ملخص لأجزاء المقرر النظرية

١- يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين : قياسات زواياهما المتناظرة متساوية في القياس ،أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة .

٢- النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة تسمى بنسبة التكبير إو التصغير أو مقياس الرسم

٣- إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوي ١ فإن المضلعان متطابقان

٤- النسبة بين محيط مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما

٥- سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين في القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان في المساحة

٦- المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة متساويان في المساحة

٧- المثلثان المتساويان في مساحتى سطحيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها يكون رأساهما علي مستقيم يوازي هذه القاعدة

٨- مساحة متوازي الأضلاع تساوي مساحة المستطيل المشترك معه في القاعدة والمحصورة معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة

٩- مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه في القاعدة والمحصورة معه بين مستقيمين متوازيين يحمل أحدهما هذه القاعدة

١٠-متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحي مثلثين متساويين في المساحة

١١-مساحة المستطيل = الطول × العرض ، محيط المستطيل = ٢ × (الطول + العرض)

١٢-مساحة المربع = طول الضلع × نفسه ، مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ × مربع طول قطره

١٣-مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الأرتفاع (الضلع الأكبر للإرتفاع الأصغر والعكس)

١٤-مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الأرتفاع

١٥-مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب طولى القطرين = طول الضلع × الارتفاع

١٦- مساحة شبة المنحرف = $\frac{1}{2}$ × (مجموع القاعدتين المتوازيتين) × الأرتفاع

= طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

١٧- إذا كان مجموع مساحتي سطحي المربعين المنشأين على ضلعين في مثلث تساوي مساحة سطح المربع المنشأ علي الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة

١٨-مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة في المثلث القائم الزاوية يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع علي الوتر وطول الوتر

١٩-في المثلث القائم الزاوية مربع الارتفاع النازل من الزاوية القائمة = حاصل ضرب طولي مسقطي ضلعي القائمة علي الوتر

٢٠-في المثلث القائم الزاوية يكون حاصل ضرب طولا ضلعي القائمة يساوى حاصل ضرب طول الوتر في الارتفاع النازل عليه

أسئلة موضوعية على أجزاء المقرر

١) مربع طول قطره = ١٠ سم تكون مساحته = ... سم٢

٢) مربع طول ضلعه = ١٠ سم يكون مساحته= سم٢

٣) مربع مساحته = ١٨ سم٢ يكون طول ضلعه = ... سم

٤)معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته تساوى سم٢

٥)معين مساحته = ٢٨ سم طول احد قطريه = ٧سم فان طول قطره الآخر = ...سم

٦) معين طول قاعدته = ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم تكون مساحته=..... سم٢

٧)معين مساحته = ٦٠ سم طول قاعدته = ١٠ سم يكون ارتفاعه= .....سم

٨) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين = ٥ سم ، ٧سم ، ارتفاعه١٠سم فان مساحتة=..... سم٢

٩) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠سم ارتفاعه = ٣سم فان مساحته = ...سم

١٠) شبه منحرف مساحته = ٤٥ سم٢ طول قاعدته المتوسطه = ٩سم يكون ارتفاعه = ... سم

١٢) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين = ١٥ سم ، ٩سم فان قاعدتة المتوسطة =.....سم

١٣) شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم٢ طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣ ،١٣سم يكون ارتفاعه = ... سم

١٤)إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦سم،٨سم وارتفاعه الأصغر ٣ سم فان مساحته.....

١٥) إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازي أضلاع ٥سم،١٠سم وارتفاعه الاكبر ٨سم فان مساحته.....

١٦)المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسيهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .....

١٧) فى المثلث ا ب جـ اذا كان(ب جـ)٢ + (ا جـ)٢ = (ا ب)٢ فان المثلث .....

١٨)ى فى المثلث ا ب جـ اذا كان(ب جـ)٢ + (ا جـ)٢ > (ا ب)٢ فان المثلث .....

١٩) فى المثلث ا ب جـ اذا كان(ب جـ)٢ + (ا جـ)٢ > (ا ب)٢ فان المثلث .....

٢٠) فى المثلث ا ب جـ اذا كان(ب جـ)٢ + (ا جـ)٢ = (ا ب)٢ فان < جـ .....

