الوحدة الأولى:

مراجعة على الضرب :

ـ ٣ س (س + ١) = ـ ٣ س^{٢} ـ ٣ س

٢ (س ـ ص) + س = ٢ س ـ ٢ ص + س = ٣ س ـ ٢ص

(س ـ ٤)(س + ٥) = س^{٢} + س ـ ٢٠

(٣ س + ١)(س + ٢) = ٣ س^{٢} + ٥ س + ٢

(س + ٢)^{٢} = س^{٢} + ٤ س + ٤

(س ـ ١)^{٢} = س^{٢} ـ ٢ س + ١

(س+ ٢)(س^{٢}ـ ٢س+ ٤) = س (س^{٢} ـ ٢ س + ٤) + ٢ (س^{٢} ـ ٢ س+ ٤)

= س^{٣} ـ ٢ س^{٢} + ٤ س + ٢ س^{٢} ـ ٤س+ ٨

= س^{٣} + ٨

مراجعة على التحليل :

حلل المقادير الآتية تحليلا كاملا :

س^{٢} + ٣ س = س (س + ٣) [ع.م.أ]

٦ س^{٢} ـ ١٢ س = ٦ س (س ـ ٢)

س^{٢} ـ ص^{٢} = (س ـ ص)(س + ص) [فرق بين مربعين]

س^{٢} ـ ١٦ = (س + ٤)(س ـ ٤)

س^{٣} ـ ٨ = (س ـ ٢) (س^{٢} + ٢ س + ٤) [فرق بين مكعبين]

س^{٣} + ٢٧ = (س + ٣) (س^{٢} ـ ٣ س + ٩) [مجموع مكعبين]

س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س + ٣)(س + ٢) [مقدار ثلاثي]

س^{٢} ـ ٥ س + ٦ = (س ـ ٣) (س ـ ٢)

س^{٢} + ٥ س ـ ٦ = (س ـ ١) (س + ٦)

س^{٢} ـ ٥ س ـ ٦ = (س ـ ٦) (س + ١)

٢ س^{٢} + ٥ س ص ـ ٣ ص^{٢} = (س + ٣ ص) (٢س ـ ص)

حلل س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} ـ ع^{٢} [تحليل با لتقسيم]

= (س^{٢} + ٣ س ص + ص^{٢}) ـ ع^{٢}

= (س + ص)^{٢} ـ ع^{٢}

= (س + ص ـ ع)(س + ص + ع)

حقيقة هامه : إذا كان أ × ب = ٠ فإن أ = ٠ أ، ب = ٠ أ، كلاهما = صفر

مثلا : (س+٣)(س ـ ٥) = ٠ فإن س + ٣ = ٠ أ، س ـ ٥ = ٠

س = ـ ٣ أ، س = ٥

حل معادلتين أحداهما من الدرجة الأولى و الأخرى من الدرجة الثانية :

خطوات الحل :

١- من معادلة الدرجة الأولى نوجد أحد المتغيرين س أ، ص بدلالة الآخر

٢- نعوض في معادلة الدرجة الثانية لنحصل علي معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد يمكن حلها لإيجاد قيم هذا المتغير

٣- ثم نعوض في معادلة الدرجة الأولى لإيجاد قيم المتغير الآخر

٤- يلاحظ أن مجموعة الحل لهذا النوع من المعادلات تتكون من زوجين مرتبين من القيم (س١، ص١) ، (س٢ ، ص٢) ويمكن أن تتكون من زوج واحد فقط (س١، ص١) كما أنها ممكن أن تكون Ø

مثال : أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين :

س – ص = ٣ ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢٩

الحل :

س – ص = ٣

س = ص + ٣ (١)

س^{٢} + ص^{٢} = ٢٩ (٢)

بالتعويض من (١) في (٢) نجد أن:

(ص + ٣)^{٢} + ص^{٢} = ٢٩

ص^{٢} + ٦ ص + ٩ + ص^{٢} – ٢٩ = ٠

٢ ص^{٢} + ٦ ص – ٢٠ = ٠

بالقسمة علي ٢ الطرفين

ص^{٢} + ٣ ص – ١٠ = ٠

(ص + ٥)(ص – ٢) = ٠

ص + ٥ = ٠ ، ص – ٢ = ٠

ص = – ٥ ، ص = ٢

بالتعويض في (١) نجد أن :

س = – ٢ ، س = ٥

م . ح = { (– ٢ ، – ٥) ، (٥ ، ٢)}

مسائل تؤول عند حلها إلى معادلتين في متغيرين من الدرجة الأولى و الثانية :

ملاحظات :

١- نرفض من مجموعة الحل الأزواج المرتبة التي لا تتفق مع معطيات المسألة مثلا (مساحة مربع = – ١٢مرفوض) ، الطول والعمر و المساحة دائما عدد موجب

٢- عددان أحدهما مربع الآخر : بفرض العددين س ، ص فيكون س = ص^{٢}

٣- عددان مجموع مربعيهما = ١٠ فيكون س^{٢} + ص^{٢} = ١٠

٤- مستطيل طوله س سم ، عرضه ص سم فإن نصف المحيط = س + ص

محيط المستطيل = (الطول + العرض) ×٢

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلتين الآتيتين آنياً :

س + ص = ٣ ، س ص ـ ٢ = ٠

الحل :

س + ص = ٣

، ص = ٣ ـ س (١)

س ص ـ ٢ = ٠ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢) نجد أن :

س (٣ ـ س) ـ ٢ = ٠

٣ س ـ س^{٢} ـ ٢ = ٠

س^{٢} ـ ٣ س + ٢ = ٠

(س ـ ١) (س ـ ٢) = ٠

س ـ ١ = ٠ أ، س ـ ٢ = ٠

س = ١ أ، س = ٢

ص = ٢ أ، ص = ١

م . ح = { (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) }

مثال : أوجد مجموعة الحل للمعادلتين :

ص ـ $\frac{١}{٣}$ س = ٠ ، س^{٢} ـ ص^{٢} = ٧٢

الحل :

ص = $\frac{١}{٣}$ س (١)

س^{٢} ـ ص^{٢} = ٧٢ (٢)

بالتعويض من (١) فى (٢)

س^{٢} ـ $\frac{١}{٩}$ س^{٢} = ٧٢

بالضرب فى ٩ الطرفين

٩ س^{٢} ـ س^{٢} = ٦٤٨

٨ س^{٢} = ٦٤٨

س^{٢} = $\frac{٦٤٨}{٨}$ = ٨١

س = ± ٩

من المعادلة (١) نجد :

ص = ± $\frac{١}{٣}$ × ٩ = ± ٣

م . ح = { (٩ ، ٣) ، (ـ ٩ ، ـ ٣) }

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com ت/ ٠١٠٦٥٢٢١٣٨

اختبـــــــــــــر نفســــــــــك

أ وجد مجموعة الحل لكل زوج من أزواج المعادلات الآتية:

