المراجعة النهائية

فى الديناميكا

الصف الثالث الثانوى

اعداد أ / سعيد طه

٣ تفاضل وتكامل الدوال المتجهة

① الحركة الخطية: هى حركة جسم فى خط مستقيم

② متجهة الموضع $\overrightarrow{ق}$: $\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{أ ب}$ حيث أ نقطة الأصل (نقطة الأصل) و ب هى P

هى متجهة مستقيمة

موجهة بدايتها نقطة الأصل ونهايتها موضع الجسم (P)

$\therefore \overrightarrow{ق} = \overrightarrow{أ P}$ ومتجهة الموضع الابتدائى (متجهة ثابتة)

③ متجهة الإزاحة ($\overrightarrow{ف}$): هى التغير فى متجهة الموضع

إذا تحرك الجسم من الموضع الابتدائى (P) إلى الموضع النهائى (ب)

فإن متجهة الإزاحة $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ق_ب} - \overrightarrow{ق_P}$

ملاحظة (١) تكون الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ موجبة إذا كانت ب على يمين P

الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ = بُعد الجسم عن الموضع الابتدائى

الإزاحة $\overrightarrow{ف}$ (السالبة) إذا كانت ب على يسار P

ملاحظة (٢) الإزاحة كمية متجهة

المسافة كمية قياسية معيارها يمثل طول المسار الكلى للجسم

ويرمز لها بالرمز ف

معيار الإزاحة ≤ المسافة المقطوعة

④ سرعة الجسم ($ع$): هى معدل تغير متجهة الإزاحة بالنسبة للزمن

أيضاً هى معدل تغير متجهة الموضع بالنسبة للزمن

$\therefore ع = \frac{د \overrightarrow{ف}}{د ن}$ وهى تمثل الميل لمنحنى (الإزاحة - الزمن)

وأيضاً $ع = \frac{د \overrightarrow{ق}}{د ن}$

ولعكس $\overrightarrow{ف} = \int ع \, د ن$

$\therefore \int_{ن_1}^{ن_2} ع \, د ن = \overrightarrow{ف}_{ن_1}^{ن_2} = [\overrightarrow{ف}]_{ن_1}^{ن_2}$

$\therefore \overrightarrow{ف} = \int_{ن_1}^{ن_2} ع \, د ن$

⑤ متجهة العجلة اللحظية ($\overrightarrow{ج}$): هى معدل التغير فى متجهة السرعة بالنسبة للزمن

$\overrightarrow{ج} = \frac{د \overrightarrow{ع}}{د ن} = \frac{د^2 \overrightarrow{ف}}{د ن^2}$ = ميل المماس لمنحنى (السرعة - الزمن)

$\therefore \overrightarrow{ع} = \int \overrightarrow{ج} \, د ن$

ولعكس إذا كانت العجلة دالة فى الزمن فإن:

$\int_{ن_1}^{ن_2} \overrightarrow{ج} \, د ن = \overrightarrow{ع}_{ن_1}^{ن_2}$

أى أن $ع_2 - ع_1 = \int_{ن_1}^{ن_2} \overrightarrow{ج} \, د ن$

ملاحظة هامة: إذا كانت السرعة دالة فى الموضع (س)

فإن $ج = \frac{د ع}{د ن} = \frac{د ع}{د س} \cdot \frac{د س}{د ن}$

$\therefore ج = ع \frac{د ع}{د س}$ يحفظ

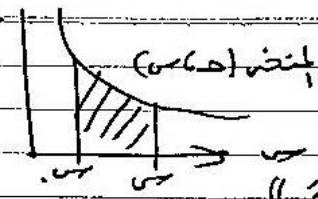
ولعكس إذا كانت العجلة $ج$ دالة فى الموضع (س) فإن:

$\int_{س_1}^{س_2} ج \, د س = \int_{ع_1}^{ع_2} ع \, د ع$

$\therefore \int_{س_1}^{س_2} ج \, د س = [\frac{1}{2} ع^2]_{ع_1}^{ع_2}$

$\therefore \int_{س_1}^{س_2} ج \, د س = \frac{1}{2} (ع_2^2 - ع_1^2)$ يحفظ

منتدى توجيه الرياضيات
أ/ عادل إدوار



« الحركة المستقيمة = الحركة البسيطة »

① تكون الحركة مستقيمة إذا كان $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{هـ}$ فى نفس الاتجاه

أى إذا كان $ع \times هـ > 0$

فمثلاً لو كان $ع > 0$ ، $هـ > 0$ فإن الجسم يتحرك فى اتجاه $\overrightarrow{س}$ الموجب

$ع > 0$ ، $هـ < 0$ فإن الجسم يتحرك فى اتجاه $\overrightarrow{س}$ السالب

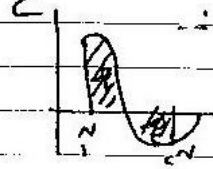
② تكون الحركة تقصيرية إذا كان $ع$ ، $هـ$ فى اتجاهين متضادين

أى إذا كان $ع \times هـ < 0$

$ع > 0$ ، $هـ < 0$: الجسم يتحرك بتباطؤ فى اتجاه $\overrightarrow{س}$ الموجب

$ع < 0$ ، $هـ > 0$: الجسم يتحرك بتباطؤ فى اتجاه $\overrightarrow{س}$ السالب

ملاحظات) خلال الفترة الزمنية $[ن_1 ، ن_2]$ نجد أن :



① الإزاحة $ف = \int_{ن_1}^{ن_2} ع \, د ن = ف_{ن_2} - ف_{ن_1}$

② المسافة الكلية $= \int_{ن_1}^{ن_2} |ع| \, د ن$

③ سرعة البداية $= ع_{ن_1}$ ، سرعة النهاية $= ع_{ن_2}$

④ السرعة المتوسطة $= \frac{ع_{ن_1} + ع_{ن_2}}{2} = \frac{\text{الإزاحة}}{\text{الزمن الكلى}}$ ، السرعة المتوسطة $= \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}}$

مثال) إذا كانت $ف = (ن^2 - \frac{1}{2}ن)$ ك حيث $ف$ بالسنتيمتر ، $ن$ بالثانية

والعلة معرفة على مجال العلة بحيث يكون طريقاً مع الزمن

واضح أن الحركة تقصيرية ومتى تكون مستقرة

الحل) $ف = (ن^2 - \frac{1}{2}ن)$ ك

$ع = \frac{د ف}{د ن} = (2ن - \frac{1}{2})$ ك

$هـ = \frac{د ع}{د ن} = 2$ ك

$|ع| = |2ن - \frac{1}{2}|$ ، $|هـ| = 2$

(أولاً) تكون الحركة تقصيرية عندما $ع \times هـ < 0$

$\therefore (2ن - \frac{1}{2}) \times 2 < 0$

$\therefore 2ن - \frac{1}{2} < 0$

$\therefore 2ن < \frac{1}{2}$

$\therefore ن < \frac{1}{4}$

$\therefore$ الحركة تقصيرية عندما $ن \in [0 ، \frac{1}{4}[$

وتكون الحركة مستقرة عندما $ع \times هـ > 0$

$\therefore ن \in]\frac{1}{4} ، \infty[$

واضح) يتحرك جسم بحيث كان بعده بوحدة $س$ يعطى كدالة فى الزمن بالعلاقة $س(ن) = (ن^2 - 2ن + 2)$ ك

عين كلاً من $ع$ ، $هـ$ ، $ف$

وبين متى تكون الحركة تقصيرية ومتى تكون مستقرة

$ف = س - س_0$

$ف = (ن^2 - 2ن)$

$ع = 2ن - 2$

$هـ = 2$

$ع_م = \frac{ف}{ن}$

المسافة الكلية
مقدار السرعة المتوسطة = الزمن الكلى

مثال ١ يتحرك جسيم فى خط مستقيم بسرعة $ع = ١٢ - ٢ن$ م/ث
فاذا بدأ الجسيم حركته عندما كان على بعد ٥ م عيسه نقطة ثابتة (و)
على هذا الخط المستقيم فاوجد:

① اين يكون موضع الجسيم بعد ٣ ثوان
② ازاحته فى الفترة الزمنية $[٣، ٧]$ ومقدار سرعته المتوسطة
③ المسافة الكلية خلال الفترة الزمنية $[٣، ٧]$ ومقدار سرعته المتوسطة
④ متى تكون الحركة مستمرة ومتى تكون تقهقرية

الحل

$ع = ١٢ - ٢ن$

$\because ع = \frac{د س}{د ن} \quad \therefore س = \int ع \, د ن$

$\therefore س = \int (١٢ - ٢ن) \, د ن$

$\therefore س = ١٢ن - ن^٢ + ث$

$\therefore س = ٠ ، ن = ٠ \quad \therefore ث = ٠$

$\therefore س = ١٢ن - ن^٢ + ٥$

عندما $ن = ٢ \quad \therefore س(٢) = ٢٤ - ٤ + ٥ = ٢٧ \frac{١}{٢}$

حل آخر $\because ع = \frac{د س}{د ن} \quad \therefore س = \int_{٠}^{ن} ع \, د ن$

$\therefore س - ٥ = \int_{٠}^{ن} (١٢ - ٢ن) \, د ن$

$\therefore س - ٥ = [١٢ن - ن^٢]_{٠}^{ن} \quad \therefore س - ٥ = ٠ \quad \therefore س = ٢٧ \frac{١}{٢}$

ثانيا الازاحة خلال الفترة $[٣، ٧] = \int_{٣}^{٧} ع \, د ن$

$= [١٢ن - ن^٢]_{٣}^{٧} = -٢ \frac{١}{٢}$

السرعة المتوسطة = الازاحة الكلية / الزمن $= \frac{٢٥}{٧} = ١٢٥$ م/ث

ثالثا المسافة الكلية خلال الفترة الزمنية $[٣، ٧] = \int_{٣}^{٧} |ع| \, د ن$

$ع = ٠$ عندما $١٢ - ٢ن = ٠ \quad \therefore ن = ٦$

أقصى بعد يعنى $ف = ٠$

أقصى سرعة يعنى $د = ٠$

$\therefore$ المسافة الكلية $= \int_{٣}^{٦} |ع| \, د ن + \int_{٦}^{٧} |ع| \, د ن$

$= |[١٢ن - ن^٢]_{٣}^{٦}| + |[١٢ن - ن^٢]_{٦}^{٧}| = ١٩ \frac{١}{٢}$ م

$\therefore$ مقدار السرعة المتوسطة $= \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{١٩ \frac{١}{٢}}{٥} = ٣ \frac{٩}{١٠}$ م/ث

رابعا $\because ع = ١٢ - ٢ن \quad \therefore هـ = \frac{د ع}{د ن} = -٢$

تكون الحركة مستمرة عندما $ع > ٠$

عندما $(١٢ - ٢ن) \times -٢ < ٠$

$\Leftarrow ٢٤ - ٢ن < ٠ \quad \therefore ن > ١٢$ ث

وتكون الحركة تقهقرية عندما $ع < ٠$

عندما $ن > ١٢$ ث

مثال ٢ جسيم يتحرك على مستقيم بحيث كانت $هـ = ٨ - ٢ن$ م/ث اوجد:
يعنى ① متى يصل الجسيم الى اقصى سرعة ② اقصى سرعة للجسيم
③ المسافة المقطوعة منذ بدء الحركة وحتى الوصول لاقصى سرعة
الحل

① يصل الجسيم الى اقصى سرعة عندما $هـ = ٠$

عندما $٨ - ٢ن = ٠ \quad \therefore ن = ٤$ ث

② $\because هـ = \frac{د ع}{د ن} \quad \therefore ع = \int هـ \, د ن$

$\therefore ع = \int (٨ - ٢ن) \, د ن$

$\therefore ع = ٨ن - ن^٢ + ث \quad \therefore ن = ٠ ، ع = ٠ \quad \therefore ث = ٠$

$\therefore ع = ٨ن - ن^٢$

$\therefore$ اقصى سرعة $= ع(٤) = ١٦ - ٤ = ١٢$ م/ث

③ المسافة المقطوعة خلال الفترة $[٠، ٤] = \int_{٠}^{٤} |ع| \, د ن$ عندما $ع = ٠ \Leftarrow ن = ٠ ، ٨$

$= \int_{٠}^{٤} (٨ن - ن^٢) \, د ن = [٤ن^٢ - \frac{١}{٣} ن^٣]_{٠}^{٤}$

$= ١٠ \frac{٢}{٣}$ م

مثال (٤) جسم يتحرك فى خط مستقيم طبقاً للعلاقة $ع = ٣ن^٢ + ٢$ حيث ن بالثانية، ع بالمتر/ث.
أوجد كلاً من إزاحة وبعد الجسم عن نقطة البداية خلال الفترة $[١، ٤]$

الحل

$ف = ج = ٠$ ∴ $ع = \int ع \, د ن$

$ع = \int ٣ن^٢ \, د ن$

∴ $ع = ن^٣ + ٢ن + ج$ حيث $ن = ٠$ ، $ع = ٢$ م/ث

∴ $ع = ن^٣ + ٢ن + ٣$

لإيجاد الإزاحة: $ف = \int_{١}^{٤} ع \, د ن = \int_{١}^{٤} (ن^٣ + ٢ن + ٣) \, د ن$

$= \left[\frac{ن^٤}{٤} + ن^٢ + ٣ن \right]_{١}^{٤} = (٦٤ + ١٦ + ١٢) - (\frac{١}{٤} + ١ + ٣)$

$= ٩٢ - \frac{١}{٤} - ٤ = ٨٧\frac{١}{٤}$ م

لإيجاد المسافة المقطوعة نوجد أولاً $ع = ٠$ ∈ $[١، ٤]$

بوضع $ع = ٠$ ⇒ $ن = ١$ ∈ $[١، ٤]$

∴ المسافة $= \int_{١}^{٤} |ع| \, د ن$

$= \left| \int_{١}^{١} (ن^٣ + ٢ن + ٣) \, د ن \right| + \left| \int_{١}^{٤} (ن^٣ + ٢ن + ٣) \, د ن \right|$

$= \frac{١}{٤} ٦$ م

تمرين ① تحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة $ج = (٢ن - ١٨)$ م/ث^٢ فإذا بدأ الجسم من السكون أوجد:

① سرعته بعد ثوان من بدء الحركة

② البعد الجسم عن نقطة البدء بعد ثوانى

③ المسافة الكلية المقطوعة فى الثوانى الأولى

④ المسافة المقطوعة خلال الثانية الرابعة وحدها

الحل

① $ع = \int ج \, د ن = \int (٢ن - ١٨) \, د ن$

$ع = ن^٢ - ١٨ن + ج$ ، $ن = ٠$ ، $ع = ٠$ ⇒ $ج = ٠$

∴ $ع = ن^٢ - ١٨ن$

② $ف = \int ع \, د ن = \int (ن^٢ - ١٨ن) \, د ن$

$ف = \frac{ن^٣}{٣} - ٩ن^٢ + ج$ ، $ن = ٠$ ، $ف = ٠$ ⇒ $ج = ٠$

∴ $ف = \frac{ن^٣}{٣} - ٩ن^٢$

③ $ع(٥) = ٢٥ - ٩٠ = -٦٥$ م/ث ⇒ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة وعكس اتجاه نقطة البدء

$ف = \int_{٠}^{٥} ع \, د ن = \int_{٠}^{٥} (ن^٢ - ١٨ن) \, د ن$

$س = \frac{١}{٣}ن^٣ - ٩ن^٢ + ج$ ، $ن = ٠$ ، $س = ٠$ ⇒ $ج = ٠$

∴ $س = \frac{١}{٣}ن^٣ - ٩ن^٢$

عند $ن = ٥$ ∴ $س(٥) = \frac{١}{٣}(٥)^٣ - ٩(٥)^٢ = -٧٥$ م

(٤) ع = ٢٦ن - ٩ن²

ف = ∫₀⁴ |ع| دن

ف = ∫₀³ (٢٦ن - ٩ن²) دن + |∫₃⁴ (٢٦ن - ٩ن²) دن|

ف = ١١٧ متر

(٤) أقصى بعد للجسم عن نقطة البداية عندما يكون ط = ٠

أى عندما ع = ٠ ⇒ ٢٦ن - ٩ن² = ٠

∴ س(٤) = ١٨(٤)² - ٢(٤)³ = ٩٦ متر

(٥) يعود الجسم الى نقطة البداية عندما س = صفر

∴ ١٨ن² - ٢ن³ = ٠

∴ ن = ٠ ، ٩

∴ ع = ٢٦ن - ٩ن²

∴ ع(٩) = ٢٦(٩) - ٩(٩)² = -١٠٨ م/ث

أى ان الجسم يعود الى نقطة البدء بسرعة مقدارها ١٠٨ م/ث فى عكس اتجاه حركته عند البدء

(٦) المسافة المقطوعة خلال الثانية الرابعة = ∫₃⁴ |ع| دن حيث ع < ٠

= ∫₃⁴ |٢٦ن - ٩ن²| دن

= |١٨ن² - ٢ن³|₃⁴

= ٣٥ متر

(مهم) اذا كانت ع = ١/٨ (٦٤ - ع²) حيث س يعبر عن المسافة المقطوعة فى الوضع ف فإن ...

ع = ع ف/ف س

∴ ع = ١/٨ (٦٤ - ع²) × -١/٤ س

∴ ع = -١/٣٢ س (٦٤ - ع²)

مثال (٣) يتحرك جسم فى خط مستقيم بحيث كان المسافة المقطوعة عند أى لحظة عن نقطة ثابتة على المسار تعطى بالعلاقة ف = ن + ١/ن حيث ف بالمتر ، ن بالثانية

أوجد ع بدلالة ن ثم أوجد ع عندما ن = ٢

الحل

∵ ف = ن + ١/ن ⇒ ف/ن = ١ - ١/ن²

∵ ع = ف/ن ⇒ ع = (ن + ١/ن)(١ - ١/ن²)

عندما ن = ٢ ⇒ ع = ١٥/٨ م/ث

واجب اذا كانت ع = ٢ن أوجد ع بدلالة س ، ٢ن = ٣ × ٣ = ٩ (ع)

واجب اذا كانت ع = ١/س² حيث س المسافة المقطوعة فى الوضع س

أوجد ع بدلالة س ثم أوجد ع عندما س = ١/٢

ع = ١/س² × ف/ف س = ٢/س³

(ع = ٢/(١/٢)³ = ١٦ م/ث²)

واجب ٢ جسم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين ع ، س تعطى فى الصورة ع = ٥/(٤ + س)

أوجد ع بدلالة س ثم

أوجد عجلة الحركة عندما س = ٢ م

ع = ٥/(٤ + س) حيث ع م/ث ، س بالمتر

أوجد ع بدلالة س ثم

أوجد عجلة الحركة عندما س = ٢ م

ع = ٥/(٤ + س) × ٥/(٤ + س) = ٢٥/(٤ + س)²

(ع = ٢٥/٣٦ م/ث²)

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

مثال (٢) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بحيث كانت العلاقة بين $ع^2$ ، $س$ تعطى بالعلاقة $ع^2 = 16 - 9$ جتا $س$ احسب أقصى سرعة للجسيم.

الحل $ع^2 = 16 - 9$ جتا $س$ بالاشتقاء بالنسبة الى $س$

$\therefore 2ع \frac{دع}{دس} = 9$ ط جا $س$ $\therefore ع \frac{دع}{دس} = \frac{9}{2}$ ط جا $س$

$\therefore ع = \frac{9}{2}$ ط جا $س$ $\therefore$ ع تكون أقصى ما يمكن عندما جا $س = 1$

$\therefore س = \frac{\pi}{2}$ حيث $ن \in ص$

لايجاد أقصى سرعة عندما $س = \frac{\pi}{2}$

$\therefore ع^2 = 16 - 9$ جتا $\frac{\pi}{2}$

$= 16 - 9 \times 0 = 16$

$\therefore ع = \pm 4$

عندما $س = \frac{\pi}{2}$ فإن $ع^2 = 16 - 9$ جتا $\frac{\pi}{2}$

$\therefore ع^2 = 16 - 0 = 16$

$\therefore ع = \pm 4$

$\therefore$ أقصى سرعة $= \pm 4$ وعندما $ع = 0$

تمارين على ايجاد السرعة اذا كانت ع دالة فى الموضع (س)

مثال (١) جسيم يتحرك فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية ٢٣ سم/ث من نقطة ثابتة بحيث كان العباس قياس زاوية العجلة ع يعطى بدلالة العباس قياس زاوية موضعه س بالعلاقة ع = ٦ س + ٤ سم/ث حيث س بالمتر، ع بالسم/ث اوجد

(١) ع بدلالة س

(٢) سرعة الجسيم عندما س = ٢

(٣) اوجد س عندما ع = ٨٧

الحل

(١) $\therefore$ ع $دع = \int$ (٦ س + ٤) $دس$

$\therefore \frac{1}{2}$ ع^2 = ٣ س^2 + ٤ س + ب ، ب = ؟

عندما س = ٠ ، ع = ٢٣ $\therefore \frac{1}{2} \times 529 = 0 + 0 + ب$

$\therefore ب = 264.5$

$\therefore \frac{1}{2}$ ع^2 = ٣ س^2 + ٤ س + ٢٦٤.٥

ع^2 = ٦ س^2 + ٨ س + ٥٢٩

(٢) عندما س = ٢ $\therefore$ ع^2 = ٦ × ٤ + ٨ × ٢ + ٥٢٩ = ٥٧٣

$\therefore$ ع = $\pm$ ٢٣.٩ سم/ث

(٣) عندما ع^2 = ٨٧

$\therefore$ ٦ س^2 + ٨ س + ٥٢٩ = ٨٧

٦ س^2 + ٨ س − ٧٨ = ٠

$\therefore$ س = $\frac{-12}{2}$ مرفوض أو س = ٢ م

واجب جسيم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كان قياس زاوية العجلة ع يعطى بدلالة قياس زاوية موضعه س بالعلاقة ع = ٥ س + ٣ سم/ث^2 علما بانه سرعته الابتدائية ٢٣ سم/ث اوجد

(١) ع بدلالة س

(٢) ع عندما س = ١ (٣) س عندما ع = ٢٤ سم/ث

مثال (٤) سيارة تتحرك فى خط مستقيم بدءاً البداية ٢٤ م/ث
من موضع ليبعد ٤ أمتار فى اتجاه ثابت من نقطة ثابتة
على خط مستقيم حيث كانت $ع = س - ٤ ، ٢٤$
أوجد: (١) $ع$ بدلالة $س$

(٢) سرعة السيارة عندما $ع = ٠$ (أقصى سرعة)

الحل

$$\therefore \int_{س_0}^{س} ع\,ع = \int_{ع_0}^{ع} ع\,ع \qquad \text{حيث } ع_0 = ٤ ,\ ع = ١٢$$

$$\therefore \int_{٤}^{س} (س - ٤)\,س = \int_{١٢}^{ع} ع\,ع = \frac{١}{٢}\left[ع^٢\right]_{١٢}^{ع}$$

$$\therefore \left[\frac{١}{٢}س^٢ - ٤س\right]_{٤}^{س} = \frac{١}{٢}(ع^٢ - ١٤٤)$$

$$\therefore \left(\frac{١}{٢}س^٢ - ٤س\right) - (٨ - ١٦) = \frac{١}{٢}(ع^٢ - ١٤٤)$$

$$\frac{١}{٢}س^٢ - ٤س + ٨ = \frac{١}{٢}ع^٢ - ٧٢$$

$$\therefore ع^٢ = س^٢ - ٨س + ١٦٠$$

(٣) $ع = ٠$ عندما $س = ؟$ $\therefore س = ؟$

عندما $س = ٤$ $\therefore ع^٢ = ١٦ - ٣٢ + ١٦٠ = ١٤٤$

$\therefore ع = ١٢$ م/ث

مثال (٥) جسيم تحرك فى خط مستقيم بدءاً البداية ٢ م/ث
من نقطة ثابتة (د) بحيث كانت $ه = ٠$ أوجد
$ع$ بدلالة $س$ ثم أوجد $ع$ عندما $س = ٤$ ، أوجد
$س$ عندما $ع = ٢٠$ م/ث

الحل $ه = ع \dfrac{دع}{دس}$

$$\therefore \int_{س_0}^{س} ه\,س = \int_{ع_0}^{ع} ع\,ع$$

$$\therefore \int_{٠}^{س} ٢س\,س = \int_{٢}^{ع} ع\,ع = \frac{١}{٢}\left[ع^٢\right]_{٢}^{ع}$$

$$\therefore \left[س^٢\right]_{٠}^{س} = \frac{١}{٢}(ع^٢ - ٤)$$

$$ه = ض = \frac{١}{٢}(ع^٢ - ٤) \quad \therefore ٢ه = ع^٢ - ٤ \quad \therefore ع^٢ = ٢ه + ٤$$

أولاً عندما $س = ٤$

$$\therefore ع^٢ = ٢ه + ٤ \quad \therefore ع = \pm\sqrt{٢ه + ٤}$$

ثانياً عندما $ع = ٢٠$ م/ث

$$\therefore ٤٠٠ = ٢ه + ٤$$

$$\therefore ه = ١٩٨$$

$$\therefore س = \frac{ك}{ه} = \frac{ك}{١٩٨}$$

واجب جسيم تحرك فى خط مستقيم بدءاً السكون بحيث كانت
$ه = \frac{١}{٨}س$ حيث $س$ بالمتر أوجد $ع$ بدلالة $س$
ثم أوجد $ع$ عندما $س = ؟$ ، أوجد موضعه عندما $ع = ٢٨$ م/ث

$$ع^٢ = \frac{١}{٤}س^٢$$

عندما $س = ٥٧ \Leftarrow ع = \pm ٢٨$ م/ث

عندما $ع = ٨ \Leftarrow س = ٥٧$

المراجعة النهائية

فى

الرياضيات

للصف الثالث الثانوى

٢٠١٧

ديناميكا

القانون الأول والثانى لنيوتن

إعداد

أ/ سعيد طه

" موجه أول الرياضيات "

كمية الحركة

تعريف: كمية حركة الجسم فى لحظة ما هو طبعًا الناتج من ضرب كتلة الجسم فى سرعته عند هذه اللحظة

∴ ك = ل ع

ويكون القياس الجبرى لكمية الحركة ك = ل ع

∴ مقدار كمية الحركة = الكتلة × مقدار السرعة

وحدات قياس كمية الحركة:

∴ ك = ل × ع

∴ م = جم × سم/ث = داين . ث

أ م = جم × م/ث = نيوتن . ث

التغير فى كمية الحركة:

إذا كان ك١ = ل ع١ ، ك٢ = ل ع٢

(ل) ع٢ ، ع١ (لا)

فإن التغير فى كمية الحركة = ك٢ − ك١ = ل ع٢ − ل ع١

وإذا كانت الكتلة ثابتة فإنه:

ك٢ − ك١ = ل (ع٢ − ع١)

مقدار التغير فى كمية الحركة = |ك٢ − ك١| = |ل (ع٢ − ع١)| حيث ع٢ ، ع١ فى اتجاه واحد

= |ل (ع٢ + ع١)| حيث ع٢ ، ع١ فى اتجاهين متضادين

ملاحظة: إذا كانت ﻫ محلة الجسم كدالة فى الزمن

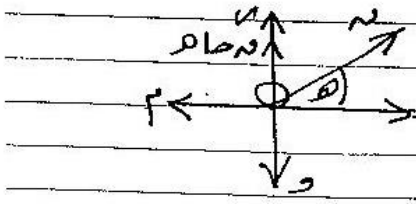
فإنه مقدار التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة الزمنية [ن١ ، ن٢]

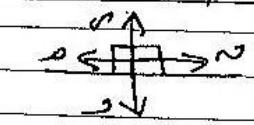
$$= \left| ل \int_{ن_1}^{ن_2} ﻫ \, د ن \right|$$

قانون (أول) لنيوتن: يظل كل جسم على حالته من حيث السكون أو حركة منتظمة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجى (قوة) يغير من حالته

أى أن $\sum \vec{F} = \vec{0}$

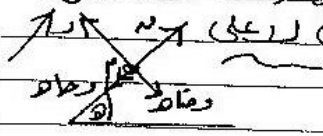
حركة المنطاد على مستوى أفقى:



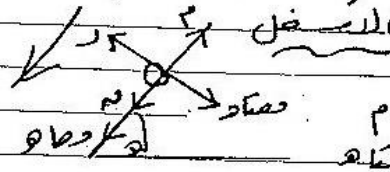


حركة على مستوى مائل

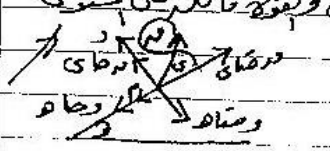
① لأعلى



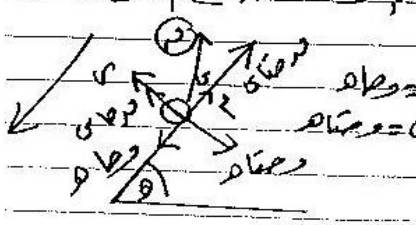
② لأسفل



لأعلى ولقوة مائلة على المستوى



لأسفل ولقوة مائلة على المستوى



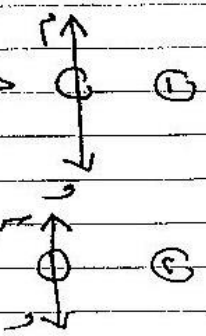
حركة رأسية بسرعة منتظمة

حركة جسم يغوص فى سائل

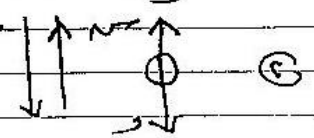
حركة مصعد

حركة طائرة هليكوبتر / منطاد / بالون

① جسم يغوص فى سائل مقاومته (م)

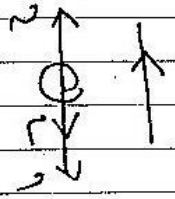


② مصعد صاعد أو هابط بسرعة منتظمة



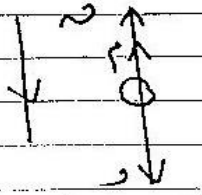
ق فى الحبل (ق = و)

③ طائرة هليكوبتر تتحرك رأسياً لأعلى بسرعة منتظمة



حيث ق (قوة دفع الهواء) ، م مقاومة الهواء

④ طائرة هليكوبتر تتحرك رأسياً لأسفل بسرعة منتظمة



ملاحظة: قوة الشد فى حبل المصعد وأيضاً قوة دفع الهواء للطائرة العمودية دائماً لأعلى فى حالة الصعود أو الهبوط

القانون الثانى لنيوتن: معدل التغير فى كمية حركة جسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المؤثرة له ويكون لها نفس اتجاهها

ع ← ك ← ق

∴ ق = $\frac{د}{د ن}$ (ك ع) المتغيرة

ق = ك $\frac{د ع}{د ن}$ + ع $\frac{د ك}{د ن}$ } الصورة المتجهة للقانون

ق = ك $\frac{د ع}{د ن}$ ك ثابتة

الصورة القياسية ق = $\frac{د}{د ن}$ (ك ع) ك ثابتة

ق = ك $\frac{د ع}{د ن}$ ك ثابتة

الصورة المتجهة: و = ك × ج

= جم × سم/ث = داين

ك = جم × م/ث = نيوتن

حيث ١ ث ط = ١٠٠ ث جم ، ١ ث كجم = ١٠٠٠ ث جم

، ١ ث جم = ٩٨٠ داين ، ١ ث كجم = ٩٨٠٠ داين

، ١ نيوتن = 10^5 داين

ملاحظات: إذا أعطيت القوة ق والمطلوب ع نوجد ع بالتكامل

أولاً: إذا كانت ق دالة فى ن (ق = ق(ن)) نضع ك $\frac{د ع}{د ن}$ = ق

∴ ك $\frac{د ع}{د ن}$ = ق ∴ ك د ع = ق د ن وبالتكامل بالنسبة لـ ن

∴ ك ∫ د ع = ∫ ق د ن

ك ع = ∫ ق د ن + ث

ثانياً: إذا كانت ق دالة فى ع نضع ك $\frac{د ع}{د ن}$ = ق

∴ ك د ع = ق د ن ∴ $\frac{ك}{ق}$ د ع = د ن

∴ ∫ $\frac{ك}{ق}$ د ع = ∫ د ن

∴ ن = ∫ $\frac{ك}{ق}$ د ع

ثالثاً: إذا كانت ق دالة فى ف حيث ف = ع $\frac{د ع}{د ن}$

ف = ع $\frac{د ع}{د س}$ $\frac{د س}{د ن}$

∴ ك ف = ك ع $\frac{د ع}{د س}$

∴ ∫ ك ف د س = ∫ ك ع د ع

∴ ك ∫ ف د س = $\frac{1}{2}$ ك ع^2 + ث

مثال: إذا كانت ق = (ن + ١) ن + (ن + ٢) ن + (ن + ٤) ن حيث ك = $\frac{1}{2}$ جم فأثبت أن

ك ع = ق

∴ $\frac{1}{2}$ ع^2 = (ن + ١) ن + (ن + ٢) ن + (ن + ٤) ن

∴ ع^2 = (ن + ١) ن + (ن + ٢) ن + (ن + ٤) ن

∴ ع = ∫ (ن + ١) ن + (ن + ٢) ن + (ن + ٤) ن

، ف = ∫ ع د ن = ∫ (ن^2 + ن) ن + (ن^2 + ٤ن + ٤) ن + (ن^2 + ٦ن + ٨) ن

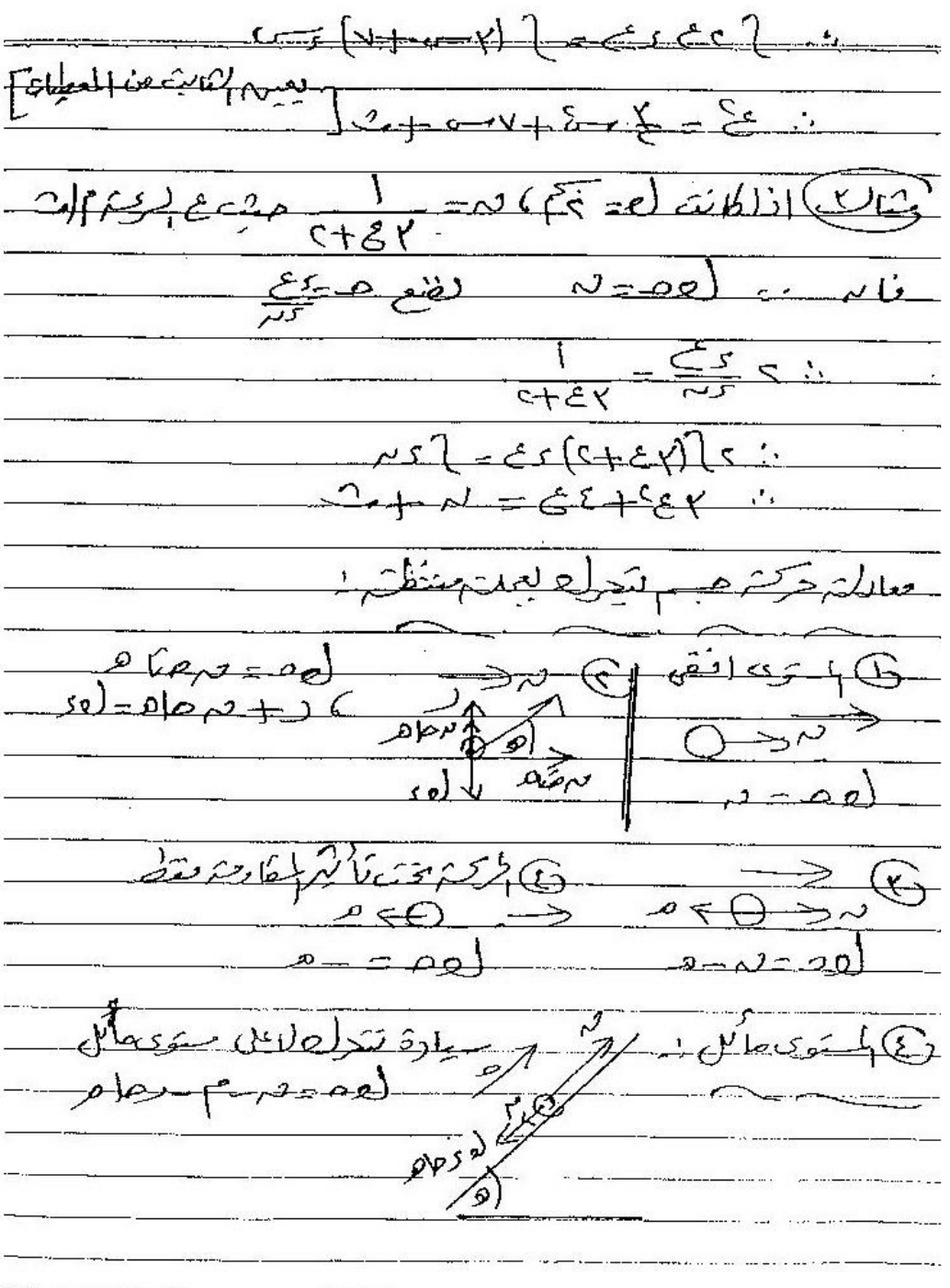
مثال: إذا كانت ك = ٢ جم ، ق = ٧ + ٢ن ن بالداين وكانت ع = ٠ عندما ن = ٠

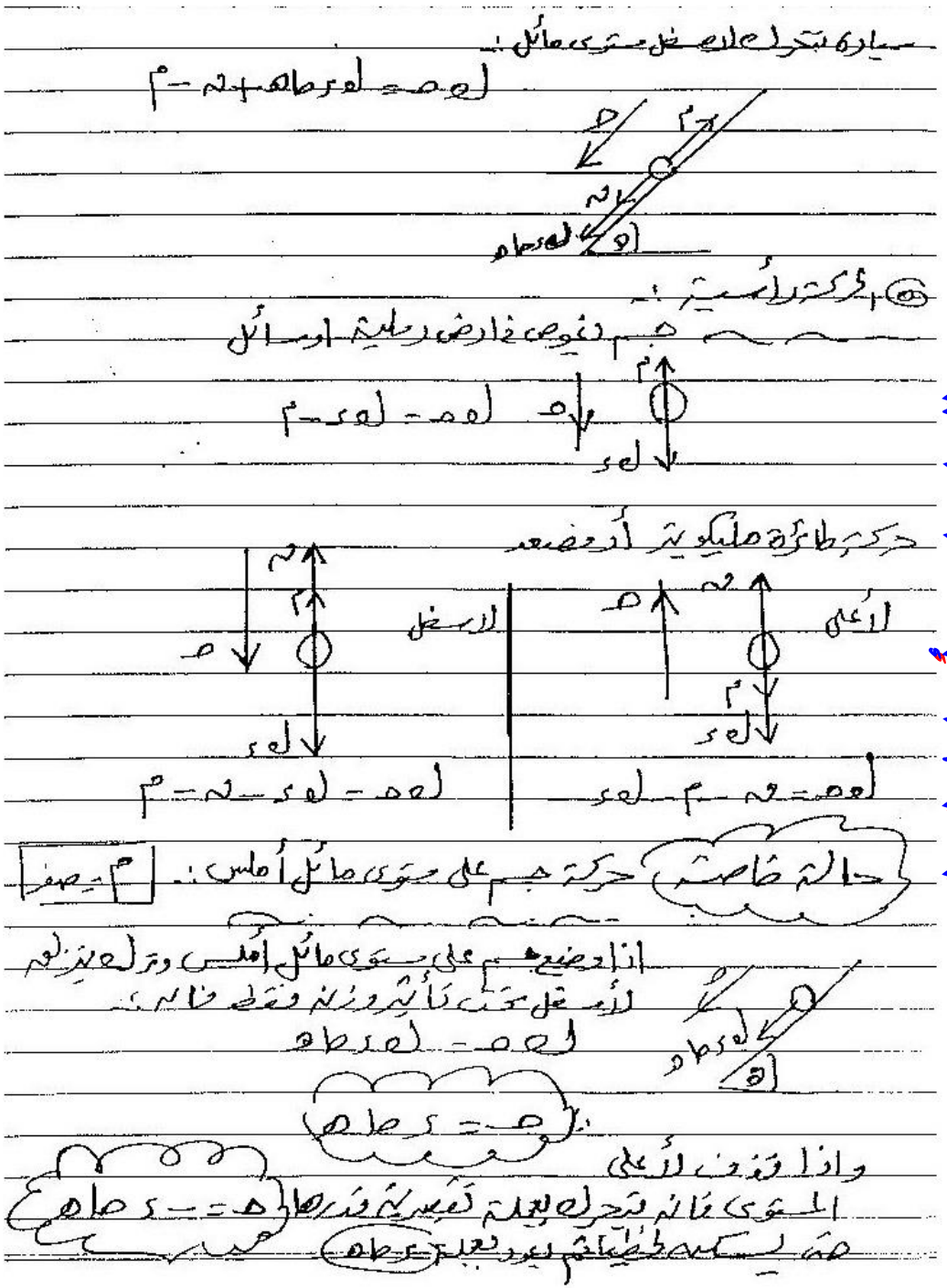
فأثبت أن ك ع = ق

ك $\frac{د ع}{د ن}$ = ق ∴ ٢ $\frac{د ع}{د ن}$ = ٧ + ٢ن ∴ ٢ د ع = (٧ + ٢ن) د ن

وبالتكامل بالنسبة لـ ن

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار





ملاحظات: ① السرعة التى يضرب بها الجسم عند وصوله الى نقطة الهدف

② زمن الوصول صفر بسكون الدفع = زمن العودة الى نقطة الهدف

الحركة على مستوى مائل

نعلم ان قوة الاحتكاك تكون (الاتجاه) (اكبر) مقدار تدريجيا كلما زادت القوة التى تعمل على اصابة الحركة الى ان تصل الى حد لا تتعداه وعندما الاحتكاك عندما الاحتكاك يكون (نهائى) ع حيث
ع = ك ص حيث ك معامل الاحتكاك الكونى ، ص هو رد الفعل العمودى

أما فى حالة الحركة فالاحتكاك يسمى الاحتكاك الحركى ع حيث
ع = ك ص حيث ك معامل الاحتكاك الحركى ، ص رد الفعل العمودى

ملاحظات: ① قوة الاحتكاك الكونى النهائى > قوة الاحتكاك الحركى

اى ان ع س > ع ك

∴ ا س > ا ك

② اذا وضع جسم على سطح مائل خشن فهنا له ٣ احتمالات

اولا: الجسم ساكن ولا يميل على وشك الحركة

اى ان ك ص > س ص

اى ان ك ص > س ص

∴ ط ≥ ط ك (ك زاوية الاحتكاك)

∴ هـ ≤ ل

طاقة الحركة (ط)

تعريف: تعرف طاقة حركة جسم كتلته ك ومتجه سرعته عند لحظة ما ع بانها حاصل ضرب نصف كتلة الجسم × مربع معيار متجه سرعته

اى ان: ط = ½ ك ‖ع‖²

∴ ط = ½ ك (ع · ع) ≥ (كمية فيزيائية غير سالبة)

∴ ط = ½ ك ع²

وحدات قياس طاقة الحركة ط = ½ ك ع²

جم (سم/ث)² = ارج

ا) ط = جم (م/ث)² = جول

حيث ١ جول = ١٠^٧ ارج

التغير فى طاقة الحركة: - اذا تغيرت سرعة جسم من ع الى ع فان:

ط - ط = ½ ك (ع² - ع²) ∴ طاقة الحركة المكتسبة = طاقة الحركة المفقودة

ملاحظة: عند دراسة وحدة (الشغل) يكون مبدأ الشغل والطاقة هو

التغير فى طاقة حركة جسم = الشغل المبذول من محصلة القوى المؤثرة على الجسم

تمارين على تكمية حركة وطاقة حركة

① تتحرك جسم كتلته ٢ كجم وكانت معادلة موضعه $\vec{ف} = (١٢ن + ٤)\vec{ت} + (ن^٢ - ٨ن + ١٨)\vec{ص}$ حيث ف بالمتر، ن بالثانية. أوجد معادلة كمية حركة بعد ٣ ث من بدء الحركة، وأوجد كذلك طاقة حركة الجسم عند تلك اللحظة.

