بنك أسئلة في الجبر والإحصاء الثالث الإعدادي

أسئلة حاصل الضرب الديكارتي

١) إذا كانت س = {٥ ، ٦ ، ٧} فإن:
ن (س^{٢}) = ... (٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢)

٢) إذا كانت س = {١ ، ٢} ، ص = {٠}
فإن: ن (س × ص) = ...
(صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

٣) إذا كانت س = {٢} ، ص = {٠ ، ٤}
فإن: ن (س × ص) = .. (٨ ، ٨٠ ، ٦ ، ٢)

٤) إذا كان: (٣ ، ٥) ∈ {٣ ، ٦} × {س ، ٨}
فإن: س = ... (٨ ، ٦ ، ٣ ، ٥)

٥) إذا كان: (٤ ، ٤) ∈ {٢ ، س} × {١ ، ٤}
فإن: س = ... (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨)

٦) النقطة (− ٣ ، ٤) تقع فى الربع .....
(الأول ، الثانى ، الثالث ، الرابع)

٧) إذا كانت النقطة (س − ٥ ، ٧ − س) تقع فى الربع الثانى فإن: س = ...
(٥ ، ٣ ، ٧ ، ٩)

٨) إذا كانت النقطة (س ، ٧) تقع على محور الصادات فإن: ٥ س + ١ = ...
(صفر ، ١ ، ٥ ، ٦)

---

(١) إذا كان (٢س ، ٤) = (٨ ، ص + ١)
أوجد قيمة $\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}}$

٢س = ٨ ∴ س = ٤ ، ص + ١ = ٤
∴ ص = ٤ − ١ = ٣
$\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}}$ = $\sqrt{٤^{٢} + ٣^{٢}}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

---

(٢) إذا كان (س + ١ ، $\sqrt[٣]{\text{ص}}$) = (٣ ، ٢)
أوجد س ص

س + ١ = ٣ ∴ س = ٣ − ١ = ٢
، $\sqrt[٣]{\text{ص}}$ = ٢ بتكعيب الطرفين ∴ ص = ٨
المقدار س ص = ٢ × ٨ = ١٦

(٣) أجب بنفسك:
إذا كان (س − ٧ ، ٢٨) = (−٢ ، ص^{٣} + ١)
أوجد قيمة: $\sqrt[٣]{\text{س} + \text{ص}}$

---

(٤) إذا كانت س = {٣ ، ٤} ، ص = {٤ ، ٥} ، ع = {٦ ، ٥} فأوجد: س × (ص ∩ ع)

س × (ص ∩ ع) = {٣ ، ٤} × {٥} =
{ (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) }

---

(٥) إذا كان س = {١} ، ص = {٢ ، ٣} ، ع = {٢ ، ٥ ، ٦} أوجد:
(أ) ص × ع (ب) س × (ص − ع)

(أ) ص × ع = {٢ ، ٣} × {٢ ، ٥ ، ٦} =
{ (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦) }
(ب) س × (ص − ع) = {١} × {٣} =
{ (١ ، ٣) }

---

(٦) إذا كان س × ص = { (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) } أوجد:
(أ) س ، ص (ب) س ∩ ص
(جـ) س ∪ ص (د) ص^{٢} (هـ) ن (س^{٢})

(أ) س = {١ ، ٢} ، ص = {٢ ، ٣}
(ب) س ∩ ص = {٢}
(جـ) س ∪ ص = {١ ، ٢ ، ٣}
(د) ص^{٢} = {٢ ، ٣} × {٢ ، ٣} = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}
(هـ) ن (س^{٢}) = ٢ × ٢ = ٤

---

(٧) أجب بنفسك:
إذا كان: س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٣) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٣)}
أوجد:
أولاً: ص × س ثانياً: س ، س^{٢}

أسئلة عامة على العلاقات – الدوال

١) إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن مدى الدالة ⊂ ......
(س ، ص ، س × ص ، ع)

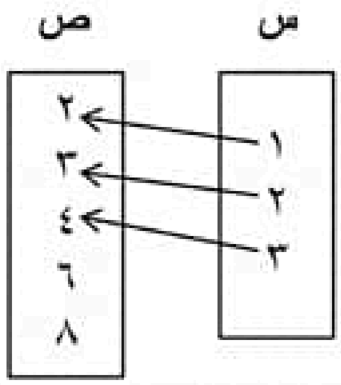
٢) مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمى .... (القاعدة ، المجال ، المدى ، المجال المقابل)

٣) إذا كان بيان العلاقة ع هو { (٢ ، ٣) ، (٥ ، ١) ، (٤ ، ٦) } فإن ع تمثل دالة مداها هو .... ({٢ ، ٤ ، ٦} ، {١ ، ٣ ، ٦} ، ط ، ص)

---

(١) إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ﻡ ع ب تعنى أن " ﻡ = ب – ١ " لكل ﻡ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، هل دالة أم لا ولماذا ؟

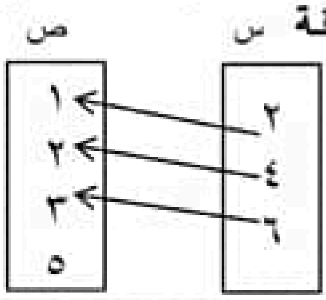
ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤)} ع تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة .



---

(٢) إذا كانت س = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ﻡ ع ب تعنى أن " ﻡ = ٢ ب " لكل ﻡ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى هل العلاقة ع دالة ولماذا ؟

ع = {(٢ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣)} ع تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر المجموعة س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة

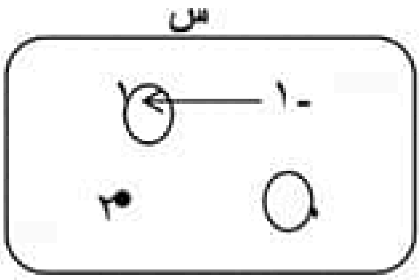


(٣) إذا كانت س = {-١ ، ١ ، ٠ ، ٢} ، ع علاقة من س إلى ص حيث ﻡ ع ب تعنى أن " ب = ﻡ^{٢} " لكل (ﻡ ، ب) ∈ س

١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى

٢) هل العلاقة دالة أم لا ولماذا؟

ع = {(-١ ، ١) ، (١ ، ١) ، (٠ ، ٠)} ع لا تمثل دالة لأن هناك العنصر ٢ لم يظهر كمسقط أول فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة

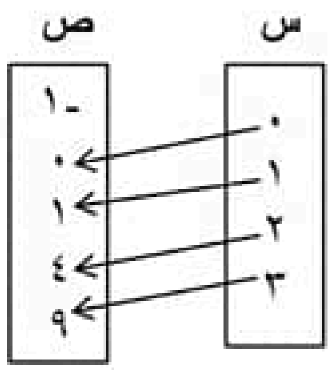


---

(٤) إذا كانت س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٤ ، ٩} وكانت ع : س ← ص حيث ﻡ ع ب تعنى أن " ﻡ = √ب " لكل ﻡ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى هل ع دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب .

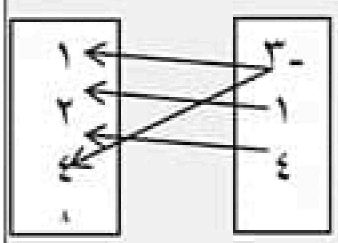
ع = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩)}

ع تمثل دالة لأن كل عنصر من عناصر س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط فى الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة



---

(٥) المخطط المقابل يمثل علاقة من س ← ص بحيث س = {-٣ ، ١ ، ٤} ، ص = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}



١) اكتب بيان ع

٢) هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

٣) ما قيمة س إذا كان (س ، ٢) ∈ لبيان العلاقة

١) ع = {(-٣ ، ١) ، (-٣ ، ٨) ، (١ ، ٢) ، (٤ ، ٤)}

٢) ع لا تمثل دالة لأن العنصر -٣ ظهر كمسقط أول أكثر من مرة فى أحد الأزواج المرتبة المحددة لبيان العلاقة

٣) قيمة س = ١

(٦) إذا كانت ع علاقة على ط (مجموعة الأعداد الطبيعية) حيث أ ع ب تعنى " أ × ب = ١٨ " لكل أ ، ب ∈ ط أكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى .

ع = {(١ ، ١٨) ، (٢ ، ٩) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٣) ، (٩ ، ٢) ، (١٨ ، ١)}
مثل بنفسك

---

(٧) إذا كان بيان الدالة د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)}
١) اكتب مجال الدالة د ٢) اكتب مدى الدالة د
٣) أكتب قاعدة الدالة

١)مجال الدالة {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}
٢)مدى الدالة {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١}
٣)قاعدة الدالة ص = ٢س + ١

---

(٨) إذا كان بيان الدالة د = {(٣ ، ١٥) ، (٥ ، ٢٥) ، (٧ ، ٣٥) ، (٩ ، ٤٥) }
١) أكتب كلا من مجال ومدى الدالة د
٢) اكتب قاعدة الدالة د (أجب بنفسك)

أجب بنفسك

(٩) إذا كانت س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعنى أن " أ ب = ١ " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى هل ع دالة؟ ولماذا؟

---

(١٠) إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٥} وكانت ع دالة على س حيث بيان ع ={(أ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)} أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب

∵ ع دالة على س ∴ أ = ٣ أو ٥ ، أيضاً ب = ٣ أو ٥ ∴ المقدار أ + ب = ٣ + ٥ = ٨

(١١) إذا كانت س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨} وكانت د(س) = ٩ − س أوجد صور عناصر س بالدالة

∵ د(س) = ٩ − س ∴ د(٢) = ٩ − ٢ = ٧ ، د(٣) = ٩ −٣ = ٦ ، د(٤)= ٩ − ٤ = ٥
صور عناصر س بالدالة (المدى) = {٥ ، ٦ ، ٧}

أسئلة عامة على دوال كثيرات الحدود

١) إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٤س − ٥ فإن أ = ...
(١ ، ٢ ، ٣ ، ٤)

٢) إذا كانت د(س) = ٥ فإن د(٣) + د(−٣) = ... (٥ ، −٦ ، صفر ، ١٠)

---

(١) إذا كان المستقيم الممثل للدالة ء : ح ← ح حيث ء (س) = ٢س − أ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) أوجد قيمة أ ، ب

∵ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) ∴ ب = صفر
∵ (٠ ، ٣) تحقق الدالة ∴ ٣ = ٢ × ٠ − أ ∴ أ = −٣

---

(٢) أجب بنفسك : إذا كان المستقيم الممثل للدالة ء : ح ← ح حيث ء (س) = ٣س − أ يقطع محور السينات فى (٢ ، ب) فأوجد قيمة ٤أ + ٧ ب

---

(٣) إذا كانت النقطة (أ ، −١) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة ء : ح ← ح حيث ء (س) = −٢س + ٣ فأوجد :
١) ء $\left(\frac{٣}{٢}\right)$ ٢) قيمة أ

١) ء $\left(\frac{٣}{٢}\right)$ = −٢× $\frac{٣}{٢}$ + ٣ = −٣ + ٣ = صفر
٢) ∵ النقطة (أ ، −١) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة ∴ فهى تحقق الدالة

−١ = −٢م + ٣   ∴ −٢م = −٤

∴ م = −٢

أجب بنفسك

(٤) إذا كانت الدالة ء حيث ء(س) = ٢س − ٥ يمثلها بيانياً خط مستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ء)

أوجد : أولاً: ء$(\frac{٣}{٢})$ ثانياً: قيمة ء

(٥) إذا كانت د(س) = س − ٦ وكانت $\frac{١}{٣}$ د(م) = −٢ أوجد قيمة م

∵ د(م) = −٢ × ٣ = −٦

∴ النقطة (م ، −٦) تحقق منحنى الدالة

∴ −٦ = م − ٦ ∴ م = −٦ + ٦ = صفر

أسئلة التمثيل البيانى لدوال كثيرات الحدود

(١) مثل بيانياً الدالة الخطية ء(س) = ٢ − س ومن الرسم أوجد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للدالة مع محورى الإحداثيات

عندما س = ٠ ∴ ٢ − ٠ = ٢ ،

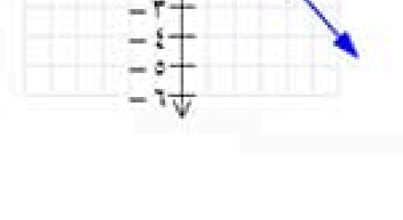
عندما س = ١ ∴ ٢ − ١ = ١ ،

عندما س = ٢ ∴ ٢ − ٢ = ٠ ،

س	٠	١	٢
د(س)	٢	١	٠

نقطة التقاطع محور السينات = (٢ ، ٠)

نقطة التقاطع مع محور الصادات (٠ ، ٢)

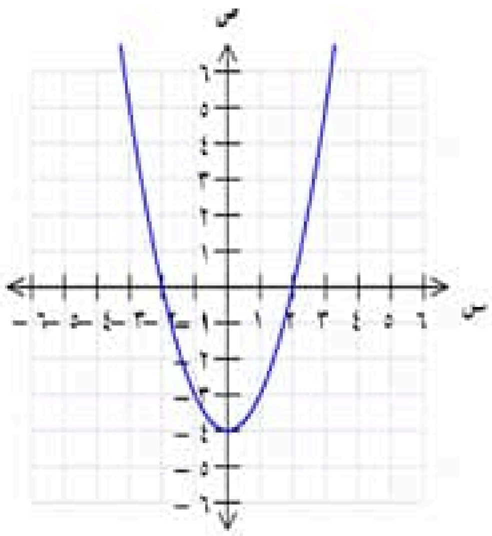


(٢) مثل بيانياً منحنى الدالة ء حيث ء(س) = $س^{٢}$ − ٤ فى الفترة [−٣ ، ٣] ومن الرسم عين: ١) نقطة رأس المنحنى ٢) معادلة محور التماثل

س	$س^{٢}$	−٤	ص	(س ، ص)
−٣	٩	−٤	٥	(−٣ ، ٥)
−٢	٤	−٤	٠	(−٢ ، ٠)
−١	١	−٤	−٣	(−١ ، −٣)
٠	٠	−٤	−٤	(٠ ، −٤)
١	١	−٤	−٣	(١ ، −٣)
٢	٤	−٤	٠	(٢ ، ٠)
٣	٩	−٤	٥	(٣ ، ٥)

١) نقطة رأس المنحنى (٠ ، −٤)

٢) معادلة محور التماثل س = ٠



(٣) مثل بيانياً الدوال الآتية ومن الرسم أوجد نقطة رأس المنحنى ، معادلة محور التماثل ، القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

م) ء(س) = $س^{٢}$ + ١ فى الفترة [−٢ ، ٢]

ب) ء(س) = ٣ − $س^{٢}$ متخذاً س ∋ [−٣ ، ٣]

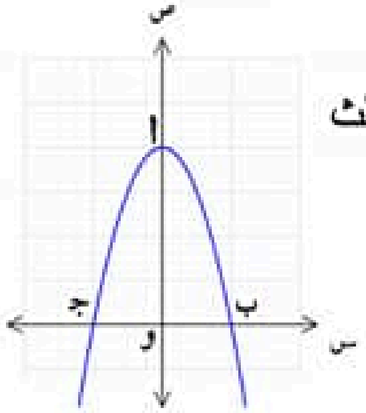
جـ) ء(س) = $(س − ٣)^{٢}$ متخذاً س ∋ [١ ، ٥]

ء) ء(س) = $س^{٢}$ − ٢س − ٣ متخذاً س ∋ [−٢ ، ٢]

هـ) ء(س) = $س^{٢}$ − ٢س فى الفترة [−١ ، ٣]