١) س + ص = ٢ ، $س^٢ + ص^٢ = ٣٤$

٢) س ـ ٢ ص = ٠ ، $س^٢ + ص^٢ = ٢٠$

٣) س ـ ص = ١ ، س ص = ١٢

٤) ص = ٠ ، $س^٢ + ص^٢ +$ س + ٤ ص ـ ٦ = ٠

٥) س ـ ١ = ٠ ، ٢ $س^٢ +$ ٥ س ص + $ص^٢ = ١٦$

٦) س = ص ، ٣ $س^٢ - ص^٢ = ١٨$

اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس:

(١) مجموعة حل المعادلتين س ـ ص = ٠ ، $س^٢ + ص^٢ = ٨$ في ح×ح

هي ٠٠٠٠ ({ (٢،٢) } أ، {(ـ٢، ٢)} أ، { (٢ ، ٢) ، (ـ ٢ ، ـ ٢) } أ، Φ)

(٢) مجموعة حل المعادلتين س ص = ١ ، ص = س في $ح^٢$ هي ٠٠٠٠

({ (١،١) } أ، {(ـ١، ـ١)} أ، { (١ ، ١) ، (ـ ١ ، ـ ١) } أ، Φ)

(٣) مجموعة المعادلتين س + ص = ٣ ، س ص = ٢ في ح×ح هي ٠٠٠٠٠

({ (١،٢) } أ، {(١، ٢)} أ، { (٢ ، ١) ، (١ ، ٢)} أ، Φ)

(٤) الزوج المرتب الذي يكون حلا للمعادلتين:

$س^٢ + ص^٢ = ٢٥$ ، س ـ ص = ١ هو ٠٠٠٠

((٠ ، ٥) أ، (٤ ، ٣) أ، (ـ ٥ ، ٠) أ، (٢ ، ١))

مسائل لفظية

[١] مستطيل محيطه = ١٦ سم ، و مساحة سطحه ١٥ سم^{٢} أوجد بعديه .

الحل : نفرض أن الطول = س ، العرض = ص

٢(س + ص) = ١٦ بالقسمة على ٢ ∴ س + ص = ٨

∴ ص = ٨ ـ س (١)

مساحة المستطيل = س ص ∴ س ص =١٥ (٢)

بالتعويض من (١) في (٢) ∴ س(٨ ـ س) = ١٥

٨ س ـ س^{٢} = ١٥ ∴ س^{٢} ـ ٨ س + ١٥ = ٠

(س ـ ٣) (س ـ ٥) = ٠

أما س ـ ٣ = ٠
س = ٣
بالتعويض عن س في المعادلة(١)
ص = ٨ ـ ٣ = ٥ مرفوض

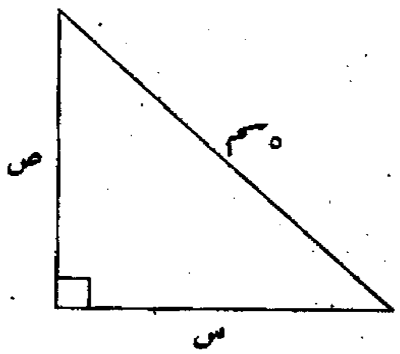
أما س ـ ٥ = ٠
س = ٥
بالتعويض عن س في المعادلة(١)
ص = ٨ ـ ٥ = ٣

∴ الطول = ٥ سم ، العرض = ٣ سم

---

[٢] مثلث قائم الزاوية طول وتره ٥ سم ومحيطه ١٢ سم أوجد مساحة سطحه.

الحل:



نفرض أن طولا ضلعي القائمة هما : س سم ، ص سم

∴ محيط المثلث = س + ص + ٥ = ١٢

∴ س + ص = ٧ ∴ ص = ٧ ـ س ...(١)

ويستفاد من أن المثلث قائم الزاوية بتطبيق نظرية فيثاغورث

∴ س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ ...(٢)

بالتعويض من (١) في (٢) : س^{٢} + (٧ ـ س)^{٢} = ٢٥

∴ س^{٢} + ٤٩ ـ ١٤س + س^{٢} ـ ٢٥ = ٠

∴ س^{٢} ـ ٧س + ١٢ = ٠

∴ (س ـ ٣)(س ـ ٤) = ٠

∴ س = ٣ ومنها ص = ٤

أو س = ٤ ومنها ص = ٣

∴ مساحة سطح المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦ سم^{٢}

[٣] مربعان مجموع محيطيهما ٣٦ سم و مجموع مساحتيهما ٤٥ سم^{٢}
أوجد طول ضلع كل منهما .

الحل :

نفرض أ ن طول ضلع المربع الأول = س سم ، طول المربع الثاني = ص سم

∴ ٤ س + ٤ ص = ٣٦ ∴ س + ص = ٩

∴ س = ٩ ـ ص (١)

، س^{٢} + ص^{٢} = ٤٥ (٢)

بالتعويض من (١) في(٢) ∴ (٩ ـ ص)^{٢} + ص^{٢} = ٤٥

∴ ٨١ ـ ١٨ ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ٤٥

∴ ٢ ص^{٢} ـ ١٨ ص + ٣٦ = ٠ بالقسمة على ٢

∴ ص^{٢} ـ ٩ ص + ١٨ = ٠ بالتحليل

∴ (ص ـ ٦)(ص ـ ٣) = ٠

∴ ص = ٦ أ، ص =٣ و بالتعويض في(١)

∴ س = ٣ أ، س = ٦

∴ المربعان طولا ضلعيهما ٦ سم ، ٣ سم

اختبـــــر نفســـــــك

١ـ عددان صحيحان مجموع أحدهما و ضعف الآخر يساوى ١٨ ومجموع مربعيهما يساوى ٦٥ . أوجد العددين

٢ـ عددان صحيحان موجبان ينقص مجموعهما عن ضعف أكبرهما بمقدار ١ ومجموع مربعيهما يساوى ٤١ فما العددان .

٣ـ مستطيل محيطه ٤٤ سم ، و مساحته ١٢٠ سم^{٢} . أوجد أبعاده .

٤ـ مستطيل طوله س سم و عرضه ص سم و مساحته ٧٧ سم^{٢} و إذا نقص الطول بمقدار ٢ سم و زاد العرض بمقدار ٣ سم لأصبح المستطيل مربعاً أوجد مساحة المربع .

٥ـ مثلث قائم الزاوية فيه طول أحد ضلعي القائمة ينقص عن طول الضلع الآخر بمقدار ٢ سم و مربع وتره ٢٥ سم^{٢} . احسب محيطه

٦ـ مثلث قائم الزاوية النسبة بين طولي ضلعي القائمة كنسبة ٣ : ٤ و مساحته ٥٤ سم^{٢} أوجد أطوال أضلاعه الثلاثة .