الحل

$\therefore \vec{ع} = (٢ن - ٨)\vec{ت} + (٢ن - ٨)\vec{ص}$

$\therefore \vec{ك} = ٢\vec{ع} = ٤(ن - ٤)\vec{ت} + ٤(ن - ٤)\vec{ص}$

عند ن = ٣ ⇐ $\vec{ك} = -٤\vec{ت} - ٤\vec{ص}$

(أولاً) $ك = \sqrt{(-٤)^٢ + (-٤)^٢} = ٤\sqrt{٢}$ كجم م/ث

(ثانياً) $ط = \frac{١}{٢} ك ع^٢ = \frac{١}{٢} \times ٢ \times (٤\sqrt{٢})^٢ = ٣٢$ جول

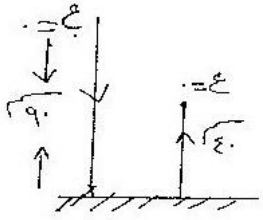
واجب تتحرك جسم كتلته ٥ جرام وكانت معادلة إزاحته $\vec{ف} = ٤ن\vec{ت} + (٩ن - ٢ن^٢)\vec{ص}$ حيث ف بالسم، ن بالثانية. أوجد مقدار كمية حركته وكذلك طاقة حركته عند ن = ٢ ثانية.

واجب جسم كتلته ٢٠ جم ويتحرك وضعه عند أى لحظة $\vec{ف} = (٥ن^٢ - ٥ن + ٦)\vec{ت} + (٦ن + ٦)\vec{ص}$ حيث ف بالسم، ن بالثانية. أوجد مقدار كمية حركته وكذلك طاقة حركته عند ن = ٣ ث. [٢٤٤٠ جم سم/ث، ١٠٦٠٨ جول]

مثال ٢ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم على الأرض فاصطدمت بها وارتدت لأعلى الى ارتفاع ٤٠ سم. احسب:

① التغير فى كمية حركة تنتج للتصادم.

② طاقة حركة المفقودة نتيجة للتصادم.



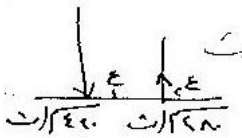
الحل نوجد سرعة تصادم الكرة بالأرض

$ع_٢^٢ = ع_١^٢ + ٢جف$

$ع_٢^٢ = ٠ + ٢ \times ٩٨٠ \times ٩٠$ ∴ $ع = ٤٢٠$ سم/ث

عند الارتداد $ع_٣^٢ = ع_٢^٢ - ٢جف$

$= ٠ - ٢ \times ٩٨٠ \times ٤٠$ ∴ $ع = ٢٨٠$ سم/ث



① مقدار التغير فى كمية الحركة $= ك(ع_٢ + ع_٣)$

$= (٢٠٠)(٤٢٠ + ٢٨٠)$

$= ١٤٠ \times ١٠^٣$ جم سم/ث

② طاقة الحركة المفقودة $= \frac{١}{٢} ك(ع_٢^٢ - ع_٣^٢)$ = الطاقة قبل - الطاقة بعد التصادم

$= \frac{١}{٢} \times ٢٠٠ ((٤٢٠)^٢ - (٢٨٠)^٢)$

$= ٩٨٠٠٠٠$ ارج $= ٩٨$ جول

واجب سقطت كرة كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٣٦٠ سم على الأرض فاصطدمت بها وارتدت رأسياً لأعلى مسافة ١٦٠ سم. احسب مقدار التغير فى كمية حركة الكرة وكذلك طاقة الحركة المفقودة نتيجة للتصادم بسطح الأرض.

مثال ٣ كرة كتلتها ٤٠ جم سقطت رأسياً من ارتفاع ٤٫٩ متر فاصطدمت بالأرض ثم ارتدت رأسياً لأعلى. فاذا علم أن كمية حركة الكرة قد تغيرت بمقدار ٦١٦٠ جم سم/ث نتيجة للتصادم ١٠ حسب أقصى ارتفاع ارتدت الكرة عنده على الأرض) وطاقة الحركة المفقودة بالتصادم

الحل عند الهبوط $ع_٢^٢ = ٠ + ٢جف = ٢ \times ٩٫٨ \times ٤٫٩$ ∴ $ع = ٩٫٨$ م/ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة $= ك(ع_٢ + ع_١)$

∴ $٦١٦٠ = ٤٠(ع_٢ + ٩٫٨)$

∴ $ع_٢$ (سرعة الارتداد) $= ٥٦٠$ سم/ث

عند الارتداد: $ع_٣^٢ = ع_٢^٢ - ٢جف$

∴ $٠ = (٥٦٠)^٢ - ٢ \times ٩٨٠ ف$ ∴ $ف = ١٦٠$ سم $= ١٫٦$ متر

(ثانياً) سرعة التصادم $= ع_٢ = ٩٫٨$ م/ث

سرعة الارتداد $= ع_٢ = ٥٫٦$ م/ث

∴ طاقة الحركة المفقودة $= \frac{١}{٢} ك(ع_٢^٢ - ع_٣^٢)$ ك $= ٤٠$ جم

$= \frac{١}{٢} \times ٤٠ \times (٩٫٨)^٢ - (٥٫٦)^٢$

$= ٢٫٧٢٩٤$ جول

$= \frac{١}{٢} \times ٤٠ \times ١٠^{-٣} (٩٫٨)^٢ - (٥٫٦)^٢$

$= ١٫٤٩٢٦$ جول

مثال ٤ جسم كتلته ٢٠٠ جم تحرك أفقياً بسرعة ١٢٥ سم/ث) اصطدم بحاجز رأسى فارتد فى اتجاه عودى بعد الاصطدام فقد $\frac{2}{5}$ سرعته. احسب مقدار التغير فى كمية حركته نتيجة للتصادم

الحل سرعة الاصطدام = ١٢٥ سم/ث ، سرعة الارتداد = $\frac{2}{5}$ × ١٢٥ = ٥٠ سم/ث

مقدار التغير فى كمية الحركة = ك (ع + ع،)

= ٢٠٠ (١٢٥ + ٥٠)

= ٣٥٠٠٠ جم سم/ث

واجب عربة سكة حديد كتلتها ٥ طن اصطدمت بحاجز رأسى بسرعة ٢٥ م/ث وتغيرت كمية حركة العربة بمقدار ٢٥٠٠٠ كجم م/ث. احسب سرعة ارتداد العربة، وطاقة الحركة المفقودة بالتصادم

(ع = ٢٥ م/ث ، ٣١٢٥٠٠ جول)

مثال ٥ سقط جسم كتلته ٥٠ جم رأسياً لأسفل وعند ٣ ثوانى اصطدم بسطح سائل فغاص فيه بسرعة منتظمة فقطع مسافة ١٠ سم فى ٢ ث. احسب مقدار التغير فى كمية الحركة وطاقة الحركة للجسم نتيجة للتصادم بسطح السائل

الحل عند السقوط ع = ك ن = ٩,٨ × ٣ = ٢٩,٤ م/ث

سرعة الجسم داخل السائل = $\frac{ف}{ن}$ = $\frac{10}{2}$ = ٥ م/ث

مقدار التغير فى كمية الحركة = ك (ع، − ع)

= ٥٠ × ٠,٠٧ (٥ − ٢٩,٤) = −١٧٠٨ جم م/ث

مقدار التغير فى طاقة الحركة = $\frac{1}{2}$ ك (ع،² − ع²)

= $\frac{1}{2}$ × ٠,٠٧ (٥² − ٢٩,٤²) = −٢٩,٧٧٦ جول

واجب سقط حجر كتلته ٧ كجم رأسياً لأسفل فاستغرق ثانيتين حتى وصل الى سطح الماء وغاص فيه بسرعة منتظمة فقطع مسافة ٦ أمتار فى ١,٥ ثانية احسب مقدار التغير فى كمية الحركة نتيجة للتصادم

(١٠٩,٢ كجم م/ث)

مثال ٦ سقطت أسفل سقف عبارة ٢٤٠ سم فارتدت كرة كتلتها ٤٠ جم بسرعة ٩٨٠ سم/ث رأسياً لأعلى عاصطدمت بالسقف وفقدت بذلك طاقة حركتها مقدارها ٨ جول بفرض للتصادم. احسب سرعة ارتداد الكرة

الحل لإيجاد سرعة اصطدام الكرة بالسقف

ع² = ع،² − ٢ ج ف

ع² = (٩٨٠)² − ٢ × ٩٨٠ × ٢٤٠

∴ ع = ٧٠٠ سم/ث

∵ طاقة الحركة المفقودة = طاقة قبل التصادم − طاقة بعد التصادم

٨ × ١٠⁷ = $\frac{1}{2}$ ك (ع² − ع،²)

٨ × ١٠⁷ = $\frac{1}{2}$ × ٤٠ (٧٠٠² − ع،²)

∴ ع، = ٢٠٠ سم/ث

واجب سقطت أسفل سقف عبارة ١٦٠ سم فارتدت كرة زجاجية كتلتها ٤٠ جم بسرعة ٧٠٠ سم/ث فاصطدمت وارتدت راسياً لأسفل وتغيرت كمية حركتها نتيجة للتصادم بمقدار ٤٢٠٠٠ جم سم/ث. احسب سرعة ارتدادها

(٢٨٠ سم/ث)

مثال ٧ اطلقت مذنبة كتلتها ٥٠ جم بسرعة ٢٠٠ سم/ث نحو دبابة متحركة بسرعة ٥٤ كم/س. اوجد

(أ) كمية حركة وطاقة حركة المذنبة

(ب) كمية حركة وطاقة حركة المذنبة بالنسبة للدبابة اذا كانت (i) الدبابة تتحرك نحو المذنبة (ii) الدبابة تبتعد عن المذنبة

الحل ك = ٥٠ جم ، ع = ٢٠٠ سم/ث للمذنبة

(أ) كمية حركة المذنبة = ك ع = ٥٠ × ٢٠٠ = ١٠٠٠٠ جم سم/ث

طاقة حركة المذنبة = $\frac{1}{2}$ ك ع² = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ × (٢٠٠)² جول

(ب) (i) سرعة الدبابة = ع = $\frac{54}{18}$ × ١٠ = ٣٠ م/ث

اذا كانت الدبابة متحركة نحو المذنبة ، ع = ع − ع = ٢٠٠ + ١٠ = ٢١٠ سم/ث

∴ كمية حركة المذنبة بالنسبة للدبابة = ك ع = ٥٠ × ٢١٠ = ١٠٥٠٠ جم سم/ث

، طاقة حركة المذنبة بالنسبة للدبابة = $\frac{1}{2}$ ك ع² = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ × (٢١٠)² جول

(ii) اذا كانت الدبابة متبعدة عن المذنبة ، ع = ع + ع = ٢٠٠ + ١٠ = ٢١٠ سم/ث

وبقية الحل

مثال ٨ سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت ف = $-٢ن^٣ + ١٢ن^٢$ حيث ف بالمتر، أوجد كمية حركة السيارة بعد ٤ ثوانى من بدء الحركة

الحل ∵ ف = $-٢ن^٣ + ١٢ن^٢$ ∴ ع = $\frac{د ف}{د ن}$ = $-٦ن^٢ + ٢٤ن$ م/ث

∴ م = ك ع

∴ م = ١٢٠٠ ($-٦ن^٢ + ٢٤ن$) كجم م/ث

عندما ن = ٤ ∴ م = ١٢٠٠ (٩٦ − ٤٨) = ٥٧٦٠٠ كجم م/ث

فى عكس الاتجاه الذى بدأ الحركة فيه

مثال ٩ جسم كتلته ١٢ كجم يتحرك فى خط مستقيم وكانت ف = $ن^٣ - ٦ن^٢$ حيث ف بالمتر، ن بالثانية. أوجد مقدار التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترات الزمنية [٢، ٥] ، [٤، ٦]

الحل ف = $ن^٣ - ٦ن^٢$ ∴ ع = $٣ن^٢ - ١٢ن$

∴ ع = ٣ن (ن − ٤) ∴ م = ك ع = ١٢ (ن − ٤)

أولاً Δ م = ١٢ $[\frac{ن^٣}{٣} - ٦ن^٢]_٢^٥$ = ١٢ [(١٠ − ٦) − (٨ − ٦)] = −٤٨ كجم م/ث

ثانياً Δ م = ١٢ $[\frac{ن^٣}{٣} - ٦ن^٢]_٤^٦$ = ١٢ [(٨ − ٦) − (١٢ − ٦)] = −٤٨ كجم م/ث

مثال ١٠ جسم كتلته ٤٨ جم يتحرك فى خط مستقيم بحيث كانت
ع = (١٢ − ٢ن) م/ث أوجد مقدار التغير فى كمية حركة الجسم خلال الفترة [٠، ٥]

الحل Δ م = ك $\int_٠^٥$ د ن = ٠,٠٤٨ $\int_٠^٥$ (١٢ − ٢ن) د ن

= ٠,٠٤٨ $[١٢ن - ن^٢]_٠^٥$ = صفر

مثال ١١ جسم يتحرك فى خط مستقيم بعجلة منتظمة = −٢ م/ث^٢ وسرعته الابتدائية ٢٥ م/ث فاذا كانت كتلة الجسم ١٨ كجم فأوجد مقدار التغير فى كمية حركته خلال الفترة [٠، ٢٠]

الحل Δ م = ك $\int_٠^{٢٠}$ د ن

Δ م = ١٨ $[-ن^٢]_٠^{٢٠}$ = ١٨ [−٤٠٠] = −٧٢٠٠ كجم م/ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة = ٧٢٠٠ كجم م/ث

مثال ١٢ قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٥٨,٨ م/ث
أوجد التغير فى كمية حركته خلال الفترة [٤، ٨]

الحل Δ م = ك $\int_٤^٨$ د ن = ٩,٨ $[-٩,٨ن]_٤^٨$

= −٧٨,٤ + ٣٩,٢ = −٣٩,٢

∴ مقدار التغير = ٣٩,٢ كجم م/ث

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

تابع على الصورة المتحيزة للقانون الأول والثانى للنيوتن

(أ و ب) القانون الأول حيث $\sum \vec{ق} = \vec{0}$ وتكون الجسم منطقة

① تحرك جسم حركة منتظمة تحت تأثير أربع قوى $\vec{ق}_1 = -٥\vec{س} + ٧\sqrt{٢}\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = ٦\vec{س} - ٤\sqrt{٧}\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_3 = -\vec{س} + ٤\sqrt{٧}\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_4$ أوجد $\vec{ق}_4$ مقدار واتجاه

$\vec{ق}_4 = -٦\vec{س} + ٤\sqrt{٧}\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_4 = ٦\vec{س} - ٤\sqrt{٧}\vec{ص}$ ، مقدار $\vec{ق}_4 = ٨$ ، اتجاه $\vec{ق}_4$ (٣٠° ، ٦٢°)

② يتحرك جسم حركة منتظمة تحت تأثير أربع قوى مستوية حيث $\vec{ق}_1 = ٢\vec{س} + ٨\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = -٢\vec{س} + ٤\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_3 = -٦\vec{س} + ٥\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_4 = ل\vec{س} - ٨\vec{ص}$ أوجد القيمة العددية لـ ل (-٧٦)

(ثانياً) القانون الثانى لنيوتن

① جسم كتلته ٤ كجم أثرت عليه قوة $\vec{ق}$ فكان متجه الإزاحة يعطى بالعلاقة $\vec{ف} = (\frac{1}{2}ن^2 + ٥ن)\vec{ت}$ حيث $\vec{ت}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة ، أوجد $\vec{ق}$ ومقدارها حيث $\vec{ف}$ بالمتر ، ن بالثانية (٥,٦ نيوتن)

واجب

② جسم كتلته ٧ كجم أثرت عليه قوة $\vec{ق}$ فكان متجه الإزاحة محدداً فى الزمن بالعلاقة $\vec{ف} = (٥ن^2 + ٥ن)\vec{س} + (\frac{1}{2}ن^2)\vec{ص}$ حيث $\vec{ف}$ بالمتر ، ن بالثانية أوجد مقدار واتجاه $\vec{ق}$

$ن = ٢٠$ ثانية ، ظا $\theta = \frac{٧}{٤}$

③ يتحرك جسم كتلته ٢ كجم تحت تأثير القوتين $\vec{ق}_1 = ٣\vec{س} + ٥\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = -٥\vec{س} + ٢\vec{ص}$ فإذا بدأ الجسم حركته من السكون فأوجد $\vec{ف}$ بعد ن ثانية ، ثم أوجد $\vec{ف}$ بعد ٣ ثوان

$\vec{ف} = -\frac{1}{4}ن^2\vec{س} + (\frac{1}{2}ن^2 + ٧ن)\vec{ص}$ ، $\vec{ف} = -٢٫٢٥\vec{س} + ٢٤٫٥\vec{ص}$

④ تحرك جسم كتلته ٣ كجم تحت تأثير قوى $\vec{ق}_1 = ٩\vec{س} - ٥\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = -٢\vec{س} + ب\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_3 = ب\vec{س} + \vec{ص}$ فكان متجه الإزاحة $\vec{ف} = (\frac{1}{2}ن^2 + ٧ن)\vec{س} + (ن^2 + ٢ن)\vec{ص}$ فأوجد ① قيمة ب (-١٦) ② المسافة المقطوعة بعد ٣ ثوان (٢١٫٥ سم)

⑤ تحرك جسم كتلته ٥ جم تحت تأثير قوى $\vec{ق}_1 = ٩\vec{س} + ٨\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_2 = -٣\vec{س} + ٢\vec{ص}$ ، $\vec{ق}_3 = ٢\vec{س} - ٣\vec{ص}$ فإذا علم أن متجه الإزاحة $\vec{ف} = ٣\vec{س} + (\frac{1}{2}ن^2 + ن)\vec{ص}$ أوجد القاعدة المؤثرة على الجسم ثم أوجد $\vec{ق}_3$ (-١٢ ، ٢)

⑥ إذا كان متجه الموضع لجسم كتلته ٤ جم هو $\vec{ر} = (ن^2 + ٢ب ن + ٨)\vec{س} + (ن^2 + ٢ن)\vec{ص}$ حيث ن بالثانية ، $\vec{ر}$ بالمتر وكانت القوة المؤثرة $\vec{ق} = ٣٠\vec{س}$ فأوجد θ ، ب (ب = ٢٫٥ ، θ = ٠)

⑦ يتحرك جسم كتلته ٦ كجم وكانت سرعته فى اتجاهين أحدهما الشرق والآخر الشمال هما ع$_1$ = ٨ م/ث ، ع$_2$ = $(-٤٫٩ن + ٨)$ م/ث . أوجد مقدار واتجاه سرعته الابتدائية ، وكذلك متجه القوة المؤثرة على الجسم ومقدارها بثقل الكجم

⑧ جسيم متغير الكتلة حيث ك = $(٢ن + ١)$ كجم وكان متجه الإزاحة $\vec{ف} = (\frac{1}{2}ن^2 - ن)\vec{ت}$ حيث $\vec{ت}$ متجه وحدة فى اتجاه الحركة ، ن بالثانية أوجد

① كمية حركته عند ن = ٣ ث (١٤ كجم م/ث)

② متجه القوة المؤثرة على الجسم لحظة سكونه (-٤$\vec{ت}$)

⑨ يتحرك جسم متغير الكتلة فى خط مستقيم وكانت كتلته عند أى لحظة زمنية ن هى ك = ٤ن + ١ كجم وكان متجه الإزاحة $\vec{ف} = (ن^2 + ٨ن)\vec{ت}$ حيث $\vec{ت}$ متجه وحدة ثابت ، ف بالمتر ، ن بالثانية أوجد

① طاقة حركة الجسم عند ن = ٢ ث

② متجه كمية الحركة عند ن = ٢ ث

③ معيار القوة المؤثرة على الجسم عند ن = ٤ ث (٧٤ نيوتن)

واجب بالمحاضرة

① جسم كتلته ك = $(٥ن + ٥)$ كجم ومتجه موضعه $\vec{ر} = (\frac{1}{2}ن^2 + ٥ن)\vec{ت}$ ، ف بالمتر ، ن بالثانية أوجد مقدار القوة التى المؤثرة على الجسم عند ن = ١٠ ثانية (٤٧ نيوتن)

تابع ٨

تمارين (صورة المجيبة للقانون الثانى لنيوتن) الارشادات ص ١٩

(١٠) اوجد معادلة الحركة ص التى الكتلها جسم كتلته ٤ كجم اذا اثرت عليه القوى ق١ = ٤ س - ٢ ص + ٤ ع ، ق٢ = س + ٥ ص + ع ، ق٣ = ٢ س - ص + ٤ ع
اذا كانت م موصة لنيوتن

ك = ٤ س + ص + ٢ ع

(١١) القوى ق١ = ٢ س + ص + ع ، ق٢ = س - ٢ ص + ٤ ع اثرت على جسم كتلته ٤ كجم فاكسبته تسارع ك = ٤ س + ع اوجد (٢، ٤) ، ص اذا كانت م بالنيوتن ، ص بالمتر

(١٢) اثرت قوة على جسم ساكن كتلته ١ كجم متحركا من نقطة الاصل (و) وكانت ق = ٥ س + ٦ ص حيث س بعد الجسم عن (و) مقيسة بالمتر ، ق بالنيوتن اوجد
ا) سرعة الجسم ع عندما س = ٤ م/ث
ب) زاحة الجسم ف عندما تكون ع = ٩ م/ث

(١٣) اثرت قوة ق على جسم ساكن كتلته ٣ كجم متحركا على خط مستقيم بسرعة قدرها ٤ م/ث وكانت ق = ٣ / (١ + ٤ ع) حيث ع سرعة الجسم بعد زمن قدره ن ث تكون سرعة الجسم ٦ م/ث

(١٤) قوة ق تؤثر على جسم كتلته ٥٠ كجم فتجعله يتحرك على خط مستقيم متحركا من السكون وكانت ق = ٥٠ - ٤ ن ، ق بالنيوتة ، ن بالثانية اوجد كلا من ع ، ف عندما ن = ٢ ث

(١٥) قوة ق تؤثر على جسم ساكن كتلته ٤ كجم متحركا من نقطة ثابتة (و) على خط مستقيم وكانت ق = (٦ - ٤ ن) س + ٨ ص ، ن بالنيوتة ، ن بالثانية اوجد سرعة الجسم وبعده عن (و) عندما ن = ٣ ث

ارشادات (الصورة المجيبة للقانون الثانى) تمارين (١٠) الى (١٥)

(١٠) ق = ق١ + ق٢ + ق٣ = ٤ س + ٤ ص + ٤ ع
∴ ك = ٤
∴ ٤ ك = ٤ س + ٤ ص + ٤ ع
∴ ك = س + ص + ع

(١١) ق = ق١ + ق٢ = (٢ + ٩) س + (ب - ٢) ص + (٤ + ٥) ع
∴ ك = ٨ س + ٤ ع
∴ ٩ + ٢ = ٨ ← ٩ = ٦
ب = ٢ ← ب - ٢ = ٠
٥ + ١ = ٢ ← ٥ = ١

(١٢) ق = ٥ س + ٦ ص ، نضع ص = ع ، ك = ١ كجم
∴ ق = ٥ س + ٦ ع
∴ ك ع ع = ٥ س + ٦ ع
بمكاملة الطرفين بالنسبة لـ س
∴ ١ × ع = ٥ س + ٦ ص + ث
عند س = ٠ ، ع = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ع = ٥ س + ٦ ص
(أ) عند ص = ٤ ∴ ع = ٢٤ ∴ ع = ٢٨ م/ث
(ب) عند ع = ٩ م/ث
∴ ٩ = ٥ س + ٦ ص
∴ ٥ س + ٦ ص = ٨١ ∴ ص = ٢ ، س = ٧/٥

(١٣) ق = ٣ / (١ + ٤ ع٢)
∴ ك = ١ ، ع = ٠ ∴ ق = ٣
∴ ك ع ع / ك س = ٣ ∴ ع ع / س = ٣
∴ ع ع = ٣ س + ث
عند س = ٠ ، ع = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ع ع = ٣ س
∴ ع = √(٣ س)
عند س = ٦ ، ع = √١٨ = ٣√٢ م/ث

(١٤) ق = ٥٠ - ٤ ن
∴ ك ع ع / ك ن = ٥٠ - ٤ ن
∴ ع ع / ن = ٥٠ - ٤ ن
∴ ع ع = ٥٠ ن - ٢ ن٢ + ث
عند ن = ٠ ، ع = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ع ع = ٥٠ ن - ٢ ن٢
عند ن = ٢ ∴ ع = ٩٦ ∴ ع = ٤ √٦ م/ث
ف = ∫ ع ك ن = ∫ (٥٠ ن - ٢ ن٢) ك ن
∴ ف = ٢٥ ن٢ - ٢/٣ ن٣ + ث
عند ن = ٠ ، ف = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ف = ٢٥ ن٢ - ٢/٣ ن٣
عند ن = ٢ ∴ ف = ١٠٠ - ١٦/٣ = ٨٤/٣ م

(١٥) ق = ٨ ص + (٦ - ٤ ن) س
∴ ك = ٤
∴ ٤ ك ع / ك ن = ٨ ص + (٦ - ٤ ن) س
∴ ٤ ع = ٨ ص + (٦ - ٤ ن) س
∴ ع = ٢ ص + (٣/٢ - ن) س
∴ ع = ٢ ك ص / ك ن + (٣/٢ - ن) س
∴ ٢ ك ص / ك ن = ٢ ع - (٣ - ٢ ن) س
∴ ك ص / ك ن = ع - (٣/٢ - ن) س
∴ ك ع / ك ن = ٢ ع - (٣ - ٢ ن) س
∴ ك ع / ك ن + (٣ - ٢ ن) س = ٢ ع
عند ن = ٣ ، ع = ٠ ∴ ٣ س = ٠ ∴ س = ٠
∴ ك ع / ك ن = ٢ ع
∴ ك ع / ع = ٢ ك ن
∴ ∫ ك ع / ع = ∫ ٢ ك ن
∴ ل ع = ٢ ن + ث
عند ن = ٠ ، ع = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ل ع = ٢ ن
عند ن = ٣ ∴ ل ع = ٦ ∴ ع = ٤٠٣ م/ث
ف = ∫ ع ك ن = ∫ ٤٠٣ ك ن
∴ ف = ٤٠٣ ن + ث
عند ن = ٠ ، ف = ٠ ∴ ث = ٠
∴ ف = ٤٠٣ ن
عند ن = ٣ ∴ ف = ١٢ م

عندما ع = ٦ م/ث ∴ ٦ = ن - ٢ ∴ ن = ٨ ث

---

(١٤) قوة كونية على جسم كتلته ٥٠ جم تتحرك في خط مستقيم متأثرة بقوة تكون ق = (٥ - ٢ن) سنا + ٤ ن صنا حيث ن الزمن بالثانية ، ق بالنيوتن ، ع بالمتر/ث أوجد كلاً من ع ، ف إذا كان ت = ٠ ، ع = ٠ ، ف = ٠ عندما ن = ٢

(أولاً) ∵ ق = ك ل ∴ ل = ق / ك = ق / ٠,٠٥ = ٢٠ ق

∵ ق = ٤ ك ∴ ك = ٤ ق

∴ ك = ٤ (٥ - ٢ن) سنا + ١٦ ن صنا

ع = ∫ ك دن = ∫ (٢٠ - ٨ن) سنا + ١٦ ن صنا دن + ث

= ٢٠ - ٨ن - ٨ جتا ن + ١٦ ن جا ن + ١٦ جتا ن + ث

عندما ن = ٠ ، ع = ٠

∴ ٠ = ٢٠ - ٠ - ٨ + ١٦ + ث ∴ ث = -٢٨

∴ ع = (٢٠ - ٨ن) سنا + ٨ جتا ن + ١٦ ن جا ن - ٢٨

ف = ∫ ع دن = ∫ (٢٠ - ٨ن) سنا + ٨ جتا ن + ١٦ ن جا ن - ٢٨ دن

= ∫ (٢٠ - ٨ن) سنا + ٨ جتا ن + ٨ (٢ن جا ن) - ٢٨ دن

= (٢٠ - ٨ن) (-جتا ن) + ٨ جا ن + ٨ (-٢ن جتا ن + ٢ جا ن) - ٢٨ ن + ث

= ٨ن جتا ن - ٢٠ جتا ن + ٨ جا ن - ١٦ ن جتا ن + ١٦ جا ن - ٢٨ ن + ث

= -٨ن جتا ن - ٢٠ جتا ن + ٢٤ جا ن - ٢٨ ن + ث

عندما ن = ٠ ، ف = ٠ ∴ ٠ = -٢٠ + ث ∴ ث = ٢٠

∴ ف = -٨ن جتا ن - ٢٠ جتا ن + ٢٤ جا ن - ٢٨ ن + ٢٠

(ثانياً) ع = ∫ ك دن = ∫ (٥ - ٢ن) سنا + ٤ ن صنا دن

= ٥ - ٢ن - ٢ جتا ن + ٤ ن جا ن + ٤ جتا ن + ث

= ٢ن + ٢ جتا ن + ٤ ن جا ن + ث

عندما ن = ٠ ، ع = ٠ ∴ ٠ = ٢ + ث ∴ ث = -٢

∴ ع = ٢ن + ٢ جتا ن + ٤ ن جا ن - ٢

ف = ∫ ع دن = ∫ ٢ن + ٢ جتا ن + ٤ ن جا ن - ٢ دن

= ن² + ٢ جا ن + ٤ (-ن جتا ن + جا ن) - ٢ن + ث

= ن² + ٢ جا ن - ٤ن جتا ن + ٤ جا ن - ٢ن + ث

= ن² - ٤ن جتا ن + ٦ جا ن - ٢ن + ث

عندما ن = ٠ ، ف = ٠ ∴ ٠ = ٠ + ٠ + ٠ + ث ∴ ث = ٠

∴ ف = ن² - ٤ن جتا ن + ٦ جا ن - ٢ن

---

(١٥) ق = ل ك

ق = ٤ ك

ك = ق / ج = ٤ (٤ - ٢ن) سنا + ١٦ صنا

ع = ∫ ك دن = ∫ ٤ (٤ - ٢ن) سنا + ١٦ صنا دن = ٤ (-٤ + ٢ن) جتا ن + ١٦ جا ن + ث

عندما ن = ٠ ، ع = ٠ ∴ ٠ = ٤ (-٤) + ث ∴ ث = ١٦

∴ ع = ٨ن جا ن - ٨ جتا ن + ١٦ جا ن + ١٦

عندما ن = ٢ ث ∴ ع = ١٦ جا ٢ث - ٨ جتا ٢ث + ١٦ جا ٢ث + ١٦ = ٨ + ١٦ = ٢٤ م/ث

(ثالثاً) ك = ∫ ع دن = ∫ ٨ن جا ن - ٨ جتا ن + ١٦ جا ن + ١٦ دن

= ٨ (-ن جتا ن + جا ن) - ٨ جا ن + ١٦ (-جتا ن) + ١٦ ن + ث

= -٨ن جتا ن + ٨ جا ن - ٨ جا ن - ١٦ جتا ن + ١٦ ن + ث

= -٨ن جتا ن - ١٦ جتا ن + ١٦ ن + ث

عندما ن = ٠ ، ف = ٠ ∴ ٠ = -١٦ + ث ∴ ث = ١٦

∴ ف = -٨ن جتا ن - ١٦ جتا ن + ١٦ ن + ١٦

تمارين على الصورة القياسية لمعادلتي الحركة وتوقيته

(١) بدأت سيارة كتلتها ٢٠ طن وقوة آلتها ½ ث ط الحركة على طريق أفقي ضد مقاومة تعادل ٢٠ ث جم لكل طن من كتلتها . احسب كلاً من تسارع الحركة وطاقة حركة السيارة بعد ٢٥ ث من بدء الحركة (ع = ٠,٤٩ م/ث² ، ك = ٢٠٠٠ كجم ، ط = ٢٠٠٠ ث وكل)

---

(٣) يصعد قطار كتلته ٢٠٠ طن على مستوى مائل بميل ١/١٠٠ وبعجلة منتظمة ٤,٩ سم/ث² ضد مقاومات تعادل ٥٠ ث جم لكل طن . احسب قوة آلة القطار (٤٠٠٠ ث كجم)

---

(٢) تحرك جسم كتلته ٢٠٠ جم من السكون من قمة مستوى مائل أملس طوله ٢٥ متر ويميل على الأفق بزاوية جيبها ١/١٠ . احسب كلاً من طاقة حركة الجسم عند قاعدة المستوى . (ع = ١,٤ م/ث² ، ط = ٤٩ جول)

---

(٤) قذف جسم كتلته ٣ كجم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفق بزاوية جيبها ½ لأعلى بسرعة ٢٦ م/ث . احسب مقدار التغير في كمية حركته وكذلك التغير في طاقة حركته بعد ٥ ثوان من لحظة قذفه ، والزمن الكلي من لحظة قذفه حتى عودته الى نقطة القذف . (ن = ٤,٤ ث)

واجبة بالمحاضرة

تمارين

(١) سيارة كتلتها ٤٩٠ كجم تتحرك على طريق أفقي بسرعة ٤٠ كم/س ويطفئ فراملها فوقفت بعد أن قطعت مسافة ١٨ متراً . أوجد قوة مقاومة الفرامل (بفرض ثبوتها) (٣١٢,٥ ث جم)

(٢) جسم كتلته ٦٠ كجم تحرك على مستوى أفقي أثرت عليه قوة قدرها ٢٦ ث كجم تميل على الأفق بزاوية جيبها ١/١٢ ضد مقاومات ١٢٠ ث كجم . أوجد عجلة الحركة ورد فعل المستوى (٢ م/ث² ، ٤٨٨ ث كجم)

(٥) وضع جسم كتلته ٦ كجم على مستوى مائل أملس ميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وأثرت عليه قوة أفقيه مقدارها ٢٨ ث كجم موجهة نحو المستوى. اوجد مقدار واتجاه العجلة الناشئه - ورد فعل المستوى على الجسم (١٤,٧ ث م/ث٢ ، ٧٧,٦ ث كجم)

(٦) قذف جسم كتلته ½ كجم راسياً لأعلى بسرعة ٢٨ م/ث من نقطة على سطح الأرض، فاذا كانت مقاومة الهواء تعادل ¼ وزن الجسم اوجد:
(i) أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم (٢٥ متر)
(ii) الزمن الكلى منذ لحظة قذفه حتى عودته لنقطة القذف (٥,٧٨ ث)
(iii) كمية حركة وطاقة حركة الجسم لحظة عودته الى سطح الارض (١١,٧٦ نيوتن.ث ، ط = ٢٩,٧٦ و ١١٨ جول)

(٧) سقط جسم كتلته ٢ كجم من ارتفاع ١٠ متر نحو أرض رملية فغاص فى الرمل مسافة ٢٠ سم. احسب كمية حركة وطاقة حركة الجسم لحظة وصوله لسطح الارض، ومقدار مقاومة الرمل حركته بثقل كيلو جرام. (ع = √(٢×٩,٨×١٠) = ١٤ م/ث ، ط = ½×٢×١٩٦ = ١٩٦ جول ، مقاومة = ٢٠٢ كجم)

(٨) اثرت قوة أفقية قدرها ٢ كجم ساكنة كتلتها ٢ كجم موضوع على مستوى أفقى فحركه من السكون مسافة ٢٤٥ م فى زمن ١٠ ثوان. ضد مقاومة تعادل 1/10 وزن الجسم اوجد مقدار قوة. واذا انقطع تأثير القوة فى نهاية هذه الفترة اوجد متى يسكن الجسم (٢١٠ ث كجم ، ٧ ث = ½ ث)

(٩) يهبط جسم بسرعة منتظمة على مستوى مائل على الأفقى بزاوية جيبها 1/4 ، أوجد المسافة التى يقطعها هذا الجسم اذا قذف لأعلى المستوى بسرعة ٧ م/ث (٥ متر)

(١٠) وضع جسم كتلته ٤ كجم على مستوى أملس ميل على الأفقى بزاوية ٣٠° وأثرت عليه قوة مقدارها ١٠ نيوتن فى اتجاه خط اكبر ميل لأعلى - اوجد عجلة الحركة ورد فعل المستوى. (ف = ٤٥ م/ث٢ ، ر = ٢١,٩ نيوتن)

(١١) جسم كتلته ٥ كجم موضوع على مستوى مائل أملس ميل على الأفقى بزاوية جيبها 2/5 اثرت عليه قوة تعادل ٥٠ ث كجم الى اعلى المستوى فى اتجاه خط اكبر ميل للمستوى اوجد عجلة الحركة، واذا انعدم تأثير القوة بعد مضى ثانيتين. فأوجد المسافة التى يصعدها الجسم بعد ذلك حتى يسكن لحظياً (٢٩ م ، ٢٥,٦ م)

(١٢) قطار كتلته ٢٤٠ طن يتحرك على طريق أفقى بعجلة منتظمة ٠,٤ م/ث٢ فاذا كانت قوة آلاته ٢٠٠٠ ث كجم. احسب المقاومة لكل طن من كتلة القطار، واذا صعد القطار على منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها 1/100 . ماهى العجلة التى يصعد بها القطار اذا علمت ان المقاومة لم تتغير. (٥ ث كجم ، ٠,٤٩ م/ث٢)

(١٣) قذف جسم كتلته ½ كجم بسرعة ١٦ م/ث فى اتجاه خط اكبر ميل لمستوى مميل على الأفقى بزاوية ٣٠° لأعلى ضد مقاومات تعادل ٢,٢٥ نيوتن. اوجد الزمن الذى يستغرقه الجسم حتى يسكن. (٢ ث)

(١٤) يهبط أحد جنود المظلات راسياً لأرض ومظلته مفتوحة، فاذا علم أن مقاومة الهواء له تتناسب مع مربع سرعته وكانت اقصى سرعة يهبط بها الجندى ٤ م/ث. اوجد مقدار سرعته عندما تكون مقاومة الهواء مساوية 25/64 من وزنه (٢,٥ م/ث)

(١٥) قطار كتلته ١٠٠ طن يتحرك فى خط مستقيم تحت تأثير مقاومة مقدارها يتناسب مع مربع سرعته، فاذا كانت مقدار المقاومة ١٠ ث كجم لكل طن من كتلة القطار عندما يسير بسرعة ٥٠ كم/س. اوجد اقصى سرعة للقطار اذا كانت قوة آلاته ٤٠٠٠ ث كجم. (١٠٠ كم/س)