٢١) فى المثلث ا ب جـ اذا كان(ب جـ)٢ = (ا جـ)٢ + (ا ب)٢ فان < ا .....

٢٢)متوسط المثلث يقسم سطحه الى سطحي مثلثين .....

٢٣) المثلث الذى اطوال اضلاعة ٦سم ،٨سم، ١١سم يكون ..... الزاوية فى .....

٢٤) يتشابه المثلثان إذا تحقق أحد الشرطين ..... أو .....

٢٥) إذا كانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هى ٢ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما .....

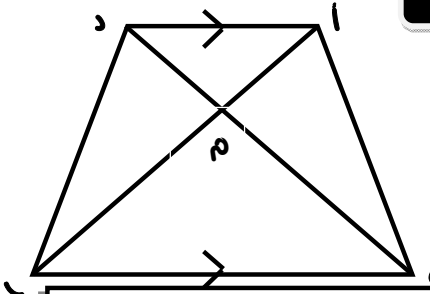
٢٦) إذا كانت نسبة التكبير لمضلعين متشابهين =١ فإنهما .....

أسئلة المقال والبرهان

١

أ ب جـ د **شكل رباعي فية** أ د // ب جـ ، **اثبت أن**

مساحة المثلث أ م ب = **مساحة المثلث** د م جـ



∵ أ د // ب جـ ∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ

بطرح مساحة Δ م ب جـ من الطرفين

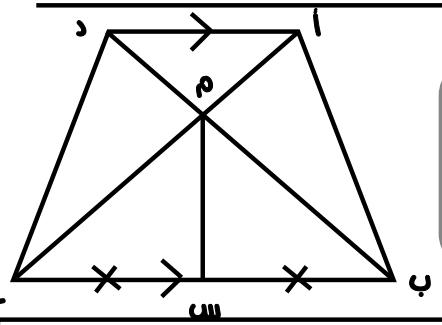
∴ مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ د م جـ

٢

في الشكل أ ب جـ د شكل رباعي فية أ د // ب جـ

، س منتصف ب جـ **اثبت أن**

مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د جـ س م



∵ أ د // ب جـ ∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ

بطرح مساحة Δ م ب جـ من الطرفين ∴ مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ د م جـ .....①

∵ ب س = س جـ ∴ مساحة Δ م ب س = مساحة Δ م س جـ ..... ②

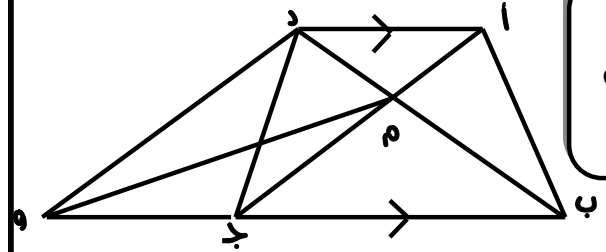
بجمع [١] ، [٢] ∴ **مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل د جـ س م**

٣

في الشكل المرسوم امامك أ د // ب جـ

مساحه المثلث أ ب م = مساحه المثلث م جـ و

اثبت أن م جـ // د و



∵ أ د // ب جـ ∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ

بطرح مساحة Δ م ب جـ من الطرفين ∴ مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ د م جـ ..... ①

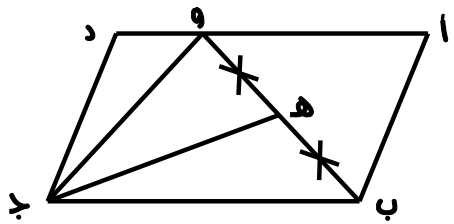
، ∵ مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ م جـ و من المعطيات .....②

من [١] ، [٢] مساحة Δ د م جـ = مساحة Δ و م جـ

على القاعدة م جـ ∴ م جـ // د و

٤

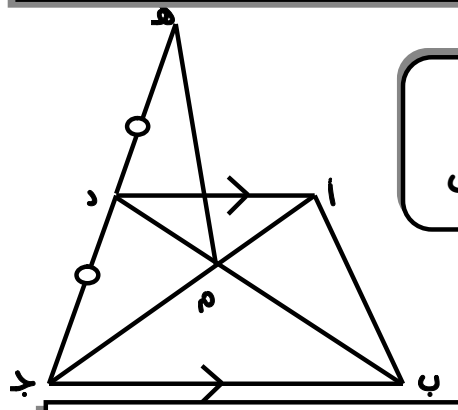
أ ب ج د متوازي اضلاع و ∈ أ د ، هـ ∈ $\overline{ب و}$
بحيث ب هـ = هـ و أثبت أن
مساحة المثلث هـ ب ج = ربع مساحة متوازي الأضلاع



