمة اي

$$<\psi|\psi>=1\leftrightarrow \sum_n|c_n|^2=1. \tag{68.16}$$

نذكر ايضا ان المركبات c_n تعطي ب

$$c_n=<\psi_n|\psi>. \tag{69.16}$$

القيمة المنتظرة للمؤثر $\hat{Q}$ في الحالة $|\psi>$ تعطي ب

$$<\hat{Q}>=<\psi|\hat{Q}|\psi>=\sum_n|c_n|^2q_n. \tag{70.16}$$

ينص التفسير الاحصائي علي ان قياس الملاحظ $Q(x,p)$ في الحالة $\psi(x)$ يعطي القيم الذاتية q_n للمؤثر الهرميتي $\hat{Q}$ باحتمالات تعطي ب $|c_n|^2=|<\psi_n|\psi>|^2$ حيث $|\psi_n>$ هي الشعاع الذاتي ل $\hat{Q}$ المرفق ب q_n.

كمثال نأخذ $\hat{Q}=\hat{x}$. في هذه الحالة الاشعة الذاتية هي $|x>$ بحيث $<x'|x>=\delta(x'-x)$ و $\mathbf{1}=\int dx|x><x|$. شعاع الحالة $|\psi>$ يمكن نشره علي الشكل $|\psi>=\int dx\psi(x)|x>$ حيث $\psi(x)=<x|\psi>$. اذن احتمال ايجاد الجملة في النقطة x بخطأ dx يعطي ب $|<x|\psi>|^2dx=|\psi(x)|^2dx$.

بالمثل اذا اخذنا $\hat{Q}=\hat{p}$ فاننا نجد ان احتمال ايجاد الجملة بكمية حركة p مع خطأ dp يعطي ب $|<p|\psi>|^2dp=|\tilde{\psi}(p)|^2dp$.

2.4.16 انهيار الدالة الموجية

قياس ملاحظ $Q(x,p)$ في الحالة $\psi(x)$ مرة واحدة يعطي حتما نتيجة مؤكدة ما مثلا القيمة الذاتية q_n ل $\hat{Q}$. اي قياس ثان يجري مباشرة بعد القياس الاول يلزم عنه بدون اي شك الحصول علي نفس القيمة الذاتية q_n. هذا الامر يرجع الي كون الدالة الموجية $\psi(x)$ تنهار بعد القياس الاول علي الحالة الذاتية $\psi_n(x)$ المرفقة بالقيمة الذاتية q_n و تكرار القياس مباشرة بعد القياس الاولي سوف يؤدي حتما الي نفس النتيجة. الخلاصة هي ان عملية القياس و انهيار دالة الموجة في اعقاب عملية القياس يختلف اختلافا جدريا عن التطورالاحادي لدالة الموجة الذي توفره معادلة شرودينغر.

3.4.16 علاقات الارتياب

الانحراف المعياري في قياسات اي مؤثر هرميتي $\hat{A}$ في شعاع الحالة $|\psi>$ يعطي ب

$$\begin{aligned}\sigma_A^2 &= <\psi|(\hat{A}-<\hat{A}>)^2|\psi>\\ &= <\psi_A|\psi_A>\ ,\ |\psi_A>=(\hat{A}-<\hat{A}>)|\psi>.\end{aligned} \tag{71.16}$$

[29] Born.

بالمثل فان الانحراف المعياري في قياسات اي مؤثر هرميتي $\hat{B}$ في شعاع الحالة $|\psi>$ يعطي ب

$$\begin{aligned}\sigma_B^2 &= <\psi|(\hat{B}-<\hat{B}>)^2|\psi> \\ &= <\psi_B|\psi_B> \ , \ |\psi_B>=(\hat{B}-<\hat{B}>)|\psi> .\end{aligned} \tag{72.16}$$

باستعمال متراجحة شوارز [30] نحصل علي

$$\sigma_A^2\sigma_B^2=<\psi_A|\psi_A><\psi_B|\psi_B>\geq|<\psi_A|\psi_B>|^2. \tag{73.16}$$

نحسب

$$<\psi_A|\psi_B>=\frac{1}{2}<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>+\frac{1}{2}<\psi|[\hat{A}-<\hat{A}>,\hat{B}-<\hat{B}>]_+|\psi> . \tag{74.16}$$

حد المبدل هو عدد مركب تخيلي بينما حد المبدل المضاد هو عدد حقيقي. اذن

$$\begin{aligned}|<\psi_A|\psi_B>|^2 &= \frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>|^2+\frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A}-<\hat{A}>,\hat{B}-<\hat{B}>]|\psi>|^2 \\ &\geq \frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>|^2.\end{aligned} \tag{75.16}$$

نحصل علي علاقة الارتياب

$$\sigma_A^2\sigma_B^2\geq\frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>|^2. \tag{76.16}$$

من اجل $\hat{A}=\hat{x}$ و $\hat{B}=\hat{p}$ نحصل علي $\sigma_x^2\sigma_p^2\geq\frac{\hbar^2}{4}$ اي

$$\sigma_x\sigma_p\geq\frac{\hbar}{2}. \tag{77.16}$$

في العموم لدينا علاقة ارتياب من اجل كل زوج من المؤثرات غير المتلائمة [31] اي من اجل كل زوج من الملاحظات التي لا تتبادل [32]. المؤثرات الهرميتية غير المتلائمة لا يمكن تقطيرها في ان معا و بالتالي لا توجد مجموعة مكتملة [33] مشتركة من الاشعة الذاتية. في المقابل المؤثرات الهرميتية المتلائمة, اي التي تتبادل, لها مجموعة مكتملة مشتركة من الاشعة الذاتية.

لنعتبر الان سعاع حالة متعلق بالزمن $|\psi(t)>$ يتطور في الزمن حسب معادلة شرودينغر. القيمة المنتظرة لمؤثر هرميتي $\hat{Q}$ في $|\psi(t)>$, اي $<\hat{Q}>=<\psi(t)|\hat{Q}|\psi(t)>$, تتطور في الزمن حسب

$$i\hbar\frac{d}{dt}<\hat{Q}>=<[\hat{Q},\hat{H}]> . \tag{78.16}$$

الان نختار في علاقة الارتياب (76 . 16) المؤثرات $\hat{A}=\hat{Q}$ و $\hat{B}=\hat{H}$. نحصل اذن علي

$$\sigma_Q^2\sigma_H^2\geq\frac{1}{4}|<[\hat{Q},\hat{H}]>|^2. \tag{79.16}$$

بعبارة اخري

$$\sigma_Q\sigma_H\geq\frac{\hbar}{2}|\frac{d<\hat{Q}>}{dt}|. \tag{80.16}$$

[30] Schwarz.
[31] incompatible observables.
[32] do not commute.
[33] complete set.

نعرف

$$\sigma_t = \frac{\sigma_Q}{|\frac{d<\hat{Q}>}{dt}|}. \quad (81.16)$$

اذن نجد

$$\sigma_t \sigma_H \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (82.16)$$

هذه هي علاقة الارتياب زمن - طاقة. الكمية σ_t هي كمية الزمن التي في خلالها نتغير القيمة المنتظرة ل $\hat{Q}$ بوحدة انحراف معياري. اذن اذا جعلنا الارتياب في الطاقة صغير جدا فان كمية الزمن اللازمة من اجل ان يتغير الملاحظ بصورة محسوسة تكون كبيرة جدا.

5.16 الصمود تحت تأثير الدورانات

1.5.16 العزوم الحركية

يعرف العزم الحركي الزاوي ب

$$\vec{L} = \vec{r} x \vec{p}. \quad (83.16)$$

بدلالة المركبات لدينا

$$L_1 = x_2 p_3 - x_3 p_2 \ , \ L_2 = x_3 p_1 - x_1 p_3 \ , \ L_3 = x_1 p_2 - x_2 p_1. \quad (84.16)$$

في الميكانيك الكمومي نقوم بالتعويضات التالية

$$x_i \longrightarrow \hat{x}_i \ , \ p_i \longrightarrow \hat{p}_i \ : \ [\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{ij}. \quad (85.16)$$

اذن مؤثرات العزم الحركي الزاوي تعطي ب

$$\hat{L}_1 = \hat{x}_2 \hat{p}_3 - \hat{x}_3 \hat{p}_2 \ , \ \hat{L}_2 = \hat{x}_3 \hat{p}_1 - \hat{x}_1 \hat{p}_3 \ , \ \hat{L}_3 = \hat{x}_1 \hat{p}_2 - \hat{x}_2 \hat{p}_1. \quad (86.16)$$

نحسب

$$\begin{aligned} [\hat{L}_1, \hat{L}_2] &= \hat{x}_2 [\hat{p}_3, \hat{x}_3] \hat{p}_1 + \hat{x}_1 [\hat{x}_3, \hat{p}_3] \hat{p}_2 \\ &= i\hbar \hat{L}_3. \end{aligned} \quad (87.16)$$

بالمثل نحسب

$$[\hat{L}_3, \hat{L}_1] = i\hbar\hat{L}_2 \ , \ [\hat{L}_2, \hat{L}_3] = i\hbar\hat{L}_1. \quad (88.16)$$

يمكن كتابة علاقات التبادل هذه علي الشكل الموجز

$$[\hat{L}_i, \hat{L}_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}\hat{L}_k \quad (89.16)$$

هذه المعادلة تعرف جبرية [34] العزم الحركي التي هي جبرية من جبريات لي [35] تعرف رياضيا بجبرية $su(2)$. الرمز ϵ_{ijk} هو رمز ضد-تناظري بالكلية يعرف باسم تنسور [36] لفي- سيفيتا [37] معرف ب $\epsilon_{123} = \epsilon_{312} = \epsilon_{231} = 1$، $\epsilon_{213} = \epsilon_{132} = \epsilon_{321} = -1$ و $\epsilon_{ijk} = 0$ اذا كان $i = j$ او $i = k$ او $j = k$.

[34] algebra.
[35] Lie.
[36] tensor.
[37] Levi – Civita.

تعني علاقات التبادل اعلاه ان المؤثرات $\hat{L}_i$ هي مؤثرات غير متلائمة وبالتالي, باستعمال مبدأ الارتياب, لا يمكن تقطيرها [38] في وقت واحد. اذن لا يوجد شعاع عزم حركي يقيني [39]. لنعرف مربع العزم الحركي ب

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_1^2 + \hat{L}_2^2 + \hat{L}_3^2. \quad (90.16)$$

هذا المؤثر يتبادل مع المركبات $\hat{L}_i$. بالفعل نحسب

$$\begin{aligned}[\hat{L}^2, \hat{L}_3] &= [\hat{L}_1^2, \hat{L}_3] + [\hat{L}_2^2, \hat{L}_3] \\ &= \hat{L}_1[\hat{L}_1, \hat{L}_3] + [\hat{L}_1, \hat{L}_3]\hat{L}_1 + \hat{L}_2[\hat{L}_2, \hat{L}_3] + [\hat{L}_2, \hat{L}_3]\hat{L}_2 \\ &= 0. \end{aligned} \quad (91.16)$$

بالمثل نحسب

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_2] = 0 \ , \ [\hat{L}^2, \hat{L}_1] = 0. \quad (92.16)$$

اذن يمكن تقطير $\hat{L}^2$ و واحد من مركبات العزم الحركي مثلا $\hat{L}_3$ في نفس الوقت. نكتب

$$\hat{L}_3|f >= \mu|f > \ , \ \hat{L}^2|f >= \lambda|f > . \quad (93.16)$$

نعرف مؤثرات الرفع و الخفض ب

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_1 \pm i\hat{L}_2. \quad (94.16)$$

نحسب علاقات التبادل

$$[\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_3 \ , \ [\hat{L}_3, \hat{L}_\pm] = \pm\hbar\hat{L}_\pm \ , \ [\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0. \quad (95.16)$$

اذن

$$\hat{L}_3(\hat{L}_\pm|f >) = (\mu \pm \hbar)(\hat{L}_\pm|f >) \ , \ \hat{L}^2(\hat{L}_\pm|f >) = \lambda(\hat{L}_\pm|f >). \quad (96.16)$$

من الواضح ان $\hat{L}_\pm|f >$ هو شعاع ذاتي ل $\hat{L}_3$ مقابل للقيمة الذاتية $\mu \pm \hbar$. بعبارة اخري $\hat{L}_+$ يرفع القيمة الذاتية ل $\hat{L}_3$ ب $\hbar$ بينما $\hat{L}_-$ يخفض القيمة الذاتية ل $\hat{L}_3$ ب $\hbar$.

من العلاقة $< \hat{L}^2 >=< \hat{L}_1^2 > + < \hat{L}_2^2 > + < \hat{L}_3^2 >$ نستنتج ان $\lambda \geq \mu^2$. اذن انطلاقا من شعاع ذاتي $|f >$ ل $\hat{L}_3$ بقيمة ذاتية μ نحصل عن طريق التطبيق المتتالي ل $\hat{L}_+$ علي الاشعة الذاتية بالقيم الذاتية $\mu + n\hbar$ حيث n هو عدد صحيح موجب. يجب دائما ان يكون لدينا $\lambda \geq (\mu + n\hbar)^2$ و بالتالي توجد قيمة اعظمية ل n. الشعاع الذاتي المقابل هو الشعاع الذاتي الاعلي و يرمز له ب $|f_h >= |l >$ و يجب ان يحقق

$$\hat{L}_+|l >= 0. \quad (97.16)$$

لنرمز ايضا للقيمة الذاتية ل $\hat{L}_3$ المقابلة ل $|l >$ ب $\hbar l$ اي

$$\hat{L}_3|l >= \hbar l|l > . \quad (98.16)$$

باستعمال العلاقة $\hat{L}^2 = \hat{L}_-\hat{L}_+ + \hbar\hat{L}_3 + \hat{L}_3^2$ نحصل علي

$$\hat{L}^2|l >= \hbar^2 l(l + 1)|l > . \quad (99.16)$$

اذن $\lambda = \hbar^2 l(l + 1)$.

---

[38] diagonalized.
[39] determinate.

بالمثل انطلاقا من شعاع ذاتي $|f>$ ل $\hat{L}_3$ بقيمة ذاتية μ نحصل عن طريق التطبيق المتتالي ل $\hat{L}_-$ علي الاشعة الذاتية بالقيم الذاتية $\mu - n\hbar$ حيث n هو عدد صحيح موجب. مرة اخري يجب ان يكون لدينا $\lambda \leq (\mu - n\hbar)^2$ و بالتالي يوجد قيمة اعظمية ل n. الشعاع الذاتي المقابل هو الان الشعاع الادني و يرمز له ب $|k>=|f_l>$ و يجب ان يحقق

$$\hat{L}_-|k>=0. \tag{100.16}$$

لنرمز للقيمة الذاتية ل $\hat{L}_3$ المرفقة ب $|k>$ ب $\hbar k$ اي

$$\hat{L}_3|k>=\hbar k|k>. \tag{101.16}$$

باستعمال العلاقة $\hat{L}^2 = \hat{L}_+\hat{L}_- - \hbar\hat{L}_3 + \hat{L}_3^2$ نحصل علي

$$\hat{L}^2|k>=\hbar^2 k(k-1)|k>. \tag{102.16}$$

اذن $\lambda = \hbar^2 k(k-1)$ و بالتالي $l(l+1) = k(k-1)$ اي $k = -l$. اذن شعاع الحالة الادني ل $\hat{L}_3$ هو $|f_l>=|-l>$ بالقيمة الذاتية $-\hbar l$.

نرمز للقيم الذاتية ل $\hat{L}_3$ ب $\hbar m$ حيث m تأخذ N قيمة بين $-l$ و $+l$ كل قيمتين متتاليتين مفصولتين بوحدة. اذن $l = -l + N$ اي $l = N/2$. بعبارة اخري l يمكنه ان يكون عدد صحيح, مرفق بالعزم الحركي الزاوي مثل الذي عرفناه اعلاه, او ان يكون عدد نصف صحيح و هذا ما يقابل السبين [40]. نرمز للاشعة الذاتية المقابلة ب $|lm>$ حيث

$$\hat{L}^2|lm>=\hbar^2 l(l+1)|lm>\ ,\ L_3|lm>=\hbar m|lm>. \tag{103.16}$$

$$l = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, ...\ ,\ m = -l, -l+1, ..., l-1, l. \tag{104.16}$$

من اجل كل قيمة ل l لدينا $2l+1$ حالة ذاتية اجمالا في فضاء هيلبرت. من الواضح ان $|l>=|ll>$ و $|-l>=|l-l>$. المعادلة (96 . 16) تصبح

$$\hat{L}_3(\hat{L}_\pm|lm>) = \hbar(m\pm 1)(\hat{L}_\pm|lm>)\ ,\ \hat{L}^2(\hat{L}_\pm|lm>) = \hbar l(l+1)(\hat{L}_\pm|lm>). \tag{105.16}$$

بعبارة اخري

$$\hat{L}_\pm|lm>=A_l^m|lm\pm 1>. \tag{106.16}$$

نحسب

$$\begin{aligned} |A_l^m|^2 &= <lm|\hat{L}_\mp\hat{L}_\pm|lm> \\ &= <lm|(\hat{L}^2 \mp \hbar\hat{L}_3 - \hat{L}_3^2)|lm> \\ &= \hbar^2(l(l+1) - m(m\pm 1)). \end{aligned} \tag{107.16}$$

2.5.16 التوافقيات الدورانية

مؤثرات العزم الحركي في اساس الموضع تأخذ الشكل

$$\vec{\hat{L}} = \frac{\hbar}{i}\vec{r}x\vec{\nabla}. \tag{108.16}$$

مؤثر التدرج يعطي ب

$$\vec{\nabla} = \vec{i}\frac{\partial}{\partial\hat{x}_1} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial\hat{x}_2} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial\hat{x}_3}. \tag{109.16}$$

[40] spin.

نعرف الاحداثيات الكروية بالمعادلات

$$\hat{x}_1 = r\sin\theta\cos\phi \ , \ \hat{x}_2 = r\sin\theta\sin\phi \ , \ \hat{x}_3 = r\cos\theta. \tag{110.16}$$

اشعة وحدة الاحداثيات الكروية r, θ و ϕ هي

$$\begin{aligned}\vec{u}_r &= \sin\theta\cos\phi\,\vec{i} + \sin\theta\sin\phi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}\\ \vec{u}_\theta &= \cos\theta\cos\phi\,\vec{i} + \cos\theta\sin\phi\,\vec{j} - \sin\theta\,\vec{k}\\ \vec{u}_\phi &= -\sin\phi\,\vec{i} + \cos\phi\,\vec{j}.\end{aligned} \tag{111.16}$$

في الاحداثيات الكروية يصبح مؤثر التدرج معطي ب

$$\vec{\nabla} \ = \ \vec{u}_r\frac{\partial}{\partial r} + \vec{u}_\theta\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta} + \vec{u}_\phi\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}. \tag{112.16}$$

نلاحظ ان $\vec{u}_r x\vec{u}_r = 0$, $\vec{u}_r x\vec{u}_\theta = \vec{u}_\phi$ و $\vec{u}_r x\vec{u}_\phi = -\vec{u}_\theta$. اذن

$$\vec{\hat{L}} \ = \ \frac{\hbar}{i}\big(\vec{u}_\phi\frac{\partial}{\partial\theta} - \vec{u}_\theta\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\big). \tag{113.16}$$

اي

$$\begin{aligned}\hat{L}_1 &= \frac{\hbar}{i}\big(-\sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta\cos\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\big)\\ \hat{L}_2 &= \frac{\hbar}{i}\big(\cos\phi\frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta\sin\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\big)\\ \hat{L}_3 &= \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\phi}.\end{aligned} \tag{114.16}$$

يمكن ان نحسب مباشرة

$$\hat{L}_\pm = \pm\hbar e^{\pm i\phi}\big(\frac{\partial}{\partial\theta} \pm i\cot\theta\frac{\partial}{\partial\phi}\big). \tag{115.16}$$

ايضا

$$\hat{L}_+\hat{L}_- = -\hbar^2\bigg(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + i\frac{\partial}{\partial\phi} + (\cot\theta)^2\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \cot\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\bigg). \tag{116.16}$$

اذن

$$\begin{aligned}\hat{L}^2 &= \hat{L}_+\hat{L}_- - \hbar\hat{L}_3 + \hat{L}_3^2\\ &= -\hbar^2\bigg(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} + \cot\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\bigg)\\ &= -\hbar^2\bigg(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\bigg).\end{aligned} \tag{117.16}$$

الدوال الذاتية ل $\hat{L}^2$ هي $Y_l^m(\theta,\phi) =< \theta| < \phi|lm >$ و هي تحقق

$$-\hbar^2\bigg(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\bigg)Y_l^m = \hbar^2 l(l+1)Y_l^m. \tag{118.16}$$

الدوال $Y_l^m(\theta,\phi)$ هي ايضا دوال ذاتية ل $\hat{L}_3$ اي

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\phi}Y_l^m = \hbar m Y_l^m. \tag{119.16}$$

يمكن الحصول علي الحل الصريح باستعمال طريقة فصل المتغيرات. نكتب

$$Y_l^m(\theta,\phi)=\Theta_l^m(\theta)\Phi_m(\phi). \quad (120.16)$$

نحصل علي المعادلات التفاضلية

$$-\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}(\sin\theta\frac{d\Theta_l^m}{d\theta})+\frac{m^2}{\sin^2\theta}\Theta_l^m=l(l+1)\Theta_l^m. \quad (121.16)$$

$$\frac{d}{d\phi}\Phi_m=im\Phi_m\Leftrightarrow\Phi_m(\phi)=e^{im\phi}. \quad (122.16)$$

من الواضح انه يجب ان يتحقق الشرط $\Phi_m(\phi+2\pi)=\Phi_m(\phi)$ و بالتالي فان m هو عدد صحيح اي

$$m=0,\pm1,\pm2,.... \quad (123.16)$$

يمكن وضع المعادلة التفاضلية الاخري علي الشكل (مع $x=\cos\theta$)

$$\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{d\Theta_l^m}{dx}\right]+[l(l+1)-\frac{m^2}{1-x^2}]\Theta_l^m=0. \quad (124.16)$$

هذه معادلة لوجوندر [41]. يعطي الحل القانوني بكثيرات حدود لوجوندر المرفقة [42] $P_l^m(x)$ اي

$$\Theta_l^m(\theta)=AP_l^m(x)\ ,\ x=\cos\theta. \quad (125.16)$$

يمكن اعطاء كثيرات حدود لوجوندر المرفقة بدلالة كثيرات حدود لوجوندر $P_l(x)$ بالعلاقة

$$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x). \quad (126.16)$$

كثيرات حدود لوجوندر $P_l(x)$ تعطي بعلاقة رودريغاز [43] كالاتي

$$P_l(x)=\frac{1}{2^l l!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l(x^2-1)^l. \quad (127.16)$$

من الواضح من هذه العلاقة ان l يجب ان يكون عدد صحيح موجب و ان $P_l(x)$ هو كثير حدود من الدرجة l في $x=\cos\theta$. كثيرات حدود لوجوندر المرفقة $P_l^m(x)$ هي كثيرات حدود في $x=\cos\theta$ فقط من اجل m زوجي. من اجل m فردي فان كثيرات الحدود هذه تكون مضروبة في قوة ل $\sin\theta$. ايضا اذا كان $|m|>l$ فان $P_l^m(x)=0$ و بالتالي فان القيم المسموح بها ل l و m هي

$$l=0,1,2,...\ ,\ m=-l,-l+1,...,0,....,l-1,l. \quad (128.16)$$

كما في السابق لدينا $2l+1$ حالة من اجل كل قيمة ل l. لكن l الان هو دائما صحيح.
الحل المكتمل يعطي اذن ب

$$Y_l^m(\theta,\phi)=AP_l^m(\cos\theta)e^{im\phi}. \quad (129.16)$$

نفرض شرط التنظيم

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta d\phi\ |Y_l^m(\theta,\phi)|^2=1. \quad (130.16)$$

[41] Legendre.
[42] associated Legendre polynomials.
[43] Rodrigues.

نجد

$$A=\epsilon\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}}. \quad (131.16)$$

$$\epsilon=(-1)^m\ ,\ m\geq 0\ ,\ \epsilon=1\ ,\ m\leq 0. \quad (132.16)$$

يمكن ايضا ان نتحقق من شرط التعامد و التجانس

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta d\phi\ [Y_l^m(\theta,\phi)]^*Y_t^s(\theta,\phi)=\delta_{lt}\delta_{ms}. \quad (133.16)$$

6.16 الحلول المضبوطة لمعادلة شرودينغر

1.6.16 الحالات المستقرة, حالات التصادم و الحالات المرتبطة

الحالات المستقرة: تكتب معادلة شرودينغر علي الشكل

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(t,x)=\bigg(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)\bigg)\Psi(t,x). \quad (134.16)$$

ماهي الحلول $\psi(t,x)$ من اجل كمون معين V. نريد حل هذه المسألة بشكل عام. نبدا من فصل المتغيرات

$$\Psi(t,x)=\psi(x)\phi(t). \quad (135.16)$$

نحصل علي

$$\frac{i\hbar}{\phi}\frac{d\phi}{dt}=\frac{1}{\psi}\bigg(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\bigg)\psi. \quad (136.16)$$

الطرف الايسر لهذه المعادلة هو دالة في الزمن t فقط اما الطرف الايمن فهو دالة في x فقط. اذن كلا الطرفين يجب ان يكونا مساويين لثابت E لا يتعلق ب t و x. لدينا اذن

$$\frac{d\phi}{dt}=-i\frac{E}{\hbar}\phi\ \longrightarrow\ \phi(t)=e^{-i\frac{Et}{\hbar}}. \quad (137.16)$$

المعادلة الاخري تكتب علي الشكل

$$\bigg(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\bigg)\psi=E\psi. \quad (138.16)$$

الثابت E يجب ان يكون حقيقي لانه لا شيئ سوي القيمة الذاتية للهاميلتونية $H=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)$ مرفق بالدالة الذاتية $\psi(x)$.
بعبارة اخري الحل المفصول $\Psi(t,x)=e^{-i\frac{Et}{\hbar}}\psi(x)$ هو حل يقيني ذو طاقة متعينة تساوي E.

علاوة علي ذلك فان الحل اعلاه هو حل مستقر لان كثافة الاحتمال لا تتعلق بالزمن اي $\rho=\Psi^*(t,x)\Psi(t,x)=\psi^*(x)\psi(x)$.
في الحقيقة فان القيمة المنتظرة لاي ملاحظ $Q(x,p)$ لا تتعلق ايضا بالزمن. بالفعل

$$\begin{aligned}<\hat{Q}>=<\Psi|\hat{Q}|\Psi> &= \int dx\Psi^*(t,x)Q(x,\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x})\Psi(t,x)\\ &= \int dx\psi(x)Q(x,\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx})\psi(x).\end{aligned} \quad (139.16)$$

لتكن $\psi_n(x)$ الدالة الذاتية للهاميلتونية H بالقيمة الذاتية E_n. الحل العام لمعادلة شرودينغر هو تركيب خطي للحلول المفصولة $\Psi_n(t,x) = \psi_n(x)e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}}$. هذا يعطي ب

$$\Psi(t,x) = \sum_n c_n\psi_n(x)e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}}. \tag{140.16}$$

هذا هو مبدأ التركيب الخطي الكمومي. المعاملات c_n يجب تعيينها من الشرط الابتدائي

$$\Psi(0,x) = \sum_n c_n\psi_n(x). \tag{141.16}$$

حالات التصادم و حالات الارتباط: نعتبر جسيم ذو طاقة E يتحرك في بعد واحد في كمون $V(x)$. في الميكانيك الكلاسيكي اذا كانت الطاقة E هي اصغر من قيم الكمون $V(\infty)$ و $V(-\infty)$ فانه لدينا حالة مرتبطة اي ان الجسيم لا يمكن ان يهرب من الكمون الي اللانهاية. اذا كانت الطاقة E اكبر من $V(\infty)$ و $V(-\infty)$ فانه لدينا حالة تصادم اي ان الجسيم يأتي من اللانهاية, يتفاعل مع الكمون, ثم يرجع مرة اخري الي اللانهاية. حتي نحصل علي حالة تصادم يكفي ان تكون E اكبر من $V(\infty)$ او $V(-\infty)$.

بالمثل فانه في الميكانيك الكمومي هناك نوعان من الحلول الممكنة لمعادلة شرودينغر. الحالات المرتبطة [44] و حالات التصادم [45] . تعرف هذه الحالات ب

$$\begin{aligned} E < V(-\infty) \text{ and } E < V(+\infty) &: \text{ bound state} \\ E > V(-\infty) \text{ or } E > V(+\infty) &: \text{ scattering state.} \end{aligned} \tag{142.16}$$

من اجل الهزاز التوافقي لدينا فقط حالات مرتبطة اما من اجل الجسيم الحر فلدينا حالات تصادم فقط. في اغلب الحالات فان الكمون ينعدم في اللانهاية و بالتالي نحصل علي الشرط المبسط

$$\begin{aligned} E < 0 &: \text{ bound state} \\ E > 0 &: \text{ scattering state.} \end{aligned} \tag{143.16}$$

2.6.16 الجسيم الحر

في هذه الحالة ينعدم الكمون في كل مكان. معادلة شرودينغر المستقلة عن الزمن تصبح

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} = E\psi. \tag{144.16}$$

نعيد كتابة هذه المعادلة علي الشكل

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi \ , \ k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}. \tag{145.16}$$

من الواضح ان E هي الطاقة الحركية للجسيم $T = \frac{1}{2}mv^2 = p^2/2m$ و بالتالي $E \geq 0$. سرعة و كمية حركة الجسيم تعطي اذن ب

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{p}{m} \ , \ p = \hbar k. \tag{146.16}$$

الحل العام لمعادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن يعطي ب

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}. \tag{147.16}$$

[44] bound states.
[45] scattering states.

بالضرب بالمعامل الطوري المتعلق بالزمن $e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$ نحصل علي

$$\Psi(t,x) = Ae^{i\frac{k}{\hbar}(x - v_{\rm phase}t)} + Be^{-i\frac{k}{\hbar}(x+v_{\rm phase}t)}. \quad (148.16)$$

الحد الاول يمثل موجة منتشرة الي اليمين بسرعة $v_{\rm phase}$ بينما يعبر الحد الثاني عن موجة منتشرة الي اليسار بسرعة $v_{\rm phase}$. السرعة الطورية تعطي ب

$$v_{\rm phase} = \frac{E}{\hbar k} = \frac{p}{2m} = \frac{1}{2}v. \quad (149.16)$$

يمكن كتابة الحل اعلاه علي الشكل المكافئ

$$\Psi_k(t,x) = Ae^{i(kx - \frac{\hbar k^2}{2m}t)}. \quad (150.16)$$

$$k = \pm\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (151.16)$$

$$\begin{aligned} &k > 0\ ,\ \text{wave traveling to the right} \\ &k < 0\ ,\ \text{wave traveling to the left.} \end{aligned} \quad (152.16)$$

المشكل الاول الذي لدينا مع هذه الحلول المنتشرة هو انها عبارة عن امواج تنتشر بنصف سرعة الجسيم. المشكل الثاني هو ان هذه الحلول غير قابلة للتنظيم. اذن ليس لدينا جسيم حر بكمية حركة متعينة.

نحصل علي الحل العام لمعادلة شرودينغر عن طريق اخذ تركيب خطي للحلول المفصولة اعلاه كما يلي

$$\begin{aligned} \Psi(t,x) &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{\sqrt{2\pi}}\frac{\phi(k)}{A}\Psi_k(t,x) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{\sqrt{2\pi}}\phi(k)e^{i(kx-\frac{\hbar k^2}{2m}t)}. \end{aligned} \quad (153.16)$$

يمكن تنظيم هذه الدالة الموجية من اجل اختيارات مناسبة للدوال $\phi(k)$. تسمي هذه الدالة الموجية بالحزمة الموجية [46] . يمكن تعيين الدوال $\phi(k)$ من الشروط الابتدائية

$$\Psi(0,x) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{\sqrt{2\pi}}\phi(k)e^{ikx}. \quad (154.16)$$

حل هذه الشروط الابتدائية يعطي بمبرهنة بلانشارل [47] اي ان $\phi(k)$ هو تحويل فوريي [48] ل $\Psi(0,x)$ يعطي ب

$$\phi(k) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{2\pi}}\Psi(0,x)e^{-ikx}. \quad (155.16)$$

لنلاحظ ان

$$\int dx\Psi^*(t,x)\Psi(t,x) = \int dx\Psi^*(0,x)\Psi(0,x) = \int dk\phi^*(k)\phi(k). \quad (156.16)$$

يبقي ان نتحقق ان سرعة الحزمة الموجية تساوي سرعة الجسيم v. سرعة الحزمة الموجية تعرف باسم سرعة المجموعة [49] و يمكن ان تكون اكبر من, تساوي او اصغر من السرعة الطورية. نعتبر حزمة موجية عامة تعطي ب

$$\Psi(t,x) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{\sqrt{2\pi}}\phi(k)e^{i(kx-\Omega t)}. \quad (157.16)$$

---

[46] wave packet.
[47] Plancherel's theorem.
[48] Fourier transform.
[49] group velocity.

نفترض علاقة تشتت [50] عامة. اي اننا نفترض ان التواتر الزاوي Ω هو دالة كيفية في k بمعني $\Omega = \Omega(k)$. بالاضافة الي هذا نفترض ان $\phi(k)$ هو متمركز حول القيمة $k = k_0$ اي ان المركبات المختلفة للحزمة الموجية تنتشر تقريبا بنفس السرعة الطورية $v_{\rm phase} = \Omega/k$ و بالتالي فان شكل الحزمة الموجية يتغير ببطء. في الحقيقة فانه فقط في هذه الحالة يكون لمفهوم سرعة المجموعة معني واضح. اذن ننشر Ω كسلسلة تايلور [51] حول $k = k_0$ كما يلي

$$\Omega(k) = \Omega(k_0) + \Omega^{'}(k_0)(k - k_0) + ... \tag{158.16}$$

نحسب (مع $k^{'} = k - k_0$, $\Omega_0 = \Omega(k_0)$ و $\Omega_0^{'} = d\Omega(k)/dk|_{k=k_0}$)

$$\begin{aligned}\Psi(t,x) &= e^{-i\Omega_0 t}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk^{'}}{\sqrt{2\pi}}\phi(k^{'}+k_0)e^{i((k^{'}+k_0)x-\Omega_0^{'}k^{'}t)}\\ &= e^{i(-\Omega_0+k_0\Omega_0^{'})t}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk^{'}}{\sqrt{2\pi}}\phi(k^{'}+k_0)e^{i(k^{'}+k_0)(x-\Omega_0^{'}t)}.\end{aligned} \tag{159.16}$$

في اللحظة $t = 0$ نحصل علي

$$\Psi(0,x) = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk^{'}}{\sqrt{2\pi}}\phi(k^{'}+k_0)e^{i(k^{'}+k_0)x}. \tag{160.16}$$

اذن

$$\Psi(t,x) = e^{i(-\Omega_0+k_0\Omega_0^{'})t}\Psi(0,x-\Omega_0^{'}t). \tag{161.16}$$

كما نريد بالضبط فان شكل الحزمة الموجية لا يتغير و تتحرك الحزمة بسرعة المجموعة

$$v_{\rm group} = \Omega_0^{'} = \frac{d\Omega}{dk}|_{k=k_0}. \tag{162.16}$$

في حالتنا هذه $\Omega = \hbar k^2/2m$ و بالتالي تصبح سرعة المجموعة معطاة ب

$$v_{\rm group} = \frac{\hbar k_0}{m} = \frac{p_0}{m} = v_0. \tag{163.16}$$

3.6.16 الهزاز التوافقي

لتكن x_0 قيمة اصغرية محلية للكمون V اي

$$V^{'}(x_0) = 0. \tag{164.16}$$

بالاضافة يمكن دائما ان نختار, من دون اي فقدان للعمومية, الكمون بحيث $V(x_0) = 0$. ننشر الان $V(x)$ كسلسلة تايلور حول x_0 كما يلي

$$\begin{aligned}V(x) &= V(x_0) + (x-x_0)V^{'}(x_0) + \frac{1}{2}(x-x_0)^2V^{''}(x_0) + ...\\ &= \frac{1}{2}V^{''}(x_0)(x-x_0)^2 + ...\end{aligned} \tag{165.16}$$

هذه هي الطاقة الكامنة لهزاز توافقي بسيط بثابت مرونة $k = V^{''}(x_0) = m\Omega^2$.

معادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن التي تصف الحركة حول القيمة الاصغرية المحلية x_0 تعطي اذن ب

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2}m\Omega^2x^2\right)\psi = E\psi. \tag{166.16}$$

[50] dispersion relation.

[51] Taylor series.

يمكن كتابة هذه المعادلة ايضا علي الشكل

$$\left(\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{1}{2}m\Omega^2\hat{x}^2\right)|\psi>=E|\psi>. \tag{167.16}$$

لنذكر ان $\psi(x)=<x|\psi>$. نعرف مؤثرات الرفع و الخفض a^+ و a ب

$$a^+=\frac{1}{\sqrt{2\hbar m\Omega}}(m\Omega\hat{x}-i\hat{p})\ ,\ a=\frac{1}{\sqrt{2\hbar m\Omega}}(m\Omega\hat{x}+i\hat{p}). \tag{168.16}$$

لان $[\hat{x},\hat{p}]=i\hbar$ نحسب علاقات التبادل

$$[a,a^+]=1. \tag{169.16}$$

يمكننا ان نتحقق الان مباشرة من ان هاميلتونية الهزاز التوافقي البسيط المعطاة ب $\hat{H}=\frac{\hat{p}^2}{2m}+\frac{1}{2}m\Omega^2\hat{x}^2$ يمكن كتابتها علي الشكل

$$\hat{H}=\hbar\Omega(a^+a+\frac{1}{2}). \tag{170.16}$$

نحسب

$$[\hat{H},a]=-\hbar\Omega a\ ,\ [\hat{H},a^+]=\hbar\Omega a^+. \tag{171.16}$$

باستخدام هذه المعادلات و معادلة شرودينغر غير متعلقة بالزمن $\hat{H}|\psi>=E|\psi>$ نحصل علي

$$\hat{H}a|\psi>=(E-\hbar\Omega)a|\psi>\ \ ,\ \hat{H}a^+|\psi>=(E+\hbar\Omega)a^+|\psi>. \tag{172.16}$$

بعبارة اخري $a|\psi>$ هو شعاع ذاتي ل $\hat{H}$ بالقيمة الذاتية $E-\hbar\Omega$ بينما $a^+|\psi>$ هو شعاع ذاتي بالقيمة الذاتية $E+\hbar\Omega$. اذن a ينقص الطاقة و لهذا نسمية بمؤثر الخفض بينما a^+ يزيد الطاقة و لهذا الاسم مؤثر الرفع. نعرف مؤثر العدد ب

$$N=a^+a. \tag{173.16}$$

ليكن $|n>$ الشعاع الذاتي ل N المرفق بالقيمة الذاتية n اي

$$N|n>=n|n>. \tag{174.16}$$

لان N مؤثر هرميتي فان القيم الذاتية n حقيقية و الاشعة الذاتية $|n>$ متعامدة. في الحقيقة n يجب ان يكون موجب لان $n=||a|n>|^2$. علاوة علي ذلك فانه باستخدام علاقات التبادل $[N,a]=-a$ و $[N,a^+]=a^+$ نحسب $Na|n>=(n-1)a|n>$ و $Na^+|n>=(n+1)a^+|n>$. بعبارة اخري

$$a|n>=c_n|n-1>\ \ ,\ a^+|n>=d_n|n+1>. \tag{175.16}$$

باشتراط ان الاشعة الذاتية $|n>$ منظمة اي $<n|n>=1$ نحصل علي $|c_n|^2=n$ و $|d_n|^2=n+1$. اذن باخذ c_n و d_n اعداد حقيقية موجبة, من اجل التبسيط, لدينا

$$a|n>=\sqrt{n}|n-1>\ \ ,\ a^+|n>=\sqrt{n+1}|n+1>. \tag{176.16}$$

القيم المسموح بها للطاقة هي بالتالي معطاة ب

$$E_n=\hbar\Omega(n+\frac{1}{2}). \tag{177.16}$$

من الواضح ان الاشعة الذاتية المرفقة هي بالضبط $|n>$.