(٤) الشكل المقابل: يمثل منحنى الدالة د حيث :
د(س) = م − $س^{٢}$ ، إذا كان ٲو = ٤ وحدات

أوجد: (ٲ) قيمة م
(ب) إحداثيي ب ، جـ
(جـ) مساحة المثلث الذي رؤوسه ٲ ، ب ، جـ



∵ ٲو = ٤ وحدات ∴ ٲ (٠ ، ٤)

∵ (٠ ، ٤) تنتمي لمنحنى الدالة د ∴ ٲ تحقق معادلة المنحنى

∴ ٤ = م − $(٠)^{٢}$ ∴ م = ٤ (المطلوب أولاً)

، ∵ منحنى الدالة يقطع محور السينات في النقطتين ب ، جـ

∴ ٠ = ٤ − $س^{٢}$ ∴ $س^{٢}$ = ٤

∴ س = ٢ أو س = −٢

∴ ب (٢ ، ٠) ، جـ (٠ ، −٢) (المطلوب ثانياً)

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٤ = ٨ وحدات مربعة

أسئلة عامة على النسبة والتناسب

١) الرابع المتناسب للكميات ٣ ، ٦ ، ٦ هو ....
(٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢)

٢) إذا كانت ٣ٲ = $\frac{٥}{٦}$ ب فإن: $\frac{ٲ}{ب}$ = ...
($\frac{١٨}{٥}$ ، $\frac{١٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{٥}{١٨}$)

٣) الأول المتناسب للكميات ٢١ ، ١٥ ، ٣٥ هو .....
($\frac{٣}{٧}$ ، ٣ ، ٧ ، ٩)

٤) إذا كانت ٤$س^{٢}$ = ٩$ص^{٢}$ فإن: $\frac{س}{ص}$ = ...
($\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\pm\frac{٢}{٣}$ ، $\pm\frac{٣}{٢}$)

٥) إذا كان $\frac{ٲ}{ب}$ = $\frac{٥}{٣}$ فإن $\frac{٣ٲ}{٥ب}$ = ...
(١ ، $\frac{٥}{٣}$ ، ٣ ، ١٥)

٦) إذا كانت ٲ ، س ، ب ، ٢س كميات متناسبة فإن:
$\frac{ٲ}{ب}$ = ... (٢ : ١ ، ١ : ٢ ، ١ : ٣ ، ١ : ٤)

٧) إذا كان $\frac{س}{٥}$ = $\frac{ص}{٤}$ = $\frac{س + ص}{ك}$ فإن ك = ... (٧ ، ٨ ، ١ ، ٩)

---

(١) عددان صحيحان موجبان النسبة بينهما ٣ : ٧ وإذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ ، فما هما العددان ؟

نفرض أن العددان هما ٣س ، ٧س

∴ $\frac{٣س − ٥}{٧ص − ٥}$ = $\frac{١}{٣}$ بضرب الطرفين والوسطين

∴ ٩س − ١٥ = ٧س − ٥

∴ ٩س − ٧س = −٥ + ١٥ ∴ ٢س = ١٠

ومنها س = ٥

العدد الأول ٣س = ٣ × ٥ = ١٥ ،

العدد الثاني ٧س = ٧ × ٥ = ٣٥

---

(٢) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٥}$ ، فما قيمة المقدار $\frac{٢س + ص}{س + ٤ص}$

∵ $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٥}$ ∴ س = ٢م ، ص = ٥م

∴ المقدار $\frac{٢س + ص}{س + ٤ص}$ = $\frac{٢×٢م + ٥م}{٢م + ٤×٥م}$ =

= $\frac{٩م}{٢٢م}$ = $\frac{٩}{٢٢}$ =

---

(٣) أجب بنفسك :

إذا كانت ٣س = ٢ص أوجد قيمة $\frac{٣س − ص}{٢س + ص}$

(٤) إذا كان $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ أثبت أن: $\sqrt{\text{٣س}^2 + \text{٣ص}^2 + \text{ع}^2} = \text{٢س + ص}$

∵ $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥} = \text{م}$

∴ س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م

الطرف الأيمن $\sqrt{\text{٣س}^2 + \text{٣ص}^2 + \text{ع}^2}$ =

$= \sqrt{٣ \times \text{٣م}^2 + ٣ \times \text{٤م}^2 + \text{٥م}^2}$

$\sqrt{٣ \times \text{٩م}^2 + ٣ \times \text{١٦م}^2 + \text{٢٥م}^2}$

$= \sqrt{\text{٢٧م}^2 + \text{٤٨م}^2 + \text{٢٥م}^2} = \sqrt{\text{١٠٠م}^2} =$

١٠م ← (١)

الطرف الأيسر = ٢س + ص = ٢ × ٣م + ٤م

= ٦م + ٤م = ١٠م ← (٢) ∴ الطرفان متساويان

---

(٥) إذا كان $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \frac{\text{ع}}{٥}$ أثبت أن:

$\frac{\text{٢ص} - \text{ع}}{\text{٣س} - \text{٢ص} + \text{ع}} = \frac{١}{٢}$ (أجب بنفسك)

---

(٦) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فأثبت أن $\frac{\text{٢أ + جـ}}{\text{٢ب + د}} = \frac{\text{٣أ − جـ}}{\text{٣ب − د}}$

∵ أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

الطرف الأيمن = $\frac{\text{٢أ + جـ}}{\text{٢ب + د}} = \frac{\text{٢ب م + د م}}{\text{٢ب + د}} =$

$\frac{\text{م}\,\cancel{(\text{٢ب + د})}}{\cancel{\text{٢ب + د}}} = \text{م}$ ← (١)

الطرف الأيسر = $\frac{\text{٣أ − جـ}}{\text{٣ب − د}} = \frac{\text{٣ب م − د م}}{\text{٣ب − د}} =$

$\frac{\text{م}\,\cancel{(\text{٣ب − د})}}{\cancel{\text{٣ب − د}}} = \text{م}$ ← (٢)

∴ الطرفان متساويان

---

(٧) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة

فأثبت أن $\frac{\text{أ + ٢جـ}}{\text{ب + ٢د}} = \frac{\text{جـ − أ}}{\text{د − ب}}$

(أجب بنفسك)

---

(٨) إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{س + ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{ص − ٢س}} = \frac{\text{جـ}}{\text{س + ٤ص}}$

أوجد قيمة $\frac{\text{ب + ٢جـ}}{\text{٢أ + ب}}$

بضرب النسبة الثالثة × ٢ وجمع النسبتين الثانية والثالثة مقدمات وتوالى معاً

$\frac{\text{ب + ٢جـ}}{\text{ص − ٢س + ٢س + ٨ص}} = \frac{\text{ب + ٢جـ}}{\text{٩ص}}$

← (١) إحدى النسب

بضرب النسبة الأولى × ٢ وجمع النستين الأولى والثانية مقدمات وتوالى معاً

$\frac{\text{٢أ + ب}}{\text{٢س + ٢ص + ص − ٢س}} = \frac{\text{٢أ + ب}}{\text{٣ص}}$

← (٢) إحدى النسب

∵ $\frac{\text{ب + ٢جـ}}{\text{٩ص}} = \frac{\text{٢أ + ب}}{\text{٣ص}}$

∴ $\frac{\text{ب + ٢جـ}}{\text{٢أ + ب}} = \frac{\text{٩ص}}{\text{٣ص}} = ٣$

---

(٩) إذا كان $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ب}}{٣} = \frac{\text{جـ}}{٥} = \frac{\text{٢أ − ب + ٤جـ}}{\text{٣س}}$

فأوجد قيمة س . (أجب بنفسك)

---

(١٠) إذا كان $\frac{\text{س+ص}}{٧} = \frac{\text{ص+ع}}{٥} = \frac{\text{ع+س}}{٨}$

أثبت أن: $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س − ع}} = ٥$

بجمع النسب الثلاث مقدمات وتوالى معاً

$= \frac{\text{س + ص + ص + ع + ع + س}}{٧ + ٥ + ٨} =$

$$= \frac{\text{٢س + ٢ص + ٢ع}}{20} = \frac{\text{٢ (س + ص + ع)}}{20} =$$

$$\frac{\text{س + ص + ع}}{10}$$ ←(١) إحدى النسب

بضرب النسبة الثانية × −١ وجمع النسبتين الأولى والثانية مقدمات وتوالى معاً

$$\frac{\text{س + ص − ص − ع}}{7 - 5} = \frac{\text{س − ع}}{2}$$

←(٢) إحدى النسب

$$\because \frac{\text{س + ص + ع}}{10} = \frac{\text{س − ع}}{2}$$

$$\therefore \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س − ع}} = \frac{10}{2} = 5$$

(١١) إذا كان $\frac{\text{س+ص}}{5} = \frac{\text{ص+ع}}{3} = \frac{\text{ع+س}}{6}$

اثبت أن: $\frac{\text{س − ع}}{2} = \frac{\text{س + ص + ع}}{7}$.