نماذج) قطار كتلته ١٠٠ طن يتحرك بسرعة منتظمة على منحدر يميل بزاوية جيبها 1/100 ضد مقاومات ١٦ ث كجم/طن من كتلة القطار اوجد قوة المحركات:
(أولاً) وصوله لمنتصف المنحدر (٢,١ ث طن)
(ثانياً) وصوله لقمة المنحدر (١,١ ث طن)

(١٥) قاطرة كتلتها ٥٠ طن تجر عدد ٨ من العربات كتلة كل عربة ٥ طن صاعدة أحد مستويات مائل على الأفقى بزاوية جيبها ١٠٠ بسرعة منتظمة وكانت مقاومة المنحدر تعادل ٥ ث.كجم لكل طن من الكتلة . أوجد عدد العربات اذا كانت قوة آلات القاطرة ١٥٠٠ ث.كجم (١٦ عربة)

(١٦) سارت عربة ترام سائرة كتلتها ٢ طن بقوة افقية مقدارها ١٠٠ ث.كجم ضد مقاومة تعادل $\frac{1}{100}$ من وزنها . احسب سرعة العربة بعد $\frac{1}{4}$ دقيقة من بدء الحركة وطاقة الحركة عندئذ للعربة . (٦٩ م/ث ، ٧١٤١٥ جول)

(١٧) طائرة هليكوبتر وزنها ٨ ث.طن تتحرك رأسياً ضد مقاومات ٢٠٠ ث.كجم لكل طن من كتلتها . احسب قوة محرك الطائرة (قوة دفع الهواء) عندما :
① تتحرك لأعلى بسرعة منتظمة (١٠٤٠٠) ث.كجم
② تتحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة $\frac{49}{4}$ م/ث² (١٠٤٦٠) ث.كجم

(١٨) قطار كتلته ٢٤٠ طن تتحرك بعجلة منتظمة ١٥ سم/ث² ضد مقاومة تعادل ٤٠ ث.كجم لكل طن من كتلته . أوجد قوة آلات القطار ، واذا انفصلت عن القطار العربة الأخيرة وكتلتها ٤٩ طن بعد الله تحرك القطار من السكون لمدة ٤٩ دقيقة . أوجد العجلة التى تتحرك بها باقى القطار . وكذلك الزمن الذى تأخذه العربة المنفصلة حتى تسكن
[ق = ١٩٧٠٠ ث.كجم ، ع = ١٨٫٨٥ دقيقة]

(١٩) بالون كتلته ١٠٠ كجم تتحرك رأسياً لأعلى بسرعة منتظمة ٥٠ سم/ث ، سقط منه جسم كتلته ٧٠ كجم . أوجد العجلة التى يتحرك بها البالون بعد زمن (ن) ، وأوجد المسافة بين البالون والجسم بعد ١٠ ثوان من لحظة سقوط الجسم (٣٥٠)

(٢٠) سيارة كتلتها ٢ طن هبطت من السكون مسافة ٤٩ متر فى ١٠ ثوانى على منحدر مستقيم يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{1}{20}$ ضد مقاومات ٥٠ ث.كجم لكل طن من كتلتها . أوجد قوة محرك السيارة (٢٠٠ ث.كجم)

(٢١) قاطرة تجر قطاراً كتلتها ٢٠٠ طن تتحرك بسرعة منتظمة ٧٦ كم/س ، فاذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك ٢٠ ث.كجم لكل طن من الكتلة . ما هى قوة آلات القاطرة ؟ واذا انفصلت عن القطار العربة الأخيرة وكتلتها ٥٠ طن . بينما تقع حركة القطار بقية القطار وحركة العربة المنفصلة ، أوجد سرعة القطار ظنة سكون العربة المنفصلة . (تسكن بعد ن = ٦٠ ث)

(٢٢) سقط جسم كتلته ٣ كجم من ارتفاع ٤٩ متر من سطح أرض رملية فغاص فيها مسافة ٦ سم فاذا علم أن الجسم فقد $\frac{1}{4}$ مقدار سرعة تصادمه بالأرض . أوجد مقاومة الرمل بثقل الجسم . (١٨٢ ث.كجم)

(٢٣) سقط جسم كتلته ٢٠ كجم رأسياً الى أسفل من ارتفاع ٢ $\frac{1}{2}$ متر من سطح الأرض فغاص فى طبقة رملية مسافة ٥ سم . أوجد مقدار مقاومة الرمل لحركة الجسم بثقل الجسم . (١٢٫٥ ث.كجم)

(٢٤) تتحرك طائرة كتلتها ٣٠٠ كجم فى مسار أفقى بسرعة ٥٤٠ كم/س . دخلت الطائرة فى سحابة من الغبار فلاقت مقاومة ١٥٠ نيوتن . احسب سرعة الطائرة لحظة خروجها من السحابة اذا استمرت بداخلها لمدة ٥ دقائق (٤٨٦ كم/س)

(٢٥) أثرت قوة افقية على جسم ساكن موضوع على مستوى افقى فتحرك لفترة زمنية حتى بلغت كمية حركته ١٥٧٥٠ داين.ث وعندئذ كانت طاقة حركته ١٦٨٧٥ ارج ، وفى تلك اللحظة اوقف تأثير القوة . وتحرك الجسم بعدها ١٢ متراً حتى سكن . أوجد كتلة الجسم ومقاومة المستوى

الحل
ك = ٧٠ جم
ع = ٢١٠ سم/ث
م = ٧٨٧٥ داين

ارشادات لصورة المحاضرة
الأول والثانى نيوتن

① ∵ الجسم متزن ∴ $\overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} + \overrightarrow{ق_4} = \overrightarrow{0}$

$\overrightarrow{ق_4} = -\overrightarrow{ق_1} - \overrightarrow{ق_2} - \overrightarrow{ق_3}$

$= -(-٥ س + ٢ ص) - (٢ س + ٢٤ ص) - (-٧ س + ٢٧ ص)$

$= ٥ س - ٢ ص - ٢ س - ٢٤ ص + ٧ س - ٢٧ ص$

$= ١٠ س - ٤٣ ص$

$\therefore$ معيار $\overrightarrow{ق_4} = \sqrt{١٠^٢ + (-٤٣)^٢} = \sqrt{٢٠٠} = ١٠\sqrt{٢}$ ث

$\therefore$ معيار $\overrightarrow{ق_4} = ١٠\sqrt{٢}$ ث

---

② (ثانيا) $ل = ٤٫٢ كم = ٤٢٠٠ م$ ، $ف = ٤٢٠٠ ك$ جول

$ف = \frac{١}{٢} ك ع^٢$

$ع = \frac{ف}{\frac{١}{٢} ك} = \frac{٤٢٠٠}{\frac{١}{٢} \times ٧} = ١٢٠$ م/ث

$ع = ع_0 + ت ز$

$١٢٠ = ٠ + ت \times ٢٠٠$

$\therefore ت = ٠٫٦$ ث

---

③ $ل = ع_0 ز + \frac{١}{٢} ز ت^٢$

$\therefore ٤ = ٢ ز + \frac{١}{٢} ز \times ٤$

$\therefore ز = ١$ م/ث^٢

$ع = ع_0 + ز ت$

$\therefore ع = ٢ + ١ \times ٤ = ٦$ م/ث

$ع^٢ = ع_0^٢ + ٢ ز ف$

$\therefore ٣٦ = ٤ + ٢ \times ١ \times ف$

$\therefore ف = ١٦$ م

---

④ $\overrightarrow{ع} = \overrightarrow{ع_0} + \overrightarrow{ز} ت$

$= (٢ - ب + ٩) س + (ب - ١) ص$

$\therefore ف = (\frac{١}{٢} ن^٢ + ٢ ن) س + (ن^٢ + ن) ص$

$\therefore ع = (ن + ٢) س + (٢ ن + ١) ص$

$\therefore ع = ٢ س + ٣ ص$

$\therefore ٢ (س + ص) = (٩ - ب + ٢) س + (ب - ١) ص$

$\therefore ب = ٧$ ، $١ - ب = ٦$

$\therefore ٩ + ب - ٢ = ٢ \therefore ٩ - ٧ + ٢ = ٢ \therefore ٩ = ١ -$

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(ثانيا) $ص = لـ ع$

$\therefore ص = ٢[(ن+٢)^{٢} ع + (ن+١)^{٢} ص]$ وعندما $ن = ٢$

$\therefore ص = ٢(٥ ع + ٥ ص) = ١٠ ع + ١٠ ص$

$\therefore ||ص|| = \sqrt{(١٠)^{٢} + (١٠)^{٢}} = ١٠\sqrt{٢}$ جم.سم/ث

، $ظ = \frac{١}{٢} ل ||ع||^{٢}$ ، $ع = ٥ س + ٥ ص$ عندما $ن = ٢$

$\therefore ||ع||^{٢} = ٢٥ + ٢٥ = ٥٠$

$\therefore ظ = \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٥٠ = ٥٠$ جول.

---

(٦) $ل = ٢$ جم ، $ع = ٢ن^{٣} + ٣ن^{٢} + ٨$ سم

$\therefore ع_{ن} = ٦ن^{٢} + ٦ن$ سم/ث

$\therefore ص_{ن} = ع_{ن} = ١٢ن^{٢} + ٦ن$ سم/ث

$\therefore ص = ل ص_{ن}$

$\therefore ق = ٢ (١٢ن^{٢} + ٦ن)$ سم/ث

$\therefore ٢٠ = ٢٤ن^{٢} + ٦ن$ دائما فى ن

$\therefore ٢٤ب = ٦ ، ٤ب = ٢٠$ $\therefore ب = ٥$

---

(٧) $ع = -٨س + ٨ص$

$ع_{ن} = -٤٩ن + ٨$ سم/ث

عندما $ن = ٠$ $\therefore ع = ٨س + ٨ص$ $\therefore ||ع|| = ١١$ سم/ث

$ظا\theta = \frac{ص}{س} = ١$ $\therefore \theta = ٤٥°$

$ص_{ن} = -٤٩$ سم/ث

$ق = ل ص_{ن}$

$= ٦ \times -٤٩$ سم $= -٢٩٤$ جم.سم/ث

$\therefore ||ق|| = ١١ = ٢٩٤$ نيوتن $= ٩٫٨ \div ٢٩٤ = ٣٠$ كجم

---

(٨) $ل = (٥ن + ١)$ جم ، $ف = (\frac{١}{٤}ن - ن)$ سم

$ع = (ن - ١)$ سم/ث

$ق = ل ع$

$= (٥ن + ١)(ن - ١)$ جم.سم/ث $= (٥ن^{٢} - ٤ن - ١)$ جم.سم/ث

عندما $ن = ٣$ ث $\therefore ق = (٤٥ - ١٢ - ١)$ جم.سم/ث $= ٣٢$ جم.سم/ث

$\therefore ||ق|| = ٣٢$ جم.سم/ث

(ثانيا) $\frac{ق}{ن} = ٢٠$ جم.سم/ث^{٢}

حيث $ق = (٥ن^{٢} - ن - ١)$ جم.سم/ث

$\therefore ق = (١٠ن - ١)$ جم.سم/ث

بمساواة $ق$ بالصفر عندما $ن = ٠$

$\therefore (١٠ن - ١) = ٠$ $\therefore ن = ٠٫١$ ثانية

$\therefore ||ق|| = ٢$ جم.سم/ث

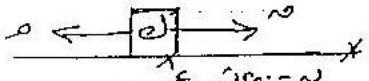
ملاحظة ارشادات من (١) الى (١٥) بالمذكرة صـ ١٩

ارشادات هامة بالصورة التجريبية للقانون الأول والثانى ليوتن

---

(١) $ل = ٢٠$ جم $= ١٠٠ \times ٢٠ = ٢٠٠٠$ جم ، $ن = ٢$ ث $= \frac{١}{٢} ث ظ = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ = ٥٠٠$ جم

المقاومات الكلية $= ٢٠ \times ٢ = ٤٠$ جم



معادلة حركة السيارة

$ل ص = ن - م$

$٢٠٠٠ ص = ٥٠٠ - ٩٫٨ \times ٤٠$

$\therefore ص = ٠٫٤٩$ م/ث^{٢}

$ع = ع_{ص} + ص ن$

$ع = ٠ + ٠٫٤٩ \times ٢٥ = ١٢٫٢٥$ م/ث

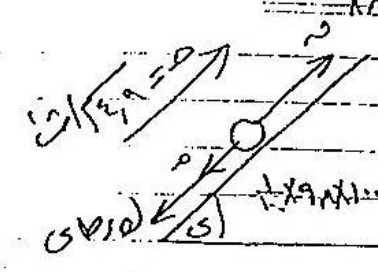
كمية حركة السيارة $= ل ع$

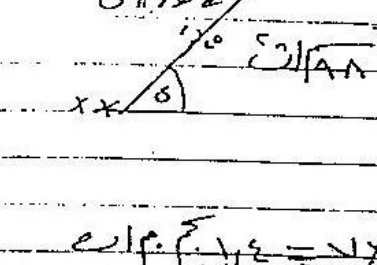
$= ٢٠٠٠ \times ١٢٫٢٥ = ٢٤٥٠٠$ جم.سم/ث

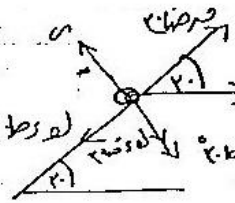
طاقة حركة السيارة $= ظ = \frac{١}{٢} ل ع^{٢}$

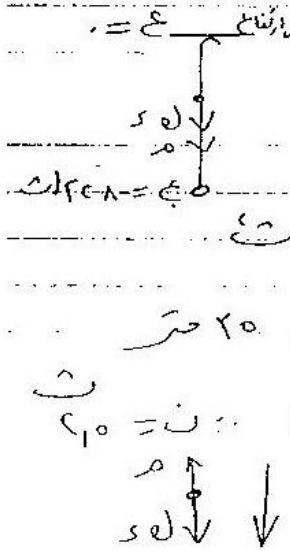
$= \frac{١}{٢} \times ٢٠ \times ١٠٠٠ \times (١٢٫٢٥)$

$= ١٥٠٠٦٢٥$ جول









اثناء الصعود يكون الجسم متحركا فى بسكون وعلى ارتفاع ٢٠ متر من نقطة القذف

$\therefore ف = ع ن + \frac{1}{2} حـ ن^2$

$\therefore ٢٥ = ٨,٤ ن + \frac{1}{2} \times ٩,٨ ن^2$

$\therefore ن^2 = \frac{٢٥}{٤,٩} = \frac{٥٠}{٩,٨}$

$\therefore ن = ٢,٤٨$ ث

زمن الكل للكرة $= ٢,٥ + ٢,٤٨ = ٤,٩٨$ ث

(٢) لايجاد سرعة الجسم لحظة وصوله لنقطة القذف

$ع = ع + حـ ن$

$ع = ٠ + ٩,٨ \times ٢,٤٨ = ٢٤,٤$ م/ث

معادلة كمية حركة $= \Delta ع = ٢ \times ٢٤,٤ = ٤٨,٨$ كجم م/ث

$ط = \frac{1}{2} \Delta ع^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (٢٤,٤)^2 = ٢٩٧٦,١٢٨$ جول

(٣) سرعة الجسم لحظة وصوله لسطح الأرض

$ع^2 = ع^2 + ٢ حـ ف$

$\therefore ع^2 = ٠ + ٢ \times ٩,٨ \times ١٠$

$\therefore ع = ١٤$ م/ث

كمية الحركة $= \Delta ع = ٢ \times ١٤ = ٢٨$ كجم م/ث

طاقة الحركة $= \frac{1}{2} \Delta ع^2 = \frac{1}{2} \times ٢ \times ١٩٦ = ١٩٦$ جول

داخل الرمل $\Delta ع = ٤٢$ م/ث $ع = ١٤$ م/ث $ف = ٣$ م

$ع^2 = ع^2 + ٢ حـ ف$

$\therefore ١٩٦ = ١٤٤ + ٢ حـ (٣)$

$\therefore حـ = -٩٨٠$ م/ث^2

معادلة الحركة داخل الرمل

$\Delta ع = \Delta ك - \Delta م$

$\therefore م = \Delta ك - \Delta ع$

$\therefore م = ٢ (٩,٨ + ٩٨٠) = ١٩٧٩,٦$ نيوتن

$\therefore م = ٢٠٢$ كجم

(٨) لايجاد عجلة الحركة

$\therefore ف = \frac{1}{2} حـ ن^2$

$\therefore ٢٤٥ = \frac{1}{2} حـ \times ١٠^2$ $\therefore حـ = ٤,٩$ سم/ث^2

معادلة حركة الجسم:

$\Delta ع = م - م = ٤,٩ \times ٢٠٠٠ - ٩٨٠ \times ٢٠٠٠ \times \frac{1}{10}$

$\therefore م = ٢٠٥٨٠٠$ داين

$\therefore ك = \frac{٢٠٥٨٠٠}{٩٨٠} = ٢١٠$ جم

لحظة انقطاع القوة:

$ع = حـ ن$ $\therefore ع = ١٠ \times ٤,٩ = ٤٩$ سم/ث

معادلة الحركة تحت تأثير المقاومة وحدها

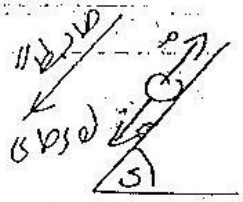
$\Delta ك = م$ $\therefore \Delta ك = -\frac{1}{10} \Delta ك$

$\therefore م = -\frac{1}{10} \times ٩٨٠ = -٩٨$ داين

$\therefore ع = ع + حـ ن$

$\therefore ٠ = ٤٩ - ٩٨ ن$ $\therefore ن = \frac{1}{2}$ ث

(٩)



$\therefore$ الكرة لأسفل منتظمة

$\therefore م = ك ر ى$ $\therefore م = \frac{1}{4} \times ٩,٨ \times ك = ٢,٤٥ ك$ نيوتن

معادلة الكرة اثناء التوقف لأعلى لسطى:

$\Delta ك = م - ك ر ى$

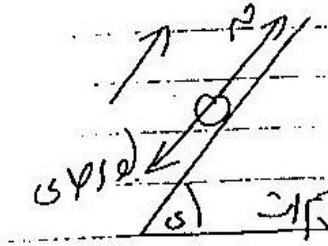
$\therefore \Delta ك = -٢,٤٥ ك - ٤,٩ ك$

$\therefore م = -٤,٩$ م/ث^2

لايجاد أقصى مسافة يتحركها الجسم على السطى نضع $ع = ٠$

$ع^2 = ع^2 + ٢ حـ ف$

$\therefore ٠ = ٢٧ - ٢ \times ٤,٩ \times ف$ $\therefore ف = ٥$ متر



(١٠) لو ح = م − لو ى

$\frac{٢}{٥} \times ٩٨ \times ٥٠ - ٩٨ \times ٥٠ = ح$

$ح = -٢٩٤$ ث ع

سرعة الجسم لحظة اصطدامه بالأرض

$ع = -ن$ ∴ $ع = -(-٢٩٤) = ٢٩٤$ م/ث

يتحرك الجسم بعد ذلك لأعلى المستوى بتأثير وزنه فقط ويعلق

تعجيل حركته $ح = -ى$ جا ٣٠

$ح = -\frac{٢}{٥} \times ٩٨٠ = -٣٩٢$ سم/ث^{٢}

عندما يكون الجسم لحظيًا عند أعلى نقطة

$ع = ع + ن$

$ن = -٣٩٢$

$ف = ع ن + \frac{١}{٢} ن$

$= ٢٩٤ \times ١ - \frac{١}{٢} \times ٣٩٢ \times ١$

$= ٢٩٤ - ١٩٦ = ٩٨$ سم

(١١) لو ح = م − م

$ح = م - لو ح$ ∴ $ح = ٩٨٠٠٠ - ٢٤٠ \times ١٠٠ \times ٤٠$

$ح = ١٢٧٢٠$ جول = ١٢٧٢٠٠٠ ث جم

∴ الطاقة المستهلكة لكل طن $= \frac{١٢٧٢٠٠٠}{٢٤٠٠} = ٥٣٠$ ث جم

ثانيًا: حال الصعود لأعلى المستوى

لو ح = م − م − لو ى

$١٠٠ \times ٢٤٠ \times ٩٨ - ١٢٧٢٠٠٠ = ١٠٠ \times ٢٤٠ \times ٩٨ \times \frac{١}{١٠٠} + ١٠٠ \times ٢٤٠ \times ح$

$١٠٠ \times ٢٤٠ \times ح = ١١٧٦$

∴ $ح = \frac{١١٧٦}{١٠٠ \times ٢٤٠} = ٤٩$ سم/ث^{٢}

(١٢) معادلة حركة الجسم

لو ح = −ى − لو ى

$ح = -\frac{٢}{٤} \times ٩٨ - \frac{٢}{٤} \times ٩٨ = -٢٤٥$ سم/ث^{٢}

$ع = ٤$ م/ث

$ع = ع + ح ن$

$٠ = ١٦ - ٨ ن$ ⟸ $ن = \frac{١٦}{٨} = ٢$ ث

(١٢) $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \frac{ص_{١}}{ص_{٢}}$

نفرض أن أقصى سرعة للجسم $ع = ٤$ م/ث ∴ $م = و$

المطلوب هو ايجاد ع عندما $م = \frac{٢٥}{٦٤} و$

$\frac{ف}{ع^{٢}} = \frac{و}{ع^{٢}}$

$\frac{\frac{٢٥}{٦٤} و}{ع^{٢}} = \frac{و}{١٦}$ ∴ $ع^{٢} = \frac{١٦ \times ٢٥}{٦٤} = \frac{٢٥}{٤}$

$ع = \frac{٥}{٢} = ٢٫٥$ م/ث

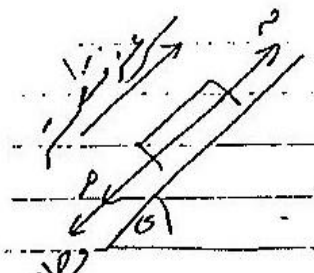
(١٤) نفرض أن $ص = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠$ ث جم ⟸ م ⟹ م

عندما $ع = ٥٠$ كم/س

∴ ع هى أقصى سرعة للقطار ∴ $ص = ٤٠٠$ ث جم

$\frac{ص_{١}}{ص_{٢}} = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$

$\frac{١٠٠}{٤٠٠} = \frac{(٥٠)^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$ ∴ $ع = ١٠٠$ كم/س



(١٥) نفرض ان عدد العربات = ن عربة

∴ كتلة القطار الكلية = (٢٠ + ٥٠ن) طن

∴ المقاومات الكلية = (٢٠ + ٥٠ن) × ٥ ث كجم

∵ الحركة منتظمة

∴ ق = م + ل جـ ى

∴ ١٥٠٠ = م + (٢٠ + ٥٠ن) × ١٠٠ × ١٠

∴ ١٥٠٠ = م + ٢٠٠٠ + ٥٠٠ن

∴ ٥٠٠ن = ١٥٠٠ − ٢٠٠٠ = ١٤٠٠ ∴ ن = ١٦ عربة

(١٦) ل = ٢٠٠٠ طن

ق = ١٠٠ × ٩,٨

= ٩٨٠ نيوتن

م = $\frac{1}{100}$ ل جـ = $\frac{1}{100}$ × ٢٠٠٠ × ٩,٨ = ١٩٦ نيوتن

معادلة حركة العربة

ل ح = ق − م

٢٠٠٠ ح = ٩٨٠ − ١٩٦ = ٧٨٤

∴ ح = ٠,٣٩ م/ث٢

∵ ق = ك ح ∴ ك = ٩٨٠ ÷ ٠,٣٩ = ٢٥١٢,٨ كجم

∴ ع = ٢٥١٢,٨ × ٠,٣٩ = ٩٨٠ ث

ط = $\frac{1}{2}$ ل ع

= $\frac{1}{2}$ × ٢٠٠٠ × (٠,٣٩)٢ = ٧٦,٩ جول

(١٧) ل = ٨ طن

المقاومات الكلية = ٨٠٠ × ٣ = ٢٤٠٠ ث كجم

(أولاً) ∵ السرعة منتظمة

∴ ق = م + ل جـ ى = ٨٠٠٠ + ٢٤٠٠

∴ ق = ١٠٤٠٠ ث كجم

(ثانياً) ل ح = ل جـ − ق − م

∴ ق = ل جـ − ل ح − م

ق = ٨٠٠٠ − ٩,٨ × ٨٠٠٠ − $\frac{٤٩}{٤٠}$ × ٩,٨ × ٢٤٠٠

ق = $\frac{٤٥٠٨٠}{٩,٨}$ = ٤٦٠٠ ث كجم

(١٨) م = ٤ × ٢٤٥ = ٩٨٠ ث كجم

ل ح = ق − م

ق = ل ح + م

نيوتن

ق = ١٠٠٠ × ٢٤٥ × ١٥ن + ٩٨٠ × ٩,٨ = ٤٦٢٠٤

بعد الفصال العربة ل = ٢٤٥ − ٤٩ = ١٩٦ طن

∴ المقاومات = ٤ × ١٩٦ = ٧٨٤ ث كجم

معادلة حركة باقى القطار

ل ح = ق − م

١٩٦ × ١٠٠٠ ح = ٤٦٢٠٤ − ٧٨٤ × ٩,٨

ح = ١٩٧٢ م/ث٢

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

المقاومة المكافئة للجزء م = ٤٨٤٩ = ١٩٦ ث كجم

معادلة الحركة للجزء م ك = م

∴ ٤٩ م = ١٩٦ × ٩,٨ ⟹ م = ٣٩٢ سم/ث²

∴ ع = ع + م ن = ٤٤,١ − ٣٩٢ × ٠,٠٢٥ = ٣٥ سم/ث

∴ ن = (٤٤,١ − ٣٥) / ٣٩٢ × ٠,٠٢٥ = ١١٠ ث = ١٨,٣٣ دقيقة

(١٩) م البالون تحرك لأعلى منتظم

∴ م = ك = ن = ١٥٠ ث كجم

عند سقوط كيس تصبح كتلة البالون = ٩٨٠ − ١٠٠ = ٨٨٠ كجم

وتكون قوة دفع الهواء تساوى = ١٥٠ ث كجم

معادلة الحركة للبالون

ك ⟹ ٨٨٠ م = ٨٨٠ × ٩,٨ − ١٥٠ = ٨٦٢٤ − ١٥٠ = ٨٤٧٤ ث كجم

∴ م = ٩,٦٣ سم/ث²

∴ ف = ع ن + ½ م ن² = ٠ × ١٠ + ½ × ٩,٦٣ × ١٠٠ = ٤٨١,٥ سم

بالنسبة للجسم الساقط

ع = ٠ ، ف = ٤٨٠ سم

∴ المسافة بين البالون والجسم بعد ١٠ ثوان

= ٤٨٠ + ٤٠ = ٥٢٠ سم

(٢٠) ع = ٠ ، ف = ٩,٨ × ٢ × ٤٩ = ٩٦٠٤ سم

∴ ع = ٤٩ سم/ث

معادلة الحركة لأسفل

ك ⟹ ٩٨ م = ٩٨ × ٤٠٠ − ½ × ٩,٨ × ٤٠٠ + ٩٨ × ٣٠٠ × ٩,٨

∴ م = ٩٨ سم/ث²

∴ ف = ٩٦٠٤ سم = ٩٦ سم

(٢١) ع = ٠ ، ف = ٩,٨ × ٢ × ٤٩ = ٩٦٠٤ سم

∴ ع = ٤٩ سم/ث

معادلة الحركة لأعلى

ك ⟹ ٩٨ م = ٩٨ × ٤٠٠ − ½ × ٩,٨ × ٤٠٠ + ٩٨ × ٣٠٠ × ٩,٨

∴ م = ٩٨ سم/ث²

∴ ف = ٩٦٠٤ سم = ٩٦ سم

(٢٢) ع = ٠ ، ف = ٢ × ٩,٨ × ٢,٥ = ٤٩ سم

∴ ع = ٧ سم/ث

العلبة داخل السائل ع² = ع² + ٢ م ف

∴ ٠ = ٤٩ + ٢ م × ٠,٥ ⟹ م = −٤٩ سم/ث²

∴ ن = ل(ك − م) / ك = ٢ × (٩,٨ + ٤٩) / ٩,٨ = ٩٩٩٦ / ٩,٨ = ١٠,٢ ث

(٢٣) ع = ٠ ، ف = ٩,٨ × ٢ × ٤٩ = ٩٦٠٤ سم

∴ ع = ٤٩ سم/ث

معادلة الحركة لأسفل

ك ⟹ ٩٨ م = ٩٨ × ٤٠٠ − ½ × ٩,٨ × ٤٠٠ + ٩٨ × ٣٠٠ × ٩,٨

∴ م = ٩٨ سم/ث²

∴ ف = ٩٦٠٤ سم = ٩٦ سم

(٢٤) ع = ٠ ، ف = ٩,٨ × ٢ × ٤٩ = ٩٦٠٤ سم

∴ ع = ٤٩ سم/ث

معادلة الحركة لأعلى

ك ⟹ ٩٨ م = ٩٨ × ٤٠٠ − ½ × ٩,٨ × ٤٠٠ + ٩٨ × ٣٠٠ × ٩,٨

∴ م = ٩٨ سم/ث²

∴ ف = ٩٦٠٤ سم = ٩٦ سم

(٢٤) ع = ٠٫٤٠ × ٥/١٨ = ١١٠ كم/ث

ك = ٢٠٠ كجم

ع = ١٠ م/ث

ع = ع + جـ ن

ع = ١٠ + ½ × ٠٫٥ × ٦٠ = ١٢٫٥ × ١٨/٥ = ٤٥ كم/س

(٢٥) ل ع = ١٥٧٥٠٠ داين.سم (١) ط = ١٦٨٧٥ جم

½ ل ع² = ٩٨٠ × ١٦٨٧٥ داين.سم (٢)

بالقسمة ½ ل ع² / ل ع = ٩٨٠ × ١٦٨٧٥ / ١٥٧٥٠٠ ⇐ ع = ٢١ سم/ث = ٠٫٢١ م/ث

من (١) ل = ١٥٧٥٠٠ / ٢١٠ = ٧٥٠ جم

بعد اضافة ك ⇐

ع² = ع² + ٢ جـ ف ، ع = ٠ ، ف = ٢٫١ ، ع = ٢١ سم/ث

= (٢١)² + ٢ جـ × ٢١

∴ جـ = ١٠ سم/ث²

معادلة الحركة للجسم ك ل ص = ص

∴ ٧٥٠ × جـ = ص ⇐ ص = ٧٨٧٥٠ دين

حل آخر للطلب الثانى تطبيق مبدأ الشغل والطاقة

½ ك (ع² − ع₀²) = ص ف

∴ ½ × ٧٥٠ × (٠ − (٢١)²) = − ص × ١٠

∴ ص = ٧٨٧٥ داين ÷ ١٠

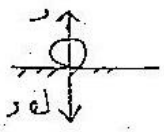
= ٧٨٧٥٠ نيوتن

القانون الثالث لنيوتن

لكل فعل رد فعل مساوٍ له فى المقدار ومضاد له فى الاتجاه

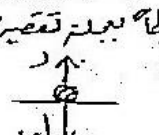
تطبيقات : العلاقة بين وزن رجل يقف على أرضية مصعد وبين قوة ضغطه على أرضية المصعد (رد فعل الأرضية على الرجل)

① اذا كان المصعد ساكنا او متحركا بسرعة منتظمة



∴ ضه = ر = ل ع

② اذا كان المصعد صاعدا بعجلة تزايدية (+ح) أو هابطا بعجلة تقصيرية (−ح)



ل ه = ر − ل ع

∴ ر = ل ع + ل ه

∴ ر = ل (ع + ح)

اى ان ضه = ر > ل ع

③ المصعد هابطا بعجلة تزايدية (+ح) او صاعدا بعجلة تقصيرية (−ح)

ل ه = ل ع − ر

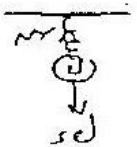
ر = ل ع − ل ح

ر = ل (ع − ح)

اى ان ضه = ر < ل ع

---

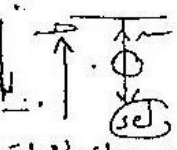
④ العلاقة بين الوزن الحقيقى لجسم (ل ع) معلق فى ظلف ميزان زنبرك وبين الوزن الظاهرى (سه) [قراءة الميزان] ، الشرف السلك



الجسم ساكن او متحركا بسرعة منتظمة تكون

سه = ل ع

الوزن الظاهرى للجسم = الوزن الحقيقى



الجسم صاعد بعجلة (+ح) او هابط بعجلة (−ح)

سه = ل (ع + ح)

∴ الوزن الظاهرى اكبر من الوزن الحقيقى للجسم

الجسم صاعد بعجلة (+ح) او هابط بعجلة (−ح)

سه = ل (ع − ح)

اى ان الوزن الظاهرى اصغر من الوزن الحقيقى للجسم

القانون الثالث لنيوتن

① أوجد مقدار ضغط رجل كتلته ٧٠ كجم على ارضية مصعد اذا كان المصعد :

(أ) متحركا بسرعة منتظمة .

(ب) صاعدا بعجلة منتظمة ١,٢ م/ث² . (٧٧٠ نيوتن)

(ج) هابطا بعجلة منتظمة ١,٨ م/ث² . (٥٦٠ نيوتن)

---

② جسم كتلته ٢٥ كجم معلق فى ظلف ميزان زنبرك مثبت فى سقف مصعد يتحرك رأسيا بعجلة منتظمة ٤٠ سم/ث² أوجد الوزن الظاهرى للجسم عندما :

(أ) المصعد صاعدا (ب) المصعد هابطا

(٢٤٠ ث جم ، ٢٣٠ ث جم)

---

③ مصعد يتحرك رأسيا لأعلى بعجلة منتظمة ٩,٤ م/ث² . وقف رجل على ميزان ضغط نابض على أرضية المصعد فسجل الميزان قراءة ٦٣ كجم . أوجد الوزن الحقيقى للرجل . وأوجد قراءة الميزان اذا صار المصعد يتحرك بعجلة قدرها ٩,٨ م/ث²

(٦٠ كجم ، ٤٥ كجم)

---

④ مثال ٤٠١ يتحرك مصعد رأسيا لأعلى بعجلة منتظمة ١,٤ م/ث² وبداخله رجل . فاذا كان ضغط الرجل على ارضية المصعد ٧٠ كجم . احسب كتلة الرجل .

(٦١,٢٥ كجم)

---

⑤ علق جسم وزنه ١٤ كجم فى ميزان زنبرك مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان قراءة ١٦ كجم عندما كان المصعد صاعدا بعجلة منتظمة حـ م/ث² أوجد قراءة الميزان عندما يكون المصعد هابطا بتقصير منتظم ½ حـ م/ث²

(١٧ كجم)

واجب ٤٠١١ مصعد كهربى يصعد بعجلة منتظمة ١,٤ م/ث² به رجل ضغطه على ارضية المصعد ٧٢ كجم . احسب كتلة الرجل ثم اوجد مقدار ضغطه على الارضية فى حالة صعوده بنفس العجلة .

(٦٢ كجم ، ٥٤ كجم)

(٦) علقه جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٢٠٠ ث جم عندما كانه المصعد صاعداً بعجلة منتظمة ٥ م/ث٢ فسجل القراءة ١٥٠ ث جم عندما كانه هابطاً بعجلة منتظمة ٢/٥ م/ث٢. احسب كتلة الجسم ومقدار ٥.

(٧) ١٩٩٩ علقه جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٧٠ ث جم عندما تحرك المصعد بعجلة منتظمة ما ثم سجل القراءة ٨٠ ث جم عندما تحرك المصعد رأسياً بعجلة منتظمة. أوجد مقدار واتجاه العجلة. (١,٤ م/ث٢ لأعلى)

(٨) وضع صندوق كتلته ٥٠ كجم على أرضية مصعد كتلته ٤٩٠ كجم يتحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة ٢ م/ث٢. أوجد ضغط الصندوق على أرضية المصعد، واشرح فى أطيل تنقل الكجم. (صه = ٥٠ × ٩,٨ = ٤٩٠ نيوتن)

(٩) ٢٠١٠ رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرضية مصعد كتلته ٤٠ كجم، فاذا تحرك المصعد رأسياً لأعلى بعجلة ٠,٢ م/ث٢. أوجد بثقل الكجم مقدار كل من الشد فى الحبل الذى يحمل المصعد، وضغط الرجل على الأرضية. (٧٥,٢٥ ث كجم)

(١٠) ٢٠٠٧ تحرك مصعد كتلته ٩٨ كجم وبداخله رجل كتلته ك كجم رأسياً لأعلى بعجلة منتظمة ١,٤ م/ث٢، فاذا كان مقدار قوة الشد فى حبل المصعد ١٩٢ ث جم. أوجد كتلة الرجل وضغطه على أرضية المصعد (٧٠ كجم، ٨٠ ث جم)

(١١) مصعد يتحرك بعجلة منتظمة وزنه بداخله جسم بميزان زنبركى معتاد ذى كفتين فسجل القراءة ٢,٤ كجم، ثم وزنه بجسم بميزان زنبركى مثبت فى سقف المصعد فسجل القراءة ٢,٥٧ ث كجم. عين مقدار واتجاه العجلة الناشئة (٠,٤٩ م/ث٢ لأعلى)

الفصل الثانى

تطبيقات على حركة جسم متصل بخيط مرن على مستوى أفقى خشن

المعطيات:

(١) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلين برأسياً من طرفى خيط يمر على بكرة ملساء.

(٢) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلين بخيط أحدهما يتحرك على مستوى أفقى أملس والآخر يتدلى رأسياً.

(٣) حركة جسمين متصلين بطرفى خيط أحدهما يتحرك على مستوى مائل أملس والآخر يتدلى رأسياً.

(٤) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلين بطرفى خيط أحدهما يتحرك على نصف أفقى خشن والآخر يتدلى رأسياً.

(٥) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلين بطرفى خيط أحدهما يتحرك على مستوى مائل خشن والآخر يتدلى رأسياً.

المطلوب من دراسة التطبيقات هو ايجاد الآتى:

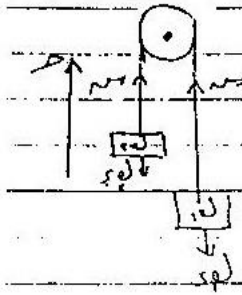
(١) عجلة حركة المجموعة (٢) قيمة الشد فى الخيط

(٣) قيمة الضغط على البكرة.

(التطبيق الأول) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلين برأسياً من طرفى خيط مرن يمر على بكرة ملساء

فى الشكل المقابل: جسمان كتلتاهما ك١، ك٢ حيث ك٢ > ك١ متصلان معاً بطرفى خيط مرن يمر على بكرة ملساء مهملة الوزن ومحور دورانها أفقى ثابت، والخيط مشدود فى وضع رأسى.

بترك المجموعة تتحرك بحيث يتحرك الجسم ك٢ رأسياً لأسفل والجسم ك١ رأسياً لأعلى.



ولتكن ت = قوة الشد فى الخيط

ع = عجلة حركة المجموعة

ك٢ > ك١

ك٢ متجه رأسياً لأسفل بعجلة (ع) بينما ك١ تتحرك رأسياً لأعلى بنفس العجلة (ع)

معادلة حركة الكتلة $ك_1$ هى: $ك_1 ج = ك_1 ج_1$ ... (1)

معادلة حركة الكتلة $ك_2$ هى: $ك_2 ج = ك_2 ج_2$ ... (2)

بالجمع (1) + (2)

$(ك_1 + ك_2) ج = ك_1 ج_1 + ك_2 ج_2$

معادلة حركة البكرة هى:

$(ك_1 + ك_2) ج = (ك_1 - ك_2) ك$

أى أن

$(ك_1 + ك_2) ج = (ك_1 - ك_2) ك$

إذا كان $ك_1 > ك_2$ فإن $ك_1 - ك_2$ تكون موجبة أى أن البكرة تدور مع عقارب الساعة

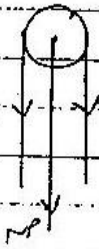
$ج = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ك$

وبالتعويض فى المعادلة (1) أو (2) نوجد الضغط على البكرة ($ص$)

ويتم التعويض على البكرة بقوتين مقدار كل منهما ($ش$) وجهتيهما رأسيا لأعلى فتصبحا قوتى الضغط على البكرة

$\therefore$ قوة الضغط = مجصـ الزاوية بين الخيطين

$\therefore ص = ش + ش$



ملاحظة: إذا قطع خيط أثناء حركة فإن كل كتلة تستمر فى حركتها فى نفس اتجاه سرعتها الابتدائية تساوى سرعة المجموعة لحظة قطع الخيط وتتحرك كل كتلة تحت تأثير وزنها بعجلة رأسية

$ج = \frac{\text{الكتلة الهابطة} - \text{الصاعدة}}{\text{الهابطة} + \text{الصاعدة}} \times ك$

مثال (1) يمر خيط مهمل غير قابل للامتداد على بكرة صغيرة ملساء ومعلق بأحد طرفيه كتلة مقدارها ٤ كجم وبالطرف الآخر كتلة مقدارها ٢ كجم والكتلتان فى مستوى أفقى واحد وتحت تأثير الجاذبية وحدها أوجد:

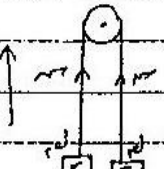
(1) عجلة حركة المجموعة والضغط على البكرة.

(2) سرعة كل من الكتلتين بعد ٤ ثانية من بدء الحركة.