نستعمل الان النتيجة العامة التالية: **طاقة اي حل قابل للتنظيم لمعادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن يجب ان تكون اكبر او تساوي من القيمة الاصغرية للكمون V.** من اجل حالتنا قيد الدراسة فان القيمة الاصغرية ل V هي صفر ووجدنا ان القيم E_n للطاقة هي دائما اكبر من الصفر لان $n \geq 0$. بالفعل فان طاقة الحالة الاساسية E_0 للهزاز التوافقي البسيط هي

$$E_0 = \frac{1}{2}\hbar\Omega. \quad (178.16)$$

من الواضح انه انطلاقا من اي شعاع حالة $|n>$ يمكن الوصول الي شعاع الحالة الاساسية $|0>$ عن طريق التطبيق المتكرر لمؤثر الخفض a. هذا يعني بالخصوص ان n يجب ان يكون عدد طبيعي لانه يساوي عدد المرات التي يجب التأثير فيها ب a للذهاب من $|n>$ الي $|0>$. نحصل علي شرط التكميم

$$n \in \mathbf{N}. \quad (179.16)$$

شعاع الحالة الاساسية $|0>$ يجب ان يحقق الشرط $a|0>=0$. يكتب هذا الشرط في فضاء الموضع كالتالي (مع $\psi_0(x) =<x|0>$)

$$(\frac{d}{dx} + \frac{m\Omega}{\hbar}x)\psi_0(x) = 0. \quad (180.16)$$

الحل المنظم يعطي ب

$$\psi_0(x) = (\frac{m\Omega}{\pi\hbar})^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\Omega}{2\hbar}x^2}. \quad (181.16)$$

يمكن حساب اشعة الحالة $|n>$ بدلالة $|0>$ كالتالي

$$\begin{aligned}
&|1>= a^+|0> \\
&|2>= \frac{a^+}{\sqrt{2}}|1>= \frac{(a^+)^2}{\sqrt{2!}}|0> \\
&|3>= \frac{a^+}{\sqrt{3}}|2>= \frac{(a^+)^3}{\sqrt{3!}}|0> \\
&. \\
&. \\
&|n>= \frac{a^+}{\sqrt{n}}|n-1>= \frac{(a^+)^n}{\sqrt{n!}}|0> .
\end{aligned} \quad (182.16)$$

4.6.16 كمون دالة دلتا

يعطي الكمون في هذه الحالة ب

$$V(x) = -\alpha\delta(x). \quad (183.16)$$

الثابت α موجب. معادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن تكتب علي الشكل

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} - \alpha\delta(x)\psi = E\psi. \quad (184.16)$$

الحالات المرتبطة ($E \leq 0$): نعرف

$$\kappa = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar}. \quad (185.16)$$

معادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن تصبح

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m\alpha}{\hbar^2}\delta(x)\psi = \kappa^2\psi. \quad (186.16)$$

من اجل $x < 0$ او $x > 0$ لدينا

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \kappa^2\psi. \quad (187.16)$$

الحل من اجل $x < 0$ يأخذ الشكل

$$\psi(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{\kappa x}. \quad (188.16)$$

في النهاية $x \longrightarrow -\infty$ الحل اعلاه ينفجر ما لم ينعدم A. اذن يجب ان يكون لدينا

$$\psi(x) = Be^{\kappa x} \ , \ x < 0. \quad (189.16)$$

بالمثل فان الحل من اجل $x > 0$ يأخذ الشكل

$$\psi(x) = Fe^{-\kappa x} + Ge^{\kappa x}. \quad (190.16)$$

الان في النهاية $x \longrightarrow \infty$ الحل ينفجر مالم ينعدم G. اذن يجب ان يكون لدينا

$$\psi(x) = Fe^{-\kappa x} \ , \ x > 0. \quad (191.16)$$

الدالة الموجية هي دائما مستمرة بينما مشتقتها الاولي $d\psi(x)/dx$ هي دائما مستمرة باستثناء في النقاط التي يتباعد فيها الكمون. اذن من الشرط الحدي الاول نحصل علي

$$F = B. \quad (192.16)$$

لدينا اذن النتيجة

$$\psi(x) = Be^{+\kappa x} \ , \ x \leq 0$$
$$\psi(x) = Be^{-\kappa x} \ , \ x \geq 0. \quad (193.16)$$

نكامل الان طرفي معادلة شرودينغر بين $-\epsilon$ و $+\epsilon$. لدينا

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} dx\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m\alpha}{\hbar^2}\int_{-\epsilon}^{\epsilon} dx\delta(x)\psi + \kappa^2\int_{-\epsilon}^{\epsilon} dx\psi. \quad (194.16)$$

نحصل في النهاية $\epsilon \longrightarrow 0$ علي النتيجة

$$\frac{d\psi}{dx}|_{+\epsilon} - \frac{d\psi}{dx}|_{-\epsilon} = -\frac{2m\alpha}{\hbar^2}\psi(0). \quad (195.16)$$

بعبارة اخري فان المشتقة الاولي للدالة الموجية غير مستمرة في النقطة $x = 0$ حيث يتباعد الكمون. المعادلة اعلاه تعطي النتيجة

$$-2B\kappa = -\frac{2m\alpha}{\hbar^2}B. \quad (196.16)$$

اذن

$$\kappa = \frac{m\alpha}{\hbar^2}. \quad (197.16)$$

طاقة الحالة المرتبطة هي اذن معطاة ب

$$E = -\frac{\hbar^2\kappa^2}{2m} = -\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2}. \quad (198.16)$$

تنظيم الدالة الموجية $\psi(x)$ يعطي $B = \sqrt{\kappa}$. الدالة الموجية للحالة المرتبطة تعطي اذن ب

$$\psi(x) = \sqrt{\kappa}e^{-\kappa|x|}. \quad (199.16)$$

حالات التصادم $(E \geq 0)$: نعرف

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \tag{200.16}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m\alpha}{\hbar^2}\delta(x)\psi = -k^2\psi. \tag{201.16}$$

الحل من اجل $x < 0$ هو من الشكل

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}. \tag{202.16}$$

الحل من اجل $x > 0$ هو من الشكل

$$\psi(x) = Fe^{ikx} + Ge^{-ikx}. \tag{203.16}$$

من شرط استمرارية دالة الموجة نحصل علي

$$A + B = F + G. \tag{204.16}$$

نحسب المشتقات الاولي

$$\frac{d\psi}{dx}|_{+\epsilon} = ik(F - G)\ ,\ \frac{d\psi}{dx}|_{-\epsilon} = ik(A - B). \tag{205.16}$$

من الشرط (195 . 16) نحصل علي

$$ik(F - G - A + B) = -\frac{2m\alpha}{\hbar^2}(A + B). \tag{206.16}$$

بالمقابل

$$F - G = (1 + 2i\beta)A - (1 - 2i\beta)B\ ,\ \beta = \frac{m\alpha}{\hbar^2 k}. \tag{207.16}$$

الثوابت A و F هي سعات الامواج المنتشرة الي اليمين بينما B و G هي سعات الامواج المنتشرة الي اليسار. في تجربة تصادم معينة فان الجسيمات تأتي من جهة واحدة مثلا من اليسار. في هذه الحالة A يقابل الموجة الواردة, B يقابل الموجة المنعكسة و F يقابل الموجة المرسلة اي المنكسرة بينما $G = 0$. نعتبر اذن

$$G = 0\ ,\ \text{scattering from left.} \tag{208.16}$$

نحصل علي المعاملات

$$B = \frac{i\beta}{1 - i\beta}A\ ,\ F = \frac{1}{1 - i\beta}A. \tag{209.16}$$

اذن نحصل علي الدوال الموجية

$$\begin{aligned} \psi_{\text{incid}} &= Ae^{ikx} \\ \psi_{\text{refle}} &= \frac{i\beta}{1 - i\beta}Ae^{-ikx} \\ \psi_{\text{trans}} &= \frac{1}{1 - i\beta}Ae^{ikx}. \end{aligned} \tag{210.16}$$

الدوال الموجية الكلية تعطي اذن ب

$$\psi(x) = \psi_{\text{incid}}(x) + \psi_{\text{refle}}(x)\ ,\ x < 0. \tag{211.16}$$

$$\psi(x) = \psi_{\rm trans}(x) \ , \ x > 0. \tag{212.16}$$

نذكر ان $|\psi(x)|^2$ هو احتمال ايجاد الجسيم في النقطة x. بعبارة اخري اذا كان لدينا عدد ضخم من الجسيمات كلها في نفس الحالة $\psi(x)$ فان الكمية $|\psi(x)|^2$ تقيس عدد الجسيمات التي توجد في النقطة x. بالتالي $\int dx |\psi_{\rm incid}|^2 = |A|^2 \int dx$, $\int dx |\psi_{\rm refle}|^2 = |B|^2 \int dx$ و $\int dx |\psi_{\rm trans}|^2 = |F|^2 \int dx$ هي اعداد الجسيمات الواردة, المنعكسة و المنكسرة علي التوالي التي لها طاقة E. رغم ان هذه الاعداد غير منتهية, لان الدوال الموجية $\psi_{\rm incid}$, $\psi_{\rm refle}$ و $\psi_{\rm trans}$ غير قابلة للتنظيم, فان نسبها منتهية.

اذن الاحتمال النسبي لجسيم وارد ان ينعكس يعطي بأخذ نسبة عددالجسيمات الواردة لعدد الجسيمات المنعكسة اي

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{\beta^2}{1+\beta^2} = \frac{1}{1+\frac{2\hbar^2 E}{m\alpha^2}}. \tag{213.16}$$

هذا يسمي معامل الانعكاس. بالمثل فان الاحتمال النسبي لجسيم وارد ان ينكسر يعطي بأخذ نسبة عدد الجسيمات الواردة لعدد الجسيمات المنكسرة اي

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1+\beta^2} = \frac{1}{1+\frac{m\alpha^2}{2\hbar^2 E}}. \tag{214.16}$$

هذا يسمي معامل الانكسار او الارسال. لدينا

$$R + T = 1. \tag{215.16}$$

لنلاحظ انه لما $E \longrightarrow \infty$ فان $R \longrightarrow 0$ و $T \longrightarrow 1$. اي ان الجسيم الذي له طاقة كافية احتمال مروره عير الكمون اكبر من احتمال انعكاسه.

الدوال الموجية $\psi_{\rm incid}$, $\psi_{\rm refle}$ و $\psi_{\rm trans}$ ليست فيزيائية لانها دوال غير قابلة للتنظيم. يجب تعويض هذه الدوال بدوال قابلة للتنظيم, عبارة عن حزم موجية مثل ما فعلنا في حالة الجسيم الحر, و هذا يؤدي بالضرورة الي تعويض الطاقة E بمجال من القيم المسموحة للطاقة. نعتبر اذن حزم موجية مركزة حول القيمة k للعدد الموجي كي تكون الطاقة مركزة حول القيمة E. الحزم الموجية الواردة, المنعكسة و المنكسرة يجب ان تحقق نفس الشروط الحدية التي تحققها $\psi_{\rm incid}$, $\psi_{\rm refle}$ و $\psi_{\rm trans}$ علي التوالي. التحليل الذي قمنا به اعلاه بالنسبة ل $\psi_{\rm incid}$, $\psi_{\rm refle}$ و $\psi_{\rm trans}$ يبقي صالحا بالكامل بالنسبة لهذه الحزم الموجية اما R و T فيصبح لهما تفسير معاملي الانعكاس والانكسار للجسيمات ذات الطاقة E.

5.6.16 الكمون المربع

نعتبر الان الكمون

$$\begin{aligned} V &= -V_0 \ , \ \ -a < x < a \\ V &= 0 \ , \ |x| > 0. \end{aligned} \tag{216.16}$$

الحالات المرتبطة ($E < 0$): نعرف

$$\kappa = \frac{\sqrt{-2mE}}{\hbar}. \tag{217.16}$$

لدينا ثلاث مناطق. المنطقة الاولي توافق $x < -a$ بينما توافق المنطقة الثالثة $x > a$. في هاته المنطقتين تكتب معادلة شرودينغر علي الشكل

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \kappa^2 \psi. \tag{218.16}$$

الحل العام هو

$$\psi(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{\kappa x}. \tag{219.16}$$

من الواضح ان الحل في المنطقة الاولي هو

$$\psi_I(x) = Be^{\kappa x} \ , \ x < -a. \quad (220.16)$$

بالمثل الحل في المنطقة الثالثة هو

$$\psi_{III}(x) = Fe^{-\kappa x} \ , \ x > a. \quad (221.16)$$

طاقة اي حل قابل للتنظيم لمعادلة شرودينغر يجب ان تكون اكبر او تساوي من القيمة الاصغرية للكمون. في هذه الحالة هذا يعني ان $E > -V_0$. اذن في المنطقة الثانية اي من اجل $-a < x < a$ تكتب معادلة شرودينغر علي الشكل

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -l^2\psi \ , \ l = \frac{\sqrt{2m(E+V_0)}}{\hbar}. \quad (222.16)$$

الحل يعطي ب

$$\psi_{II}(x) = C\sin lx + D\cos lx. \quad (223.16)$$

لان الكمون زوجي يمكن ان نفترض ان الدالة الموجية اما زوجية او فردية. بافتراض انها زوجية لدينا مباشرة $C = 0$. نحصل علي

$$\psi_{II}(x) = D\cos lx. \quad (224.16)$$

الشروط الحدية $\psi_I(-a) = \psi_{II}(-a)$, $\psi_{II}(a) = \psi_{III}(a)$ تؤدي الي المعادلات

$$B = F. \quad (225.16)$$

$$Be^{-\kappa a} = D\cos la. \quad (226.16)$$

الشروط الحدية $\psi'_I(-a) = \psi'_{II}(-a)$, $\psi'_{II}(a) = \psi'_{III}(a)$ تؤدي الي المعادلات

$$\kappa Be^{-\kappa a} = Dl\sin la. \quad (227.16)$$

اذن الطاقات المسموح بها يجب ان تحقق الشرط

$$\tan la = \frac{\kappa}{l}. \quad (228.16)$$

نعرف

$$z = la \ , \ z_0 = \frac{a}{\hbar}\sqrt{2mV_0}. \quad (229.16)$$

نلاحظ ان $\kappa^2 + l^2 = 2mV_0/\hbar^2$ و بالتالي $a^2\kappa^2 = z_0^2 - z^2$. اذن

$$\tan z = \sqrt{\frac{z_0^2}{z^2} - 1}. \quad (230.16)$$

يجب حل هذه المعادلة المتسامية من اجل المجهول z المكافئ للطاقة E بدلالة z_0 الذي يقيس حجم البئر.

من اجل بئر عميقة اي $z_0 \longrightarrow \infty$ لدينا $\tan z \longrightarrow \infty$. بالتالي $z = n\pi/2$ حيث n فردي. اذن في هذه الحالة نقاط تقاطع الدالتين $\tan z$ و $\sqrt{\frac{z_0^2}{z^2} - 1}$ تقع في

$$z_n = n\frac{\pi}{2} \leftrightarrow E'_n = E_n + V_0 = \frac{\hbar^2\pi^2 n^2}{2m(2a)^2}. \quad (231.16)$$

من اجل V_0 منته فان هناك عدد منته من الحلول. في النهاية $V_0 \longrightarrow \infty$ القيم E'_n تصبح طاقات الكمون المربع اللانهائي.

من اجل كمون ضحل و ضيق فانه يكون لدينا عدد اقل من الحالات المرتبطة. بالفعل من اجل كل القيم z_0 التي هي اقل من $\pi/2$ مهما كانت صغيرة فانه يكون لدينا حالة مرتبطة وحيدة.

حالات التصادم ($E > 0$): نعرف

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (232.16)$$

لدينا الحلول

$$\psi_I(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\ ,\ x < -a$$
$$\psi_{II}(x) = C\sin lx + D\cos lx\ ,\ \ -a < x < a$$
$$\psi_{III}(x) = Fe^{ikx}\ ,\ x > a. \quad (233.16)$$

في المناطق الاولي و الثالثة الجسيم حر. الموجة الواردة متناسبة مع A, الموجة المنعكسة متناسبة مع B و الموجة المنكسرة (المرسلة) متناسبة مع F. استمرارية الدالة الموجية في النقاط $x = \pm a$ يعطي المعادلات

$$Ae^{-ika} + Be^{ika} = -C\sin la + D\cos la$$
$$Fe^{ika} = C\sin la + D\cos la. \quad (234.16)$$

استمرارية المشتقة الاولي للدالة الموجية في $x = \pm a$ تؤدي الي المعادلات

$$ik(Ae^{-ika} - Be^{ika}) = l(C\cos la + D\sin la)$$
$$ik(Fe^{ika}) = l(C\cos la - D\sin la). \quad (235.16)$$

نستعمل المعادلة الثانية من (234 . 16) و المعادلة الثانية من (235 . 16) لايجاد

$$C = (\sin la + \frac{ik}{l}\cos la)e^{ika}F\ ,\ D = (\cos la - \frac{ik}{l}\sin la)e^{ika}F. \quad (236.16)$$

نعوض هذه العبارات في المعادلة الاولي من (234 . 16) و المعادلة الاولي من (235 . 16) لايجاد

$$Ae^{-ika} + Be^{ika} = (\cos 2la - \frac{ik}{l}\sin 2la)e^{ika}F$$
$$Ae^{-ika} - Be^{ika} = (\cos 2la - \frac{il}{k}\sin 2la)e^{ika}F. \quad (237.16)$$

اذن

$$F = \frac{e^{-2ika}}{\cos 2la - i\frac{k^2+l^2}{2kl}\sin 2l}A. \quad (238.16)$$

$$B = i\frac{l^2-k^2}{2kl}\sin 2laF. \quad (239.16)$$

معامل الانكسار او الارسال هو

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{\cos^2 2la + (\frac{k^2+l^2}{2kl})^2\sin^2 2la}. \quad (240.16)$$

معامل الانعكاس هو

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{(\frac{k^2-l^2}{2kl})^2\sin^2 2la}{\cos^2 2la + (\frac{k^2+l^2}{2kl})^2\sin^2 2la}. \quad (241.16)$$

نتحقق من ان

$$R + T = 1. \quad (242.16)$$

7.16 تمارين

تمرين 1:

1) ليكن $|f>$ و $|g>$ شعاعي حالة في فضاء هيلبرت $\mathcal{H}$. برهن علي صحة متراجحة شوارز

$$|<f|g>|^2 \leq \; <f|f><g|g>.$$

2) بين باستعمال متراجحة شوارز ان الجداء الداخلي $<f|g>$ موجود.

3) فضاء هيلبرت هو فضاء مركب. بالتعريف الفضاء الشعاعي هو فضاء مغلق تحت تأثير الجمع الشعاعي و الضرب السلمي. اذن اذا كان $|f>$ و $|g>$ اي شعاعي حالة في فضاء هيلبرت فان المجموع $|h>=|f>+|g>$ هو ايضا شعاع حالة في فضاء هيلبرت. بين انه اذا كانت الدالتين الموجيتين $f(x)$ و $g(x)$ قابلتين للتنظيم فان $h(x)$ هي ايضا دالة موجية قابل للتنظيم.

تمرين 2:

1) مبدأ الارتياب يعطي ب

$$\sigma_A^2\sigma_B^2 \geq \frac{1}{4}|<[\hat{A},\hat{B}]|>|^2.$$

بين ان الشرط الضروري و الكافي من اجل صحة المتراجحة اعلاه يعطي ب

$$(\hat{B}-<\hat{B}>)|\psi>=ia(\hat{A}-<\hat{A}>)|\psi>.$$

الحالة الموصوفة بالشعاع $|\psi>$ هي اذن حالة ذات ارتياب اصغري.

2) جد حل للشرط اعلاه من اجل $\hat{A}=\hat{x}$ و $\hat{B}=\hat{p}$. نظم الدالة الموجية المحصل عليها لواحد. استعمل

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-x^2} = \sqrt{\pi}.$$

3) جد الدالة الموجية المقابلة في فضاء كميات الحركة.

4) من اجل التبسيط نعتبر $<\hat{x}>=0$. عين متي تكون كمية حركة الجسيم معرفة جيدا و متي يكون الجسيم متموضعا جيدا في فضاء المواضع.

تمرين 3:

1) علم الدالة الموجية $\psi(t,x)$ ب $\psi(t,x)=\sqrt{\rho}e^{\frac{iS}{\hbar}}$. بالتعويض بهذا الاقتراح في معادلة شرودينغر نحصل علي معادلة الاستمرارية

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial j}{\partial x}=0.$$

اكتب تيار الاحتمال j بدلالة ρ و S و ايضا ψ و ψ^*.

2) باستعمال معادلة الاستمرارية تحقق من قانون انحفاظ الاحتمال المعطي ب

$$\frac{dP}{dt}=0\;,\;P=\int_{-\infty}^{\infty}\rho(t,x)dx.$$

3) اربط بين $<\hat{p}>$ و $\frac{d<\hat{x}>}{dt}$. ما هو معني تيار الاحتمال j.

4) نفترض ان الكمون V مركب اي $V=V_0-i\Gamma$. عين في هذه الحالة معدل تغير الاحتمال الكلي $\frac{dP}{dt}$. ماذا يصف P.

5) ما هي المعادلة التي يحققها S و ما هي نهايتها الكلاسيكية $\hbar\longrightarrow 0$. ما هو معني S.

تمرين 4:

1) نعتبر جسيم ذو سبين $1/2$. الحالة الذاتية العليا للمؤثرات $\hat{S}^2$ و $\hat{S}_3$ يرمز لها ب $|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> \equiv |+>$ اما الحالة الذاتية الدنيا فيرمز لها ب $|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> \equiv |->$. اكتب المؤثرات $\hat{S}^2$, $\hat{S}_3$ و $\hat{S}_\pm$ في هذا الاساس. عبر عن $\hat{S}_i$ بدلالة مصفوفات باولي

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \ , \ \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \ , \ \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2) ما هي القيم التي نحصل عليها و ما هي احتمالاتها اذا قسنا السبين $\hat{S}_3$ في حالة عامة للجسيم.

3) ما هي القيم التي نحصل عليها و ما هي احتمالاتها اذا قسنا السبين $\hat{S}_1$ في حالة عامة للجسيم.

4) اذا افترضنا ان الجسيم في اللحظة الابتدائية موجود في الحالة $|+>$. ماهي نتائج قياس السبين $\hat{S}_1$ و ماهي احتمالاتها. اذا ادي القياس للنتيجة $+\hbar/2$ ما هي حالة الجسيم بعد القياس. ما هي نتائج قياس السبين $\hat{S}_3$ الذي نجريه مباشرة بعد القياس السابق و ماهي احتمالاتها.

تمرين 5: نعتبر جملة مشكلة من جسيمين سبينهما $1/2$ مثل الالكترون و البروتون في الحالة الاساسية لذرة الهيدروجين. ما هو العزم الحركي الكلي للجملة. انشئ فضاء هيلبرت هذه الجملة.

تمرين 6: نعتبر هزازان توافقيان مستقلان بمؤثرات احداث و تدمير a_+, a_+^+ و a_-, a_-^+, اي $[a_+, a_+^+] = 1$, $[a_-, a_-^+] = 1$ و $[a_+, a_-^+] = 0$. مؤثرات العدد الفردية تعطي ب $N_+ = a_+^+ a_+$, $N_- = a_-^+ a_-$ اما مؤثر العدد الكلي فيعطي ب $N = N_+ + N_-$. فضاء هيلبرت الكلي هو الجداء التنسوري للفضاءات الهيلبرتية الفردية. اذن اذا كان $\{|n_+>\}$ هو اساس فضاء هيلبرت للهزاز التوافقي الاول و $\{|n_->\}$ هو اساس فضاء هيلبرت للهزاز التوافقي الثاني فان $\{|n_+>|n_->\}$ هو اساس فضاء هيلبرت الكلي. نعرف

$$J_+ = \hbar a_+^+ a_- \ , \ J_- = \hbar a_-^+ a_+ \ , \ J_3 = \frac{\hbar}{2}(a_+^+ a_+ - a_-^+ a_-).$$

تحقق من ان $J_\pm$ و J_3 تحقق علاقات العزم الحركي. احسب مربع العزم الحركي J^2 بدلالة مؤثر العدد الكلي $N = N_+ + N_-$. كيف تؤثر $J_\pm$, J_3 و J^2 علي الاساس $|n_1, n_2>$. جد العلاقة بين الاعداد الكمية n_+ و n_- من جهة و الاعداد الكمية j و m من جهة اخري. ماذا تلاحظ بالنسبة للمجموع $n_+ + n_-$. اكتب $|j, m>$ بدلالة مؤثرات الانشاء a_+^+ و a_-^+.

تمرين 7:

1) نقول عن العبارتين $D_1(x)$ و $D_2(x)$, اللتان تتعلقان بدالة ديراك دلتا, انهما متساويتان اذا تحقق الشرط

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) D_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) D_2(x).$$

بين ان

$$\delta(cx) = \frac{1}{|c|}\delta(x).$$

2) الدالة الخطوة $\theta(x)$ تعرف ب

$$\theta(x) = 1 \ , \ x > 0$$
$$\theta(x) = 0 \ , \ x < 0.$$

بين ان

$$\frac{d\theta}{dx} = \delta(x).$$

تمرين 8: مبرهنة بلانشارل [52] تعطي ب

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}F(k)e^{ikx}dk\leftrightarrow F(k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-ikx}dx.$$

بين ان

$$\delta(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{ikx}dk.$$

تمرين 9: نعتبر كمون دالة ديراك. في المنطقتين I $(x<0)$ و II $(x>0)$ تعطي الدوال الموجية ب

$$\begin{aligned}\psi_I(x)&=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}\ ,\ x<0\\ \psi_{II}(x)&=Fe^{ikx}+Ge^{-ikx}\ ,\ x>0.\end{aligned}$$

الشروط الحدية عند $x=0$ تعطي ب

$$\begin{aligned}F+G&=A+B\\ F-G&=A(1+2i\beta)-B(1-2i\beta).\end{aligned}$$

اذن يمكن ان نجد ثابتين بدلالة الثابتين الاخرين. لدينا

$$\beta=\frac{m\alpha}{\hbar^2k}\ ,\ k=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}.$$

1) احسب مصفوفة التصادم S المعرفة ب

$$\left(\begin{array}{c}B\\ F\end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc}S_{11}&S_{12}\\ S_{21}&S_{22}\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}A\\ G\end{array}\right).$$

هذا يعطي السعات الصادرة B و F, اي التي تتحرك بعيدا عن الكمون, بدلالة السعات الواردة A و G, اي التي تتحرك نحو الكمون.

2) احسب مصفوفة التحويل T المعرفة ي

$$\left(\begin{array}{c}F\\ G\end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc}T_{11}&T_{12}\\ T_{21}&T_{22}\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}A\\ B\end{array}\right).$$

هذا يعطي السعات علي يمين الكمون F و G بدلالة السعات علي يساره A و B.

3) ناقش مصفوفة التصادم و مصفوفة التحويل من اجل كمون كيفي ينعدم لما $x\longrightarrow\pm\infty$.

4) من اجل التصادم من اليسار اكتب معاملات الانكسار و الانعكاس بدلالة S_{ij} و T_{ij}.

5) بين انه من اجل كمون مشكل من قطعتين غير متصلتين فان مصفوفة التحويل تحقق

$$T=T_2T_1.$$

T_i هي مصفوفة التحويل من اجل القطعة i علي حدة.

[52] Plancherl.

8.16 حلول

تمرين 1:

1) نعتبر طويلة الشعاع $|\psi>=|f>+a|g>$ مع $a=-<g|f>/<g|g>$.

2) باستعمال متراجحة شوارز لدينا $\sqrt{<f|f><g|g>}\leq |<f|g>|$. التكاملات $<f|f>=\int dx f^*(x)f(x)$ و $<g|g>=\int dx g^*(x)g(x)$ تقترب من اعداد منتهية لان كل من $f(x)$ و $g(x)$ يحقق شرط قابلية التكامل للمربع. اذن الجداء الداخلي $<f|g>=\int dx f^*(x)g(x)$ يقترب من عدد منته.

3) يجب ان نبين ان $<h|h>=\int dx h^*(x)h(x)$ يقترب من عدد منته. مرة اخري نستعمل متراجحة شوارز.

تمرين 2:

1) لدينا

$$\sigma_A^2\sigma_B^2=<\psi_A|\psi_A><\psi_B|\psi_B>\geq |<\psi_A|\psi_B>|^2. \qquad (243.16)$$

تحقق المساواة اذا كان $|\psi_B>=c|\psi_A>$. بالاضافة لدينا

$$\begin{aligned} |<\psi_A|\psi_B>|^2 &= \frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>|^2+\frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A}-<\hat{A}>,\hat{B}-<\hat{B}>]|\psi>|^2 \\ &\geq \frac{1}{4}|<\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi>|^2. \end{aligned} \qquad (244.16)$$

تحقق المتراجحة اذا كان $<\psi|[\hat{A}-<\hat{A}>,\hat{B}-<\hat{B}>]|\psi>=0$. هذا يؤدي الي الشرط $(c+c^*)<\psi_A|\psi_B>=0$ اي ان c هو عدد تخيلي. نكتب $c=ia$. الشرط الضروري و الكافي هو اذن

$$(\hat{B}-<\hat{B}>)|\psi>=ia(\hat{A}-<\hat{A}>)|\psi>. \qquad (245.16)$$

2) من اجل $\hat{A}=\hat{x}$ و $\hat{B}=\hat{p}$ نحصل في اساس الموضع علي المعادلة

$$(\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}-<\hat{p}>)\psi(x)=ia(x-<\hat{x}>)\psi(x). \qquad (246.16)$$

ننزع من $\psi(x)$ التصرف كموجة مستوية بكتابة

$$\psi(x)=e^{\frac{i<\hat{p}>x}{\hbar}}\phi(x). \qquad (247.16)$$

نحصل علي معادلة تفاضلية ل $\phi(x)$ معطاة ب

$$\frac{d\ln\phi}{dx}=-\frac{a}{\hbar}(x-<\hat{x}>) \qquad (248.16)$$

اذن ϕ تعطي ب

$$\phi(x)=Ae^{-\frac{a}{2\hbar}(x-<\hat{x}>)^2}. \qquad (249.16)$$

الحل العام الذي يتميز بارتياب اصغري يعطي ب

$$\psi(x)=Ae^{-\frac{a}{2\hbar}(x-<\hat{x}>)^2}e^{\frac{i<\hat{p}>x}{\hbar}}. \qquad (250.16)$$

التنظيم يعطي القيمة

$$A=(\frac{a}{\hbar\pi})^{\frac{1}{4}}. \qquad (251.16)$$

3) نحسب

$$\begin{aligned}\tilde{\psi}(k) &= \int \frac{dx}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{ikx}{\hbar}} \psi(x) \\ &= A \int \frac{dx}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{a}{2\hbar}[x-\frac{i}{a}(<\hat{p}>-k-ia<\hat{x}>)]^2} e^{-\frac{1}{2a\hbar}(<\hat{p}>-k-ia<\hat{x}>)^2-\frac{a}{2\hbar}<\hat{x}>^2} \\ &= (\frac{1}{\pi a\hbar})^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2a\hbar}(<\hat{p}>-k-ia<\hat{x}>)^2-\frac{a}{2\hbar}<\hat{x}>^2}. \qquad (252.16)\end{aligned}$$

4) نعتبر $<\hat{x}>=0$ من اجل التبسيط. كثافة احتمال ايجاد الجسيم بكمية حركة k بارتياب $<\hat{p}>$ هي غوسية [53] متمركزة في فضاء كمية الحركة حول k تساوي $|\tilde{\psi}(k)|^2$. عرض هاته الغوسية هو $d_k^2=a\hbar$ الذي هو متناسب عكسا مع العرض $d_x^2=\hbar/a$ خاصة الغوسية $\psi(x)$.

في النهاية $a\longrightarrow 0$ لدينا $d_k\longrightarrow 0$ اي ان دالة الموجة $\tilde{\psi}(k)$ تصبح دالة دلتا مركزة علي k. في هذه الحالة $d_x\longrightarrow\infty$ و بالتالي فان دالة الموجة $\psi(x)$ هي موجة مستوية ذات كمية حركة k.

في النهاية $a\longrightarrow\infty$ لدينا $d_x\longrightarrow 0$ و بالتالي دالة موجة الجسيم $\psi(x)$ تصبح دالة دلتا مركزة حول 0 اي ان الجسيم متموضع بشكل جيد حول النقطة 0. من الجهة الاخري تصبح دالة الموجة في فضاء كمية الحركة $\tilde{\psi}(k)$ ثابت مستقل عن k.

تمرين 3:

1) نحدد دالة الموجة $\psi(t,x)$ كالتالي

$$\psi(t,x)=\sqrt{\rho}e^{\frac{iS}{\hbar}}. \qquad (253.16)$$

سعة الاحتمال المقابل هي $\rho=\rho(t,x)$ معرفة ب

$$\rho=\psi^*(t,x)\psi(t,x). \qquad (254.16)$$

بالتعويض في معادلة شرودينغر نحصل علي

$$\begin{aligned}\sqrt{\rho}\Big[\frac{1}{2m}(\frac{\partial S}{\partial x})^2+V+\frac{\partial S}{\partial t}\Big]-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\sqrt{\rho}}{\partial x^2} &= i\hbar\Big[\frac{\partial\sqrt{\rho}}{\partial t}+\frac{1}{m}\frac{\partial\sqrt{\rho}}{\partial x}\frac{\partial S}{\partial x}+\frac{1}{2m}\sqrt{\rho}\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}\Big] \\ &= \frac{i\hbar}{2\sqrt{\rho}}\Big[\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial j}{\partial x}\Big]. \qquad (255.16)\end{aligned}$$

تيار الاحتمال يعرف ب

$$j=\frac{1}{m}\rho\frac{\partial S}{\partial x}. \qquad (256.16)$$

يمكن ان نتحقق من ان

$$j=\frac{\hbar}{2im}[\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial x}]. \qquad (257.16)$$

من الواضح ان الطرف الايمن للمعادلة (255 . 16) هو عدد تخيلي بينما الطرف الايسر هو عدد حقيقي. اذن يجب ان ينعدم كل من طرفي هذه المعادلة كل علي حدة. نحصل بالتالي علي معادلة الاستمرارية

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial j}{\partial x}=0. \qquad (258.16)$$

[53] Gaussian.

2) هذا يعبر عن انحفاظ الاحتمال. بالفعل نحسب

$$\frac{dP}{dt} = \int dx \frac{\partial\rho}{\partial t} = -\int dx \frac{\partial j}{\partial x} = j(t,-\infty) - j(t,+\infty). \quad (259.16)$$

لان دالة الموجة $\psi(t,x)$ هي دالة تحقق شرط قابلية التكامل للمربع يجب ان يكون لدينا $0 \longrightarrow \psi$ و $0 \longrightarrow \frac{\partial\psi}{\partial x}$ لما $x \longrightarrow \pm\infty$. اذن $j(t,x) \longrightarrow 0$ لما $x \longrightarrow \pm\infty$ اي $\frac{dP}{dt} = 0$.

3) تيار الاحتمال j هو, في معني معين, سرعة الجسيم. بالفعل نحسب من جهة

$$\int j(t,x)dx = \frac{<\hat{p}>}{m}. \quad (260.16)$$

نحسب من الجهة الاخري

$$\frac{<\hat{p}>}{m} = \frac{d<\hat{x}>}{dt}. \quad (261.16)$$

هذه المعادلة الاخيرة مثال علي مبرهنة ايرنفاست [54] التي تنص علي ان القيم المنتظرة للمؤثرات الكمومية تتبع القوانين الكلاسيكية.

4) في حالة الكمون المركب $V = V_0 - i\Gamma$ نحسب

$$i\hbar\frac{dP}{dt} = i\hbar\int\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t}.\psi + \psi^*.\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)dx = \int\Big((-V^*\psi^*).\psi + \psi^*.(V\psi)\Big)dx = -2i\Gamma P. \quad (262.16)$$

اذن

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{2\Gamma}{\hbar}P\ ,\ P = P_0 e^{-\frac{2\Gamma}{\hbar}t}. \quad (263.16)$$

هذه المعادلة تصف التهافت التلقائي [55] لجسيم غير مستقر بعمر $\tau = \frac{\hbar}{2\Gamma}$.

5) من خلال وضع الطرف الايسر للمعادلة (255 . 16) يساوي صفر نحصل علي معادلة هاميلتون - جاكوبي [56] الكمومية. هذه تعطي ب

$$\left[\frac{1}{2m}(\frac{\partial S}{\partial x})^2 + V + \frac{\partial S}{\partial t}\right] - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\sqrt{\rho}}{\partial x^2} = 0. \quad (264.16)$$

في النهاية $\hbar \longrightarrow 0$ تصبح هذه المعادلة بالضبط معادلة هاميلتون - جاكوبي. من الميكانيك التحليلي نعرف ان S هو الفعل خاصة الجملة و بالتالي $\frac{\partial S}{\partial x}$ هو بالفعل كمية الحركة.

---

[54] Ehrenfest's theorem.
[55] spontaneous decay.
[56] Hamilton – Jacobi equation.

تمرين 4:

1) في هذا الاساس

$$|+>=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\ ,\ |->=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}. \quad (265.16)$$

نجد

$$\hat{S}^2=\frac{3}{4}\hbar^2\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}\ ,\ \hat{S}_3=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}. \quad (266.16)$$

$$\hat{S}_+=\hbar\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\ ,\ \hat{S}_-=\hbar\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}. \quad (267.16)$$

$$\hat{S}_1=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\ ,\ \hat{S}_2=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}. \quad (268.16)$$

بالتالي

$$\hat{S}_i=\frac{\hbar}{2}\sigma_i. \quad (269.16)$$

2) الحالة العامة لجسيم ذو سبين نصف هي من الشكل

$$|\chi>=a|+>+b|->=\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}. \quad (270.16)$$

شرط التنظيم يكافئ

$$1=|a|^2+|b|^2. \quad (271.16)$$

اذن بقياس $\hat{S}_3$ سوف نحصل علي $+\frac{\hbar}{2}$ باحتمال $|a|^2$ و $-\frac{\hbar}{2}$ باحتمال $|b|^2$.

3) يجب ان نعين الاشعة الذاتية ل $\hat{S}_1$. نجد القيم الذاتية

$$+\frac{\hbar}{2}\ ,\ -\frac{\hbar}{2}. \quad (272.16)$$

الاشعة الذاتية المقابلة هي

$$|+>_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+>+|->)\ ,\ |->_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+>-|->). \quad (273.16)$$

الحالة العامة $|\chi>$ لجسيم ذو سبين نصف تكتب في الاساس $\{|+>_1,|->_1\}$ علي الشكل

$$|\chi>=\frac{1}{\sqrt{2}}(a+b)|+>_1+\frac{1}{\sqrt{2}}(a-b)|->_1\ . \quad (274.16)$$

اذن بقياس $\hat{S}_1$ سوف نحصل علي $+\frac{\hbar}{2}$ باحتمال $|a+b|^2/2$ و $-\frac{\hbar}{2}$ باحتمال $|a-b|^2/2$.

4) نطبق النتائج السابقة و مبدأ الارتياب.

تمرين 5: العزم الحركي المداري لذرة الهيدروجين هو صفر في الحالة الاساسية. العزم الحركي الكلي هو اذن مجموع عزوم السبينات. ليكن

$$\vec{\hat{S}} = \vec{\hat{S}}_a + \vec{\hat{S}}_b \quad (275.16)$$

كل سبين لديه امكانيتان اما حالة السبين العلوي $|+>$ او حالة السبين السفلي. لدينا اذن اربع امكانيتان في المجموع هي

$$|+>|+>, |+>|->, |->|+>, |->|-> . \quad (276.16)$$

نرمز لهاته الحالات ب

$$|m_1>|m_2> . \quad (277.16)$$

اعلاه $m_1, m_2 = +1/2, -1/2$. نلاحظ ان هذه الحالات هي اشعة ذاتية ل $\hat{S}_3 = (\hat{S}_a)_3 + (\hat{S}_b)_3$, اي

$$\hat{S}_3|m_1>|m_2> = \hbar(m_1+m_2)|m_1>|m_2> . \quad (278.16)$$

بعبارة اخري

$$\begin{aligned}
&\hat{S}_3|+>|+> = \hbar|+>|+> \\
&\hat{S}_3|+>|-> = 0 \\
&\hat{S}_3|->|+> = 0 \\
&\hat{S}_3|->|-> = -\hbar|->|-> .
\end{aligned} \quad (279.16)$$

لدينا حالتان تنعدم فيهما المركبة الثالثة لعزم السبين الكلي. من الواضح انه لا يمكن لهاته الحالتين ان يكون لديهما نفس قيمة عزم السبين الكلي. حتي نميز بينهما نطبق مؤثر الخفض $\hat{S}_- = (\hat{S}_a)_- + (\hat{S}_b)_-$. نجد

$$\hat{S}_-|+>|+> = \hbar(|->|+> + |+>|->). \quad (280.16)$$

$$\hat{S}_-(|->|+> + |+>|->) = 2|->|-> . \quad (281.16)$$

$$\hat{S}_-|->|-> = 0. \quad (282.16)$$

هذا يعني ان الحالات $|+>|+>$, $(|->|+> + |+>|->)/\sqrt{2}$ و $|->|->$ هي في نفس الحالة المتعددة [57] بسبين يساوي $s=1$. بعبارة اخري

$$\begin{aligned}
&|11> = |+>|+> \\
&|10> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+>|-> + |->|+>) \\
&|1-1> = |->|-> .
\end{aligned} \quad (283.16)$$

هذه الحالة المتعددة تسمي بالحالة الثلاثية [58] $s=1$. الحالة الاخيرة $(|->|+> - |+>|->)/\sqrt{2}$ توافق سبين 0, اي

$$|00> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+>|-> - |->|+>). \quad (284.16)$$

هذه تسمي بالحالة العازبة [59] $s=0$.

---

[57] multiplet.
[58] triplet.
[59] singlet.

اخيرا نحسب

$$\hat{S}^2=\hat{S}_a^2+\hat{S}_b^2+2(\hat{S}_a)_3(\hat{S}_b)_3+(\hat{S}_a)_+(\hat{S}_b)_-+(\hat{S}_a)_-(\hat{S}_b)_+. \quad (285.16)$$

ايضا نحسب

$$\hat{S}^2|+>|->=\hat{S}^2|->|+>=\hbar^2(|+>|->+|->|+>) \quad (286.16)$$

اذن

$$\hat{S}^2|10>=2\hbar^2|10>\ ,\ \hat{S}^2|00>=0. \quad (287.16)$$

هذا يؤكد ان $|10>$ لديه سبين $s=1$ و $|00>$ لديه سبين $s=0$.