(أجب بنفسك)

أسئلة على التناسب المتسلسل

(١) إذا كان ب وسط متناسب بين أ ، جـ أثبت

أن: $\frac{\text{أ}}{\text{أ + ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب + جـ}}$

∵ كان ب وسط متناسب بين أ ، جـ ∴

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$ ∴ ب = جـ م ، أ = جـ م²

الطرف الأيمن $\frac{\text{أ}}{\text{أ + ب}} = \frac{\text{جـ م}^2}{\text{جـ م}^2 + \text{جـ م}} =$

$\frac{\text{جـ م}^2}{\text{جـ م (م + ١)}} = \frac{\text{م}}{\text{م + ١}}$ ← (١)

الطرف الأيسر = $\frac{\text{ب}}{\text{ب + جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م + جـ}} =$

$\frac{\text{جـ م}}{\text{جـ (م + ١)}} = \frac{\text{م}}{\text{م + ١}}$ ← (٢)

∴ الطرفان متساويان

(٢) إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، جـ أثبت

أن $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}{\text{ب}^2} = \frac{\text{ب}^2 + \text{جـ}^2}{\text{ب}^2}$ (أجب بنفسك)

(٣) إذا كانت ب وسط متناسب بين أ ، جـ أثبت

أن: $\frac{\text{أ}^2}{\text{ب}^2} + \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}^2} = \frac{\text{٢أ}}{\text{جـ}}$ (أجب بنفسك)

(٤) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل

فاثبت أن : $\frac{\text{أب − جـد}}{\text{ب}^2 - \text{جـ}^2} = \frac{\text{أ + جـ}}{\text{ب}} =$

(أجب بنفسك)

(٥) إذا كان: $\frac{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}{\text{ب}^2} = \frac{\text{ب}^2 + \text{جـ}^2}{\text{جـ}^2}$ فاثبت

أن: ب وسط متناسب بين أ ، جـ

بضرب الطرفين والوسطين

$\text{أ}^2\text{جـ}^2 + \cancel{\text{ب}^2\text{جـ}^2} = \text{ب}^4 + \cancel{\text{ب}^2\text{جـ}^2}$ ∴ $\text{ب}^4 = \text{أ}^2\text{جـ}^2$

∴ ب² = أ جـ ∴ ب = $\pm\sqrt{\text{أجـ}}$ ∴ ب وسط متناسب

بين أ ، جـ

أسئلة عامة على التغير الطردي والعكسي

١) إذا كانت ٣ س ص = ٨ فإن: ....(س ∝ ص ، ص ∝ س ، ٣س ∝ ٨ص ، س ∝ $\frac{1}{\text{ص}}$)

٢) إذا كانت ص² + ٤س² = ٤ س ص فإن: .... (ص ∝ س ، ص ∝ س² ، ص ∝ $\frac{1}{\text{س}}$ ، ص ∝ $\frac{1}{\text{س}^2}$)

٣) العلاقة التي تمثل تغير طردي بين المتغيرين س ، ص هي ... (س ص = ٧ ، ص = س + ٢ ، $\frac{\text{س}}{5} = \frac{4}{\text{ص}}$ ، $\frac{\text{س}}{5} = \frac{\text{ص}}{4}$)

(١) إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ١٤
عندما س = ٤٢
أ) أوجد العلاقة بين ص ، س
ب) قيمة ص عندما س = ٦٠

أ) $\because$ ص $\propto$ س $\quad \therefore$ ص = م س

ومنها م = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ $\quad \therefore$ م = $\frac{١٤}{٤٢}$ = $\frac{١}{٣}$ =

$\therefore$ العلاقة هى ص = $\frac{١}{٣}$ س

ب) عندما س = ٦٠

$\therefore$ ص = $\frac{١}{٣}$ × ٦٠ = ٢٠

---

(٢) إذا كانت ص $\propto$ $\frac{١}{\text{س}}$ وكانت ص = ١٠
عندما س = ٣
أ) أوجد العلاقة بين ص ، س
ب) قيمة ص عندما س = ٥

أ) $\because$ ص $\propto$ $\frac{١}{\text{س}}$ $\therefore$ ص = $\frac{\text{م}}{\text{س}}$ ومنها

م = ص س $\therefore$ م = ١٠ × ٣ = ٣٠

$\therefore$ العلاقة هى ص = $\frac{٣٠}{\text{س}}$

ب) عندما س = ٥ $\qquad \therefore$ ص = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

---

(٣) إذا كانت ص $\propto$ $\sqrt{\text{س}}$ وكانت ص = ١٥
عندما س = ٣ أوجد:
أ) العلاقة بين س ، ص
ب) قيمة س عندما ص = ١٢

---

(٤) إذا كانت ص = ٥ + ٢ ، ٢ $\propto$ س حيث
٢ = ٦ عندما س = ٢ فأوجد:
أ) العلاقة بين س ، ص
ب) قيمة س عندما ص = ٨

أ) $\because$ ٢ $\propto$ س $\therefore$ ٢ = م س ومنها م = $\frac{٢}{\text{س}}$ =

$\frac{٦}{٢}$ = ٣ $\therefore$ ٢ = ٣س $\therefore$ العلاقة هى

ص = ٥ + ٣س

ب) عندما ص = ٨ $\therefore$ ٨ = ٥ + ٣س

$\therefore$ ٣س = ٨ – ٥ $\therefore$ ٣س = ٣ $\therefore$ س = ١

---

(٥) إذا كانت ص = ٢ + ٧ وكان ٢ $\propto$ $\frac{١}{\text{س}^٢}$

وكان ٢ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد:

أ) العلاقة بين ص ، س
ب) قيمة ص عندما س = ٦ (أجب بنفسك)

---

(٦) إذا كانت ص = ٣ + ٢ وكانت ٢ $\propto$ $\frac{١}{\text{س}}$

وكانت ص = ٥ عندما س = ١ فأوجد العلاقة
بين س ، ص ثم أوجد ص عندما س = ٢
(أجب بنفسك)

---

(٧) إذا كانت ص = ١ + ب حيث ب تتغير
عكسياً مع مربع س ، وكانت ص = ١٧ عندما

س = $\frac{١}{٢}$ أوجد العلاقة بين ص ، س ، ثم أوجد

قيمة ص عندما س = ٢ (أجب بنفسك)

---

(٨) إذا كان وزن جسم على الأرض (و) يتناسب
طردياً مع وزنه على القمر (ر) ، فإذا كان $\text{و}_١$
= ١٨٢ كجم ، $\text{ر}_١$ = ٣٥ كجم فأوجد $\text{ر}_٢$
عندما $\text{و}_٢$ = ٣١٢ (أجب بنفسك)

---

(٩) إذا كانت $\text{س}^٢$ – ١٤ س ص + ٤٩$\text{ص}^٢$ =
صفر أثبت أن: س $\propto$ ص (أجب بنفسك)

---

(١٠) إذا كان $\text{س}^٢$ $\text{ص}^٢$ + $\frac{١}{٤}$ = س ص ، أثبت
أن: س تتغير عكساً مع ص (أجب بنفسك)

(١١) إذا كان $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$ فاثبت أن:

ص ∝ ع (أجب بنفسك)

أسئلة عامة على الانحراف المعيارى :

١) أبسط وأسهل مقياس للتشتت هو .....