∵ ب هـ = هـ و أى أن جـ هـ متوسط فى Δ و ب جـ ⟸ مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ و ب جـ
و∵ مساحة Δ و ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المتوازي أ ب جـ د لأنهما على القاعدة ب جـ
مساحة Δ ب جـ = $\frac{1}{4}$ مساحة المتوازي أ ب جـ د

٥

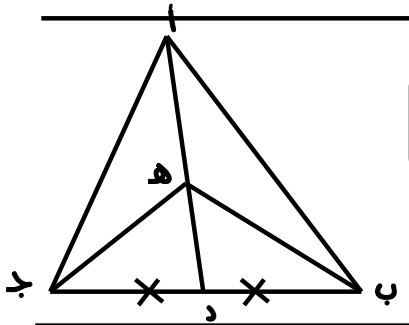
$\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{جـ د}$ بحيث جـ د = هـ د
اثبت أن
مساحه المثلث م د هـ = مساحه المثلث أ م ب



∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ∴ مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ د ب جـ
بطرح مساحة Δ م ب جـ من الطرفين
∴ مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ د م جـ ..... ①
و∵ م د متوسط فى Δ هـ م جـ ∴ مساحة Δ هـ م د = مساحة Δ د م جـ .....②
من [١] ، [٢] مساحة Δ د م هـ = مساحة Δ أ م ب

٦

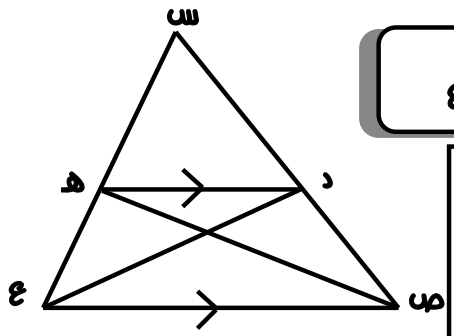
أ ب جـ مثلث فية $\overline{أ د}$ متوسط ، هـ ∈ أ د برهن أن
مساحة المثلث أ ب هـ = مساحة المثلث أ جـ هـ



∵ $\overline{أ د}$ متوسط فى Δ أ ب جـ
∴ مساحة Δ أ ب د = مساحة Δ أ د جـ .....①
و ∵ $\overline{هـ د}$ متوسط فى Δ هـ ب جـ ∴ مساحة Δ هـ ب د = مساحة Δ هـ د جـ .....②
من [١] ، [٢] بالطرح ∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ جـ هـ

٧

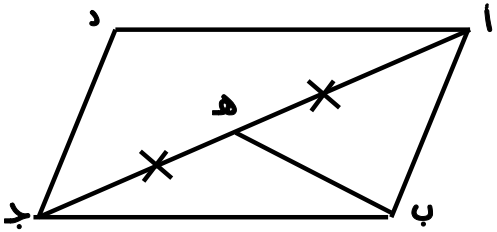
س ص ع مثلث فية $\overline{هـ و}$ // $\overline{ص ع}$ برهن أن
مساحة المثلث س ص و = مساحة المثلث س هـ ع



∵ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ص ع}$
∴ مساحة Δ د ص هـ = مساحة Δ د ع جـ
بإضافة مساحة Δ س د هـ للطرفين
∴ مساحة Δ س ص و = مساحة Δ س هـ ع

٨

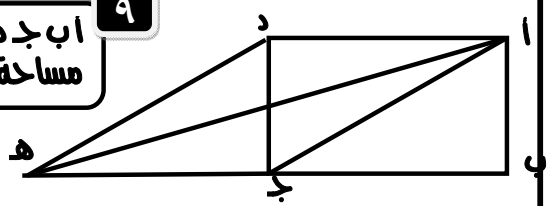
مساحة متوازي الاضلاع أ ب جـ د = ٤٨ سم٢
أحسب مساحه سطح المثلث هـ ب جـ