٧ـ دائرتان مجموع طولي نصفى قطريهما ٨ سم و الفرق بين مساحتي سطحيهما ١٦ ط سم^{٢} أوجد مجموع محيطيهما بدلالة ط .

دوال الكســـــور الجبـــرية

مجموعة أصفار الدالة

إذا كانت د كثيرة حدود في المتغير س فإن:
مجموعة أصفار د هي جميع قيم س الحقيقية و التي تجعل د(س) = ٠
ونرمز لها بالرمز ص(د) .

ملاحظات :

١- الدالة الثابتة د(س) = أ حيث أ ≠ ٠ ∴ مجموعة أصفار د(س) = Φ
مثلا د(س) = ٥ ∴ ص(د) = Φ

٢- الدالة الصفرية د(س) = ٠ ∴ مجموعة أصفارها = ح

٣- الدالة الخطية د(س) = أ س + ب ∴ مجموعة أصفار د(س) = { $\frac{-ب}{أ}$ }
مثلا : د(س) = ٣ س ـ ٥ ∴ مجموعة أصفار د(س) = { $\frac{٥}{٣}$ }

٤- الدالة التربيعية د(س) = أ س^{٢} + ب س + حـ من الدرجة الثانية
قد تكون مجموعة أصفار الدالة د(س) = Φ
مثل د(س) = س^{٢} + ٩ (لا يمكن تحليل الطرف الأيسر)
أو قد تحوى عنصر واحد مثل د(س) = س^{٢} ـ ٦ س + ٩ ∴ ص(د) = {٣}
أو قد تحوى عنصرين مثل د(س) = س^{٢} ـ ٢ س ـ ٣ ∴ ص(د) = { ٣ ، ـ ١ }
إذا كان د(س) = س^{٢} ـ ٢ س ـ ١٥ ∴ س^{٢} ـ ٢ س ـ ١٥ = ٠
(س ـ ٥)(س + ٣) = ٠ ∴ ص(د) = { ٥ ، ـ ٣ }

٥- الدالة التي على الصورة د(س) = س^{٣} + أ لها صفر وحيد
مثل د(س) = س^{٣} + ٨ ∴ (س + ٢)(س^{٢} ـ ٢ س + ٤) = ٠
∴ س + ٢ = ٠ ، س^{٢} ـ ٢ س + ٤ = ٠ (لا يمكن تحليله)
∴ ص(د) = {ـ ٢}

٦- مجموعة أصفار دالة كسرية = مجموعة أصفارالبسط ـ مجموعة أصفار المقام

مثل د(س) = $\frac{س ـ ٣}{س + ٥}$ ∴ $\frac{س ـ ٣}{س + ٥}$ = ٠

∴ س ـ ٣ = ٠ ∴ ص(د) = { ٣ }

مجال الدالة الكسرية

الدالة الكسرية الجبرية الحقيقية تكون على الصورة ن(س) = $\frac{ق(س)}{ك(س)}$

حيث ق(س) ، ك(س) كثيرات حدود ، س ∈ ح − مجموعة أصفار المقام

ملاحظات :

١- مجال الدالة كثيرة الحدود هو ح مثلا : مجال د(س) = س − ٧ هو ح

٢- مجال الدالة الكسرية الجبرية هو ح − مجموعة أصفار المقام

مثلا : مجال الدالة ن(س) = $\frac{س - ٣}{س + ٥}$ هو ح − {−٥}

حيث ن(−٥) ليس لها وجود لأن (−٥) ∉ لمجال الدالة ن

أو ن(−٥) ليس لها معنى حيث مقام الكسر عندها = ٠

مثال : أوجد مجال الدالة ن(س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س + ٢}$ ثم أوجد ن(٢) ، ن(٥)

الحل : ن(س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س + ٢}$ = $\frac{(س - ٢)(س + ٢)}{(س + ٢)}$

∴ مجال ن(س) = ح − {−٢}

ن(٢) = $\frac{(٢ - ٢)(٢ + ٢)}{(٢ + ٢)}$ = $\frac{صفر}{٤}$ = صفر

ن(٥) = $\frac{(٥ - ٢)(٥ + ٢)}{(٥ + ٢)}$ = $\frac{٣ \times ٧}{٧}$ = ٣

مثال : أوجد مجال الدالة ن(س) = $\frac{س + ٢}{س^٢ - ٥ س}$ ثم أوجد : ن(٢) ، ن(٥)

الحل :

ن(س) = $\frac{س + ٢}{س^٢ - ٥ س}$ = $\frac{(س + ٢)}{س(س - ٥)}$ ∴ مجال الدالة = ح − {٠ ، ٥}

ن(٢) = $\frac{(٢ + ٢)}{٢ \times (٢ - ٥)}$ = $\frac{٤}{٢ \times (-٣)}$ = $\frac{٤}{-٦}$ = $\frac{-٢}{٣}$

ن(٥) = ليس لها وجود لأن ٥ ∉ لمجال الدالة ن

مثال : إذا كان مجال الدالة ق(س) = $\frac{٢ س}{س^{٢} + ٦ س + حـ}$ هو ح − { − ٣}

أوجد قيمة حـ .

الحل : $س^{٢}$ + ٦ س + حـ = ٠ ∴ (س + ٣)(س + ٣) = ٠

∴ حـ = ٩

مثال : إذا كان ح − {٥} هو مجال د(س) = $\frac{س + أ}{س + ب}$

أوجد قيمة ب وإذا كان د(٠) = $\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة أ

الحل :

∵ ح − {٥} هو مجال د(س) = $\frac{س + أ}{س + ب}$ ∴ ب = − ٥

∵ د(٠) = $\frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٠ + أ}{٠ − ٥}$ = $\frac{أ}{− ٥}$

∴ أ = $\frac{− ٥}{٢}$

المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر

*** المجال المشترك لعدد من الكسور الجبرية = ح − مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور**

مثال أوجد المجال المشترك للكسور الجبرية الآتية :

$ن_{١}$(س) = $\frac{٣}{٤ س}$ ، $ن_{٢}$(س) = $\frac{س + ٢}{س − ٢}$ ، $ن_{٣}$(س) = $\frac{٥}{س^{٢} − ٤}$

الحل

∵ $ن_{١}$(س) = $\frac{٣}{٤ س}$ ∴ مجال $ن_{١}$ = ح − { ٠ }

∵ $ن_{٢}$(س) = $\frac{س + ٢}{س − ٢}$ ∴ مجال $ن_{٢}$ = ح − { ٢ }

∵ $ن_{٣}$(س) = $\frac{٥}{س^{٢} − ٤}$ = $\frac{٥}{(س + ٢) (س − ٢)}$ ∴ مجال $ن_{٣}$ = ح − {−٢ ، ٢}

∴ المجال المشترك = ح − { ٠ ، −٢ ، ٢ }

مثال : إذا كان مجال الدالة ق(س) = $\frac{٢\ س}{س^{٢} + ٦\ س + حـ}$ هو ح − { −٣}

أوجد قيمة حـ .