٢) إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن :

٣) إذا كان التشتت لمجموعة من القيم يساوى صفراً فإن : ....

٤) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو ....

٥) المدى لمجموعة القيم ٨ ، ٥ ، ١٠ ، ٦ ، ١٤ يساوى ....

٦) إذا كان ٦٧ هى أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى يساوى ٢٧ فإن أصغر مفردات هذه المجموعة يساوى ....

٧) إذا كان ٤٠ هى أصغر مفردات مجموعة ما وكان المدى يساوى ٢٧ فإن أكبر مفردات هذه المجموعة يساوى ....

٨) المدى لمجموعة القيم ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ يساوى ....

٩) أكثر مقاييس التشتت دقة هو ....

١٠) الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى .....

١١) الانحراف المعيارى للقيم ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٣ يساوى ....

١٢) إذا كانت جميع قيم المفردات متساوية فى القيمة فإن σ = ...

١٣) إذا كان مجموع (س – س̄) = ٣٦ لمجموعة قيم عددها ٩ فإن σ = ...

١٤) الوسط الحسابى للقيم ٦ ، ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٤ هو ....

١٥) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة القيم ٥ ، ٦ ، ٧ ، م ، ٨ يساوى ٦ فإن م = ...

(١) احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية :

١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

الوسط الحسابى (س̄) =

$$\frac{١٢+١٣+١٦+١٨+٢١}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

س	س – س̄	(س – س̄)^٢
١٢	١٢ – ١٦ = –٤	١٦
١٣	١٣ – ١٦ = –٣	٩
١٦	١٦ – ١٦ = صفر	صفر
١٨	١٨ – ١٦ = ٢	٤
٢١	٢١ – ١٦ = ٥	٢٥
المجموع		٥٤

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^٢}{ن}}$$

$$= \sqrt{\frac{٥٤}{٥}} = \sqrt{١٠,٨} \simeq ٣,٢٨٦$$

(٢) فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق فى الوحدات المصنعة

عدد الوحدات التالفة	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

أوجد الانحراف المعيارى للوحدات التالفة (أجب بنفسك)

أسئلة المهارات التراكمية :-

١) إذا كان (س – ص)^٢ = ٢٠ ، س^٢ + ص^٢ = ١٠ فإن س ص = ...

٢) إذا كان س + ص = س ص = ٥ فإن س^٢ ص + ص^٢ س = ...

٣) ٣^ن + ٣^ن + ٣^ن = ...

٤) ٣^{٢٥} + ٣^{٢٥} + ٣^{٢٥} = ...

٥) نصف العدد ٢^{٢٠} = ...

٦) ربع العدد ٤^{١٦} = ...

٧) إذا كان س^٥ = ٣٢ فإن س = ...

٨) $\sqrt{١٦} + \sqrt{٩}$ = ...

٩) $\sqrt[٣]{٠,٠٠٨}$ = ...

١٠) ٤ × ١٥ ÷ ١٢ – ٥ = ...

١١) إذا كان ١ < س < ٣ فإن
س ∈] ..... ، ...... [

١٢) [٣ ، ٦] − [١ ، ٦[= ....

١٣) [٢ ، ٧] − {٢ ، ٧} = ...

١٤) إذا كان ٢أ + ٢ب + جـ = ٣٦ ،
أ + ب = ١٥ فإن جـ = ...

١٥) نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة أخرى طول ضلعها ٢ل سم كنسبة
....

١٦) إذا كان س ، س + ٤١ عددان أوليان فإن س = ...

١٧) إذا كان ف عدد فردياً فإن العدد الفردى التالى له هو ....

١٨) إذا كانت الأعداد فى النمط ٠,٧٥ ، $١\frac{١}{٤}$ ، ١,٧٥ ، س ، $٢\frac{٣}{٤}$ فإن س =
....

١٩) إذا كان هناك ٢٠٠ سعر حرارى فى ٥٠ جرام من أحد أصناف الطعام فإن عدد السعرات الحرارية فى ٣٠ جرام من هذا الطعام = ...

٢٠) قام المعلم بتصحيح أوراق تلاميذ أحد فصوله فى نصف ساعة فإذا أخذ المعلم ساعة ونصف فى تصحيح ١٢٠ تلميذ فإن عدد تلاميذ هذا الفصل يساوى
....

٢١) إذا أجاب أحمد على ٦٠ ٪ من أسئلة أختبار ما إجابات صحيحة وكان عدد الأسئلة التى أجاب عنها خطأ هى عشرة أسئلة فإن عدد أسئلة الاختبار تساوى ....

٢٢) [٢ ، ٥] هى مجموعة حل المتباينة ,,, (١ ≤ س − ١ ≤ ٤ ، ١ < س − ١ < ٤ ، ١ < س −١ ≤ ٤ ، ١ < س − ١ ≤ ٤)

٢٣) $\sqrt{٢٧}$ − $\sqrt{-٢٧}$ = ,,,,
(٦ ، صفر ، −٣ ، −٦)

٢٤) إذا كان $ص^{-٣}$ = ٨ فإن ص =
.... ($\frac{١}{٥١٢}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، ٢ ، $\frac{١}{٢}$)

٢٥) $(٩٩)^{٢}$ − ١ = ...
(٩٨٠٠ ، ١٠٠٠٠ ، $(٩٨)^{٢}$ ، ٩٩٠٠)

٢٦) $٢^{٥} \times ٣^{٥}$ = ...
($٢^{١٠}$ ، $٣^{١٠}$ ، $٦^{١٠}$ ، $٦^{٥}$)

٢٧) إذا كان $\frac{١}{٣}$س − $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ فإن
س = ... ($\frac{٢}{٣}$ ، ٢ ، $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$)

٢٨) إذا كان $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ٢(س + ص) حيث س + ص ≠ ٠ فإن
س + ص = ... (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

٢٩) إذا كان ٢س = ١ فإن $\frac{٢}{٥}$س =
..... ($\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، ١)

٣٠) إذا كان أ ب = ٣ ، أ $ب^{٢}$ = ١٢ فإن
ب = ... (٤ ، ٢ ، −٢ ، ± ٢)

بنك الامتحان فى الهندسة وحساب المثلثات الثالث الاعدادى

أسئلة عامة على حساب المثلثات

(١) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) إذا كان ظا (س + ١٥)° = $\sqrt{٣}$ حيث س زاوية حادة فإن ظا س = ...

(١ ، $\sqrt{٣}$ ، ٤٥ ، $\frac{١}{\sqrt{٢}}$)

٢) ٤جتا٣٠° ظا٦٠° = ...

(٣ ، ٢$\sqrt{٣}$ ، ٦ ، ١٢)

٣) إذا كانت جا س = ٠٫٥ حيث س زاوية حادة فإن س = ...°

(١٥٠ ، ٦٠ ، ٤٥ ، ٣٠)

٤) جا ٤٥° + جتا٤٥° = ...

(٢ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$)

٥) جا٣٠° = ...

(جتا٣٠° ، ظا٦٠° ، جتا٦٠° ، جا٦٠°)

٦) إذا كانت جتا٢س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢س زاوية حادة فإن س = ...

(١٥° ، ٣٠° ، ٤٥° ، ٦٠°)

٧) فى المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب يكون جا أ + جتا جـ = ...

(٢جا أ ، ٢جا جـ ، ٢ جا ب ، ٢جتا أ)

٨) إذا كانت جا س = $\frac{١}{٢}$ ، س قياس زاوية حادة فإن : جا ٢ س = ...