(3) المسافة الرأسية بين الكتلتين بعد مضى ٤ ثانية من بدء الحركة.

(4) الزمن الذى مضى منذ كون المسافة الرأسية بين الكتلتين ٢٤ م.

الحل



$\therefore ك_1 = ٤$ كجم ، $ك_2 = ٢$ كجم ، $ك_1 > ك_2$

$\therefore ك_1$ تهبط رأسيا لأسفل ، $ك_2$ تتحرك رأسيا لأعلى

معادلة حركة $ك_1$ الهابطة: $ك_1 ج = ك_1 ج_1$

$\therefore ٤ ج = ٤ \times ٩,٨ - ش$ ... (1)

معادلة حركة $ك_2$ الصاعدة: $ك_2 ج = ك_2 ج_2$

$\therefore ٢ ج = ش - ٢ \times ٩,٨$ ... (2)

بجمع (1) + (2) $\therefore ٦ ج = ٤ \times ٩,٨ - ٢ \times ٩,٨ = ٩,٨ \times ٢$

$\therefore ج = \frac{٩,٨ \times ٢}{٦} = ٣,٢٦$ م/ث^٢

بالتعويض فى (1) $\therefore ش = ٤ \times ٩,٨ - ٤ \times ٣,٢٦ = ٢٥,٦$ نيوتن

الضغط على البكرة $= ص = ٢ ش = ٢ \times ٢٥,٦ = ٥١,٢$ نيوتن

(2) $ع = ع_0 + ج ن$ ، $ع_0 = ٠$

$\therefore ع = ٠ + ٣,٢٦ \times ٤ = ١٣,٠٤$ م/ث

(3) المسافة المقطوعة بحركة كل من الكتلتين فى ٤ ثوان $= ف = ع_0 ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

$\therefore ف = \frac{١}{٢} \times ٣,٢٦ \times ١٦ = ٢٦,٠٨$ م

$\therefore$ الكتلة الكبرى هبطت مسافة $٢٦,٠٨$ م ، الكتلة الصغرى صعدت مسافة $٢٦,٠٨$ م

$\therefore$ المسافة الرأسية بين الكتلتين $= ٢ \times ٢٦,٠٨ = ٥٢,١٦$ م

(4) المسافة الرأسية $= ٢٤$ م ، كل من الكتلتين تقطع مسافة $= \frac{٢٤}{٢} = ١٢$ م

$ف = ع_0 ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$ ، $١٢ = \frac{١}{٢} \times ٣,٢٦ \times ن^٢$ ، $ن^٢ = ٧,٣٦$ ، $ن = ٢,٧$ ثانية

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

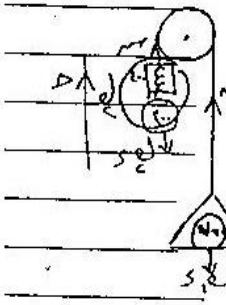
مثال ٤ يمر خيط خفيف على بكرة ملساء مثبتة رأسياً ويحمل فى أحد طرفيه كفة ميزان حساس كتلتها ٢٠٠ جرام موضوع بها جسم كتلته ٩٠٠ جرام وفى الطرف الآخر للخيط ميزان زنبركى كتلته ٤٠٠ جرام ومعلق به جسم كتلته ٩٠٠ جرام وتركت المجموعة للحركة من السكون

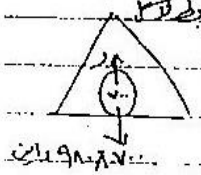
(أولاً) أوجد عجلة حركة المجموعة.

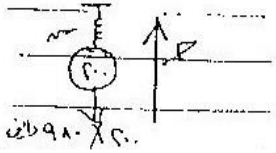
(ثانياً) مقدار الضغط على البكرة.

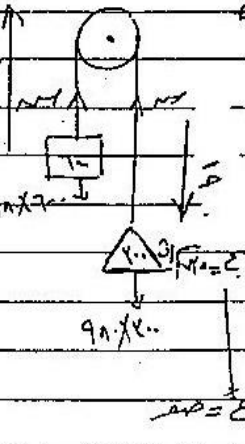
(ثالثاً) مقدار الضغط على الكفة. (رابعاً) قراءة الميزان الزنبركى

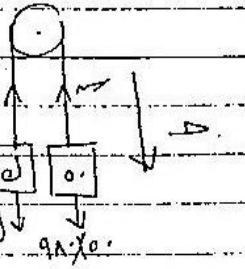
(خامساً) إذا أضيف للكفة جسم كتلته ٩٠٠ جرام من اللحظة التى يمر فيها ٣ ثوانى على بدء الحركة فأوجد المسافة التى يقطعها الجسم الذى يحمله الميزان الزنبركى منذ تلك اللحظة حتى تصل المجموعة إلى السكون مرة أخرى.











مثال ٥ علق جسم كتلته ٥٠ جرام فى طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء حيث ل < ٥٠ فإذا كان مقدار الضغط على محور البكرة ٧٨٤ نيوتن أوجد ل

وإذا تحركت المجموعة من السكون عندما كانت المسافة بين الجسمين فى مستوى أفقى واحد ٩ أمتار ووقف بعض الكتلة الكبرى بعد اصطدامها بالأرض أوجد:

(١) الزمن الذى تستغرقه الكتلة الصغرى قبل أن تنعكس حركتها.

(٢) أقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة عند انعكاس حركتها.

مثال ٦ علق جسم كتلته ٢ كجم بأحد طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة رأسياً والطرف الآخر للخيط يمر على بكرة ملساء مثبتة رأسياً ويحمل فى طرفه الآخر ميزان زنبركى كتلته ٠,٥ كجم ومعلق به جسم كتلته ٣ كجم وترك النظام ليتحرك من السكون

(أولاً) أوجد عجلة حركة المجموعة.

(ثانياً) مقدار الضغط على البكرة.

(ثالثاً) قراءة الميزان الزنبركى

(رابعاً) إذا أضيف للكفة جسم كتلته ٣ كجم من اللحظة التى يمر فيها ٣ ثوانى على بدء الحركة فأوجد المسافة التى يقطعها الجسم الذى يحمله الميزان الزنبركى منذ تلك اللحظة حتى تصل المجموعة إلى السكون مرة أخرى.

المسافة التي تحركتها كل من الكتلتين في ٤ ث

∴ ف = ½ ج ن^٢ = ½ × ٢٤٥ × ٤ = ٤٩٠ سم

سرعة المجموعة لحظة اصطدام الكتلة الصغرى بالعائق

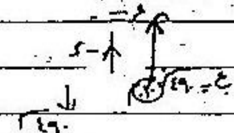
ع = ع. + ج ن ∴ ع = صفر + ٢٤٥ × ٢ = ٤٩٠ سم/ث

بعد اصطدام الكتلة ٥٠ جرام بالعائق ينعدم الشد في الخيط

وتتحرك الكتلة ٢٠ جرام في الصعود لأعلى بسرعة

ابتدائية ع. = ٤٩٠ سم/ث وتتحرك تحت تأثير عجلة الجاذبية

إلى أن تسكن لحظياً



① زمن الوصول لأقصى ارتفاع = ع. / د = ٤٩٠ / ٩٨٠ = ½ ث

② أقصى ارتفاع للكتلة من لحظة اصطدام الأخرى بالعائق ف = ع.^٢ / ٢د = (٤٩٠)^٢ / (٩٨٠ × ٢)

∴ ف = ١٢٢,٥ سم

∴ المسافة الكلية التي تحركتها الكتلة الصغرى منذ بدء الحركة

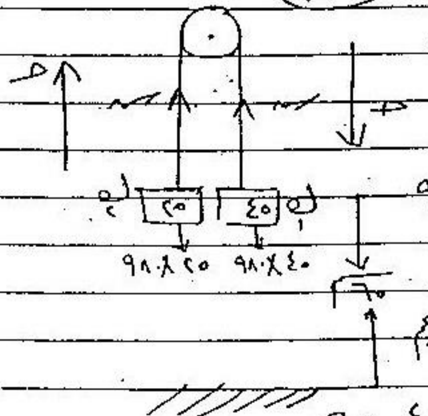
= ٤٩٠ + ١٢٢,٥ = ٦١٢,٥ سم

مثال ٤) جسمان كتلتاهما ٤٠، ٢٥ جرام مربوطان بطرفي خيط خفيف يمر على بكرة ملساء بدأت المجموعة حركتها من السكون عندما كان الجسم الأول على بعد ٦٥ سم من سطح الأرض وبعد ٢ ثانية من بدء الحركة قطع الخيط أوجد:

① عجلة الحركة للمجموعة. ② مقدار الضغط على البكرة

③ مقدار سرعة كل من الجسمين عند وصوله لسطح الأرض.

الحل أولاً



معادلة حركة ك١: ك١ جـ = ك١ د − ش

∴ ٤٠ جـ = ٤٠ × ٩٨٠ − ش ①

معادلة حركة ك٢: ك٢ جـ = ش − ك٢ د

∴ ٢٥ جـ = ش − ٢٥ × ٩٨٠ ②

بجمع ① ، ② ∴ ٦٥ جـ = ٤٠ × ٩٨٠ − ٢٥ × ٩٨٠

∴ جـ = ٢٢٦ ١٠/١٣ سم/ث^٢

بالتعويض في ① ∴ ٤٠ × ٢٢٦ ١٠/١٣ = ٤٠ × ٩٨٠ − ش

∴ ش = ٧١٥٠٠ / ٩٨٠ = ٣٠٧٦٩ ٣/١٣ داين = ٣١ ٥/١٣ ث جم

الضغط على البكرة = ٢ ش = ٦٢ ١٠/١٣ ث جم

ثانياً سرعة المجموعة لحظة قطع الخيط ع = جـ ن

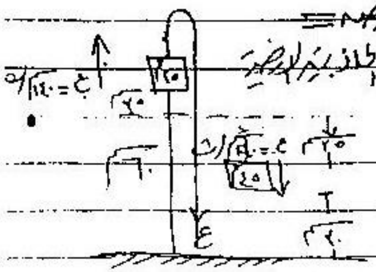
ع = ٢٢٦ ١٠/١٣ × ٢ = ٤٥٣ ٧/١٣ سم/ث

المسافة التي تحركها كل من الجسمين قبل قطع الخيط ف = ½ جـ ن^٢

∴ ف = ½ × ٢٢٦ ١٠/١٣ × ٤ = ٤٥٣ ٧/١٣ سم

بالنسبة للكتلة ٤٠ جم الكتلة تكون على بعد من سطح الأرض

= ٦٥ − ٤٥٣ ٧/١٣ ... وتتحرك لأسفل تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية



ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف

ع^٢ = (٤٥٣ ٧/١٣)^٢ + ٢ × ٩٨٠ × ... ∴ ع = ... سم/ث

الكتلة ٢٥ جم تتحرك لأعلى تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية

بسرعة ابتدائية ع. = ٤٥٣ ٧/١٣ سم/ث وتكون على ارتفاع

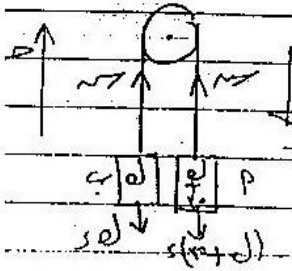
من سطح الأرض = ٦٥ + ... = ... سم ∴ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ د ف ∴ ع^٢ = (...)^٢ − ٢ × ٩٨٠ × ...

∴ ع = ... سم/ث

مثال ٥ (الجزائر) جسمان أ، ب كتلة كل منهما ل جرام مربوطان فطرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء وتقدر ياله رأسية أضيفت كتلة مقدارها ٢٥ جم الى الجسم م وبدأت المجموعة الحركة من السكون فكانت المسافة التى قطعتها الجموعة خلال الثانية الأولى من حركتها $\frac{٢٥ ك}{٢٥ + ل ٢}$ سم

حيث ك عجلة الجاذبية.

واذا اصطدم الجسم م بالارض بعد ان قطع المجموعة المسافة سم وتوقف ب فى الحركة فصار على بعد ٦ سم من النقطة التى بدأ التحرك منها حيث كانت طفيا أوجد ك.



سرعة المجموعة بعد الثانية الأولى من الحركة $ع = \frac{٢٥ ك}{٢٥ + ل ٢}$ سم/ث

بعد اصطدام م بالارض تتحرك ب لأعلى حركة رأسية تحت تأثير الجاذبية فقط

$ع^٢ = ع^٢ + ٢ جـ ف$

$\frac{٢٥ ك}{٢٥ + ل ٢} = ٠ + ٢ \times ٩٨٠ \times ٠٫٠٦$

$\frac{٢٥ ك}{٢٥ + ل ٢} = ١٫١٧٦$

$ك = ٩٨٠ \times ٠٫٠٤ (٢٥ + ل ٢)$

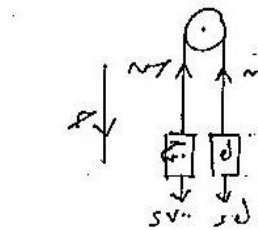
$ك = ٣٩٢ + ٧٨٤ ل$

$ك = ٣٩٢ + ٧٨٤ \times ٧٠$

$ك = ٥٩٠٨$ سم/ث^٢

مثال ٦ علق جسمان كتلتاهما ل، ٢ل جم بطرفى خيط يمر على بكرة ملساء وتحرك الجسمان من السكون فكانت المسافة التى قطعها الجسم ٢ل فى الثانية الأولى من حركته = ٢٠ سم

أوجد ل



$ف = \frac{١}{٢} جـ ن^٢$

$٢٠ = \frac{١}{٢} جـ \times ١^٢$

$جـ = ٤٠$ سم/ث^٢

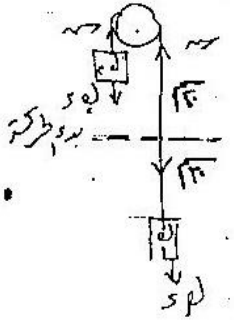
$ك = ٤٠ ل$

$ك = ٩٨٠ ل$

$٤٠ ل = ٩٨٠ ل$

$ل = ٢٤٥$ جرام

مثال ٧ علق جسمان كتلتاهما ل، ٢ل جم بطرفى خيط يمر على بكرة مهملة ملساء وكان الجسمان على ارتفاع واحد من سطح الأرض عند بدء الحركة وبعد ثانية واحدة كانت المسافة الرأسية بينهما ٤٠ سم أوجد ل.



المسافة الرأسية بعد الثانية = ٤٠ سم

∴ المسافة التى تحركت كل جسم = ٢٠ سم

وحدة ا.ث وكذلك بالنسبة

$ف = \frac{١}{٢} جـ ن^٢$

$٢٠ = \frac{١}{٢} جـ \times ١^٢$

$جـ = ٤٠$ سم/ث^٢

$جـ = \frac{ل_١ - ل_٢}{ل_١ + ل_٢} \times ك$

$٤٠ = \frac{ل - ٢ل}{ل + ٢ل} \times ٩٨٠$

$٤٠ ل + ٨٠ ل = ٩٨٠ ل$

$١٢٠ ل = ٩٨٠ ل$

$ل = ٧٠$ جرام

تمرين علقت كتلتاه ل، ٢ل جرام (ل > ٢ل) على طرفى خيط يمر على بكرة ملساء وتحركت المجموعة رأسيا بعجلة ٣٩٦ سم/ث^٢ أوجد ل، ٢ل [٢:٣]

واجب على جساءه كتلتاهما $ك_1$ ، $ك_2$ حيث $ك_2 > ك_1$ فى طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء. بدأت المجموعة من السكون عندما كانت الجسامة فى مستوى أفقى واحد، وأصبحت المسافة الرأسية بينهما ١٩٦ سم بعد ثانيتين أوجد $ك_2 : ك_1$

[١٩ : ٤١]

مثال ٨ جسامة كتلتاهما ٢٨٠ جم، ٢١٠ جم مربوطة طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء. بدأت المجموعة من السكون عندما كانت الجسامة فى مستوى أفقى واحد. فاذا انقطع الخيط بعد ٧ ثوانى من بدء الحركة أوجد المسافة بينهما بعد ثانية أخرى من قطع الخيط

(٢١٠) (٢٨٠)

الحل $ج = \frac{٢٨٠ - ٢١٠}{٢١٠ + ٢٨٠} \times ٩٨٠ = ١٤٠$ سم/ث²

سرعة المجموعة لحظة قطع الخيط $ع = ج ن$

$ع = ١٤٠ \times ٧ = ٩٨٠$ سم/ث

$ف = \frac{1}{2} ج ن^2 = \frac{1}{2} \times ١٤٠ \times ٩ = ٦٣٠$ سم

عند قطع الخيط تتحرك الكتلة ٢١٠ جم رأسيا لأعلى بسرعة ابتدائية $ع = ٩٨٠$ سم/ث

تتأثر الكتلة بتأثير الجاذبية فقط

بعد ١ ث $ف = ع ن + \frac{1}{2} ج ن^2$

$ف = ٩٨٠ + \frac{1}{2} \times ٩٨٠ = ١٤٧٠$ سم

بالنسبة للكتلة ٢١٠ جم تستمر فى حركتها رأسيا لأعلى بسرعة ابتدائية $ع = ٩٨٠$ سم/ث

$ف = ع ن - \frac{1}{2} ج ن^2$

$ف = ٩٨٠ - \frac{1}{2} \times ٩٨٠ = ٤٩٠$ سم أى ٧٠ سم أسفل موضع الكتلة

∴ المسافة بينهما $= ٦٣٠ + ٩١٠ + ٧٠ = ١٦١٠$ سم

واجب جسامة كتلتاهما ٤٢٠ جم، ٢٨٠ جم مربوطة طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء وفى مستوى أفقى واحد. اطلقت المجموعة للحركة من السكون وبعد مرور ثانية واحدة قطع الخيط. أوجد المسافة بينهما بعد مرور ثانية أخرى من قطع الخيط

(٥٩٨)

مثال يمر خيط خفيف مرن بكرة ملساء وتتصل من أحد طرفيه جسام كتلته ٤٠ جرام وفى الطرف الآخر جسامة كتلتاهما ٢١٠، ٢٤٠ جم تركت المجموعة لتتحرك من السكون مدة ٣ ثوانى. أوجد عجلة الحركة ومقدار الشد فى أطراف الخيط. واذا انفصل الجسم الذى كتلته ٢٤٠ جم عن المجموعة عقب ذلك مباشرة فأوجد المسافة بين الجسم الذى تأخذه المجموعة بعد ذلك حتى تصل الى حالة السكون مرة ثانية

الحل لتكن $ك_1 = ٢١٠ + ٢٤٠ = ٥٦٠$ جم

$ك_2 = ٤٠$ جم

$ج = \frac{ك_1 - ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ٩٨٠ = \frac{٥٦٠ - ٤٠}{٥٦٠ + ٤٠} \times ٩٨٠$

$ج = ٩٨٠ \times \frac{٥١٠}{٦٠٠} = ٨٣٣$ سم/ث²

سرعة المجموعة لحظة انفصال الكتلة ٢٤٠ جم

$ع = ج ن$

$ع = ٨٣٣ \times ٣ = ٢٤٩٩$ سم/ث

بعد انفصال الكتلة ٢٤٠ جم تستمر المجموعة فى الحركة لأعلى بسرعة ابتدائية $ع = ٢٤٩٩$ سم/ث

$ف = ع ن + \frac{1}{2} ج ن^2$

$ف = ٢٤٩٩ \times ٣ + \frac{1}{2} \times ٨٣٣ \times ٩ = ٧٤٩٧ + ٣٧٤٩ = ١١٢٤٦$ سم

$ع = ع + ج ن$

$ع = ٢٤٩٩ + ٨٣٣ \times ٣ = ٢٤٩٩ + ٢٤٩٩ = ٤٩٩٨$ سم/ث

$ف = \frac{ع^2 - ع_0^2}{٢ ج} = \frac{٤٩٩٨^2 - ٠}{٢ \times ٨٣٣} = ١٤٩٩٤$ سم

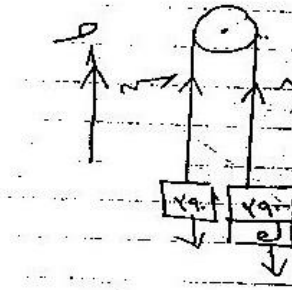
∴ المسافة بين الجسم الذى تأخذه المجموعة بعد ذلك حتى تصل الى حالة السكون مرة ثانية $= ١١٢٤٦ + ١٤٩٩٤ = ٢٦٢٤٠$ سم

ملاحظة بعد بكرة الحظ مازال الخيط مشدودا وتتحرك المجموعة فى عكس الاتجاه بعجلة تتناقص وتساوى $ج = ٨٣٣$ سم/ث²

واجب يمر خيط على بكرة ملساء ويتدلى من احد طرفيه جسم كتلته ٤ جم ومن الطرف الآخر جسامة كتلتاها أحدهما ٣ جم والثانى ٢ جم. وتحركت المجموعة من السكون. أوجد عجلة الحركة وسرعة الكتلة ٤ جم بعد مرور ٣ ثوانى من بدء الحركة. ماذا تفعل الكتلة ٢ جم عند هذه اللحظة. ثابت للكتلة تسكن لحظيا بعد مرور $\frac{٧}{٣}$ ثانية من لحظة الفصل.

$[ع = \frac{٤٩}{٥٠}$ سم/ث، $ف = \frac{٤٩}{١٠}$ سم/ث$]$

مثال ١



الحل

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$\text{السرعة} = \frac{\text{الصابطة} - \text{الصاعدة}}{\text{الصابطة} + \text{الصاعدة}} \times 5$$

$$\frac{(ل+٢٩٠) - ٢٩٠}{(ل+٢٩٠) + ٢٩٠} \times ٩٨ = ع$$

$$\frac{ل}{ل+٧٨٠} \times ٩٨ = ع$$

وعند لحظة اتصال الكتلتين $ع = ع_{م}$

$$\frac{ل}{ل+٧٨٠} \times ٩٨ = \frac{ل+٢٩٠}{ل+٧٨٠} \times ٤$$

$$ل = ٢٩٠$$

عند اتصال الكتلتين يتحركان بسرعة منتظمة

$$ع = \frac{ف}{ن} = \frac{٦٠}{٢} = ٣٠ \text{ سم/ث}$$

$$ل = ع \times ن = ٣٠ \times ٢٩٠$$

مثال ٢

خيط خفيف يمر على بكرة ملساء ثبتت ويمر بأحد طرفيه جسم كتلته ٦٦٠ جم وبالطرف الآخر جسم كتلته ٢١٠ جم بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلة ٦٦٠ جم على ارتفاع ٧ سم من سطح الأرض أوجد:

(١) الزمن الذى تمضيه حتى تصل الكتلة ٦٦٠ جم إلى سطح الأرض

(٢) الزمن الذى تمضيه بعد ذلك حتى يصبح الخيط مشدودا مرة ثانية

الحل

$$\text{التسارع} = \frac{\text{الفرق بين الكتلتين}}{\text{مجموع الكتلتين}} \times \text{ج}$$

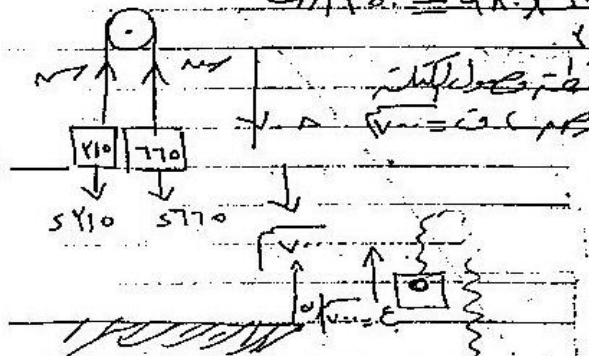
$$\text{ت} = \frac{٦٦٠ - ٢١٠}{٦٦٠ + ٢١٠} \times ٩٨٠ = ٢٠ \text{ سم/ث}^{٢}$$

لوصول الكتلة ٦٦٠ جم لسطح الأرض $ف = ٧٠$ سم

$$ف = \frac{١}{٢} \text{ت} ن^{٢}$$

$$٧٠ = \frac{١}{٢} \times ٢٠ \times ن^{٢}$$

$$ن^{٢} = ٧ \quad \therefore ن = ٢ \text{ ث}$$



(الثانية)

سرعة الجسم لحظة وصول الكتلة لسطح الأرض

$$ع = \text{ت} \times ن$$

$$ع = ٢٠ \times ٢ = ٤٠ \text{ سم/ث}$$

عند وصول الكتلة لسطح الأرض سيبدأ الخيط فى الارتخاء وتتحرك الكتلة الصاعدة ٢١٠ جم لأعلى بسرعة ابتدائية ٤٠ سم/ث تحت تأثير قوة الجاذبية الأرضية كمقاومة

$$ع = ع_{ب} - \text{ج} ن$$

$$٠ = ٤٠ - ٩٨٠ ن \quad \therefore ن = \frac{٤}{٩٨} \text{ ث}$$

حتى يرتد الجسم لأسفل ويمر بنفس المسار ليعود إلى نفس النقطة التى بدأ منها الحركة يستغرق زمنا مساويا لزمن الصعود

$$\text{الزمن الكلى} = ٢ \times \frac{٤}{٩٨} = \frac{١٠}{٧} \text{ ث}$$

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل زودار

واجب نماذج لمراجعة

① جسمان كتلتاهما ٧٠ جم ، ٤٠ جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء وتتدليان رأسياً وبدأت المجموعة الحركة من السكون فإذا كان الجسمان فى مستوى أفقى واحد وبعد مرور ثانية واحدة قطع الخيط فاحسب المسافة بينهما الآن بعد مرور ثانية أخرى من قطع الخيط

(أ) ٢٥ (ب) ٥٠ (ج) ٧٥ (د) ١٠٠

② علق جسمان كتلتاهما ٧٠٠ جم ، ٨٠٠ جم فى طرفى خيط خفيف يمر على بكرة ملساء وتتدليان رأسياً وبدأت المجموعة الحركة من السكون وكان الجسمان فى مستوى أفقى واحد وكان مقدار الضغط على محور البكرة يساوى ١٦٠٠ جم احسب : ك

(ك = ٢٨٠ جم)

③ كفتا ميزان كتلة كل منهما ٤٠ جم معلقتان بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء بحيث كل جزئى الخيط رأسيين وضع فى احدى الكفتين جسم كتلته ٥٠٠ جم وفى الكفة الأخرى جسم كتلته ٤٩٠ جم

أوجد الضغط على كل من الكفتين

(٥٦٠٦٠٠ دين)

④ جسمان كتلتاهما ٤ ك ، ٧ ك جم مربوطان فى طرفى خيط يمر على بكرة ملساء وتحركت المجموعة من السكون فإن سرعة الحركة بعد ٤ ثوانى

(أ) ٧٠ (ب) ١٤٠ (ج) ٢١٠ (د) ٨٠

⑤ علق جسمان كتلتاهما ك ، ٣ ك جم من طرفى خيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء وكان الجسمان على ارتفاع واحد من سطح الأرض عند بدء الحركة وبعد ثانية كانت المسافة الرأسية بينهما ٢٠ سم

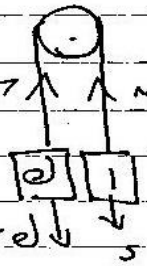
أوجد ك : ك

(٤ : ٥)

⑥ ربط جسمان كتلتاهما ك ، ٥ ك جم بطرفى خيط خفيف يمر على بكرة مثبتة بحيث يتدلى الجسمان رأسياً وبدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلتان فى مستوى أفقى واحد وبعد ثانية واحدة من بدء الحركة أصبح البعد الرأسى بينهما ٩٨ سم أوجد ك

(ك = ٢٥٢ جم)

⑦ فى الشكل المقابل



بدأت المجموعة من السكون وكان الضغط على محور البكرة ٤٩ ث جم فإن ك بالجم تساوى

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

⑧ فى الشكل المقابل

البكرة صغيرة ملساء وتحركت المجموعة من السكون فإن سرعتها حركتها تساوى

(أ) $\frac{1}{12}$ ع (ب) $\frac{1}{7}$ ع (ج) $\frac{3}{7}$ ع (د) $\frac{4}{7}$ ع

حيث ع عجلة الجاذبية الأرضية

⑨ بكرة صغيرة ملساء يمر عليها خيط ربط فى أحد طرفيه جسم ك جم وفى الطرف الآخر جسم كتلته ٤ ك جم ، ٥ جم وبدأت المجموعة من السكون أوجد عجلة الحركة) وإذا انفصل الجسم ٥ جم بعد ثانية من بدء الحركة فأثبت أن المجموعة تسكن لحظياً بعد ثانية من لحظة الانفصال (٢ د)

ارشادات تطبيقات القانون الثالث جـ

① ∵ الجسم متزن ∴ د = ل ع

∴ ص = ٧٠ × ٩,٨ = ٦٨٦ نيوتن

② ل ع = د + ل ك ∴ د = ل ع − ل ك

∴ د = ٧٠ (٩,٨ + ١,٤) = ٧٧٠ نيوتن

∴ ص = ٧٠ × ١١ = ٧٧٠ نيوتن

③ ل ع = ل ك + د ∴ د = ل ع − ل ك

∴ ص = ٧٠ (١٨ − ٩,٨) = ٥٦٠ نيوتن

---

① عندما يكون المصعد صاعداً بعجلة منتظمة

ل ع = ص − ل ك

∴ ص = ل (ك + ع) ∴ ص = ٢٥ (١٤ + ٩,٨)

∴ ص = ٢٥ × ١١,٩ = ٢٧٥ نيوتن ∴ ك = ٢٧٥ / ٩,٨ = ٢٨ كجم

② عندما يكون المصعد هابطاً بعجلة منتظمة

ل ع = ص − ل ك ∴ ص = ل (ك − ع)

∴ ص = ٢٥ (٩,٨ − ١,٤) = ٢٠ × ٨,٤ نيوتن

∴ ك = ٢٠ كجم

---

③ ∵ ع = ٢ م/ث² ، ف = ٢٩ م

∴ ف = ٦٧ كجم

∴ المصعد صاعداً لأعلى

∴ د = ل (ك + ع)

∴ ٦٧ × ٩,٨ = ل (٦٧ + ٩,٨)

∴ ١١,٩ ل = ٦٧ × ٩,٨

∴ ل = ٦٠ كجم ∴ الوزن الظاهري = ل ك = ٦٠ كجم

ثانياً: إذا صعد المصعد بعجلة منتظمة ٩,٨ م/ث²

∴ ل ع = ل ك − د

∴ د = ل (ك − ع)

∴ د = ٦٠ (٩,٨ − ٩,٨) = ٦٠ × ٠ = ٠ نيوتن = ٥٨٩٨ / ٩,٨

∴ ك = ٥٠ كجم

---

④ ص = ل (ك + ع)

٧٠ × ٩,٨ = ل (٩,٨ + ١,٤)

١١ ل = ٧٠ × ٩,٨ ∴ ل = ٦٣,٥ كجم

---

⑤ ∵ ع = ١٦ ث جـ

∴ ل ع = ص − ل ك

∴ ١٤ ك = ١٤ (١٦ − ٩,٨)

∴ ك = ٩,٨ × ٢ / ١٤ = ١,٤ م/ث²

∵ ف = ١٤ ث جـ

∴ ف = ١/٢ ع ز² = ١/٢ × ١,٤ × ١٤ = ١٤ م

∵ ل ع = ص − ل ك

∴ ص = ل (ك − ع) = ١٤ (٩,٨ + ١,٤)

∴ ص = ١٤ × ١١,٩ نيوتن = ١٧ ث جـ

---

⑥ ∵ ل ع = ص − ل ك

∴ ص = ل (ك + ع)

∴ ٩,٨ × ٧٢ = ٩,٨ ل (١,٤ + ٩,٨) ← ∴ ل = ٦٢ كجم

(ثانياً) عندما يتحرك لأسفل ∴ ص = ل (ك − ع) = ٦٢ (٩,٨ − ١,٤) = ٤٠٨ نيوتن

---

⑦ ∵ ل ع = ص − ل ك

① ∴ ص = ل (ك + ع) ∴ ٢٠ × ٩,٨ = ل (ع + ٩,٨)

② ∴ ل ع = ل (ك − ع) ∴ ١٥ × ٩,٨ = ل (٩,٨ − ٢ع)

بالقسمة ∴ ٣ / ٢ = (ع + ٩,٨) / (٩,٨ − ٢ع) ∴ ع = ٤ م/ث²

١٩٩٩ عندما يكون المصعد ساكناً أو متحركاً بسرعة منتظمة فإن

∴ د = ل ع = ٧٠ نيوتن ∴ ل = ٧ كجم

ص = ٨٠ نيوتن ، ل ع = ٧٠ نيوتن ∴ ص < ل ع

∴ المصعد يكون متحركاً لأعلى ل ع = ص − ل ك

∴ ٧٠ = ٩,٨ × (٧ − ٨) ∴ ك = ١,٤ م/ث² لأعلى

(٨) معادلة حركة الصندوق فقط

$\therefore$ ل هـ = ل ر ـ ر

$\therefore$ ر = ل (ك ـ هـ)

$\therefore$ ر = ٧٠ (٩,٨ ـ ١,٤)

$\therefore$ ر = ٧٠ × ٨,٤ = $\frac{٧٠ \times ٨,٤}{٩,٨}$ = ٦٠ ث جم

ثانياً: معادلة حركة الصندوق بعد

ل هـ = ل ك ـ ش

$\therefore$ ش = ل (ك ـ هـ)

= ٥٦٠ (٩,٨ ـ ١,٤)

= $\frac{٥٦٠ \times ٨,٤}{٩,٨}$ = ٤٨٠ ث جم

(٩) ضغط الرجل على الأرض = ل (ك + هـ)

$\therefore$ ص = $\frac{(٥٧ + ٩,٨) ١٧٠}{٩,٨}$ = ٧٥٠ ث جم

الحبل يستطيع أن يحمل ل (ك + هـ)

$\therefore$ ش = $\frac{(٥٧ + ٩,٨) ٤٩٠}{٩,٨}$ = ٥٢٥ ث جم

(١٠) نفرض أن الكتلة المصمتة = ج كجم

ل هـ = ش ـ ل ك

ج × ٩,٨ = (ج ـ ١٩٠) ٩,٨

ج × ١,٤ = (٩,٨ + ١,٤) ج = ٩,٨ × ١٩٠

$\therefore$ ج = ١٦٨ كجم

$\therefore$ ج + ٩٨ = ١٦٨ $\therefore$ ج = ٧٠ كجم

$\therefore$ ر = ل (ك + هـ) $\therefore$ ر = (٩,٨ + ١,٤) ٧٠ = ٨٠ ث جم

(١١) قراءة الميزان المعتاد = الوزن الحقيقي للجسم أي كتلة الجسم = كتلة الصنج بالكغم

$\therefore$ وزن الجسم = ل ك = ٢,٤ ث كجم

$\therefore$ ل = ٢,٤ كجم

$\therefore$ قراءة الميزان الزنبركي = ش = ٢,٥٧ ث كجم < ل ك (٢,٤ ث كجم)

$\therefore$ الاتجاه نحو الأعلى $\therefore$ الاتجاه نحو الأعلى

$\therefore$ ل هـ = ش ـ ل ك

$\therefore$ ٢,٤ هـ = ٩,٨ (٢,٤ ـ ٢,٥٧) $\therefore$ هـ = ٤٩ سم/ث٢

(١٥) أو حالات خاصة (بكرة)

نفس مثال ٨ بالبكرة

هـ = $\frac{٢٠٠ - ٢٠٠}{٢٠٠ + ٢٠٠} \times ٩٨٠$ = ١٩٦ سم/ث٢

طفة قطع الخيط ع = هـ ن = ١٩٦ سم/ث

ف = $\frac{١}{٢}$ هـ ن٢ = $\frac{١}{٢} \times ١٩٦ \times ١$ = ٩٨ سم

بعد قطع الخيط تتحرك الكتلة الكبرى ٢٠٠ جم لأسفل بسرعة ابتدائية ع = ١٩٦ سم/ث وبعدتم فإن سرعة الوصول

بعد مرور ثانية واحدة ف = ع ن + $\frac{١}{٢}$ و ن٢

ف = ١٩٦ + $\frac{١}{٢} \times ٩٨٠ \times ١$ = ٦٨٦ سم

أما الكتلة ٢٠٠ جم تستمر في الصعود بسرعة ابتدائية ١٩٦ سم/ث

ف = ع ن ـ $\frac{١}{٢}$ و ن٢ $\therefore$ ف = ١٩٦ ـ ٤٩٠ = ـ ٢٩٤ سم

$\therefore$ المسافة الكلية = ٩٨ + ٦٨٦ + ٢٩٤ = ٨٨٠ سم

(١٤) بما أن المسافة الرأسية = ١٠٠ سم

$\therefore$ كل كتلة تحركت من السكون مسافة = ٥٠ سم في ٠,٢ ث

ف = $\frac{١}{٢}$ هـ ن٢ $\therefore$ ٥٠ = $\frac{١}{٢}$ هـ × ٤ $\therefore$ هـ = ٢٥ سم/ث٢

ع = هـ ن = ٢٥ × ٢ = ٥٠ سم/ث

(١٤) نفس مثال ٦ بالبكرة

ل١ = ١٤٠ + ٧٠٠ = ٨٤٠ ث جم ↓

ل٢ = ٤٩٠ + ١٤٠ = ٦٣٠ ث جم ↑

هـ = $\frac{٨٤٠ - ٦٣٠}{٨٤٠ + ٦٣٠} \times ٩٨٠$ = ١٤٠ سم/ث٢

ص١ = ٧٠٠ (ك ـ هـ) = ٧٠٠ (٩٨٠ ـ ١٤٠) = ٦٠٠ ث جم

ص٢ = ٤٩٠ + ٩٨٠ + ١٤٠ = ١٥٤٠ = ٥٦٠ ث جم

⑤ $ص = \frac{٤ل - ٢ل}{٤ل + ٢ل} \times ٩٨٠ = \frac{١}{٧} \times ٩٨٠ = ١٤٠$ سم/ث

⑥ نفس فكرة مثال ٧

∴ المسافة الكلية = ٦٠ سم ∴ الجسيمات متلاقية مسافة ٢٠ سم عن نقطة البداية

∴ $ف = \frac{١}{٢} ه ن^٢$ ∴ $٢٠ = \frac{١}{٢} ه \times ١^٢$ ∴ $ه = ٤٠$ سم/ث^٢

∴ $ص = \frac{ل_١ - ل_٢}{ل_١ + ل_٢} \times ٩٨٠ = ٢٠$

∴ $٢٠(ل_١ + ل_٢) = ٩٨٠ ل_١ - ٩٨٠ ل_٢$

∴ $ل_١ + ل_٢ = ٤٩ ل_١ - ٤٩ ل_٢$

∴ $٥٠ ل_٢ = ٤٨ ل_١$

∴ $\frac{ل_١}{ل_٢} = \frac{٥٠}{٤٨} = \frac{٢٥}{٢٤}$ ∴ $ص = ٢٤ + ٢٥ = ٤٩$

⑦ $ف = \frac{١}{٢} ه ن^٢ = \frac{١}{٢} \times ٤٩ \times ١^٢ = ٩٨$ سم

∴ $ف = \frac{١}{٢} ه ن^٢$ ∴ $٩٨ = \frac{١}{٢} ه \times ٤^٢$ ∴ $ه = ١٢,٢٥$ سم/ث^٢

∴ $ص = \frac{ل - (٥ل + ٥)}{٥ل + (٥ل + ٥)} \times ٩٨٠ = ٩٨$

∴ $٩٨ = ٩٨٠ \times \frac{٥ل + ٥}{١٠ل + ٥}$

∴ $٩٨٠ ل + ٤٩٠ = ٩٨٠ ل + ٤٩٠$

∴ $٥٠ ل = ٥٠$ ∴ $ل = ١$ كجم

⑧ ∴ $ص = ع$ ∴ $٢٤,٩ = ٢ع$ ∴ $ع = ١٢,٤٥$ ∴ $ن = ٤,٧$ ث

معادلة حركة الكتلة ١ كجم هى $س = ٢ن + ٤,٩ ن^٢$

∴ الكتلة صاعدة $ع = ٢ + ٩,٨ ن$

∴ $ه = ٩,٨$ سم/ث^٢

∴ $ع = ٢ + ٩,٨ \times ٤,٧ = ٤٧,١٨$ سم/ث

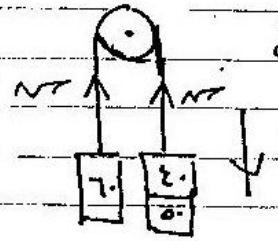
∴ معادلة حركة الجسم المتصل $ع = ٤٧,١٨ - ٩,٨ ن$

$ع = ل ه$ ، $ن = ل(ع - ص)$

∴ $١٤,٧ = ل(٤٧,١٨ - ٩,٨)$ ∴ $ل = ٣$ كجم

⑨ $ص = \frac{٤ل - ٢ل}{٤ل + ٢ل}$ ، $ع = \frac{١}{٧} ك$

⑩ نفس مثال ٨



$ص = \frac{٩٠ - ٦٠}{٦٠ + ٩٠} \times ٩٨٠ = ١٩٦$ سم/ث

بعد ث $ع = ص = ١٩٦$

$ع = ٤٩ ث$ سم/ث

بعد التصال

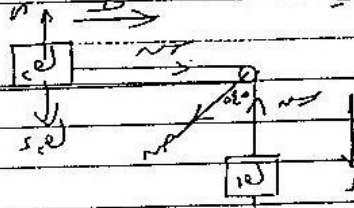
$ص = \frac{٤٠ - ٦٠}{٤٠ + ٦٠} \times ٩٨٠ = -١٩٦$ سم/ث