الحل : س^{٢} + ٦ س + حـ = ٠ ∴ (س + ٣)(س + ٣) = ٠

∴ حـ = ٩

مثال : إذا كان ح − {٥} هو مجال د(س) = $\frac{س + أ}{س + ب}$

أوجد قيمة ب وإذا كان د(٠) = $\frac{١}{٢}$ أوجد قيمة أ

الحل :

∵ ح − {٥} هو مجال د(س) = $\frac{س + أ}{س + ب}$ ∴ ب = −٥

∵ د(٠) = $\frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٠ + أ}{٠ - ٥}$ = $\frac{أ}{-٥}$

∴ أ = $\frac{-٥}{٢}$

المجال المشترك لكسرين جبريين أو أكثر

* المجال المشترك لعدد من الكسور الجبرية = ح − مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور

مثال أوجد المجال المشترك للكسور الجبرية الآتية :

ن$_{١}$ (س) = $\frac{٣}{٤\ س}$ ، ن$_{٢}$ (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٢}$ ، ن$_{٣}$ (س) = $\frac{٥}{س^{٢} - ٤}$

الحل

∵ ن$_{١}$ (س) = $\frac{٣}{٤\ س}$ ∴ مجال ن$_{١}$ = ح − { ٠ }

∵ ن$_{٢}$ (س) = $\frac{س + ٢}{س - ٢}$ ∴ مجال ن$_{٢}$ = ح − { ٢ }

∵ ن$_{٣}$ (س) = $\frac{٥}{س^{٢} - ٤}$ = $\frac{٥}{(س + ٢)(س - ٢)}$ ∴ مجال ن$_{٣}$ = ح − {−٢ ، ٢}

∴ المجال المشترك = ح − { ٠ ، −٢ ، ٢ }

مثال : أوجد المجال المشترك للكسور الآتية :

$ن_١(س) = \frac{٤}{٣ س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٣}{س^٢ - ١٦}$ ، $ن_٣(س) = \frac{س - ١}{س + ١}$

الحل :

مجال $ن_١$ = ح − {٠} ، مجال $ن_٢$ = ح − {− ٤ ، ٤} ، مجال $ن_٣$ = ح − {− ١}

المجال المشترك = ح − {٠ ، − ١ ، − ٤ ، ٤}

مثال: إذا كان $ن_١(س) = \frac{س + ٧}{س - ٣}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٥س + ١}{س + ٢}$ أوجد المجال المشترك للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$

الحل: مجموعة أصفار مقام $ن_١$ = {٣} ، مجموعة أصفار مقام $ن_٢$ = {−٢}

مجال الدالة $ن_١$ = ح − {٣} ، مجال الدالة $ن_٢$ = ح − {−٢}

المجال المشترك للدالتين = ح − {٣، −٢}

الوحدة الثانية :

اختزال الكسر الجبري :

اختزال كسر يعني اختصارة أو وضعه في أبسط صورة بحذف العوامل المشتركة في البسط و المقام نتبع الخطوات الآتية :

١- نحلل كلا من البسط و المقام تحليلا كاملا

٢- نحدد مجال الكسر الجبري و هو ح − { أصفار المقام }

٣- نختصر العوامل المتشابهة بسطاً و مقاماً ليكون في أبسط صورة .

المجال هو (ح − مجموعة أصفار المقام قبل الاختصار)

مثال : أوجد ن(س) في أبسط صورة موضحا المجال :

$ن(س) = \frac{س^٢ - ٩}{س^٢ - ٣ س - ١٨}$

الحل :

$ن(س) = \frac{(س - ٣)\cancel{(س + ٣)}}{(س - ٦)\cancel{(س + ٣)}}$ ، المجال = ح − { ٦ ، − ٣ }

$= \frac{(س - ٣)}{(س - ٦)}$

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com ت/ ٠١٠٦٥٢٢١٣٨

تساوي كسرين جبريين :

إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسران جبريان يقال أن $ن_١ = ن_٢$ إذا تحقق معا الشرطان الآتيين :

(١) مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

(٢) $ن_١(س) = ن_٢(س)$ بعد الاختزال

مثال : إذا كان : $د_١(س) = \frac{٤ س^٢}{٢ س - ٤}$ ، $د_٢(س) = \frac{١٤ س^٢}{٧ س - ١٤}$

أثبت أن $د_١(س) = د_٢(س)$

الحل :

$د_١(س) = \frac{٤ س^٢}{٢ س - ٤} = \frac{\cancel{٤} س^٢ \; ٢}{\cancel{٢}(س - ٢)} = \frac{٢ س^٢}{س - ٢}$ [١]

مجال $د_١(س) = ح - \{ ٢ \}$

$د_٢(س) = \frac{١٤ س^٢}{٧ س - ١٤} = \frac{١٤ س^٢}{٧ (س - ٢)} = \frac{٢ س^٢}{س - ٢}$ [٢]

مجال $د_٢(س) = ح - \{ ٢ \}$

من (١) ، (٢) نجد : $د_١ = د_٢$

مثال : إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ دالتان

$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + ٥ س + ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - ٧ س + ١٠}{س^٢ - ٢ س - ١٥}$

هل $ن_١ = ن_٢$ و أوجد المجال المشترك لهما

الحل :

$ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + ٥ س + ٦}$

$= \frac{(س - ٢)\cancel{(س + ٢)}}{(س + ٣)\cancel{(س + ٢)}}$ ، مجال $ن_١ = ح - \{ -٣ ، -٢ \}$

$= \frac{(س - ٢)}{(س + ٣)}$

$ن_٢(س) = \frac{س^٢ - ٧ س + ١٠}{س^٢ - ٢ س - ١٥}$

$= \frac{(س - ٢)\cancel{(س - ٥)}}{(س + ٣)\cancel{(س - ٥)}}$ ، مجال $ن_٢ = ح - \{ -٣ ، ٥ \}$

$= \frac{(س - ٢)}{(س + ٣)}$

فإن : $ن_١ \ne ن_٢$ لاختلاف مجاليهما

المجال المشترك لـ $ن_١ ، ن_٢ = ح - \{ -٣ ، -٢ ، ٥ \}$

مثال: إذا كان $ن_١(س) = \frac{س + ٥}{س^٢ - ٢٥}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢}{٢س - ١٠}$

أثبت أن : $ن_١(س) = ن_٢(س)$ فى المجال المشترك للدالتين

الحل

$ن_١(س) = \frac{س + ٥}{(س + ٥)(س - ٥)} = \frac{١}{س - ٥}$ ، $م_١ = ح - \{٥ ، -٥\}$

$ن_٢(س) = \frac{٢}{٢(س - ٥)} = \frac{١}{س - ٥}$ ، $م_٢ = ح - \{٥\}$

$\because م_١ \neq م_٢$

$\therefore ن_١(س) = ن_٢(س)$ فى المجال المشترك $= ح - \{٥ ، -٥\}$

اختبـــــــر نفســــــــك

[١] أكمل ما يأتى :

١) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = س^٢ - ١٦$ هى ....