تمرين 6: نجد

$$[J_3,J_\pm]=\pm\hbar J_\pm\ ,\ [J_+,J_-]=2\hbar J_3. \quad (288.16)$$

$$J^2=\frac{\hbar^2}{2}N(\frac{N}{2}+1). \quad (289.16)$$

التالي نحسب

$$\begin{aligned}
J_+|n_+,n_->&=\hbar\sqrt{n_-(n_++1)}|n_++1,n_--1>\\
J_-|n_+,n_->&=\hbar\sqrt{n_+(n_-+1)}|n_+-1,n_-+1>\\
J_3|n_+,n_->&=\hbar\frac{n_+-n_-}{2}|n_+,n_->.
\end{aligned} \quad (290.16)$$

لدينا العلاقات

$$j=\frac{n_++n_-}{2}\ ,\ m=\frac{n_+-n_-}{2}. \quad (291.16)$$

المجموع n_++n_- دائما مثبت.
لدينا

$$\begin{aligned}
|n_+,n_->\equiv|j,m> &= \frac{(a_+^+)^{n_+}}{\sqrt{n_+!}}\frac{(a_-^+)^{n_-}}{\sqrt{n_-!}}|0>|0>\\
&= \frac{(a_+^+)^{j+m}}{\sqrt{(j+m)!}}\frac{(a_-^+)^{j-m}}{\sqrt{(j-m)!}}|0>|0>.
\end{aligned} \quad (292.16)$$

القيمة الذاتية n_+ يمكن فهمها علي انها عدد الجسيمات ذات السبين $1/2$ التي هي في حالة السبين العلوي بينما n_- هي عدد الجسيمات ذات السبين $1/2$ التي هي في حالة السبين السفلي التي تشكل مع بعضها البعض الحالة ذات السبين j المعطاة ب $|n_+,n_->\equiv|j,m>$.

تمرين 7:

1) نحسب

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(cx)dx &= \int_{-\infty}^{\infty}f(\frac{y}{c})\delta(y)\frac{dy}{|c|}\\
&= \frac{f(0)}{|c|}\\
&= \frac{1}{|c|}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(x)dx.
\end{aligned} \quad (293.16)$$

القيمة المطلقة تأتي من اشارة التكامل. نستنتج مباشرة ان $\delta(cx)=\frac{1}{|c|}\delta(x)$.

2) نحسب

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\frac{d\theta}{dx}dx &= [f(x)\theta(x)]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} df(x)\theta(x)\\ &= [f(x)\theta(x)]_{-\infty}^{\infty} - \int_{0}^{\infty} df(x)\\ &= f(0).\end{aligned} \qquad (294.16)$$

بالتالي $\frac{d\theta}{dx} = \delta(x)$.

تمرين 8: نختار $f(x) = \delta(x)$. نجد $F(k) = 1/\sqrt{2\pi}$. بالتعويض نحصل على النتيجة المرادة:

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ikx}dk. \qquad (295.16)$$

تمرين 9:

1) نجد

$$S = \frac{1}{1-i\beta}\begin{pmatrix} i\beta & 1\\ 1 & i\beta\end{pmatrix}. \qquad (296.16)$$

2) نجد

$$T = \begin{pmatrix} 1+i\beta & 1+i\beta\\ -i\beta & -i\beta\end{pmatrix}. \qquad (297.16)$$

3) مازال لدينا الدوال الموجية

$$\begin{aligned}\psi_I(x) &= Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\ ,\ x \longrightarrow -\infty\\ \psi_{II}(x) &= Fe^{ix} + Ge^{-ikx}\ ,\ x \longrightarrow +\infty.\end{aligned} \qquad (298.16)$$

في المنطقة III اين لا ينعدم الكمون تأخذ الدالة الموجية الشكل العام

$$\psi_{III} = Cf(x) + Dg(x). \qquad (299.16)$$

الدالتان f و g هما حلان خاصان مستقلان خطيا لمعادلة شرودينغر. لدينا ثابتا تكامل C و D لان معادلة شرودينغر هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية.

لدينا اربعة شروط حدية. شرطان يربطان المنطقتين I و III و شرطان يربطان المنطقتين II و III. يمكن استعمال شرطان حديان للتخلص من C و D. يتبقى لدينا الثوابت الاربعة A, B, F و G. الشرطان الحديان المتبقيان يمكن استعمالهما لتعيين ثابتين بدلالة الثابتين الاخرين. يمكننا اذن تعريف المصفوفة S و المصفوفة T بنفس الطريقة كما فعلنا في السابق.

4) اولا نحسب

$$S_{11} = -\frac{T_{21}}{T_{22}}\ ,\ S_{12} = \frac{1}{T_{22}}\ ,\ S_{21} = T_{11} - \frac{T_{12}T_{21}}{T_{22}}\ ,\ S_{22} = \frac{T_{12}}{T_{22}}. \qquad (300.16)$$

نجد من اجل $G = 0$ المعاملات

$$R_l = \frac{|B|^2}{|A|^2} = |S_{11}|^2 = |\frac{T_{21}}{T_{22}}|^2. \qquad (301.16)$$

$$T_l = \frac{|F|^2}{|A|^2} = |S_{21}|^2 = |T_{11} - \frac{T_{21}T_{12}}{T_{22}}|^2. \qquad (302.16)$$

5) البرهان بائن تقريبا.

باب 17

نظرية الاضطرابات

1.17 نظرية الاضطرابات غير المتعلقة بالزمن

1.1.17 الاضطرابات غير المنحلة

نفترض انه يمكننا ان نحل بالضبط من اجل القيم الذاتية E_n^0 و الدوال الذاتية ψ_n^0 لكمون V^0. نسمي الهاميلتونية في هذه الحالة H^0. لدينا اذن

$$H^0|\psi_n^0>=E_n^0|\psi_n^0>. \qquad (1.17)$$

$$<\psi_n^0|\psi_m^0>=\delta_{nm}. \qquad (2.17)$$

هذه هي المسألة غير المضطربة.

الان لتكن H هاميلتونية اخري يمكن كتابتها علي الشكل

$$H=H^0+\lambda H^1. \qquad (3.17)$$

الهاميلتونية λH^1 تسمي الاضطراب حيث λ هو وسيط تحكم يأخذ قيم صغيرة. المسألة المضطربة تعرف ب

$$H|\psi_n>=E_n|\psi_n>. \qquad (4.17)$$

هدف نظرية الاضطرابات هو ايجاد الحلول التقريبية لمعادلة القيم الذاتية بدلالة الحلول المضبوطة. بعبارة اخري نود الحصول علي عبارات تقريبية للقيم الذاتية E_n و الدوال الذاتية ψ_n بدلالة القيم الذاتية غير المضطربة E_n^0 و الدوال الذاتية غير المضطربة ψ_n^0. نكتب E_n و ψ_n بدلالة E_n^0 و ψ_n^0 علي الشكل

$$|\psi_n>=|\psi_n^0>+\lambda|\psi_n^1>+\lambda^2|\psi_n^2>+... \qquad (5.17)$$

$$E_n=E_n^0+\lambda E_n^1+\lambda^2E_n^2+... \qquad (6.17)$$

ال E_n^1 و $|\psi_n^1>$ هي التصحيحات من الرتبة الاولي للقيمة الذاتية E_n و الدالة الذاتية $|\psi_n>$ علي التوالي بينما E_n^2 و $|\psi_n^2>$ هي التصحيحات من الرتبة الثانية. بالتعويض ب (5 . 17) و (6 . 17) في (4 . 17) نجد

$$\begin{aligned}\lambda(H^0|\psi_n^1>+H^1|\psi_n^0>)+\lambda^2(H^0|\psi_n^2>+H^1|\psi_n^1>)+O(\lambda^3) &= \\ \lambda(E_n^0|\psi_n^1>+E_n^1|\psi_n^0>)+\lambda^2(E_n^0|\psi_n^2>+E_n^1|\psi_n^1>+E_n^2|\psi_n^0>)+O(\lambda^3).\end{aligned} \qquad (7.17)$$

نظرية الاضطرابات من الرتبة الاولي تعطي ب

$$H^0|\psi_n^1>+H^1|\psi_n^0> \;=\; E_n^0|\psi_n^1>+E_n^1|\psi_n^0>. \qquad (8.17)$$

اذن

$$< \psi_n^0|H^0|\psi_n^1 > + < \psi_n^0|H^1|\psi_n^0 > \ = \ E_n^0 < \psi_n^0|\psi_n^1 > +E_n^1 < \psi_n^0|\psi_n^0 > . \tag{9.17}$$

$$E_n^1 =< \psi_n^0|H^1|\psi_n^0 > . \tag{10.17}$$

نعيد كتابة (8 . 17) علي الشكل

$$(H^0 - E_n^0)|\psi_n^1 > \ = \ -(H^1 - E_n^1)|\psi_n^0 > . \tag{11.17}$$

هذه معادلة تفاضلية غير متجانسة من اجل ψ_n^1. ننشر ψ_n^1 كما يلي

$$|\psi_n^1 >= \sum_{m\neq n} c_m^{(n)}|\psi_m^0 > . \tag{12.17}$$

الحد الذي يتعلق ب $|\psi_n^0 >$ غائب لان $(H^0 - E_n^0)|\psi_n^0 >= 0$. بالتعويض نحصل علي

$$\sum_{m\neq n} c_m^{(n)}(E_m^0 - E_n^0)|\psi_m^0 > \ = \ -(H^1 - E_n^1)|\psi_n^0 > . \tag{13.17}$$

بعبارة اخري

$$c_m^{(n)}(E_m^0 - E_n^0) \ = \ - < \psi_m^0|H^1|\psi_n^0 > . \tag{14.17}$$

بالمقابل

$$c_m^{(n)} \ = \ -\frac{< \psi_m^0|H^1|\psi_n^0 >}{E_m^0 - E_n^0}. \tag{15.17}$$

بالتالي

$$|\psi_n^1 > \ = \ -\sum_{m\neq n}\frac{< \psi_m^0|H^1|\psi_n^0 >}{E_m^0 - E_n^0}|\psi_m^0 > . \tag{16.17}$$

نظرية الاضطرابات من الرتبة الثانية تعرف اذن بالمعادلة

$$H^0|\psi_n^2 > +H^1|\psi_n^1 > \ = \ E_n^0|\psi_n^2 > +E_n^1|\psi_n^1 > +E_n^2|\psi_n^0 > . \tag{17.17}$$

$$< \psi_n^0|H^0|\psi_n^2 > + < \psi_n^0|H^1|\psi_n^1 > \ = \ E_n^0 < \psi_n^0|\psi_n^2 > +E_n^1 < \psi_n^0|\psi_n^1 > +E_n^2. \tag{18.17}$$

نحصل باستعمال النتيجة $< \psi_n^0|\psi_n^1 >= 0$ علي

$$\begin{aligned} E_n^2 \ &= \ < \psi_n^0|H^1|\psi_n^1 > \\ &= \ \sum_{m\neq n}\frac{| < \psi_m^0|H^1|\psi_n^0 > |^2}{E_n^0 - E_m^0}. \end{aligned} \tag{19.17}$$

نعيد كتابة (17 . 17) علي الشكل

$$(H^0 - E_n^0)|\psi_n^2 > \ = \ -(H^1 - E_n^1)|\psi_n^1 > +E_n^2|\psi_n^0 > . \tag{20.17}$$

هذه معادلة تفاضلية غير متجانسة من اجل ψ_n^2. ننشر ψ_n^2 علي الشكل

$$|\psi_n^2>=\sum_{m\neq n}d_m^{(n)}|\psi_m^0>. \quad (21.17)$$

نحسب

$$\sum_{m\neq n}d_m^{(n)}(E_m^0-E_n^0)|\psi_m^0> \;=\; -(H^1-E_n^1)|\psi_n^1>+E_n^2|\psi_n^0>. \quad (22.17)$$

اذن

$$d_k^{(n)}(E_k^0-E_n^0) \;=\; -<\psi_k^0|(H^1-E_n^1)|\psi_n^1>. \quad (23.17)$$

بعبارة اخري

$$\begin{aligned} d_k^{(n)} &= -\frac{<\psi_k^0|(H^1-E_n^1)|\psi_n^1>}{E_k^0-E_n^0}\\ &= \sum_{m\neq n}\frac{<\psi_k^0|H^1|\psi_m^0><\psi_m^0|H^1|\psi_n^0>}{(E_n^0-E_k^0)(E_n^0-E_m^0)}-\frac{<\psi_k^0|H^1|\psi_n^0><\psi_n^0|H^1|\psi_n^0>}{(E_n^0-E_k^0)^2}. \end{aligned} \quad (24.17)$$

2.1.17 حالة الاضطرابات المنحلة

لنفترض الان انه لدينا حالتان غير مضطربتان $|\psi_a^0>$ و $|\psi_b^0>$ التي لها نفس القيمة غير المضطربة للطاقة E^0. اذن لدينا

$$H^0|\psi_a^0>=E^0|\psi_a^0> \;,\; H^0|\psi_b^0>=E^0|\psi_b^0> \;,\; <\psi_a|\psi_b>=0. \quad (25.17)$$

اي تركيب خطي ل $|\psi_a^0>$ و $|\psi_b^0>$ هو ايضا حالة ذاتية ل H^0 بنفس قيمة الطاقة E^0. في العموم يرفع الاضطراب λH^1 هذا الانحلال بين الحالتين. بعبارة اخري اذا زدنا في قيمة الوسيط λ فان المستوي الطاقوي E^0 سوف ينقسم الي مستوي علوي و مستوي سفلي. بالمقابل اذا خفضنا في قيمة الوسيط λ فان المستوي العلوي يختزل الي تركيب خطي للحالتين $|\psi_a^0>$ و $|\psi_b^0>$ بينما يختزل المستوي السفلي الي تركيب خطي اخر متعامد مع التركيب الخطي الاول. هذه هي التركيبات الخطية التي يجب استعمالها في المعادلة (10 . 17) لحساب التصحيح من الرتبة الاولي للطاقة. المشكل هو ان هذه التركيبات الخطية غير معلومة لنا. اذن نكتب هذه التركيبات الخطية علي الشكل العام

$$|\psi^0>=\alpha|\psi_a^0>+\beta|\psi_b^0>. \quad (26.17)$$

ننطلق من معادلة شرودينغر

$$H|\psi>=E|\psi>. \quad (27.17)$$

ننشر

$$E=E^0+\lambda E^1+\lambda^2E^2+... \quad (28.17)$$

$$|\psi>=|\psi^0>+\lambda|\psi^1>+\lambda^2|\psi^2>+.... \quad (29.17)$$

نظرية الاضطرابات من الرتبة الاولي هي مرة اخري معرفة بالمعادلة

$$H^0|\psi^1>+H^1|\psi^0> \;=\; E^0|\psi^1>+E^1|\psi^0>. \quad (30.17)$$

اذن بضرب كلا طرفي هذه المعادلة ب $|\psi_a^0>$ نحصل علي

$$< \psi_a^0|H^1|\psi^0 >= E^1 < \psi_a^0|\psi^0 >$$
$$\alpha < \psi_a^0|H^1|\psi_a^0 > +\beta < \psi_a^0|H^1|\psi_b^0 >= E^1\alpha. \quad (31.17)$$

نعرف

$$W_{ij} =< \psi_i^0|H^1|\psi_j^0 > \ , \ i,j = a,b. \quad (32.17)$$

لدينا

$$\alpha W_{aa} + \beta W_{ab} = \alpha E^1. \quad (33.17)$$

بالمثل بالضرب ب $|\psi_b^0>$ نحصل علي

$$\alpha W_{ba} + \beta W_{bb} = \beta E^1. \quad (34.17)$$

بضرب هذه المعادلة ب W_{ab} نحصل علي

$$\alpha |W_{ab}|^2 + \beta W_{ab}W_{bb} = \beta W_{ab}E^1. \quad (35.17)$$

بالتعويض ب $\beta W_{ab} = \alpha E^1 - \alpha W_{aa}$ نحصل من اجل $\alpha \neq 0$ علي المعادلة التربيعية

$$(E^1)^2 - (W_{aa} + W_{bb})E^1 + W_{aa}W_{bb} - |W_{ab}|^2 = 0. \quad (36.17)$$

الحلان هما

$$E_{\pm}^1 = \frac{1}{2}\Big[W_{aa} + W_{bb} \pm \sqrt{(W_{aa} - W_{bb})^2 + 4|W_{ab}|^2}\Big]. \quad (37.17)$$

التركيبات الخطية المرفقة بهذين الحلين يمكن ايجادهما بالعودة الي المعادلتين (33 . 17) و (34 . 17) و ايجاد المعاملات α و β.
ليكن A مؤثر هرميتي يتبادل مع H^0 و H^1. نفترض ان $|\psi_a^0>$ و $|\psi_b^0>$ هي ايضا اشعة ذاتية ل A بقيم ذاتية مختلفة اي

$$A|\psi_a^0 >= \mu|\psi_a^0 > \ , \ A|\psi_b^0 >= \nu|\psi_b^0 > \ , \ \mu \neq \nu. \quad (38.17)$$

لان $[A, H^1] = 0$ نحسب

$$\begin{aligned} 0 &= < \psi_a^0|[A, H^1]|\psi_b^0 > \\ &= < \psi_a^0|AH^1|\psi_b^0 > - < \psi_a^0|H^1A|\psi_b^0 > \\ &= (\mu - \nu)W_{ab}. \end{aligned} \quad (39.17)$$

لان $\nu \neq \mu$ نستنتج ان $W_{ab} = 0$. بعبارة اخري

$$E_+^1 = W_{aa} \ , \ E_-^1 = W_{bb}. \quad (40.17)$$

هذه هي النتيجة التي كنا سوف نحصل عليها لو استعملنا نظرية الاضطرابات غير المنحلة من الرتبة الاولي. الاشارة زائد تقابل $\alpha = 1$ و $\beta = 0$ اي $|\psi^0 >= |\psi_a^0 >$ بينما تقابل الاشارة ناقص $\alpha = 0$ و $\beta = 1$ اي $|\psi^0 >= |\psi_b^0 >$.
الخلاصة انه اذا وجدنا مؤثر هرميتي A يتبادل مع H فانه يمكننا ان نستخدم الاشعة الذاتية المشتركة كاشعة غير مضطربة و نطبق مباشرة نظرية الاضطرابات غير المنحلة من الرتبة الاولي.
في الاخير من اجل مستوي طاقوي E^0 منحل n مرة فان التصحيحات من الرتبة الاولي E^1 تعطي بالقيم الذاتية للمصفوفة $W_{ij} =< \psi_i^0|H^1|\psi_j^0 >$. الاشعة الذاتية المرفقة بهذه القيم الذاتية هي بالضبط التركيبات الخطية التي يمكن ان نستعملها كاشعة حالة غير مضطربة.

2.17 ذرة الهيدروجين

1.2.17 المسألة المركزية الكمومية

معادلة شرودينغر في ثلاث ابعاد في اساس الموضع تكتب علي الشكل

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = H\psi = \left(\frac{\vec{\hat{p}}^2}{2m}+V(\vec{\hat{r}})\right)\Psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2+V(\vec{r})\right)\Psi. \quad (41.17)$$

الكمون المركزي يعرف ب

$$V(\vec{r})=V(r). \quad (42.17)$$

في هذه الحالة من الافضل ان نعمل في الاحداثيات الكروية. اللابلاسية [1] $\vec{\nabla}^2$ في الاحداثيات الكروية تعطي ب

$$\vec{\nabla}^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta})+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})-\frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2}. \quad (43.17)$$

معادلة شرودينغر تصبح

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})+\frac{\hat{L}^2}{2mr^2}+V(r)\right)\Psi. \quad (44.17)$$

نحل هذه المعادلة عن طريق فصل المتغيرات اي

$$\Psi=\Psi(t,\vec{r})=\psi_{nlm}(\vec{r})e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}. \quad (45.17)$$

الدالة الموجية $\psi_{nlm}(\vec{r})$ تحل المعادلة التفاضلية

$$E_n\psi_{nlm} = \left(-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial}{\partial r})+\frac{\hat{L}^2}{2mr^2}+V(r)\right)\psi_{nlm}. \quad (46.17)$$

فصل المتغيرات الثاني يجري كالاتي

$$\psi_{nlm}=\psi_{nlm}(\vec{r})=R_{nl}(r)F_l^m(\theta,\phi). \quad (47.17)$$

نحصل علي

$$\frac{1}{R_{nl}}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR_{nl}}{dr}\right)-\frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r)-E_n)=\frac{1}{\hbar^2}\frac{1}{F_l^m}\hat{L}^2F_l^m. \quad (48.17)$$

الطرف الايمن لهذه المعادلة يتعلق ب r فقط بينما يتعلق الطرف الايسر ب θ و ϕ فقط. اذن كلا الطرفين يجب ان يكون مساو لثابت نرمز له ب $l(l+1)$. الدالة F_l^m يجب ان تحقق المعادلة

$$\hat{L}^2F_l^m=\hbar^2 l(l+1)F_l^m. \quad (49.17)$$

[1] Laplacian.

نستنتج مباشرة ان F_l^m هي بالضبط التوفيقة الكروية Y_l^m اي

$$F_l^m = Y_l^m(\theta, \phi). \tag{50.17}$$

المعادلة التفاضلية المتبقية تعطي ب

$$\frac{1}{R_{nl}}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR_{nl}}{dr}\right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r) - E_n) = l(l+1). \tag{51.17}$$

عن طريق تعريف $u_{nl}(r) = rR_{nl}(r)$ يمكن ان نبين ان المعادلة اعلاه هي مكافئة ل

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u_{nl}}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u_{nl} = E_n u_{nl}. \tag{52.17}$$

هذه معادلة شرودينغر في بعد واحد بكمون فعلي معطي ب

$$V_{\text{eff}}(r) = V(r) + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}. \tag{53.17}$$

الحد الثاني يسمي حد الطرد المركزي وتأثيره العام هو دفع الجسيم بعيدا عن المركز. شرط التنظيم هو

$$\int_0^\infty r^2 dr|R_{nl}(r)|^2 = \int_0^\infty dr|u_{nl}(r)|^2 = 1. \tag{54.17}$$

2.2.17 كمون كولومب

نعتبر الان الكمون الخاص بذرة الهيدروجين المعطي بكمون كولومب

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}. \tag{55.17}$$

معادلة شرودينغر تصبح

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u_{nl}}{dr^2} + \left[-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u_{nl} = E_n u_{nl}. \tag{56.17}$$

نحن نبحث عن حالات مرتبطة و بالتالي $E < 0$. نعرف

$$\kappa_n = \frac{\sqrt{-2mE_n}}{\hbar}. \tag{57.17}$$

ايضا نستعمل

$$\rho = \kappa_n r \ , \ \rho_{0n} = \frac{me^2}{2\pi\epsilon_0\hbar^2\kappa_n}. \tag{58.17}$$

معادلة شرودينغر يمكن اذن وضعها علي الشكل التالي

$$\frac{d^2u_{nl}}{d\rho^2} = \left[1 - \frac{\rho_{0n}}{\rho} + \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right]u_{nl}. \tag{59.17}$$

نستعمل طريقة فروبينيوس [2] من اجل حل هذه المعادلة التفاضلية. في النهاية $\rho \longrightarrow \infty$ المعادلة التفاضلية اعلاه تختزل ل

$$\frac{d^2u_{nl}}{d\rho^2} = u_{nl}. \tag{60.17}$$

---

[2] Frobenius.

الحل هو

$$u_{nl}(r)=Ae^{-\rho}+Be^{\rho}. \tag{61.17}$$

لما $\rho \longrightarrow \infty$ الحد الثاني ينفجر و بالتالي يجب ان نختار $B=0$. نحصل علي

$$u_{nl}(r)=Ae^{-\rho}\ ,\ \rho\longrightarrow\infty. \tag{62.17}$$

من الجهة الاخري في النهاية $\rho \longrightarrow 0$ المعادلة التفاضلية اعلاه تصبح

$$\frac{d^2u_{nl}}{d\rho^2}=\frac{l(l+1)}{\rho^2}u_{nl}. \tag{63.17}$$

الحل هو

$$u_{nl}(r)=C\rho^{l+1}+D\rho^{-l}. \tag{64.17}$$

من جديد لما $\rho \longrightarrow 0$ الحد الثاني ينفجر و بالتالي يجب ان نختار $D=0$. نحصل علي

$$u_{nl}(r)=C\rho^{l+1}\ ,\ \rho\longrightarrow 0. \tag{65.17}$$

نزيل التصرف المقارب [3] عند $\rho \longrightarrow \infty$ و عند $\rho \longrightarrow 0$ باعتبار الاقتراح التالي

$$u_{nl}(r)=\rho^{l+1}e^{-\rho}v_{nl}(\rho). \tag{66.17}$$

نجد ان الدالة $v_{nl}(\rho)$ يجب ان تحقق المعادلة التفاضلية

$$\rho\frac{d^2v_{nl}(\rho)}{d\rho^2}+2(l+1-\rho)\frac{dv_{nl}}{d\rho}+\bigg(\rho_{0n}-2(l+1)\bigg)v_{nl}=0. \tag{67.17}$$

نعتبر الان السلسلة

$$v_{nl}(\rho)=\sum_{j=0}^{\infty}c_j\rho^j. \tag{68.17}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نصل الي النتيجة

$$\sum_{j=0}\bigg[(j+1)(j+2l+2)c_{j+1}+(\rho_{0n}-2(j+l+1))c_j\bigg]\rho^j=0. \tag{69.17}$$

بعبارة اخري

$$c_{j+1}=\frac{2(j+l+1)-\rho_{0n}}{(j+1)(j+2l+2)}c_j. \tag{70.17}$$

من اجل القيم الكبيرة ل j لدينا

$$c_{j+1}\simeq\frac{2}{j+1}c_j. \tag{71.17}$$

باقتراض ان هذه النتيجة مضبوطة نحصل علي

$$c_j=\frac{2^j}{j!}c_0. \tag{72.17}$$

[3] asymptotic behavior.

اذن

$$v_{nl}(\rho)=c_0e^{2\rho}\Leftrightarrow v_n(\rho)=c_0\rho^{l+1}e^{\rho}. \tag{73.17}$$

من الواضح ان هذا لديه التصرف المقارب الخاطئ من اجل $\rho\longrightarrow\infty$. هذا يعني ان السلسلة يجب ان تتقطع و بالتالي توجد قيمة اعظمية $j_{\max}$ ل j بحيث

$$c_{j_{\max}+1}=0. \tag{74.17}$$

بعبارة اخري $j_{\max}$ يجب ان يحقق

$$2(j_{\max}+l+1)-\rho_{0n}=0. \tag{75.17}$$

عوض العمل ب $j_{\max}$ نعمل ب n المعرف ب

$$n=j_{\max}+l+1. \tag{76.17}$$

اذن

$$\rho_{0n}=2n. \tag{77.17}$$

من هذا القيد نشتق ان الطاقة يجب ان تكون مكممة كالتالي

$$E_n=-\frac{m}{2\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2\frac{1}{n^2}. \tag{78.17}$$

الدالة الموجية الفضائية المكتملة هي

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\phi)=R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\phi). \tag{79.17}$$

$$R_{nl}(r)=\frac{u_{nl}(r)}{r}=\frac{\rho^{l+1}}{r}e^{-\rho}v_{nl}(\rho). \tag{80.17}$$

الحالة الاساسية توافق $n=1$ بطاقة $E_1=-13.6\ eV$. من الواضح انه في هذه الحالة $j_{\max}=0$ و بالتالي $l=0$, $v_{nl}(\rho)=c_0$ و $R_{10}=c_0\kappa_1e^{-\kappa_1r}$. الثابت κ_1 هو مقلوب ما يسمي بنصف قطر بور اي $\kappa_1=\sqrt{-2mE_1}/\hbar=1/a$. شرط التنظيم يسمح لنا بتثبيت c_0.

الحالة المثارة الاولي توافق $n=2$ بطاقة $E_2=E_1/4$ و $\kappa_2=\kappa_1/2=\frac{1}{2a}$. في هذه الحالة $j_{\max}=1-l$ و بالتالي لدينا الامكانيات $l=1$ و $l=0$. من اجل $l=1$ لدينا $j_{\max}=0$, $v_{nl}(\rho)=c_0$ و بالتالي $R_{21}=\frac{c_0}{4a^2}re^{-r/2a}$ بينما من اجل $l=0$ لدينا $j_{\max}=1$, $v_{nl}(\rho)=c_0+c_1\rho=c_0(1-\rho)$ و بالتالي $R_{20}=\frac{c_0}{2a}(1-\frac{r}{2a})e^{-r/2a}$. من جديد الثابت c_0 يعين من شرط التنظيم.

في الحالة العامة الدالة $v_{nl}(\rho)$ هي كثير حدود من الدرجة $j_{\max}=n-l-1$ في ρ. من الواضح انه من اجل كل قيمة معينة ل n العدد الكمومي l يمكن ان يأخذ فقط القيم $0,1,...,n-1$. من اجل كل قيمة ل l العدد الكمومي m يمكن ان يأخذ ال $2l+1$ قيمة $-l,-l+1,....,l-1,l$. اذن من اجل كل قيمة ل n لدينا $\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1)=n^2$ حالة. بعبارة اخري درجة انحلال المستوي الطاقوي E_n هو n^2. لنلاحظ ايضا ان كثير الحدود $v_{nl}(\rho)$ هو كثير حدود لاغار المرافق $L_{n-l-1}^{2l+1}(2\rho)$ [4]. يعرف كثير حدود لاغار المرافق $L_{q-p}^p(x)$ بدلالة كثيرات حدود لاغار $L_q(x)$ [5] كالتالي

$$L_{q-p}^p(x)=(-1)^p\left(\frac{d}{dx}\right)^pL_q(x)\ ,\ L_q(x)=e^x\left(\frac{d}{dx}\right)^q(e^{-x}x^q). \tag{81.17}$$

[4] associated Laguerre polynomial.
[5] Laguerre polynomials.

3.17 البنية الدقيقة لذرة الهيدوجين

1.3.17 التصحيح النسبي

الهاميلتونية الكلاسيكية لذرة الهيدروجين هي

$$H^0=\frac{\vec{p}^2}{2m}-\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}. \tag{82.17}$$

طاقات بور تعطي ب

$$E_n^0=-\frac{\alpha^2}{2n^2}mc^2. \tag{83.17}$$

الاشعة الذاتية المرافقة هي $|\psi^0_{nlm}>$. الثابت α يعرف باسم ثابت البنية الدقيقة و يعطي ب

$$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}=\frac{1}{137.036}. \tag{84.17}$$

هذا هو ثابت الاقتران للتفاعلات الكهرومغناطيسية. هذه هي المسألة غير مضطربة في هذه الحالة.

التصحيح الاول ل E_n ياتي من الاخذ بعين الاعتبار لحركة النواة و هذا عن طريق تعويض m بالكتلة المختزلة $mm_p/(m+m_p)$. البنية الدقيقة لذرة الهيدروجين تتكون من التصحيح النسبي و التصحيح الناجم عن الاقتران بين عزم السبين و العزم المداري. هذه التصحيحات تكون من الرتبة α^4mc^2. التصحيح التالي هو سحب لامب [6] و هو من الرتبة α^5mc^2 و ينجم عن تكميم الحقل المغناطيسي. بعد ذلك يأتي تصحيح البنية فائقة الدقة الذي هو من الرتبة $(m/m_p)\alpha^4mc^2$ و الذي ينجر عن التفاعل المغناطيسي بين العزوم المغناطيسية [7] للالكترون و البروتون. فيمايلي سنحسب فقط البنية الدقيقة لذرة الهيدروجين.

الطاقة و كمية الحركة النسبيان يعطيان ب

$$E=\gamma mv. \tag{85.17}$$

$$p=\gamma mv. \tag{86.17}$$

المعامل γ يسمي معامل لورنز [8] و يعطي ب

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{87.17}$$

نحسب

$$E^2=p^2c^2+m^2c^4. \tag{88.17}$$

طاقة السكون [9] تعطي ب

$$E_0=mc^2. \tag{89.17}$$

اذن الطاقة الحركية تعطي ب

$$\begin{aligned} T=E-E_0 &= \sqrt{p^2c^2+m^2c^4}-mc^2\\ &= mc^2\left[\sqrt{1+\frac{p^2}{m^2c^2}}-1\right]\\ &= mc^2\left[\frac{1}{2}\frac{p^2}{m^2c^2}-\frac{1}{8}\frac{p^4}{m^4c^4}+..\right]\\ &= \frac{p^2}{2m}-\frac{p^4}{8m^3c^2}+... \end{aligned} \tag{90.17}$$

[6] Lamb shift.
[7] dipole moments.
[8] Lorentz.
[9] rest energy.

الاضطراب يعطي بالتالي بالمؤثر

$$\lambda H_r^1 = -\frac{\hat{p}^4}{8m^3c^2}. \quad (91.17)$$

من الواضح ان الاضطراب المكتوب في المعادلة اعلاه متناظر كرويا و بالتالي فانه يتبادل مع مربع العزم الحركي $\hat{L}^2$ و مع المركبة الثالثة للعزم الحركي $\hat{L}_3$. ترفق الاشعة الذاتية المشتركة $|\psi^0_{nlm}>$ ل H^0 (الهاميلتونية غير المضطربة) و $\hat{L}^2$ و $\hat{L}_3$, بقيم ذاتية مختلفة ل $\hat{L}^2$ و $\hat{L}_3$ تعطي ب $\hbar^2 l(l+1)$ و $\hbar m$ من اجل الحالات ال n^2 التي لها نفس الطاقة E_n. اذن n, l و m هي اعداد كمومية جيدة و بالتالي يمكن استخدام نظرية الاضطراب غير المنحلة من الرتبة الاولي. التصحيح يعطي ب

$$\begin{aligned} \lambda E_r^1 &= \lambda < \psi^0_{nlm}|H_r^1|\psi^0_{nlm} > \\ &= -\frac{1}{8m^3c^2} < \psi^0_{nlm}|\hat{p}^4|\psi^0_{nlm} > \\ &= -\frac{1}{8m^3c^2}(\hat{p}^2|\psi^0_{nlm} >)^+(\hat{p}^2|\psi^0_{nlm} >). \end{aligned} \quad (92.17)$$

في المعادلة اعلاه استعملنا الخاصية الهرميتية للمؤثر $\hat{p}^2$. معادلة شرودينغر بالنسبة للحالات غير المضطربة تعطي ب

$$\hat{p}^2|\psi^0_{nlm} >= 2m(E_n^0 - V)|\psi^0_{nlm} > . \quad (93.17)$$

اذن

$$\begin{aligned} \lambda E_r^1 &= -\frac{1}{2mc^2} < \psi^0_{nlm}|(E_n^0 - V)^2|\psi^0_{nlm} > \\ &= -\frac{1}{2mc^2}\left[(E_n^0)^2 + 2\hbar c\alpha E_n^0 < \frac{1}{r} > +\hbar^2c^2\alpha^2 < \frac{1}{r^2} >\right]. \end{aligned} \quad (94.17)$$

نستعمل النتائج

$$< \frac{1}{r} >= \frac{\alpha}{n^2}\frac{mc}{\hbar}. \quad (95.17)$$

$$< \frac{1}{r^2} >= \frac{\alpha^2m^2c^2}{\hbar^2}\frac{1}{n^3(l+\frac{1}{2})}. \quad (96.17)$$

بالتعويض بهذه العبارات نحصل علي

$$\lambda E_r^1 = -\frac{(E_n^0)^2}{2mc^2}\left[\frac{4n}{l+\frac{1}{2}} - 3\right]. \quad (97.17)$$

2.3.17 الاقتران بين السبين و العزم الحركي المداري

في معلم السكون خاصة الالكترون يدور البروتون حول الالكترون ويتولد عن ذلك حقل مغناطيسي $\vec{B}$. التيار المتولد عن البروتون هو $I = e/T$ حيث T هو دور المدار. قانون بيو- ساقار [10] ينص علي ان الحقل المغناطيسي المتولد عن هذا التيار متناسب طردا مع I و متناسب عكسا مع نصف قطر المدار. لدينا بالضبط

$$B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 e}{2rT} = \frac{e}{2\epsilon_0 rc^2T}. \quad (98.17)$$

هذا الحقل المغناطيسي عمودي علي مستوي المدار. اذا كان $\vec{r}$ هو الشعاع من الالكترون الي البروتون و $\vec{v}$ هي سرعة البروتون فان $\vec{B}$ هو في اتجاه $\vec{r}x\vec{v}$. بعبارة اخري $\vec{B}$ هو في اتجاه العزم الحركي المداري $\vec{L} = m\vec{r}x\vec{v}$ اي

[10] Biot – Savart law.

$$\vec{B}=\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^3 mc^2}\vec{L}. \tag{99.17}$$

من الجهة الاخري الالكترون له سبين $\vec{S}$ و بالتالي له عزم مغناطيسي $\vec{\mu}$. في الحقيقة العزم المغناطيسي متناسب طردا مع السبين و معامل التناسب يسمي النسبة المغناطيسية [11].

كمثال نحسب النسبة المغناطيسية من اجل شحنة خطية q موزعة بانتظام حول دائرة ذات نصف قطر r. الدائرة تدور حول محورها بدور T. العزم المغناطيسي هوالتيار q/T ضرب المساحة πr^2 اي

$$\mu=\frac{q\pi r^2}{T}. \tag{100.17}$$

كتلة الشحنة q تساوي m و هي ايضا موزعة بانتظام. العزم المداري (السبين) يساوي عزم العطالة mr^2 ضرب التواتر الزاوي $2\pi/T$ اي

$$S=\frac{2\pi mr^2}{T}. \tag{101.17}$$

النسبة المغناطيسية تعطي اذن ب

$$\frac{\mu}{S}=\frac{q}{2m}. \tag{102.17}$$

العزم المغناطيسي و السبين هما في نفس الجهة. اذن

$$\vec{\mu}=\frac{q}{2m}\vec{S}. \tag{103.17}$$

في حالة الالكترون فان العزم المغناطيسي يعطي بضعف هذه القيمة اي

$$\vec{\mu}_e=-\frac{e}{m}\vec{S}. \tag{104.17}$$

الحقل المغناطيسي المتولد عن حركة البروتون يؤثر علي العزم المغناطيسي للالكترون بحيث يحاول ان يجعل اتجاه $\vec{\mu}_e$ محاذي لاتجاه $\vec{B}$. الهاميلتونية المرافقة تعطي ب

$$\begin{aligned}\lambda H^1_{so} &= -\vec{\mu}_e.\vec{B}\\ &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{m^2c^2r^3}\vec{S}.\vec{L}.\end{aligned} \tag{105.17}$$

معلم السكون خاصة الالكترون ليس بمعلم عطالي لانه متسارع. التصحيح الكينيماتي [12] الراجع لهذا التأثير يتلخص في ضرب λH^1_{so} بمعامل يساوي $1/2$. هذا يسمي بمداورة توماس [13]. نحصل علي

$$\lambda H^1_{so} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{1}{m^2c^2r^3}\vec{S}.\vec{L}. \tag{106.17}$$

نلاحظ ان تصحيح النسبة المغناطيسية للالكترون و مداورة توماس يلغيان بعضهما البعض تماما.

الهاميلتونية λH^1_{so} تصف التفاعل بين عزم السبين و العزم الحركي المداري لذرة الهيدوجين. في الميكانيك الكمومي يتم تعويض $\vec{S}$ و $\vec{L}$ بالمؤثرات $\hat{\vec{S}}$ و $\hat{\vec{L}}$. مؤثر الهاميلتونية في هذه الحالة لا يتبادل مع $\hat{\vec{L}}$ و $\hat{\vec{S}}$. مع ذلك λH^1_{so} يتبادل مع $\hat{L}^2$, $\hat{S}^2$, $\hat{J}^2$ و $\hat{J}_3$ حيث $\hat{\vec{J}}$ هو العزم الحركي الكلي الذي يعطي ب

$$\hat{\vec{J}}=\hat{\vec{L}}+\hat{\vec{S}}. \tag{107.17}$$

[11] gyromagnetic ratio.
[12] kinematic.
[13] Thomas precession.