∴ $ع = ع + ص ن$

∴ $٠ = ٤٩ ث - ١٩٦ ن$ ∴ $ن = ٤$ ث

التطبيق الثانى

هـ كتلة مجموعة مكونة من جسيمين متصلين وطرفى خيط أحدهما يتحرك على سطح أفقى املس والآخر يتحرك رأسيا



بفرض أن المجموعة على الحافة الرأسية توثر عليه خارجيا فقط هى :
وزنه ل هـ رأسيا لأسفل
رد فعل المستوى الأفقى ر
قوة الشد فى الخيط ش
ومن ل هـ تتحرك على المستوى الأفقى بعجلة ء
ومن ل هـ تتحرك على الحافة بعجلة ء تحت تأثير قوة الشد فى الخيط ش
معادلة حركة ل هـ هى :
ل هـ = ش ... (١)
ومن ل هـ التى على الحافة تؤثر عليه قوى مماثلة هى :
وزنه ل هـ رأسيا لأسفل
رد فعل الحافة ر عموديا لأعلى
وتتحرك ل هـ رأسيا لأسفل بعجلة ء
معادلة حركة ل هـ هى :
ل هـ - ش = ل هـ ء ... (٢)
بجمع (١) ، (٢) ⇐ ل هـ = ل هـ ء

∴ ء = ل هـ / (ل هـ + ل هـ) = محصلة القوى / مجموع الكتل = الصانعة / مجموع الكتلتين

ولحساب الشد فى الخيط ش نعوض بالمعادلة (١)

الضغط على البكرة

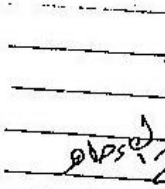
يؤثر الخيط على البكرة بقوتين مقدار كل منهما ش وميل كل منهما على الخط الواصل بين مركزى البكرتين ٤٥°
ومحصلة القوتين هى قوة الضغط على البكرة

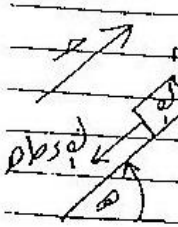
ق = √(ش² + ش² + ٢ ش × ش × جتا ٩٠°) = √٢ ش

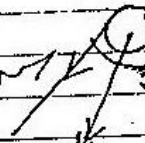
أى ضغط = ٢ ش جا ٤٥° = √٢ ش

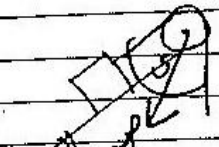
ضغط = √٢ ق

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

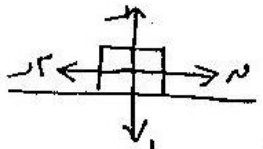








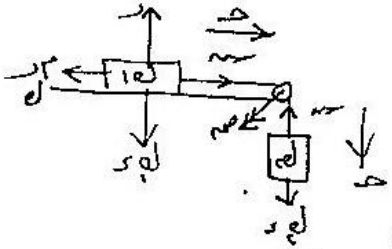
التطبيقة الرابعة على
حركة جسم على مستوى افقى خشن



اذا أثرت قوة افقية مقدارها (ق) على جسم كتلته (ك) موضوع على مستوى افقى، ومعامل الاحتكاك الحركى له د
بين الجسم والمستوى (م) وتحرك الجسم نامية الاحتكاك يكون مقاومتها (م ك)
وتصبح معادلة حركة الجسم ك ج = ق - م ك
∴ ج = ق/ك - م د

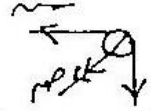
ملاحظة اذا انعدم تأثير القوة عند لحظة ما فانه الجسم يتحرك تأثير قوة الاحتكاك فقط ضد اتجاه حركته وتكون معادلة الحركة ك ج = - م ك

(ثانيا) حركة مجموعة مكونة من جسمين متصلان بخيط خفيف احدهما يتحرك على مستوى افقى والآخر يتحرك رأسيا



∴ المجموعة تتحرك بالاتجاه المعين
معادلة حركة ك١ :
ت - م ك١ = ك١ ج ... ①
معادلة حركة ك٢ بالاتجاه رأسيا لاسفل
ك٢ د - ت = ك٢ ج ... ②
بالجمع ① + ②
ك٢ د - م ك١ = ج (ك١ + ك٢)
∴ ج = (ك٢ د - م ك١) / (ك١ + ك٢)

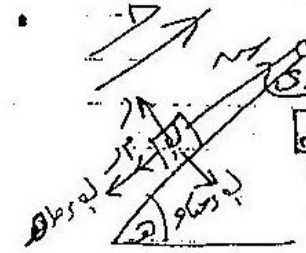
ولايجاد رد فعل المستوى الافقى على ك١ نعوض عن قيمة ج فى ①



مقدار الضغط على محور البكرة = √٢ ت

ملاحظة اذا تحرك خيط لحاصل بين المتتابعة فانه لا تتحرك على المستوى الافقى نحو البكرة تحت تأثير قوة الاحتكاك فقط وبعجلة تعبيرية حتى تسكن حيث ك ج = - م ك
بينما تستمر ك٢ فى حركة رأسية لاسفل تحت تأثير الجاذبية الى ضيعه

التطبيقة الخامسة
حركة مجموعة تكون من جسمين احدهما موضوع على مستوى مائل خشن والآخر يتحرك رأسيا



حالات هذه التطبيقة هما:

① الجسم لا يتحرك لأعلى المستوى
عندئذ تكون قوة الاحتكاك إلى أعلى المستوى وتساوى ك د

② الجسم لا يتحرك لأسفل المستوى عندئذ تكون قوة الاحتكاك إلى أعلى المستوى

إذا كان الجسم لا يتحرك لأعلى فإنه:

① حيث ت هى ك د جتا هـ - ك د جا هـ = ك ج
معادلة حركة ك لا بالاتجاه لأسفل هى:
ك د - ت = ك ج ... ②
بالجمع
∴ ك د - ك د جتا هـ + ك د جا هـ = ك ج + ك ج
ومنها نوجد عجلة الجسم

② لإيجاد رد فعل المستوى نعوض بالتعويض فى
لإيجاد الضغط على البكرة ص = √٢ ت جتا (٤٥ + هـ/٢)
ص = √٢ ت جتا (٤٥ + هـ/٢)

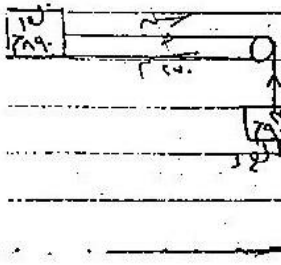
ملاحظة هامة إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن فضمان ثلاث احتمالات

الأول إذا كان ك د جا هـ < م ك جتا هـ لا يتحرك الجسم لأسفل المستوى بعجلة منتظمة
وعندئذ تكون ق < ل أحب ل زاوية الاحتكاك

الثانى ك د جا هـ = م ك جتا هـ عندئذ يكون الجسم على وشك الحركة لأسفل وعندئذ تكون ق = ل

الثالث إذا كان ك د جا هـ > م ك جتا هـ يكون الجسم ساكنا وليس على وشك الحركة
وعندئذ تكون ق > ل

مثال ١ جسم كتلته ٨٩ جم موضوع على نضد أفقى خشن وربط بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء عديمة الكتلة مثبتة بحافة النضد وتبعد عن الجسم ٩٠ سم ويتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٩٠ جم على ارتفاع ٢٩٢,١٠ سم من سطح النضد تركت المجموعة من السكون لتتحرك والمطلوب حساب سرعة الجسم الذى يحمله الخيط عندما يصطدم بالبكرة وإذا انقطع الخيط عند هذه اللحظة بين مقدار المسافة التى يقطعها الجسم بعد انقطاع الخيط حتى يصل إلى حافة النضد ثم الزمن الذى يستغرقه الجسم حتى يصل إلى الأرض



الحل

معادلة حركة الجسم الموضوع على النضد

$\leftarrow$ ك ج = $\rightarrow$ ك ج

$\therefore$ ٨٩ ك = ٨٩ ك ج ..... (١)

معادلة حركة الجسم المعلق ك ج = ك ج

$\therefore$ ٩٠ ك = ٩٠ ك ج ..... (٢)

بجمع (١) ، (٢) $\therefore$ ٨٩ ك + ٩٠ ك = ٩٠ ك ج + ٨٩ ك ج

$\therefore$ ٩٠ ك ج = ٩٠ ك + ٨٩ ك = ٩٠ × ٩٨٠ ..... (٣)

بالتعويض فى (٢) $\therefore$ ٩٠ ك = ٩٠ × ٨٩

$\therefore$ ك = ٨٩ سم/ث^{٢}

الضغط على البكرة = ك = ٢ × ٨٩ = ١٧٨ داين

(ثانيا) عندما ع = ؟ ، ف = ٢٩٢,١٠ - ١٨٠ = ١١٢,١٠ سم

ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ ك ف = ٠ + ٢ × ٨٩ × ١١٢,١٠ = ١٩٩٠٠

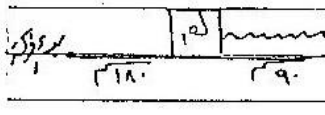
$\therefore$ ع = ١٤١ سم/ث

ثم قطع الخيط ، يتحرك الجسم الموضوع على النضد بسرعة منتظمة

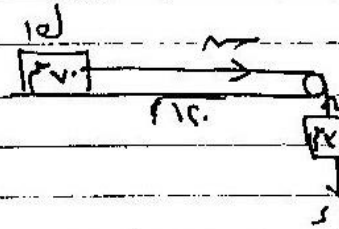
وقدرها ١٤١ سم/ث المسافة المتبقية =

٢٧٠ - ١٨٠ = ٩٠ سم

$\therefore$ الزمن الذى يصل الجسم إلى البكرة = ف / ع = ٩٠ / ١٤١ = ٠,٦٤ ث



مثال ٢ وضع جسم كتلته ٧٠ جم على نضد أفقى أملس وربط فى أحد طرفى خيط خفيف مر على بكرة ملساء عديمة الكتلة مثبتة بحافة النضد وتبعد عن طرفه الآخر جسم كتلته ٣٠ جم. تركت المجموعة لتتحرك من سكون عندما كانت الكتلة ٧٠ جم على بعد ١٢٠ سم من البكرة أوجد سرعة هذه الكتلة عندما تكون على وشك الاصطدام بالبكرة



الحل

معادلة حركة الجسيم

(ك$_{١}$ + ك$_{٢}$) ح = ك$_{٢}$ ج

(٧٠ + ٣٠) ح = ٣٠ × ٩٨٠

$\therefore$ ح = ٩٨٠ × ٣٠ / ١٠٠ = ٢٩٤ سم/ث^{٢}

ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ ح ف

$\therefore$ ع^{٢} = ٢ × ٢٩٤ / ٢ × ١٢٠ = ٣٥٢٨٠

$\therefore$ ع = ١٨٨ سم/ث

البكرة الجسم ك$_{١}$ يتحرك لأعلى بعجلة

وطارت بسرعة ابتدائية

ع = ١٨٠ سم/ث المسافة اللازمة ليقف ويرجع

وقدرها ف = ٢٩٢,١٠ - ١٨٠ = ٢١٢,١٠ سم

ف = ع$_{٠}$ ن + ½ ج ن^{٢}

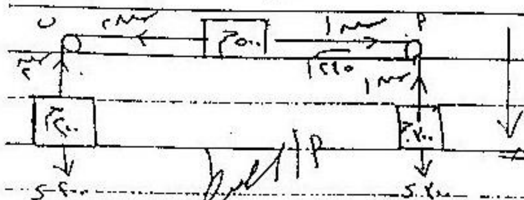
$\therefore$ ٢١٢,١٠ = ١٨٠ ن + ½ × ٩٨٠ ن^{٢}

$\therefore$ (٤٩٠ ن - ١)(٢ ن - ٢١٢,١٠) = ٠

$\therefore$ ن = ½ ث

(الوزارة)

مثال (٣) وضع جسم كتلته ٥٠٠ جم على نضد أفقي أملس ويرتبط من نقطتين متقابلتين فيه بخيطين أحدهما يمر على بكرة صغيرة ملساء أ عند حافة النضد ويتدلى من طرفه الثاني جسم كتلته ٣٠٠ جم والآخر يمر على بكرة ملساء ب عند الحافة المقابلة للنضد ويتدلى من طرفه الثاني جسم كتلته ٢٠٠ جم وبحيث كانت الكتلة ٥٠٠ جم والبكرتان والخيطان تقع على خط مستقيم عمودي على حافتي النضد. تركت المجموعة تتحرك من السكون. أوجد عجلة الحركة والضغط على كل من البكرتين. وإذا كانت الكتلة الموضوعة على النضد عند بدء الحركة على بعد ٢٤٥ سم من البكرة أ وبعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة انفصل ثلث الكتلة ٣٠٠ جم. أثبت أن الكتلة ٥٠٠ جم تصطدم بالبكرة أ بعد مرور ثانيتين من لحظة الانفصال.



∵ الكتلة ٣٠٠ جم > الكتلة ٢٠٠ جم

∴ الكتلة ٣٠٠ جم تتحرك رأسيًا لأسفل

والكتلة ٢٠٠ جم رأسيًا لأعلى

والكتلة ٥٠٠ جم تتحرك أفقيًا نحو البكرة أ.

معادلات الحركة للكتل الثلاث هي:

$٣٠٠ ج = ٣٠٠ × ٩٨٠ - ش_١$ (١)

$٥٠٠ ج = ش_١ - ش_٢$ (٢)

$٢٠٠ ج = ش_٢ - ٢٠٠ × ٩٨٠$ (٣) بالجمع

∴ $١٠٠٠ ج = ٣٠٠ × ٩٨٠ - ٢٠٠ × ٩٨٠ = ١٠٠ × ٩٨٠$

∴ ج = ٩٨ سم/ث²

بالتعويض في (١) لإيجاد $ش_١$: $٣٠٠ × ٩٨ = ٣٠٠ × ٩٨٠ - ش_١$

∴ $ش_١ = ٣٠٠ × ٩٨٠ - ٣٠٠ × ٩٨ = ٢٦٤٦٠٠$ داين

∴ $ش_١ = \frac{٢٦٤٦٠٠}{٩٨٠} = ٢٧٠$ ث جرام

الضغط على البكرة أ $= ش_١ \sqrt{٢} = ٢٧٠ \sqrt{٢}$ ث جم

بالتعويض في (٢) لإيجاد $ش_٢$

$ش_٢ = ش_١ - ٥٠٠ ج$

$= ٢٦٤٦٠٠ - ٥٠٠ × ٩٨ = ٢١٥٦٠٠$ داين $= ٢٢٠$ ث جم

∴ الضغط على البكرة ب $= ش_٢ \sqrt{٢} = ٢٢٠ \sqrt{٢}$ ث جم

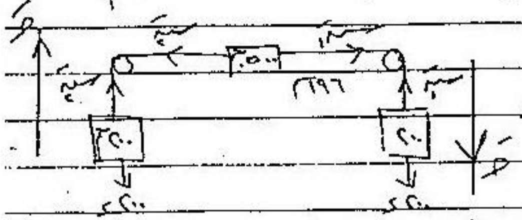
(ثانيًا) بعد مرور ثانية من بدء الحركة: $ف = \frac{١}{٢} ج ن^٢$

∴ $ف = \frac{١}{٢} × ٩٨ = ٤٩$ سم

∴ الكتلة ٥٠٠ جم تكون على بعد من البكرة أ $= ٢٤٥ - ٤٩ = ١٩٦$ سم

وسرعة المجموعة عندئذ ع = ج ن = ٩٨ سم/ث

عند انفصال ثلث الكتلة ٣٠٠ جم تصبح الكتلة ٣٠٠ − ١٠٠ = ٢٠٠ جم



معادلة حركة المجموعة هي:

$(٢٠٠ + ٥٠٠ + ٢٠٠) ج = ٢٠٠ ء - ٢٠٠ ء$

$٩٠٠ ج = صفر$

∴ ج = صفر

∴ المجموعة تتحرك بسرعة منتظمة = سرعة المجموعة لحظة الانفصال

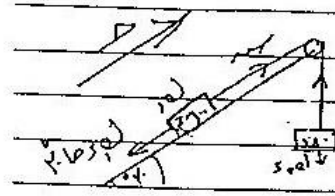
وتتحرك الكتلة ٥٠٠ جم نحو البكرة أ بسرعة منتظمة = ٩٨ سم/ث

المسافة المتبقية وقدرها ف = ١٩٦ سم

∴ زمن الاصطدام بالبكرة أ $= \frac{ف}{ع} = \frac{١٩٦}{٩٨} = ٢$ ثانية

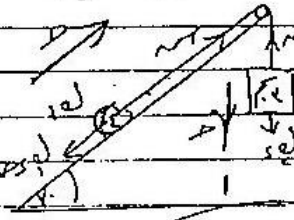
المستوى مائل أملس

مثال (١) وضع جسم كتلته ٢ كجم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية ٣٠°
ثم ربط بخيط مرن على بكرة صغيرة ملساء عند أعلى المستوى وعلق بطرفه الآخر جسم كتلته ٣ كجم بحيث كان الجسم على بعد ٢٠ سم من البكرة فى مستوى أفقى واحد أوجد:
(١) مقدار عجلة الجسمين (٢) مقدار الضغط على محور البكرة
(٣) الزمن الذى يصل فيه الجسم الثانى سرعة ٢ م/ث



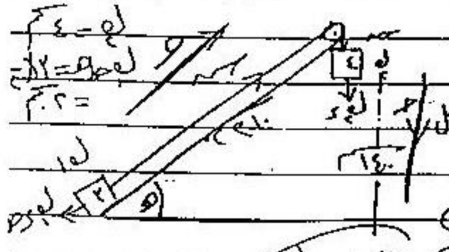
ك ١ : ك ٢ = ٢ : ٣
∴ ك ١ = ٢ ك ، ك ٢ = ٣ ك
ك ٢ > ك ١ ∴ ك ٢ يهبط رأسيا لأسفل ، ك ١ تصعد لأعلى المستوى بعجلة منتظمة (هـ)
معادلة حركة ك ٢ : ك ٢ هـ = ك ٢ جـ − ت ٢
٣ ك × هـ = ٣ ك × ٩٨٠ − ٣٠ ك × ٩٨٠ × ½
٣ ك هـ = ٢٩٤٠ ك − ١٤٧٠ ك
٣ هـ = ١٤٧٠ ... (١)
معادلة حركة ك ١ : ك ١ هـ = ت ١ − ك ١ جـ جا ٣٠°
٢ ك × هـ = ت ١ − ٢ ك × ٩٨٠ × ½
٢ هـ = ت ١ − ٩٨٠ ... (٢)
بالجمع (١) + (٢) ٥ هـ = ٤٩٠ ∴ هـ = ٩٨ سم/ث٢
بالتعويض فى (١) ٣ × ٩٨ = ١٤٧٠ − ت ٢
∴ ت ٢ = ١٤٧٠ − ٢٩٤ = ١١٧٦ داين
بالتعويض فى (٢) ت ١ = ٢ × ٩٨ + ٩٨٠ = ١١٧٦ داين
(٣) الضغط على البكرة = √(ت ١^٢ + ت ٢^٢ + ٢ ت ١ ت ٢ جتا ١٢٠°)
= √(١١٧٦^٢ + ١١٧٦^٢ + ٢ × ١١٧٦ × ١١٧٦ × −½)
= ١١٧٦ داين = ١١٧٦ ديناميت

مثال (٢) (الوزارة) ربط جسم كتلته ٤ كجم فى طرف خيط وضع الطرف الآخر على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ومر الخيط فوق بكرة صغيرة ملساء عند قمة المستوى وتدلى الطرف الآخر رأسيا لأسفل. أوجد عجلة الحركة والضغط على البكرة. وإذا تركت المجموعة من السكون وقطع الخيط بعد مرور ٣ ثوانى من بدء الحركة. فأوجد المسافة التى تقطعها الكتلة على المستوى منذ بدء الحركة حتى وصولها لأقصى ارتفاع.



ك ١ = ٤ كجم ، ك ٢ = ٤ كجم
∴ ك ١ = ك ٢ ∴ ك ٢ يهبط رأسيا لأسفل ، ك ١ تصعد لأعلى المستوى
لإيجاد العجلة نأخذ كل جسم على حدة
معادلة حركة ك ١ : ك ١ هـ = ت ١ − ك ١ جـ جا ٣٠°
٤ هـ = ت ١ − ٤ × ٩٨٠ × ½ ... (١)
معادلة حركة ك ٢ : ك ٢ هـ = ك ٢ جـ − ت ٢
٤ هـ = ٤ × ٩٨٠ − ت ٢ ... (٢)
بالجمع (١) + (٢) ٨ هـ = ٣٩٢٠ − ١٩٦٠ = ١٩٦٠
∴ هـ = ٢٤٥ سم/ث٢
بالتعويض فى (١) ٤ × ٢٤٥ = ت ١ − ١٩٦٠
∴ ت ١ = ٢٩٤٠ داين
الضغط على البكرة = √(٢ × ٢٩٤٠^٢ × جتا ١٢٠°) = ٢٩٤٠ داين
(ثانيا) عند لحظة قطع الخيط تكون ع = ٣ × ٢٤٥ = ٧٣٥ سم/ث
ف = ½ هـ ن^٢ ∴ ف = ½ × ٢٤٥ × ٩ = ١١٠٢٫٥ سم
عند انقطاع الخيط تتحرك الكتلة لأعلى المستوى تحت تأثير مركبة وزنها
ك = ٤ × ٩٨٠ × جا ٣٠° = ١٩٦٠ داين
ك = ٤ هـ ∴ هـ = ٤٩٠ سم/ث٢
عند أقصى ارتفاع ع = ٠ سم/ث
ع^٢ = ع^٢ + ٢ هـ ف
∴ ف = ٢٧٥ سم
∴ المسافة الكلية = ١١٠٢٫٥ + ٢٧٥ = ١٣٧٧٫٥ سم

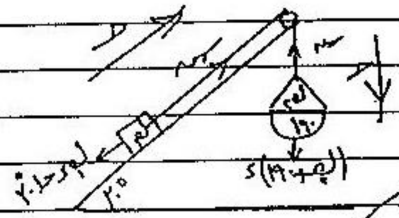
سؤال ٢: جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أملس مائل طوله ٢١٠ سم وارتفاعه ١٤٠ سم يتصل بخيط ... بجسم آخر كتلته ٤ كجم ... [illegible]



الحل

$\text{جا هـ} = \frac{١٤٠}{٢١٠} = \frac{٢}{٣}$

[illegible]



سؤال ٤: جسم كتلته ل جم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية ٣٠° ويتصل بخيط خفيف يمر على بكرة ملساء مثبتة في أعلى المستوى ويتدلى في طرفه الآخر كفة ميزان كتلتها ١٩٠ جم بداخلها جسم كتلته (م) وتحركت المجموعة من السكون فقطع الجسم المتحرك على المستوى إلى أعلى مسافة ٤٩٠ سم في ٢ ثانية بينما كان مقدار ضغط الجسم على الكفة مساويا ٢٢٥ ث جم. أوجد قيمة كل من ل، م.

الحل

$ف = ع_٠ ن + \frac{١}{٢} ج ن^٢$

$٤٩٠ = \frac{١}{٢} ج × ٤$

$ج = ٢٤٥ \text{ سم/ث}^٢$

معادلة حركة م الموضوع داخل الكفة

$م × ٩٨٠ - ٢٢٥ × ٩٨٠ = م × ٢٤٥$

$م = ٣٠٠ \text{ جرام}$

معادلة حركة م + الكفة ... = ٤٩٠ جرام

[illegible]

$ل = ٤٩٠ \text{ جرام}$

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوارد

الحركة على مستوى خشن

(أولاً) المستوى أفقى

مثال: قذف جسم بسرعة أفقية مقدارها ٥٦٠ سم/ث على مستوى أفقى خشن فكان بعد ٢ ث من بدء الحركة. احسب معامل الاحتكاك الحركى

الحل

$ع = ع_0 + جـ ن$ ∴ $٢٨٠ = ٥٦٠ + جـ × ٢$ ∴ $جـ = -١٤٠$ سم/ث^٢

معادلة حركة الجسم

$ل ص = -م ك_ر$ ①

$ل ص = ك_ر - ك$ ②

$ك = ك_ر$ ∴

$ك = م ك_ر$ ∴

$٩٨٠ × م ك_ر = -(-٢٨٠)$ ∴

$م = \frac{٢٨٠}{٩٨٠} = \frac{٢}{٧}$

مثال: وضع جسم كتلته ٢ كجم على نضد أفقى خشن وأثر عليه قوة أفقية ١٫٦ ث كجم. فإذا كان معامل الاحتكاك الحركى بين الجسم والنضد يساوى $\frac{١}{٢}$. أوجد: ١) كمية حركة الجسم عند $ن = ٥$ ثوانى

الحل

الجسم يتحرك على النضد

∴ الاحتكاك الحركى $ك_ر = م ر$

$ك_ر = ٢ × ٩٫٨ = ١٩٫٦$ نيوتن

معادلة حركة الجسم

$ل ص = ق - ك_ر$

$٢ جـ = ١٫٦ × ٩٫٨ - \frac{١}{٢} × ١٩٫٦$

∴ $جـ = ١٫٩٦$ م/ث^٢

$ع = ع_0 + جـ ن$ ∴ $ع = ٥ × ١٫٩٦ = ٩٫٨$ م/ث

كمية الحركة $= ك = ك ع$

$= ٢ × ٩٫٨ = ١٩٫٦$ نيوتن.ث

طاقة الحركة $= ط = \frac{١}{٢} ك ع^٢$

$= \frac{١}{٢} × ٣ × (٩٫٨)^٢ = ١٤٤٫٠٦$ جول

---

② جسم كتلته ١٢ كجم موضوع على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم والمستوى $\frac{٧}{٢٧}$ بينما معامل الاحتكاك الحركى $\frac{٤}{٢٧}$. وإذا كانت القوة المؤثرة على الجسم تميل على الأفقى بزاوية $٣٠°$ أوجد:

① مقدار القوة التى تجعل الجسم على وشك الحركة

② مقدار القوة التى تجعل الجسم يتحرك بعجلة $\frac{٧٤٩}{٤٠}$ م/ث^٢

الحل

(أولاً) الجسم على وشك الحركة

∴ الاحتكاك يكون عاقى

$ق جتا ٣٠° = م ر$

$ق جتا ٣٠° = ١٢ - ق جا ٣٠°$

$ق = ١٢ - \frac{١}{٢} ق$ ①

$ك = ق جا ٣٠°$ ②

$ق جتا ٣٠° = م ر$ ③

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} ق = \frac{٧}{٢٧} (١٢ - \frac{١}{٢} ق)$ ∴ $ق = ٦$ ث كجم

(ثانياً) الجسم متحرك

∴ الاحتكاك حركى

$ك = ق - ق جا ٣٠°$

$= ٦ - ٦ × \frac{١}{٢} = ٣$ ث كجم $= ٣ × ٩٫٨ = ٢٩٫٤$ نيوتن

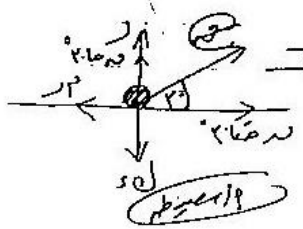
$ل ص = ق جتا ٣٠° - ك_ر$

$١٢ × \frac{٤}{٢٧} ر = \frac{٧٤٩}{٤٠} - ٦ × \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$ر = ٩٫٦$ م/ث^٢ ∴ $ق = ١٢ × ٩٫٦ = ١١٥٫٢$ نيوتن

مثال وضع جسم كتلته ٢٦٠ جم على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين الجسم = $\frac{2}{7}$. أثرت على الجسم قوة ٤٢٠ جم فى اتجاه يصنع زاوية ٦٠° على الأفق فتحرك الجسم بسكون بعجلة منتظمة. أوجد كمية حركة الجسم بعد مضى ٩ ثوانى من بدء الحركة. وإذا أبطل تأثير القوة عند تلك اللحظة فأوجد الزمن الذى يأخذه الجسم بعد ذلك حتى يسكن.

الحل



مسقط قوانين القوى العمودية على الحركة

$ر + ق جا ٦٠° = ك$

$ر = ك - ق جا ٦٠°$

$ر = ٢٦٠ \times ٩٨٠ - ٤٢٠ \times \frac{1}{2} \times ٩٨٠$ دايين

$ر = ٩٨٠ \times ٢٥٠$

معادلة حركة الجسم على المستوى $ق جتا ٦٠° - ر = ك هـ$ ... (١)

$٤٢٠ \times \frac{1}{2} \times ٩٨٠ - \frac{2}{7} \times ٩٨٠ \times ١٠ = ٢٦٠ هـ$

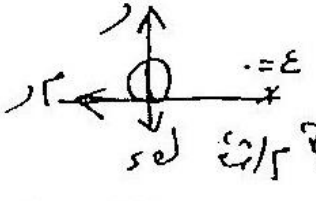
$هـ = \frac{٢٩٤٠}{٩}$ سم/ث^{٢} وعندما ن = ٩ ث

$ع = هـ ن$

$ع = \frac{٢٩٤٠}{٩} \times ٩ = ٢٩٤٠$ سم/ث

كمية حركة الجسم $= ك ع = ٢٦٠ \times ٢٩٤٠ = ٧٦٤٤٠$ جم سم/ث

ثانيا عند التأثير بالقوة تتحرك الجسم تحت تأثير قوة الاحتكاك فتقل سرعته الابتدائية ع = ٢٩٤٠ سم/ث وبعلة تقصيرية حتى يسكن



$ك ء = ك هـ$

معادلة حركة الجسم $ك هـ = - م ر$

$\therefore ك هـ = - م \times ك ء$

$\therefore هـ = - \frac{2}{7} \times ٩٨٠ = - \frac{٢٧٩٨٠}{٢}$ سم/ث^{٢}

$\therefore ع = ع_{ب} + هـ ن$

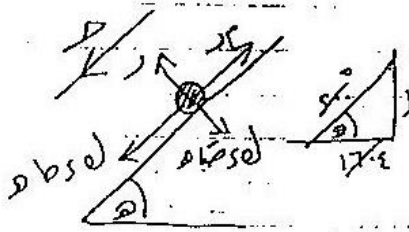
$\therefore ٠ = ٢٩٤٠ - \frac{٢٧٩٨٠}{٢} ن$

$\therefore ن = ١٢$ ث

المستوى مائل خشن

مثال وضع جسم وزنه ٥ جم عند قمة مستوى مائل خشن طوله ٢ متر وارتفاعه ١,٢ متر. فانزلق الجسم وصل الى قاعدة المستوى بعد $1\frac{2}{7}$ ثانية. أوجد مقدار العجلة ومقدار قوة الاحتكاك ومعامل الاحتكاك الحركى

الحل



$\therefore جتا هـ = \frac{ف}{ع} = \frac{١,٦}{٢} = \frac{٤}{٥}$

$\therefore جا هـ = \frac{ب}{ع} = \frac{١,٢}{٢} = \frac{٣}{٥}$

$\therefore ف = \frac{1}{2}$ صنع

$\therefore ٢ = \frac{1}{2} هـ \times (\frac{1}{2})^{٢}$

$\therefore هـ = ١,٩٦$ م/ث^{٢}

(ثانيا) قوة الاحتكاك $= م ر$

معادلة حركة الجسم $ل ع جتا هـ - م ر = ل ع جا هـ$

$\therefore م ر = ل ع جا هـ - ل ع جتا هـ$

$\therefore م ر = ٥ \times ٩,٨ \times \frac{٣}{٥} - ٥ \times ١,٩٦$

$\therefore م ر = ١٩,٦$ نيوتن

(ثالثا) $\because م ر = ١٩,٦$ نيوتن ، $ر = ل ع جتا هـ = ٥ \times ٩,٨ \times \frac{٤}{٥} = ٢٩,٤$ نيوتن

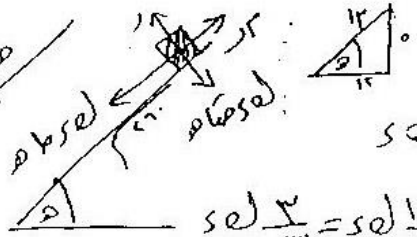
$\therefore ١٩,٦ = ٢٩,٤ م$

$\therefore م = \frac{١٩,٦}{٢٩,٤} = \frac{1}{2}$

مثال مستوى مائل خشن طوله ٢٦٠ سم يميل على الأفق بزاوية جيبها $\frac{٥}{١٣}$ تركت جسم يتزلق من قمة المستوى بسكون. أوجد سرعة الجسم عندما يصل الى قاعدة المستوى علما بأن معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى $= \frac{1}{٤}$.

واذا قذف الجسم الى اعلى المستوى من أسفل فتحرك المستوى. أوجد مقدار السرعة التى يجب أن يقذف بها حتى يصل الى قمة المستوى

الحل



$\because$ مسقط القوى العمودية على المستوى

$ر = ل ع جتا هـ$

$\therefore ر = ل ع \times \frac{12}{13} = \frac{12}{13} ل ع$

قوة الاحتكاك الزائدة $= م ر = \frac{1}{4} \times \frac{12}{13} ل ع = \frac{3}{13} ل ع$

معادلة حركة الجسم ص ك هـ = ك ر حاه − م ر

∴ ك هـ = ك ر حاه − ك ر كتا ه

= ٩,٨ × ٥/١٣ − ٩,٨ × ٣/١٢ = ٩,٨ × ٥/١٣ − ٩,٨ × ٣/١٢ = ٩,٨ × ٥/١٢

∴ هـ = ١٩٦/١٢٠ = ١٩٦٠/١٢ م/ث٢

ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

ع٢ = ٠ + ٢ × ١٩٦٠/١٢ × ٢٦٠ ∴ ع = ٢٨٠ م/ث

(ثانيا) عند الصعود للأعلى المستوى

معادلة الحركة هـ = −ك ر حاه − ك ر كتا ه

∴ هـ = −٥/١٢ ك ر − ٣/١٢ ك ر

∴ هـ = ٧٨٤٠/١٢ = ٧٨٤/١٠ م/ث٢

ع٠ = ٠ ، ف = ٢٦٠ ، ع = ؟

ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

٠ = ع٢ − ٢ × ٧٨٤٠/١٢ × ٢٦٠

∴ ع = ٢٦٠ م/ث

مثال (٢) الوزارة نزلق جسم على مستوى خشن عيل على الأفقى بزاوية ه حيث ظا ه = ٣/٤ فاذا كان معامل الاحتكاك بينهما ٠,٥ . أثبت أن الزمن الذى يقطع فيه الجسم أى مسافة على المستوى ينصف الزمن الذى يقطع فيه نفس المسافة اذا كان المستوى أملس.

الحل

(أ) اذا كان المستوى خشن

ك = ك ر حاه = ك ر حتاه

معادلة حركة الجسم

ك هـ = ك ر حاه − م ر

∴ ك هـ = ك ر حاه − م ك ر حتاه

∴ هـ = ٩,٨ (٣/٥ − ٠,٥ × ٤/٥) = ٢٫٩٤ م/ث٢

لتكن المسافة التى يتحركها الجسم لأسفل المستوى ف ، زمنه ن ث

∴ ف = ١/٢ هـ ن٢ ∴ ن٢ = ٢ ف/هـ = ٢ ف/٢٫٩٤ = ٥ ف/٩٫٨ ①

اذا كان المستوى أملس نزلق الجسم بعجلة مقدارها هـ = ٩,٨ × ٤/٥ = ٧,٨٤ م/ث٢

∴ هـ = ٧٫٨٤ م/ث٢

لتكن ن ث زمنه تقطع نفس المسافة ف

∴ ف = ١/٢ هـ ن٢ = ١/٢ × ٧٫٨٤ ن٢

∴ ن٢ = ٢ ف/٧٫٨٤

∴ ن٢/ن٢ = ٢ ف/٧٫٨٤ ÷ ٢ ف/٥ = ٥/٧٫٨٤ = ٥٠٠/٧٨٤ = ٢٥/٣٩

∴ ن/ن = ٥/٦٫٢٤ ∴ ن = ٢ ن

مثال (٤) تركت جسم ينزلق من قمة مستوى مائل يتصل بمستوى افقى ، معامل الاحتكاك بين الجسم وكل من المستويين ١/٢ ، فاذا كان طول المستوى المائل ١٥٠ سم وميل زاوية ميله على الافقى ٤/٥ . أوجد المسافة التى يقطعها الجسم على المستوى الأفقى حتى يسكن . علما بان مقدار سرعة الجسم لا يتغير بانتقاله من المستوى المائل الى المستوى الافقى

الحل

على المستوى المائل

ك = ك ر حاه

معادلة الحركة

ك هـ = ك ر حاه − م ك ر حتاه

∴ هـ = ٩٨٠ (٤/٥ × ١/٢ − ٣/٥) = ٥٨٨ سم/ث٢

سرعة الجسم عند قاعدة المستوى حيث ف = ١٥٠ سم

ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

ع٢ = ٠ + ٢ × ٥٨٨ × ١٥٠ ∴ ع = ٤٢٠ سم/ث وهى سرعة الابتدائية عند بداية المستوى الأفقى

المستوى الافقى

ك = ك ر = ٩٨٠ داينه

معادلة حركة الجسم ك هـ = −م ك

∴ ك هـ = −١/٢ × ٩٨٠ ك

∴ هـ = −٩٨٠/٢ = −٤٩٠ سم/ث٢

ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

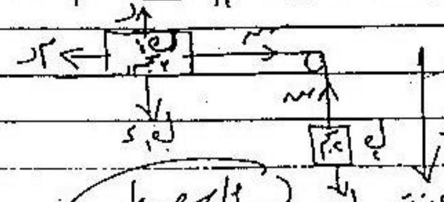
∴ ٠ = (٤٢٠)٢ − ٢ × ٤٩٠ ف ∴ ف = ٣٦٠ سم

ملاحظة تم حل مثال (١) مشابه باستخدام مبدأ الشغل والطاقة.

مثال (5) وضع جسم كتلته ٢ كجم على نضد أفقي خشن ووصل بخيط أفقي يمر على بكرة ملساء عند حافة النضد ويحمل في طرفه الآخر كتلة مقدارها ٢ كجم. فإذا كان معامل الاحتكاك بين الجسم والنضد = ½ أوجد عجلة الحركة والشد في الخيط والضغط على البكرة، وأوجد المسافة التي تقطعها في ثانيتين.

وإذا بدأت المجموعة الحركة من السكون عندما كانت الكتلة المتدلية على ارتفاع ٥٠ سم من سطح الأرض فأوجد المسافة التي يتحركها الجسم الموضوع على النضد قبل أن يسكن.

الحل



∵ الجسم الموضوع على النضد تحرك عليه ∴ الاحتكاك نهائي

م ر ، ر = و₁ = ٢ × ٩٫٨ نيوتن

= ½ × ٢ × ٩٫٨ = ٩٫٨ نيوتن

معادلة حركة و₁ : و₁ جـ = ش − م ر

∴ ٢ جـ = ش − ٩٫٨ ...... (١)

معادلة حركة و₂ : و₂ جـ = و₂ − ش

∴ ٢ جـ = ٢ × ٩٫٨ − ش ...... (٢) بالجمع

∴ ٥ جـ = ٢ × ٩٫٨ − ٩٫٨ = ٩٫٨

∴ جـ = ٩٫٨ ÷ ٥ = ١٫٩٦ م/ث²

لإيجاد الشد (من ٢) ش = ٢ × ٩٫٨ − ٢ × ١٫٩٦

∴ ش = ٢ × ٩٫٨ − ٢ × ١٫٩٦ = ١٥٫٦٨ نيوتن

لإيجاد الضغط على البكرة : ض = ش √٢ = ١٥٫٦٨ √٢ نيوتن

∵ ف = ½ جـ ن² ∴ ف = ½ × ١٫٩٦ × ٤ = ٣٫٩٢ متر

(ثانياً) نوجد سرعة المجموعة عند وصول الكتلة الأخيرة إلى سطح الأرض بعد أن تقطع المجموعة مسافة ف = ٥٠ سم

حيث ع. = ٠ ، جـ = ١٩٦ سم/ث² ، ف = ٥٠ سم

∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ ع² = ٢ × ١٩٦ × ٥٠

∴ ع = ١٤٠ سم/ث

عندما تصل الكتلة المتدلية إلى سطح الأرض ينعدم الشد في الخيط وتتحرك الكتلة الموضوعة على النضد في نفس الاتجاه تحت تأثير قوة الاحتكاك فقط التي تعمل على إيقافها فيتحرك حركة تقصيرية حتى يسكن.