٢) مجموعة أصتفار الدالة $د(س) = - ٧ س$ هى ....

٣) مجموعة أصفار الدالة $ك(س) = س^٣ + ٢٧$ هى ....

٤) مجموعة أصفار الدالة $ك(س) = س^٢ + ١٠٠$ هى ....

٥)

٦) مجموعة أصفار الدالة $ك(س) = ١٥$ هى ....

٧) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = س^٣ - س$ هى ....

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :

١) مجموعة أصفار الدالة $د(س) = س^٢ - ٩$ هى ... $(\{٣ ، -٣\}$ أ، $\{٣\}$ أ، $\{٩\}$ أ، $\Phi)$

٢) مجموعة أصفار الدالة $ق(س) = ٧$ هى ...... $(\{٠\}$ أ، $\{٧\}$ أ، Φ أ، $\{١\})$

٣) مجموعة أصفار الدالة ك (س) = س^{٢} + ٤ هى ... ({٢ ، −٢} ، ϕ ، {٤} أ، {٢} أ، Φ)

٤) مجموعة أصفار الدالة د (س) = ٠ هى ... ({٠} أ، Φ أ، ح أ، ح − {٠})

٥) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د (س) هى {٣ ، −٣} ، د (س) = س^{٢} + أ

فإن أ = ... (٩ أ، −٩ أ، ٣ أ، −٣)

[٣] أوجد مجموعة أصفار دوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية :

(١) د (س) = س^{٣} − س (٢) ك (س) = ٣ + ٢ س − س^{٢}

(٣) ك (س) = س^{٢} − ١٢ س − ٢٨ (٤) ك (س) = ٢ س^{٣} + ١٦

(٥) ك (س) = س^{٢} − ٦ س + ٩ (٦) ك (س) = س^{٣} + ٣ س^{٢} − ٤ س − ٢

[٤] اكمل ما يأتى :

١) مجال الدالة $\frac{\text{٢س + ٤}}{\text{٣}}$ هو ....

٢) مجال الدالة د (س) = $\frac{\text{س}}{\text{٢س + ١}}$ هو ....

٣) مجموعة أصفار الدالة د (س) = $\frac{\text{س}^{٢}\text{ − ٩}}{\text{س + ٣}}$ هى ....

٤) إذا كانت ن (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س − ٣}}$ فإن ن (٣) تكون ....

٥) إذا كان مجال الدالة ن (س) = $\frac{\text{س − ٣}}{\text{س + حـ}}$ هو ح − {−٢} فإن حـ = ...

[٥] عين مجال كلاً من الدوال الكسرية الجبرية الآتية ثم أوجد ن (٠) ، ن (−١) :

(١) ن (س) = $\frac{\text{٣ س − ٥}}{\text{٢ س}}$ (٢) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٣}\text{ + ١}}{\text{٥ س}^{٣}\text{ − ٢٠ س}}$

(٣) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢}\text{ − ٥ س + ٦}}{\text{س}^{٤}\text{ − ٨١}}$ (٤) ن (س) = $\frac{\text{٣ س − ٢}}{\text{٤ س − ٩ س}^{٣}}$

(٥) ن (س) = $\frac{\text{٣ س − ٤}}{\text{س}^{٢}\text{ − ٥ س − ٦}}$ (٦) ن (س) = $\frac{\text{س − ١}}{\text{٤ س}^{٢}\text{ − ٤ س − س}^{٣}}$

[٦] أوجد المجال المشترك للكسور الجبرية الآتية :

(١) $\frac{٢}{٣ س}$ ، $\frac{س - ٥}{٤}$ ، $\frac{٧}{س - ٣}$

(٢) $\frac{س - ١}{س + ٥}$ ، $\frac{س - ٢}{س^٢ - ٤}$ ، $\frac{١٣}{س - ٣٩}$

(٣) $\frac{س}{س + ٢}$ ، $\frac{٢ س}{س^٢ + ٢ س}$ ، $\frac{س - ٢}{س^٢ + ٢}$

٧ أوجد ن (س) فى أبسط صورة موضحاً المجال :

١] ن (س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س^٢ - ٣س - ١٨}$ ٦] ن (س) = $\frac{س^٢ - س - ١٢}{س^٢ - ١٦}$

٣] ن (س) = $\frac{٨ س}{٢س^٢ - ٦س}$ ٧] ن (س) = $\frac{٢ س - ٦}{س - ٣}$

٥] ن (س) = $\frac{٣ س + ٣}{٥س + ٥}$ ٨] ن (س) = $\frac{٢ س + ٤}{س^٢ - ٤}$

[٨] فى كلاً مما يأتى أثبت أن $ن_١$ (س) = $ن_٢$ (س) :

$ن_١$ (س) = $\frac{٤ س^٢}{٢س - ٤}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{١٤ س^٢}{٧س - ١٤}$

$ن_١$ (س) = $\frac{١}{س + ١}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٢ + ١}{س^٣ + س^٢ + س + ١}$

$ن_١$ (س) = $\frac{س^٣ + ٤س}{س^٤ - ١٦}$ ، $ن_٢$ (س) = $\frac{س^٣ + س}{س^٤ - ٣س^٢ - ٤}$

العمليات على الكسور الجبرية

جمع الكسور الجبرية :

$$\frac{أ}{ب} + \frac{ح}{د} = \frac{أ \times د + ب \times ح}{ب \times د} \text{ ، }$$

$$\frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٣} = \frac{٣ \times ٣ + ٥ \times ٤}{٥ \times ٣} = \frac{٩ + ٢٠}{١٥} = \frac{٢٩}{١٥}$$

إذا كان $ن_١(س) = \frac{د(س)}{هـ(س)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{ق(س)}{ر(س)}$ فإن :

$$ن(س) = ن_١(س) + ن_٢(س) = \frac{د(س)}{هـ(س)} + \frac{ق(س)}{ر(س)}$$

$$= \frac{د(س) \times ر(س) + هـ(س) \times ق(س)}{هـ(س) \times ر(س)}$$

مجال ن(س) = ح ـ مجموعة أصفار هـ، ر

ملاحظات : عند جمع كسرين أو أكثر يجب إتباع الخطوات الآتية :

١- ترتيب حدود البسط و المقام لكل كسر تصاعدياً أو تنازلياً بحسب أس المتغير س (يفضل الترتيب التنازلي) مثلا : $٣ - ٢ س + س^٢$ تكتب $س^٢ - ٣ س + ٣$ ، $٥ - ٤ س - س^٢$ تكتب $-(س^٢ + ٤ س - ٥)$

٢- نحلل البسط و المقام لكل كسر إن أمكن .