لان $s=\frac{1}{2}$ فان القيم الذاتية الممكنة ل $\hat{J}^2$ هي $\hbar^2 j(j+1)$ حيث

$$j=l+\frac{1}{2}\ ,\ j=l-\frac{1}{2}. \tag{108.17}$$

الاشعة الذاتية المقابلة هي

$$\begin{aligned} |jj_3> &= \sum_{m,\sigma} C_{jj_3}^{lms\sigma}|lm>|s\sigma> \\ &= C_{jj_3}^{lj_3-\frac{1}{2}s\frac{1}{2}}|lj_3-\frac{1}{2}>|s\frac{1}{2}>+C_{jj_3}^{lj_3+\frac{1}{2}s\frac{1}{2}}|lj_3+\frac{1}{2}>|s-\frac{1}{2}>. \end{aligned} \tag{109.17}$$

المعاملات $C_{jj_3}^{lms\sigma}$ هي معاملات كلابش - غوردون [14] التي تحقق, ضمن امور اخري, العلاقة $C_{jj_3}^{lms\sigma}=0$ باستثناء لما $j_3=m+\sigma$.
الاشعة الذاتية غير المضطربة يمكن اخذها الاشعة الذاتية المشتركة ل H^0, $\hat{L}^2$, $\hat{S}^2$, $\hat{J}^2$ و $\hat{J}_3$. هذه تعطي ب

$$|\psi_{njj3}>=|R_{nl}>|jj_3>. \tag{110.17}$$

هذا يجب ان يقارن ب $|\psi_{nlm}>|s\sigma>=|R_{nl}>|lm>|s\sigma>$ التي هي عبارة عن الاشعة الذاتية المشتركة ل H^0, $\hat{L}^2$, $\hat{L}_3$, $\hat{S}^2$, $\hat{S}_3$. الطاقات غير المضطربة المقابلة ل $|\psi_{njj3}>$ او $|\psi_{nlm}>|s\sigma>$ ما زالت تعطي بطاقات بور.
نحسب

$$\hat{S}.\hat{L}=\frac{1}{2}(\hat{J}^2-\hat{S}^2-\hat{L}^2). \tag{111.17}$$

القيم الذاتية ل $\vec{S}.\vec{L}$ المقابلة ل $|\psi_{njj3}>$ تعطي ب

$$\frac{\hbar^2}{2}(j(j+1)-s(s+1)-l(l+1))=\frac{\hbar^2}{2}(j(j+1)-\frac{3}{4}-l(l+1)). \tag{112.17}$$

التصحيح من الرتبة الاولي يعطي ب

$$\begin{aligned} \lambda E_{so}^1 &= <\psi_{njj_3}|\lambda H_{so}^1|\psi_{njj_3}> \\ &= \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{1}{m^2c^2}\frac{\hbar^2}{2}(j(j+1)-\frac{3}{4}-l(l+1))<\psi_{njj_3}|\frac{1}{r^3}|\psi_{njj_3}> \\ &= \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{1}{m^2c^2}\frac{\hbar^2}{2}(j(j+1)-\frac{3}{4}-l(l+1))<R_{nl}|\frac{1}{r^3}|R_{nl}> \\ &= \frac{\alpha\hbar^3}{4m^2c}(j(j+1)-\frac{3}{4}-l(l+1))<\frac{1}{r^3}>. \end{aligned} \tag{113.17}$$

نستعمل النتيجة

$$<\frac{1}{r^3}>=\frac{\alpha^3m^3c^3}{\hbar^3n^3l(l+1)(l+\frac{1}{2})}. \tag{114.17}$$

اذن

$$\lambda E_{so}^1 = \frac{(E_n^0)^2}{mc^2}\frac{n}{l(l+1)(l+\frac{1}{2})}\Big(j(j+1)-\frac{3}{4}-l(l+1)\Big). \tag{115.17}$$

نحسب بصراحة

$$\lambda E_{so}^1 = \frac{(E_n^0)^2}{2mc^2}\frac{2n}{l+\frac{1}{2}}\frac{1}{l+1}\ ,\ j=l+\frac{1}{2}. \tag{116.17}$$

[14] Clebsch – Gordon coefficients.

$$\lambda E^1_{so} = -\frac{(E^0_n)^2}{2mc^2}\frac{2n}{l+\frac{1}{2}}\frac{1}{l}\ ,\ j=l-\frac{1}{2}. \quad (117.17)$$

في الخلاصة تصحيح البنية الدقيقة يعطي ب

$$\lambda E^1_r+\lambda E^1_{so} = \frac{(E^0_n)^2}{2mc^2}(3-\frac{4n}{l+1})\ ,\ j=l+\frac{1}{2}. \quad (118.17)$$

$$\lambda E^1_r+\lambda E^1_{so} = \frac{(E^0_n)^2}{2mc^2}(3-\frac{4n}{l})\ ,\ j=l-\frac{1}{2}. \quad (119.17)$$

يمكن كتابة هاتين العبارتين علي الشكل

$$\lambda E^1_r+\lambda E^1_{so} = \frac{(E^0_n)^2}{2mc^2}(3-\frac{4n}{j+\frac{1}{2}}). \quad (120.17)$$

المستويات الطاقوية لذرة الهيدروجين تصبح

$$\begin{aligned} E_n &= E^0_n+\lambda E^1_r+\lambda E^1_{so} \\ &= E^0_n\Big[1+\frac{\alpha^2}{n^2}(\frac{n}{j+\frac{1}{2}}-\frac{3}{4})\Big]. \end{aligned} \quad (121.17)$$

الانحلال في l انكسر لكن الانحلال في j مازال موجودا.

4.17 نظرية الاضطرابات المتعلقة بالزمن

1.4.17 تمثيل ديراك

نعتبر هاميلتونية متعلقة بالزمن H يمكن كتابتها علي الشكل

$$H=H_0+V(t). \quad (122.17)$$

الهاميلتونية غير المتعلقة بالزمن H_0 تقابل مسألة تقبل الحل المضبوط اي

$$H_0|n>=E_n|n>. \quad (123.17)$$

الكمون المتعلق بالزمن $V(t)$ نفترض انه صغير بالمقارنة مع H_0. اما شعاع الحالة الابتدائي في اللحظة $t=0$ فاننا نفترض انه من الشكل

$$|\psi(0)>=\sum_n c_n(0)|n>. \quad (124.17)$$

من اجل $t>0$ شعاع الحالة يأخذ الشكل العام

$$|\psi(t)>=\sum_n c_n(t)e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}|n>. \quad (125.17)$$

الطور $e^{-iE_nt/\hbar}$ هو الجزء المعتاد المتعلق بالزمن لدالة الموجة الذي نحصل عليه حتي لو كان الكمون V غير متعلق بالزمن. المجهول هو سعات الاحتمال $c_n(t)$ التي تتعلق بالزمن فقط لان الكمون V غير متعلق بالزمن. هذه مسألة غير مستقرة لان الاضطراب $V(t)$ يمكن ان يؤدي الي الانتقال بين الحالات الكمومية $|n>$. كمثال علي ذلك, اذا انطلقنا في اللحظة $t=0$ من الحالة $|i>=|\psi(0)>$, اي من حالة ذاتية للهاميلتونية H_0, فانه في اي لحظة زمنية لاحقة $t>0$ يمكن ان نجد الجملة في حالة اخري $|j>$, $j\neq i$. من اجل $V=0$ لدينا $c_j(t)=c_i(0)\delta_{ij}$ و بالتالي الجملة تبقي دائما في الحالة $|i>$ بينما من اجل $V\neq 0$ نجد ان $c_j(t)\neq 0$ في العموم و بالتالي يوجد احتمال انتقال من الحالة $|i>$ الي الحالة $|j>$.

من المفيد جدا ان نتخلص من الطور $e^{-iE_nt/\hbar}$ الذي هو دائما موجود باية حال سواء كان الاضطراب متعلق بالزمن او لا. من اجل هذه الغاية ندخل تمثيل او تصور ديراك. نذكر اولا ان شعاع الحالة $|\psi(t)>$ هو شعاع الحالة في تمثيل او تصور شرودينغر. شعاع الحالة في تمثيل او تصور هايزنبرغ يعطي ب

$$|\psi >= e^{\frac{i}{\hbar}Ht}|\psi(t)> . \tag{126.17}$$

كل مؤثر O في تمثيل او تصور شرودينغر يعطي في تمثيل او تصور هايزنبرغ بالمؤثر

$$O(t) = e^{\frac{i}{\hbar}Ht}Oe^{-\frac{i}{\hbar}Ht}. \tag{127.17}$$

ما يسمي بتمثيل او تصور ديراك يعرف بشعاع الحالة و المؤثر اللذان يعطيان ب

$$|\psi(t)>_I = e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}|\psi(t)> . \tag{128.17}$$

$$O_I(t) = e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}Oe^{-\frac{i}{\hbar}H_0t}. \tag{129.17}$$

نحسب مباشرة

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)>_I &= -H_0|\psi(t)> + e^{\frac{i}{\hbar}H_0t}(H_0+V)|\psi(t)> \\ &= V_I(t)|\psi(t)>_I . \end{aligned} \tag{130.17}$$

النشر (125 . 17) يصبح

$$|\psi(t)>_I = \sum_n c_n(t)|n> . \tag{131.17}$$

اذن نحصل مباشرة علي

$$i\hbar\frac{dc_m(t)}{dt} = \sum_n c_n(t)e^{i\Omega_{mn}t}V_{mn}. \tag{132.17}$$

$$\Omega_{mn} = \frac{E_m - E_n}{\hbar} \ , \ V_{mn} =< m|V|n> . \tag{133.17}$$

2.4.17 مسائل الجمل ذات الحالتان

في هذه الحالة لدينا

$$i\hbar\frac{dc_1(t)}{dt} = \sum_n c_n(t)e^{i\Omega_{1n}t}V_{1n} = c_1(t)V_{11} + c_2(t)e^{-i\Omega_0t}V_{12}. \tag{134.17}$$

$$i\hbar\frac{dc_2(t)}{dt} = \sum_n c_n(t)e^{i\Omega_{2n}t}V_{2n} = c_1(t)e^{i\Omega_0t}V_{21} + c_2(t)V_{22}. \tag{135.17}$$

$$\Omega_0 = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \ , \ E_2 > E_1. \tag{136.17}$$

نفترض ان

$$V_{11} = V_{22} = 0. \tag{137.17}$$

في هذه الحالة نحصل علي

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}c_2(t)e^{-i\Omega_0 t}V_{12}. \quad (138.17)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar}c_1(t)e^{i\Omega_0 t}V_{21}. \quad (139.17)$$

نعتبر اضطراب جيبي من الشكل

$$V_{12} = V_{21}^* = \gamma e^{i\Omega t}. \quad (140.17)$$

المعادلات التفاضلية المقترنة المكتوبة اعلاه تصبح

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = -\frac{i\gamma}{\hbar}c_2(t)e^{-i(\Omega_0-\Omega)t}. \quad (141.17)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = -\frac{i\gamma}{\hbar}c_1(t)e^{i(\Omega_0-\Omega)t}. \quad (142.17)$$

انطلاقا من هاتين المعادلتين نحصل علي المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية

$$\frac{d^2c_1(t)}{dt} + i(\Omega-\Omega_0)\frac{dc_1}{dt} + \frac{\gamma^2}{\hbar^2}c_1(t) = 0. \quad (143.17)$$

نأخذ الاقتراح

$$c_1 = e^{i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\hat{c}_1. \quad (144.17)$$

نجد

$$\frac{d^2\hat{c}_1(t)}{dt} + \left[\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{4} + \frac{\gamma^2}{\hbar^2}\right]\hat{c}_1(t) = 0. \quad (145.17)$$

بعبارة اخري

$$c_1 = e^{i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\left[A\cos\Omega_r t + B\sin\Omega_r t\right]. \quad (146.17)$$

التواتر Ω_r يسمي بتواتر رابي [15] ويعطي ب

$$\Omega_r^2 = \frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{4} + \frac{\gamma^2}{\hbar^2}. \quad (147.17)$$

المعادلة التفاضلية (141 . 17) يمكن كتابتها علي الشكل

$$-\frac{i\gamma}{\hbar}c_2 = i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}e^{-i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\left[A\cos\Omega_r t + B\sin\Omega_r t\right] + \Omega_r e^{-i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\left[-A\sin\Omega_r t + B\cos\Omega_r t\right] \quad (148.17)$$

نستعمل الشروط الابتدائية

$$c_1(0) = 1\ ,\ c_2(0) = 0. \quad (149.17)$$

[15] Rabi.

نجد

$$A = 1\ ,\ B = -i\frac{\Omega - \Omega_0}{2\Omega_r}. \tag{150.17}$$

بالتالي

$$c_1 = e^{i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\left[\cos\Omega_r t - i\frac{\Omega - \Omega_0}{2\Omega_r}\sin\Omega_r t\right]. \tag{151.17}$$

$$c_2 = -\frac{i}{\Omega_r}\frac{\gamma}{\hbar}e^{-i\frac{\Omega-\Omega_0}{2}t}\sin\Omega_r t. \tag{152.17}$$

الحالة الابتدائية للجملة هي $|1>$. احتمال ايجاد الجملة في اللحظة t في الحالة $|2>$ يعطي ب

$$|c_2|^2 = \frac{1}{\Omega_r^2}\frac{\gamma^2}{\hbar^2}\sin^2\Omega_r t = \frac{1}{\Omega_r^2}\frac{\gamma^2}{\hbar^2}\frac{1}{2}(1 - \cos 2\Omega_r t). \tag{153.17}$$

هذه العلاقة تسمي علاقة رابي. احتمال ايجاد الجملة في الحالة $|2>$ يهتز في الزمن بتواتر $2\Omega_r$. سعة الاهتزاز تبلغ قيمتها الاعظمية عند $\Omega = \Omega_0$. هذا سلوك او تصرف رنيني.

الرنين يعرف ب

$$\Omega = \Omega_0\ ,\ \Omega_r = \frac{\gamma}{\hbar}. \tag{154.17}$$

احتمال الانتقال عند الرنين يصبح

$$|c_2|^2 = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\Omega_r t). \tag{155.17}$$

من اللحظة $t = 0$ الي اللحظة $t = \pi\hbar/2\gamma$ يزداد احتمال ايجاد الجملة في الحالة $|2>$ حتي يصبح يساوي 1. نذكر ان الطاقة E_2 اكبر من الطاقة E_1. اذن خلال هذا الزمن الجملة تمتص الطاقة من الاضطراب حتي تصبح الحالة $|2>$ مسكونة كليا في اللحظة $t = \pi\hbar/2\gamma$ بينما تفرغ الحالة $|1>$ كليا. من اللحظة $t = \pi\hbar/2\gamma$ الي اللحظة $t = \pi\hbar/\gamma$ الاحتمال $|c_2|^2$ يتناقص و بالتالي تفقد الجملة الطاقة للاضطراب حتي تصبح الحالة $|1>$ في اللحظة $t = \pi\hbar/\gamma$ مسكونة كليا بينما تفرغ الحالة $|2>$ كليا. هذه الدورة بين الامتصاص و الارسال تستمر بدون توقف.

بعيدا عن الرنين القيمة الاعظمية لاحتمال الانتقال $|c_2|^2$ تعطي ب

$$|c_2|^2 = \frac{1}{\Omega_r^2}\frac{\gamma^2}{\hbar^2}\sin^2\Omega_r t \leq |c_2|^2_{\max} = \frac{\frac{\gamma^2}{\hbar^2}}{\frac{(\Omega-\Omega_0)^2}{4} + \frac{\gamma^2}{\hbar^2}}. \tag{156.17}$$

هذا منحني رنين بقمة عند $\Omega = \Omega_0$. التواترت التي توافق الاحتمال $|c_2|^2_{\max} = 1/2$ هي $\Omega = \Omega_0 \pm 2\gamma/\hbar$. اذن عرض منحني الرنين المأخوذ عند نصف القيمة الاعظمية هو $4\gamma/\hbar$. من الواضح ان العرض يصبح اصغر, اي نحصل علي قمم رنين اضيق, من اجل الكمونات الضعيفة.

من بين تطبيقات الجمل ذات الحالتان نذكر الرنين المغناطيسي النووي [16] و المايزر [17].

3.4.17 نشر دايزون

في تمثيل ديراك الذي يسمي ايضا بتمثيل التفاعل تأخذ معادلة شرودينغر الشكل

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)>_I \;\; = \;\; V_I(t)|\psi(t)>_I\ . \tag{157.17}$$

[16] nuclear magnetic resonance.

[17] MASERS : microwave amplification by stimulated emission of radiation.

مؤثر التطور في الزمن في تمثيل التفاعل يعرف ب

$$|\psi(t)>_I = U_I(t,t_0)|\psi(t_0)>_I . \quad (158.17)$$

من الجهة الاخري

$$\begin{aligned} |\psi(t)>_I &= e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}|\psi(t)> \\ &= e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}U(t,t_0)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0 t_0}|\psi(t_0)>_I . \end{aligned} \quad (159.17)$$

اذن

$$U_I(t,t_0) = e^{\frac{i}{\hbar}H_0 t}U(t,t_0)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0 t_0}. \quad (160.17)$$

هذا المؤثر يخضع للمعادلة التفاضلية

$$i\hbar\frac{d}{dt}U_I(t,t_0) = V_I(t)U_I(t,t_0). \quad (161.17)$$

الشرط الابتدائي يعطي ب

$$U_I(t_0,t_0) = \mathbf{1}. \quad (162.17)$$

الحل يعطي بالمعادلة التكاملية

$$U_I(t,t_0) = \mathbf{1} - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 V_I(t_1)U_I(t_1,t_0). \quad (163.17)$$

يمكن تكرير هذه المعادلة كما يلي

$$\begin{aligned} U_I(t,t_0) &= \mathbf{1} - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt_1 V_I(t_1)\left[\mathbf{1} - \frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t_1} V_I(t_2)U_I(t_2,t_0)dt_2\right] \\ &= \mathbf{1} + \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{t_0}^{t} dt_1 V_I(t_1) + \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_{t_0}^{t} dt_1\int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_1)V_I(t_2)U(t_2,t_0). \end{aligned} \quad (164.17)$$

بالتكرير الي رتبة كيفية نحصل علي

$$\begin{aligned} U_I(t,t_0) = \mathbf{1} &+ \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{t_0}^{t} dt_1 V_I(t_1) + \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_{t_0}^{t} dt_1\int_{t_0}^{t_1} dt_2 V_I(t_1)V_I(t_2) + ... \\ &+ \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n\int_{t_0}^{t} dt_1\int_{t_0}^{t_1} dt_2 ... \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n V_I(t_1)V_I(t_2)...V_I(t_n) + ... \end{aligned} \quad (165.17)$$

هذا الحل يعرف بنشر دايزون [18].
نذكر ان

$$|\psi(t)>_I = \sum_n c_n(t)|n> . \quad (166.17)$$

نحسب مباشرة

$$c_n(t) = < n|U_I(t,t_0)|\psi(t_0)>_I . \quad (167.17)$$

[18] Dyson.

نختار الحالة الابتدائية بحيث

$$|\psi(t_0)>_I=|i>\Leftrightarrow|\psi(t_0)>=e^{-\frac{i}{\hbar}E_it_0}|i>. \quad (168.17)$$

سعة احتمال الانتقال تصبح

$$c_n(t)=<n|U_I(t,t_0)|i>=e^{\frac{i}{\hbar}(E_nt-E_it_0)}<n|U(t,t_0)|i>. \quad (169.17)$$

احتمال الانتقال يعطي اذن ب

$$P_{i\longrightarrow n}(t)=|c_n(t)|^2=|<n|U_I(t,t_0)|i>|^2=|<n|U(t,t_0)|i>|^2. \quad (170.17)$$

هذا يعطي ب

$$P_{i\longrightarrow n}(t)=|c_n^{(0)}(t)+c_n^{(1)}(t)+c_n^{(2)}(t)+...|^2. \quad (171.17)$$

$$c_n^{(0)}(t)=\delta_{ni}. \quad (172.17)$$

$$\begin{aligned}c_n^{(1)}(t) &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{t_0}^t dt_1<n|V_I(t_1)|i>\\ &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{t_0}^t dt_1e^{i\Omega_{ni}t_1}V_{ni}(t_1). \end{aligned} \quad (173.17)$$

$$\begin{aligned}c_n^{(2)}(t) &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_{t_0}^t dt_1\int_{t_0}^{t_1}dt_2<n|V_I(t_1)V_I(t_2)|i>\\ &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_{t_0}^t dt_1\int_{t_0}^{t_1}dt_2\sum_m e^{i\Omega_{nm}t_1}e^{i\Omega_{mi}t_2}V_{nm}(t_1)V_{mi}(t_2). \end{aligned} \quad (174.17)$$

$$\Omega_{ij}=\frac{E_i-E_j}{\hbar}\ ,\ V_{ij}(t)=<i|V(t)|j>. \quad (175.17)$$

4.4.17 قاعدة فيرمي الذهبية

نعتبر اضطراب ثابت في الزمن معطي ب

$$\begin{aligned}V(t) &= 0\ ,\ t<0\\ &= V\ ,\ t\geq 0. \end{aligned} \quad (176.17)$$

المؤثر V يتعلق بالزمن فقط ضمنيا. نحسب (مع $t_0=0$)

$$\begin{aligned}c_n^{(1)}(t) &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_0^t dt_1e^{i\Omega_{ni}t}V_{ni}(t)\\ &= V_{ni}\frac{1-e^{i\Omega_{ni}t}}{E_n-E_i}. \end{aligned} \quad (177.17)$$

اذن

$$|c_n^{(1)}(t)|^2 = \frac{2|V_{ni}|^2}{(E_n-E_i)^2}(1-\cos\Omega_{ni}t). \quad (178.17)$$

اذن من اجل $n \neq i$ احتمال الانتقال من الرتبة الاولي في اللحظة t يعطي ب

$$P_{i\longrightarrow n}(t) = \frac{4|V_{ni}|^2}{(E_n - E_i)^2}\sin^2\frac{(E_n - E_i)t}{2\hbar}. \quad (179.17)$$

هذا يتعلق ب 1) المركبة المصفوفية V_{ni} بين الحالة الابتدائية $|i>$ و الحالة النهائية $|n>$ و علي 2) الفرق في الطاقة $E_n - E_i = \hbar\Omega_{ni}$ بين الحالتين. الزمن t هو المجال الزمني الذي يكون خلاله الاضطراب مشتغل. من اجل قيمة معينة ل t ندرس الاحتمال $P_{i\longrightarrow n}(t)$ كدالة في Ω_{ni} اي $P_{i\longrightarrow n}(t) = P(\Omega_{ni})$. القيمة الاعظمية لهذا الاحتمال تقع عند $\Omega_{ni} = 0$ اين يصبح الاحتمال متناسب مع t^2 و ينعدم عند $\Omega_{ni} = 2n\pi/t$, $n = 1, 2...$. هناك قمم اخري اصغر تظهر عند $\Omega_{ni} = (2n+1)\pi/t$, $n = 1, 2...$. اذن عرض الاحتمال $P(\Omega_{ni})$ هو $1/t$. بعبارة اخري $|c_n^{(1)}|^2$ من اجل القيم الكبيرة للزمن هو غير مهمل فقط من اجل الحالات $|n>$ التي لها طاقة حول E_n اي

$$|E_n - E_i|t \sim 2\pi\hbar. \quad (180.17)$$

علاقة الارتياب هذه تعني بالخصوص انه في النهاية $t \longrightarrow 0$ نحصل علي قمة عريضة جدا و بالتالي الانتقالات التي لا تحفظ الطاقة تصبح اكثر احتمالا بينما في النهاية $t \longrightarrow \infty$ نحصل علي قمة ضيقة جدا و بالتالي الانتقالات التي تحقق $E_n \simeq E_i$ هي الاكثر احتمالا في هذه الحالة.

المساحة تحت المنحني $P(\Omega_{ni})$ هي اذن متناسبة مع $t^2 x 1/t = t$ و التي تساوي الاحتمال الكلي للانتقال من الحالة الابتدائية $|i>$ الي الحالات النهائية $|n>$ التي لها طاقة متمركزة حول E_n. يمكن جعل هذه الفكرة اكثر دقة كالاتي. الاحتمال الكلي هو مجموع احتمالات الانتقال الي الحالات النهائية التي لها طاقة $E_n \simeq E_i$. هذا يعطي ب

$$\sum_{n:E_n\simeq E_i}|c_n^{(1)}|^2. \quad (181.17)$$

نفترض ان الحالات النهائية مستمرة. ندخل كثافة الحالات النهائية $\rho(E)$. بعبارة اخري $\rho(E)dE$ هو عدد الحالات التي لها طاقة بين E و $E + dE$. يمكن اذن تعويض الاحتمال الكلي اعلاه بالتكامل

$$\int dE_n\rho(E_n)|c_n^{(1)}|^2 = \int dE_n\rho(E_n)\frac{4|V_{ni}|^2}{(E_n - E_i)^2}\sin^2\frac{(E_n - E_i)t}{2\hbar}. \quad (182.17)$$

من اجل الازمان الكبيرة يمكن ان نستعمل العلاقة

$$\lim_{t\longrightarrow\infty}\frac{\sin^2 tx}{tx^2} = \pi\delta(x). \quad (183.17)$$

نحصل علي

$$\begin{aligned}\sum_{n:E_n\simeq E_i}|c_n^{(1)}|^2 = \int dE_n\rho(E_n)|c_n^{(1)}|^2 &= \int dE_n\rho(E_n)\frac{2\pi t}{\hbar}|V_{ni}|^2\delta(E_n - E_i)\\ &= \left[\rho(E_n)\frac{2\pi t}{\hbar}\overline{|V_{ni}|}^2\right]_{E_n=E_i}. \quad (184.17)\end{aligned}$$

الخط علي $|V_{ni}|^2$ يدل علي انه يجب ان نأخذ الحالات $|n>$ التي لها تقريبا نفس الطاقة E_n و لكن لها ايضا تقريبا نفس عناصر المصفوفة V_{ni} لانه يمكن للحالات التي لها نفس الطاقة ان تكون لها عناصر مصفوفية V_{ni} مختلفة . خذ مثلا $|n>=|\vec{p}>$ في حالة الفعل الكهروضوئي.

معدل الانتقال هو بالضبط احتمال الانتقال في وحدة الزمن. هذا يعرف ب

$$w_{i\longrightarrow[n]} = \frac{d}{dt}\sum_{n:E_n\simeq E_i}|c_n^{(1)}|^2 = \frac{2\pi}{\hbar}\left[\overline{|V_{ni}|}^2\rho(E_n)\right]_{E_n=E_i}. \quad (185.17)$$

هذه هي قاعدة فيرمي الذهبية [19]. هذه العلاقة يمكن ايضا كتابتها علي الشكل

$$w_{i\longrightarrow n} = \frac{2\pi}{\hbar}|V_{ni}|^2\rho(E_n)\delta(E_n-E_i)dE_n. \qquad (186.17)$$

التصحيح من الرتبة الثانية لسعة الاحتمال هو

$$\begin{aligned} c_n^{(2)}(t) &= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^2\int_0^t dt_1\int_0^{t_1}dt_2\sum_m e^{i\Omega_{nm}t_1}e^{i\Omega_{mi}t_2}V_{nm}V_{mi} \\ &= \frac{i}{\hbar}\sum_m\frac{V_{nm}V_{mi}}{E_m-E_i}\int_0^t dt_1(e^{i\Omega_{ni}t_1}-e^{i\Omega_{nm}t_1}) \\ &= \sum_m\frac{V_{nm}V_{mi}}{E_i-E_m}\left[\frac{1-e^{i\Omega_{ni}t}}{E_n-E_i}-\frac{1-e^{i\Omega_{nm}t}}{E_n-E_m}\right]. \end{aligned} \qquad (187.17)$$

تصرف الحد الاول في هذه العبارة من اجل الازمان الكبيرة t يشبه تصرف $c_n^{(1)}$ مع التعويض $V_{ni}\longrightarrow\sum_m V_{nm}V_{mi}/(E_i-E_m)$. اذن فقط الحالات التي لها $E_n\simeq E_i$ سيكون لها مشاركة معتبرة. الحد الثاني لما $E_m\neq E_n$ و $E_m\neq E_i$ يؤدي الي اهتزاز سريع لا يتزايد مع الزمن t و بالتالي لا يشارك في احتمال الانتقال. في المحصلة معدل الانتقال باضافة التصحيح من الرتبة الثانية يعطي ب

$$w_{i\longrightarrow[n]} = \frac{d}{dt}\sum_{n:E_n\simeq E_i}|c_n^{(1)}+c_n^{(2)}|^2 = \frac{2\pi}{\hbar}\left[\overline{|V_{ni}+\sum_m\frac{V_{nm}V_{mi}}{E_i-E_m}|}^2\rho(E_n)\right]_{E_n=E_i}. \qquad (188.17)$$

الحالة لما $E_i\simeq E_m$ مع $V_{nm}V_{mi}\neq 0$ هي حالة خاصة تؤدي الي نفس العبارة مع التعويض $E_i-E_m\longrightarrow E_i-E_m+i\epsilon$ حيث ϵ هو عدد حقيقي متناه في الصغر.

كما ذكرنا قبل قليل حد الرتبة الاولي في المعادلة اعلاه يقابل انتقالات تحفظ الطاقة. من الجهة الاخري حد الرتبة الثانية يمكن فهمه علي انه تركيب انتقالين غير حافظين للطاقة من $|i>$ الي $|m>$ ثم من $|m>$ الي $|n>$. هذه الانتقالات تسمي افتراضية لانها لا تحفظ الطاقة علي الرغم انه لدينا انحفاظ للطاقة اجمالي بين $|i>$ و $|n>$.

5.17 امتصاص و ارسال الاشعاع

1.5.17 الاضطراب التوافقي

نعتبر الان الاضطراب التوافقي

$$V(t) = Ve^{i\Omega t}+V^+e^{-i\Omega t}. \qquad (189.17)$$

مرة اخري V و V^+ يتعلقان ضمنيا بالزمن. في اللحظة الابتدائية $t=0$ فقط الحالة الذاتية $|i>$ ل H_0 تكون مسكونة او مأهولة. نحسب التصحيح من الرتبة الاولي لسعة الاحتمال كما يلي

$$\begin{aligned} c_n^{(1)}(t) &= \frac{-i}{\hbar}\int_0^t dt_1 e^{i\Omega_{ni}t}V_{ni}(t) \\ &= \frac{1}{\hbar}\left[V_{ni}\frac{1-e^{i(\Omega_{ni}+\Omega)t}}{\Omega_{ni}+\Omega}+V_{ni}^+\frac{1-e^{i(\Omega_{ni}-\Omega)t}}{\Omega_{ni}-\Omega}\right]. \end{aligned} \qquad (190.17)$$

نذكر انه من اجل الاضطراب الثابت تحصلنا علي

$$c_n^{(1)}(t) = \frac{1}{\hbar}\left[V_{ni}\frac{1-e^{i\Omega_{ni}t}}{\Omega_{ni}}\right]. \qquad (191.17)$$

[19] Fermi's golden rule.

بعبارة اخري التغيير الوحيد هو

$$\Omega_{ni} \longrightarrow \Omega_{ni} \pm \Omega. \quad (192.17)$$

اذن من اجل الازمان الكبري t فان الاحتمال $|c_n^{(1)}|^2$ يكون ذو قيمة معتبرة فقط في الحالتين المستبعدتين لبعضهما البعض

$$\Omega_{ni} + \Omega = 0 \Leftrightarrow E_n = E_i - \hbar\Omega. \quad (193.17)$$

$$\Omega_{ni} - \Omega = 0 \Leftrightarrow E_n = E_i + \hbar\Omega. \quad (194.17)$$

من الواضح ان الجملة غير منحفظة. لكن اذا اخذنا الجملة الكلية المشكلة من الجملة و الاضطراب الخارجي $V(t)$ نجد انها جملة منحفظة كما يجب ان تكون. الحالة الثانية (194 . 17) هي ممكنة فقط لما $E_n > E_i$ اي لما تكون E_n عبارة عن حالة مثارة. هذا يوافق الامتصاص لان الجملة تتلقي طاقة $\hbar\Omega$ من الاضطراب $V(t)$. الحالة الاولي (193 . 17) هي ممكنة فقط لما $E_n < E_i$ اي لما تكون E_i هي الحالة المثارة. هذا يوافق الارسال المحفز لان الجملة تفقد طاقة $\hbar\Omega$ للاضطراب. هذا الارسال يسمي محفز لان الاضطراب هو الذي تسبب فيه و لم يكن تلقائي. كمثال علي ذلك عندما نشع ضوء علي ذرة في الحالة المثارة E_i هذه الذرة يمكنها ان تقفز الي الحالة الادني E_n. بعبارة اخري الفوتون الوحيد الوارد علي الذرة يصبح فوتونين صادرين بنفس التواتر. هذا هو بالضبط مبدأ التضخيم الذي يتحكم في اللايزر [20]. نذكر هنا ان الارسال المحفز بالتفاعل الكهرومغناطيسي تنبأ به اولا اينشتاين.

قاعدة فيرمي الذهبية تكتب علي الشكل

$$w_{i\longrightarrow[n]}^{\text{stim}-\text{emis}} = \frac{2\pi}{\hbar}\left[\overline{|V_{ni}|}^2 \rho(E_n)\right]_{E_n=E_i-\hbar\Omega}. \quad (195.17)$$

$$w_{i\longrightarrow[n]}^{\text{abso}} = \frac{2\pi}{\hbar}\left[\overline{|V_{ni}^+|}^2 \rho(E_n)\right]_{E_n=E_i+\hbar\Omega}. \quad (196.17)$$

من النتيجة $|V_{ni}|^2 = |V_{in}^+|^2$ نحصل علي التوازن التفصيلي [21] الذي يعبر عن التناظر بين الامتصاص و الارسال المحفز. نكتب هذا التوازن التفصيلي علي الشكل

$$\frac{w_{i\longrightarrow[n]}^{\text{stim}-\text{emis}}}{\rho(E_n)} = \frac{w_{n\longrightarrow[i]}^{\text{abso}}}{\rho(E_i)}. \quad (197.17)$$

الامتصاص و الارسال المحفز

هاميلتونية شحنة q تتحرك تحت تأثير حقل كهربائي $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial\vec{A}/\partial t$ و حقل مغناطيسي $\vec{B} = \vec{\nabla}x\vec{A}$ تعطي ب

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{p} - q\vec{A})^2 + q\phi. \quad (198.17)$$

ال ϕ و $\vec{A}$ هما الكمون السلمي و الكمون الشعاعي علي التوالي. نفرض الشرط المعياري لكولومب [22] الذي يعطي ب

$$\vec{\nabla}\vec{A} = 0. \quad (199.17)$$

يمكن كتابة الهاميلتونية علي الشكل

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} - \frac{q}{m}\vec{A}\vec{p} + \frac{q^2\vec{A}^2}{2m} + q\phi. \quad (200.17)$$

LASER : light amplification by stimulated emission of radiation.[20]
detailed balance.[21]
Coulomb gauge condition.[22]

نعتبر حقل موجة مستوية وحيدة اللون [23] الذي يعطي ب

$$\phi = 0\ ,\ \vec{A} = 2\hat{\epsilon}A_0\cos(k\hat{n}\vec{x} - \Omega t). \tag{201.17}$$

اتجاه الانتشار هو $\hat{n}$ و اتجاه الاستقطاب هو $\hat{\epsilon}$. العدد الموجي هو $k = \Omega/c$. الشرط المعياري $\vec{\nabla}\vec{A} = 0$ يعني ان الموجة هي عرضية اي ان $\hat{\epsilon}\hat{n} = 0$. الهاميلتونية تصبح

$$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + Ve^{i\Omega t} + V^+e^{-i\Omega t}. \tag{202.17}$$

$$V = -\frac{qA_0}{m}\hat{\epsilon}\vec{p}e^{-ik\hat{n}\vec{x}}. \tag{203.17}$$

في المعادلة اعلاه اهملنا الحد الديامغناطيسي [24] $q^2\vec{A}^2/2m$ و استعملنا النتيجة $\hat{\epsilon}\vec{p}\exp(ik\hat{n}\vec{x}) = \exp(ik\hat{n}\vec{x})\hat{\epsilon}\vec{p}$.

الحد $e^{i\Omega t}V$ يوافق الارسال المحفز بينما يوافق الحد $e^{-i\Omega t}V^+$ الامتصاص. فيما يلي سندرس الامتصاص بتفصيل اكبر. نحسب (مع $q = e$)

$$|V_{ni}^+| = \frac{e^2A_0^2}{m^2}|\hat{\epsilon} < n|\vec{p}e^{ik\hat{n}\vec{x}}|i > |^2. \tag{204.17}$$

نقوم بالتقريب التالي: طول موجة الاشعاع هو اكبر بكثير من بعد الذرات اي $1 >> |k\hat{n}\vec{x}| = 2\pi|\hat{n}\vec{x}/\lambda|$. اذن يمكن ان نقرب الدالة الاسية ب 1. هذا هو تقريب العزم الكهربيائي ثنائي القطبية [25] . نحصل علي

$$|V_{ni}^+| = \frac{e^2A_0^2}{m^2}|\hat{\epsilon} < n|\vec{p}|i > |^2. \tag{205.17}$$

من العلاقة $[x, H_0] = i\hbar p_x/m$ نحسب $< n|\vec{p}|i >= im\Omega_{ni} < n|\vec{x}|i >$. اذن نحصل علي

$$|V_{ni}^+| = A_0^2\Omega_{ni}^2|\hat{\epsilon} < n|\vec{P}|i > |^2. \tag{206.17}$$

الشعاع $\vec{P}$ هو العزم الكهربائي ثنائي القطبية المعرف ب

$$\vec{P} = e\vec{x}. \tag{207.17}$$

الحقل الكهربائي $\vec{E}$ خاصة الموجة المستوية وحيدة اللون اعلاه يعطي ب $\vec{E} = -\hat{\epsilon}(2\Omega A_0)\sin(k\hat{n}\vec{x} - \Omega t)$. كثافة الطاقة (الطاقة في وحدة الحجم) في موجة كهرومغناطيسية هي $u = (\epsilon_0E^2 + B^2/\mu_0)/2 = \epsilon_0E^2$. اذن المتوسط خلال دورة كاملة هو $u = 2\epsilon_0\Omega^2A_0^2$. بالتالي نحصل باستعمال ايضا النتيجة $\Omega_{ni} = \Omega$ علي

$$|V_{ni}^+| = \frac{u}{2\epsilon_0}|\hat{\epsilon} < n|\vec{P}|i > |^2. \tag{208.17}$$

نأخذ متوسط هذه العبارة علي جميع اتجاهات الورود $\hat{n}$ و علي جميع اتجاهات الاستقطاب $\hat{\epsilon}$. نعمل في الاحداثيات الكروية. الشعاعان $\hat{n}$ و $\hat{\epsilon}$ متعامدان. نختار المحور z علي طول محور الانتشار $\hat{n}$. نختار المحور y بحيث يكون الشعاع $< n|\vec{P}|i >$ في المستوي zy. المحور x يصبح اذن مثبت. الزاوية بين $\hat{n}$ و $< n|\vec{P}|i >$ هي θ و الزاوية بين المحور x و $\hat{\epsilon}$ هي ϕ. نحصل اذن علي

$$\hat{\epsilon} = \cos\phi\hat{i} + \sin\phi\hat{j}\ ,\ \ < n|\vec{P}|i >= | < n|\vec{P}|i > |(\cos\theta\hat{k} + \sin\theta\hat{j}). \tag{209.17}$$

[23] monochromatic.
[24] diamagnetic.
[25] elecrtic dipole approximation.

المتوسط يعطي اذن بالتكامل

$$|V_{ni}^{+}| = \frac{u}{2\epsilon_0}| < n|\vec{P}|i > |^2\frac{1}{4\pi}\int \sin^2\phi\sin^2\theta\sin\theta d\theta d\phi$$
$$= \frac{u}{6\epsilon_0}| < n|\vec{P}|i > |^2. \quad (210.17)$$

من الواضح ان

$$< n|\vec{P}|i > |^2 =< n|P_x|i >^2 + < n|P_y|i >^2 + < n|P_z|i >^2 . \quad (211.17)$$

نكتب معدل الامتصاص (196 . 17) كالاتي

$$w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}} = \frac{2\pi}{\hbar}\overline{|V_{ni}^{+}|}^2\delta(E_n - E_i - \hbar\Omega)\rho(E_n)dE_n$$
$$= \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2}| < n|\vec{P}|i > |^2\delta(\Omega_{ni} - \Omega)u\rho(E_n)dE_n. \quad (212.17)$$

الموجة الكهرومغناطيسية ليست وحيدة اللون علي نحو كامل و بالتالي تأتي بعرض تواترات او ترددات محدود. نذكر ان $\rho(E_n)dE_n$ هو عدد الحالات النهائية بطاقة بين $E_n = \hbar(\Omega + E_i/\hbar)$ و $E_n + dE_n = \hbar(\Omega + d\Omega + E_i/\hbar)$ حيث E_i نبقيه مثبت. اذن نري ان $\rho(E_n)dE_n$ هو عدد الانساق الكهرومغناطيسية [26] التي لها تردد بين Ω و $\Omega + d\Omega$. كثافة الطاقة في النسق الكهرومغناطيسي ذو التردد Ω هي u. اذن $u\rho(E_n)dE_n$ هي كثافة الطاقة في الانساق الكهرومغناطيسية التي لها تردد بين Ω و $\Omega + d\Omega$. نكتب هذا علي الشكل

$$u\rho(E_n)dE_n = \rho_u(\Omega)d\Omega \quad (213.17)$$

نحصل علي النتيجة النهائية

$$w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}} = \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2}| < n|\vec{P}|i > |^2\delta(\Omega_{ni} - \Omega)\rho_u(\Omega)d\Omega. \quad (214.17)$$

هذا يمكن كتابته علي الشكل

$$w_{i\longrightarrow [n]}^{\text{abso}} = \frac{\pi}{3\epsilon_0\hbar^2}\Big[| < n|\vec{P}|i > |^2\rho_u(\Omega)\Big]_{\Omega=\Omega_{ni}}. \quad (215.17)$$

6.17 تمارين

تمرين 1

1) نذكر بمعادلة تطور القيم المتوسطة التي تعطي ب

$$i\hbar\frac{d}{dt} < \hat{Q} >=< [\hat{Q}, \hat{H}] > .$$

استعمل هذه المعادلة لتبرهن علي

$$\frac{d}{dt} < \hat{x}\hat{p} >= 2 < \hat{T} > - < \hat{x}\frac{\partial\hat{V}}{\partial x}(\hat{x}) > .$$

2) برهن علي النظرية الفيريالية [27]

$$2 < \hat{T} >=< \hat{x}\frac{\partial\hat{V}}{\partial\hat{x}}(\hat{x}) > .$$

3) من اجل ذرة الهيدروجين استعمل النظرية الفيريالية لتبين ان

$$< \hat{T} >= -\frac{< \hat{V} >}{2} = -E_n.$$

[26] electromagnetic modes.
[27] virial theorem.