ع = ١٤٠ سم/ث

معادلة الحركة : و₁ جـ = − م ر

∴ ٢ جـ = − ٩٫٨

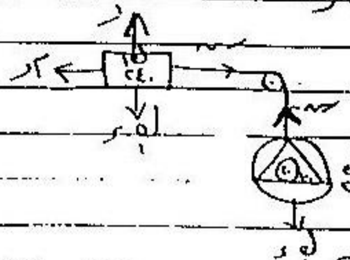
∴ جـ = − ٩٫٨ / ٢ = − ٩٨٠ / ٢ سم/ث²

∵ ع² = ع.² + ٢ جـ ف

∴ ٠ = (١٤٠)² − ٢ × ٩٨٠/٢ ف ∴ ف = ٢٠ سم

مثال (6) وضع جسم كتلته ٤٠ جرام على مستوى أفقي خشن وربط بخيط خفيف يمر على بكرة صغيرة ملساء مثبتة عند حافة المستوى ويحمل في طرفه الآخر كفة ميزان كتلتها ١٠ جرام بداخلها جسم كتلته ٧٠ جرام. فإذا كانت المجموعة على وشك الحركة فأوجد معامل الاحتكاك للمستوى. وإذا أصبحت الكتلة التي بداخل الكفة ١٥٠ جرام وتركت المجموعة للحركة من السكون أوجد مقدار عجلة الحركة والضغط على محور البكرة.

الحل



و₂ = ٤٠ جم ، و₁ = ١٠٠ + ٢٠ = ١٢٠ جم

المجموعة على وشك الحركة

الاحتكاك نهائي بين الجسم والمستوى

ومن الاتزان

الكتلة الأسفل : ش = و₁ = ١٢٠ × ٩٨٠ ...... (١)

الكتلة العليا : ش = م ر ، ر = و₂ = ٤٠ × ٩٨٠ داين ...... (٢)

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

∵ م ع = سـ ∴ ٢ × ٢٤٠ × ع = ٩٨٠ × ١٢٠ ∴ ع = $\frac{1}{2}$ م/ث

(ثانياً) عندما تصل البكرة داخل الكفة ١٠ جرام

∴ كتلة الجسم + كتلة الكفة = ١٠٠ + ١٥٠ = ٢٥٠ جرام عندئذ تتحرك المجموعة بعجلة منتظمة جـ

معادلة حركة الجسم لأعلى

ل هـ = سـ − م ر

∴ ٢٤٠ جـ = سـ − ١٢٠ × ٩٨٠ ①

معادلة حركة الجسم لأسفل

ل هـ = ل ى − سـ

∴ ٢٥٠ جـ = ٢٥٠ × ٩٨٠ − سـ ②

بجمع ① ، ② ينتج أن:

٤٩٠ جـ = ٢٥٠ × ٩٨٠ − ١٢٠ × ٩٨٠

∴ جـ = ٢٦٠ سم/ث٢

بالتعويض فى ① عن جـ

سـ = ٢٤٠ × ٢٦٠ + ١٢٠ × ٩٨٠

∴ سـ = ١٨ ألف داين

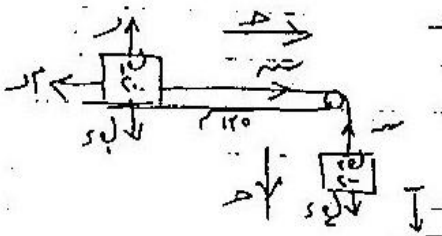
ك = $\frac{٩٠٠٠}{٤٩}$ ث.جم

يضغط على محور البكرة = صـ = ٢ سـ

∴ صـ = $\frac{٢ \times ٩٠٠٠}{٤٩}$ ث.جم

مثال ٨ (الوزارة)

وضع جسم كتلته ٢٠٠ جم على نصف أفقى خشن ثم ربط بخيط خفيف غير مرن يمر على بكرة ملساء عديمة الكتلة مثبتة عند حافة النصف ويتدلى من الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ٢٠٠ جم كما بالشكل المجاور تتحرك المجموعة من السكون عندما كان الخيط مشدوداً وكان الجسم المعلق على ارتفاع ٩٠ سم من الأرض والجسم الموضوع على النصف على بعد ١٢٠ سم من البكرة، فإذا كان معامل الاحتكاك بينهما $\frac{1}{2}$ ، برهن أن المجموعة تتحرك بعجلة مقدارها ٤٩٠ سم/ث٢ وأوجد سرعة المجموعة عندما يصل الجسم المعلق الى الأرض، هل الجسم الموضوع على النصف يصل الى البكرة ؟ وضح اجابتك.



الحل

ل هـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ داين

ح = $\frac{1}{2}$ × ٢٠٠ × ٩٨٠ = ١٠٠ × ٩٨٠ داين

معادلة حركة المجموعة

(ل هـ + ل ح) هـ = ل ى − م ر

٤٠٠ هـ = ٢٠٠ × ٩٨٠ − ١٠٠ × ٩٨٠

٤٠٠ هـ = ١٠٠ × ٩٨٠

∴ هـ = ٢٤٥ سم/ث٢ (أولاً)

(ثانياً) سرعة المجموعة عندما يصل الجسم المعلق للأرض

ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

ع٢ = ٠ + ٢ × ٢٤٥ × ٩٠

∴ ع = ٢١٠ سم/ث

(ثالثاً) عند وصول الجسم المعلق للأرض يصبح المعلق فى خيط = صفر، ويتحرك الجسم على النضد بتأثير قوة الاحتكاك (م ر) بسرعة ابتدائية ع = ٢١٠ سم/ث وتكون الجسم على بعد من البكرة = ١٢٠ − ٩٠ = ٣٠ سم

معادلة حركة الجسم ل هـ = − م ر

٢٠٠ هـ = − ١٠٠ × ٩٨٠

∴ هـ = − ٤٩٠ سم/ث٢

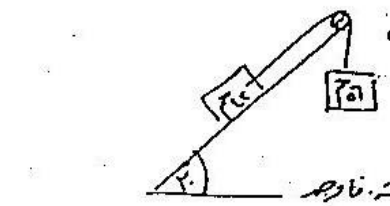
∴ ع٢ = ع٠٢ + ٢ هـ ف

∴ ٠ = (٢١٠)٢ − ٢ × ٤٩٠ × ف ∴ ف = ٤٥ سم

∴ الجسم يصل الى البكرة عند وصول الجسم المعلق للأرض

(٨) الشكل المقابل: يستوى مائل خشن يميل على الأفق بزاوية ٢٠° ومعامل الاحتكاك بين المستوى والكتلة ٤ كجم ليساوى $\frac{1}{24}$. تحركت البكرة بسرعة منتظمة بحيث أصبح مقدار سرعة الكتلة ٤ م/ث ومقدار سرعة الجزء الرأسى من الخيط) فإذا قطع الخيط بعد ٤ ثوانى من بدء الحركة. فأوجد المسافة الكلية التى تقطعها الكتلة ٤ كجم حتى تقف

الحل



$\therefore$ ق ح ا ٢٠° = $\frac{1}{24}$ × ٩٨٠ × ٤ = ٩٨٠ داينة

ق ح ر = ٩٨٠ × ٥٦ = ٩٨٠ داينة

$\therefore$ ح ر رأسى لأسفل

معادلة حركة ح: ح ح = ح ر − ح

$\therefore$ ٤ ح = ٥٦ ح − ٩٨٠ ..... (١)

معادلة حركة ر: ر ح = ح − ح ر جا ٢٠°

حيث ر = ح ر جا ٢٠°

$\therefore$ ٤ ح = ح − ٩٨٠ × ٤ × $\frac{1}{24}$ − $\frac{24}{25}$ × ٩٨٠ × ٤ ح

$\therefore$ ٤ ح = ح − ٩٨٠ ح − ٣٠٧٢ ح

$\therefore$ ٤ ح = −٢٠٧٢ ح ..... (٢)

بجمع (١) ، (٢) $\Leftarrow$ ٥٦ ح − ٩٨٠ = −٢٠٧٢ ح

$\therefore$ ٢١٢٨ ح = ٩٨٠

$\therefore$ ح = ٢٤٥٠ سم/ث^{٢}

لإيجاد المسافة: من (١) ح = ٥٦ × ٢٤٥٠ = ٩٨٠ ح

$\therefore$ ح = ٤١١٦٠ داينة

$\therefore$ ٤ ك = ٤١١٦٠ $\Leftarrow$ ك = $\frac{٤١١٦٠}{٩٨٠}$ = ٤٢ ث جم

(ثانيا) سرعة الجزء بعد ٤ ثوانى

ع = ح ن $\Leftarrow$ ع = ٤ × ٢٤٥٠ = ٩٨٠٠ سم/ث (سرعة لحظة قطع الخيط)

ف = $\frac{1}{2}$ ح ن^{٢} $\therefore$ ف = $\frac{1}{2}$ × ٢٤٥٠ × ١٦ = ١٩٦٠٠ سم

ويوضع ع = صفر فى المعادلة (٢)

$\therefore$ ٤ ح = −٢٠٧٢٠ $\Leftarrow$ ح = −٧٢٥ سم/ث^{٢}

وهذا يعنى أنه تتولد بالكتلة ٤ كجم لأعلى المستوى بعد قطع الخيط

وعند السكون ع = ٠ $\therefore$ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ ح ف

$\therefore$ ٠ = (٩٨٠)^{٢} + ٢ × −٧٢٥ × ف

$\therefore$ ف = ٦٥٢$\frac{1}{2}$ سم

$\therefore$ المسافة الكلية = ١٩٦٠٠ + ٦٥٢$\frac{1}{2}$ = ٢٦١٢$\frac{1}{2}$ سم

مثال: جسم كتلته ١٠ كجم موضوع على مستوى يميل على الأفق بزاوية ٣٠° ويتصل خيط مر على بكرة صغيرة ملساء عند أعلى المستوى وشد من طرفه الآخر الذى يحمل جسم كتلته ١٥ كجم. فإذا كان معامل الاحتكاك = $\frac{1}{24}$. أوجد:

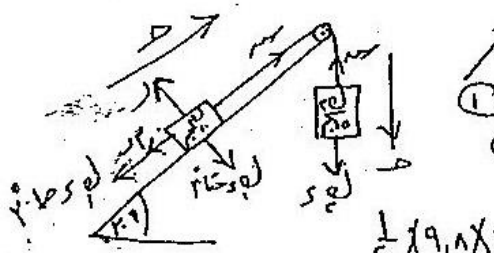
(١) عجلة حركة المجموعة

(٢) الشد فى الخيط

(٣) الضغط على محور البكرة

(٤) سرعة المجموعة بعد أن تقطع مسافة ١٠٠ سم

الحل



معادلة حركة الجسم الأول لـ ك = ١٠ كجم

(١) ك ح = ح − ك ق ح ا ٣٠° − ك ق ح ر

(٢) ق ح ر = ك ق ح جا ٣٠°

بالتعويض فى (١)

١٠ ح = ح − $\frac{1}{24}$ × ٩,٨ × ١٠ − $\frac{24}{25}$ × ٩,٨ × ١٠ × $\frac{1}{2}$

$\therefore$ ١٠ ح = ح − ٩٨ ..... (١)

معادلة حركة الجسم الثانى لـ ك = ١٥ كجم والمتحرك رأسيا لأسفل

ك ح = ك ق − ح

$\therefore$ ١٥ ح = ١٤٧ − ح ..... (٢)

بجمع (١) ، (٢)

$\therefore$ ٢٥ ح = ٤٩

$\therefore$ ح = $\frac{٤٩}{٢٥}$ = ١,٩٦ م/ث^{٢}

(٢) لإيجاد الشد فى الخيط

بالتعويض فى (١) ١٠ ح = ح − ٩٨

$\therefore$ ح = ١٠ ح + ٩٨

$\therefore$ ح = ١,٩٦ × ١٠ + ٩٨ = ١١٧,٦ نيوتن

(٣) لإيجاد الضغط على البكرة

ص = ٢ ح جتا $\frac{\theta}{2}$

$\therefore$ ص = ٢ × ١١٧,٦ × $\frac{24}{25}$ = ٢١١٧ نيوتن

(٤) $\because$ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ ح ف $\Leftarrow$ ف = ١٠٠ = ١ متر

$\therefore$ ع^{٢} = ٠ + ٢ × ١,٩٦ × ١

$\therefore$ ع = ٢١,٤ م/ث

المراجعة النهائية

فى

الرياضيات

للصف الثالث الثانوى

ديناميكا

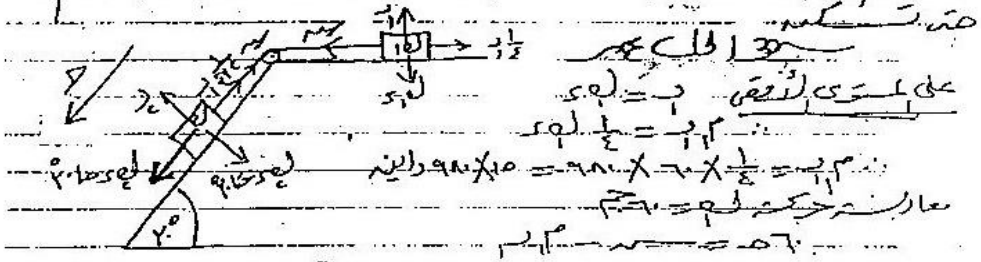
الدفع والتصادم

إعداد

أ/ سعيد طه

" موجه أول الرياضيات "

(٩) ... على مستوى أفقى ... ينزلق بسرعة ٣٠ ... يتصل عند قمته بمستوى ... مضاف ... ضع جسم كتلته ٦٠ جم على المستوى الأفقى ... ربط بأحد طرفى خيط يمر على بكرة ملساء عند حافة الاتصال بالمستويين ... ربط فى الطرف الآخر للخيط جسم كتلته ١٠٠ جم معلق على المستوى المائل ... أحسب سرعة كرة الجاذبية ... فى التسيطح علماً بأن معامل احتكاك المستوى الأفقى = ١/٤ ... ومعامل احتكاك المائل = ١/٢٧٢ ... وإذا قطع الخيط بعد ٤ ثوانى من بدء الحركة ... فأوجد المسافة الكلية التى تحركها الكتلة ٦٠ جم حتى تسكن



على المستوى الأفقى ...

على المائل ...

عند قطع الخيط ...

3- الدفع

تعريف إذا أثرت قوة ثابتة ق على جسم ثابت لكتلته خلال فترة زمنية قدرها ن فإنه:

قيمة دفع القوة على الجسم د = ق × ن

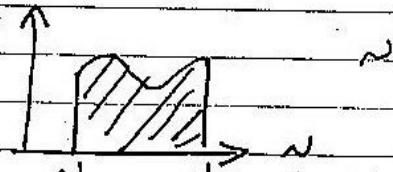
أيضاً د = ك (ع − ع₁) = التغير فى كمية حركة الجسم

وبالعكس إذا: د = ق × ن

د = ك (ع − ع₁) إذا كانت ع، ع₁ فى اتجاه واحد

د = ك (ع + ع₁) إذا كانت ع، ع₁ فى اتجاهين متضادين

ملاحظة إذا كانت القوة متغيرة ودالتها فى الزمن (ن) أى أن ق = د(ن) فإن خلال الفترة [ن₁، ن₂]



قيمة الدفع = ∫ ق د ن (من ن₁ إلى ن₂)

= المساحة تحت منحنى (القوة − الزمن)

وحدات قياس الدفع:

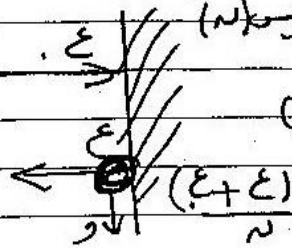
∴ د = ق × ن = ك (ع − ع₁)

∴ وحدة الدفع = داين . ث = جم . سم/ث

نيوتن . ث = كجم . م/ث

حساب الضغط الواقع على سطح: أى رد فعل السطح على الجسم

(أولاً) إذا كانت حركة الجسم أفقية وتصادم بحاجز رأسى بسرعة (ع) وارتد بسرعة (ع₁) وزمن التلامس (ن)



① الدفع د = ك (ع + ع₁)

② قوة الدفع ق = د/ن = ك (ع + ع₁)/ن

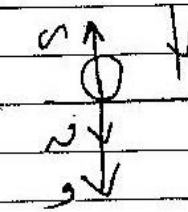
③ رد فعل الحاجز على الجسم = ضغط الجسم على الحاجز ر = ض = ق

(ثانياً) سقط جسم رأسياً لأسفل واصطدم بالأرض وارتد

① د = ك (ع + ع₁)

② ق = د/ن

③ ض = ق + و (وزن الجسم)



(ثالثاً) تصادم جسم تحت رأسياً لأعلى بسقف حجرة وارتد

① د = ك (ع + ع₁)

② ق = د/ن

③ ر = ض = ق − و

تمارين على الدفع

(١) أثرت القوة $\vec{ق} = س\vec{ت} + ص\vec{ت} + ع\vec{ت}$ على جسم كتلته $ك$ فإن $\vec{ق} = ك\vec{ت} - ك\vec{ت}_{ب}$

مقدار التغير بوحدة النيوتن على جسم لفترة زمنية ؟ ثانية فإنه مقدار دفع القوى بوحدة نيوتن . ث

ⓐ ٥ ⓑ ١٠ ⓒ ٥٠ ⓓ ١١٠

(٢) أثرت القوى $\vec{ق} = ٢\vec{ت} + ٤\vec{ت}$ ، $\vec{ق} = ٢\vec{ت} + ب\vec{ت}$ على جسم لفترة زمنية ٤ ثانية وكان مقدار دفعها على الجسم $٤\sqrt{٥}$ أوجد قيمة $ب$

(٣) الشكل المقابل : يمثل منحنى القوة ـ الزمن

أوجد

(١) دفع القوة خلال الثواني الثلاث الأولى

(٢) دفع القوة خلال الثانية الخامسة فقط

(٣) دفع القوة خلال الثواني الخمس الأولى

(٤) الشكل المقابل :

جسم كتلته ٢ كجم موضوع على مستوى أفقي أملس . فإذا تأثر الجسم بتأثير قوة اتجاهها ثابت وتغير مقدارها مع الزمن حسب الرسم المقابل

فإن مقدار الدفع لصانع القوة = ـــــ نيوتن . ث

ⓐ ٢٠ ⓑ ٢٠ ⓒ ١٠ ⓓ ٥

الإرشادات

ثانياً

(١) أثرت قوة ثابتة مقدارها ١٦٠ ث جم لفترة زمنية ا ث على جسم ساكن كتلته ٥٠٠ جم . احسب دفع القوة على الجسم ، ومقدار سرعة الجسم في نهاية هذه الفترة الزمنية (١٥٦,٨ نيوتن . ث)

(٢) جسم كتلته ٢٥٠ جم أثرت عليه قوة ثابتة فتغيرت سرعته من ٧ كم/س إلى ١٨ م/ث خلال زمن قدره $\frac{٢}{١٤}$ من الثانية . احسب مقدار دفع القوة على الجسم ـ وكذلك مقدار القوة بثقل جم . (٢,٦٢٥ نيوتن . ث ، ١٢,٠٦ ث جم)

(٣) أثرت قوة ثابتة قدرها ق على جسم سرعته ٣ م/ث فأصبحت سرعته ٤٥ كم/س بعد زمن $\frac{١}{٤٩}$ من الثانية وكان دفع القوة على الجسم ٢,١٨ نيوتن . ث ـ احسب كتلة الجسم وكذلك مقدار القوة (٤ كجم ، ١٩ ث جم)

(٤) تتحرك كرة ملساء كتلتها ٥٠٠ جم على أرض أفقية بسرعة ٦ م/ث اصطدمت بحاجز رأسي وعمودي على اتجاه حركتها فارتدت بسرعة ٣ م/ث . أوجد مقدار دفع الحاجز على الكرة ، وإذا كان زمن التلامس ١ ، ٠ ث أوجد قوة رد فعل الحاجز على الكرة . (١٢,٠٠٠ داين . ث ، ١٢ نيوتن)

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(٥) اصطدمت كرة كتلتها ٤٠٠ جم وسرعتها على الارض افقية بسرعة ١٠٠ سم/ث تصادماً مباشراً مع حائط رأسى فأثر عليها بدفع قدره ٤٨ دينة . ث، عين سرعة ارتداد الكرة.

(ع = ٢٠ سم/ث)

(٦) سقطت كرة كتلتها ٥٠٠ جم من ارتفاع ٢,٥ متر فاصطدمت بسطح سائل فغاصت فيه بسرعة منتظمة وقطعت مسافة ٢,٥ متر فى ٢ ث . احسب دفع السائل على الكرة

(٢,٦٢ نيوتن ث)

(٧) كرة كتلتها ٢٨٠ جم سقطت من ارتفاع ٢,٦ متر على أرض افقية فاصطدمت بها وارتدت الى ارتفاع ٢,٥ متر اوجد :

(١) دفع الارض على الكرة

(٢) متوسط القوة بين الكرة والارض اذا كان زمن التلامس ١/٥ ث

(٣) ضغط الكرة على الارض = ق + ك د

(٨) عربة سكة حديد كتلتها ٤,٥ طن اصطدمت بحاجز ثابت فارتدت عنه بسرعة ٢,٥ م/ث ، فاذا كان متوسط القوة بين العربة والحاجز تساوى ٢٧٥ × ١٠^٢ ث جم ، وزمن تلامس العربة مع الحاجز ١/٢٠ من الثانية . احسب دفع الحاجز للعربة ، وسرعة العربة قبل التصادم

(١٨٧٥٠ ث جم ، ٥ م/ث)

(٩) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جم من ارتفاع ٩٠ سم سطح الارض وارتدت الى ارتفاع ما ، فاذا كان مقدار التغير الكلى للكرة على الارض خلال زمن تصادمها ١/٥ ث يساوى ١,٢ ث جم.

احسب اقصى ارتفاع ارتدت اليه الكرة.

(٤٠ سم)

$ق = ك \frac{(ع + ع')}{ن}$

$ع' = \sqrt{٢ ج ف} = \sqrt{٢ \times ٩,٨ \times ٠,٩}$

$ص = ق + ك د$

$ق = ٩,٨ \times ٠,٢ + ٩,٨ \times ١,٢$

(١٠) اذا كانت كتلة الغازات التى تخرج من طائرة نفاثة فى الثانية الواحدة ٢,٥ كجم وسرعتها ٦٠٠ كم/س . اوجد بالنيوتن القوة التى تندفع بها الطائرة.

(ق = ٦١٢٥ نيوتن)

(١١) صاروخ يندفع رأسياً لأعلى ويقذف ٦ كجم من الوقود كل ٥ ثوانى وبسرعة ٤٤١٠ كم/س الى اسفل . اوجد بثقل الكيلوجرام القوة التى يندفع بها الصاروخ

(ق = ١٥٠ ث كجم)

(١٢) اطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم بسرعة ٢٠٠ م/ث افقياً ، فاذا استمر ساكنا داخل البندقية لمدة ٥٠ ثانية وكان مقدار قوة دفع البندقية عليها ٢٠ نيوتن . اوجد سرعة خروج الرصاصة من فوهة البندقية

(ع = ٥٠٠ م/ث)

(١٣) مدفع سريع الطلقات يطلق ٦٠٠ رصاصة فى الدقيقة ، كتلة كل واحدة منها ٢٩,٨ جم بسرعة ١٢٦٠ كم/س . احسب قوة رد الفعل المؤثرة على المدفع بثقل الكيلوجرام.

(١٤ ث كجم)

$ق = ن (ع - ع')$

$ك = \frac{٢٩,٨ \times ٦٠٠}{١٠٠٠}$

ك تحط الكرة على مستوى مائل املس طوله ٩,٨ م وتميل على الافقى بزاوية قياسها ٣٠° من اعلى نقطة فى المستوى بسرعة ابتدائية قدرها ٩,٨ م/ث فتنطلق فيه وصنعت كرة عند ك كتلتها ٥٠٠ جم لتتحرك من سكون على ك ح فاصطدمت بحاجز رأسى عمودى عند ب فأثر عليها بدفع مقداره ٦ نيوتن ث فارتدت الكرة الى اعلى بسرعة تساوى $\frac{1}{2}$ السرعة التى اصطدمت بها الحاجز على الكرة

الحل

الكرة تتحرك لاسفل المستوى بعجلة قدرها ع = ؟ م/ث²

$\therefore$ ص = $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ = ٤,٩ م/ث²

سرعة اصطدام الكرة بالحاجز عند (ب)

ع² = ٢ ص ف

ع² = ٢ × ٤,٩ × ٩,٨

$\therefore$ ع = ٩,٨ م/ث

دفع الحاجز على الكرة د = ك (ع + ع)

$\therefore$ ٦ نيوتن ث = ٠,٥ (ع + ٩,٨)

$\therefore$ ع = ٢ م/ث (سرعة الارتداد)

تتحرك الكرة بعد ذلك لاعلى المستوى بعجلة قدرها ٩,٨ م/ث² حتى

$\therefore$ ص = $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ = ٤,٩ م/ث²

$\therefore$ اقصى ارتفاع

ع² = ع² + ٢ ص ف

٠ = (٢)² + ٢ × ٤,٩ ف

$\therefore$ ف = ٠,٢ متر

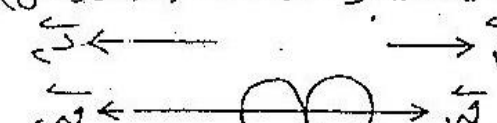
3 التصادم

التصادم المباشر للكرات الملساء :-

① يسمى التصادم بين كرتين « تصادم مباشر » اذا كانت سرعة كل منهما قبل التصادم مباشرة توازى خط المركزين عند لحظة التصادم.

② التصادم المباشر بين كرتين ملساوتين يحدث عند نقطة تلامسهما ويستغرق زمناً متناهياً فى الصغر حيث تؤثر كل من الكرتين على الاخرى بقوة كبيرة فى المقدار وتحدث تغير ملموس فى سرعة كل منهما.

③ قوة التصادم بين كرتين ملساوتين هى قوى متبادلة (فعل ورد فعل)



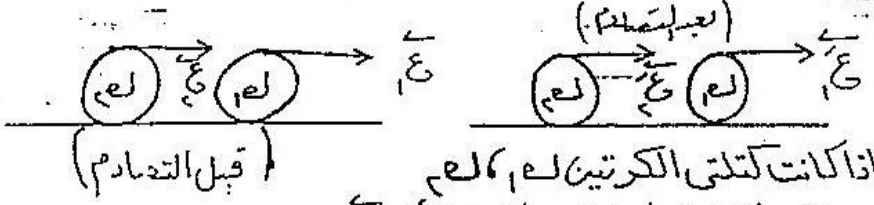
حيث ق١ ، ق٢ ، ق١ = - ق٢

واذا كان زمن التأثير (ز)

$\therefore$ ق١ × ز = - ق٢ × ز

$\therefore$ د١ = - د٢

$\therefore$ دفع الكرة الثانية على الاولى = - دفع الكرة الاولى على الثانية



فاذا كانت كتلتى الكرتين ك١ ، ك٢

وسرعتاهما قبل التصادم مباشرة ع١ ، ع٢

وبعد التصادم مباشرة ع١ ، ع٢

$\therefore$ د١ = ك١ (ع١ - ع١) = الدفع الواقع على الاولى ك١

، د٢ = ك٢ (ع٢ - ع٢) = الدفع الواقع على الثانية ك٢

$\therefore \vec{د}_1 = -\vec{د}_2$

$\therefore$ ك$_1$ ($\vec{ع}_1 - \vec{ع}_1$) $= -$ ك$_2$ ($\vec{ع}_2 - \vec{ع}_2$)

$\therefore$ ك$_1 \vec{ع}_1 +$ ك$_2 \vec{ع}_2 =$ ك$_1 \vec{ع}_1 +$ ك$_2 \vec{ع}_2$

أى أن مجموع كمية الحركة بعد التصادم مباشرة = مجموع كمية الحركة قبل التصادم مباشرة وتسمى معادلة الاحتفاظ بكمية الحركة

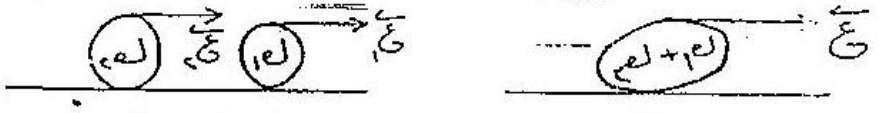
ملاحظة :- عند تطبيق معادلة الاحتفاظ بكمية الحركة :-

ك$_1 \vec{ع}_1 +$ ك$_2 \vec{ع}_2 =$ ك$_1 \vec{ع}_1 +$ ك$_2 \vec{ع}_2$

يجب مراعاة تعيين اشارة القياس الجبرى لكل سرعة تبعاً للاتجاة الموجب المحدد

يجب التعويض عن مقدار السرعة والكتلة فى الطرفين بنفس الوحدات (دون التقيد بوحدات معينة للقياس)

التصادم غير المرن :- وفيه تلتحم الاجسام المتصادمة مكونة جسماً واحداً عقب التصادم مباشرة ويتحرك الجسم بسرعة مشتركة ع



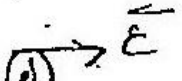
بعد التصادم — قبل التصادم

$\therefore$ ك$_1 \vec{ع}_1 +$ ك$_2 \vec{ع}_2 =$ (ك$_1$ + ك$_2$) ع

حيث ع هى السرعة المشتركة للجسمين بعد التصادم مباشرة

طاقة الحركة

تعريف :- تعرف طاقة حركة جسم عند لحظة ما بأنها نصف حاصل ضرب كتلة الجسم فى مربع مقياس متجه سرعته عند تلك اللحظة .



$\therefore$ ط $= \frac{1}{2}$ ك $|\vec{ع}|^2 = \frac{1}{2}$ ك ع^2

$\therefore$ ط $= \frac{1}{2}$ ك ($\vec{ع} \cdot \vec{ع}$) (كمية قياسية غير سالبة)

وحدات قياس طاقة الحركة :-

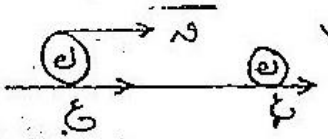
ط $= \frac{1}{2}$ ك ع^2

ط $=$ جم $\cdot$ (سم/ث)^2 $=$ أرج

ط $=$ كجم $\cdot$ (م/ث)^2 $=$ جول

حيث (الجول $= 10^7$ أرج)

التغير فى طاقة حركة جسيم :-



إذا أثرت قوة ما على جسيم كتلته ك فغيرت سرعته من ع$_1$ إلى ع$_2$ فان طاقة حركته تتغير من ط$_1$ إلى ط$_2$

حيث ط$_1 = \frac{1}{2}$ ك ع$_1^2$ ، ط$_2 = \frac{1}{2}$ ك ع$_2^2$

التغير فى طاقة الحركة = ط$_2$ - ط$_1 = \frac{1}{2}$ ك ($\vec{ع}_2^2 - \vec{ع}_1^2$)

ويكون :- ط$_2$ - ط$_1 > 0$ اذا كانت ع$_2 >$ ع$_1$ وتسمى « الطاقة المكتسبة »

ط$_2$ - ط$_1 < 0$ اذا كانت ع$_2 <$ ع$_1$ وتسمى « الطاقة المفقودة »

ط$_2$ - ط$_1 = 0$ اذا كانت السرعة منتظمة

مثال كرتان كتلتاهما ٩٠ جم ، ٦٠ جم تتحركان فى خط مستقيم أفقى ملساء فى مستوى رأسى ثابت ى وكانت اذا حتيفا بداية الزمن هى بالقاعيتر تقطى بالمعادلتين ف١ = ٤٠ ن ى ، ف٢ = ١٠٠ ن ى على الترتيب ، متباينين فى الاسم فاذا تصادمت الكرتان وصارتا جسماً واحداً بعد التصادم . أوجد مقدار السرعة المشتركة لهما وحدد مقدار وكذلك اتجاه السرعة الزاوية المشتركة بعد التصادم اذا علم ان نصف قطر كل كرية ١٠ سم

الحل

ف١ = ٤٠ ن ى ∴ ع١ = ف١ = ٤٠ ى

ف٢ = ١٠٠ ن ى ∴ ع٢ = ١٠٠ ى

∴ ك ع١ + ك ع٢ = (ك + ك) ع

∴ ٩٠ × ٤٠ ى + ٦٠ × ١٠٠ ى = ١٥٠ ع

∴ ع = ١٠٤ ى

∴ ع = ١٠٤ م/ث

الدفع الواقع على ك = ك (ع - ع١)

د = ٩٠ (١٠٤ ى - ٤٠ ى)

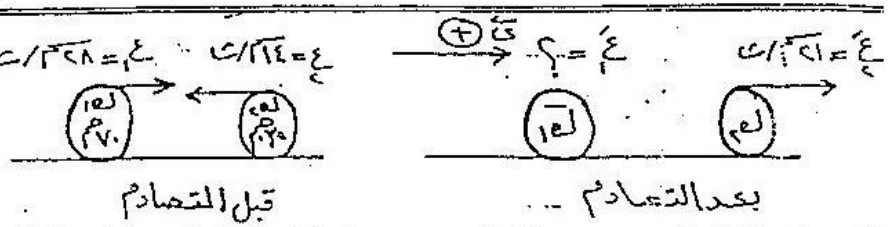
د = ٩٠ × ٦٤ = ١٢٦ ى

∴ ق = د / ن = ١٢٦ × ٩٠ × ١/٥ = ٦١٢٠٠ ى

∴ ق = ٦١٢٠٠ ى

∴ ق = ٦١٢٠٠ نيوتن

مثال كرتان ملساوان كتلتاهما ٧٠ ، ٢٠ جم تتحركان على خط مستقيم أفقى وفى اتجاهين متضادين بسرعة ٤٨ م/ث ، ٢٤ م/ث على الترتيب. اصطدمتا وارتدت الكرة الثانية بسرعة ٢١ م/ث - أوجد مقدار واتجاه سرعة الكرى بعد التصادم مباشرة - ومقدار دفع أى منهما على الأخرى وضغط أى من الكرتين على الأخرى عند التصادم اذا كان زمن التلامس بينهما ١٠ر٠ من الثانية ، وطاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم



نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه سرعة الكرى قبل التصادم ونطبق معادلة الاحتفاظ بكمية الحركة

ك ع + ك ع = ك ع + ك ع

∴ ٧٠ × ٤٨ + ٢٠ × (-٢٤) = ٧٠ ع + ٢٠ × ٢١

∴ ٣٣٦٠ - ٤٨٠ = ٧٠ ع + ٤٢٠

∴ ٧٠ ع = ٢٤٠٠

∴ ع = ٣٤٢٨٥٧ م/ث

∴ ع = ٣٤٢٨٥٧ م/ث فى نفس اتجاه الكرى

الدفع الواقع على ك : د = ك (ع - ع) = التغير فى كمية الحركة

∴ د = ٧٠ (١٠ر٠ - ٢٨)

∴ د = ١٢٢٥٠٠٠ داين.ث

، قوة التماس بين الجسمين = ق حيث ق = د / ن

∴ ق = ١٢٢٥٠٠٠ / ١٠ر٠ = ١٢٢٥٠٠٠٠٠ داين

ن = ١٢٢٥٠٠٠٠٠ / ٩٨٠ = ١٢٥٠ ث.هم

مجموع طاقتا حركة الجسمين قبل التصادم $= \frac{1}{2} ل ع_1^2 + \frac{1}{2} ل ع_2^2$

$= \frac{1}{2} \times ٢٠٨٧٠ \times (٢٨)^2 + \frac{1}{2} \times ٢٠٨ \times (١٤)^2$

$= ٢٠٨٧٠$ ا.ج

مجموع طاقتا حركة الجسمين بعد التصادم $= \frac{1}{2} ل ع_1^2 + \frac{1}{2} ل ع_2^2$

$= \frac{1}{2} \times ٢٠٨٧٠ \times (١٠٫٥)^2 + \frac{1}{2} \times ٢٠٨ \times (٢١)^2$

$= ١١٠٥٧٦٫٥$ ا.ج

∴ طاقة الحركة المفقودة $= ٢٠٨٧٠ - ١١٠٥٧٦٫٥ = ١٩٢٩٢٫٧٥$ ا.ج

(٣) كرة ملساء كتلتها ٤ كجم تتحرك بسرعة ٢٧ م/ث صدمت كرة أخرى ملساء ساكنة كتلتها ٨ كجم فتحركت الساكنة عقب الصدمة مباشرة بسرعة ٢٤ م/ث فى نفس اتجاه حركة الكرة الأولى أوجد :-

① السرعة التى تتحرك بها الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة .

② طاقة الحركة المفقودة بالتصادم .

الحل

قبل التصادم ... بعد التصادم

① نفرض الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الأولى قبل التصادم

$\therefore ل ع_1 + ل ع_2 = ل ع_1' + ل ع_2'$

$\therefore ٤ \times ٢٧ + ٨ \times$ صفر $= ٤ ع_1' + ٨ \times ٢٤$ $\quad \therefore ع_1' = -٣$ م/ث

∴ الكرة الأولى ترتد بعد التصادم بسرعة ٣ م/ث .

② طاقة حركة الجسمين قبل التصادم $= \frac{1}{2} ل ع_1^2 + \frac{1}{2} ل ع_2^2$

$= \frac{1}{2} \times ٤ \times (٢٧)^2 +$ صفر ا.ج

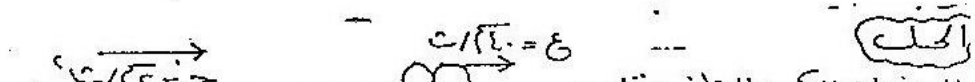
طاقة حركة الجسمين بعد التصادم $= \frac{1}{2} ل ع_1'^2 + \frac{1}{2} ل ع_2'^2$

$= \frac{1}{2} \times ٤ \times (٣)^2 + \frac{1}{2} \times ٨ \times (١٢)^2$ ا.ج

ثم تحسب الطاقة المفقودة بالتصادم = الطاقة قبل − الطاقة بعد التصادم

(٤) تتحرك كرة كتلتها ٦٠ جم بسرعة منتظمة ٤٠ سم/ث وبعد مرورها بموضع معين بزمن قدره ٦٠ ثانية تحركت كرة أخرى من نفس الموضع كتلتها ٤٠ جم بسرعة ابتدائية ٩٠ سم/ث وبعجلة تزايدية ٢ سم/ث² فى نفس اتجاه حركة الأولى . وتصادمت الكرتان وكونتا جسماً واحداً . أوجد السرعة المشتركة لهما بعد التصادم ، وإذا لاقى هذا الجسم مقاومة من الهواء قدرها ٨ ث جم حتى سكن أوجد المسافة التى قطعها حتى سكن .

الحل



نفرض أن الكرة الثانية تلحق بالأمامية بعد زمن ن ثانية من بدء حركة الثانية .

المسافة التى تحركتها الثانية فى زمن ن ثانية ف $= ع ن + \frac{1}{2} ح ن^2$

$\therefore ف_1 = ٩٠ ن + \frac{1}{2} \times ٢ \times ن^2 = ٩٠ ن + ن^2$ سم

المسافة التى تحركتها الأولى فى زمن $(ن + ٦٠)$ ث $= ف_2 = ع ن$

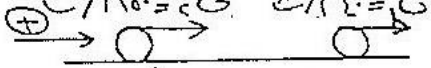
$\therefore ف_2 = ٤٠ (ن + ٦٠) = ٤٠ ن + ٢٤٠٠$

$\therefore ف_1 = ف_2 \Leftarrow ٩٠ ن + ن^2 = ٤٠ ن + ٢٤٠٠ \Leftarrow ن = ٣٠$ ث

لحظة التصادم :- سرعة الكرة الأمامية ع$_1$ = ٤٠ سم/ث ، ل ع$_1$ = ٦٠ جم

سرعة الخلفية ع$_2$ = ع$_1$ + ح ن = ٩٠ + ٢ × ٣٠ = ١٥٠ سم/ث

، ل ع = ٤٠ جم



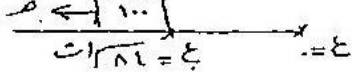
$\therefore ل ع_1 + ل ع_2 = (ل ع_1 + ل ع_2) ع$

$\therefore ٦٠ \times ٤٠ + ٤٠ \times ١٥٠ = (٦٠ + ٤٠) ع$ $\quad \therefore ع = ٨٤$ سم/ث

∴ الكرتان تتحركان كجسم واحد على المستوى بسرعة ابتدائية ٨٤ سم/ث

، ل ح = ـ م $\quad \therefore ١٠٠ ح = -١٠٠ \times ٩٨٠$

$\therefore ح = -١٩٦$ سم/ث²



، ع = ع$_0$ + ح ن

$\therefore ٠ = ٨٤ - ١٩٦ ن$ $\quad \therefore ن = \frac{٣}{٧}$ ث

مثال: أن قطعة مستقيمة أفقية طولها ١٥ م. بدأت كرة ملساء كتلتها ٢٠ جم تتحرك من م إلى ب بسرعة منتظمة ١٠ م/ث. وفى نفس اللحظة تحركت كرة ملساء أخرى كتلتها ٣٠ جم من ب إلى م بسرعة منتظمة ٢٥ م/ث. تصادمت الكرتان وكونتا جسماً واحداً اصطدم بحائط رأسى.
وطاقة الحركة المفقودة بالتصادم.