∵ $\overline{اجـ}$ قطر فى المتوازي أ ب جـ د ∴ Δ مساحة Δ ا ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المتوازي أ ب جـ د
∴ مساحة Δ ا ب جـ = ٢٤ سم٢ ، ∵ ب هـ متوسط فى Δ ا ب جـ
∴ مساحة Δ هـ ب جـ = مساحة Δ أ ب جـ = ١٢ سم٢

٩

أ ب ج د مستطيل فيه هـ ∈ ب ج برهن ان
مساحة المثلث د أ هـ = مساحة المثلث أ ب ج



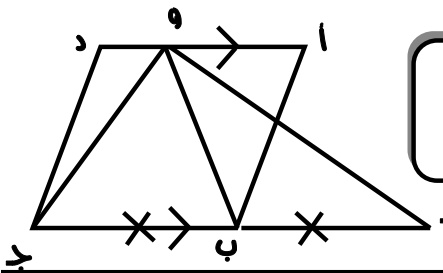
∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$ ∴ مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل أ ب ج د
على القاعدة $\overline{ب ج}$ .....①

و مساحة Δ د أ هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل أ ب ج د
على القاعدة $\overline{أ د}$ .....②

من [١] ، [٢] **مساحة Δ د أ هـ = مساحة Δ أ ب جـ**

١٠

أ ب ج د متوازي أضلاع فيه هـ ∈ $\overleftarrow{جـ ب}$ بحيث
ب جـ = ب هـ اذا كانت مساحه المثلث و ب هـ = ٣٥ سم٢
أوجد مساحة المثلث و ب جـ ـ مساحة متوازي الأضلاع



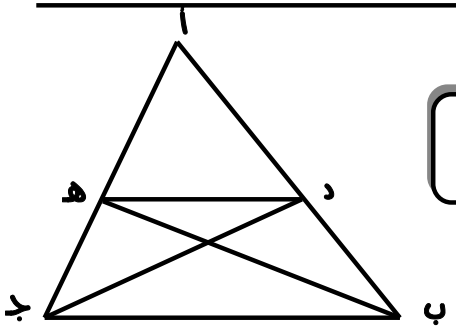
∵ $\overline{و ب}$ متوسط فى Δ و هـ جـ
∴ مساحة Δ و هـ ب = مساحة Δ و ب جـ = ٣٥ سم٢ .....①

∵ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب ج}$

∴ مساحة Δ و ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المتوازي أ ب جـ د على القاعدة $\overline{ب ج}$
∴ مساحة المتوازي أ ب جـ د = ٧٠ سم٢ .....②

١١

مساحة المثلث أ هـ ب = مساحة المثلث أ د جـ
برهن أن $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

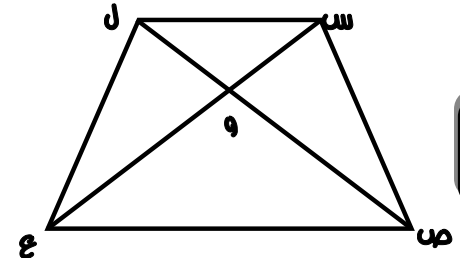


∵ **مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ د جـ** بطرح مساحة Δ أ د هـ من الطرفين

∴ مساحة Δ د ب هـ = مساحة Δ د جـ هـ على القاعدة $\overline{د هـ}$
∴ $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

١٢

مساحة المثلث س و ص = مساحة المثلث ل و ع
برهن أن س ل // ص ع



∵ **مساحة Δ س و ص = مساحة Δ ل و ع**
بإضافة مساحة Δ و ص ع للطرفين
∴ مساحة Δ س ص ع = مساحة Δ ل ص ع على القاعدة $\overline{ص ع}$
∴ $\overline{س ل}$ // $\overline{ص ع}$

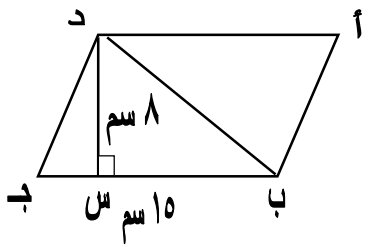
١٣

إذا كان طولا القاعدتين المتوازيتين فى شبه منحرف هما ١٤ سم ، ١٠ سم ومساحته ١٢٠ سم^{٢} أوجد ارتفاعه .