تمرين 2

1) لتكن H هاميلتونية مانتعلق بوسيط λ اي $H = H(\lambda)$. القيم الذاتية و الاشعة الذاتية تتعلق بالتالي بالوسيط λ اي ان $E_n = E_n(\lambda)$ و $|\psi_n >= |\psi_n(\lambda) >$. برهن علي نظرية فايمان - هالمان

$$\frac{\partial E_n}{\partial \lambda} =< \psi_n(\lambda)|\frac{\partial H}{\partial \lambda}|\psi_n(\lambda) > .$$

2) الهاميلتونية الفعلية لدالة الموجة المدارية لذرة الهيدروجين تعطي ب

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}.$$

طاقات بور تعطي ب

$$E_n = -\frac{\alpha^2 mc^2}{2(j_{\max} + l + 1)^2}.$$

استعمل نظرية فايمان - هالمان من اجل $\lambda = l$ لحساب القيمة المتوسطة $< 1/r^2 >$.

تمرين 3 بين ان المعادلة المدارية لذرة الهيدروجين يمكن ان تكتب علي الشكل

$$\frac{d^2u}{dr^2} = \left[\frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2}{ar} + \frac{1}{n^2a^2}\right]u.$$

نصف قطر بور معرف ب

$$a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}.$$

استعمل المعادلة المدارية اعلاه من اجل ان تشتق علاقة كريمر

$$\frac{s}{4}[(2l+1)^2 - s^2] < r^{s-2} > -\frac{2s+1}{a} < r^{s-1} > +\frac{s+1}{n^2a^2} < r^s >= 0.$$

احسب القيمة المتوسطة $< r^{-3} >$.

تمرين 4 جملة كمومية يمكن ان تتواجد في ثلاث حالات مستقلة خطيا. الهاميلتونية تعطي ب

$$H^\epsilon = V_0 \begin{pmatrix} 1-\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & \epsilon & 2 \end{pmatrix} \;,\; \epsilon << 1.$$

1) حل مسالة القيم الذاتية للجملة غير المضطربة المعرفة ب $\epsilon = 0$.

2) حل مسألة القيم الذاتية للجملة المضطربة من اجل اي قيمة ل ϵ.

3) استعمل نظرية الاضطراب غير المنحلة من الرتبة الاولي و من الرتبة الثانية لايجاد التصحيح للقيمة الذاتية غير المنحلة ل H^0. قارن بالحل المضبوط.

4) استعمل نظرية الاضطراب المنحلة من الرتبة الاولي لايجاد التصحيحات للقيمة الذاتية المضعفة الانحلال ل H^0. قارن بالنتيجة المضبوطة.

تمرين 5

1) من اجل هزاز توافقي احادي البعد مؤثرات الموضع و كمية الحركة تعطي ب

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}(a^+ + a) \ , \ \hat{p} = i\sqrt{\frac{\hbar m\Omega}{2}}(a^+ - a).$$

نعطي ايضا

$$a|n >= \sqrt{n}|n-1> \ , \ a^+|n >= \sqrt{n+1}|n+1> .$$

احسب $< n^{'}|\hat{x}|n >$ و $< n^{'}|\hat{x}^2|n >$.

2) الهزاز التوافقي ثلاثي الابعاد معطي بالكمون

$$V(r) = \frac{1}{2}m\Omega^2(x^2+y^2+z^2).$$

استعمل طريقة فصل المتغيرات من اجل حل معادلة شرودينغر المرافقة و عين الطاقات المسموح بها. عين انحلال كل مستوي طاقوي.

3) ندخل الاضطراب

$$\lambda H^1 = \lambda x^2 yz.$$

استعمل نظرية الاضطراب غير المنحلة من الرتبة الاولي من اجل حساب تصحيح الحالة الاساسية.

4) استعمل نظرية الاضطراب المنحلة من الرتبة الاولي من اجل ايجاد تصحيح الحالة المثارة الاولي.

تمرين 6

1) نعتبر جملة مشكلة من ذرتين مستقطبتين تبعدان عن بعضهما البعض مسافة R. نأخذ كنموذج لهذه الجملة هزازان توافقيان مستقلان عن بعضهما البعض عبارة عن نوابض بثابت صلابة k. نتصور الالكترونات ككتل نقطية m مرتبطة بهذه النوابض لكن الانوية ثقيلة الي الحد الذي يمكن ان نفترض معه انها ساكنة لا تتحرك في مراكز توازن النوابض. ازاحة الالكترونات تعطي ب x_1 و x_2. هاميلتونية الجملة تعطي ب

$$H^0 = \frac{1}{2m}p_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2m}p_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2.$$

تفاعل كولومب بين الانوية يعطي بالكمون e^2/R, تفاعل كولومب بين النواة الاولي و الالكترون الثاني هو $-e^2/(R+x_2)$, تفاعل كولومب بين النواة الثانية و الالكترون الاول هو $-e^2/(R-x_1)$ بينما تفاعل كولومب بين الالكترونات هو $e^2/(R-x_1+x_2)$. التفاعل الكلي لكولومب يعطي ب

$$H^1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\bigg[\frac{e^2}{R} - \frac{e^2}{R-x_1} - \frac{e^2}{R+x_2} + \frac{e^2}{R-x_1+x_2}\bigg].$$

بين انه من اجل $R >> |x_1|$ و $R >> |x_2|$ فان

$$H^1 = -\frac{e^2 x_1 x_2}{2\pi\epsilon_0 R^3}.$$

2) نقترح تغيير المتغيرات

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_+ + x_-) \ , \ x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(x_+ - x_-).$$

$$p_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_+ + p_-) \ , \ p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_+ - p_-).$$

احسب الطاقات المسموح بها و الحالات الذاتية المرافقة.

3) احسب الفرق $\Delta V = E - E_0$ حيث E و E_0 هي طاقات الحالة الاساسية ب و بدون تفاعل كولومب.

4) باعتبار H^0 هي الهاميلتونية غير المضطربة و H^1 هي الاضطراب احسب التصحيحات من الرتبة الاولي و الرتبة الثانية لطاقة الحالة الاساسية. ماذا تستنتج.

تمرين 7 ليكن $\vec{J}$ العزم الحركي الكلي $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. الاشعة الذاتية $|jj_3>$ ل J^2، J_3، L^2 و S^2 هي عبارة عن تركيب خطي للاشعة الذاتية $|s\sigma>$ $|lm>$ ل L^2، L_3، S^2 و S_3 بمعاملات $C^{lms\sigma}_{jj_3}$ تعرف باسم معاملات كلابش - جوردون. احسب هذه المعاملات من اجل $s = \frac{1}{2}$.

تمرين 8

1) اضطراب البنية الدقيقة لذرة الهيدروجين يعطي بالهاميلتونية

$$\begin{aligned} H^1_{fs} &= H^1_r + H^1_{so} \\ &= -\frac{p^4}{8m^3c^2} + (\frac{1}{2})(-\vec{\mu}_s.\vec{B}_{\rm int}). \end{aligned}$$

المعامل $1/2$ بين قوسين هو راجع لمداورة توماس. العزم المغناطيسي المرفق بسبين الالكترون و الحقل المغناطيسي الداخلي الذي تولده الحركة المدارية يعطيان ب

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}\ ,\ \vec{B}_{\rm int} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e}{mc^2r^3}\vec{L}.$$

احسب التصحيحات الناجمة عن هذا الاططراب لطاقات بور.

2) نعتبر اضطراب اخر ناجم عن وجود حقل مغناطيسي خارجي غير منعدم. الهاميلتونية المرافقة

$$H^1_Z = -(\vec{\mu}_s + \vec{\mu}_l).\vec{B}_{\rm ext}.$$

العزم المغناطيسي المرتبط بالعزم الحركي للالكترون هو

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m}\vec{L}.$$

هذا الاضطراب يؤدي الي تأثير زيمان.

نعتبر اولا الجملة غير المضطربة المعرفة بهاميلتونية بور. حدد درجة انحلال المستوي الطاقوي E_2 و اكتب الحالات الذاتية المقابلة. عبر عن الاشعة الذاتية $|lsjj_3>$ بدلالة الاشعة الذاتية $|s\sigma>$ $|lm>$ باستعمال نتيجة المسألة السابقة.

3) احسب عناصر المصفوفة $<\psi_{njj_3}|H^1_Z|\psi_{njj_3}>$.

4) احسب عناصر المصفوفة $<\psi_{njj_3}|H^1_{fs}|\psi_{njj_3}>$.

5) عين مصفوفة الاضطراب الكلية $W = H^1_{fs} + H^1_Z$ في الحالات التي لها $n = 2$. استعمل نظرية الاضطراب المنحلة لحساب التصحيحات من الرتبة الاولي للمستوي الطاقوي E_2.

تمرين 9 قيم الطاقة و دوال الموجة لبئر كمون لا نهائي في بعد واحد تعطي ب

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}\ ,\ \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi x}{a}\ ,\ n = 1, 2, 3, ...$$

نؤثر باضطراب متعلق بالزمن خلال زمن T بحيث ان الكمون يصبح

$$\begin{aligned} V(x) &= V_0\ ,\ 0 \le x \le \frac{a}{2} \\ V(x) &= 0\ ,\ \frac{a}{2} \le x \le 0 \\ V(x) &= \infty\ ,\ \text{otherwise}. \end{aligned}$$

توجد الجملة في اللحظة $t = 0$ في الحالة الاساسية $n = 1$. ماهو الاحتمال ان تكون الجملة في اللحظة $t = T$ قد قفزت الي الحالة المثارة الاولي $n = 2$.

تمرين 10 نضع هزاز توافقي احادي البعد تحت تأثير قوة منتظمة تتعلق بالزمن كالاتي

$$F(t) = \frac{F_0\tau}{2\pi\nu(\tau^2+t^2)}.$$

يوجد الهزاز في الحالة الاساسية في اللحظة $t=-\infty$. احسب الاحتمال ان يكون الهزاز في اللحظة $t=+\infty$ قد قفز الي الحالة المثارة الاولي.

تمرين 11 نعتبر جملة مشكلة من جسيمين سبينهما يساوي $1/2$. هاميلتونية الجملة من اجل $t<0$ تنعدم. من اجل $t>0$ هاميلتونية الجملة تعطي ب

$$H = \frac{4\Delta}{\hbar^2}\vec{S}_1\vec{S}_2.$$

توجد الجملة في اللحظة $t<0$ في الحالة $|+->$.

1) احسب الاحتمال كدالة في الزمن ان نجد الجملة في الحالات $|++>, |+->, |-+>$ و $|-->$ عن طريق حل المسألة بالضبط.

2) احسب الاحتمال كدالة في الزمن ان نجد الجملة في الحالات $|++>, |+->, |-+>$ و $|-->$ عن طريق حل المسألة باستعمال نظرية الاضطرابات المتعلقة بالزمن من الرتبة الاولي. قارن مع الحل المضبوط.

تمرين 12 نضع ذرة الهيدروجين في حقل كهربائي منتظم يتعلق بالزمن كالتالي

$$\vec{E} = 0\ ,\ t<0$$
$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-t/\tau}\ ,\ \vec{E}_0 = E_0\vec{k}\ ,\ t\geq 0.$$

توجد الجملة من اجل $t\leq 0$ في الحالة الاساسية $|\psi_{100}>$. استعمل نظرية الاضطرابات المتعلقة بالزمن من الرتبة الاولي لحساب الاحتمال كدالة في الزمن ان نجد ذرة الهيدروجين في الحالات $|\psi_{200}>$ و $|\psi_{210}>$. نعطي دوال الموجة

$$\psi_{100} = \frac{1}{a^{1.5}}\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-r/a}.$$

$$\psi_{200} = \frac{1}{a^{1.5}}\frac{1}{\sqrt{32}}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}e^{-r/2a}(-2r/a+4).$$

$$\psi_{210} = \frac{1}{a^{1.5}}\frac{1}{\sqrt{24.12}}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\cos\theta e^{-r/2a}(6r/a).$$

تمرين 13

1) نعتبر جملة غير مضطربة معطاة بذرة بور. اكتب القيم الذاتية للطاقة و الاشعة الذاتية المرافقة لها. ما هي درجة الانحلال.

2) نأخذ بعين الاعتبار سبينات الالكترون و البروتون. ماهي في هذه الحالة اشعة الحالات الذاتية للطاقة و درجة انحلالها.

3) يولد سبين الالكترون عزم مغناطيسي ثنائي. اكتب هاميلتونية الالكترون في حقل مغناطيسي $\vec{B}$.

4) سبين البروتون يوافق ايضا عزم مغناطيسي ثنائي معطي ب

$$\vec{\mu}_p = \frac{eg_p}{2m_p}\vec{S}_p\ ,\ g_p = 5.59.$$

هذا العزم يولد في اي نقطة $\vec{r}$ حقل مغناطيسي $\vec{B}_p$ معطي ب

$$\vec{B}_p = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3(\vec{\mu}_p.\hat{r})\hat{r}-\vec{\mu}_p\right]+\frac{2\mu_0}{3}\vec{\mu}_p\delta^3(\vec{r}).$$

اكتب هاميلتونية الالكترون في هذا الحقل. تسمي هذه الهاميلتونية هاميلتونية البنية فائقة الدقة لذرة بور.

5) احسب التصحيح الكمي من الرتبة الاولي للطاقة الناجم عن الحد الاول في الحقل المغناطيسي $\vec{B}_p$.

6) بين ان التصحيح الكمي من الرتبة الاولي للطاقة الناجم عن الحد الثاني في الحقل المغناطيسي $\vec{B}_p$ المتناسب مع دالة ديراك يأخذ الشكل

$$E^1_{hf} = \frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_e m_p} < \sigma^{'}| < \sigma|\vec{S}_e\vec{S}_p|\sigma > |\sigma^{'} > |\psi_{nlm}(0)|^2.$$

7) ماهو التصحيح الكمي من الرتبة الاولي لطاقة المستوي الاساسي لذرة بور.

8) اكتب الحالات الذاتية الجيدة لذرة بور في هذه الحالة.

استعمل:

$$\int d\Omega(\vec{a}.\hat{r})(\vec{b}.\hat{r}) = \frac{4\pi}{3}\vec{a}.\vec{b}.$$

$$|\psi_{nlm}(0)|^2 = \frac{1}{\pi a^3}.$$

تمرين 14 هاميلتونية ذرة الهيليوم تعطي ب

$$H = \frac{\vec{p}_1^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{r_1} + \frac{\vec{p}_2^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{r_2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \quad (216.17)$$

القيمة التجريبية لطاقة الحالة الاساسية لذرة الهيليوم تعطي ب $E = -78.975eV$. استعمل نظرية الاضطرابات في الرتبة الاولي لحساب القيمة النظرية لطاقة الحالة الاساسية لذرة الهيليوم.

تمرين 15 يوجد هزاز توافقي احادي البعد في حالته الاساسية $|0>$ من اجل $t < 0$. نؤثر علي الهزاز بقوة منتظمة في الاتجاه x متعلقة بالزمن معطاة ب

$$F = F_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \ , \ t \geq 0.$$

احسب احتمال ايجاد الهزاز في اللحظة الزمنية $t > 0$ في الحالات المثارة $|n>$ باستعمال نظرية الاضطرابات المتعلقة بالزمن من الرتبة الاولي. احسب النهاية $\tau \longrightarrow \infty$. ماذا تلاحظ. استعمل

$$< n^{'}|x|n >= \sqrt{\frac{\hbar}{4m\pi\nu}}(\sqrt{n}\delta_{n^{'},n-1} + \sqrt{n+1}\delta_{n^{'},n+1}).$$

تمرين 16

1) نعتبر الكمون اللانهائي في ثلاث ابعاد المعطي ب

$$V(x,y,z) = 0 \ , \ \text{if } 0 < x < a \ , \ 0 < y < a \ , \ 0 < z < a$$
$$V(x,y,z) = \infty \ , \ \text{otherwise.}$$

اشتق قيم الطاقة المسموح بها و الدوال الموجية الذاتية المرافقة لها.

ملحوظة: قيم الطاقة المسموح بها و الدوال الموجية الذاتية المرافقة لها من اجل الكمون اللانهائي في بعد واحد تعطي ب

$$E_n = En^2 \ , \ E = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}.$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\frac{n\pi}{a}x \ , \ \int_0^a dx \ \psi_n^*(x)\psi_m(x) = \delta_{nm}.$$

2) ندخل الاضطراب

$$H^1 = V_0 \ , \ \text{if } 0 < x < \frac{a}{2} \ , \ 0 < y < \frac{a}{2}$$
$$H^1 = 0 \ , \ \text{otherwise.}$$

احسب التصحيح من الرتبة الاولي لطاقة الحالة الاساسية.

3) احسب التصحيح من الرتبة الاولي للمستوي المثار الاول ثلاثي الانحلال.

7.17 حلول

تمرين 1:

1) نختار $\hat{Q} = (\hat{x}\hat{p} + \hat{p}\hat{x})/2$ و نستعمل $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$ و $[\hat{p}, \hat{V}(\hat{x})] = -i\hbar \frac{\partial \hat{V}}{\partial \hat{x}}(\hat{x})$.

2) القيم المنتظرة في الحالات المستقرة لا تتعلق بالزمن.

3) اولا نعمم المبرهنة الفيريالية لثلاث ابعاد. ثم نستعمل $\vec{r}.\vec{\nabla}V = r\partial V/\partial r$ ، $V = -Ke^2/r$ و $< H >= E_n$ لنبين ان المبرهنة الفيريالية تصبح $2 < \hat{T} >= - < \hat{V} >$. القيم المنتظرة تحسب في الحالات $|\psi_{nlm} >$.

تمرين 2:

1) نقوم بالنشر

$$H(\lambda) = H(0) + \lambda \frac{\partial H}{\partial \lambda}|_{\lambda=0} + O(\lambda^2). \tag{217.17}$$

نعتبر الحد الاول الهاميلتونية غير المضطربة بينما نعتبر الحدود الاخري كاضطراب. مسألة القيم الذاتية غير المضطربة تعطي اذن ب

$$H(0)|\psi_n(0) >= E_n(0)|\psi_n(0) > . \tag{218.17}$$

التصحيح من الرتبة الاولي يعطي اذن ب

$$E_n^1 =< \psi_n(0)| \left[\frac{\partial H}{\partial \lambda}|_{\lambda=0} + O(\lambda) \right] |\psi_n(0) > . \tag{219.17}$$

الطاقة $E_n(\lambda)$ تعطي اذن ب

$$E_n(\lambda) = E_n(0) + \lambda < \psi_n(0)| \left[\frac{\partial H}{\partial \lambda}|_{\lambda=0} + O(\lambda) \right] |\psi_n(0) > . \tag{220.17}$$

نستنتج ان

$$\frac{\partial E_n(\lambda)}{\partial \lambda}|_{\lambda=0} =< \psi_n(0)| \frac{\partial H}{\partial \lambda}|_{\lambda=0} |\psi_n(0) > . \tag{221.17}$$

2) نحسب $\partial H/\partial l$ و $\partial E_n/\partial l$. نجد

$$< \frac{1}{r^2} >= \frac{\alpha^2 m^2 c^2}{\hbar^2} \frac{1}{n^3(l + \frac{1}{2})}. \tag{222.17}$$

تمرين 3: المعادلة المدارية لذرة الهيدروجين يمكن ان تكتب علي الشكل

$$\frac{d^2u}{dr^2}=\left[\frac{l(l+1)}{r^2}-\frac{2}{ar}+\frac{1}{n^2a^2}\right]u. \quad (223.17)$$

باستعمال هذه المعادلة يمكن ان نحسب مباشرة

$$\begin{aligned}\int ur^s\frac{d^2u}{dr^2}dr &= \int ur^s\left[\frac{l(l+1)}{r^2}-\frac{2}{ar}+\frac{1}{n^2a^2}\right]udr\\ &= l(l+1)<r^{s-2}>-\frac{2}{a}<r^{s-1}>+\frac{1}{n^2a^2}<r^s>. \end{aligned} \quad (224.17)$$

بالتكامل بالتجزئة نحصل علي

$$\begin{aligned}\int ur^s\frac{d^2u}{dr^2}dr &= -\int r^s(\frac{du}{dr})^2dr-s\int ur^{s-1}\frac{du}{dr}dr\\ &= \frac{2}{s+1}\int\frac{du}{dr}\frac{d^2u}{dr^2}r^{s+1}dr+\frac{s(s-1)}{2}<r^{s-2}>. \end{aligned} \quad (225.17)$$

نحسب ايضا

$$\int\frac{du}{dr}\frac{d^2u}{dr^2}r^{s+1}dr = -\frac{l(l+1)(s-1)}{2}<r^{s-2}>+\frac{s}{a}<r^{s-1}>-\frac{s+1}{2n^2a^2}<r^s>. \quad (226.17)$$

نضع كل شيئ معا نحصل

$$\frac{s}{4}[(2l+1)^2-s^2]<r^{s-2}>-\frac{2s+1}{a}<r^{s-1}>+\frac{s+1}{n^2a^2}<r^s>=0. \quad (227.17)$$

من اجل $s=-1$ نحصل علي

$$-\frac{1}{4}[(2l+1)^2-1]<r^{-3}>+\frac{1}{a}<r^{-2}>=0. \quad (228.17)$$

بالتالي

$$<r^{-3}>=\frac{1}{al(l+1)}<r^{-2}>=\frac{\alpha^3m^3c^3}{\hbar^3n^3l(l+1)(l+\frac{1}{2})}. \quad (229.17)$$

تمرين 4: الحل مباشر.

تمرين 5:

1) نجد

$$<n^{'}|\hat{x}|n>=\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}\left(\sqrt{n+1}\delta_{n',n+1}+\sqrt{n}\delta_{n',n-1}\right). \quad (230.17)$$

$$<n^{'}|\hat{x}^2|n>=\frac{\hbar}{2m\Omega}\left(\sqrt{(n+1)(n+2)}\delta_{n',n+2}+\sqrt{n(n-1)}\delta_{n',n-2}+(2n+1)\delta_{n',n}\right) \quad (231.17)$$

2) في هذه الحالة تعطي معادلة شرودينغر ب

$$\Big(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{1}{2}m\Omega^2(x^2+y^2+z^2)\Big)\Psi(x,y,z)=E\Psi(x,y,z)\qquad(232.17)$$

فصل المتغيرات يعطي مباشرة الطاقات المسموح بها

$$E_n=\hbar\Omega(n_x+n_y+n_z+\frac{3}{2})\ ,\ n=n_x+n_y+n_z.\qquad(233.17)$$

الحالات المقابلة تعطي ب

$$\Psi(x,y,z)=<x|n_x><y|n_y><z|n_z>\ .\qquad(234.17)$$

انحلال المستوي الطاقوي E_n حيث $n=n_x+n_y+n_z$ يبقي مثبت يحسب كالتالي. اولا نثبت n_x اي $n_y+n_z=n-n_x$. من الواضح انه لدينا $n-n_x+1$ امكانية من اجل الزوج (n_y,n_z). اذن انحلال E_n يعطي بالعلاقة

$$d(n)=\sum_{n_x=0}^{n}(n-n_x+1)=\frac{n(n+1)}{2}.\qquad(235.17)$$

3) التصحيح من الرتبة الاولي لطاقة الحالة الاساسية $E_{000}=(3\hbar\Omega)/2$ التي هي حالة غير منحلة يأخذ الشكل

$$\begin{aligned}\lambda E^1 &= <0|<0|<0|\lambda x^2yz|0>|0>|0>\\ &= \lambda<0|x^2|0><0|y|0><0|z|0>\\ &= 0.\end{aligned}\qquad(236.17)$$

4) المستوي الطاقوي المثار الاول $E_1=(5\hbar\Omega)/2$ هو ثلاثي الانحلال. الحالات المقابلة هي $|100>$, $|010>$ و $|001>$. حتي نحسب التصحيح من الرتبة الاولي نستعمل نظرية الاضطراب المنحلة من الرتبة الاولي. اذن يجب ان نجد القيم الذاتية لمصفوفة الاضطراب $W_{ij}=<i|\lambda H^1|j>$ حيث $i,j=100,010,001$. نحسب

$$W=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&\epsilon\\0&\epsilon&0\end{pmatrix}\ ,\ \epsilon=\lambda\sqrt{2}(\frac{\hbar}{2m\Omega})^2.\qquad(237.17)$$

القيم الذاتية هي 0, $+\epsilon$ و $-\epsilon$ مع الاشعة الذاتية $|100>$, $(|010>+|001>)/\sqrt{2}$ و $(|010>-|001>)/\sqrt{2}$ علي التوالي.

تمرين 6:

1) استعمل نشر تايلور.

2) نجد

$$E_{n_+,n_-}=\hbar\Omega_+(n_++\frac{1}{2})+\hbar\Omega_-(n_-+\frac{1}{2}).\qquad(238.17)$$

$$\Omega_\pm=\sqrt{\frac{k\mp\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}}{m}}.\qquad(239.17)$$

3) نجد

$$E=E_{0,0}=\hbar\frac{\Omega_{+}+\Omega_{+}}{2}. \quad (240.17)$$

$$E_0=\hbar\Omega_0. \quad (241.17)$$

$$\Omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (242.17)$$

نحصل علي

$$\Delta V=E-E_0=-\frac{\hbar}{8m^2\Omega_0^3}\left(\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}\right)^2. \quad (243.17)$$

4) التصحيح من الرتبة الاولي هو

$$E^1=<0|<0|H^1|0>|0>=0. \quad (244.17)$$

التصحيح من الرتبة الثانية

$$E^2=\sum_{m_1\neq 0}\sum_{m_2\neq 0}\frac{|<m_1|<m_2|H^1|0>|0>|^2}{E_0^0-E_m^0}. \quad (245.17)$$

نستعمل النتيجة

$$H^1|0>|0>=-\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}\hat{x}_1|0>\hat{x}_2|0>=-\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}\frac{\hbar}{2m\Omega_0}|1>|1>. \quad (246.17)$$

اذن (مع $E_0^0=\hbar\Omega_0$ و $E_1^0=3\hbar\Omega_0$)

$$E^2=\left(\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}\right)^2\left(\frac{\hbar}{2m\Omega_0}\right)^2\frac{1}{E_0^0-E_1^0}=-\left(\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0R^3}\right)^2\frac{\hbar}{8m^2\Omega_0^3}. \quad (247.17)$$

تمرين 7: لدينا

$$\begin{aligned}|jj_3> &= C_{jj_3}^{lj_3-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}}|lj_3-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>+C_{jj_3}^{lj_3+\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}|lj_3+\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>\\ &= A|lj_3-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>+B|lj_3+\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>\end{aligned} \quad (248.17)$$

يجب ان يكون لدينا $|A|^2+|B|^2=1$. ايضا لدينا

$$J^2=L^2+S^2+2L_3S_3+L_+S_-+L_-S_+. \quad (249.17)$$

نحسب

$$\begin{aligned}J^2|lj_3-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> &= \left[l(l+1)+j_3+\frac{1}{4}\right]|lj_3-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>\\ &+ \sqrt{l(l+1)-j_3^2+\frac{1}{4}}|lj_3+\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>.\end{aligned} \quad (250.17)$$

$$J^2|lj_3+\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> \;=\; \left[l(l+1)-j_3+\frac{1}{4}\right]|lj_3+\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> + \sqrt{l(l+1)-j_3^2+\frac{1}{4}}|lj_3-\frac{1}{2}>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}> . \qquad (251.17)$$

الشرط $J_3^2|jj_3>=j(j+1)|jj_3>$ يؤدي الي معادلتين متكافئتين في المجهولين A و B. المعادلة الاولي تأخذ الشكل

$$A\left[l(l+1)+j_3+\frac{1}{4}\right]+B\sqrt{l(l+1)-j_3^2+\frac{1}{4}}=j(j+1)A. \qquad (252.17)$$

من اجل $j=l+\frac{1}{2}$ لدينا

$$A=\sqrt{\frac{l+\frac{1}{2}+j_3}{2l+1}}\ ,\ B=\sqrt{\frac{l+\frac{1}{2}-j_3}{2l+1}}. \qquad (253.17)$$

من اجل $j=l-\frac{1}{2}$ لدينا

$$A=\sqrt{\frac{l+\frac{1}{2}-j_3}{2l+1}}\ ,\ B=-\sqrt{\frac{l+\frac{1}{2}+j_3}{2l+1}}. \qquad (254.17)$$

تمرين 8:

1) انظر المحاضرة.

2) من اجل $n=2$ لدينا $l=0$ و $l=1$. لما نجمع $l=0$ و $s=\frac{1}{2}$ نحصل علي $j=\frac{1}{2}$ و لما نجمع $l=1$ و $s=\frac{1}{2}$ نحصل علي $j=\frac{1}{2}$ و $j=\frac{3}{2}$. مستوي بور الطاقوي E_2 هو ثماني الانحلال و هو يعطي ب

$$E_2=-13.6eV/4\ ,\ \ -(\frac{\alpha}{4})^2E_2=(\frac{\alpha}{8})^2 13.6eV=\gamma. \qquad (255.17)$$

الحالات الذاتية الثمانية المقابلة هي $|\psi_{njj_3}>=|R_{nl}>|lsjj_3>$ حيث $n=2$, $s=\frac{1}{2}$, $l=0,1$ و $j=l+\frac{1}{2},l-\frac{1}{2}$. يجب ان نعبر عن الاشعة الذاتية $|lsjj_3>$ بدلالة الاشعة الذاتية $|lms\sigma>$. نستعمل نتيجة التمرين السابق لايجاد

$$|\psi_1>=|0\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}>=|00>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>$$
$$|\psi_2>=|0\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>=|00>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> . \qquad (256.17)$$

$$|\psi_6>=|1\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}>=\frac{1}{\sqrt{3}}|10>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>-\sqrt{\frac{2}{3}}|11>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>$$
$$|\psi_8>=|1\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>=\sqrt{\frac{2}{3}}|1-1>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>-\frac{1}{\sqrt{3}}|10>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> . \qquad (257.17)$$

$$|\psi_3>=|1\frac{1}{2}\frac{3}{2}\frac{3}{2}>=|11>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>$$
$$|\psi_5>=|1\frac{1}{2}\frac{3}{2}\frac{1}{2}>=\sqrt{\frac{2}{3}}|10>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>+\frac{1}{\sqrt{3}}|11>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>$$
$$|\psi_7>=|1\frac{1}{2}\frac{3}{2}-\frac{1}{2}>=\frac{1}{\sqrt{3}}|1-1>|\frac{1}{2}\frac{1}{2}>+\sqrt{\frac{2}{3}}|10>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}>$$
$$|\psi_4>=|1\frac{1}{2}\frac{3}{2}-\frac{3}{2}>=|1-1>|\frac{1}{2}-\frac{1}{2}> . \qquad (258.17)$$

3) اضطراب الحقل المغناطيسي الخارجي يعطي ب

$$\begin{aligned} H_Z^1 &= -\vec{B}_{\rm ext}.(\vec{\mu}_l+\vec{\mu}_s) \\ &= \frac{e}{2m}B_{\rm ext}(L_3+2S_3) \\ &= \frac{\mu_B B_{\rm ext}}{\hbar}(L_3+2S_3) \\ &= \frac{\beta}{\hbar}(L_3+2S_3). \end{aligned} \quad (259.17)$$

في المعادلة اعلاه افترضنا ان الحقل المغناطيسي هو في الاتجاه الثالث و ان μ_B و β معرفان ب

$$\mu_B=\frac{e\hbar}{2m}\ ,\ \beta=\mu_B B_{\rm ext}. \quad (260.17)$$

نحسب

$$\begin{aligned} &(L_3+2S_3)|\psi_1>=\hbar|\psi_1> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_2>=-\hbar|\psi_2> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_3>=2\hbar|\psi_3> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_4>=-2\hbar|\psi_4> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_5>=\frac{2\hbar}{3}|\psi_5>+\frac{\sqrt{2}\hbar}{3}|\psi_6> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_6>=\frac{\hbar}{3}|\psi_6>+\frac{\sqrt{2}\hbar}{3}|\psi_5> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_7>=-\frac{2\hbar}{3}|\psi_7>+\frac{\sqrt{2}\hbar}{3}|\psi_8> \\ &(L_3+2S_3)|\psi_8>=-\frac{\hbar}{3}|\psi_8>+\frac{\sqrt{2}\hbar}{3}|\psi_7>. \end{aligned} \quad (261.17)$$

اذن المركبات المصفوفية $<\psi_{njj_3}|H_Z^1|\psi_{nj'j_3'}>$ يمكن تنظيمها في المصفوفة

$$H_Z^1=\begin{pmatrix} \beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\beta & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & \frac{1}{3}\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\beta & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & -\frac{1}{3}\beta \end{pmatrix}. \quad (262.17)$$

4) المركبات المصفوفية $<\psi_{njj_3}|H_{fs}^1|\psi_{nj'j_3'}>$ تعطي ب

$$\begin{aligned} <\psi_{njj_3}|H_{fs}^1|\psi_{njj_3}> &= E_{fs}^1\delta_{j_3j_3'}\delta_{jj'} \\ &= \frac{E_n^2}{2mc^2}\left(3-\frac{4n}{j+\frac{1}{2}}\right)\delta_{j_3j_3'}\delta_{jj'}. \end{aligned} \quad (263.17)$$

من اجل $n=2$ لدينا صراحة

$$H^1_{fs} = \begin{pmatrix} -5\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5\gamma \end{pmatrix}. \quad (264.17)$$

5) مصفوفة الاضطراب الكلية $W = H^1_{fs} + H^1_Z$ تعطي ب

$$W = \begin{pmatrix} \beta-5\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta-5\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta-\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\beta-\gamma & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\beta-\gamma & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & \frac{1}{3}\beta-5\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\beta-\gamma & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3}\beta & -\frac{1}{3}\beta-5\gamma \end{pmatrix}. \quad (265.17)$$

نلاحظ مباشرة القيم الذاتية $\pm\beta-5\gamma$ و $\pm 2\beta-\gamma$. القيم الذاتية الاربعة الاخري تحل المعادلات المميزة [28]

$$x^2 + (\beta-6\gamma)x + 5\gamma^2 - \frac{11}{3}\gamma\beta = 0. \quad (266.17)$$

$$y^2 + (-\beta-6\gamma)y + 5\gamma^2 + \frac{11}{3}\gamma\beta = 0. \quad (267.17)$$

نحصل علي الحلول

$$x_\pm = 3\gamma - \frac{\beta}{2} \pm \sqrt{4\gamma^2 + \frac{\beta^2}{4} + \frac{2}{3}\beta\gamma}. \quad (268.17)$$

$$y_\pm = 3\gamma + \frac{\beta}{2} \pm \sqrt{4\gamma^2 + \frac{\beta^2}{4} - \frac{2}{3}\beta\gamma}. \quad (269.17)$$

هذه القيم الذاتية هي التصحيحات من الرتبة الاولي للمستوي الطاقوي E_2 الراجعة الي تأثيرات البنية الدقيقية و تأثير حقل مغناطيسي خارجي غير معدوم.

تمرين 9: احتمال الانتقال يعطي ب

$$P_{1\longrightarrow 2}(T) = |c_2^{(0)}(T) + c_2^{(1)}(T) + ...|^2. \quad (270.17)$$

نحسب

$$c_2^{(0)}(T) = \delta_{21} = 0. \quad (271.17)$$

[28] characteristic equations.

التصحيح من الرتبة الاولي يعطي ب

$$c_2^{(1)}(T) = \left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_0^T dt e^{i\Omega_{21}t}V_{21}(t). \tag{272.17}$$

$$\Omega_{12} = \frac{E_1 - E_2}{\hbar}\ ,\ V_{21}(t) = < 2|V(t)|1 > . \tag{273.17}$$

لان V ثابت خلال المجال الزمني T نحصل مباشرة علي

$$c_2^{(1)}(T) = V_{21}\frac{1 - e^{i\Omega_{21}T}}{E_2 - E_1}. \tag{274.17}$$

احتمال الانتقال من الرتبة الاولي يعطي اذن ب

$$\begin{aligned} P_{1\longrightarrow 2}(T) &= \frac{4|V_{21}|^2}{(E_2 - E_1)^2}\sin^2\frac{(E_2 - E_1)T}{2\hbar} \\ &= \left(\frac{4ma^2|V_{21}|}{3\pi^2\hbar^2}\sin\frac{3\pi^2\hbar T}{4ma^2}\right)^2. \end{aligned} \tag{275.17}$$

يبقي ان نعين V_{21}. لدينا

$$\begin{aligned} V_{21} &= < 2|V|1 > \\ &= \int_0^a dx\psi_2^*(x)\psi_1(x)V(x) \\ &= V_0\int_0^{\frac{a}{2}} dx\psi_2^*(x)\psi_1(x) \\ &= \frac{V_0}{a}\int_0^{\frac{a}{2}} dx\left(\cos\frac{\pi x}{a} - \cos\frac{3\pi x}{a}\right) \\ &= \frac{4V_0}{3\pi}. \end{aligned} \tag{276.17}$$

تمرين 10: الحالة الاساسية و الحالة المثارة الاولي للهزاز التوافقي في بعد واحد تعطي بالدوال الموجية

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\Omega}{2\hbar}x^2}. \tag{277.17}$$

$$\psi_1(x) = a^+\psi_0(x) = \left(\frac{m\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}}\sqrt{\frac{2m\Omega}{\hbar}}\ x\ e^{-\frac{m\Omega}{2\hbar}x^2}. \tag{278.17}$$

الطاقات المقابلة تعطي ب

$$E_0 = \frac{\hbar\Omega}{2}\ ,\ E_1 = \frac{3\hbar\Omega}{2}. \tag{279.17}$$

سعة احتمال الانتقال من الرتبة الصفر تعطي ب

$$c_1^{(0)}(+\infty) = \delta_{10} = 0. \tag{280.17}$$

سعة احتمال الانتقال من الرتبة واحد تعطي ب

$$c_1^{(1)}(+\infty) = -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\Omega_{10}t}V_{10}(t)$$
$$= -\frac{i}{\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\Omega t} < 1|V(t)|0 > . \quad (281.17)$$

القوة منتظمة في الفضاء و بالتالي فان الكمون يعطي ب $V = -Fx$. نحسب

$$< 1|V(t)|0 >=< 1|(-Fx)|0 >= -F\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}} < 1|(a+a^+)|0 >= -F\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}. \quad (282.17)$$

اذن

$$c_1^{(1)}(+\infty) = \frac{i}{\sqrt{2m\Omega\hbar}}F_0\frac{\tau}{\Omega}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, \frac{e^{i\Omega t}}{\tau^2+t^2}$$
$$= \frac{iF_0}{\Omega\sqrt{2m\Omega\hbar}}\int_{-\infty}^{\infty} dt\, \frac{e^{i\Omega\tau t}}{1+t^2}. \quad (283.17)$$

ندخل تحويل لابلاس كالتالي

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt\frac{e^{i\Omega\tau t}}{1+t^2} = \int_{-\infty}^{\infty} dt\int_0^{\infty} d\alpha e^{-\alpha(1+t^2)+i\Omega\tau t}$$
$$= \int d\alpha e^{-\alpha-\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)^2\frac{1}{\alpha}}\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-\alpha\left(t-\frac{i\Omega\tau}{2\alpha}\right)^2}$$
$$= \int d\alpha e^{-\alpha-\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)^2\frac{1}{\alpha}}\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{-\alpha t^2}$$
$$= \int d\alpha e^{-\alpha-\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)^2\frac{1}{\alpha}}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$
$$= \sqrt{\frac{\pi\Omega\tau}{2}}\int\frac{d\alpha}{\alpha^{\frac{1}{2}}}e^{-\frac{\Omega\tau}{2}(\alpha+\frac{1}{\alpha})}$$
$$= \sqrt{\frac{\pi\Omega\tau}{2}}2K_{-\frac{1}{2}}(\Omega\tau)$$
$$= \sqrt{\frac{\pi\Omega\tau}{2}}2\sqrt{\frac{\pi}{2\Omega\tau}}e^{-\Omega\tau}$$
$$= \pi e^{-\Omega\tau}. \quad (284.17)$$

اذن

$$c_1^{(1)}(+\infty) = \frac{iF_0}{\Omega\sqrt{2m\Omega\hbar}}\pi e^{-\Omega\tau}. \quad (285.17)$$

احتمال الانتقال يعطي اذن ب

$$|c_1^{(1)}(+\infty)|^2 = \frac{F_0^2\pi^2}{2m\Omega^3\hbar}e^{-2\Omega\tau}. \quad (286.17)$$

تمرين 11:

- 1) علينا حل معادلة شرودينغر

$$H|\psi(t) >= i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t) > . \quad (287.17)$$

نكتب الحل علي الشكل

$$|\psi(t)>=\sum_n c_n\exp(-iE_nt/\hbar)|n>. \quad (288.17)$$

لدينا

$$H=\frac{4\Delta}{\hbar^2}\vec{S}_1\vec{S}_2=2\Delta(s(s+1)-3/2), \quad (289.17)$$

حيث s هو السبين الكلي. اذن

$$H|00>=E_0|00>\ ,\ E_0=-3\Delta\ ,\ |00>=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+>|->-|->|+>). \quad (290.17)$$

$$\begin{aligned}&H|1m>=E_1|1m>\ ,\ E_1=\Delta\ ,\\&|11>=|+>|+>\ ,\ |10>=\frac{1}{\sqrt{2}}(|+>|->+|->|+>)\ ,\ |1-1>=|->|->.\end{aligned} \quad (291.17)$$

دالة الموجة في اللحظة t تعطي اذن ب

$$\begin{aligned}|\psi(t)>&=c_{00}\exp(-iE_0t/\hbar)|00>+c_{11}\exp(-iE_1t/\hbar)|11>+c_{10}\exp(-iE_1t/\hbar)|10>\\&+c_{1-1}\exp(-iE_1t/\hbar)|1-1>.\end{aligned} \quad (292.17)$$