الحل: ع = ١٠ م/ث ، ع = ٢٥ م/ث

نفرض أن الكرتان تصادمتا عند الموضع هـ بعد زمن قدره ن ثانية من بداية حركتهما

المسافة التى قطعتها الأولى فى زمن ن = ف١
حيث ف١ = ½ صـ ن² = ½ × ١٠ × ن² = ٥ ن² م
المسافة التى قطعتها الثانية فى زمن ن = ف٢
حيث ف٢ = ع ن + ½ صـ ن² = ٢٥ ن − ٥ ن² م
∴ ف١ + ف٢ = ١٥ م
∴ ٥ ن² + ٢٥ ن − ١٥ = ٠ ⋯ ن = ٣ ث

سرعة الأولى عند (ن = ٣ ث) = ع = صـ ن = ٢٠ م/ث

∴ ل ع + ل ع = (ل + ل) ع
∴ ٢٠ × ٢٠ − ٢٠ ع = ٤٠ ع
∴ ع = ٤ م/ث

وفى نفس اتجاه حركة الأولى

طاقة حركة الجسم قبل التصادم = ½ × ٢٠ × (٢٠)² + ½ × ٣٠ × (٢٥)²
= ٧٥٢٥ جول

طاقة حركة الجسم بعد التصادم = ½ (ل + ل) ع² = ½ × ٥٠ × ١٦ = ٤٠٠ جول

∴ الطاقة المفقودة = ٧٥٢٥ − ٤٠٠ = ٧١٢٥ جول

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(٦) تتحرك كرتان كتلتاهما ٢٠، ٨٠ جم على منضدة أفقية خشنة فى اتجاهين متضادين وكانت سرعة كل منهما لحظة التصادم ٤ م/ث. وتحركت الكرتان كجسم واحد بعد التصادم ويكمن هذا الجسم بعد أن قطع مسافة ٢٠ سم.
أوجد: ① السرعة المشتركة للكرتين بعد التصادم مباشرة.
② دفع أى من الكرتين على الأخرى.
③ قوة المقاومة لحركة الكرتين بالنيوتن.

قبل التصادم: ع = ٤ م/ث (ل = ٢٠٠ جم) ، ع = ٤ م/ث (ل = ٨٠٠ جم)
بعد التصادم: ع = ؟؟ ، (ل + ل = ١٠٠٠ جم)

① نفرض أن اتجاه الجسم هو اتجاه حركة الكبرى
∴ ل ع + ل ع = (ل + ل) ع
∴ (٨٠٠ × ٤) + (٢٠٠ × ٤) = ١٠٠٠ ع
∴ ع = ٣٫٢ م/ث فى اتجاه حركة الكرة الكبرى

② الدفع الواقع على الكرة الثانية = مقدار التغير فى كمية حركتها
∴ د = ل (ع − ع)
∴ د = ٠٫٨ (٣٫٢ − ٤)
∴ د = −٠٫٦٤ نيوتن ث
∴ مقدار الدفع = ٠٫٦٤ نيوتن ث

③ ∵ ع² = ع² + ٢ جـ ف
∴ (٣٫٢)² = (٤)² + ٢ جـ × ٠٫٢
∴ جـ = −٩٫٦ م/ث²
∴ ل جـ = −م (معادل حركة جسم)
∴ ١ × −٩٫٦ = −م
∴ م = ٩٫٦ نيوتن.

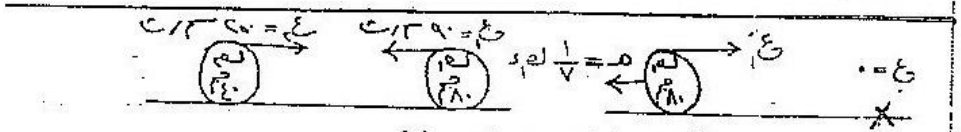
اتجاه الحركة
ل = ١ كجم ، ف = ٣٠ سم
ع = ٢٫٤ م/ث
ع = ٠

⑦ كرتان ملساوان كتلتاهما ٨٠، ٤٠ جم تتحركان على خط مستقيم واحد كل منهما نحو الأخرى على مستوى أفقى فاذا تصادمت الكرتان عندما كانت سرعتاهما ٩٠، ٢٥٠ سم/ث على الترتيب. فاذا ارتدت الكرة الأولى عقب التصادم وسكنت بعد أن قطعت مسافة ٧٠ سم نتيجة لمقاومة المستوى لها ومقدارها $\frac{1}{7}$ وزن الكرة أوجد :-

① سرعة كل من الكرتين بعد التصادم مباشرة .

② دفع كل من الكرتين على الأخرى .

③ قوة رد الفعل الدفعى اذا كان زمن تصادم الكرتين $\frac{1}{10}$ من الثانية .



سنوجد سرعة الكرة الأولى بعد التصادم

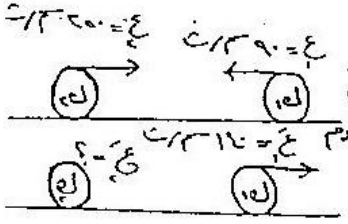
معادلة حركة الكرة تحت تأثير المقاومة :

$\because$ ل١ حـ = −م $\Rightarrow$ ل١ حـ = $-\frac{1}{7}$ ل١ ، $\therefore$ حـ = −١٤٠ سم/ث^2

، ع = ٠ ، ف = ٧٠ سم ، حـ = −١٤٠ سم/ث^2

$\because$ ع^2 = ع$_1^2$ + ٢ حـ ف $\Rightarrow$ ٠ = ع$_1^2$ − ٢ × ١٤٠ × ٧٠ $\therefore$ ع$_1$ = ١٤٠ سم/ث

عند التصادم نفرض الاتجاه الموجب هو اتجاه سرعة ارتداد الأولى



$\therefore$ ل١ ع١ + ل٢ ع٢ = ل١ ع١′ + ل٢ ع٢′

$\therefore$ −٨٠ × ٩٠ + ٤٠ × ٢٥٠ = ٨٠ × ١٤٠ + ٤٠ ع٢′

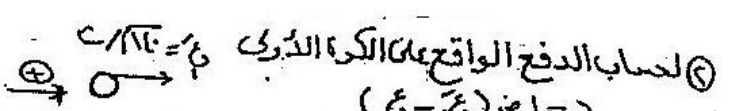
$\therefore$ −٧٢٠٠ + ١٠٠٠٠ = ١١٢٠٠ + ٤٠ ع٢′

$\therefore$ ع٢′ = −٣٠ سم/ث ... الكرة ترتد بسرعة ٣٠ سم/ث

$\therefore$ سرعة ارتداد الأولى (الكبرى) = ١٤٠ سم/ث

وسرعة ارتداد الثانية (الصغرى) = ٢١٠ سم/ث

⑥ لحساب الدفع الواقع على الكرة الأولى



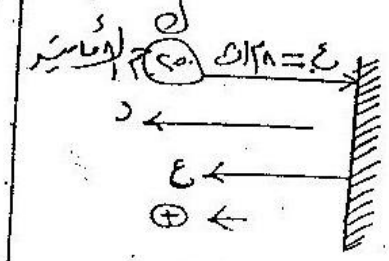
د = ل (ع − ع١)

$\therefore$ د = ٨٠ [١٤٠ − (−٩٠)] = ٨٠ × ٢٣٠ = ١٨٤٠٠ داين.ث

② $\because$ د = ٥ ح $\therefore$ ح = $\frac{د}{٥}$ = $\frac{١٨٤٠٠}{١٠/١}$ = ١٨٤٠٠٠ داين

⑧ تتحرك كرتان ملساوان كتلتاه كل منهما ٢٠٠ جم فى خط مستقيم واحد على تضاد أفقى أملس بسرعة ٨ سم/ث فى نفس الاتجاه وبينهما مسافة معينة . فاذا اصطدمتا الكرة الأمامية بحاجز ثابت عمودى على اتجاه حركتها وارتدت بعد التصادم لتصطدم الكرة الخلفية وترتد مرة أخرى بسرعة ٤ سم/ث أوجد مقدار سرعة الكرة الخلفية بعد التصادم إذا علم أن دفع الحاجز على الكرة الأمامية = ٢٫٥ نيوتن.ث

أولاً :. تصادم الكرة الأمامية والحاجز :.



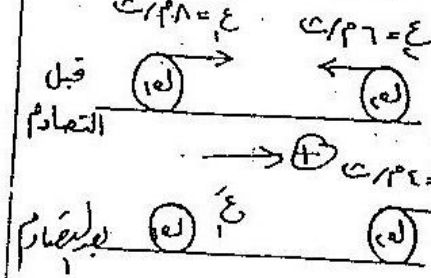
نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه سرعة الارتداد عن الحاجز

$\therefore$ ع = −٨ سم/ث ، ع = ؟ ، د = ٢٫٥ نيوتن.ث

$\therefore$ د = ل (ع + ع)

$\therefore$ ٢٫٥ = $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ (ع + ٨) $\Rightarrow$ ع = ٢٦ سم/ث

ثانياً :. تصادم الكرتين بعد ذلك :.



نفرض ان الاتجاه الموجب هو اتجاه سرعة الكرة الخلفية لهم قبل التصادم

$\therefore$ ل ع١ + ل ع٢ = ل ع١′ + ل ع٢′

$\therefore$ ٢٠٠ × ٨ + ٢٠٠ (−٦) = ٢٠٠ ع١′ + ٢٠٠ × ٤

$\therefore$ ٨ − ٦ = ع١′ + ٤ $\Rightarrow$ ع١′ = −٢ سم/ث

$\therefore$ الكرة الخلفية ترتد بسرعة ٢ سم/ث

(٩) عند عمل أساس إحدى العمارات استخدمت مطرقة كتلتها ٤٨٠ كجم لتسقط من ارتفاع ٥ م رأسياً لتدق على عمود خرساني كتلته ١٢٠ كجم فيكون نادماً جسماً واحداً ثم يغوص في الأرض مسافة ٤ سم أوجد:
(أولاً) السرعة المشتركة للمطرقة والعمود بعد الصدام مباشرة
(ثانياً) دفع المطرقة للعمود
(ثالثاً) متوسط مقاومة سطح الأرض للمطرقة والعمود
(رابعاً) طاقة الحركة المفقودة نتيجة للتصادم

الحل
(أولاً) سرعة المطرقة قبل الصدام مباشرة
$ع_1^2 = ع_0^2 + 2جف = 0 + 2 \times 9,8 \times 5$
$\therefore ع_1 = 7$ م/ث

عند الصدام $ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع$
$\therefore 480 \times 7 + 120 \times 0 = (480 + 120) ع$
$\therefore$ السرعة المشتركة $ع = 5,6$ م/ث

(ثانياً) دفع المطرقة للعمود = مقدار التغير في كمية حركة العمود
$= ك_2 (ع - ع_2) = 120 (5,6 - 0) = 672$ كجم م/ث

(ثالثاً) معادلة الحركة الجسيمية داخل الأرض
$ل = ك_1 + ك_2 - م$
$ك_1 + ك_2 = 600$ كجم
$م = 600$ كجم
$ف = (م - ك) 600$
$\frac{196}{2} = (9,8 - م) 600$
$\therefore م = 4008$ نيوتن $= \frac{4008}{9,8} = 409$ كجم

(رابعاً) طاقة حركة الجسيمة قبل الصدام
$= \frac{1}{2} ك_1 ع_1^2 + \frac{1}{2} ك_2 ع_2^2$
$= \frac{1}{2} \times 480 \times 49 + 0 = 11760$ جول

طاقة حركة الجسيمة بعد الصدام $= \frac{1}{2} (ك_1 + ك_2) ع^2$
$= \frac{1}{2} \times 600 \times (5,6)^2 = 9408$ جول

$\therefore$ طاقة الحركة المفقودة $= 11760 - 9408 = 2352$ جول

(١٠) قذفت كرة كتلتها ٢ كجم بسرعة ٢١ م/ث على مستوى أفقي ضد مقاومات تعادل $\frac{1}{14}$ من وزنها وبعد ١ ث من اصطدامها كرة أخرى مماثلة لها في الكتلة وتتحرك بسرعة ١٧ م/ث في اتجاه الصدام. فإذا تحركت الكرتان معاً كجسم واحد بعد الصدام أجب:
(١) السرعة المشتركة بعد الصدام
(٢) دفع كل من الكرتين على الأخرى
(٣) مقدار قوة التضاغط بين الكرتين إذا كان زمن الصدام $\frac{1}{49}$ من الثانية

الحل
نوجد سرعة الكرة الأولى قبل الصدام
$\therefore$ ك ع = ك ع + د ز
$\therefore$ ع = ع + د ز
$\therefore$ ع = ٢١ − ١٠ × $\frac{1}{14}$ × ٩,٨ = ١٤ م/ث

(أولاً) عند الصدام
$\therefore ك_1 ع_1 + ك_2 ع_2 = (ك_1 + ك_2) ع$
$\therefore 2 \times 14 + 2 \times 17 = 4 ع$
$\therefore ع = 15,5$ م/ث

وفي اتجاه سرعة الكرة الأولى

(ثانياً) الدفع الواقع على ك: د = ك (ع − ع)
د = ٢ (١٥,٥ − ١٤) = ٣ كجم م/ث

$\therefore$ مقدار الدفع = ٣ نيوتن ث

(ثالثاً) $ف = \frac{د}{ز} = \frac{3}{\frac{1}{49}} = 147$ نيوتن

$ف = م \times (ع - ع)$

(١١) اطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم بسرعة افقية مقدارها ٥٠ م/ث على قطعة خشبية كتلتها ٤ كجم موضوعة على نضد افقى فاستقرت فيها وكونتا جسماً واحداً. اوجد سرعة هذا الجسم بعد التصادم مباشرة ، واذا اوت هذا الجسم بسرعة ٣ م/ث بعد اصطدامه بحاجز ثابت على النضد وعمودى على اتجاه الحركة فاوجد دفع الحاجز على الجسم علماً بان المقاومة لحركته = ١ نيوتن وان الحاجز يبعد ٤ سم عن موضع الكتلة الخشبية قبل اطلاق الرصاصة

الحل

عند التصادم

$\therefore ل_1ع_1 + ل_2ع_2 = (ل_1 + ل_2)ع$

$\therefore 0.02 \times 150 + 4 \times 0 = (0.02 + 4)ع$ ∴ ع = ٧٥ سم/ث

بعد التصادم مباشرة يتحرك الجسم بسرعة ٧٥ سم/ث نحو الحاجز

$\therefore ل = ل_1 + ل_2 = 4.02$ كجم

$\therefore ع^2 = ع_0^2 + 2جـف$

$\therefore ع^2 = (75)^2 + 2 \times -\frac{1}{4} \times 4.02 \times 0.04$ ∴ ع = ٧٤ سم/ث

عند التصادم بالحاجز

ع = ٧٤ سم/ث

ع = ٣٠ سم/ث

$د = ل(ع + ع_0)$ ∴ $د = 4.02(74 + 30)$

∴ $د = 4.02 \times 104 = 418.08$ ث. ديناً

= ٤٠٢ كجم.سم/ث

(١٢) جسم كتلته ٤ كجم موضوع على سطح افقى أملس أثرت عليه قوة مقدارها ٨ نيوتن لمدة ٤ ث وعند انقطاع تأثير القوة اصطدم هذا الجسم بجسم آخر ساكن كتلته ٢ كجم. فاذا ارتد الجسم الاول بسرعة ١ م/ث اوجد سرعة الجسم الثانى بعد التصادم مباشرة

الحل

∵ سرعة الجسم عند لحظة انقطاع القوة

= سرعته الابتدائية + التغير فى السرعة

$\therefore ع = ع_0 + جـ ن$

$\therefore ع = 0 + \frac{1}{4} \times 8 \times 4$ ∴ ع = ٨ م/ث

عند التصادم

نفرض ان اتجاه حركة الجسم الاول قبل التصادم ← ع = ٨ م/ث

بعد التصادم ← ع = ١ م/ث

(١) ل ← (٢) ل

قبل ←

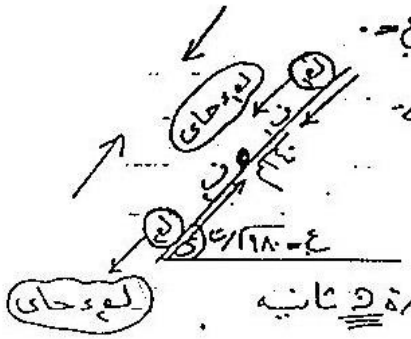
$\therefore ل_1ع_1 + ل_2ع_2 = ل_1ع_1' + ل_2ع_2'$

$\therefore 4 \times 8 + 2 \times 0 = 4 \times -1 + 2ع_2'$

$\therefore 32 = -4 + 2ع_2'$ ∴ ع = ١٨ م/ث

(١٣) مستوى مائل أملس يميل على الأفق بزاوية جا هـ = ٠,٦ وطوله ٤ م ترك جسم كتلته كيلوجرام واحد ليهبط من قمة المستوى ، وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر كتلته ٢ كجم من اسفل المستوى فى خط رأسى بسرعة ٩٨ م/ث وتصادم الجسمان وكونا جسماً واحداً بعد التصادم مباشرة اوجد السرعة المتجهة للجسم بعد التصادم والزمن الذى يمضى حتى يسكنا معاً.

الحل



الحل

الجسم الهابط يتحرك لأسفل المستوى بعجلة منتظمة ∴ ع = ء حالى

والجسم المقذوف لاعلى المستوى يتحرك بعجلة منتظمة ∴ ء حالى

نفرض أن الجسمين يتصادمان بعد زمن قدره ن ثانية من بدء حركتيهما .

الجسم الهابط ∴ ف١ = ١/٢ حـ ن٢ = ١/٢ × ء حالى × ن٢

∴ ف١ = ٢,٤٥ ن٢ متر

الجسم الصاعد :

ف = ع ن + ١/٢ حـ ن٢ حيث حـ = - ء حالى

∴ ف٢ = ٩,٨ ن - ١/٢ × ٩,٨ × ن٢

∴ ف٢ = ٩,٨ ن - ٢,٤٥ ن٢ متر

∵ ف١ + ف٢ = ١,٤ ⇐ ٩,٨ ن = ١,٤ ⇐ ن = ١/٧ ث

لحظة التصادم : سرعة الجسم الهابط ع = حـ ن = ١/٧ × ٩,٨ = ٢٧٠ سم/ث

سرعة الجسم الصاعد ع = ع + حـ ن

∴ ع = ٩٨٠ - ٩,٨ × ١/٧ = ٩١٠ سم/ث

نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه خط البرميل لأعلى

∴ لع٢ + لع١ = ع (لء١ + لء٢)

∴ (٢١ - ٧٠) + (٩١٠ × ١٠) = ١١٠ ع ⇐ ع = ٨٢٠,٩١ سم/ث

∴ الجسمان يتحركان معاً لأعلى المستوى بسرعة ابتدائية ع = ٨٢٠,٩١ سم/ث وبعجلة منتظمة

حـ = - ء حالى = - ١/٧ × ٩٨٠ = - ١٤٠ سم/ث٢

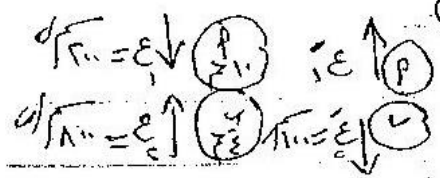
ويمكننا هذا الجسم عندما تكون ع = ٠

∴ ع = ع + حـ ن

∴ ٠ = ٨٢٠,٩١ - ١٤٠ ن ∴ ن = ٥,٨٦ ثانية

مثال (١٤) جسم (أ) كتلته ١٠ جم تحرك رأسياً لأعلى من سطح سطح آخر (ب) كتلته ٤ جم تحرك رأسياً لأعلى عندما كانت سرعة أ = ٢٠٠ سم/ث وسرعة ب = ٨٠٠ سم/ث فارتد الجسم (ب) رأسياً لأسفل بسرعة ١٠٠ سم/ث بينما ارتد الجسم (أ) رأسياً لأعلى وبعد ١/٧ ثانية اصطدم الجسم أ بالجسم آخر (ب) كتلته ١٠٠ جم تحرك رأسياً لأسفل بسرعة ١٢ سم/ث وكونا جسماً واحداً . أوجد السرعة المشتركة للجسمين (أ ∪ ب) بعد التصادم .

الحل



حركة النظام (أ ∪ ب)

لع٢ + لع١ = لع٢ + لع١

∴ ١٠ × ٤ + ٣٠ × ١٠ = ٨١٠ × ٤ + ١٠ ع١

مثل

∴ ع١ = ٤٠٠ + ٢٤٠٠ + ٣٠٠٠ = ٦٠١٠ سم/ث لأعلى

سرعة أ بعد ١/٧ ث

ع = ع - حـ ن

∴ ع = ٩١٠ × ١/٧ - ١٦٠ = ٢٠ سم/ث

تصادم (أ ∪ ب) مع (حـ)

نفرض الاتجاه الموجب لأسفل

لع٢ + لع١ = (لع٢ + لع١) ع

∴ ١٢ × ١٠٠ - ٢٠ × ١١٠ = ١١٠ ع ∴ ع = ٢٠ سم/ث لأسفل

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

مثال ٩ قذف جسم كتلته ١ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ١١,٩ م/ث وبعد ثانية واحدة من لحظة قذف قذف جسم آخر كتلته ٠,٥ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ١٦,١ م/ث من نفس الموضع فاذا كان الجسمان جسماً واحداً بعد التصادم مباشرة أوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم عن سطح الأرض

الحل

نفرض أن الجسم الأول اصطدم بالجسم الثانى بعد ن ث

∴ الجسم الأول استغرق زمن = (ن + ١) ث

ف١ = ع ن − ½ ج ن٢

ف١ = ١١,٩ (ن + ١) − ٤,٩ (ن + ١)٢

= ١١,٩ ن + ١١,٩ − ٤,٩ ن٢ − ٩,٨ ن − ٤,٩

= ٧ + ٢,١ ن − ٤,٩ ن٢ متر

ف٢ = ١٦,١ ن − ٤,٩ ن٢ متر

∴ ف١ = ف٢

∴ ٧ + ٢,١ ن − ٤,٩ ن٢ = ١٦,١ ن − ٤,٩ ن٢

∴ ١٤ ن = ٧ ∴ ن = ½ ث

∴ تصادم الجسمان بعد ½ ث من لحظة قذف الثانى

∴ يكون الجسمان على ارتفاع = ف١ = ف٢ = ١٦,١ × ½ − ٤,٩ × ¼ = ٦,٨٢٥ متر

سرعة الأول لحظة التصادم ع١ = ع − ج ن

= ١١,٩ − ٩,٨ × ½ = ٦,٨ م/ث ↓

سرعة الثانى لحظة التصادم ع٢ = ١٦,١ − ٩,٨ × ½ = ١١,٢ م/ث ↑

نفرض أن كتلة الجسم الناتج = ك رأسياً لأعلى

∴ ك ع = ك١ ع١ + ك٢ ع٢

∴ ١ × ك = ١ × ١,٥ + ٠,٥ × ١١,٢

∴ ع = ٧,٦ م/ث رأسياً لأعلى

أقصى ارتفاع = ع٢ / ٢ج = ٧,٦٢ / ٢ × ٩,٨ = ٢,٩ متر

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض = ٦,٨٢٥ + ٢,٩ = ٩,٧٢٥ متر

الحل

(أولاً) الوضع الأول

① ف = ف١ + ف٢ = ٢ ن + ٤ ن٢ = ٥ ع

الطاقة = √(٣٢ + ٤٢ + ٥٢) = ٥√٢ نيوتن

د = ف ن ن

= ٥√٢ × ٢ = ١٠√٢ نيوتن . ث

② ف = ف١ + ف٢ + ف٣ = (٢ ن + ١) ن + (٢ ن + ١) ن

∴ ك = ك × ٥

∴ ع = ½ ع + ½ (٢ ن + ١) ن + (٢ ن + ١) ن

∴ ½ = ½ ع + ٤ ن + ٢ ن + ١

∴ ½ ع = −٦ ن − ½ ← ع = −١٢ ن − ١

∴ ب = −١٢ ، ب + ١ = −١١

∴ ب = −١٢ ، ب = −١٣

③ د = ∫ ف ن ن = ∫ (٢ ن + ١)٢ ن ن

= [⅓ ن٣ + ن٢ + ن]

(ثانياً) د = ∫ ف ن ن = [⅓ ن٣ + ن٢ + ٥ ن]

د = ٦ نيوتن . ث

د = ∫ ف ن ن = مساحة شبه المنحرف = ½ × ١٠ × ٤ + ٢ = ٣٠ نيوتن . ث

ثانيا ..... اسئلة الدفع ...

① ∵ د = ن × ∆ع

∴ د = ٠,١٦ × ١٩,٨ × ١٦,٨ = ١٥٦,٨ نيوتن . ث

∵ د = ∆ل (ع − ٠)

∴ ١٥٦,٨ = ٥٠ (ع − ٠)

∴ ع = ٣,١٢٤ م/ث

② ∵ ∆ل = ٥٠ سم ، ∆ع = ٢٧ م/ث ، ك = $\frac{٥}{١٨}$ × ٧,٥ = ٢,٠٨٣ كجم

∵ د = ∆ل (ع − ٠)

∴ د = (٧,٥ − ١٨) × ٥٠ = ٢,٦٥٠ كجم . م/ث

∵ د = ن × ∆ع

∴ ن = $\frac{د}{∆ع}$ = $\frac{٢,٦٥٠}{٠,٤}$ = ٦,٦٢٥ نيوتن

③ ع = ٢ م/ث ، ∆ع = ٤٥ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٢,٥ م/ث ، ∆ل = ٤٠ سم = ٠,٤ م

∵ د = ن × ∆ع

∴ ن = $\frac{د}{∆ع}$ = $\frac{٢,١٨}{١٢,٥}$ = ٠,١٧٤ كجم

∵ د = ∆ل (ع − ٠)

∴ ٢,١٨ = ∆ل (٢ − ١٢,٥)

∴ ∆ل = ٠,٢ م = ٢٠ سم

∴ ل = ٤٠ + ٢٠ = ٦٠ سم

④ ∵ ك = ٠,١ كجم ، ع = ٣٦ م/ث ، ∆ع = ٤٠ م/ث ، ∆ل = ١٥٠ سم

∵ د = ∆ل (ع + ع)

∴ د = ١٥٠ (٣٦ + ٤٠) = ١١٤٠٠ داين

∵ ن = $\frac{د}{ن}$ = $\frac{١١٤٠٠}{١٠^٤}$ = ١,١٤ نيوتن

⑤ ∵ ل = ٤ سم ، ع = ١ م/ث ، د = ٤٨ نيوتن . ث

∵ د = ك (ع + ع)

∴ ٤٨ = ٤ (١ + ع)

∴ ١ + ع = ١٢ ∴ ع = ١١ م/ث

⑥ سرعة تصادم الكرة بسطح السائل

∵ ع = ٢ ع ف

∴ ع = ٢ × ٩,٨ × ٢,٥ ∴ ع = ٧ م/ث

سرعة الكرة فى السائل = ف = ٢,٥ − ١,٢٥ = ١,٢٥ م

∴ الدفع = مقدار التغير فى كمية حركة الكرة

∴ د = ∆ل (ع − ع)

∴ د = ٥٠ (٧ − ١,٢٥) = ٢,٨٧٥ نيوتن . ث

∴ مقدار الدفع = ٢,٨٧٥ نيوتن . ث

⑦ سرعة تصادم الكرة بسطح الأرض

∵ ع = ٢ ع ف

∴ ع = ٢ × ٩,٨ × ٢,٦ ∴ ع = ٨,٤ م/ث

سرعة ارتداد الكرة

∵ ع = ٢ ع − ٢ ع ف

∴ ٠ = ع − ٢ × ٩,٨ × ٢,١٥

∴ ع = ٧ م/ث

∵ د = ∆ل (ع + ع)

∴ د = ١٨ (٨,٤ + ٧) = ٢٧,٤ نيوتن . ث

ثانيا] $\frac{ع}{ن} = \frac{ع}{ن} = \frac{٢١٤}{٢٥} = ٨٦,٤$ ث تقريبا

ثالثا] ضغط الكرة على الأرض = وزنها + قوة الدفع

$\therefore$ ص = ك ع + م

ص = ٨٦,٤ + ٩,٨ × ٢٤٨ = ٩٨٨,٩٨ نيوتن

ك = ٩,٨ ث/ث²

(٨) ل = ٤,٥ ث ، ع = ٢٥ م/ث

قوة الدفع = ٢٧٥٠٠٠ ث/ث²

زمن التلاشى = $\frac{1}{2}$ زمن الصعود

أولا] دفع الهواء = م × ع

$\therefore$ د = $\frac{1}{2}$ × ٢٧٥٠٠٠ = ١٣٧٥٠٠ ث/ث

ثانيا] $\therefore$ د = مقدار التغير فى كمية الحركة

$\therefore$ د = ل (ع + ع.)

$\therefore$ ١٣٧٥٠٠ = ٩,٨ × ٤,٥ (١٠٠٠ + ع.)

$\therefore$ ع = سرعة القذف = ٢٥ م/ث

(٩) سرعة تصادم الكرة بسطح الأرض

ع² = ٢ ك ف

= ٢ × ٩,٨ × ٩٠

$\therefore$ ع = ٤٠ م/ث

$\therefore$ ضغط الكرة على الأرض = وزنها + قوة الدفع

$\therefore$ ص = ك م + $\frac{ل (ع + ع.)}{د}$

$\frac{ل (ع + ع.)}{د}$ + ٩٨٠ × ٩٠ = ٩٨٠ × ١٠٠٠ × ١,٤

$\therefore$ ٩٨٠٠٠ = ١٤ (ع + ٤٠)

$\therefore$ ع + ٤٠ = ٧٠٠

$\therefore$ ع = ٦٦٠ م/ث

$\therefore$ سرعة ارتداد الكرة = ٦٦٠ م/ث

$\therefore$ ع² = ع.² − ٢ ك ف

$\therefore$ (٦٦٠)² = ٤٠² + ٢ × ٩٨٠ ف

$\therefore$ ف = ٢٠٠ م

(١٠) ل = ٢,١٥ كجم ، ع = ٢٤٠٠ ، ع. = ١٢٠٠ سم/ث

قوة اندفاع الطائرة = قوة اندفاع الغازات

$\therefore$ م × ك = ل (ع − ع.)

م × ١٢ = ٢,١٥ (٢٤٠٠ − ١٢٠٠)

$\therefore$ م = ١٢٠٥ نيوتن

(١١) قوة اندفاع الصاروخ لأعلى = قوة اندفاع الغازات لأسفل

$\therefore$ م × ٤٠ = ل (ع + ع.)

$\therefore$ م × ٥٠ = ٦ (٤٤١٠ × $\frac{٥}{١٨}$ + ٠)

$\therefore$ م = ١٤٧٠ نيوتن = $\frac{١٤٧٠}{٩,٨}$ = ١٥٠ كجم

(١٢) $\therefore$ م × ن = ل (ع − ع.)

$\therefore$ ٢٠ × ٢٥ = ٢٠ (ع − ٠)

$\therefore$ ع = ٥٠ م/ث

(١٣) م × ن = ل (ع − ع.)

$\therefore$ ٦٠ × ن = ٦٠ × $\frac{٢٩,٤}{١٠٠}$ × ١٢٦٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٢٧,٤ نيوتن

= ١٤ ث/كجم

المراجعة النهائية

٢٠١٧

فى

الرياضيات

للصف الثالث الثانوى

ديناميكا

الشغل والطاقة

إعداد

أ/ السيد عبد المجيد سعيد طه

" موجه أول الرياضيات "

الشغل

تعريف يعرف الشغل المبذول بواسطة القوة الثابتة ق فى تحريك جسم من موضع ابتدائى أ إلى موضع نهائى ب ويرمز له بالرمز (ش) على أنه حاصل ضرب المركبة المماسية للقوة فى مقدار الإزاحة بحيث يكون على الصورة

ق
P
ف
ب

∴ شغ = ق × ف

وضح معناه أن الشغل كمية قياسية

وإذا كان هـ هى الزاوية المحصورة بين ق ، ف باعتبار ضلوعها خارجة من نقطة واحدة فإن

ق
هـ
ف

شغ = (ق جتا هـ) × ف

= ق ف جتا هـ

هـ حادة ⟵ جتا هـ موجبة ⟵ شغ = موجب (شغل مقاوم)

هـ منفرجة ⟵ جتا هـ سالبة ⟵ شغ = سالب (شغل مقاوم)

هـ = ٩٠° ⟵ جتا هـ = صفر ⟵ شغ = صفر

إذا كانت ق عمودية على ف

شغ = صفر

حالات خاصة حساب الشغل إذا كانت ق توازى ف

(١) ق ⟵ ف ⟵ شغ = ق × ف

(٢) ق ⟵ ف ⟵ الشغل المبذول من المقاومة = − ق ف

(٣) ل = ك ء ⟵ ف ⟵ إذا تحرك جسم كتلته (ك) رأسياً لأسفل فإن الشغل المبذول من قوة الوزن لمسافة (ف) = ك ء ف

(٤) ل = ك ء ⟵ ف ⟵ إذا قذف جسم رأسياً لأعلى مسافة (ف) فإن الشغل المبذول من قوة الوزن = − ك ء ف

الشغل المبذول ضد قوة الوزن = + ك ء ف

⑤ اذا سقط جسم فى ارضه وملية وغاص مسافة (ف) فان:

① الشغل المبذول من قوة الوزن = ك و ف

② الشغل المبذول من المقاومة = - ص ف

③ الشغل المبذول من المقاومة = - ص ف

⑥ اذا صعد جسم على مستوى مائل مسافة (ف) فان
الشغل المبذول من قوة الوزن = - و جتا هـ × ف

⑦ واذا وقف الجسم لأعلى المستوى مسافة (ف) فان الشغل المبذول من الوزن = - و جتا هـ ف
ويكون الشغل المبذول من رجل (ضد الوزن) = و جتا هـ ف

ملاحظة: اذا حدث للجسم عدة ازاحات متتالية تحت تأثير قوة ما فانه الشغل الكلى المبذول من القوة خلال جملة الازاحات = الشغل المبذول خلال الازاحة المحصلة

نتيجة: اذا تحرك جسم من موضع ما تحت تأثير قوة ثم عاد الى نفس الموضع ابتدائى تحت تأثير نفس القوة فان الشغل الكلى خلال الذهاب والعودة = صفر لان ف = صفر

وحدات قياس الشغل هـ

وحدة شـ = وحدة قوة × وحدة ازاحة
= نيوتن . متر (جول)
= داين . سم (ارج)
= ث جم . متر = كيلو جرام متر
جول = ١٠^٧ ارج ، ث جم . متر = ٩٫٨ جول

3 تمارين على الشغل هـ

(١) الشكل المقابل يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم اصبح بالجول الشغل المبذول بواسطة هذه القوة فى الازاحة المبينة

① من ف = ٠ الى ف = ٨ ... ٤٨
② من ف = ٨ الى ف = ١٢ ... ١٢-
③ من ف = ٠ الى ف = ١٢ ... ٣٦

(٢) اثرت قوة متغيرة (ق) مقيسة بالنيوتن على جسم حيث ق = ٢ ف + ٤ اوجد الشغل المبذول من القوة فى الفترة من ف = ٣ متر الى ف = ٥ متر

(٣) جسم تحرك فى خط مستقيم تحت تأثير القوة (ق) نيوتن حيث ق = جا ف ، ف مقاسة بالمتر اوجد الشغل المبذول من القوة عندما تحرك الجسم من

① ف = صفر الى ف = π/٤
② ف = π/٤ الى ف = π/٢
③ ف = π/٢ الى ف = π

(٤) اذا تحرك جسم فى خط مستقيم من النقطة P (٢-، ٢-، ٤) الى النقطة (٥، ٦-، ٢) تحت تأثير القوة ق = ٥ س + ٨ ص فاوجد الشغل المبذول بواسطة هذه القوة = ---- وحدة شغل
∴ القوة تؤثر عمودى (صفر ، ٤٠ ، ٤٠ ، ٨٠)

(٥) جسم كتلته ٢ كجم ومعامل احتكاره ك = ١/٥ تحرك تحت تأثير قوة ق = ١١ الى ق = ١١ (بالمتر) اوجد الشغل المبذول من القوة خلال التوالى الثلاثة الاولى

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(٦) إذا كان متجه موضع جسم فى اللحظة الزمنية (ن) يعطى بالعلاقة
ق = (ن² + ٢ن) ت + (٤ - ٣ن) ك حيث ت // ك // ب ك
(ق بالسنتيمتر ، ن بالثانية) أوجد مقدار القوة المؤثرة على الجسم حيث
ك = ٢ جرام (بالبيوتن) ، أوجد الشغل المبذول من هذه القوة فى الفترة
من ن = ١ ث إلى ن = ٤ ث (١٨٠ جول)

(أكمل فى الصور الآتية)

(٧) قذف حجر كتلته ٤ كجم رأسياً لأعلى من على سطح الأرض
بسرعة ١٤ م/ث . احسب الشغل المبذول من وزن الحجر لأعلى
(وحدة الارتفاع ، س = ١/٢ ل (ع - ع٠)²)

(٨) يتزلج جسم كتلته ١٠ كجم مسافة ٦ متر على مستوى خشن معامل
الاحتكاك الحركى بينهما ٠,٢ ويميل المستوى على الأفق بزاوية ٣٠°
أوجد بوحدة كجم.متر الشغل الذى يبذله كلاً من :
(أ) قوة الوزن (ب) رد فعل المستوى (ج) قوة الاحتكاك

(٩) سيارة كتلتها ٤ طن تصعد مستقيماً بعجل
على الأفق بزاوية جيبها ١/١٠٠ ضد مقاومات
تعادل ٥٠ كجم لكل طن من كتلة السيارة
فاكتسبت سرعة ٤٠ كم/س خلال ١/٤ دقيقة ، فاذا بدأت
السيارة حركتها من السكون . احسب بالجول الشغل المبذول من :
(أولاً) قوة محرك السيارة (ثانياً) قوة المقاومة
(ثالثاً) من وزن السيارة (رابعاً) ضد وزن السيارة
(خامساً) الشغل المبذول من القوة المحصلة للجسم

(١٠) احسب الشغل الذى يبذله رجل كتلته ٧٠ كجم عند صعوده سلماً
طوله ١٦ متر ويميل على الأفق بزاوية جيبها ١/١٠

(١١) قذف جسم سرعته ١٤ م/ث لأعلى مستوى مائل أملس يميل على
الأفق بزاوية جيبها ١/٩٨ احسب الشغل الذى يبذله وزن الجسم
ليصل إلى السكون اللحظى (كتلة الجسم ٢ كجم)

(١٢) أوجد الشغل المبذول فى تحريك كتلة ٥٠ كجم مسافة ٥٠ م لأعلى
مستقيم ميل = ٥ = ل جـ

(١٣) عربة كتلتها ٤٩٠ كجم تتحرك على طريق أفقى استديت فرامله
عندما كانت سرعتها ٤٠ كم/س فوقفت بعد أن قطعت مسافة ١٨ متر
أوجد مقدار مقاومة الفرامل ، والشغل المبذول من المقاومة

(١٤) تحرك جسم كتلته ٤ كجم مسافة ١٢ متر على طريق أفقى تحت تأثير قوة
مقدارها ٤ نيوتن وتميل على الأفق بزاوية جيبها ٠,٦ لأعلى ضد مقاومة
مقدارها ٩٠ جم . أوجد بالجول الشغل المبذول خلال الدقيقة
أدرك جواب كل مما :
(أ) القوة (ب) المقاومة

(١٥) عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه بكيت من الطوب صاعداً
على سلم ارتفاعه ٤ أمتار ، فاذا بذل العامل مقدار ١١٧٦٠ جول حتى وصل الى قمة السلم أوجد كتلة الطوب

(١٦) الشكل المقابل يوضح تأثير قوة متغيرة على جسم
فيكون الشغل المبذول من القوة من ف = ٠ الى ف = ١٢
ي = ... جول

(أ) ٢٠ (ب) ٨ (ج) ٢٤ (د) ٢٤

(١٧) اذا أثرت قوة ثابتة مقدارها ٢ وحدة // محور السينات على جسم فحركته فى
اتجاه محور السينات صافية (ف) ، والشكل المقابل يمثل منحنى (القوة - المسافة)
(١) (٢) (٣) (٤)
ربة الشكل البيانية تصاعدياً طبقاً للشغل الذى بذلته القوة
(أ) (٤) (٣) (٢) (١) (ب) (١) (٢) (٣) (٤) (ج) (٢) (٤) (١) (٣) (د) (٤) (٢) (٣) (١)

طاقة الحركة

تعريف طاقة حركة جسم تعرف بأنها نصف حاصل ضرب كتلته فى مربع مقياس سرعته

$$\text{ط} = \frac{1}{2} \text{ك} |\text{ع}|^2 = \frac{1}{2} \text{ك} \text{ع} \cdot \text{ع}$$

وحدات قياس طاقة الحركة

$$\text{ط} = \frac{1}{2} \text{جم} \cdot (\text{سم/ث})^2 = \text{ارج}$$

$$= \frac{1}{2} \text{جم} \cdot (\text{م/ث})^2 = \text{جول}$$

ملاحظات الكيلووات . ساعة $= 3.6 \times 10^6$ جول $= 3.6 \times 10^{13}$ ارج

مبدأ الشغل والطاقة : التغير فى طاقة حركة جسم عند انتقاله من موضع ابتدائى إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الإزاحة بينهما

أى أن $\text{ط} - \text{ط}_0 = \text{شغ}$

عند تطبيق مبدأ الشغل والطاقة يراعى وحدات القياس

$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = \text{ق} \times \text{ف}$ جتا(θ) حيث (θ) زاوية القوى

جم $(\text{سم/ث})^2 =$ داين . سم $=$ ارج

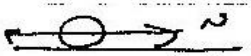
أو جم $(\text{م/ث})^2 =$ نيوتن . متر $=$ جول

ملاحظة إذا كانت ق (محصلة القوى) المؤثرة على الجسم متغيرة المقدار خلال الإزاحة ف فإن

$$\text{ط} - \text{ط}_0 = \text{شغ} = \int_{\text{ف}_0}^{\text{ف}} \text{ق} \, d\text{ف}$$

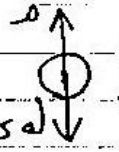
حالات تطبيقية مبدأ الشغل والطاقة

① حركة على مستوى أفقى



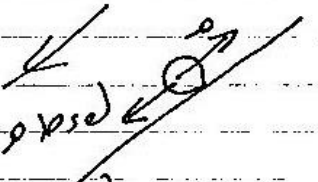
$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = (\text{ق} - \text{م}) \text{ف}$

② حركة داخل أرض رطبة



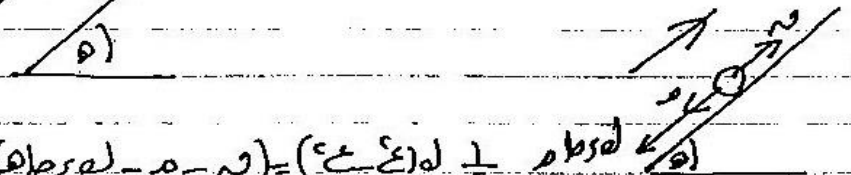
$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = (\text{ك د} - \text{م}) \text{ف}$

③ حركة على مستوى خشن مائل



$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = (\text{ق} \cdot \text{ط} \theta - \text{م}) \text{ف}$

④

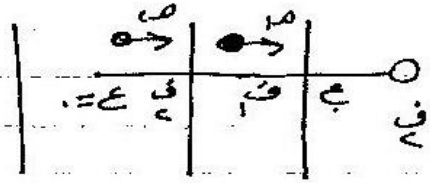


$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = (\text{ق} - \text{م} - \text{ك} \cdot \text{ط} \theta) \text{ف}$

④ رصاصة أطلقت على حاجز (ألح) سيارة أوقف صوتك

$\text{ع} = 0$ ف ع $\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = -\text{م ف}$

⑤ مسائل الزوج والمسافة



$\frac{1}{2} \text{ك} (\text{ع}^2 - \text{ع}_0^2) = -\text{م}_1 \text{ف}_1 - \text{م}_2 \text{ف}_2$

تمارين (الشغل والطاقة)

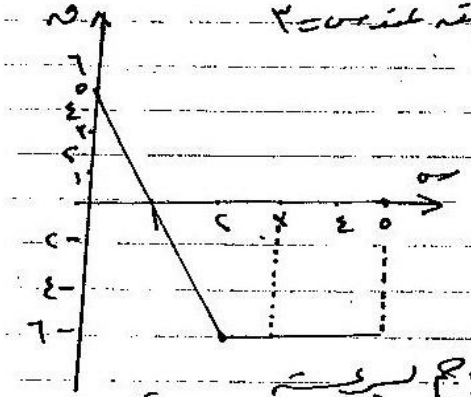
(١) إذا كان $\vec{ق}_1 = (٢، ٤)$، $\vec{ق}_2 = (٦، ٥)$ وتحرك جسم كتلته ١٠ وحدات من م إلى ب تحت تأثير قوة $\vec{ق} = \vec{ق}_1 + \vec{ق}_2$ أوجد الشغل المبذول من القوة (اعتبر المسافة بالمتر).