٣- تعيين المجال المشترك = ح ـ مجموعة أصفار مقامي الكسرين

٤- اختزال كل كسر علي حدة

٥- إيجاد المضاعف المشترك الأكبر للمقامات .

٦- تجميع الكسرين وكتابة الناتج في أبسط صورة .

مثال : أوجد في أبسط صورة موضحاً المجال :

$$ن(س) = \frac{٣}{س - ٢} + \frac{٢}{س - ١}$$

الحل:

$$ن(س) = \frac{٣ (س - ١) + ٢ (س - ٢)}{(س - ٢)(س - ١)}$$ ، مجال ن(س) = ح ـ { ٢ ، ١ }

$$= \frac{٣ س - ٣ + ٢ س - ٤}{(س - ٢)(س - ١)} = \frac{٥ س - ٧}{(س - ٢)(س - ١)}$$

مثال : أوجد ناتج ما يأتي : $\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س}^٢ - ٢٥} + \frac{٥}{\text{س} + ٥}$

الحل :

$$\text{ن(س)} = \frac{(\text{س} - ٥)}{(\text{س} - ٥)(\text{س} + ٥)} + \frac{٥}{\text{س} + ٥}$$

مجال ن(س) = ح − {٥ ، −٥}

$$\text{ن(س)} = \frac{١}{\text{س} + ٥} + \frac{٥}{\text{س} + ٥} = \frac{١ + ٥}{\text{س} + ٥} = \frac{٦}{\text{س} + ٥}$$

طرح الكسور الجبرية :

عملية الطرح عملية عكسية للجمع و الجمع عملية تتمتع بخواص الإبدال و الدمج ووجود عنصر محايد جمعي (الصفر) و وجود المعكوس الجمعي

فالمعكوس الجمعي للكسر $\frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}}$ هو $-\frac{\text{د(س)}}{\text{هـ(س)}}$

ومجال المعكوس الجمعي للكسر الجبري هو نفس مجال الكسر الأصلي

مثلا المعكوس الجمعي للكسر $\frac{\text{س}+١}{\text{س} - ٢}$ هو $-\frac{\text{س}+١}{\text{س} - ٢}$ والمجال = ح − {٢}

مثال : أوجد في أبسط صورة موضحاً المجال :

$$\text{ن(س)} = \frac{٣\text{س}}{\text{س}^٢ - ٢\text{س}} - \frac{١٢}{\text{س}^٢ - ٤}$$

الحل :

$$\text{ن(س)} = \frac{٣\cancel{\text{س}}}{\cancel{\text{س}}(\text{س} - ٢)} - \frac{١٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$$

مجال ن(س) = ح − {٠ ، ٢ ، −٢}

$$\text{ن(س)} = \frac{٣}{(\text{س} - ٢)} - \frac{١٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$$

$$= \frac{٣(\text{س} + ٢) - ١٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)} = \frac{٣\text{س} + ٦ - ١٢}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)}$$

$$= \frac{٣\text{س} - ٦}{(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)} = \frac{٣\cancel{(\text{س} - ٢)}}{\cancel{(\text{س} - ٢)}(\text{س} + ٢)} = \frac{٣}{(\text{س} + ٢)}$$

مثال : أوجد في أبسط صورة : $\text{ن(س)} = \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س}^٢ - ٨\text{س} + ١٥} + \frac{\text{س}^٢ - ٣\text{س} - ١٨}{\text{س}^٢ - ٩}$

الحل :

$$\text{ن(س)} = \frac{٣\cancel{(\text{س} - ٥)}}{\cancel{(\text{س} - ٥)}(\text{س} - ٣)} + \frac{(\text{س} - ٦)\cancel{(\text{س} + ٣)}}{\cancel{(\text{س} + ٣)}(\text{س} - ٣)}$$

المجال = ح − {٣ ، −٣ ، ٥}

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com ت/ ٠١٠٦٥٢٢١٣٨

تابع الحل: $\text{ن(س)} = \frac{٣}{(\text{س} - ٣)} + \frac{(\text{س} - ٦)}{(\text{س} - ٣)} = \frac{٣ + \text{س} - ٦}{(\text{س} - ٣)}$

$= \frac{(\text{س} - ٣)}{(\text{س} - ٣)} = ١$

ضرب الكسور الجبرية :

إذا كان $\text{ن}_١\text{(س)}$ ، $\text{ن}_٢\text{(س)}$ كسران جبريان مجالهما با لترتيب $\text{م}_١$ ، $\text{م}_٢$ فإن :

مجال حاصل ا لضرب = $\text{م}_١ \cap \text{م}_٢$

خطوات ا لحل :

١- نحلل ا لبسط و ا لمقام لكل كسر تحليلا كاملا

٢- نختصر ا لعوامل ا لمتشابهة بسطاً و مقاماً لنحصل علي أبسط صورة لحاصل ا لضرب

٣- يجب إيجاد ا لمجال قبل الاختصار

خواص ضرب ا لكسور ا لجبرية :

١- الإبدال

٢- ا لتجميع (ا لدمج)

٣- ا لواحد ا لصحيح هو ا لمحايد ا لضربي لأي كسر جبري ≠ صفر

٤- ا لكسر ا لجبرى ن(س) ≠ ٠ له معكوس ضربي يرمز له با لرمز $\text{ن}^{-١}\text{(س)}$

حيث $\text{ن(س)} \times \text{ن}^{-١}\text{(س)} = ١$ (ا لمحايد ا لضربي)

ا لمجال ا لذي يكون فيه للكسر ن(س) معكوساً ضربياً هو

ح ـ مجموعة أصفار كل من ا لبسط و ا لمقام

مثلا : ا لكسر $\text{ن(س)} = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س} + ٣}$ ، معكوسه ا لضربي $\text{ن}^{-١}\text{(س)} = \frac{\text{س} + ٣}{\text{س} - ٥}$

و يكون مجال كلا من ن(س) ، $\text{ن}^{-١}\text{(س)}$ هو ح ـ { ٥ ، ـ٣ }

الايميل / elmnfalty26@yahoo.com ت/ ٠١٠٦٥٢٢١٣٨

[١٥] قسمة الكسور الجبرية :

لإيجاد ن(س) = ن$_{١}$(س) ÷ ن$_{٢}$(س) في أبسط صورة نتبع الخطوات الآتية :

١- نحلل البسط و المقام لكل من الكسرين ن$_{١}$ ، ن$_{٢}$

٢- نوجد مجال خارج القسمة و هو :

مجال ن = ح − مجموعة أصفار كل من مقام ن$_{١}$ و بسط و مقام ن$_{٢}$

٣- نستبدل كل كسر تسبقه علامة (÷) بالمعكوس الضربي له و تحويل (÷) إلي (×)

٤- نختصر العوامل المتشابهة بسطاً و مقاماً و نحصل علي أبسط صورة للناتج .