(١ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{\sqrt{٣}}$)

٩) فى ∆ أ ب جـ القائم الزاوية فى جـ يكون : جا ب + جتا ب ١

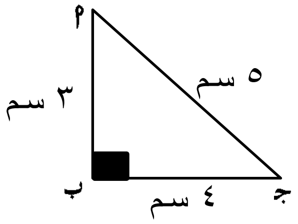
($=$ ، $<$ ، $>$ ، $\geq$)

---

(٢) ∆ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم

أثبت أن : جا² جـ + جتا² جـ = ١

∵ ق(∠ ب) = ٩٠° من نظرية فيثاغورث



(أ جـ)² = (٤)² + (٣)²

(أ جـ)² = ١٦ + ٩ = ٢٥

أ جـ = ٥ سم

الطرف الأيمن =

جا² جـ + جتا² جـ =

$(\frac{٣}{٥})^٢ + (\frac{٤}{٥})^٢ = \frac{٩}{٢٥} + \frac{١٦}{٢٥} = \frac{٢٥}{٢٥} = ١ =$

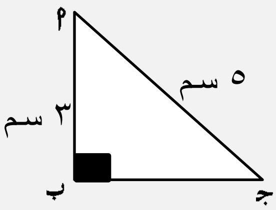
الطرف الأيسر

---

(٣) فى الشكل المقابل:

أ ب جـ ∆ قائم الزاوية فى ب

، أ جـ = ٥ سم ، أ ب = ٣ سم



أوجد :

١) قيمة ٣ ظا أ + ٥ جا جـ

٢) ق(∠ جـ)

∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (ب جـ)² = (٥)² − (٣)²

= ٢٥ − ٩ = ١٦ ∴ ب جـ = ٤ سم

١) المقدار : ٣ ظا أ + ٥ جا جـ =

$٣ \times \frac{٤}{٣} + ٥ \times \frac{٣}{٥} = ٤ + ٣ = ٧$

٢) ∵ أ ب المقابل للزاوية جـ ، أ جـ الوتر نستخدم

إذن جا جـ ∴ جا جـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{٣}{٥}$

∴ = ° ’’’’ = (٥ ÷ ٣) sin Shift

∴ ق(∠ جـ) =

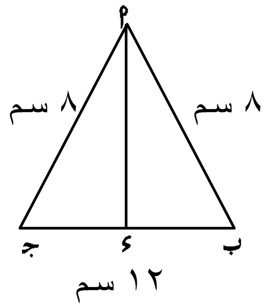
---

(٤) أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه

أ ب = أ جـ = ٨ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد : ق(∠ ب)

نرسم أ ء ⊥ ب ج



∵ أ ء ⊥ ب ج

∴ ء منتصف ب ج

∴ ب ء = ء ج = ٦ سم

∵ جتا ب = $\frac{٦}{٨}$

وباستخدام الحاسبة ∴

Shift cos (٦ ÷ ٨) = ° ’’’’ =

∴ ق(∠ ب) =

---

(٥) أ ب ج مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = أ ج = ١٢,٦سم ، ق(∠ ج) = ٢٤َ ٨٤° أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول ب ج

....

....

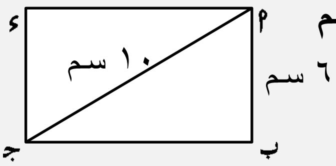
....

....

....

---

(٦) فى الشكل المقابل:
أ ب ج ء فيه أ ب = ٦ سم
، أ ج = ١٠ سم
أوجد :
ق(∠ أ ج ب)



الشكل مستطيل ∴ ق(∠ ب) = ٩٠°

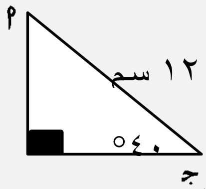
، أ ج وتر ، أ ب مقابل للزاوية أ ج ب

∴ جا (∠ أ ج ب) = $\frac{٦}{١٠}$ وباستخدام الآلة

الحاسبة ∴ ق(∠ أ ج ب) =

---

(٧) فى الشكل المقابل :
ق(∠ ج) = ٤٠° ،
أ ج = ١٢ سم أوجد :
١) طول أ ب لأقرب رقم عشرى واحد
٢) طول ب ج لأقرب سم



....

....

....

....

....

---

(٨) بدون استخدام الحاسبة أوجد القيمة العددية للمقدار :
جا٤٥° جتا٤٥° + جا٣٠° جتا٦٠° − جتا²٣٠°

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{-2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{-2}{4} = \text{صفر}$$

---

(٩) أثبت أن : ٣جا٣٠° = ٥جتا٦٠° − ظا²٤٥°

الطرف الأيمن = ٣جا٣٠° = $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

الطرف الأيسر = ٥جتا٦٠° − ظا²٤٥° =

$$5 \times \frac{1}{2} - (1)^2 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{5-2}{2} = \frac{3}{2}$$

∴ الطرفان متساويان

---

(١٠) أثبت أن :
ظا²٦٠° − ظا²٤٥° = جا²٦٠° + جتا²٦٠° + ٢جا٣٠°
(أجب بنفسك)

....

....

....

....

....

---

(١١) إذا كان ظا س = ٤جتا٣٠° − ظا٦٠° حيث س زاوية حادة فأوجد قيمة س

ظا س = $4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} =$

$2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ ∴ ظا س = $\sqrt{3}$

∴ قياس زاوية س = ٦٠°

(١٢) أوجد قيمة ؟ التى تحقق أن :

٢جا ؟ = ظا^{٢}٦٠° − ٢ظا٤٥°

(حيث ؟ زاوية حادة)

....

....

....

....

---

(١٣) أوجد ق(∠هـ) حيث هـ زاوية حادة إذا

كان ٣ظاهـ= ٢جا٣٠° + ٤جتا٦٠°

....

....

....

....

....

---

(١٤) أوجد قيمة س التى تحقق المعادلة :

س^٢ = جتا٦٠° جا٣٠° +جا٦٠° جتا٣٠°

$$س^{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} = \frac{٤}{٤} = ١$$

∴ س^٢ = ١ ∴ س = ± ١

---

(١٥) أوجد قيمة س التى تحقق :

س جا٣٠ جتا^{٢}٤٥° =جا^{٢}٦٠°

....

....

....

أسئلة عامة على البعد بين نقطتين :

(١) اختر الإجابة الصحيحة :

١) طول القطعة المستقيمة المرسومة بين النقطتين: (٠ ، ٠) ، (٥ ، ١٢) يساوى .... وحدة طول (٥ ، ٧ ، ١٢ ، ١٣)

٢) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٣ وحدات طول فالنقطة ...... تنتمى إليها ((١ ، ٢)،(−٢ ، $\sqrt{٥}$)،($\sqrt{٣}$ ، ١)،($\sqrt{٢}$ ، ١))

٣) البعد العمودى بين المستقيمين : ص − ٣ =٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوى ...... وحدة طول (١ ، ٢ ، ٣ ، ٥)

٤) إذا كان البعد بين النقطتين(؟ ، ٠) ،(٠ ، ١) هو وحدة الطول فإن ؟ = ...

(−١ ، صفر ، ١ ، ± ١)

---

(٢) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط ؟ (٥ ، −٥) ، ب (−١ ، ٧) ، ج (١٥ ، ١٥) قائم الزاوية فى ب ثم احسب مساحته

$$؟ب = \sqrt{(-١-٥)^{٢} + (٧+٥)^{٢}} = \sqrt{٣٦+١٤٤} = \sqrt{١٨٠}$$

∴ومنها (؟ ب)^٢ = ١٨٠

$$ب ج = \sqrt{(١٥+١)^{٢} + (١٥-٧)^{٢}} = \sqrt{٢٥٦+٦٤} = \sqrt{٣٢٠}$$

ومنها (ب ج)^٢ = ٣٢٠

$$؟ ج = \sqrt{(١٥-٥)^{٢} + (١٥+٥)^{٢}} = \sqrt{١٠٠+٤٠٠} = \sqrt{٥٠٠}$$

ومنها (؟ ج)^٢ = ٥٠٠

∵(؟ ب)^٢ + (ب ج)^٢ = (؟ ج)^٢ ∴ النقط هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب

$$مساحة\ \Delta = \frac{١}{٢} \times \sqrt{١٨٠} \times \sqrt{٣٢٠} =$$

$$\frac{١}{٢} \times ٣\sqrt{٢٠} \times ٤\sqrt{٢٠} = ٦ \times ٢٠ = ١٢٠$$ وحدة مربعة

---

(٣) بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط : ؟ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، ج (٤ ، ٥) من حيث أضلاعه؟

....