مساحة سطح شبه منحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين × الإرتفاع

$١٢٠ = \frac{١}{٢} (١٤ + ١٠) \times ع$ ∴ $ع = ١٢٠ \div ١٢ = ١٠$ سم

١٤



أ ب جـ د متوازى أضلاع ، د س ⊥ ب جـ
د س = ٨ سم ، ب جـ = ١٥ سم ،
(١) احسب مساحة المتوازى أ ب جـ د
(٢) احسب مساحة Δ أ ب د

مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الإرتفاع

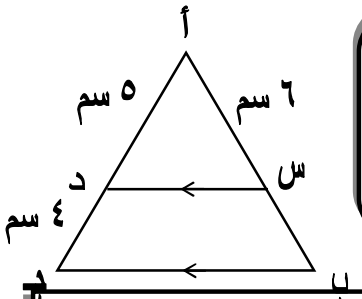
= ١٥ × ٨ = ١٢٠ سم^{٢}

$١٢٠ = \frac{١}{٢} (١٤ + ١٠) \times ع$ ∴ $ع = ١٢٠ \div ١٢ = ١٠$ سم

∵ أ د // ب جـ

∴ مساحة Δ أ ب د = $\frac{١}{٢}$ مساحة المتوازي أ ب جـ د على القاعدة أ د ∴ مساحة Δ أ ب د = ٦٠ سم^{٢}

١٥



س د // ب جـ ، ا س = ٦ سم ، ا د = ٥ سم
د جـ = ٤ سم
(١) برهن أن Δ ا س د ~ Δ ا ب جـ
(٢) اوجد طول س ب

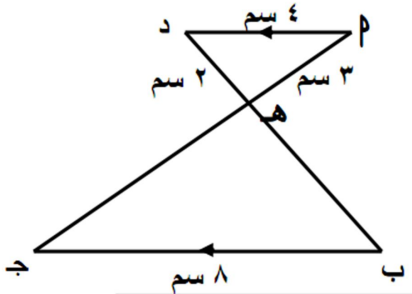
∵ س د // ب جـ ∴ ق (< أ س د) = ق (< ب) بالتناظر ،
ق (< أ د س) = ق (< جـ) بالتناظر ، < أ مشتركة

∴ Δ ا س د ~ Δ أ ب جـ .....①

$\frac{أس}{أب} = \frac{أد}{اجـ} = \frac{س د}{ب جـ} \Leftarrow \frac{٦}{اب} = \frac{٥}{٩} \Leftarrow ا ب = \frac{٦ \times ٩}{٥}$

∴ أ ب = ١٠,٨ سم .....②

١٦



ا د // ب جـ ، ا هـ = ٣ سم ، د هـ = ٢ سم ،
ب جـ = ٨ سم
(١) اثبت أن Δ أ هـ د ~ Δ جـ هـ ب
(٢) احسب طول هـ جـ ، ، هـ ب ،
محيط Δ هـ ب جـ

∵ أ د // ب جـ ∴ ق (<د) = ق (< ب) بالتبادل ،
ق (< أ) = ق (< جـ) بالتبادل ، ق(< ا هـ د) = ق(< ب هـ جـ) بالتقابل بالراس ∴ Δ ا هـ د ~ Δ جـ هـ ب .....①

$\frac{أهـ}{جـ هـ} = \frac{أد}{جـ ب} = \frac{هـ د}{هـ ب} \Leftarrow \frac{٣}{٨} = \frac{٤}{٨} = \frac{٢}{هـ ب} \Leftarrow هـ ب = \frac{٢ \times ٨}{٤}$

∴ هـ ب = ٤ سم وبالمثل هـ جـ = ٦ سم

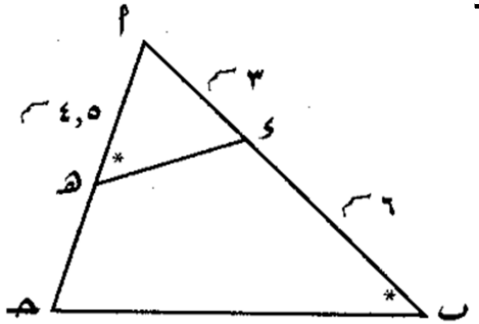
∴ محيط Δ هـ ب جـ = ٤ + ٦ + ٨ = ١٨ سم .....②