دالة الموجة الابتدائية هي

$$|\psi(0)>=|+>|->=\frac{1}{\sqrt{2}}|00>+\frac{1}{\sqrt{2}}|10>. \quad (293.17)$$

اذن بالمقارنة

$$c_{00}=c_{10}=\frac{1}{\sqrt{2}}\ ,\ c_{11}=c_{1-1}=0. \quad (294.17)$$

دالة الموجة في اللحظة t تصبح اذن

$$\begin{aligned}|\psi(t)>&=\frac{1}{\sqrt{2}}\exp(-iE_0t/\hbar)|00>+\frac{1}{\sqrt{2}}\exp(-iE_1t/\hbar)|10>\\&=\frac{1}{2}\big(\exp(-iE_0t/\hbar)+\exp(-iE_1t/\hbar)\big)|+>|->-\frac{1}{2}\big(\exp(-iE_0t/\hbar)-\exp(-iE_1t/\hbar)\big)|->|+>.\end{aligned} \quad (295.17)$$

نحصل علي الاحتمالات

$$\begin{aligned}&P(|+>|->\longrightarrow|+>|+>)=0\\&P(|+>|->\longrightarrow|->|->)=0\\&P(|+>|->\longrightarrow|+>|->)=\frac{1}{4}|\exp(-iE_0t/\hbar)+\exp(-iE_1t/\hbar)|^2\\&P(|+>|->\longrightarrow|->|+>)=\frac{1}{4}|\exp(-iE_0t/\hbar)-\exp(-iE_1t/\hbar)|^2.\end{aligned} \quad (296.17)$$

• 2) الهاميلتونية غير المضطربة

$$H_0 = 0. \tag{297.17}$$

الاضطراب يعطي ب

$$V = H = \frac{4\Delta}{\hbar^2}\vec{S}_1\vec{S}_2. \tag{298.17}$$

الحالة الابتدائية

$$|i>= |+>|->. \tag{299.17}$$

نحسب عنصر المصفوفة

$$\begin{aligned} V_{ni} = < n|V|i> &= \frac{4\Delta}{\hbar^2} < n|\vec{S}_1\vec{S}_2|+>|-> \\ &= -\frac{3}{\sqrt{2}}\Delta < n|00> + \frac{\Delta}{\sqrt{2}} < n|10>. \end{aligned} \tag{300.17}$$

من اجل

$$|n>= |->|+>= \frac{1}{\sqrt{2}}|10> - \frac{1}{\sqrt{2}}|00>, \tag{301.17}$$

نحصل علي

$$V_{ni} = 2\Delta. \tag{302.17}$$

نحسب الان الاحتمال

$$\begin{aligned} P(|+>|->\longrightarrow |->|+>) &= |c_n^{(0)} + c_n^{(1)} + ...|^2 \\ &= |0 - \frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 \exp(i\Omega_{ni}t_1)V_{ni}(t_1) + ...|^2 \\ &= |-\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 V_{ni}(t_1) + ...|^2 \\ &= \frac{4\Delta^2 t^2}{\hbar^2}. \end{aligned} \tag{303.17}$$

من اجل

$$|n>= |+>|->= \frac{1}{\sqrt{2}}|10> + \frac{1}{\sqrt{2}}|00>, \tag{304.17}$$

نحصل علي

$$V_{ni} = -\Delta. \tag{305.17}$$

نحسب الان الاحتمال

$$\begin{aligned} P(|+>|->\longrightarrow |+>|->) &= |c_n^{(0)} + c_n^{(1)} + ...|^2 \\ &= |1 - \frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 \exp(i\Omega_{ni}t_1)V_{ni}(t_1) + ...|^2 \\ &= |1 - \frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 V_{ni}(t_1) + ...|^2 \\ &= |1 + \frac{i}{\hbar}\Delta t|^2 \\ &= 1 + \frac{\Delta^2 t^2}{\hbar^2}. \end{aligned} \tag{306.17}$$

بنفس الطريقة نحسب

$$P(|+>|->\longrightarrow |+>|+>) = 0. \tag{307.17}$$

$$P(|+>|->\longrightarrow |->|->) = 0. \tag{308.17}$$

تمرين 12: الحالة الابتدائية

$$|i>=|\psi_{100}>. \quad (309.17)$$

الحالة النهائية

$$|n>=|\psi_{2lm}>. \quad (310.17)$$

احتمال الانتقال او القفز يعطي ب

$$P(|100>\longrightarrow|2lm>)=|c_2^{(0)}+c_2^{(1)}+...|^2. \quad (311.17)$$

لدينا

$$c_2^{(0)}=0. \quad (312.17)$$

$$c_2^{(1)}=-\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1\exp(i\Omega_{20}t_1)V_{20}(t_1). \quad (313.17)$$

نحسب (باستعمال $E_n=E_1/n^2$)

$$\Omega_{20}=\frac{E_2-E_1}{\hbar}=-\frac{3E_1}{4\hbar}. \quad (314.17)$$

لدينا الكمون الكهربائي ($E=-\partial V/\partial z$)

$$V=-Ez=-Er\cos\theta. \quad (315.17)$$

نحسب عنصر المصفوفة

$$\begin{aligned} V_{20} &= -E<2|r\cos\theta|0> \\ &= -E\int d^3x\psi^*_{2lm}r\cos\theta\psi_{100} \end{aligned} \quad (316.17)$$

لدينا

$$\psi_{100}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{a^{3/2}}\exp(-r/a). \quad (317.17)$$

لدينا حالتان. في الحالة الاولي نأخذ

$$\psi_{200}=\frac{1}{\sqrt{128\pi}}\frac{1}{a^{3/2}}\exp(-r/2a)(-2r/a+4). \quad (318.17)$$

هذه الدالة لا تتعلق ب θ. اذن التكامل علي θ هو صفر. اذن احتمال الانتقال ينعدم في هذه الحالة. في الحالة الثانية نأخذ

$$\psi_{210}=\frac{1}{\sqrt{8.36}\sqrt{4\pi}}\frac{1}{a^{3/2}}\cos\theta\exp(-r/2a)(6r/a). \quad (319.17)$$

التكامل علي θ في هذه الحالة يعطي ب

$$\int\sin\theta d\theta.\cos\theta.\cos\theta=\frac{2}{3}. \quad (320.17)$$

التكامل علي ϕ يعطي ب

$$\int d\phi = 2\pi. \tag{321.17}$$

التكامل علي r يعطي ب

$$\int r^2 dr.\exp(-r/2a)r.r.\exp(-r/a) = 4!(2a/3)^5. \tag{322.17}$$

نحصل علي عنصر المصفوفة

$$V_{20} = -\frac{Ea}{\sqrt{8}}4!(\frac{2}{3})^6. \tag{323.17}$$

سعة الاحتمال تصبح

$$\begin{aligned} c_2^{(1)} &= -\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 \exp(i\Omega_{20}t_1)V_{20}(t_1) \\ &= \frac{i}{\hbar}E_0\frac{e^{(i\Omega_{20}-\frac{1}{\tau})t}-1}{i\Omega_{20}-\frac{1}{\tau}}\frac{a}{\sqrt{8}}4!(\frac{2}{3})^6. \end{aligned} \tag{324.17}$$

احتمال الانتقال يعطي اذن ب

$$\begin{aligned} P(|100>\longrightarrow|210>) &= \frac{E_0^2}{\hbar^2}|\frac{e^{(i\Omega_{20}-\frac{1}{\tau})t}-1}{i\Omega_{20}-\frac{1}{\tau}}|^2\frac{a^2}{8}(4!)^2(\frac{2}{3})^{12} \\ &= \frac{E_0^2a^2}{\hbar^2}\frac{2^{15}}{3^{10}}\frac{1}{\Omega_{20}^2+\frac{1}{\tau^2}}\big[1+\exp(-2t/\tau)-2\cos\Omega_{20}t\exp(-t/\tau)\big]. \end{aligned} \tag{325.17}$$

تمرين 13

1) واضح.

2) الحالات تصبح $|R_{nl}>|Y_{lm}>|s>|s^{'}>$ بدرجة انحلال $4n^2$.

3) واضح.

4)

$$\begin{aligned} H_{\rm hf} &= -\vec{m}u_p.\vec{B}_p \\ &= \frac{\mu_0 e^2 g_p}{8\pi m_p m_e}\frac{1}{r^3}\big[3(\vec{S}_p\hat{r})(\vec{S}_e\hat{r})-\vec{S}_p\vec{S}_e\big]+\frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_p m_e}\vec{S}_p\vec{S}_e\delta^3(\vec{r}). \end{aligned} \tag{326.17}$$

5) التصحيح من الرتبة الاولي

$$\begin{aligned} E_{\rm hf}^{(1)} &= <R_{nl}|<Y_{lm}|<s|<s^{'}|H_{\rm hf}|R_{nl}>|Y_{lm}>|s>|s^{'}> \\ &= \int d^3\vec{r}R_{nl}^*(r)Y_{lm}^*(\theta,\phi)<s|<s^{'}|H_{\rm hf}|s>|s^{'}>Y_{lm}(\theta,\phi)R_{nl}(r). \end{aligned} \tag{327.17}$$

التكامل على الزوايا من اجل $l = m = 0$ هو

$$\int \sin\theta d\theta d\phi Y^*_{lm}(\theta,\phi) < s| < s^{'}|H_{\rm hf}|s > |s^{'} > Y_{lm}(\theta,\phi) \;=\; \frac{1}{4\pi}\int \sin\theta d\theta d\phi < s| < s^{'}|H_{\rm hf}|s > |s^{'} > . \tag{328.17}$$

الحد الاول

$$\begin{aligned} < s| < s^{'}|\frac{1}{4\pi}\int \sin\theta d\theta d\phi\big(3(\vec{S}_p\hat{r})(\vec{S}_e\hat{r}) - \vec{S}_p\vec{S}_e\big)|s > |s^{'} > \frac{\mu_0 e^2 g_p}{8\pi m_p m_e} &= \\ < s| < s^{'}|\frac{1}{4\pi}\int \sin\theta d\theta d\phi\big(3\frac{4\pi}{3}\vec{S}_p\vec{S}_e - 4\pi\vec{S}_p\vec{S}_e\big)|s > |s^{'} > \frac{\mu_0 e^2 g_p}{8\pi m_p m_e} &= \\ 0. \end{aligned} \tag{329.17}$$

6) اذن التصحيح يصبح

$$\begin{aligned} E^{(1)}_{\rm hf} &= \int d^3\vec{r}\psi^*_{nl}(\vec{r}) < s| < s^{'}|\frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_p m_e}\vec{S}_e\vec{S}_p\delta^3(\vec{r})|s > |s^{'} > \psi_{nlm}(\vec{r}) \\ &= |\psi_{nl}(0)|^2\frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_p m_e} < s| < s^{'}|\vec{S}_e\vec{S}_p|s > |s^{'} > . \end{aligned} \tag{330.17}$$

7) لدينا

$$\vec{S}_e\vec{S}_p = \frac{1}{2}((\vec{S}_e + \vec{S}_p)^2 - \frac{3\hbar^2}{2}). \tag{331.17}$$

اذن

$$\vec{S}_e\vec{S}_p = \frac{\hbar^2}{2}(-\frac{3}{2})\ ,\ s = 0. \tag{332.17}$$

$$\vec{S}_e\vec{S}_p = \frac{\hbar^2}{2}(\frac{1}{2})\ ,\ s = 1. \tag{333.17}$$

اي

$$E^{(1)}_{\rm hf} = \frac{1}{\pi a^3}\frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_p m_e}\hbar^2(-\frac{3}{4})\ ,\ s = 0. \tag{334.17}$$

$$E^{(1)}_{\rm hf} = \frac{1}{\pi a^3}\frac{\mu_0 e^2 g_p}{3m_p m_e}\hbar^2(\frac{1}{4})\ ,\ s = 1. \tag{335.17}$$

8) الحالات الذاتية تصبح $|SM > |Y_{lm} > |R_{nl} >$ مع $S = 0, 1$.

تمرين 14 الهاميلتونية غير المضطربة تعطي ب

$$H_0 = \frac{\vec{p}_1^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{r_1} + \frac{\vec{p}_2^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2e^2}{r_2}. \tag{336.17}$$

الاضطراب يعطي ب

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}. \tag{337.17}$$

الطاقة غير المضطربة للحالة الاساسية لذرة الهيليوم تاخذ الشكل

$$E_1=E_1^{(1)}+E_1^{(2)}. \qquad (338.17)$$

من اجل ذرة الهيدروجين $E_1^{(1)}\propto(e^2)^2$. اذن من اجل ذرة الهيليوم غير المضطربة يجب ان يكون لدينا $E_1^{(1)}\propto(Ze^2)^2$. بالتالي فان طاقات بور لذرة الهيليوم هي

$$\mathcal{E}_n=\frac{Z^2E_1}{n^2}~,~E_1=-\frac{m}{2\hbar^2}(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0})^2. \qquad (339.17)$$

اي ان المستوي الاساسي لذرة الهيليوم له طاقة

$$\mathcal{E}_1=Z^2E_1+Z^2E_1=8E_1. \qquad (340.17)$$

الحالة الاساسية لذرة الهيدروجين

$$\psi_{100}(r)=\frac{1}{a^{3/2}}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp(-r/a)~,~a=\frac{\hbar}{\sqrt{-2mE_1}}. \qquad (341.17)$$

اذن الحالة الاساسية لذرة الهيليوم نحصل عليها بالتعويض $E_1\longrightarrow Z^2E_1$ او $a\longrightarrow a/Z$ و بالتالي نحصل علي

$$\psi_{100}(r)=\frac{Z^{3/2}}{a^{3/2}}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\exp(-Zr/a). \qquad (342.17)$$

الحالة الاساسية الكلية لذرة الهيليوم هي اذن

$$\psi_{100}(r_1,r_2)=\frac{8}{\pi a^3}\exp(-2(r_1+r_2)/a). \qquad (343.17)$$

التصحيح من الرتبة الاولي

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1^{(1)}&=<100|V|100>\\&=\int d^3\vec{r}_1\int d^3\vec{r}_2\psi_{100}^*(r_1,r_2)\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}\psi_{100}(r_1,r_2)\\&=(\frac{8}{\pi a^3})^2\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int\exp(-4r_1/a)I_2(r_1)d^3\vec{r}_1.\end{aligned} \qquad (344.17)$$

التكامل علي $\vec{r}_2$ يعطي ب

$$I_2(r_1)=\int d^3\vec{r}_2\frac{\exp(-4r_2/a)}{|\vec{r}_1-\vec{r}_2|}. \qquad (345.17)$$

نختار المحور z في اتجاه الشعاع $\vec{r}_1$. نحصل علي

$$\begin{aligned}I_2(r_1)&=-\int r_2^2dr_2d\cos\theta_2d\phi_2\frac{\exp(-4r_2/a)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos\theta_2}}\\&=\frac{2\pi}{r_1}\int_0^\infty\exp(-4r_2/a)r_2dr_2\big(r_1+r_2-|r_1-r_2|\big)\\&=\frac{\pi a^3}{8r_1}\big(1-(1+2r_1/a)\exp(-4r_1/a)\big).\end{aligned} \qquad (346.17)$$

اذن التصحيح الطاقوي يصبح

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1^{(1)} &= (\frac{8}{\pi a^3})\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int \exp(-4r_1/a)\frac{1}{r_1}\big(1-(1+2r_1/a)\exp(-4r_1/a)\big)d^3\vec{r}_1\\ &= \frac{5e^2}{16\pi\epsilon_0 a}\\ &= -\frac{5E_1}{2}.\end{aligned} \quad (347.17)$$

طاقة الحالة الاساسية لذرة الهيليوم تصبح

$$\mathcal{E}_1 = 8E_1 - \frac{5E_1}{2} = \frac{11}{2}E_1 = -74.8eV. \quad (348.17)$$

تمرين 15 القوة منتظمة و بالتالي فان الكمون يعطي ب

$$V = -F_0\exp(-t/\tau)x. \quad (349.17)$$

الحالة الابتدائية

$$|i> = |0> . \quad (350.17)$$

احتمال الانتقال

$$P_{0\longrightarrow n} = |c_n^{(0)} + c_n^{(1)} + ...|^2. \quad (351.17)$$

$$c_n^{(0)} = \delta_{n0} = 0. \quad (352.17)$$

$$c_n^{(1)} = -\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt_1 \exp(i\Omega_{n0}t_1)V_{n0}(t_1). \quad (353.17)$$

نحسب

$$V_{n0} = < n|V|0 > = -F_0\exp(-t/\tau)\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}\delta_{n1}. \quad (354.17)$$

اذن

$$c_n^{(1)} = -\frac{i}{\hbar}(-F_0\sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega}}\delta_{n1})\frac{\exp(i\Omega_{n0}-1/\tau)t-1}{i\Omega_{n0}-1/\tau}. \quad (355.17)$$

من اجل $n \neq 1$ الاحتمال ينعدم. من اجل $n = 1$ الاحتمال يعطي ب (مع $\Omega_{10} = \Omega$)

$$P_{0\longrightarrow n} = \frac{F_0^2}{2m\hbar\Omega}\frac{1}{\Omega^2+1/\tau^2}\big[1+\exp(-2t/\tau)-2\cos\Omega t\exp(-t/\tau)\big]. \quad (356.17)$$

من اجل $\tau \longrightarrow \infty$ لدينا

$$P_{0\longrightarrow n} = \frac{F_0^2}{2m\hbar\Omega}\frac{1}{\Omega^2}. \quad (357.17)$$

تمرين 16

1) المستويات الطاقوية و دوالها الموجية

$$E_{n_xn_yn_z}=E(n_x^2+n_y^2+n_z^2)\ ,\ \psi_{n_xn_yn_z}=(2/a)^{3/2}\sin n_x\pi x/a\sin n_y\pi y/a\sin n_z\pi z/a. \quad (358.17)$$

2) الحالة الاساسية

$$E_{111}=3E\ ,\ \psi_{111}=(2/a)^{3/2}\sin\pi x/a\sin\pi y/a\sin\pi z/a. \quad (359.17)$$

التصحيح من الرتبة الاولي للحالة الاساسية

$$\begin{aligned}E_{111}^{(1)} &= <\psi_{111}|H^1|\psi_{111}> \\ &= V_0(2/a)^{3/2}\int_0^{a/2}dx(\sin\pi x/a)^2\int_0^{a/2}dy(\sin\pi y/a)^2\int_0^{a/2}dz(\sin\pi z/a)^2 \\ &= \frac{V_0}{4} \quad (360.17)\end{aligned}$$

3) الحالات المثارة الاولي

$$E_{211}=E_{121}=E_{112}=6E\ ,\ \psi_{211}=\psi_1\ ,\ \psi_{121}=\psi_2\ ,\ \psi_{112}=\psi. \quad (361.17)$$

مصفوفة التصادم

$$W_{ab}=<\psi_a|H^1|\psi_b>. \quad (362.17)$$

نحسب

$$W_{11}=W_{22}=W_{33}=V_0/4\ ,\ W_{13}=W_{23}=W_{31}=W_{32}=0. \quad (363.17)$$

$$W_{12}=W_{21}=V_0K/4\ ,\ K=(8/3\pi)^2. \quad (364.17)$$

مصفوفة التصادم تعطي صراحة ب

$$W=\frac{V_0}{4}\begin{pmatrix}1 & K & 0\\ K & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}. \quad (365.17)$$

القيم الذاتية نحصل عليها من المعادلة المميزة

$$(1-\lambda)((1-\lambda)^2-K^2)=0. \quad (366.17)$$

نحصل علي

$$\lambda_1=1\ ,\ \lambda_2=1+K\ ,\ \lambda_3=1-K. \quad (367.17)$$

باب 18

نظرية التصادم

1.18 نظرية التصادم الكلاسيكية

1.1.18 المسائل المركزية

ليكن $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ شعاعي الموضع لكتلتين نقطتين m_1 و m_2 تتفاعلان فيما بينهما عبر قوة ناجمة عن الطاقة الكامنة $U = U(\vec{r}, \dot{\vec{r}})$ حيث $\vec{r}$ هو شعاع الموضع النسبي المعرف ب $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. يمكن ان نبين ان حركة هذين الجسمين حول مركز ثقلهما يمكن اختزالها الي حركة جسيم واحد كتلته $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ حول مركز الثقل الذي يتواجد عند النقطة ذات شعاع الموضع $\vec{R} = (m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)/(m_1 + m_2)$. الكتلة $\mu = m_1 m_2/(m_1 + m_2)$ تسمي بالكتلة المختزلة. هذه النتائج تترتب من المعادلة

$$\frac{1}{2}(m_1 \dot{\vec{r}}_1^2 + m_2 \dot{\vec{r}}_2^2) = \frac{m_1 + m_2}{2}\dot{\vec{R}} + \frac{1}{2}\mu\dot{\vec{r}}^2. \tag{1.18}$$

نعتبر اذن حركة جسيم واحد كتلته m تحت تأثير قوة منحفظة اي مشتقة من كمون $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ حيث ان الكمون V لا يتعلق الا بالمسافة القطرية r. هذه مسألة مركزية [1] لان القوة تقع بمحاذاة الشعاع $\vec{r}$ و لا تتعلق الا بطويلة هذا الشعاع. من الواضح ان هذه المسألة متناظرة كروية وبالتالي فان العزم الحركي $\vec{L} = \vec{r}x\vec{p}$ يجب ان يكون منحفظا و هذا الامر يمكن التحقق منه مباشرة عن طريق حساب المشتقة بالنسبة للزمن $d\vec{L}/dt$. هذا يعني ايضا ان $\vec{r}$ هو شعاع عمودي علي اتجاه $\vec{L}$ الذي هو اتجاه ثابت في الفضاء و بالتالي فان الحركة تقع في المستوي. الطاقة الحركية تعطي ب

$$T = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2). \tag{2.18}$$

اللاغرانجية تعطي اذن ب

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) - V(r). \tag{3.18}$$

معادلة لاغرانج الاولي

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta}) = 0. \tag{4.18}$$

بعبارة اخري

$$mr^2\dot{\theta} = l. \tag{5.18}$$

العدد l هو طويلة العزم الحركي. ليس من الصعب ان نري ان $r^2\dot{\theta}/2$ هي السرعة السطحية اي المساحة التي يمسحها الشعاع $\vec{r}$ في وحدة الزمن. اذن انحفاظ العزم الحركي هو مكافئ لقانون كيبلر [2] الثاني الذي ينص علي ان الشعاع $\vec{r}$ يمسح مساحات متساوية في ازمنة متساوية.

---

[1] central problem.

[2] Kepler.

معادلة لاغرانج الثانية

$$\frac{\partial L}{\partial r}-\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{r}}=0 \Leftrightarrow m\ddot{r}-mr\dot{\theta}^2=-\frac{\partial V}{\partial r}=f(r). \quad (6.18)$$

لان القوة منحفظة فان الطاقة الكلية يجب ان تكون محفوظة. هذا يمكن رؤيته كالتالي. اولا نكتب معادلة الحركة اعلاه كالتالي

$$\begin{aligned} m\ddot{r} &= mr\dot{\theta}^2-\frac{\partial V}{\partial r} \\ &= \frac{l^2}{mr^3}-\frac{dV}{dr} \\ &= -\frac{d}{dr}(\frac{1}{2}\frac{l^2}{mr^2}+V). \end{aligned} \quad (7.18)$$

بالضرب في $\dot{r}$ نحصل علي

$$m\dot{r}\ddot{r} = -\frac{dr}{dt}\frac{d}{dr}(\frac{1}{2}\frac{l^2}{mr^2}+V). \quad (8.18)$$

مكافئ لهذه المعادلة المعادلة

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{1}{2}\frac{l^2}{mr^2}+V\right)=0. \quad (9.18)$$

المقدار بين القوسين هو بالضبط الطاقة الكلية للجملة و واضح تماما انها محفوظة. نكتب

$$E=\frac{1}{2}m\dot{r}^2+\frac{1}{2}\frac{l^2}{mr^2}+V. \quad (10.18)$$

الحل من اجل $\dot{r}$ يعطي

$$\dot{r}=\sqrt{\frac{2}{m}\Bigg(E-V-\frac{l^2}{2mr^2})}. \quad (11.18)$$

اذن

$$dt=\frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m}\Bigg(E-V-\frac{l^2}{2mr^2})}}. \quad (12.18)$$

بمكاملة كلا الطرفين من $t=0$ حيث $r(0)=r_0$ الي t حيث $r(t)=r$ نحصل علي

$$t=\int_{r_0}^{r}\frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{m}\Bigg(E-V-\frac{l^2}{2mr^2})}}. \quad (13.18)$$

هذا يعطي $t=t(r)$. عن طريق قلب هذه المعادلة نحصل علي $r=r(t)$. الزاوية θ يمكن اذن الحصول عليها من

$$d\theta=\frac{ldt}{mr^2(t)}. \quad (14.18)$$

بالمكاملة من $t=0$ حيث $\theta(0)=\theta_0$ الي t حيث $\theta(t)=\theta$ نحصل علي

$$\theta = \int_0^t \frac{ldt}{mr^2(t)} + \theta_0. \qquad (15.18)$$

معادلة المدار $r = r(\theta)$ يمكن الحصول عليها كالتالي. انطلاقا من معادلة الحركة (5 . 18) لدينا

$$mr^2 d\theta = ldt. \qquad (16.18)$$

بوضع هذه المعادلة في (12 . 18) نحصل علي

$$d\theta = \frac{ldr}{mr^2\sqrt{\frac{2}{m}\Big(E - V - \frac{l^2}{2mr^2}\Big)}}. \qquad (17.18)$$

بالمكاملة من r_0 حيث $\theta(r_0) = \theta_0$ الي r حيث $\theta(r) = \theta$ نحصل علي

$$\begin{aligned}\theta &= \int_{r_0}^{r} \frac{ldr}{mr^2\sqrt{\frac{2}{m}\Big(E - V - \frac{l^2}{2mr^2}\Big)}} + \theta_0 \\ &= \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{2m(E-V)}{l^2} - \frac{1}{r^2}}} + \theta_0. \end{aligned} \qquad (18.18)$$

من اجل قانون التربيع العكسي

$$V = -\frac{k}{r}\ ,\ f = -\frac{k}{r^2}. \qquad (19.18)$$

نعتبر ايضا التكامل غير المحدد (مع $u = 1/r$)

$$\begin{aligned}\theta &= \int \frac{dr}{r^2\sqrt{\frac{2m(E-V)}{l^2} - \frac{1}{r^2}}} \\ &= -\int \frac{du}{\sqrt{\frac{2mE}{l^2} + \frac{2mku}{l^2} - u^2}}. \end{aligned} \qquad (20.18)$$

نستعمل العلاقة

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2}} = \frac{1}{\sqrt{-\gamma}} \arccos -\frac{\beta + 2\gamma x}{\sqrt{q}}\ ,\ q = \beta^2 - 4\alpha\gamma. \qquad (21.18)$$

اذن نحصل (مع ثابت تكامل θ') علي

$$\theta = -\arccos \frac{\frac{l^2 u}{mk} - 1}{\sqrt{1 + \frac{2l^2 E}{mk^2}}} + \theta'. \qquad (22.18)$$

اي اننا نحصل علي

$$\frac{1}{r} = C\Big(1 + e\cos\big(\theta - \theta'\big)\Big)\ ,\ C = \frac{mk}{l^2}\ ,\ e = \sqrt{1 + \frac{2El^2}{mk^2}}. \qquad (23.18)$$

المدار هو اذن مقطع مخروطي حيث ان احد المحرقين او البؤرتين تقع في نقطة المبدأ و e هي الاختلاف المركزي [3] . طبيعة المدار هي كالتالي

$$\begin{aligned} e > 1 &\Leftrightarrow E > 0 \ : \ \text{hyperbola} \\ e = 1 &\Leftrightarrow E = 0 \ : \ \text{parabola} \\ e < 1 &\Leftrightarrow E < 0 \ : \ \text{ellipse} \\ e = 0 &\Leftrightarrow E = -\frac{mk^2}{2l^2} \ : \ \text{circle.} \end{aligned} \tag{24.18}$$

2.1.18 المقطع الفعال التفاضلي

نعتبر شعاع منتظم من الجسيمات التي لها نفس الكتلة و نفس الطاقة واردة علي مركز قوة. نفترض ان القوة تنعدم في اللانهاية و بالتالي فان مسار الجسيمات الواردة لما تكون بعيدة عن مركز القوة هو خط مستقيم. هذا المسار ينحرف عن مسار الورود المستقيم لما تقترب الجسيمات من مركز القوة و بعد المرور علي مركز القوة يستقيم المسار شيئا فشيئا الي ان يصبح خط مستقيم في اللانهاية معطي بالضبط بمسار الجسيمات الواردة. زاوية التصادم [4] هي الزاوية بين محور الورود و محور الصدور.

نعرف محور الحضيض [5] علي انه المحور الذي يمر عبر مركز القوة و عبر النقطة علي المسار الاقرب مسافة من مركز القوة. لتكن Ψ الزاوية بين محور الورود و محور الحضيض. لان المسار متناظر حول محور الحضيض يجب ان يكون لدينا

$$\Theta = \pi - 2\Psi. \tag{25.18}$$

المسافة العمودية b بين محور الورود و مركز القوة تسمي وسيط الصدمة [6] . هذا الوسيط يعوض العزم الحركي l للجسيمات الواردة لان

$$l = mv_0 b = b\sqrt{2mE}. \tag{26.18}$$

من الواضح ان الجسيمات الواردة ضمن مقطع مساحي متناه في الصغر $d\sigma$ سوف تنتثر [7] داخل زاوية صلبة $d\Omega$.

معامل التناسب يسمي المقطع الفعال التفاضلي [8] و يعرف ب

$$D(\Omega) = \frac{d\sigma}{d\Omega}. \tag{27.18}$$

المعني الفيزيائي ل $D(\Omega)$ هو كالتالي. ليكن I شدة او اضاءة الشعاع الوارد اي عدد الجسيمات الواردة في وحدة المساحة العمودية للشعاع في وحدة الزمن. عدد الجسيمات التي تعبر المساحة $d\sigma$ في وحدة الزمن هي بالتالي $dN = Id\sigma = ID(\Omega)d\Omega$. بعبارة اخري

$$D(\Omega) = \frac{1}{I}\frac{dN}{d\Omega}. \tag{28.18}$$

هذا يعني ان $ID(\Omega)d\Omega$ هو عدد الجسيمات المنتثرة داخل الزاوية الصلبة $d\Omega$ في وحدة الزمن. هذا يجب ان يكون مقدارا موجبا. من اجل الكمونات المركزية لدينا تناظر كامل حول محور الورود. اذن يمكن ان نكتب $d\sigma = 2\pi b db$ و $d\Omega = 2\pi \sin\Theta d\Theta$. نحصل علي المقطع الفعال التفاضلي

$$D(\Theta) = \frac{b}{\sin\Theta}|\frac{db}{d\Theta}|. \tag{29.18}$$

لان Θ تتناقص لما يتزايد b فان المشتقة $db/d\Theta$ هي سالبة و بالتالي اخذنا القيمة المطلقة للحفاظ علي ايجابية $D(\Theta)$. المقطع الفعال الكلي هو اذن

$$\sigma = \int D(\Theta)d\Omega. \tag{30.18}$$

[3] eccentricity.
[4] scattering angle.
[5] periapsis.
[6] impact parameter.
[7] scatter.
[8] differential cross section.

3.1.18 تصادم رذرفورد

كمثال علي تصادم الجسيمات بواسطة مركز قوة نأخذ حالة قوة كولون المتنافرة بين شحنة مثبتة $q_1 = -Ze$ و شحنة $q_2 = -Z'e$، اذن

$$k = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}. \tag{31.18}$$

من اجل مسائل التصادم الطاقة E تكون موجبة و بالتالي $e > 1$. باختيار $\theta' = \pi$ في (23 . 18) فان محور الحضيض يصبح موافق ل $\theta = 0$ لان ذلك يعطي اصغر قيمة ل r. المدار يصبح

$$\frac{1}{r} = \frac{mq_1q_2}{4\pi\epsilon_0 l^2}(e\cos\theta - 1). \tag{32.18}$$

معامل الاختلاف المركزي يصبح

$$e = \sqrt{1 + \left(\frac{8\pi\epsilon_0 Eb}{q_1q_2}\right)^2}. \tag{33.18}$$

اتجاه الجسيمات الواردة يقابل $\theta = \Psi$ لما $r \longrightarrow \infty$. بعبارة اخري

$$\cos\Psi = \frac{1}{e}. \tag{34.18}$$

او بالمقابل

$$\sin\frac{\Theta}{2} = \frac{1}{e} \Leftrightarrow \cot\frac{\Theta}{2} = \sqrt{e^2 - 1} = \frac{8\pi\epsilon_0 Eb}{q_1q_2}. \tag{35.18}$$

بعبارة اخري

$$b = \frac{q_1q_2}{8\pi\epsilon_0 E}\cot\frac{\Theta}{2}. \tag{36.18}$$

المقطع الفعال التفاضلي هو اذن

$$D(\Omega) = \frac{1}{4}\left(\frac{q_1q_2}{8\pi\epsilon_0 E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\Theta}{2}}. \tag{37.18}$$

المقطع الفعال الكلي $\sigma = \int d\Omega D(\Omega)$ هو غير متناه. هذا راجع الي كون مدي التفاعلات الكهرومغناكيسية غير منته.

2.18 نظرية التصادم الكمومية

1.2.18 معادلة ليبمان - شوينغر

نعتبر معادلة شرودينغر غير المتعلقة بالزمن المعطاة ب

$$(H_0 + V)|\psi >= E|\psi > . \tag{38.18}$$

الهاميلتونية H_0 هي مؤثر الطاقة الحركية اي

$$H_0 = \frac{\vec{p}^2}{2m}. \tag{39.18}$$

نفترض ان اطياف H_0 و $H_0 + V$ هي اطياف مستمرة. ليكن $|\phi>$ الشعاع الذاتي ل H_0 المرفق بالطاقة الذاتية E اي

$$H_0|\phi >= E|\phi > . \tag{40.18}$$

الهدف هو ايجاد حل $|\psi>$ ل (38 . 18) مرفق بنفس قيمة الطاقة E بحيث $|\phi> \longrightarrow |\psi>$ لما $V \longrightarrow 0$. هذا يوافق التصادم المرن لانه لا يقع اي تغيير لقيمة الطاقة. معادلة شرودينغر (38 . 18) تأخذ الشكل

$$(E-H_0)|\psi>=(E-H_0)|\phi>+V|\psi>. \qquad (41.18)$$

لدينا اذن الحل المنهجي

$$|\psi>=|\phi>+\frac{1}{E-H_0}V|\psi>. \qquad (42.18)$$

حتي نحصل علي حل ذي معني يجب ان نتبني وصفة فايمان. نجعل E مركب قليلا. نحصل علي

$$|\psi^{\pm}>=|\phi>+\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}V|\psi^{\pm}>. \qquad (43.18)$$

هذه هي معادلة ليبمان - شوينغر [9]. في اساس الموضع لدينا

$$\begin{aligned}<\vec{x}|\psi^{\pm}> &= <\vec{x}|\phi>+<\vec{x}|\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}V|\psi^{\pm}>\\ &= <\vec{x}|\phi>+\int d^3x' <\vec{x}|\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}|\vec{x}'><\vec{x}'|V|\psi^{\pm}>. \qquad (44.18)\end{aligned}$$

اذن يجب حساب نواة هذا التكامل المعطاة ب

$$\begin{aligned}G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}') &= \frac{\hbar^2}{2m}<\vec{x}|\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}|\vec{x}'>\\ &= \frac{\hbar^2}{2m}\int d^3\vec{p}'\int d^3\vec{p}''<\vec{x}|\vec{p}'><\vec{p}'|\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}|\vec{p}''><\vec{p}''|\vec{x}'>. \qquad (45.18)\end{aligned}$$

نستعمل النتائج

$$<\vec{x}|\vec{p}'>=\frac{e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}'\vec{x}}}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}}\ ,\ \ <\vec{p}''|\vec{x}'>=\frac{e^{-\frac{i}{\hbar}\vec{p}''\vec{x}'}}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (46.18)$$

$$<\vec{p}'|\frac{1}{E-H_0\pm i\epsilon}|\vec{p}''>=\frac{\delta^3(\vec{p}'-\vec{p}'')}{E-\frac{\vec{p}'^2}{2m}\pm i\epsilon}. \qquad (47.18)$$

اذن (مع $E=\hbar^2k^2/(2m)$, $\vec{p}'=\hbar\vec{q}$ و $\vec{R}=\vec{x}-\vec{x}'$)

$$\begin{aligned}G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}') &= \frac{\hbar^2}{2m}\int\frac{d^3\vec{p}'}{(2\pi\hbar)^3}\frac{e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}'(\vec{x}-\vec{x}')}}{E-\frac{\vec{p}'^2}{2m}\pm i\epsilon}\\ &= \int\frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3}\frac{e^{i\vec{q}\vec{R}}}{k^2-q^2\pm i\epsilon}. \qquad (48.18)\end{aligned}$$

من هذه المعادلة من الواضح ان $G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}')$ يحل معادلة هلمولتز [10] بمنبع معطي بدالة دلتا [11] اي

$$(\vec{\nabla}^2+k^2)G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}') = \delta^3(\vec{x}-\vec{x}'). \qquad (49.18)$$

---

[9] Lippmann – Schwinger equation.
[10] Helmoltz equation.
[11] delta function.

الدالة $G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}^{'})$ هي دالة غرين [12] خاصة معادلة هلمولتز. هذه الدالة تقيس التجاوب مع المنبع المعطي بدالة دلتا.
الشعاع $\vec{R}$ ثابت. يمكن ان نختار المحور z بمحاذاة الشعاع $\vec{R}$. اذن نحصل علي

$$\begin{aligned} G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}^{'}) &= \int \frac{q^2\sin\theta dq d\theta d\phi}{(2\pi)^3}\frac{e^{iqR\cos\theta}}{k^2-q^2\pm i\epsilon} \\ &= \frac{i}{8\pi^2 R}\int_{-\infty}^{\infty}\bigg[\frac{qe^{-iqR}dq}{k^2-q^2\pm i\epsilon}-\frac{qe^{iqR}dq}{k^2-q^2\pm i\epsilon}\bigg] \\ &= \frac{i}{8\pi^2 R}(-I_2+I_1). \end{aligned} \quad (50.18)$$

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{qe^{iqR}dq}{-k^2+q^2\mp i\epsilon}. \quad (51.18)$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{qe^{-iqR}dq}{-k^2+q^2\mp i\epsilon}. \quad (52.18)$$

يعطي القطبين بالشرط $q_{\pm}^2=k^2\pm i\epsilon$. من اجل G_+ يقع القطبين عند $q_{\pm}=\pm(k+i\epsilon^{'})$ بينما من اجل G_- يقع القطبين عند $q_{\pm}=\pm(k-i\epsilon^{'})$.
سوف نحسب هذين التكاملين باستعمال صيغة كوشي التكاملية [13] المعطاة بالمعادلة

$$\oint\frac{f(z)dz}{z-z_0}=2\pi i f(z_0). \quad (53.18)$$

اذن نحتاج ان نغلق محيط التكامل [14] بدون تغيير قيمة التكامل. المعامل الاسي e^{iqR} الذي يظهر في I_1 يقترب من الصفر اذا كانت q علي نصف دائرة ذات نصف قطر غير منته في النصف الاعلي من المستوي المركب. اذن نغلق محيط التكامل خاصة I_1 باضافة نصف دائرة في اللانهاية في النصف الاعلي من المستوي المركب. من اجل G_+ فان القطب $(k+i\epsilon^{'})$ هو الذي يقع داخل محيط التكامل بينما من اجل G_- فان القطب $-(k-i\epsilon^{'})$ هو الذي يقع داخل محيط التكامل. اذن نحصل (مع $f(z)=ze^{izR}/(z+z_0)$ و $z_0=\pm(k\pm i\epsilon^{'})$) علي

$$I_1 = 2\pi i f(z_0)=2\pi i(\frac{1}{2}e^{iz_0R})=\pi i e^{\pm ikR}. \quad (54.18)$$

بالمثل نغلق محيط التكامل خاصة I_2 باضافة نصف دائرة في اللانهاية في النصف الاسفل من المستوي المركب. من اجل G_+ فان القطب $-(k+i\epsilon^{'})$ هو الذي يقع داخل محيط التكامل بينما من اجل G_- فان القطب $(k-i\epsilon^{'})$ هو الذي يقع داخل محيط التكامل. اذن نحصل علي (مع $f(z)=ze^{-izR}/(z+z_0)$ و $z_0=\mp(k\pm i\epsilon^{'})$)

$$I_2 = -2\pi i f(z_0)=-2\pi i(\frac{1}{2}e^{-iz_0R})=-\pi i e^{\pm ikR}. \quad (55.18)$$

اشارة الناقص تنجم عن اتجاهنا في اتجاه عقارب الساعة. نحصل اخيرا علي دالة غرين

$$G_{\pm}(\vec{x},\vec{x}^{'}) = -\frac{1}{4\pi}\frac{e^{\pm ikR}}{R}. \quad (56.18)$$

تصبح معادلة ليبمان - شوينغر في اساس الموضع معطاة ب

$$<\vec{x}|\psi^{\pm}> = <\vec{x}|\phi> -\frac{2m}{\hbar^2}\frac{1}{4\pi}\int d^3x^{'}\frac{e^{\pm ik|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}}{|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}<\vec{x}^{'}|V|\psi^{\pm}>. \quad (57.18)$$

[12] Green's function.
[13] Cauchy'sintegral formula.
[14] contour of integration.