....

....

....

....

---

(٤) أثبت أن النقط ؟(٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، ج (٢ ، −٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة مركزها النقطة م (−١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

لإثبات أن النقاط دائرة مركزها م :

م أ = م ب = م جـ = نق ، المحيط = ٢ π نق ،
المساحة = π نق٢

....
....
....
....
....

(٥) إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢ √٥ فاحسب قيمة س

$\sqrt{(س - ٦)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$ = ٢ √٥

$\sqrt{(س - ٦)^{٢} + ١٦}$ = ٢ √٥ بتربيع الطرفين

(س − ٦)٢ + ١٦ = ٢٠ ∴ (س − ٦)٢ = ٤

∴ س − ٦ = ±٢ ∴ س = ٨ أو س = ٤

(٦) أوجد قيمة أ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (٣أ − ١ ، −٥) يساوى ١٣

....
....
....
....
....

(٧) إذا كانت أ(س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ(٥ ، ١) وكانت أب = ب جـ أوجد قيمة س

نجد البعد بين أ ب ، ب جـ

....
....
....
....
....

أسئلة عامة على منتصف قطعة مستقيمة :

(١) اختر الإجابة الصحيحة :

١) إذا كان أب قطر فى الدائرة حيث أ(٣ ، −٥) ، ب(٥ ، ١) فإن مركز الدائرة هو ....

((٤، −٢) ، (٤ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٨ ، −٢))

٢) النقطة (٠ ، ٠) تنصف البعد بين النقطتين (−١ ، −١) ، (س ، ص) فإن النقطة (س ، ص) هى .. ((١،٩) ، (−١،٩)، ($\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$) ، (−١،٣))

(٢) إذا كانت جـ منتصف أب حيث أ(−٣ ، ص) ، ب(٩ ، ١١) ، جـ (س ، −٣) فأوجد قيمة س ، ص

∵ جـ منتصف أب ∴ ٢ جـ = أ + ب

(٢س ، −٦) = (−٣ ، ص) + (٩ ، ١١)

∴ ٢س = −٣ + ٩ أو −٦ = ص + ١١

٢س = ٦ ∴ س = ٣ ، ص = −١١ − ٦ = −١٧

(٣) إذا كانت جـ منتصف أب حيث أ(س ، ٣) ، ب(٦ ، ص) ، جـ (٤ ، ٦) فأوجد قيمة س ، ص

....
....
....
....
....

(٤) إذا كانت أ(−١ ، −١) ، ب(٢ ، ٣) ، جـ (٦ ، ٠) ، ء(٣ ، −٤) أربع نقط فى مستوى إحداثى متعامد أثبت أن أجـ ، ب ء ينصف كلاً منها الآخر

منتصف أجـ = ($\frac{-١+٦}{٢}$ ، $\frac{-١+٠}{٢}$) = ($\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$)

منتصف ب ء = ($\frac{٢+٣}{٢}$ ، $\frac{٣-٤}{٢}$) = ($\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$)

∵ منتصف أجـ = منتصف ب ء ∴ أجـ ، ب ء ينصف كلاً منهما الآخر

(٥) أ ب جـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى هـ حيث أ (٣ ، −١) ، ب(٦ ، ٢) ، جـ(١ ، ٧) أوجد: إحداثيى هـ ، ء

∵ أ ب جـ ء متوازى أضلاع ∴ القطران ينصف كلاً منهما الآخر ، ∵ هـ نقطة منتصف القطرين

∴ هـ = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{-١+٧}{٢}\right)$ = (٢ ، ٣)

، $\left(\frac{٦ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢}\right)$ = (٢ ، ٣)

س + ٦ = ٤ ، ص + ٢ = ٦

∴ س = − ٢ ، ص = ٤

∴ ء (−٢ ، ٤)

---

(٦) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه أ (س ، ٢) ، ب(٣ ، ٨) ، جـ(٩ ، ١٠) ، ء (٧ ، ٤) أوجد س

....

....

....

....

....

---

(٧) $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة التى مركزها م فإذا كانت ب (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) فأوجد :

أولاً: إحداثيى أ

ثانياً: طول نصف قطر الدائرة

أولاً ∵ م مركز الدائرة ∴ م منتصف $\overline{أب}$

نفرض أن أ (س ، ص)

$\left(\frac{س + ٨}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$ = (٥ ، ٧)

∴ س + ٨ = ١٠ ، ص + ١١ = ١٤

س = ١٠ − ٨ = ٢ ، ص = ١٤ − ١١ = ٣

∴ أ (٢ ، ٣)

ثانياً: طول نصف القطر = م أ = م ب

$\sqrt{(٥-٨)^٢ + (٧-١١)^٢} = \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$

---

(٨) إذا كانت أ (١ ، −٦) ، ب (٩ ، ٢) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم $\overline{أب}$ إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول

....

....

....

....

....

أسئلة عامة على الميل والعلاقة بين المستقيمين المتوازيين والمتعامدين

(١) اختر الإجابة الصحيحة :ـ

١) ميل المستقيم الذى معادلته ٢س − ٣ص + ٥ = ٠ يساوى .... ($\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٢}$)

٢) إذا كان ميل المستقيم أ س − ص + ٣ = ٠ يساوى ١ فإن أ = ... ($\frac{-١}{٣}$ ، −١ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١)

٣) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ..... (−١ ، صفر ، ١ ، غير معرف)

٤) المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ص) ، (٣ ، ٤) ميله ظا ٤٥° فتكون ص = ...(١ ، −١ ، ٢ ، ٤)

٥) إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيين فإن ك = ...($\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ٣)

٦) إذا كان المستقيم س + ٣ص − ٦ = ٠ عمودياً على المستقيم أ س − ٣ص + ٧ = ٠ فإن أ = ... (٢ ، ٩ ، ٤ ، ١)

٧) المستقيم الذى معادلته ٢س − ٣ص − ٦ = ٠ يقطع من محور الصادات جزءاً طوله .... (−٦ ، −٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ٢)

---

(٢) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، −١) ، (٦ ، ٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحو السينات

∵ $م_١ = \frac{٣ - (-١)}{٦ - ٢} = \frac{٤}{٤} = ١$

، $م_٢$ = ظا ٤٥° ∴ $ل_١ \parallel ل_٢$

(٣) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٣ $\sqrt{٣}$)، (٥ ، ٢ $\sqrt{٣}$) عمودى على

المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠°

$\because$ م١ = $\frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥ - ٤} = -\sqrt{٣}$

، م٢ = ظا٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ $\therefore$ م١ × م٢ =

$-\sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}} = -١$ $\therefore$ ل١ $\perp$ ل٢

---

(٣) إذا كان ل١ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان ١) متوازيان ٢) متعامدان

$\because$ م١ = $\frac{\text{ك} - ١}{٢ - ٣} = \frac{\text{ك} - ١}{-١}$

، م٢ = ظا٤٥° = ١ $\because$ ل١ $\parallel$ ل٢ $\therefore$ م١ = م٢

$\frac{\text{ك} - ١}{-١} = ١$ $\therefore$ ك − ١ = −١ $\therefore$ ك = صفر

، $\because$ ل١ $\perp$ ل٢ $\therefore$ م١ × م٢ = −١

$\frac{\text{ك} - ١}{-١} \times ١ = -١$ $\therefore$ ك − ١ = ١ $\therefore$ ك = ٢