١٧

ق (<اهـد) = ق (<ب) ، اد = ٣ سم ، اهـ = ٤,٥ سم ، دب = ٦ سم

(١) اثبت ان Δ اهـد ~ Δ اب جـ

(٢) احسب طول $\overline{هـجـ}$



∵ ق (<اهـد) = ق (<ب) معطى ، (<أ) مشتركة

∴ ق (<أدهـ) = ق (<جـ) ∴ Δ اهـد ~ Δ اب جـ .....①

$\frac{أهـ}{أب} = \frac{أد}{أجـ} = \frac{هـد}{بجـ}$ ⟸ $\frac{٤,٥}{٩} = \frac{٣}{أجـ}$ ⟸ أجـ = $\frac{٣ \times ٩}{٤,٥}$ = ٦ سم

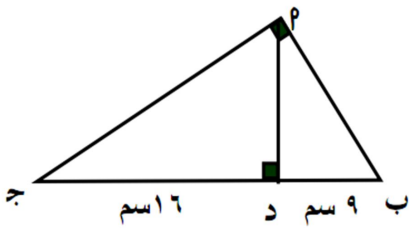
هـجـ = ٦ - ٤,٥ = ١,٥ سم .....①

١٨

<ا قائمة ، اد ⊥ بجـ ، بد = ٩ سم ، دجـ = ١٦ سم

(١) احسب طول كل من اد ، اب ، اجـ

(٢) احسب مساحة سطح Δ اب جـ



∵ $\overline{أد}$ ⊥ $\overline{بجـ}$ ، (<أ) قائمة

∴ (أب)^{٢} = بد × بجـ = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

∴ أب = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

بالمثل (أجـ)^{٢} = جـد × جـب = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

∴ أجـ = $\sqrt{٤٠٠}$ = ٢٠ سم

، (أد)^{٢} = دب × دجـ = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أد = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

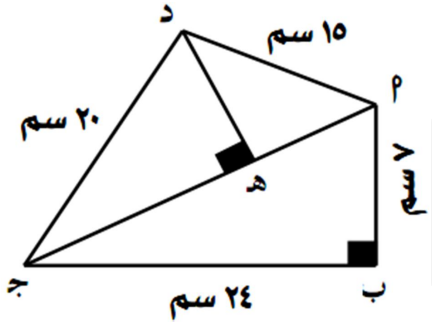
⟸ مساحة سطح Δ اب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٥ × ١٢ = ١٥٠ سم^{٢}

ق (<ب) = ٩٠ ، اب = ٧ سم ، بجـ = ٢٤ سم ، دهـ ⊥ اجـ ، اد = ١٥ سم ، دجـ = ٢٠ سم

(١) اوجد طول اجـ

(٢) اثبت ان (<ادجـ) قائمة

(٣) احسب طول اهـ ، هـجـ ، دهـ



فى المثلث ا ب جـ ∵ (<ب) قائمة ∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

∴ (أ جـ)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥ ⟸ أ جـ = $\sqrt{٦٢٥}$ = ٢٥ سم

فى المثلث أ د جـ (أ جـ)^{٢} = ٦٢٥ ،

(أد)^{٢} + (د جـ)^{٢} = ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥

∵ (أ جـ)^{٢} = (أد)^{٢} + (د جـ)^{٢} ∴ < أ د جـ قائمة

∴ (أ هـ)^{٢} = أ هـ × أ جـ ⟸ ٢٢٥ = أ هـ × ٢٥

∴ أ هـ = ٢٢٥ ÷ ٢٥ = ٩ سم ، هـ جـ = ٢٥ - ٩ = ١٦ سم

، (د هـ)^{٢} = هـ أ × هـ جـ = ٩ × ١٦ = ١٤٤ ∴ د هـ = ١٢ سم

٢٠

اب جـ مثلث فيه : اب = ٧ سم ، بجـ = ٨ سم ، اجـ = ١٢ سم ، حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه

فى المثلث أ ب جـ (أ جـ)^{٢} = ١٤٤ (أكبر الأضلاع طولا) ،

، (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ٤٩ + ٦٤ = ١١٣

∵ (أ جـ)^{٢} > (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ∴ < ب منفرجة

والمثلث أ ب جـ منفرج الزاوية