من اجل الكمونات الموضعية [15] لدينا $<\vec{x}^{'}|V|\psi^{\pm}>=V(\vec{x}^{'})<\vec{x}^{'}|\psi^{\pm}>$ و بالتالي

$$<\vec{x}|\psi^{\pm}> \;=\; <\vec{x}|\phi> -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x^{'}\frac{e^{\pm ik|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}}{|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}V(\vec{x}^{'})<\vec{x}^{'}|\psi^{\pm}>. \qquad (58.18)$$

الشعاع $\vec{x}$ يعرف نقطة الملاحظة P اين نضع الكاشف [16] . من اجل كمون ذو مدي منته فان جزء صغير فقط من الفضاء يعطي مشاركة غير منعدمة في التكامل علي $\vec{x}^{'}$. في مسائل التصادم نقطة الملاحظة P تكون عموما بعيدة خارج مدي الكمون لانه لا يمكننا وضع الكاشف بالقرب من مركز التصادم. اذن يجب ان يكون لدينا $|\vec{x}|>>|\vec{x}^{'}|$. بالتالي (مع $r=|\vec{x}|$, $r^{'}=|\vec{x}^{'}|$, $\hat{r}=\vec{x}/|\vec{x}|$ و α هي الزاوية بين $\vec{x}$ و $\vec{x}^{'}$)

$$\begin{aligned}|\vec{x}-\vec{x}^{'}| &= \sqrt{r^2+r^{'2}-2rr^{'}\cos\alpha}\\ &= r\sqrt{1+\frac{r^{'2}}{r^2}-2\frac{\vec{x}^{'}\hat{r}}{r}}\\ &= r-\vec{x}^{'}\hat{r}+O(\frac{1}{r}).\end{aligned} \qquad (59.18)$$

اذن

$$\frac{e^{\pm ik|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}}{|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}\simeq\frac{e^{\pm ikr}e^{\mp i\vec{k}^{'}\vec{x}^{'}}}{r}\;,\;\vec{k}^{'}=k\hat{r}. \qquad (60.18)$$

الشعاع $\hbar\vec{k}^{'}$ هو كمية حركة الجسيمات المنتثرة التي تصل الي نقطة الملاحظة P. كمية حركة الجسيمات الواردة هي $\vec{p}_i=\hbar\vec{k}$ و شعاع الحالة المرافق هو $|\phi>=|\vec{k}>$. يجب اذن ان يكون لدينا

$$<\vec{x}|\phi>=<\vec{x}|\vec{k}>=\frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}. \qquad (61.18)$$

اذن من اجل المسافات الكبيرة r معادلة ليبمان - شوينغر تصبح

$$<\vec{x}|\psi_{\pm}>=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\bigg[e^{i\vec{k}\vec{x}}+\frac{e^{\pm ikr}}{r}f(\vec{k}^{'},\vec{k})\bigg]. \qquad (62.18)$$

$$f(\vec{k}^{'},\vec{k})=-\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x^{'}e^{\mp i\vec{k}^{'}\vec{x}^{'}}V(\vec{x}^{'})<\vec{x}^{'}|\psi^{\pm}>. \qquad (63.18)$$

اذن التعلق الفضائي للحل الموجب (السالب) من اجل r كبير يعطي بمجموع الموجة المستوية الواردة و الموجة الكروية الصادرة (الواردة) التي يتسبب فيها مركز التصادم. في اغلب تجارب التصادم فان الحل الموجب هو المحقق في الواقع. في ما تبقي لنا سنعتبر فقط الحل الموجب.

لتكن v_0 سرعة الشعاع الوارد. احتمال ان يعبر جسيم مقطع مساحي متناه في الصغر $d\sigma$ عمودي لاتجاه الشعاع الوارد خلال زمن dt يعطي ب

$$dP_{\rm incident}=|A|^2(v_0dtd\sigma). \qquad (64.18)$$

هذا الاحتمال يجب ان يكون مساو للاحتمال $dP_{\rm scattered}$ في ان ينتثر الجسيم داخل الزاوية الصلبة $d\Omega$ خلال الزمن dt. بعبارة اخري $dP_{\rm scattered}$ هو احتمال ان يعبر الجسيم السطح $r^2d\Omega$ خلال زمن dt اي

$$dP_{\rm scattered}=\frac{|A|^2|f|^2}{r^2}(v_0dt\;r^2d\Omega). \qquad (65.18)$$

اذن المقطع الفعال التفاضلي يعطي ب

$$D(\Omega)=\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\vec{k}^{'},\vec{k})|^2. \qquad (66.18)$$

المعامل $f(\vec{k}^{'},\vec{k})$ الذي يسمي سعة التصادم هو سعة احتمال التصادم في الاتجاه Θ الذي هو الزاوية بين $\vec{k}$ و $\vec{k}^{'}$.

[15] local potentials.
[16] detector.

2.2.18 تقريب بورن

نعيد كتابة معادلة ليبمان - شوينغر و كذا سعة التصادم علي الشكل

$$<\vec{x}|\psi_+>=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\left[e^{i\vec{k}\vec{x}}+\frac{e^{+ikr}}{r}f(k\hat{r},\vec{k})\right]. \quad (67.18)$$

$$f(k\hat{r},\vec{k})=-\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x^{'}e^{-ik\hat{r}\vec{x}^{'}}V(\vec{x}^{'})<\vec{x}^{'}|\psi^+>. \quad (68.18)$$

باستعمال معادلة ليبمان - شوينغر تأخذ سعة الاحتمال الشكل

$$f(k\hat{r},\vec{k})=-\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x^{'}e^{-ik\hat{r}\vec{x}^{'}}V(\vec{x}^{'})\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\left(e^{i\vec{k}\vec{x}^{'}}+\frac{e^{+ikr^{'}}}{r^{'}}f(k\hat{r}^{'},\vec{k})\right). \quad (69.18)$$

يتلخص تقريب بورن الاول [17] في التخلص من الحد الاول بين القوسين اي

$$\begin{aligned}f^{(1)}(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x^{'}e^{-ik\hat{r}\vec{x}^{'}}V(\vec{x}^{'})\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}e^{i\vec{k}\vec{x}^{'}}\\ &= -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int d^3x^{'}e^{i(\vec{k}-k\hat{r})\vec{x}^{'}}V(\vec{x}^{'}). \quad (70.18)\end{aligned}$$

هذا هو تحويل فوريه لكمون التفاعل. كمية الحركة المحولة خلال العملية هي $\hbar\vec{q}$ حيث $\vec{q}=\vec{k}-k\hat{r}$. بدلالة زاوية التصادم Θ نحسب

$$q=2k\sin\frac{\Theta}{2}. \quad (71.18)$$

نختار المحور z في اتجاه $\vec{q}$. اذن

$$f^{(1)}(k\hat{r},\vec{k}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int r^{'2}\sin\theta dr^{'}d\theta d\phi e^{iqr^{'}\cos\theta}V(\vec{x}^{'}). \quad (72.18)$$

من اجل كمون متناظر كرويا $V(\vec{x}^{'})=V(r^{'})$ لدينا

$$\begin{aligned}f^{(1)}(k\hat{r},\vec{k}) &= \frac{m}{\hbar^2}\int r^{'2}dr^{'}d\cos\theta e^{iqr^{'}\cos\theta}V(r^{'})\\ &= -\frac{2m}{q\hbar^2}\int r\sin qrV(r)dr. \quad (73.18)\end{aligned}$$

حتي نفهم طبيعة تصحيحات بورن من الرتبة العليا نعود الي معادلة ليبمان - شوينغر في الشكل (58 . 18). ندخل الترميز $\psi_+(\vec{x})=<\vec{x}|\psi_+>$, $\phi(\vec{x})=<\vec{x}|\phi>$ و

$$G(\vec{x}-\vec{x}^{'}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\frac{e^{+ik|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}}{|\vec{x}-\vec{x}^{'}|}. \quad (74.18)$$

معادلة ليبمان - شوينغر تصبح

$$\psi^+(\vec{x}) = \phi(\vec{x})+\int G(\vec{x}-\vec{x}_1)V(\vec{x}_1)\psi^+(\vec{x}_1)d^3x_1. \quad (75.18)$$

---

[17] first Born approximation.

نحصل مباشرة علي السلسلة

$$\begin{aligned}\psi^+ &= \phi(\vec{x}) + \int G(\vec{x}-\vec{x}_1)V(\vec{x}_1)\phi(\vec{x}_1)d^3x_1\\ &+ \int G(\vec{x}-\vec{x}_1)V(\vec{x}_1)G(\vec{x}_1-\vec{x}_2)V(\vec{x}_2)\phi(\vec{x}_2)d^3x_1d^3x_2\\ &+ \int G(\vec{x}-\vec{x}_1)V(\vec{x}_1)G(\vec{x}_1-\vec{x}_2)V(\vec{x}_2)G(\vec{x}_2-\vec{x}_3)V(\vec{x}_3)\phi(\vec{x}_3)d^3x_1d^3x_2d^3x_3 + ...\end{aligned} \quad (76.18)$$

هذا يعرف باسم سلسلة بورن [18] . في الحد رقم n دالة الموجة الواردة ϕ تتفاعل n مرة مع الكمون قبل ان تواصل انتشارها الي اللانهاية عبر دالة غرين G. نعبر علي كل تفاعل بدلالة معامل عقدة [19] يساوي الي الكمون و بين كل تفاعلين متتاليين تنتشر دالة الموجة عن طريق دالة غرين G. تعرف اذن دالة غرين بالمنتشر [20] . اذن يمكن فهم نشر بورن علي انه عبارة عن معاملات عقد V و منتشرات G موصولة فيما بينها لتشكل مخططات تعرف باسم مخططات فايمان [21] .

3.2.18 مؤثر الانتقال

سعة التصادم هي

$$\begin{aligned}f(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x' e^{-ik\hat{r}\vec{x}'}V(\vec{x}') < \vec{x}'|\psi^+ >\\ &= -\frac{m}{\hbar^2}(2\pi)^2 < k\hat{r}|V|\psi^+ > .\end{aligned} \quad (77.18)$$

نعرف مؤثر الانتقال T ب

$$V|\psi^+ >= T|\phi > \ , \ |\phi >= |\vec{k} > . \quad (78.18)$$

اذن

$$\begin{aligned}f(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{m}{\hbar^2}\sqrt{2\pi}\int d^3x' e^{-ik\hat{r}\vec{x}'}V(\vec{x}') < \vec{x}'|\psi^+ >\\ &= -\frac{m}{\hbar^2}(2\pi)^2 < k\hat{r}|T|\vec{k} > .\end{aligned} \quad (79.18)$$

بضرب معادلة ليبمان - شوينغر ب V نحصل علي

$$V|\psi^+ > = V|\phi > + V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}V|\psi^+ > . \quad (80.18)$$

بعبارة اخري

$$T|\phi > = V|\phi > + V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}T|\phi > . \quad (81.18)$$

لان الاشعة الذاتية لمؤثر كمية الحركة $|\phi >= |\vec{k} >$ هي مكتملة نحصل علي

$$\begin{aligned}T &= V + V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}T\\ &= V + V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}V + V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}V\frac{1}{E-H_0+i\epsilon}V + ...\end{aligned} \quad (82.18)$$

Born series.[18]
vertex factor.[19]
propagator.[20]
Feynman diagrams.[21]

3.18 طريقة الانسحابات الطورية

1.3.18 معادلة شرودينغر في المنطقة $V=0$

نعتبر معادلة شرودينغر في كمون مركزي $V(r)$ ذي مدي منته. الدوال الموجية تأخذ الشكل

$$\psi(r,\theta,\phi)=R(r)Y_l^m(\theta,\phi). \quad (83.18)$$

المعادلة القطرية بالنسبة ل $u=rR$ تعطي ب

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2}+\left[V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u=Eu. \quad (84.18)$$

من اجل r كبير, فيما يسمي بمنطقة الاشعاع, يمكن ان نهمل الكمون المركزي و كمون القوة الطاردة المركزية لنحصل علي

$$\frac{d^2u}{dr^2}=-k^2u\ ,\ k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}. \quad (85.18)$$

اذن

$$u=Ae^{ikr}+Be^{-ikr}. \quad (86.18)$$

من اجل موجة منتثرة يجب ان يكون لدينا $B=0$. اذن نحصل علي

$$R=A\frac{e^{ikr}}{r}. \quad (87.18)$$

في المنطقة الوسطي يمكن ان نهمل الكمون المركزي لنحصل علي

$$\frac{d^2u}{dr^2}-\frac{l(l+1)}{r^2}=-k^2u. \quad (88.18)$$

الحل العام هو تركيب خطي لدوال بسال [22] الكروية اي

$$R=Aj_l(kr)+Bn_l(kr). \quad (89.18)$$

دوال بسال الكروية من الرتبة l هي تعميم للدوال المثلثية جب. هذه الدوال معرفة ب

$$j_l(x)=(-x)^l(\frac{1}{x}\frac{d}{dx})^l\frac{\sin x}{x}\ \longrightarrow\ \frac{2^l l!}{(2l+1)!}x^l\ ,\ x\longrightarrow 0. \quad (90.18)$$

دوال نيومن الكروية [23] من الرتبة l هي تعميم للدوال المثلثية تجب. هذه الدوال تعرف ايضا تحت مسمي دوال بسال من النوع الثاني و هي معرفة ب

$$n_l(x)=-(-x)^l(\frac{1}{x}\frac{d}{dx})^l\frac{\cos x}{x}\ \longrightarrow -\frac{(2l)!}{2^l l!}\frac{1}{x^{l+1}}\ ,\ x\longrightarrow 0. \quad (91.18)$$

تعميم الدوال الاسية $e^{\pm ix}$ يعطي بما يسمي دوال هنكل [24] . دوال هنكل الكروية تعرف ب

$$h_l^{(1)}(x)=j_l(x)+in_l(x)\longrightarrow\frac{(-i)^{l+1}}{x}e^{ix}\ ,\ x\longrightarrow\infty. \quad (92.18)$$

---

[22] spherical Bessel functions.
[23] spherical Neumann functions.
[24] Hankel functions.

$$h_l^{(2)}(x)=j_l(x)-in_l(x)\longrightarrow\frac{(i)^{l+1}}{x}e^{-ix}\ ,\ x\longrightarrow\infty. \tag{93.18}$$

الحل العام R يمكن اذن ان يكتب علي شكل تركيب خطي لدوال هنكل الكروية اي

$$R=Ch_l^{(1)}(kr)+Dh_l^{(2)}(kr). \tag{94.18}$$

من التصرف الذي وجدناه من اجل r كبير نري ان $h_l^{(1)}$ يوافق الموجة الكروية الخارجة بينما $h_l^{(2)}$ يوافق الموجة الكروية الداخلة. بعبارة اخري يجب ان يكون لدينا $D=0$. نحصل علي

$$R=Ch_l^{(1)}(kr). \tag{95.18}$$

دالة الموجة خارج منطقة التصادم اين $V=0$ هي من الشكل

$$\psi(r,\theta,\phi)=A\bigg[e^{ikz}+\sum_{l,m}C_{lm}h_l^{(1)}(kr)Y_l^m(\theta,\phi)\bigg]. \tag{96.18}$$

نختار المحور z في اتجاه الشعاع الوارد. الكمون المركزي هو كمون متناظر كرويا و بالتالي فان دالة الموجة لا يمكن ان تتعلق ب ϕ. بعبارة اخري فقط الحدود $m=0$ تشارك. نذكر

$$Y_l^0(\theta,\phi)=\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}P_l(\cos\theta). \tag{97.18}$$

ندخل سعة الموجة الجزئية a_l من الرتبة l بالمعادلة $C_{l0}=i^{l+1}k\sqrt{4\pi(2l+1)}a_l$. نحصل علي

$$\psi(r,\theta)\ =\ A\bigg[e^{ikz}+k\sum_l i^{l+1}(2l+1)a_lh_l^{(1)}(kr)P_l(\cos\theta)\bigg]. \tag{98.18}$$

من اجل r كبير نحصل علي

$$\psi(r,\theta)\ \longrightarrow\ A\bigg[e^{ikz}+f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}\bigg]\ ,\ r\longrightarrow\infty. \tag{99.18}$$

سعة التصادم تعطي بدلالة سعات الامواج الجزئية ب

$$f(\theta)=\sum_l(2l+1)a_lP_l(\cos\theta). \tag{100.18}$$

يبقي ان نعين سعات الامواج الجزئية عن طريق حل معادلة شرودينغر في منطقة التصادم او التاثر اين $V\neq 0$.

من النقاش اعلاه من الواضح انه لان الموجة الواردة e^{ikz} تحل معادلة شرودينغر من اجل $V=0$ فانها يمكن كتابتها بدلالة دوال بسال الكروية و التوافقيات الكروية. النشر يأخذ الشكل

$$e^{ikz}=\sum_{lm}\bigg(A_{lm}j_l(kr)+B_{lm}n_l(kr)\bigg)Y_l^m(\theta,\phi). \tag{101.18}$$

دوال نيومان تنفجر عند المبدأ و بالتالي يجب ان يكون لدينا $B_{lm}=0$. بالاضافة الي هذا لان $z=r\cos\theta$ فقط الحدود $m=0$ تشارك. اذن نحصل علي

$$e^{ikz}=\sum_l i^lC_l(2l+1)j_l(kr)P_l(\cos\theta). \tag{102.18}$$

التعبير التكاملي لدوال بسال يعطي ب

$$j_l(q) = \frac{1}{2i^l}\int_{-1}^{+1} e^{iqx}P_l(x)dx. \tag{103.18}$$

يمكن استعمال هذه العلاقة لنبين ان $C_l = 1$ و بالتالي

$$e^{ikz} = \sum_l i^l(2l+1)j_l(kr)P_l(\cos\theta). \tag{104.18}$$

هذه العلاقة تعرف باسم علاقة رايلي [25] .

2.3.18 الامواج المستوية و الكروية

الاشعة الذاتية لهاميلتونية الجسيم الحر H_0 هي اشعة حالة الامواج المستوية $|\vec{k}>$ التي تحقق علاقة التعامد و التجانس

$$<\vec{k}'|\vec{k}>= \delta^3(\vec{k}-\vec{k}'). \tag{105.18}$$

الهاميلتونية H_0 تتبادل مع مؤثرات العزم الحركي L^2 و L_3. اذن الاشعة الذاتية ل H_0 يمكن ايضا اخذها الاشعة الذاتية المشتركة ل H_0 $L^2,$ و L_3 التي نرمز لها ب $|Elm>$. هذه هي بالضبط اشعة حالة الامواج الكروية التي تحقق علاقة التعامد و التجانس

$$<E'l'm'|Elm>= \delta_{ll'}\delta_{mm'}\delta(E-E'). \tag{106.18}$$

من الواضح ان الدوال الموجية الكروية في فضاء كمية الحركة $<\vec{k}|Elm>$ هي متناسبة مع $\delta(E-\frac{\hbar^2k^2}{2m})$. نكتب

$$<\vec{k}|Elm>= \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\delta(E-\frac{\hbar^2k^2}{2m})X_l^m(k,\hat{k}). \tag{107.18}$$

نحسب

$$\int d^3\vec{k} <E'l'm'|\vec{k}><\vec{k}|Elm>= \delta(E-E')\int d\Omega X_{l'}^{m'}(k,\hat{k})(X_l^m(k,\hat{k}))^*. \tag{108.18}$$

في المعادلة اعلاه $d\Omega$ هي الزاوية الصلبة الموافقة لشعاع الوحدة $\hat{k}$ و k هو بحيث $k=\sqrt{2mE/\hbar^2}$. يجب ان يكون لدينا

$$\int d\Omega X_{l'}^{m'}(k,\hat{k})(X_l^m(k,\hat{k}))^* = \delta_{l'l}\delta_{m'm}. \tag{109.18}$$

يعطي الحل مباشرة بالتوافقيات الكروية اي

$$X_l^m(k,\hat{k}) = X_l^m(\hat{k}) = Y_l^m(\hat{k}). \tag{110.18}$$

يمكن نشراشعة حالة الامواج المستوية $|\vec{k}>$ بدلالة اشعة حالة الامواج الكروية $|Elm>$ كالاتي

$$\begin{aligned} |\vec{k}> &= \sum_l\sum_m\int dE|Elm><Elm|\vec{k}> \\ &= \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\sum_l\sum_m |Elm>(Y_l^m(\hat{k}))^*\ ,\ E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}. \end{aligned} \tag{111.18}$$

نحتاج الان ان نحسب

$$<\vec{x}|\vec{k}> = \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\sum_l\sum_m <\vec{x}|Elm>(Y_l^m(\hat{k}))^*\ ,\ E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}. \tag{112.18}$$

---
[25] Rayleigh's formula.

الدوال الموجية الكروية في فضاء الموضع هي $<\vec{x}|Elm>$. من الفقرة السابقة نعرف ان الامواج الكروية تعطي ب

$$<\vec{x}|Elm>=c_l j_l(kr)Y_l^m(\hat{r}). \tag{113.18}$$

اذن

$$\begin{aligned}\frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} &= \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\sum_l\sum_m c_l j_l(kr)Y_l^m(\hat{r})(Y_l^m(\hat{k}))^* \\ &= \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\frac{1}{4\pi}\sum_l(2l+1)c_l j_l(kr)P_l(\hat{k}\hat{r}).\end{aligned} \tag{114.18}$$

استعملنا اعلاه النتيجة

$$\sum_m Y_l^m(\hat{r})(Y_l^m(\hat{k}))^*=\frac{2l+1}{4\pi}P_l(\hat{k}\hat{r}). \tag{115.18}$$

اذن

$$\begin{aligned}e^{i\vec{k}\vec{x}} &= \frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\sum_l\sum_m c_l j_l(kr)Y_l^m(\hat{r})(Y_l^m(\hat{k}))^* \\ &= \hbar\sqrt{\frac{\pi}{2mk}}\sum_l(2l+1)c_l j_l(kr)P_l(\hat{k}\hat{r}).\end{aligned} \tag{116.18}$$

بمقارنة هذه العلاقة مع (104 . 18) نحصل علي

$$c_l=\frac{i^l}{\hbar}\sqrt{\frac{2mk}{\pi}}. \tag{117.18}$$

في الخلاصة الامواج الكروية في فضاء الموضع و فضاء كمية الحركة تعطي ب

$$<\vec{k}|Elm>=\frac{\hbar}{\sqrt{mk}}\delta(E-\frac{\hbar^2k^2}{2m})Y_l^m(\hat{k}). \tag{118.18}$$

$$<\vec{x}|Elm>=\frac{i^l}{\hbar}\sqrt{\frac{2mk}{\pi}}j_l(kr)Y_l^m(\hat{r}). \tag{119.18}$$

3.3.18 سعات الامواج الجزئية و الانسحابات الجزئية

ننطلق من سعة التصادم بدلالة مؤثر الانتقال التي تعطي ب

$$\begin{aligned}f(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{m}{\hbar^2}(2\pi)^2<k\hat{r}|T|\vec{k}> \\ &= -\frac{4\pi^2}{k}\sum_{ml}\sum_{m'l'}Y_{l'}^{m'}(\hat{r})(Y_l^m(\hat{k}))^*<El'm'|T|Elm>\ ,\ E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}.\end{aligned} \tag{120.18}$$

المؤثر T يتبادل مع L^2 و L_3 بسبب التناظر تحت تأثير الدورانات. اذن T هو مؤثر سلمي و منه باستعمال مبرهنة فيجنر - ايكارت [26] لدينا

$$<El'm'|T|Elm>=T_l(E)\delta_{ll'}\delta_{mm'}. \tag{121.18}$$

[26] Wigner – Eckart theorem.

بالتالي

$$\begin{aligned} f(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{4\pi^2}{k}\sum_{ml}Y_l^m(\hat{r})(Y_l^m(\hat{k}))^*T_l(E) \\ &= -\frac{\pi}{k}\sum_l(2l+1)T_l(E)P_l(\hat{k}\hat{r}) \\ &= \sum_l(2l+1)a_lP_l(\hat{k}\hat{r}). \end{aligned} \tag{122.18}$$

سعة الموجة الجزئية من الرتبة l تعطي ب a_l و هي معرفة ب

$$a_l = -\frac{\pi}{k}T_l(E). \tag{123.18}$$

نكتب المعادلة اعلاه علي الشكل

$$f(k\hat{r},\vec{k}) = \sum_l(2l+1)a_lP_l(\cos\theta). \tag{124.18}$$

نرجع الان الي معادلة ليبمان - شوينغر من اجل r كبير التي تعطي ب

$$< \vec{x}|\psi_+ >= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\bigg[e^{i\vec{k}\vec{x}}+\frac{e^{+ikr}}{r}f(k\hat{r},\vec{k})\bigg]. \tag{125.18}$$

لقد وجدنا ان

$$e^{i\vec{k}\vec{x}} = \sum_l i^l(2l+1)j_l(kr)P_l(\cos\theta). \tag{126.18}$$

ايضا لدينا التصرف

$$j_l(kr) = \frac{1}{2kr}(-i)^{l+1}e^{ikr}+\frac{1}{2kr}i^{l+1}e^{-ikr}\ ,\ r\longrightarrow\infty. \tag{127.18}$$

اذن

$$< \vec{x}|\psi_+ >= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\sum_l(2l+1)\frac{P_l(\cos\theta)}{2ik}\bigg[\frac{e^{ikr}}{r}S_l-\frac{e^{-i(kr-l\pi)}}{r}\bigg]. \tag{128.18}$$

$$S_l = 1+2ika_l. \tag{129.18}$$

عندما يكون المشتت اي مركز التصادم غائب اي لما $V=0$ فان سعة الموجة الجزئية a_l تنعدم و نحصل علي جمع موجة كروية خارجة و موجة كروية داخلة من اجل كل l. تأثير المشتت اذن هو ان يسحب معاملات الموجة الكروية الخارجة كالاتي $1\longrightarrow 1+2ika_l$.

من قانون انحفاظ الاحتمال نعرف ان تدفق الجسيمات الواردة يجب ان يكون مساو لتدفق الجسيمات الخارجة. باستعمال قانون انحفاظ العزم الحركي يجب ان يحدث هذا من اجل كل موجة جزئية علي حدة. هذا يعني ان سعات الامواج الواردة و الامواج الخارجة بنفس قيمة العزم الحركي l يجب ان تكون متساوية اي

$$|S_l| = 1. \tag{130.18}$$

هذه العلاقة تعرف باسم علاقة الاحادية [27] . بعبارة اخري فان الانسحاب في طور الموجة الخارجة ينجم بالضبط من عملية التصادم. الطور S_l هو العنصر القطري رقم l لمصفوفة التصادم S التي يجب ان تكون احادية بسبب قانون انحفاظ الاحتمال. نعرف الانسحاب الطوري δ_l ب

$$S_l = e^{2i\delta_l}. \tag{131.18}$$

unitarity relation.[27]

اذن

$$a_l = e^{i\delta_l}\frac{\sin\delta_l}{k}. \quad (132.18)$$

انطلاقا من هذه المعادلة نري ان $\mathrm{Re}(ka_l) = \sin 2\delta_l/2$ و $\mathrm{Im}(ka_l) - 1/2 = -\cos 2\delta_l/2$. اذن $(\mathrm{Re}(ka_l))^2 + (\mathrm{Im}(ka_l) - 1/2)^2 = 1/4$. بعبارة اخري ka_l يقع علي دائرة نصف قطرها $1/2$ و مركز $(0, 1/2)$ تعرف بالدائرة الاحادية.

اذن نحصل علي

$$f(\theta) = \frac{1}{k}\sum_l (2l+1)e^{i\delta_l}\sin\delta_l P_l(\cos\theta). \quad (133.18)$$

المقطع الفعال الكلي هو

$$\begin{aligned}\sigma &= \int d\Omega\frac{d\sigma}{d\Omega}\\ &= \int d\Omega|f(\theta)|^2\\ &= \frac{1}{k^2}\sum_{l,l'}(2l+1)(2l'+1)e^{i\delta_l - i\delta_{l'}}\sin\delta_l\sin\delta_{l'}\int d\Omega P_l(\cos\theta)P_{l'}(\cos\theta).\end{aligned}$$

(134.18)

نستعمل العلاقة

$$\int d\Omega P_l(\cos\theta)P_{l'}(\cos\theta) = \frac{4\pi}{2l+1}\delta_{ll'}. \quad (135.18)$$

اذن

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\sum_l (2l+1)(\sin\delta_l)^2. \quad (136.18)$$

نلاحظ ان

$$\mathrm{Im}f(0) = \frac{k}{4\pi}\sigma. \quad (137.18)$$

هذا يسمي بالمبرهنة الضوئية [28]

يبقي ان نعين الانسحابات الطورية من اجل كمون معين V. مرة اخري نعتبر حالة كمون مركزي ذي مدي منته. هذه المرة نفترض ان الكمون ينعدم من اجل $r > R$ حيث R هو مدي الكمون. من اجل $r > R$ يجب ان يكون لدينا موجة كروية حرة. هذه يجب ان تكتب علي شكل تركيب خطي ل $j_l(kr)P_l(\cos\theta)$ و $n_l(kr)P_l(\cos\theta)$ حيث ان n_l هي الان مشمولة لان المبدأ $r = 0$ مستبعد. بالمقابل الموجة الكروية الحرة من اجل $r > R$ يمكن كتابتها علي شكل تركيب خطي ل $h_l^{(1)}(kr)P_l(\cos\theta)$ و $h_l^{(2)}(kr)P_l(\cos\theta)$. بعبارة اخري من اجل $r > R$ يمكن ان نكتب

$$<\vec{x}|\psi_+> = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\sum_l i^l(2l+1)A_l(kr)P_l(\cos\theta). \quad (138.18)$$

$$A_l(kr) = c_l^{(1)}h_l^{(1)}(kr) + c_l^{(2)}h_l^{(2)}(kr). \quad (139.18)$$

من اجل $V = 0$ هذا يختزل ل (126 . 18). هذه المعادلة مكافئة ل (98 . 18). هذا يمكن تبيانه كالاتي. من اجل r كبير نحصل علي

[28] optical theorem.

$$< \vec{x}|\psi_+ >= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\sum_l(2l+1)\frac{P_l(\cos\theta)}{2ik}\bigg[\frac{e^{ikr}}{r}2c_l^{(1)}-2c_l^{(2)}\frac{e^{-i(kr-l\pi)}}{r}\bigg]. \quad (140.18)$$

بالمقارنة مع (128 . 18) نحصل علي

$$c_l^{(1)}=\frac{1}{2}e^{2i\delta_l}\ ,\ c_l^{(2)}=\frac{1}{2}. \quad (141.18)$$

اذن

$$A_l(kr)=j_l(kr)+ika_lh_l^{(1)}(kr). \quad (142.18)$$

هذا يمكن ايضا كتابته علي الشكل

$$A_l(kr)=e^{i\delta_l}\bigg[\cos\delta_lj_l(kr)-\sin\delta_ln_l(kr)\bigg]. \quad (143.18)$$

نحسب

$$\begin{aligned}\beta_l &= \bigg(\frac{r}{A_l}\frac{dA_l}{dr}\bigg)_{r=R}\\ &= kR\frac{\cos\delta_lj_l'(kR)-\sin\delta_ln_l'(kR)}{\cos\delta_lj_l(kR)-\sin\delta_ln_l(kR)}.\end{aligned} \quad (144.18)$$

من هذه المعادلة نستنتج

$$\tan\delta_l=\frac{kRj_l'(kR)-\beta_lj_l(kR)}{kRn_l'(kR)-\beta_ln_l(kR)}. \quad (145.18)$$

اذن من اجل ايجاد δ_l نحتاج ان نجد β_l. هذا الامر يمكن انجازه فقط عن طريق حل معادلة شرودينغر من اجل $r<R$. بعبارة اخري نحتاج ان نعين $A_l^{\rm inside}(r)=u_l(r)/r$ حيث u تحقق المعادلة التفاضلية القطرية و الشرط الحدي المعطيان ب

$$\frac{d^2u_l}{dr^2}+(k^2-\frac{2m}{\hbar^2}V-\frac{l(l+1)}{r^2})u_l=0. \quad (146.18)$$

$$u_l(0)=0. \quad (147.18)$$

المشتقة الاولي لدالة الموجة يجب ان تكون مستمرة عند $r=R$. اذن يجب ان يكون لدينا

$$\beta_l^{\rm inside}\equiv\bigg(\frac{r}{A_l^{\rm inside}}\frac{dA_l^{\rm inside}}{dr}\bigg)_{r=R}=\beta_l. \quad (148.18)$$

4.18 تمارين

تمرين 1 تصادم جسيم مع كرة صلبة يعطي بالكمون

$$\begin{aligned}V &= 0\ ,\ r>R\\ &= \infty\ ,\ r<R.\end{aligned}$$

1) عين زاوية التصادم, المقطع الفعال التفاضلي و المقطع الفعال الكلي من اجل تصادم كلاسيكي لجسيم عبر الكمون V.

2) احسب التغير في الطور δ_l من اجل تصادم كمي لجسيم عبر الكمون V. تذكر ان دالة الموجة من اجل $r > R$ تعطي ب

$$< \vec{x}|\psi_+ > \;=\; \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\sum_l i^l(2l+1)A_l(kr)P_l(\cos\theta).$$

$$A_l(kr) = e^{i\delta_l}\Bigg[\cos\delta_l j_l(kr) - \sin\delta_l n_l(kr)\Bigg].$$

3) عين التغير في الطور, المقطع الفعال التفاضلي و المقطع الفعال الكلي من اجل الطاقات الصغيرة $kR << 1$. ماذا تستنتج.

4) احسب المقطع الفعال الكلي من اجل الطاقات العليا $kR >> 1$. ماذا تستنتج.

نعطي

$$j_l(x) \longrightarrow \frac{2^l l!}{(2l+1)!}x^l \;,\; n_l(x) \longrightarrow -\frac{(2l)!}{2^l l!}\frac{1}{x^{l+1}} \;,\; x \longrightarrow 0.$$

$$j_l(x) \longrightarrow \frac{1}{x}\sin\bigg(x - \frac{l\pi}{2}\bigg) \;,\; n_l(x) \longrightarrow -\frac{1}{x}\cos\bigg(x - \frac{l\pi}{2}\bigg) \;,\; x \longrightarrow \infty.$$

تمرين 2 نعطي كمون يوكاوا

$$V(r) = \beta\frac{e^{-r}}{r}.$$

1) احسب سعة بورن من الرتبة الاولي.

2) احسب المقطع الفعال التفاضلي.

3) عين من النتيجة السابقة المقطع الفعال التفاضلي من اجل تصادمات كولومب. قارن مع نتيجة رذرفورد الكلاسيكية.

تمرين 3 نعتبر تصادم الالكترونات مع ذرات الهيدروجين (الذي قد يكون مرن او غير مرن) كالاتي:

$$e^- + H(\text{ ground state}) \longrightarrow e^- + H(\text{ excited state}).$$

1) اكتب الحالة الابتدائية $|i>$ قبل التصادم, الحالة النهائية $|f>$ بعد التصادم, سعة بورن من الرتبة الاولي $f^{(1)}$ و كمون التفاعل V. اذكر الشروط التي يكون فيها التصادم مرنا و الشروط التي يكون فيها غير مرن.

2) احسب تحويل فوربيه لكمون كولومب.

3) احسب عنصر المصفوفة $<1|<\vec{k}|V|n>\vec{k}'>$.

4) احسب سعة بورن من الرتبة الاولي, المقطع الفعال التفاضلي و معامل الشكل من اجل تصادم مرن. نذكر ان دالة موجة ذرة الهيدروجين في الحالة الاساسية هي

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}e^{-\frac{r}{a}}.$$

5) احسب المقطع الفعال التفاضلي من اجل تصادم غير مرن انطلاقا من العلاقة

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k'}{k}|f^{(1)}(\vec{k}', n, \vec{k}, 1)|^2.$$

تمرين 4 نعتبر تصادم جسيمات عبر كمون دالة ديراك الذي يعطي ب

$$V(r) = \alpha\delta(r-a).$$

سوف نعتبر هنا التصادمات ذات الطاقات المنخفضة اي $ka << 1$ و بالتالي فان الامواج s هي التي تطغي علي التصادم. معادلة شرودينغر المدارية تعطي ب

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u = Eu.$$

دالة الموجة تعطي ب

$$\psi(r,\theta,\phi) = \frac{u(r)}{r}Y_l^m(\theta,\phi).$$

نعتبر فقط التقريب الذي يمكننا فيه وضع $l = 0$ من البدأ.

1) أكتب حل معادلة شرودينغر المدارية من اجل $r < a$.

2) اكتب الحل العام من اجل $r > a$. قارن مع تصرف الحل من اجل اي كمون كروي لما $r \longrightarrow \infty$ الذي يعطي ب

$$\frac{1}{(2\pi)^{1.5}}\sum_l (2l+1)\frac{1}{2ik}\left(\frac{e^{ikr}}{r}S_l + e^{-ikr}r(-1)^{l+1}\right)P_l(\cos\theta).$$

$$S_l = e^{2i\delta_l} = 1 + 2ika_l.$$

أستخرج عبارة للموجة الجزئية a_0 بدلالة معاملات الامواج الواردة و المتصادمة. اكتب دالة الموجة في هذه المنطقة بدلالة التغير في الطور δ_0.

3) دالة الموجة يجب ان تكون مستمرة في $r = a$. اكتب الشرط الحدي المقابل.

المشتقة الاولي لدالة الموجة يجب ان تكون مستمرة الا في النقاط التي يتباعد فيها الكمون. الشرط المقابل يكتب علي الشكل

$$\Delta(\frac{du}{dr}) = \frac{2m\alpha}{\hbar^2}u(a).$$

استخدم هذين الشرطين الحديين من اجل تعيين الموجة الجزئية a_0.

4) احسب $f(\theta)$, $d\sigma/d\Omega$ و σ. ماهو الجواب من اجل $ka << 1$. عرف

$$\beta = \frac{2ma\alpha}{\hbar^2}.$$

5) احسب التغير في الطور δ_0.

تمرين 5

1) في الفعل الكهروضوئي الحالة الابتدائية للالكترون هي حالة ذرية مرتبطة ذات طاقة $E_i < 0$ في حين ان الحالة النهائية هي حالة حرة ذات طاقة مستمرة حول $E_n > 0$. اكتب قاعدة فيرمي الذهبية للفعل الكهروضوئي .

2) احسب كثافة الحالات النهائية $\rho(E_n)$. استعمل تنظيم العلبة للامواج المستوية الذي يعطي ب

$$<\vec{x}|\vec{k}> = \frac{1}{L^{\frac{3}{2}}}e^{i\vec{k}\vec{x}}.$$

في هذه الحالة القيم المسموح بها ل k_x, k_y و k_z هي

$$k_x = \frac{2\pi n_x}{L}\ ,\ k_y = \frac{2\pi n_y}{L}\ ,\ k_z = \frac{2\pi n_z}{L}.$$

علاقة التعامد و التجانس و علاقة الانغلاق تعطي ب

$$< \vec{k}'|\vec{k} >= \delta_{\vec{k}',\vec{k}}.$$

$$\sum_{\vec{k}} |\vec{k} >< \vec{k}| = 1.$$

3) استخرج المقطع الفعال التفاضلي للتفاعل المعرف ب

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{h\nu}{u} w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}}.$$

تمرين 6 يمكن تصور التصادم علي انه عملية انتقال من الحالة الحرة الابتدائية $|\vec{k} >$ في اللحظة $t = -\infty$ (الماضي البعيد) الي مجموعة من الحالات الحرة النهائية $|\vec{k}' >$ في اللحظة t التي لها كمية حركة محتواة في الزاوية الصلبة $d\Omega = d^3k'/(k'^2dk')$. سوف نعتبر التصادمات المرنة فقط التي من اجلها $k = k'$. في عملية الانتقال هذه التفاعل منعدم في اللحظة $t = -\infty$ ثم يبدأ في التزايد ببطء (اي ادياباتيكلي) مع الزمن. الكمون المتعلق بالزمن يأخذ بالتالي الشكل

$$V(t) = Ve^{\eta t}.$$

في هذه المعادلة η هو عدد حقيقي موجب يجب ارساله الي الصفر عند نهاية الحساب.

1) برهن ان احتمال الانتقال مازال يعطي بقاعدة فيرمي الذهبية.

2) احسب معدل الانتقال الي مجموعة الحالات النهائية $|\vec{k}' >$ التي لها طاقة بين $E_{k'}$ و $E_{k'} + dE_{k'}$. استعمل كثافة الحالات النهائية التي تحصلنا عليها في المسألة الثانية.

3) احسب التدفق الوارد الذي يعرف ب

$$|\vec{j}| = \frac{\hbar}{m}|\text{Im}(\psi^*\vec{\nabla}\psi)| \ , \ \psi =< \vec{x}|\vec{k} > .$$

4) استخرج المقطع الفعال التفاضلي. قارن النتيجة مع تقريب بورن من الرتبة الاولي.

5.18 حلول

تمرين 1:

1) جسيم كلاسيكي وارد بمعامل صدمة b اكبر من نصف قطر الكرة يخطئ الكمون بالكامل. في هذه الحالة اذن $\theta = 0$. في الحالة $b \leq R$ ينعكس الجسيم علي سطح الكرة بزاوية α حيث $2\alpha + \theta = \pi$. لدينا

$$\frac{b}{R} = \sin\alpha = \cos\frac{\theta}{2}. \tag{149.18}$$

لدينا اذن

$$\begin{aligned} \theta &= 0 \ , \ b > R \\ &= 2\cos^{-1}\frac{b}{R} \ , \ b < R. \end{aligned} \tag{150.18}$$

المقطع الفعال التفاضلي هو اذن

$$D(\theta)=\frac{b}{\sin\theta}|\frac{db}{d\theta}|=\frac{R^2}{4}. \quad (151.18)$$

المقطع الفعال الكلي هو

$$\sigma=\int D(\theta)d\Omega=\pi R^2. \quad (152.18)$$

هذا هو المقطع الفعال الهندسي.