---

(٤) إذا كانت معادلتا المستقيم ل١ ، ل٢ هما على الترتيب: ٢س − ٣ص + أ = ٠ ،

٣س + ب ص − ٦ = ٠ فأوجد:

١) قيمة ب التى تجعل ل١ ، ل٢ متوازيين

٢) قيمة ب التى تجعل ل١ ، ل٢ متعامدين

٣) قيمة أ إذا كانت النقطة (١ ، ٣) تقع على المستقيم ل١

م١ = $\frac{-٢}{-٣} = \frac{٢}{٣}$ ، م٢ = $\frac{-٣}{\text{ب}}$

١) إذا كان ل١ $\parallel$ ل٢ $\therefore$ م١ = م٢ $\therefore \frac{٢}{٣} = \frac{-٣}{\text{ب}}$

$\therefore$ ٢ب = −٦ $\therefore$ ب = −٣

٢) إذا كان ل١ $\perp$ ل٢ $\therefore$ م١ × م٢ = − ١

$\frac{٢}{٣} \times \frac{-٣}{\text{ب}} = -١$ $\therefore \frac{-٦}{٣\text{ب}} = -١$

$\therefore$ −٣ب = −٦ $\therefore$ ب = ٢

٣) $\because$ (١ ، ٣) تقع على المستقيم ل١ $\therefore$ فهى تحقق المعادلة $\therefore$ ٢ × ١ − ٣ × ٣ + أ = ٠

٢ − ٩ + أ = ٠ $\therefore$ −٧ + أ = ٠ $\therefore$ أ = ٧

---

(٥) أثبت أن النقط أ (١ ، ١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٠ ، −١) تقع على استقامة واحدة

ميل أب = $\frac{٣ - ١}{٢ - ١} = ٢$

ميل ب جـ = $\frac{-١ - ٣}{٠ - ٢} = \frac{-٤}{-٢} = ٢$

$\because$ ميل أب = ب جـ ، ب نقطة مشتركة

$\therefore$ النقط أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة

(٦) إذا كانت النقط (٠ ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد أ

....

....

....

....

---

(٧) إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤ ، ٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (٥ ، أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ

....

....

....

....

---

(٨) أثبت باستخدام الميل أن النقط أ (−١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (٦ ، ٤) ، ء (٠ ، ٦) هى رؤوس مستطيل

....

....

....

....

أسئلة عامة على معادلة الخط المستقيم :

(١) اختر الإجابة الصحيحة:

١) معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، ـ٣) موازياً محور السينات هى .....

(س = ـ٢ ، ص = ـ٣ ، س = ٢ ، ص = ٣)

٢) معادلة المستقيم الذى ميله ١ ويمر بنقطة الأصل هى .....

(س =١ ، ص =١ ، ص = س ، ص = ـ س)

---

(٢) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (ـ٣ ، ٢)

∵ ص = م س + جـ

∴ م = $\frac{٣ - ٢}{-٣ - ٢}$ = $\frac{-١}{-٥}$ = $\frac{١}{٥}$

∴ ص = $\frac{١}{٥}$س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، ٣) ∴ فهى تحقق معادلته ∴ ٣ = $\frac{١}{٥}$ × ٢ + جـ ∴ جـ = ٣ ـ $\frac{٢}{٥}$

∴ جـ = $\frac{١٣}{٥}$ المعادلة هى ص = $\frac{١}{٥}$س + $\frac{١٣}{٥}$

---

(٣) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) ومنتصف $\overline{أب}$ حيث أ(١ ، ـ٢) ، ب(٣ ، ـ٤)

∵ منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{١ + ٣}{٢}$ ، $\frac{-٢ - ٤}{٢}$) = (٢ ، ـ٣)

∵ ص = م س + جـ ∴ م = $\frac{-٣ - ٦}{٢ - ١}$ = ـ٩

∴ ص = ـ٩ س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٦) ∴ فهى تحقق معادلته ٦ = ـ٩ + جـ ∴ جـ = ٩ + ٦ = ١٥

المعادلة هى ص = ـ٩س + ١٥

---

(٤) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٤) وعمودى على المستقيم: ٥س ـ ٢ص + ٧ = ٠

∵ ص = م س + جـ ∴ م = $\frac{-٥}{-٢}$ = $\frac{٥}{٢}$

الميل العمودى هو $\frac{-٢}{٥}$

∴ ص = $\frac{-٢}{٥}$س + جـ ، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٤) ∴ فهى تحقق معادلته

٤ = $\frac{-٢}{٥}$ × ٣ + جـ ∴ جـ = ٤ + $\frac{٦}{٥}$ ∴ جـ = $\frac{٢٦}{٥}$ المعادلة هى : ص = $\frac{-٢}{٥}$س + $\frac{٢٦}{٥}$

---

(٥) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ـ٥) ويوازى المستقيم س + ٢ص ـ ٧ =٠

....

....

....

....

---

(٦) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزئين موجبين طولهما ٤ ، ٩ على الترتيب

∵ المستقيم يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزئين طولهما ٤ ، ٩

∴ المستقيم يمر بالنقطتين (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٩)

∵ ص = م س + جـ ∴ م = $\frac{٩ - ٠}{٠ - ٤}$ = $\frac{-٩}{٤}$

∴ ص = $\frac{-٩}{٤}$ س + جـ ، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ٩) ∴ فهى تحقق معادلته

٩ = $\frac{-٩}{٤}$ × ٠ + جـ ∴ جـ = ٩

المعادلة هى ص = $\frac{-٩}{٤}$ س + ٩

---

(٧) مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءاً موجباً من محور الصادات طوله وحدتين أوجد :

١) معادلة المستقيم

٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

....
....
....
....

(٨) أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذى معادلته $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

....
....
....
....

(٩) أوجد معادلة الخط المستقيم العمودى على $\overline{أ ب}$ من نقطة منتصفها حيث أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)

....
....
....
....

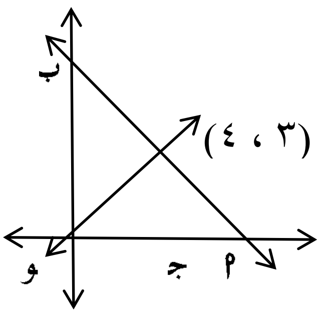
(١٠) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ميل الخط المستقيم $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع جزءاً سالباً من محور الصادات مقداره ٣

....
....
....
....

(١١) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢ ، -١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل

....
....
....
....

١٢) فى الشكل المقابل :
جـ منتصف $\overline{أب}$
أوجد معادلة $\overleftrightarrow{أ ب}$ ،
مساحة المثلث و أ جـ



....
....
....
....

أسئلة التراكمى :

١) القطران متعامدان فى المربع و .....
٢) القطران متساويان فى الطول فى المربع و .....
٣) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين = ...
٤) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع .....
٥) المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٤٢° ، ٦٩° يكون .....
٦) س ص ع مثلث متساوى الساقين فيه ق(∠ س) = ١٠٠° فإن ق(∠ ص) = ...
٧) إذا كان قياس إحدى زاويتى قاعدة المثلث المتساوى الساقين ٤٠° فإن قياس زاوية رأسه = ...°
٨) مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ..... طول الضلع الثالث
٩) الأعداد ٥ ، ٤ ، ..... تصلح أن تكون أطوالاً لأضلاع مثلث (٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢)
١٠) مثلث متساوى الساقين طولا ضلعين فيه ٨سم ، ٤سم فإن طول الضلع الثالث .... سم
١١) إذا كان Δ أ ب جـ فيه ق(∠ ب) = ١٣٠° فإن أكبر أضلاعه طولا هو .....
١٢) إذا كان Δ أ ب جـ فيه ق(∠ ب) > ق(∠ جـ) فإن أ جـ .... أ ب
١٣) الزاوية الحادة تكمل زاوية ....
١٤) الزاوية القائمة تتمم زاوية قياسها ....°
١٥) الزاويتان ١٣٠° ، ٥٠° ......
١٦) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة =

أطيب الأمنيات بالنجاح والتفوق