مثال : أوجد $\text{ن(س)} = \frac{\text{٢ س − ٤}}{\text{س − ٢}} \div \frac{\text{٣ س + ٦}}{\text{٥ س + ١٠}}$

الحل :

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{٢ (س − ٢)}}{\text{(س − ٢)}} \div \frac{\text{٣ (س + ٢)}}{\text{٥ (س + ٢)}}$$

مجال ن(س) = ح − { ٢ ، −٢ }

$$\text{ن(س)} = \frac{\text{٢}\cancel{\text{(س − ٢)}}}{\cancel{\text{(س − ٢)}}} \times \frac{\text{٥}\cancel{\text{(س + ٢)}}}{\text{٣}\cancel{\text{(س + ٢)}}} = \frac{\text{١٠}}{\text{٣}}$$

مثال : أوجد $\text{د(س)} = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢}\text{ − ٣ س}} \div \frac{\text{س − ٦}}{\text{س − ٣}}$ مبيناً المجال

الحل :

$$\text{د(س)} = \frac{\cancel{\text{س}^{٢}}}{\cancel{\text{س}}\text{(س − ٣)}} \div \frac{\text{(س − ٦)}}{\text{(س − ٣)}}$$

، المجال = ح − { ٠ ، ٣ ، ٦ }

$$\text{د(س)} = \frac{\text{س}}{\cancel{\text{(س − ٣)}}} \times \frac{\cancel{\text{(س − ٣)}}}{\text{(س − ٦)}} = \frac{\text{س}}{\text{(س − ٦)}}$$

مثال : إذا كانت $\text{هـ (س)} = \frac{\text{٤ س}}{\text{س − ١}}$ أوجد المجال الذي يكون فيه للكسر هـ (س) معكوس ضربي و أوجد هذا المعكوس . أوجد هـ(− ١) ، هـ$^{-١}$(٢)

الحل : المجال الذي فيه للكسر هـ (س) معكوس ضربي هو ح − { ٠ ، ١ }

المعكوس الضربي للكسر هـ (س) هو $\text{هـ}^{-١}\text{(س)} = \frac{\text{س − ١}}{\text{٤ س}}$

$$\text{هـ (− ١)} = \frac{\text{٤ ×(− ١)}}{\text{− ١ − ١}} = \frac{\text{− ٤}}{\text{− ٢}} = \text{٢} \quad \text{،} \quad \text{هـ}^{-١}\text{(٢)} = \frac{\text{٢ − ١}}{\text{٤ × ٢}} = \frac{\text{١}}{\text{٨}}$$

مراجعة على الوحدة الثانية :

أولا : الأسئلة الموضوعية :

اختر الاجابة الصحيحة مما بين الأقواس:

(١) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{١}{س^٢ + ٩}$ هو :

(أ) ح - {٩}　(ب) ح - {٣}　(حـ) ح - {٣ ، -٣}　(د) ح

(٢) إذا كان الكسر ن(س) = $\frac{س}{س - ٣}$ له معكوس ضربي فإن مجال ن هو :

(أ) ح - {٠}　(ب) ح - {٣}　(حـ) ح - {٠ ، ٣}　(د) {٠ ، ٣}

(٣) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = $س^٢$ - ٣ س هي :

(أ) {٠}　(ب) {٠ ، ٣}　(حـ) {٣}　(د) {٣ ، -٣}

(٤) يكون للكسر ن(س) = $\frac{س + ٢}{س - ٢}$ معكوس ضربي إذا كان مجال ن هو :

(أ) ح - {-٢}　(ب) ح - {-٢}　(حـ) ح - {٢ ، -٢}　(د) ح - {٠}

(٥) مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{س - ٣}{٤}$ هو :

(أ) ح - {٣}　(ب) ح　(حـ) ح - {٤}　(د) ح - {٣ ، ٤}

(٦) إذا كانت ن(س) = $\frac{س}{س - ٥}$ + $\frac{٣}{س - ٥}$ فإن المجال الذي فيه للدالة ن معكوس ضربي هو :

(أ) ح - {٠ ، ٥}　(ب) ح - {٠ ، ٣ ، ٥}　(حـ) ح - {٥}　(د) ح - {٥ ، -٣}

(٧) للدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ إذا كان :

$ن_١$(س) = $\frac{س}{س^٢ + س}$ ، $ن_٢$(س) = $\frac{١}{س^٢ + ١}$ فإن $ن_١ = ن_٢$ لكل س ∈ . .

(أ) ح　(ب) ح - {٠}　(حـ) ح - {١}　(د) ح - {١ ، -١ ، ٠}

(٨) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{٧}}{\text{س} - \text{٢}}$ هو :

(أ) ح (ب) ح - { ٧ } (جـ) ح - { ٢ } (د) ح - { ٢ ، ٧ }

(٩) إذا كانت س ≠ ٣ فإن أبسط صورة للكسر $\frac{\text{٣} - \text{س}}{\text{س} - \text{٣}}$ هي :

(أ) ٣ (ب) صفر (جـ) ١ (د) - ١

(١٠) إذا كان ن(س) = $\frac{\text{٢ س}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{س} + \text{٢}}$ فإن ن(- ١) تساوي :

(أ) ٢ (ب) $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (جـ) - $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (د) $\frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

(١١) مجال الدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{س(س} + \text{٢)}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}$ هو :

(أ) ح (ب) ح - { ٢ ، - ٢ } (جـ) ح - { ٢ ، ٠ } (د) ح - {٢}

(١٢) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} + \text{١}}$ هي :

(أ) { ٠ } (ب) { - ١ } (جـ) { ٠ ، - ١ } (د) ∅

(١٣) إذا كان ن(س) = $\frac{\text{س} - \text{٢}}{\text{س} - \text{٣}}$ فإن مجال $\text{ن}^{-\text{١}}$ هو :

(أ) { ٢ ، ٣} (ب) ح - { ٣} (جـ) ح - { ٢ ، ٣ } (د) ح - {٢}

(١٤) الكسر الجبري $\frac{\text{٢ س} - \text{٤}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}}$ يكون له معكوس ضربي في المجال :