2) يجب ان تنعدم دالة الموجة عند $r=R$. بالتالي يجب ان يكون لدينا $A_l(kR)=0$ و بالتالي

$$\tan\delta_l=\frac{j_l(kR)}{n_l(kR)}. \quad (153.18)$$

3) من اجل الطاقات المنخفضة لدينا $kR<<1$. اذن نحصل علي

$$\tan\delta_l=-\bigg(\frac{2^l l!}{(2l)!}\bigg)^2\frac{(kR)^{2l+1}}{2l+1}. \quad (154.18)$$

لان $kR<<1$ فان $l=0$ هو فقط المهم. لدينا تصادم للامواج s. الانسحاب الطوري يعطي ب

$$\delta_0=-kR. \quad (155.18)$$

المقطع الفعال التفاضلي يعطي ب

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega}=|f(\theta)|^2 &= |\frac{1}{k}\sum_l(2l+1)e^{i\delta_l}\sin\delta_l P_l(\cos\theta)|^2\\ &= \frac{1}{k^2}\sin^2\delta_0\\ &= R^2.\end{aligned} \quad (156.18)$$

المقطع الفعال الكلي يعطي ب

$$\sigma = \int d\Omega\frac{d\sigma}{d\Omega}=4\pi R^2. \quad (157.18)$$

هذا اكبر باربع مرات من المقطع الفعال الهندسي و يساوي مساحة كرة نصف قطرها R. اذن الجسيم الكمومي يحس بالكرة باكملها.
في هذه الحالة لدينا

$$<\vec{x}|\psi_+> = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}A_0(kr)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}e^{-ikR}\frac{\sin k(r-R)}{kr}. \quad (158.18)$$

4) من اجل التصادمات ذات الطاقات العليا لدينا $kR>>1$. نحسب

$$\sin^2\delta_l=\frac{\tan^2\delta_l}{1+\tan^2\delta_l}=\frac{j_l^2(kR)}{j_l^2(kR)+n_l^2(kR)}. \quad (159.18)$$

من الواضح ان

$$\sin^2\delta_l=\sin^2(kR-\frac{l\pi}{2}) \quad (160.18)$$

المقطع الفعال الكلي يعطي بالمعادلة

$$\frac{k^2}{4\pi}\sigma = \sum_l (2l+1)(\sin\delta_l)^2. \quad (161.18)$$

نلاحظ العلاقة $\sin^2\delta_{l+1} = 1-\sin^2\delta_l$. اذن من اجل القيم الزوجية ل l انطلاقا من $l=0$ لدينا $\sin^2\delta_l = \sin^2 kR$ بينما من اجل القيم الفردية ل l انطلاقا من $l=1$ لدينا $\sin^2\delta_l = \cos^2 kR$. اذن نحصل علي

$$\frac{k^2}{4\pi}\sigma = \frac{1}{2}\sum_l (2l+1) - \frac{1}{2}\cos 2kR\bigg(\sum_{l \text{ even}}(2l+1) - \sum_{l \text{ odd}}(2l+1)\bigg). \quad (162.18)$$

نفترض الان ان العزوم الزاوية حتي $l_{\max} = N-1$ حيث $N = kR$ هي فقط التي تشارك. نحصل علي

$$\frac{1}{4\pi R^2}\sigma = \frac{1}{2} - \frac{1}{2N}\cos 2kR. \quad (163.18)$$

الحد الثاني مهمل في نهاية الطاقات العليا اي لما $N \longrightarrow \infty$. نحصل بالتالي علي

$$\sigma = 2\pi R^2. \quad (164.18)$$

هذا يساوي ضعف المقطع الفعال الهندسي.

تمرين 2:

1) من اجل كمون مركزي سعة بورن من الرتبة الولي تعطي ب

$$\begin{aligned} f^{(1)}(k\hat{r},\vec{k}) &= -\frac{2m}{q\hbar^2}\int r\sin qr V(r)dr \\ &= \frac{im\beta}{q\hbar^2}\int_0^\infty \left[e^{(iq-\mu)r} - e^{-(iq+\mu)r}\right]dr \\ &= \frac{im\beta}{q\hbar^2}\frac{2iq}{\mu^2+q^2} \\ &= -\frac{2m\beta}{\hbar^2}\frac{1}{\mu^2+q^2}. \end{aligned} \quad (165.18)$$

2) المقطع الفعال التفاضلي يعطي ب

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f^{(1)}(k\hat{r},\vec{k})|^2 = \left(\frac{2m\beta}{\hbar^2}\right)^2 \frac{1}{\left(\mu^2 + 4k^2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)^2}. \quad (166.18)$$

استخدمنا النتيجة

$$q = |\vec{k} - k\hat{r}| = 2k\sin\frac{\theta}{2}. \quad (167.18)$$

3) في النهاية $\mu \longrightarrow 0$ نحصل علي كمون كولون مع المطابقة

$$\beta = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}. \quad (168.18)$$

نحصل اذن علي

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4}\left(\frac{q_1 q_2}{8\pi\epsilon_0 E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}. \quad (169.18)$$

هذه هي علاقة رذرفورد.

تمرين 3:

1) ليكن $\vec{x}$ شعاع موضع الالكترون الوارد و $\vec{x}_1$ شعاع موضع الالكترون المرتبط. الحالة الابتدائية هي

$$|i>=|\vec{k}>|1>\Leftrightarrow<\vec{x}|<\vec{x}_1|\vec{k}>|1>=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}e^{i\vec{k}\vec{x}}\psi_1(\vec{x}_1). \quad (170.18)$$

الموجة المستوية تصف الالكترون الوارد بينما $\psi_1(\vec{x}_1)$ هي دالة موجة الهيدروجين في الحالة الاساسية. الحالة النهائية هي

$$|f>=|\vec{k}'>|n>\Leftrightarrow<\vec{x}|<\vec{x}_1|\vec{k}'>|n>=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}e^{i\vec{k}\vec{x}}\psi_n(\vec{x}_1). \quad (171.18)$$

ال $\psi_n(\vec{x}_1)$ هي دالة موجة الهيدروجين في المستوي الطاقوي n. من اجل التصادمات المرنة يجب ان يكون لدينا $n=1$ و $\vec{k}'=k\hat{r}$.

سعة بورن من الرتبة الاولي في هذه الحالة هي

$$f^{(1)}(\hat{k}',n,\vec{k},1)=-\frac{m}{\hbar^2}(2\pi)^2<\vec{k}'<n|V|\vec{k}>|1>. \quad (172.18)$$

الكمون هو (مع $r=|\vec{x}|$)

$$V=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\bigg(-\frac{e^2}{r}+\frac{e^2}{|\vec{x}-\vec{x}_1|}\bigg). \quad (173.18)$$

2) تحويل فورييه لكمون كولون هو

$$\begin{aligned}\int d^3x e^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{r} &= -\frac{2\pi i}{q}\mathrm{Lim}_{\mu\longrightarrow 0}\int dr\Big[e^{(iq-\mu)r}-e^{-(iq+\mu)r}\Big]\\ &= -\frac{2\pi i}{q}.\frac{2iq}{q^2}\\ &= \frac{4\pi}{q^2}. \quad (174.18)\end{aligned}$$

3) نحسب (مع $\vec{q}=\vec{k}-\vec{k}'$)

$$<\vec{k}'<n|V|\vec{k}>|1>=\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3xd^3x_1e^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\bigg(-\frac{e^2}{r}+\frac{e^2}{|\vec{x}-\vec{x}_1|}\bigg)\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1) \quad (175.18)$$

الحد الاول هو

$$\begin{aligned}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3xd^3x_1e^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\bigg(-\frac{e^2}{r}\bigg)\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1) &= \frac{1}{(2\pi)^3}\delta_{n1}\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0}\int d^3xe^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{r}\\ &= \frac{1}{(2\pi)^3}\delta_{n1}\frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{4\pi}{q^2}. \quad (176.18)\end{aligned}$$

الحد الثاني هو

$$\begin{aligned}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3xd^3x_1e^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\bigg(\frac{e^2}{|\vec{x}-\vec{x}_1|}\bigg)\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1) &=\\ \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int d^3x_1\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1)\int d^3xe^{i\vec{q}\vec{x}}\frac{1}{|\vec{x}-\vec{x}_1|} &=\\ \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\int d^3x_1\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1)\int d^3xe^{i\vec{q}(\vec{x}+\vec{x}_1)}\frac{1}{r} &=\\ \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}F_n(\vec{q})\frac{4\pi}{q^2}. \quad (177.18)\end{aligned}$$

الدالة $F_n(\vec{q})$ تعرف بمعامل الشكل من اجل الاثارة من $|1>$ الي $|n>$:

$$\begin{aligned} F_n(\vec{q}) &= \int d^3x_1\psi_n^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1)e^{i\vec{q}\vec{x}_1} \\ &= <n|e^{i\vec{q}\vec{x}_1}|1>. \end{aligned} \tag{178.18}$$

نلاحظ ان $e^{i\vec{q}\vec{x}_1}$ هو تحويل فورييه لكثافة الالكترونات الموافقة للالكترون المرتبط الذي يوجد عند $\vec{x}_1$ والمعطاة ب

$$\rho(\vec{x}) = \delta^3(\vec{x}-\vec{x}_1). \tag{179.18}$$

نحصل اذن علي

$$<\vec{k}' <n|V|\vec{k}>|1>= \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{4\pi}{q^2}(-\delta_{n1}+F_n(\vec{q})). \tag{180.18}$$

4) اذن من اجل التصادم المرن نحصل علي

$$f^{(1)}(k\hat{r},n,\vec{k},1) = -\frac{2me^2}{\hbar^2q^2}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}(-1+F_1(\vec{q})). \tag{181.18}$$

المقطع الفعال التفاضلي هو

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f^{(1)}(k\hat{r},1,\vec{k},1)|^2 = \left(\frac{2me^2}{\hbar^2q^2}\right)^2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2(-1+F_1(\vec{q})). \tag{182.18}$$

معامل الشكل في هذه الحالة يعطي ب

$$\begin{aligned} F_1(\vec{q}) &= \int d^3x_1\psi_1^*(\vec{x}_1)\psi_1(\vec{x}_1)e^{i\vec{q}\vec{x}_1} \\ &= \int r^2\sin\theta drd\theta d\phi e^{-\frac{2r}{a}}e^{iqr\cos\theta} \\ &= -\frac{2i}{a^3q}\int rdr\left[e^{(iq-\frac{2}{a})r}-e^{-(iq+\frac{2}{a})r}\right] \\ &= -\frac{2i}{a^3q}\frac{\frac{8iq}{a}}{(q^2+\frac{4}{a^2})^2} \\ &= \frac{16}{(4+a^2q^2)^2}. \end{aligned} \tag{183.18}$$

5) من اجل التصادم غير المرن علاقة المقطع الفعال التفاضلي تتعدل الي

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k'}{k}|f^{(1)}(\vec{k}',n,\vec{k},1)|^2 = \frac{k'}{k}\left(\frac{2me^2}{\hbar^2q^2}\right)^2\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2(F_n(\vec{q})). \tag{184.18}$$

تمرين 4:

1) من اجل $r<a$ الكمون ينعدم. معادلة شرودينغر القطرية او المدارية تصبح

$$\frac{d^2u}{dr^2} = (\frac{l(l+1)}{r^2}-\frac{2mE}{\hbar^2})u. \tag{185.18}$$

نضع $l=0$. نحصل علي

$$\frac{d^2u}{dr^2} = -k^2u\ ,\ k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}. \tag{186.18}$$

الحل

$$u=A\sin kr+B\cos kr. \tag{187.18}$$

تذكر ان دالة الموجة تعطي ب

$$\psi=\frac{u}{r}Y_l^m. \tag{188.18}$$

اذن يجب ان نضع $B=0$ لان $\cos kr/r$ تنفجر عند $r=0$ نحصل علي

$$u=A\sin kr. \tag{189.18}$$

2) من اجل منطقة الاشعاع $r>a$ لدينا $V(r)=0$ و بالتالي فان الحل هو ايضا من الشكل

$$u=C\sin kr+D\cos kr. \tag{190.18}$$

نكتب هذا الحل ايضا علي الشكل

$$u=C_1\exp(ikr)+D_1\exp(-ikr)\ ,\ C_1=\frac{D-iC}{2}\ ,\ D_1=\frac{D+iC}{2}. \tag{191.18}$$

الحل العام

$$\sum_{lm}c_{lm}\bigg(\frac{C_1}{r}\exp(ikr)+\frac{D_1}{r}\exp(-ikr)\bigg)Y_{lm}(\theta,\phi). \tag{192.18}$$

التناظر الكروي يعني ان $c_{lm}=c_{l0}\delta_{m0}$ نحصل اذن علي

$$\begin{aligned}&\sum_{l}c_{l0}\bigg(\frac{C_1}{r}\exp(ikr)+\frac{D_1}{r}\exp(-ikr)\bigg)Y_{l0}(\theta,\phi)=\\&\sum_{l}\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}c_{l0}\bigg(\frac{C_1}{r}\exp(ikr)+\frac{D_1}{r}\exp(-ikr)\bigg)P_l(\cos\theta).\end{aligned} \tag{193.18}$$

بالمقارنة مع الحل العام من اجل اي كمون كروي لما $r\longrightarrow\infty$ الذي يعطي ب

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\sum_{l}\frac{2l+1}{2ik}\bigg(\frac{S_l}{r}\exp(ikr)+\frac{(-1)^{l+1}}{r}\exp(-ikr)\bigg)P_l(\cos\theta). \tag{194.18}$$

نحصل علي

$$\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}c_{l0}C_1=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\frac{2l+1}{2ik}S_l. \tag{195.18}$$

$$\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}c_{l0}D_1=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\frac{2l+1}{2ik}(-1)^{l+1}. \tag{196.18}$$

اذن مباشرة

$$\frac{C_1}{D_1}=\frac{S_l}{(-1)^{l+1}}. \tag{197.18}$$

من اجل $l=0$ لدينا $C_1/D_1=-S_0$ اي

$$S_0=\frac{C+iD}{C-iD}. \tag{198.18}$$

لكن $S_l=1+2ika_l$ اذن

$$ika_0=\frac{-1}{1+i\frac{C}{D}}. \tag{199.18}$$

من جهة اخري الحل في المنطقة $r>a$ يمكن ان يكتب علي الشكل

$$u=C_1\exp(ikr)-\frac{C_1}{S_0}\exp(-ikr). \tag{200.18}$$

نستخدم $S_0=\exp(2i\delta_0)$، اذن

$$u=2iC_1\exp(-i\delta_0)\sin(kr+\delta_0). \tag{201.18}$$

3) دالة الموجة يجب ان تكون مستمرة عند $r=a$:

$$\frac{A}{D}\sin ka=\frac{C}{D}\sin ka+\cos ka \tag{202.18}$$

المشتقة الاولي لدالة الموجة يجب ان تكون مستمرة الا في النقاط التي يتباعد فيها الكمون. الشرط المقابل يكتب علي الشكل

$$\Delta(\frac{du}{dr})=\frac{2m\alpha}{\hbar^2}u(a). \tag{203.18}$$

$$k\frac{C}{D}\cos ka-k\sin ka-k\frac{A}{D}\cos ka=\frac{2m\alpha}{\hbar^2}\frac{A}{D}\sin ka. \tag{204.18}$$

من المعادلتين اعلاه نجد

$$\frac{C}{D}\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\sin^2 ka=-1-\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\cos ka\sin ka. \tag{205.18}$$

لكن $ika_0=-1/(1+iC/D)$، اذن

$$a_0k=\frac{\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}i\sin^2 ka}{\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\sin^2 ka-i-i\frac{m\alpha}{k\hbar^2}\sin 2ka} \tag{206.18}$$

(4

$$f(\theta)=\sum_l(2l+1)a_lP_l(\cos\theta)\simeq a_0+... \tag{207.18}$$

المقطع الفعال التفاضلي

$$\frac{d\sigma}{d\theta}=|f(\theta)|^2=|a_0|^2=\frac{1}{k^2}=\frac{\left(\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\sin^2 ka\right)^2}{\left(\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\sin^2 ka\right)^2+\left(1+\frac{m\alpha}{k\hbar^2}\sin 2ka\right)^2}. \tag{208.18}$$

المقطع الفعال الكلي

$$\sigma=4\pi|a_0|^2. \tag{209.18}$$

من اجل $ka<<1$ نجد

$$\frac{d\sigma}{d\theta}=\frac{\beta^2a^2}{(1+\beta)^2}\ ,\ \beta=\frac{2ma\alpha}{\hbar^2}. \tag{210.18}$$

$$\sigma=4\pi\frac{\beta^2a^2}{(1+\beta)^2}. \tag{211.18}$$

5) لدينا

$$a_l=\exp(i\delta_l)\frac{\sin\delta_l}{k}. \tag{212.18}$$

اذن

$$ka_0=\cos\delta_0\sin\delta_0+i\sin^2\delta_0. \tag{213.18}$$

هذا من جهة، من جهة اخري

$$ka_0=\frac{iv}{v-iw}=\frac{iv(v+iw)}{v^2+w^2}. \tag{214.18}$$

اي

$$\frac{v^2}{v^2+w^2}=\sin^2\delta_0\ ,\ \ -\frac{vw}{v^2+w^2}=\cos\delta_0\sin\delta_0\Rightarrow\cot\delta_0=-\frac{w}{v}. \tag{215.18}$$

اذن

$$\delta_0=-\cot^{-1}\frac{w}{v}. \tag{216.18}$$

لكن نعرف ان

$$v=\frac{2m\alpha}{k\hbar^2}\sin^2ka\simeq ka\beta. \tag{217.18}$$

$$w=1+\frac{m\alpha}{k\hbar^2}\sin 2ka\simeq 1+\beta. \tag{218.18}$$

اذن

$$\delta_0=-\cot^{-1}\big(\frac{ka}{\beta\sin^2ka}+\cot ka\big). \tag{219.18}$$

تمرين 5:

1) معدل الامتصاص بدون 1) تقريب العزم الكهربائي و بدون 2) اخذ المتوسط علي جميع اتجاهات الورود $\hat{n}$ و جميع اتجاهات الاستقطاب $\hat{\epsilon}$ يعطي ب

$$w_{i\longrightarrow n}^{\rm abso}\ \ =\ \ \frac{\pi e^2}{\hbar\epsilon_0m^2(2\pi\nu)^2}|\hat{\epsilon}<n|\vec{p}e^{i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}|i>|^2\delta(E_n-E_i-2\pi\hbar\nu)u\rho(E_n)dE_n. \tag{220.18}$$

هذا هو الاحتمال في وحدة الزمن لشحنة e تبدأ في الحالة الابتدائية $|i>$ بطاقة $E_i=2\pi\hbar\nu_i$ ان تقفز في اللحظة t نحو الحالة $|n>$ بطاقة $E_n=2\pi\hbar\nu_n$ تحت تأثير حقل كهرومغناطيسي (اضطراب متعلق بلزمن) ذي تواتر $2\pi\nu$. اعلاه $\vec{p}$ هو كمية حركة الشحنة, u هو كثافة الطاقة (الطاقة في وحدة الحجم) في الحقل و $\rho(E_n)dE_n$ هو عدد الحالات النهائية بطاقة بين E_n و E_n+dE_n.

2) في الفعل الكهروضوئي الحالة الابتدائية للالكترون هي حالة مرتبطة ذرية بطاقة $E_i<0$ بينما الحالة النهائية هي حالة مستمرة حرة بطاقة $E_n>0$. اذن

$$E_n=\frac{\hbar^2\vec{k}^2}{2m}\ ,\ |n>=|\vec{k}>. \tag{221.18}$$

عدد الحالات بكمية حركة بين $\hbar\vec{k}$ و $\hbar(\vec{k}+d\vec{k})$ يساوي عدد الحالات بطاقة بين E_n و E_n+dE_n بكمية حركة في الاتجاه المعرف بالزاوية الصلبة $d\Omega=d^3k/(k^2dk)$. باستعمال تنظيم العلبة لحالات الامواج المستمرة لدينا

$$<\vec{x}|\vec{k}>=\frac{1}{L^{\frac{3}{2}}}e^{i\vec{k}\vec{x}}. \qquad (222.18)$$

في هذه الحالة القيم المسموح بها ل k_x, k_y و k_z هي

$$k_x=\frac{2\pi n_x}{L}\ ,\ k_y=\frac{2\pi n_y}{L}\ ,\ k_z=\frac{2\pi n_z}{L}. \qquad (223.18)$$

من الواضح انه لدينا حالة واحدة في مكعب حجمه $(2\pi/L)^3$ في فضاء كمية الحركة. اذن عدد الحالات بطاقة بين E_n و E_n+dE_n حيث تعطي اتجاهات كمية الحركة بالزاوية الصلبة $d\Omega=d^3k/(k^2dk)$ هو

$$\rho(E_n)dE_n=\frac{k^2dkd\Omega}{(\frac{2\pi}{L})^3}=(\frac{L}{2\pi})^3\frac{km}{\hbar^2}dE_nd\Omega. \qquad (224.18)$$

3) نحصل اذن

$$w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}} = \frac{\pi e^2}{\hbar\epsilon_0m^2(2\pi\nu)^2}|\hat{\epsilon}<\vec{k}|\vec{p}e^{i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}|i>|^2\delta(E_n-E_i-2\pi\hbar\nu)u(\frac{L}{2\pi})^3\frac{km}{\hbar^2}dE_nd\Omega. \qquad (225.18)$$

بالمكاملة علي E_n نحصل علي (الان $k=\sqrt{2m(E_i+2\pi\hbar\nu)/\hbar^2}$)

$$w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}} = \frac{\pi e^2}{\hbar\epsilon_0m^2(2\pi\nu)^2}|\hat{\epsilon}<\vec{k}|\vec{p}e^{i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}|i>|^2u(\frac{L}{2\pi})^3\frac{km}{\hbar^2}d\Omega. \qquad (226.18)$$

نحسب

$$\begin{aligned}\hat{\epsilon}<\vec{k}|\vec{p}e^{i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}|i> &= \frac{1}{L^{\frac{3}{2}}}\hat{\epsilon}\int d^3xe^{-i\vec{k}\vec{x}+i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}\psi_i(\vec{x})\\ &= \frac{\hbar}{L^{\frac{3}{2}}}\hat{\epsilon}\vec{k}\int d^3xe^{-i\vec{q}\vec{x}}\psi_i(\vec{x})\ ,\ \vec{q}=\vec{k}-\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}.\end{aligned} \qquad (227.18)$$

نذكر ان $\psi_i(\vec{x})$ هي دالة موجة الالكترون المرتبط. اذن في حالة ذرة الهيدروجين $\psi_i(\vec{x})$ هي دالة موجة الحالة الاساسية المعطاة ب

$$\psi_i(\vec{x})=\frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}e^{-\frac{r}{a}}. \qquad (228.18)$$

نحصل علي

$$\hat{\epsilon}<\vec{k}|\vec{p}e^{i\frac{2\pi\nu}{c}\hat{n}\vec{x}}|i> = \frac{\hbar}{L^{\frac{3}{2}}}\hat{\epsilon}\vec{k}\frac{8\pi}{a\sqrt{\pi a^3}}\frac{1}{(q^2+\frac{1}{a^2})^2}. \qquad (229.18)$$

نحصل في النهاية علي

$$w_{i\longrightarrow n}^{\text{abso}} = \frac{u}{2\pi\hbar\nu}d\Omega\bigg(\frac{8e^2k}{\pi\epsilon_0m(2\pi\nu)}(\hat{\epsilon}\vec{k})^2\frac{1}{a^5}\frac{1}{(q^2+\frac{1}{a^2})^4}\bigg). \qquad (230.18)$$

نختار $\hat{n}$ في الاتجاه z و $\hat{\epsilon}$ في الاتجاه x. الشعاع $\vec{k}$ يعرف بالزاويتين θ و ϕ. اذن

$$\begin{aligned}&(\hat{\epsilon}\vec{k})^2=k_x^2=k^2\sin^2\theta\cos^2\phi,\\ &q^2=k^2+\frac{(2\pi\nu)^2}{c^2}-2\frac{2\pi\nu}{c}k_z=k^2+\frac{(2\pi\nu)^2}{c^2}-2\frac{2\pi\nu}{c}k\cos\theta.\end{aligned} \qquad (231.18)$$

تمرين 6:

1) احتمال الانتقال هو

$$\begin{aligned} |<\vec{k}'|U_I^{(1)}(t,-\infty)|\vec{k}>|^2 &= |\left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{-\infty}^{t} dt_1 <\vec{k}'|V_I(t_1)|\vec{k}>|^2 \\ &= |\left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{-\infty}^{t} dt_1 <\vec{k}'|e^{\frac{i}{\hbar}H_0t_1}V(t_1)e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t_1}|\vec{k}>|^2 \\ &= |\left(\frac{-i}{\hbar}\right)\int_{-\infty}^{t} dt_1 <\vec{k}'|e^{\frac{i}{\hbar}H_0t_1}Ve^{\eta t_1}e^{-\frac{i}{\hbar}H_0t_1}|\vec{k}>|^2 \\ &= \frac{1}{\hbar^2}|<\vec{k}'|V|\vec{k}>|^2\frac{e^{2\eta t}}{\frac{1}{\hbar^2}(E_{k'}-E_k)^2\frac{1}{\hbar^2}+\eta^2}. \end{aligned} \quad (232.18)$$

معدل الانتقال هو

$$\frac{d}{dt}|<\vec{k}'|U_I^{(1)}(t,-\infty)|\vec{k}>|^2 = \frac{1}{\hbar^2}|<\vec{k}'|V|\vec{k}>|^2\frac{2\eta e^{2\eta t}}{\frac{1}{\hbar^2}(E_{k'}-E_k)^2\frac{1}{\hbar^2}+\eta^2}. \quad (233.18)$$

في النهاية $\eta \longrightarrow 0$ يمكن ان نستعمل النتيجة

$$\mathrm{Lim}_{\eta\longrightarrow 0}\frac{\eta}{\eta^2+x^2} = \pi\delta(x). \quad (234.18)$$

نحصل علي

$$\frac{d}{dt}|<\vec{k}'|U_I^{(1)}(t,-\infty)|\vec{k}>|^2 = \frac{2\pi}{\hbar}|<\vec{k}'|V|\vec{k}>|^2\delta(E_{k'}-E_k). \quad (235.18)$$

هذه هي بالضبط قاعدة فيرمي الذهبية.

2) معدل الانتقال من مجموعة الحالات النهائية $|\vec{k}'>$ التي لها طاقة بين $E_{k'}$ و $E_{k'}+dE_{k'}$ هو

$$w = \frac{2\pi}{\hbar}|<\vec{k}'|V|\vec{k}>|^2\delta(E_{k'}-E_k)\rho(E_{k'})dE_{k'}. \quad (236.18)$$

لقد حسبنا سابقا ان

$$\rho(E_{k'})dE_{k'} = (\frac{L}{2\pi})^3\frac{k'm}{\hbar^2}dE_{k'}d\Omega. \quad (237.18)$$

اذن (مع $k'=k$)

$$w = \frac{2\pi}{\hbar}|<\vec{k}'|V|\vec{k}>|^2(\frac{L}{2\pi})^3\frac{km}{\hbar^2}d\Omega. \quad (238.18)$$

3) التدفق الوارد

$$|\vec{j}| = \frac{\hbar}{m}|\mathrm{Im}(\psi^*\vec{\nabla}\psi)| = \frac{\hbar}{m}|\mathrm{Im}\frac{e^{-i\vec{k}\vec{x}}}{L^{\frac{3}{2}}}\vec{\nabla}\frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{L^{\frac{3}{2}}}| = \frac{\hbar k}{mL^3}. \quad (239.18)$$

4) معدل الانتقال يجب ان يكون مساو للتدفق الوارد مضروب في المقطع الفعال المتناه في الصغر $d\sigma$. اذن

$$w = |\vec{j}|d\sigma. \tag{240.18}$$

بالتالي

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{m^2L^6}{4\pi^2\hbar 4}| < \vec{k}'|V|\vec{k} > |^2\\ &= |\frac{1}{4\pi}\frac{2m}{\hbar^2}\int d^3xV(\vec{x})e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{x}}|^2.\end{aligned} \tag{241.18}$$

هذا هو تقريب بورن من الرتبة الاولي.

المصادر

[1] G. Goldstein, "Classical Mechanics," second edition, Addison-Wesley, 1980.

[2] L. Landau, E.Lifshitz, "Classical Mechanics," second edition, Pergamon Press, 1969.

[3] W. Greiner, "Classical Mechanics: System of Particles and Hamiltonian Dynamics," second edition, Springer, 2010.

[4] H. Reid, "Solutions to problems in Goldstein, Classical Mechanics, Second Edition," 2000.

[5] K. Huang, "Statistical Mechanics," second edition, John Wiley and Sons, 1987.

[6] C. Ngo, H. Ngo, "Physique Statistique," third edition, Dunode, 2008.

[7] L. Landau, E.Lifshitz, "Statistical Physics," second edition, Pergamon Press, 1969.

[8] L. Landau, E.Lifshitz, "Quantum Mechanics," third edition, Pergamon Press, 1965.

[9] J. Sakurai, "Modern Quantum Mechanics," second edition, Addison-Wesley, 1993.

[10] D. Griffiths, "Introduction to Quantum Mechanics," second edition, Prentice Hall, 2004.

[11] C. Tannoudji, B.Diu, F. Laloe, "Quantum Mechanics," first edition, Hermann and Wiley and Sons, 1977.

[12] D. Griffiths, "Solutions Manual for Introduction to Quantum Mechanics," Pearson, 2005.

[13] J. S. Bell, "Speakable And Unspeakable In Quantum Mechanics. Collected Papers On Quantum Philosophy," Cambridge, UK: Univ. Pr. (1987) 212 p

[14] R. Penrose, "The Emperor's New Mind."

[15] H. Price, "The thermodynamic arrow: Puzzles and pseudo-puzzles."

[16] H. Price, "Time's arrow and Eddington's Challenge," Séminaire Poincaré XV Le Temps (2010) 115 – 140.

[17] C. von Weizsacker, Annalen der Physik (5 Folge) 36, 275 (1939), reprinted in translation in The Unity of Nature (Farrar Straus Giroux, New York, 1980).

[18] C. Dharma-wardana, "A Physicist's View of Matter and Mind."

[19] M. Tegmark, "The Interpretation of quantum mechanics: Many worlds or many words?," Fortsch. Phys. **46**, 855 (1998) [quant-ph/9709032].

[20] T. M. Davis and C. H. Lineweaver, "Expanding confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the universe," Proc. Astron. Soc. Austral. [Publ. Astron. Soc. Austral. **21**, 97 (2004)] doi:10.1071/AS03040 [astro-ph/0310808].

[21] J. Ambjorn, J. Jurkiewicz and R. Loll, “The self-organizing quantum universe,” Sci. Am. **299N1**, 42 (2008). doi:10.1038/scientificamerican0708-42

[22] A. Gorlich, “Causal Dynamical Triangulations in Four Dimensions,” arXiv:1111.6938 [hep-th].

[23] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski and J. Sully, “Black Holes: Complementarity or Firewalls?,” JHEP **1302**, 062 (2013) doi:10.1007/JHEP02(2013)062 [arXiv:1207.3123 [hep-th]].

[24] N. Bohr, ”Discussions with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics”. From Albert Einstein: Philosopher-Scientist (1949), publ. Cambridge University Press, 1949. Niels Bohr’s report of conversations with Einstein.

[25] S. W. Hawking, “Black hole explosions,” Nature **248**, 30 (1974). doi:10.1038/248030a0

[26] J. D. Bekenstein, “Black holes and entropy,” Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973). doi:10.1103/PhysRevD.7.2333

[27] C. R. Stephens, G. ’t Hooft and B. F. Whiting, “Black hole evaporation without information loss,” Class. Quant. Grav. **11**, 621 (1994) doi:10.1088/0264-9381/11/3/014 [gr-qc/9310006].

[28] L. Susskind, “The World as a hologram,” J. Math. Phys. **36**, 6377 (1995) doi:10.1063/1.531249 [hep-th/9409089].

[29] M. Tegmark and J. A. Wheeler, “100 years of the quantum,” Sci. Am. **284**, 68 (2001) [Spektrum Wiss. Dossier **2003N1**, 6 (2003)] doi:10.1038/scientificamerican0201-68 [quant-ph/0101077].

[30] D. Griffiths, “Introduction to Elementary Particles,” John Wiley and Sons, 1987.

[31] D. Griffiths, “Introduction to Quantum Mechanics,” Prentice Hall, 1995.

[32] B. Dolan, “Particle Physics,” lecture notes, 2004.

[33] S. Carroll, “Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity,” 2003.

[34] K. Harding, “Causality Then and Now: Al-Ghazali and Quantum Theory,” 1993.

[35] Abu Hamid AL Ghazzali, Claud Field (trans), “The Confessions of Al Ghazzali,” 1909.

[36] S. Weinberg, “What is an elementary particle?,” 1996.

[37] M. Kac, “Can one hear the shape of a drum?,” Am. Math. Mon. **73**, 1 (1966). doi:10.2307/2313748

[38] R. Pourhasan, N. Afshordi and R. B. Mann, “Out of the White Hole: A Holographic Origin for the Big Bang,” JCAP **1404**, 005 (2014) doi:10.1088/1475-7516/2014/04/005 [arXiv:1309.1487 [hep-th]].

[39] H. Dyke, A. Bardon, “A Companion to the Philosophy of Time,” 2013.

[40] L. Susskind, “Copenhagen vs Everett, Teleportation, and ER=EPR,” Fortsch. Phys. **64**, no. 6-7, 551 (2016) doi:10.1002/prop.201600036 [arXiv:1604.02589 [hep-th]].

[41] W. H. Zurek, “Decoherence and the transition from quantum to classical – REVISITED,” PHYSICS TODAY, 44:36-44 (1991) [arXiv:quant-ph/0306072].

[42] B. R. Greene, “The elegant universe: Superstrings, hidden dimensions, and the quest of the ultimate theory,” New York, USA: Norton (1999) 448 p

[43] J. Polchinski, “String theory. Vol. 1: An introduction to the bosonic string,”

[44] M. Cardoso, N. Cardoso and P. Bicudo, "Lattice QCD computation of the colour fields for the static hybrid quark-gluon-antiquark system, and microscopic study of the Casimir scaling," Phys. Rev. D **81**, 034504 (2010) doi:10.1103/PhysRevD.81.034504 [arXiv:0912.3181 [hep-lat]].

[45] C. D. Anderson, "The Positive Electron," Phys. Rev. **43**, 491 (1933). doi:10.1103/PhysRev.43.491

[46] M. Douglas, "Report on the Status of the Yang-Mills Millenium Prize Problem," http://www.claymath.org/millennium-problems/yang-mills-and-mass-gap

[47] A. M. Polyakov, "Gauge Fields and Strings," Contemp. Concepts Phys. **3**, 1 (1987).

[48] R. Horsley, J. Najjar, Y. Nakamura, D. Pleiter, P. E. L. Rakow, G. Schierholz and J. M. Zanotti, "Octet baryon mass splittings from up-down quark mass differences," PoS LATTICE **2012**, 135 (2012) [arXiv:1212.5507 [hep-lat]].

[49] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, "Quantum Mechanics : Non-Relativistic Theory,"

[50] D. Albert and B. Loewer, "Interpreting the many-worlds interpretation," Synthese. **77**(November): 195-213.

[51] R. B. Griffiths, "Conistent Quantum Theory" Cambridge University Press (2002).

[52] R. B. Griffiths, "EPR,Bell, and Quantum locality" Am. J. Phys. **79** (2011): 954-965.

[53] R. B. Griffiths, "Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics," J. Statist. Phys. **36**, 219 (1984). doi:10.1007/BF01015734

[54] P. C. Hohenberg, "An Introduction to consistent quantum theory," Rev. Mod. Phys. **82**, 2835 (2010) doi:10.1103/RevModPhys.82.2835 [arXiv:0909.2359 [quant-ph]].

[55] J. J. Halliwell, "A Review of the decoherent histories approach to quantum mechanics," Annals N. Y. Acad. Sci. **755**, 726 (1995) doi:10.1111/j.1749-6632.1995.tb39014.x [gr-qc/9407040].

[56] S. W. Hawking, "Particle Creation by Black Holes," Commun. Math. Phys. **43**, 199 (1975) Erratum: [Commun. Math. Phys. **46**, 206 (1976)]. doi:10.1007/BF02345020

[57] S. W. Hawking, "Breakdown of Predictability in Gravitational Collapse," Phys. Rev. D **14**, 2460 (1976). doi:10.1103/PhysRevD.14.2460

[58] F. Wilczek, "The Persistence of Ether," Physics Today (1999).

[59] D. Bourget, D. J. Chalmers, "What Do Philosophers Believe?."

[60] L. Susskind and J. Lindesay, "An introduction to black holes, information and the string theory revolution: The holographic universe," Hackensack, USA: World Scientific (2005) 183 p

[61] B. Misra and E. C. G. Sudarshan, "The Zeno's Paradox in Quantum Theory," J. Math. Phys. **18**, 756 (1977).

[62] Y.S. Patil, S. Chakram, and M. Vengalattore, "Measurement Induced Localization of an Ultracold Lattice Gas," Phys.Rev.Lett.**115**, 140402 (2015).

[63] E. Moreva, G. Brida, M. Gramegna, V. Giovannetti, L. Maccone and M. Genovese, "Time from quantum entanglement: an experimental illustration," Phys. Rev. A **89**, no. 5, 052122 (2014) [arXiv:1310.4691 [quant-ph]].

[64] M. Tegmark, "Infinity Is a Beautiful Concept – And It's Ruining Physics," http://blogs.discovermagazine.com/crux/2015/02/20/infinity-ruining-physics/.

[65] P. Hurley, “A concise introduction to logic,” 2012.

[66] http://www.ucl.ac.uk/philosophy/LPSG/.

[67] R. Blutner, “Philosophy and Cognition,” http://www.blutner.de/philom/

[68] D. Dennett, “Kinds of Minds: Toward an Understanding of Consciousness,” BasicBooks, HarperCollinsPublishers, Inc.

[69] S. Schneider, “Daniel Dennett on the Nature of Consciousness.”

[70] T.W. Polger, “Functionalism,” https://www.iep.utm.edu/functism/.

[71] S. Guttenplan, “A companion to the philosophy of mind,” Blackwell Publishers Ltd, 1994, 1995.

[72] M. Velmans, S. Schneider, “The blackwell companion to consciousness,” Blackwell Publishers Ltd, 2007.

[73] M. Fisher, “Quantum Cognition: The possibility of processing with nuclear spins in the brain,” Annals of Physics 362, 593-602 (2015), arXiv:1508.05929 [q-bio.NC].

[74] J. Ouellette, “A New Spin on the Quantum Brain,” Quanta Magazine, https://www.quantamagazine.org/a-new-spin-on-the-quantum-brain-20161102/.

[75] T. Nagel, ”What is it like to be a bat?,” Philosophical Review. LXXXIII (4): 435–450. Oct 1974.

[76] S.P. Stich, T.A. Warfield, “The blackwell guide to the philosophy of mind,” Blackwell Publishers Ltd, 2003.

[77] B. Libet, “Mind time : the temporal factor in consciousness.”

[78] R. Rynasiewicz, ”Newton’s Views on Space, Time, and Motion”, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2014 Edition).

[79] J. McDonough, ”Leibniz’s Philosophy of Physics”, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2014 Edition).

[80] B. Look, ”Gottfried Wilhelm Leibniz”, https://plato.stanford.edu/archives/sum2017/entries/leibniz.

[81] M. Kulstad, L. Laurence, ”Leibniz’s Philosophy of Mind”, https://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/leibniz-mind.

[82] D. Burnham, ”Gottfried Leibniz: Metaphysics”, Internet Encyclopedia of Philosophy, https://www.iep.utm.edu/leib-met/

[83] M. Bobro, ”Leibniz on Causation”, https://plato.stanford.edu/archives/fall2017/entries/leibniz-causation.

[84] B. Look, ”Leibniz’s Modal Metaphysics”, https://plato.stanford.edu/archives/spr2013/entries/leibniz-modal.

[85] G.W. Leibniz, “Philosophical Essays.”

[86] A. Janiak, ”Kant’s Views on Space and Time”, https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/kant-spacetime.

[87] M. Rohlf, ”Immanuel Kant”, https://plato.stanford.edu/archives/sum2018/entries/kant.

[88] L. Shabel, ”Kant’s Philosophy of Mathematics”, https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/kant-mathematics.

[89] D.M. Hsieh, ”Kant on time”, https://www.iep.utm.edu/kantmeta/

[90] H. Price, ”Time’s arrow and Archimedes’ point”, Oxford university press (1996).

[91] H. Dyke, A. Bardon, “A companion to the philosophy of time,” John Wiley and Sons, Inc, 2013.

[92] B. Dowden, “Liar Paradox,” https://www.iep.utm.edu/par-liar/.

[93] P. Spade, J. Hintikka, “History of Logic,” https://www.britannica.com/topic/history-of-logic.

[94] B. Ydri, https://badisydri.blogspot.com/.