(أ) ح - { ١ ، - ١} (ب) ح - {٢} (جـ) ح - { ١ ، ٢} (د) ح - { ١ ، - ١ ، ٢ }

(١٥) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{\text{٤}}{\text{س} - \text{١}}$ حيث س ≠ ١ هو :

(أ) $\frac{\text{٤}}{\text{١} - \text{س}}$ (ب) $\frac{\text{٤}}{\text{س} + \text{١}}$ (جـ) $\frac{\text{س} - \text{١}}{\text{٤}}$ (د) $\frac{\text{٤}}{\text{س} - \text{١}}$

(١٦) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س($\text{س}^{\text{٢}}$ - ٥ س + ٦) هي :

(أ) { ٠ } (ب) { - ٢ ، - ٣ } (جـ) { ٠ ، ٢ ، ٣ } (د) { ٢ ، ٣ }

أكمـــــــــــــــل لتحصل على عبارة صحيحة :

(١) إذا كان ن(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} + ٢}$ فإن ن(− ١) = ...

(٢) المعكوس الجمعي للكسر الجبري $\frac{٢ - \text{س}}{\text{س}^٢ - ٢}$ هو $\frac{....}{\text{س}^٢ - ٢}$

(٣) مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = ٩ هي .....

(٤) إذا كانت س ∌ { ٢ ، − ٢ } فإن المعكوس الضربي للدالة د حيث

د(س) = $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ - ٤}$ هي الدالة هـ حيث هـ (س) = ...

(٥) يكون للكسر الجبري ن(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٣}$ معكوس ضربي إذا كان مجال ن هو ....

(٦) المعكوس الجمعي للدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} - ٥}$ هو $\frac{\text{س} - ٥}{.....}$

(٧) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\frac{٩\,\text{س}^٢ - ٣\,\text{س}}{٣\,\text{س}}$ فإن د(س) في أبسط

صورة = ... ، مجالها = ...

أســــــــــــئلة المقــــــــال :

(١) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن حيث :

ن(س) = $\frac{٢\,\text{س} - ٦}{\text{س}^٢ - ٥\,\text{س} + ٦} + \frac{٣\,\text{س} + ٩}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}$

(٢) اختصر ق(س) إلي أبسط صورة مبيناً مجالها :

ق(س) = $\frac{\text{س}^٣ + ٨}{\text{س}^٢ - ٤} \times \frac{\text{س} - ٢}{\text{س}^٢ - ٢\,\text{س} + ٤}$

(٣) اختصر ن(س) إلي أبسط صورة و عين مجال ن حيث :

ن(س) = $\frac{\text{س}^٢}{\text{س} - ١} + \frac{\text{س}}{١ - \text{س}}$

(٤) إذا كان ن(س) = $\frac{س^٢ - ٥س + ٦}{س^٢ - ٩} \div \frac{س - ٢}{س^٣ + ٢٧}$

أولا : أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

ثانيا : إذا كان ن(س) = ٩ فأوجد قيمة س

---

(٥) إذا كان ن١(س) = $\frac{س^٢ + ٣س + ٢}{س^٢ - ٤}$ ، ن٢(س) = $\frac{س^٢ - ١}{س^٢ - ٣س + ٢}$

أولا : هل ن١ = ن٢ ؟ اذكر السبب

ثانيا : أوجد ن١(س) + ن٢(س) في أبسط صورة مبيناً المجال

---

(٦) [أ] أوجد مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = س٣ ـ س٢ ـ ٦ س

[ب] اختصر ن(س) إلي أبسط صورة مبيناً المجال حيث :

ن(س) = $\frac{س^٢ + ٢س + ٤}{س^٢ - ٩} \div \frac{س^٣ - ٨}{س^٢ + س - ٦}$

---

(٧) [أ] إذا كانت ن(س) = $\frac{س^٢ - ٣س - ١٨}{س^٢ - ٩} + \frac{٣س - ١٥}{س^٢ - ٨س + ١٥}$

فأوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

[ب] إذا كانت ن(س) = $\frac{س^٢ - ٤}{س^٢ - ٤س + ٤} \times \frac{س^٣ - ٨}{س^٣ + ٤س^٢ + ٨س}$

فأوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن

---

(٨) أوجد المجال المشترك للكسور الجبرية الآتية :

ن١(س) = $\frac{س - ٢}{س^٢ - ٤}$ ، ن٢(س) = $\frac{س + ٢}{س^٢ + ٩}$ ، ن٣(س) = $\frac{س^٢ - ٥}{٣}$

---

(٩) إذا كان ن(س) = $\frac{س^٢ + ٣س}{س^٢ + س + ٦}$

(أولا) ن⁻¹(س) و عين مجاله

(ثانياً) إذا كان ن⁻¹(س) = ٢ فأوجد قيمة س

---

(١٠) أثبت أن $\frac{س^٢ + س + ١}{س^٣ - ١} \div \frac{س^٢ - س - ٢}{١ - س^٢} = ١$ حيث س ≠ ± ١

(١١) إذا كانت د(س) = $\frac{س^٢ + ٢ س}{س^٢ - ٤}$ + $\frac{س + ١}{س - س^٢ + ٢}$ فأوجد في أبسط صورة مع ذكر مجال د . ثم أوجد د(٠) ، د(٢) إن أمكن ذلك .

(١٢) إذا كان ن(س) = $\frac{أ س + ٤}{س^٢ - ٢٥}$ فأوجد مجال ن

و إذا كان ن(٧) = $\frac{٣}{٤}$ فما قيمة أ ؟

(١٣) إذا كان $د_١$(س) = $\frac{س^٣ - ١٥}{س^٢ - ٨ س + ١٥}$ ، $د_٢$(س) = $\frac{س^٢ - ٣ س - ١٨}{٩ - س^٢}$

فأوجد في أبسط صورة : $د_١$(س) - $د_٢$(س) محددا المجال

(١٤) إذا كان $\frac{س - أ}{س + ٢}$ هوا لمعكوس الضربي للكسر $\frac{س + ٢}{س - ٥}$ فأوجد قيمة أ ؟

(١٥) إذا كانت مجموعة أصفار الدالة د حيث د(س) = أ س^٢ + ب س + ٦
هي { ٢ ، ٣} فأوجد قيمة أ ، ب

(١٦) إذا كان ن(س) = $\frac{٢ س^٢ + س - ١٥}{س^٢ - ٩}$ ÷ $\frac{٤ س^٢ - ٢٥}{س^٢ - ٣ س}$

فعين مجال ن في أبسط صورة . وإذا كان ن(أ) = $\frac{١}{٣}$ فما قيمة أ ؟