(٢) جسم كتلته ١ كجم يتحرك بسرعة ثابتة ٢ م/ث أثرت عليه قوة مقاومة فى اتجاه حركته مقدارها (٦ س^٢) نيوتن حيث س المسافة بالمتر. أوجد الشغل المبذول من المقاومة وكذلك س عندما يتوقف الجسم.

(٣) الشكل المقابل يوضح تأثير قوة فى اتجاه الموجب لمحور السينات على جسم كتلته ٢ كجم يسير فى اتجاه الموجب لمحور السينات. تأثرت القوة على الجسم عندما كان س = ٠ م ثم تحرك الجسم ٤ م

(أ) أوجد التغير فى طاقة حركته من س = ٠ إلى س = ٤

(ب) أوجد مقدار طاقة حركته عندما س = ٢



(٤) إذا تحرك جسم كتلته ١ كجم بسرعة ع = ٥ + ٢ص حيث مقدار السرعة بوحدة م/ث فإن طاقة حركته بالارج تساوى $\frac{1}{2}$ ع^٢ = $\frac{1}{2}$ (٥ + ٢ص)^٢ = ١٢٥ + ٢٥ص + ٢ص^٢

(أ) ٦٥٠ (ب) ٤٢٢٥ (ج) ٨٤٥٠ (د) ١١٢٥٠

(٥) الطاقة الحركية لصنج كتلته ٢ كجم يتحرك بسرعة ٥ م/ث تساوى ٢٥ جول فإن كتلة الصنج التى تتحرك بسرعة ١٠ م/ث تساوى ١٠٠ جول

(أ) ٤ كجم (ب) ٨ كجم (ج) ١٢ كجم (د) ١٦ كجم

(٦) سقط جسم كتلته ١ كجم من ارتفاع ١٥٠ متر على الأرض فإن طاقة حركته لحظة وصوله للأرض = ١٥٠٠ جول

(٧) قذف جسم كتلته ٢ كجم بسرعة ٢ م/ث إلى أعلى على خط أكبر ميل لمستوى أملس طوله ١٠ متر وارتفاعه ٥ متر. أوجد طاقة حركته عند وصوله إلى قاعدة المستوى ٢٩٫٤ جول

(٨) جسم كتلته ٤٠ كجم قذف بسرعة ٧٫٥ م/ث على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفق بزاوية ٣٠° أوجد طاقة حركته بعد ٣ ثوان من لحظة قذفه. ع = ع_٠ − جتا ٣٠ × ن

(٩) قطعة كرة كتلتها ١٠٠ جم من ارتفاع ٢٫٦ متر على الأرض اصطدمت بها وارتدت رأسياً إلى أعلى فإذا بلغ النقص فى طاقة حركة الكرة نتيجة الاصطدام بالأرض ١٫٩٦ جول أوجد المسافة التى ارتفعتها الكرة بعد اصطدامها بالأرض. ط = ط_٠ − ط_ف

(١٠) سقط جسم مطاطى من سكون من ارتفاع ٤ متر على أرض أفقية فارتد رأسياً لأعلى فبلغت كمية حركته قبل الاصطدام مباشرة ١٫٩٦ كجم م/ث وطاقة حركته ١٫٩٦ جول. أوجد كتلة الجسم وارتفاع البرج الذى سقط منه الجسم.

مسائل الشغل والطاقة

(١١) الطاقة الحركية لقذيفة كتلتها ٢ جرام وسرعتها ٤٠٠ م/ث تعادل طاقة وضع مختزنة داخل نابض حلزونى مهمل الكتلة ومثبت رأسياً. أوجد مقدار الانضغاط اللازم لهذا النابض.

(١٢) ستة رجال فى كل منهم طوله ٢ متر وارتفاع رءوسهم ٢٫٥ متر أوجد أصغر سرعة لقذف جسم من أسفل قدم أحدهم بحيث يصل الجسم بالكاد إلى أعلى نقطة فى رأس الرجل الذى يليه علماً بأن الجسم يلاقى مقاومة هواء ثابتة ٤ نيوتن.

(١٢) وضع جسم كتلته ٥ كجم عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ٣ متر احسب السرعة التى يصل بها الى قاعدة المستوى علما بان الشغل المبذول ضد مقاومة المستوى = ٨٠ جول

(١٤) قذف جسم كتلته ٥ كجم على خط أكبر ميل لمستوى مائل أملس عميل على الافقى بزاوية جيبها $\frac{1}{2}$ والمثل بسرعة ٢٠ م/ث . احسب التغير فى طاقة حركة الجسم بعد انقضاء ثانيتين واصفا من لحظة القذف

(١٣) احسب السرعة التى يصل بها جسم كتلته ٥ كجم وضع عند قمة مستوى مائل ارتفاعه ٥ متر الى قاعدة المستوى اذا كان مقدار الشغل المبذول ضد المقاومة = ١١٢ جول

(١٥) درج رقائى يتكون من طبقتين ملتحمتين من حديد وخشب فاذا كانت سمك طبقة الحديد ٤ سم وسمك طبقة الخشب ٤ سم . وضع الدرج فى وضع رأسى والحلقت عليه رصاصتان متماثلتان فى الكتلة وتنفذ بسرعة ثابتة متعامدين افقيا فاخترقت الأولى طبقة الحديد وغاصت فى الخشب ٣ سم) واخترقت الثانية الخشب وغاصت فى الحديد ١ سم . اوجد النسبة بين مقدارى مقاومة الحديد والخشب.

(١٦) اثرت قوة مقدارها ١٠ ث.جم على جسم ساكن موضوع على مستوى خشن فحركته فى اتجاهها مسافة ٤ أمتار وفى نهاية هذه المسافة اصبحت طاقة حركته ٤٠ ث.جم.قدم . احسب مقاومة الحركة بثقل الكيلوجرام

(١٨) يرتكز جسم كتلته ٦٠ كجم من السكون على خط أكبر ميل لمستوى مائل ارتفاعه ٢ قدم وطوله ١٠ قدم ، فاذا ابدأ الحركة من اعلى المستوى وكان معامل الاحتكاك الديناميكى بينه وبين المستوى $\frac{2}{11}$ فاوجد طاقة حركته عندما يصل الى قاعدة المستوى

ط - ط = ك د حاه - م ع ف

3) طاقة الوضع

طاقة وضع جسم عند نقطة معينة هى مقدار الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة على الجسم لتحريكه ضد هذا الوضع الى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم الذى تحدث عليه الحركة

ش = ق . ف = ق . (ف - ف)

= - شغل المبذول ضد القوة لازاحة الجسم من و إلى P

طاقة وضع جسم متحرك رأسيا تأثير الجاذبية الأرضية

(١) ش = ل × ف

= وزنه × الارتفاع

(٢) الجسم الذى كتلته (ك) عند قمة مستوى مائل طوله (ل) وارتفاعه (ف) تكون طاقة وضعه ض = ك ع ف

العلاقة بين طاقة الوضع وطاقة الحركة :

(١) اذا تحرك جسم رأسيا تأثير وزنه يكون مجموع طاقة الوضع وطاقة الحركة = ثابت

ط + ض = ط + ض = ط + ض

(٢) اذا كانت ع = ٠ (بدأ من السكون) فان:

ض = ط

(٣) اذا قذف الجسم رأسيا ض = ط وصل الى اقصى ارتفاع عندما ط = ٠ تكون ض = ط

(٣) إذا تحرك جسم على مستوى مائل املس يكون مجموع طاقة الوضع وطاقة الحركة = ثابت عند اى لحظه

(٢) إذا كان المستوى خشن وتحرك الجسم لاسفل المستوى
يكون (طـ + حـ) - (طـ + حـ) = الشغل المبذول ضد المقاومة

(٤) واذا قذف الجسم من قاعدة المستوى يكون
طـ - حـ = الشغل المبذول ضد المقاومة

تمارين (طاقة الوضع)

(١) جسم كتلته ٢٠٠ جم موضوع على ارتفاع ١٠ أمتار من سطح الارض
اوجد طاقة وضع الجسم ، واذا سقط رأسياً ، فاوجد
طاقة حركته عندما يكون على ارتفاع ٢ متر من سطح الارض

(٢) قذف جسم كتلته ١٤٠ جم راسياً لأعلى من قمة برج ارتفاعه ٢٥ م
عن سطح الارض . احسب التغير فى طاقة حركة الجسم من لحظة
قذفه حتى وصوله لسطح الارض

(٣) قذف جسم كتلته ٤ كجم راسياً لأعلى بسرعة ٧٠ م/ث . اوجد مجموع
طاقة الحركة والوضع بعد ٣ ثوان ، واذا كانت طاقة حركته
بعد زمن ما هى ٤٤ و ١٢٥ جول . فاوجد ضعف كتلته وطاقة
وضعه عندئذ .

(٤) تحرك جسم كتلته ٧٢ كجم صاعداً طريقاً يميل على الافقى بزاوية
جيبها $\frac{1}{4}$ فقطع ١٢٠ متر . احسب التغير فى طاقة وضع الرجل

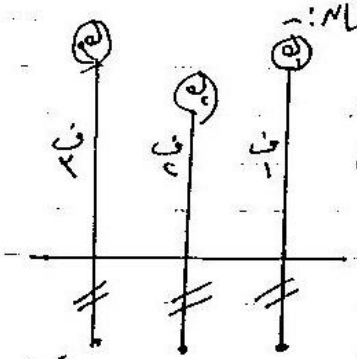
(٥) صعدت طائرة عمودية وزنها ٢٥٠٠ كجم لاسفل من الارتفاع ٢٥٠ متر
الى الارتفاع ١٥٠ متر فاوجد مقدار الفقد فى طاقة وضعها = ---- جول

(٦) اطلق بسرعة لتصل بجسم كتلته ٢٠٠ جم موضوع على قمة مستوى
مائل ارتفاعه ٢ متر الى قاعدة المستوى ، اذا كان مقدار الشغل
المبذول ضد المقاومة = ٢ر١٢ جول

(٧) أ ، ب نقطتان على خط اكبر ميل لمستوى مائل خشن بحيث ب أسفل أ
بدأ جسم كتلته ... جم حركته من السكون من أ ، فاذا كانت المسافة
الرأسية = ... متر وسرعة الجسم عند ب تساوى ٤ م/ث اوجد :
(١) بالجول طاقة الوضع المفقودة
(٢) الشغل المبذول ضد المقاومات

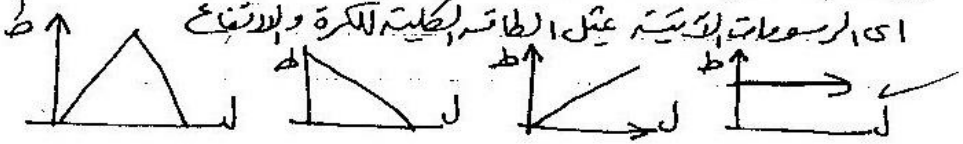
(٨) بندول بسيط طول خيطه ٩٠ سم ويحمل فى طرفه كتلة ١ كجم وينذبذب
فى مستوى رأسى فيتم ٢٠ ذبذبة فى ١٢٠ ث اوجد سرعة الكرة عند منتصف المسار

(٩) ثلاثة اجسام كتلتها ك١ ، ك٢ ، ك٣ تتابع صاعد سقطت من
ارتفاعات ف١ ، ف٢ ، ف٣ على الترتيب نحو الارض وعليه فعلى
كل منها مسافات متساوية داخل الرمل فاذا :



(١) ك١ ف١ = ك٢ ف٢ = ك٣ ف٣ تتابع صاعد
(٢) ك١ ف١ ، ك٢ ف٢ ، ك٣ ف٣ تتابع ضربى
(٣) ك١ ف١ + ك٢ ف٢ = ك٣ ف٣
(٤) ك١ ف١ × ك٢ ف٢ = ك٣ ف٣

(١٠) سقطت كرة ملساء من الارتفاع (ل) على ارض افقية ملساء ، فارتدت لأعلى
اى الرسومات البيانية تمثل الطاقة الكلية للكرة والارتفاع



فى الديناميكا

للصف الثالث الثانوى

الشغل والطاقة

٢٠١٧

الأستاذ

سعيد طه

مركز هيكل للطباعة ت ٠٢٥٩١٨٣٠

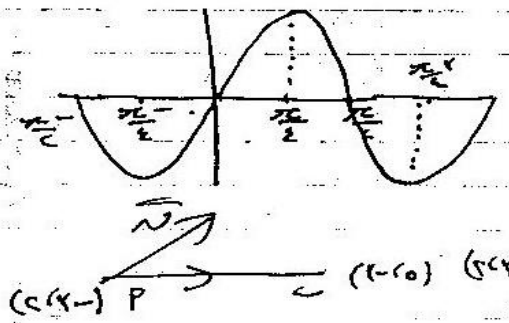
الإرشادات (الشغل)

① $ش = \int_{ه_1}^{ه_2} ق \cdot ف \, ه$

② $ش = \int_{ه_1}^{ه_2} ق \cdot ف \, ه$

③ $ش = \int_{ه_1}^{ه_2} ق \cdot ف \, ه$

④ $ش = \int_{ه_1}^{ه_2} ق \cdot ف \, ه$



⑤ $ش = ق \cdot ف$

⑥ $ش = ق \cdot ف$

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(تابع) أسئلة اختيارات

ش م = ق ك ت ق = (٢٤ ، ٢٠) . (٥ ، ٤) = ٨٠ + ٨٠ = ١٦٠ جول

∴ ش م = ١٦٠ جول

عند م = ك ش ∴ ش م = ٨٠ جول

عند م = ع ث ∴ ش م = ٨٠ جول

∴ ش م = ٨٠ − ٨٠ = ١٨٠ جول

(٧) أقصى ارتفاع ف = ع؟ / ٢ ء = ١٩٦ / ٢ × ٩,٨ = ١٠ متر

الشغل المبذول من الوزن = − ل ء ف

= − ١٠ × ٩,٨ × ٤ = − ٢٩٤ جول

(٨) الشغل المبذول من قوة الوزن = ل ء جا ٣٠° × ف

= ١٠ × ١/٢ × ٦ = ٣٠ ث جم متر

الشغل المبذول من رد فعل المستوى = صفر

لأنه ⊥ ف

الشغل المبذول من قوة الاحتكاك = − ق ك ف

ق ك = ل ء جتا ٣٠° = ٥√٣ ث جم

= − ٥√٣ × ١٠ × ١/٢ × ٦ = − ٣٠√٣ ث جم متر

(٩) ع = ع + ء م

٢٠ × ٥ = ٥/١٨ × ٥٤

م = ١/٢ ء م ر؟ | ف = ١/٢ ء ص؟ = ١/٢ × ١/٢ × (٢٠)؟

∴ ف = ٥٠٠ سم

(أولاً) الشغل المبذول من قوة محصلة المستوى = ق ف جتا ٠°

ل ء = ق − ء ل جا ٣٠°

ق = ل ء + ل ء جا ٣٠° ، ء = ٢٠ ث جم

(١٠) الشغل المبذول من قوة الوزن = ل ء جا ٣٠° × ف

= ١٠ × ١/٢ × ٩,٨ × ٢٠ = ٩٨ جول

الشغل الذى يبذله الرجل = ل ء جا ٣٠° × ف

= ١٠ × ١/٢ × ٩,٨ × ٢٠ = ٩٨ جول

(١١) محصلة القوى المؤثرة فى الجسم = ق جا ٣٠°

ق = ١/٩٨ × ٩,٨ = ١/١٠ ث م ر؟

ع = ع؟ + ٢ ء ف

∴ (١,٤)؟ = ٠ + ٢ × ١/١٠ × ف

∴ ف = ٩,٨ متر

الشغل المبذول من قوة الوزن = − ل ء جا ٣٠° × ف

= − ١٠ × ٩,٨ × ١/٩٨ × ٩,٨ × ٤ = − ١٩٦ جول

(١٢) ق = ل ء = ٠,١ × ١٠ = ١ داين

ش م = ق × ف = ١ × ١٥٠ = ١٥٠ ث جم

الشغل المبذول من قوة الجر = ق × ف

= ٥٥٠ × ٤٥٨٨ = ٢٥٢٨٠٠ جول

(ثانياً) الشغل المبذول من المقاومة = − ق × ف

= − ٢٢ × ٩,٨ × ٤ = − ٤٣١ جول

(ثالثاً) الشغل المبذول من وزن السيارة = − ل ء جا ٣٠° × ف

= − ١٠٠٠ × ٩,٨ × ١/١٠ × ٢٢٥ = − ٢٢٠٥٠٠ جول

(رابعاً) الشغل المبذول من وزن السيارة = ١٠٠٠ × ٩,٨ × ٢٢٥ جول

(خامساً) الشغل المبذول من القوة المبذولة بمحرك العجلة = ق × ف

= ٤٠٠ × ١/٢ × ٢٢٥ جول

ش م = ١/١٠ × ٩,٨ × ٤٠٠ + ٩,٨ × ٤ + ١/٢ × ٤٠٠

∴ ق = ٢٥٨٨ نيوتن

(١٢) $ع = \frac{ص}{جتا هـ}$ ، $جـ = ٤٠ كجم اسى$ ، $جـ = ٤٠ \times \frac{٥٠}{١٨} = ١١٠ ث$

$ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢جـ ف$

$\therefore ٠ = ٤٠٠ + ٢ \times ١٨ \times هـ$ $\therefore هـ = -\frac{٤٠٠}{٣٦} = -\frac{٥٠}{٤}$ م/ث^٢

$\because هـ = -م$

$\therefore م = \frac{٥٠}{٤} = ٤٩٠ \times ٠,٠٤$ $\therefore م = ٢٠,٦ ث$ نيوتن

الشغل المبذول من المقاومة $= -م ف$

$= -٢٠,٦ \times ١٨ \times ٢ = -٧٤١,٦$ جول

(١٤)

معادلة الحركة بـ م

$\therefore هـ = هـ جتا ٦٠° - م$

$\therefore ١٤ هـ = ٩,٨ \times ٢ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٢ = ٩,٨$

$\therefore هـ = ٠,٧٠ ن/ث^٢$

$ف = \frac{١}{٢} هـ ن^٢$ $\therefore ف = \frac{١}{٢} \times ٠,٧٠ \times (٦٠)^٢ = ١٢٦٠$ جول

(أ) الشغل المبذول ضد المقاومة $= هـ ف$

$= ٢ \times ٩,٨ \times ٦٠ = ١١٧٦$ جول

(ب) الشغل المبذول ضد المقاومة $= -ص ف$

$= -٠,٠٩ \times ٩,٨ \times ٦٠ \times ٢ = -١١٧٦$ جول

(١٥) $ف = ٢ ع$ نفرض ان كتلة الحمل والطبق $= ك$ جم

$\therefore$ الشغل $= ك هـ ف$

$\therefore ١١٧٦ = ك \times ٩,٨ \times ١٢$

$\therefore ك = ١٠٠$ جم

$\therefore$ كتلة الطبق $= ١٠٠ - ٨٠ = ٢٠$ جم

(١٦) شغل $= \frac{١}{٢}$ معامل الاحتكاك $\times$ المسافة $\times$ (٦ $\times$ ٨ + ٢)

$= \frac{١}{٢} \times ١٨ \times ٨ = ٧٢$ جول

(١٧) الاختيار (ب) $٢ - ٠ = ٢$

أسئلة الطاقة والشغل

(١) $ف = ق ع = (٤ ٢) = ٨$ نيوتن

الشغل $= ق ف . جتا هـ$

$= (٤ ٢) . (٦ ٥) = ٦ + ٤ = ١٠$ وحدة شغل

$\because$ طـ $= \frac{طـ}{ن} = ش$

$\therefore$ طـ $= ١٠$ وحدة طاقة

(٢) $\because$ طـ $= طـ - ش = ٦ - ٦ س$

$\therefore ش = [-٣ هـ^٢]_٠^س = -٣ س^٢ + ٠ = -٣ س^٢$

$\because ش = طـ - طـ = \frac{١}{٢} ك (ع^٢ - ع_٠^٢)$

$\therefore -٣ س^٢ = \frac{١}{٢} \times ١ (ع^٢ - ١٤٤)$

$\therefore -٦ س^٢ = ع^٢ - ١٤٤$

وعندما س $= ٢$ $\therefore -٢٤ = ع^٢ - ١٤٤$ $\therefore ع^٢ = ١١٢$

$\therefore ع = \sqrt{١١٢} = ٤\sqrt{٧}$ م/ث

(٣) التغير طاقة وحركة $=$ الشغل المبذول من القوة $= ق$ ف س

$=$ مساحة Δ $-$ مساحة شبه المنحرف

$= (\frac{١}{٢} \times ١ \times ٥) - \frac{١}{٢} (٢ + ٤) \times ٦ = -١٨,٥$ جول

(٤) $ش = [هـ]_٠^٢ = طـ_{س=٢} - طـ_{س=٠}$

$ش = \frac{١}{٢} ك ع^٢ - (طـ)_{س=٢}$ مساحة Δ $-$ مساحة شبه منحرف

$= \frac{١}{٢} \times ١ \times ٥ - \frac{١}{٢} (١ + ٢) \times ٦$

$= ١٢ \times ٢ \times \frac{١}{٢} - (طـ)_{س=٢} = ١٢ - ٥,٦ = ٦,٥$

$\therefore (طـ)_{س=٢} = ١٢ + ٦,٥ = ١٨,٥$ جول

④ $ع = \sqrt{(ع_1)^2 + (ع_2)^2} = \sqrt{(10)^2 + (24)^2} = 26$

$ط = \frac{1}{2} ل ع^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 169 = 845$ جول

⑤ $ع = \sqrt{(ع_1)^2 + (ع_2)^2} = \sqrt{(25)^2 + (60)^2} = \sqrt{4225} = 65$

$ط = \frac{1}{2} ل ع^2$

$1,125 \times 10^6 = \frac{1}{2} ل \times 4225 \Rightarrow ل = 533$ جم

⑥ $ع_2 = 2 ك ف = 2 \times 9,8 \times 10 = 196$

$ط = \frac{1}{2} ل ع^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 196 = 196$ جول

⑦ $ط = ط_{ك} + ط_{ج}$

$ط = ل ع ط ه + ك ف$

$ط = \frac{1}{2} \times 4 \times 24 + 2 \times 9,8 \times 10 = 292$ جول

⑧ $ص = ر ط ه = -90 \times \frac{1}{2} = -45$ ث/م

$ع = ع_1 + ص ن$

$ع = 70 - 9,8 \times 4 = -31,2$ م/ث

$ط = \frac{1}{2} ل ع^2$

$= \frac{1}{2} \times 40 \times (31,2)^2 = 19468,8$ ث/ع

أسئلة الطاقة والشغل

① $ف = ك ع = (4 \hat{س} + 2 \hat{ص})$

$ش = ق . ف = (6 \hat{س} + 5 \hat{ص}) . (4 \hat{س} + 2 \hat{ص}) = 24 + 10 = 34$ وحدة شغل

$\because ش = \frac{ط}{2}$

$\therefore ط = 2 ش = 68$ وحدة طاقة

② $ش = ط_2 - ط_1 = \int_{س_1}^{س_2} -6 س^2 د س$

$\therefore ش = [-2 س^3]_{س_1}^{س_2} = -2 س^3 + 2$

$\because ش = ط_2 - ط_1 = \frac{1}{2} ل (ع_2^2 - ع_1^2)$

$\therefore -2 س^3 + 2 = \frac{1}{2} \times 1 (ع_2^2 - 144)$

$\therefore -4 س^3 + 4 = ع_2^2 - 144$

وعندما $س = 2$ $\therefore -32 + 4 + 144 = ع_2^2$ $\therefore ع_2 = 11$ م/ث

$\therefore ع = \sqrt{121} = 3\sqrt{14}$ م/ث

③ الشغل المبذول من القوة = التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول ضد الاحتكاك

$= ط_2 - ط_1 = \frac{1}{2} ك ع^2 - ك ج ف$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times (4+2) - (6 \times 10 \times 0,5) = -18$ جول

④ $ش = \int_{س_1}^{س_2} ق د س$

$ش = ط_{س=2} - ط_{س=0}$

$ش = ط_{س=2} - \frac{1}{2} ل ع^2 = ط_{س=2} - \frac{1}{2} \times 6 \times (1+2)^2 \times 1$

$ط_{س=2} = ش + \frac{27}{2} = 6 + 13,5 = 19,5$ جول

حل ١٢ باستخدام مبدأ الشغل والطاقة

$\frac{1}{2}ك(ع^2 - ع_0^2) = -(ك + ك \sin\theta)ف$

$\frac{1}{2}ك(0 - ع^2) = -(\frac{1}{4}ك + ك \sin\theta)ف$

$-\frac{1}{2}ع^2 = -(\frac{1}{4} + \frac{3}{5})\times 20$

$\therefore ع = 14$ م/ث

حل ١٣ نفرض أن طول المستوى = ف متر

$\therefore \frac{1}{2}ك(ع^2 - ع_0^2) = ك \sin\theta - ص ف$

$\therefore \frac{1}{2}ك(ع^2 - 0) = ك \sin\theta ف - ص ف$

$\therefore \frac{1}{2}\times 4 \times (ع^2 - 0) = 4 \times 9.8 \times 2 - 1.96$

$\therefore ع^2 = 16$

$\therefore ع = 4$ م/ث

حل ١٤ $ص = -ك \sin\theta = -\frac{1}{10}\times 98$

$ك = 98 \div 10 = 9.8$ نيوتن

$ع = ع_0 + صـ$

$ع = 4 - 9.8 \times 1 = -5.8$ م/ث

التغير فى طاقة الحركة $= \frac{1}{2}ك(ع^2 - ع_0^2)$

$= \frac{1}{2}\times 10 \times (5.8^2 - 4^2) = 198.9$ جول

حل ١٥ التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول بواسطة المحصلة

$\therefore \frac{1}{2}ك(ع^2 - ع_0^2) = (ك \sin\theta - م)ف$

$\frac{1}{2}ك(ع^2 - 0) = ك \sin\theta ف - ص ف$

$\frac{1}{2}\times 2 \times ع^2 = 2 \times 9.8 \times 2 - 12$

$ع^2 = 25$ $\therefore ع = 5$ م/ث

(تابع) ارشادات طالب طريقة

(١٦) نفرض أن مقاومة الهواء = م ث

بالنسبة للمسافة الأولى

$\frac{1}{2}ك(ع^2 - ع_0^2) = -ك \sin\theta ف - ص ف$

$\frac{1}{2}ك(0 - ع^2) = -ك \sin\theta ف - ص ف$ ①

بالنسبة للمسافة الثانية

$\frac{1}{2}ك(0 - ع^2) = -ك \sin\theta ف - ص ف$ ②

من ① ، ② $\therefore -ك \sin\theta ف - ص ف = -ك \sin\theta ف - ص ف$

$\therefore ك \sin\theta ف = ص ف$

$\therefore ك \sin\theta : ص = 1 : 2$

(١٧) $ط = ط_0 + ش$

$\therefore ط - ط_0 = (ق - م) \times ف$

$4 \times 9.8 \sin\theta - (4 \times 9.8 \sin\theta - م) \times 4$

$\therefore م = 9.8$ نيوتن $= 1$ كجم

(١٨) T.A

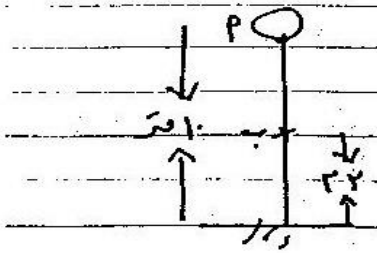
$ط - ط_0 = (ك \sin\theta - ك \sin\theta)ف$

$ط - 0 = (ك \sin\theta - \frac{12}{13} ك \sin\theta)ف$

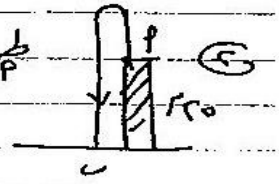
$ط = (\frac{5}{13} - \frac{12}{13} \times \frac{4}{5}) \times 10 \times 9.8 \times 2$

$ط = -392$ جول

١) اشارات طاقة الوضع



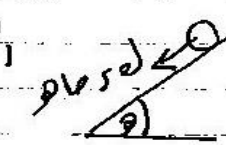
① صم = لـ عف = ٢ ن × ٩,٨ × ١٠
= ٢٩٤ جول
على ارتفاع ٢ متر صم = لـ ع ف
صم = ٢ ن × ٩,٨ × ٢
صم = ٨,١٢ جول
∴ طاقة حركة ط = ٩٤ − ٨,١٢ = ٨٥,٨٠ جول



② $ط_P + صم_P = ط_ب + صم_ب$
$ط_P - ط_ب = صم_ب - صم_P$
= لـ ع ف = ٤ ن × ٩,٨ × ٢٥
= ٢٤٥ جول

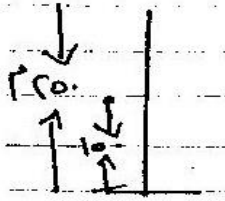
③ مجموع طاقة الوضع وطاقة الحركة لجسم ثوان = طاقة حركته لحظة قذفه
= ½ لـ ع²
= ½ × ٢ × (٧٠)² = ٤٩٠٠ جول
∴ ط = ١٢٥,٤٤ = ½ لـ ع² = ½ × ٢ × ٤٤
∴ ع = ١١,٢ م/ث
∵ ع = ع − ﻫ ن ∴ ١١,٢ = ٧٠ − ٩,٨ ن ∴ ن = ٦ ث
∴ صم = ٤٩٠٠ − ١٢٥,٤٤ = ٤٧٧٥,٥٦ جول

④ الشغل فى طاقة الوضع = لـ ع حاﻫ × ف



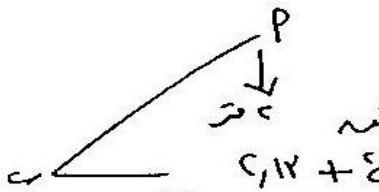
= ١٢٠ × ½ × ٩,٨ × ٧٠
= ١٤١١٢ جول

⑤ الفقد فى طاقة الوضع = لـ ع (٢٥٠ − ١٠)

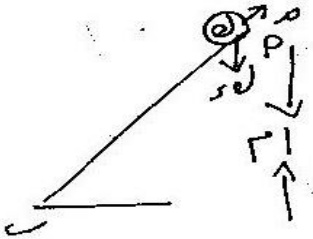


= ١٠ × ٩,٨ × ٢٤٠
= ٢٣٥٢٠ جول

طاقة الوضع

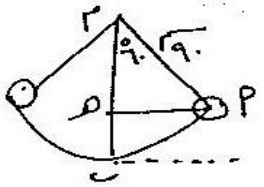


⑥ صم = طـ + شـ
∴ لـ ع ف = ½ لـ ع² + شـ
∴ ٢ ن × ٩,٨ × ٢ = ½ × ٢ ن ع² + ٢,١٢
∴ ع² = ٢٥ ∴ ع = ٥ م/ث

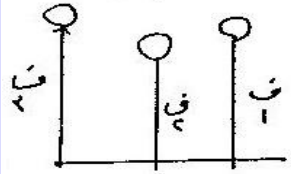


⑦ صم = لـ ع ف صول
= ½ × ١ × ٩,٨ × ٩ = ٤٩ جول
∴ طاقة الوضع المختزنة = ٤٩ جول
(تماثيا) صم = طـ + شـ

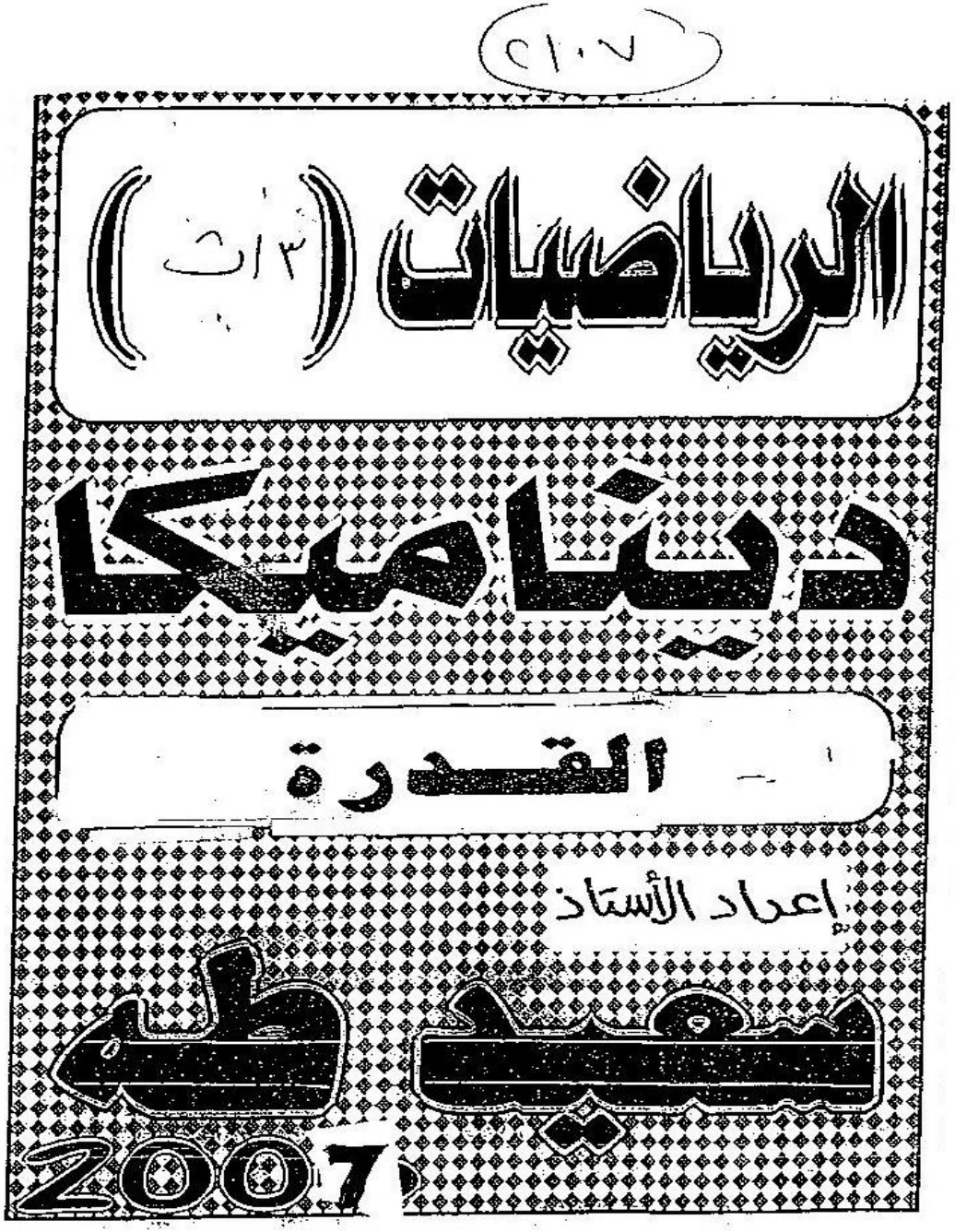
∴ شـ = صم − طـ = ٤٩ − ½ لـ ع²
= ٤٩ − ½ × ½ × ١٦ = ٩ ن جول



⑧ P بداية المسار، ب منتصف المسار
م ص = ٩٠ − ٦٠ = ٣٠°
م ع = ٩٠ − ٣٠ = ٦٠°
∴ ص ب = ٤٠ م
∴ صم = طـ
∴ لـ ع ف = ½ لـ ع²
∴ ٩,٨ × ٤٠ = ½ ع² ∴ ع = ٢٧,٢١ م/ث



⑨ طاقة وضع كل جسم = الشغل المبذول ضد المقاومة
لـ ع (ف − ف) = صـ س ـــ ①
لـ ع (ف − ف) = صـ س ـــ ②
لـ ع (ف − ف) = صـ س ـــ ③
① = ② = ③
∴ لـ ف − لـ ف = ف (لـ − لـ) ـــ ④
∴ لـ ف − لـ ف = ف (لـ − لـ) ـــ ⑤
∵ لـ، لـ، لـ تتابع حسابى ∴ لـ − لـ = لـ − لـ
∴ ④ = ⑤
∴ لـ ف − لـ ف = لـ ف − لـ ف ⇐ لـ ف = ½ (لـ ف + لـ ف)
∴ لـ ف، لـ ف، لـ ف تتابع حسابى



منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

القدرة

القدرة : هى معدل الشغل المبذول بالنسبة للزمن

١) القدرة = $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ = $\frac{\text{ق} \times \text{ف}}{\text{ن}}$ = ق × ع يستخدم هذا التعريف إذا كان الشغل دالة فى الزمن ن

فإذا كان الشغل المبذول مع قوة (ق) بعد زمن (ن) هو

ش = ٢ن^{٢} + ٥ن

فإن القدرة عند اللحظة ن = $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ = ٤ن + ٥ وحدة قدرة

٢) القدرة = $\frac{\text{مقدار الشغل المبذول}}{\text{الزمن}}$ = $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ [إذا كان الشغل المبذول من القوة مقدار عددى]

مثال: قدرة رجل تحمله لصعود سلم أسه الطاقة فى ٥ ث

القدرة = $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ = $\frac{\text{لوف}}{٥}$ وحدة قدرة

٣) ∴ القدرة = $\frac{\text{ش}}{\text{ن}}$ = $\frac{\text{ق} \times \text{ف}}{\text{ن}}$ = ق × ع إذا كانت ق ثابتة

ق ، ف ، ن ، ع

∴ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = ق × ع

∴ القدرة = ق × ع عند لحظة ما

∴ القدرة = مقدار القوة × السرعة عند تلك اللحظة

خلاصة: تتغير القدرة من لحظة لأخرى بتغير سرعة الجسم

وتزداد القدرة بزيادة السرعة

وعندما تكون السرعة قصوى تكون القدرة هى أقصى قدرة

وتعرف عندئذ بقدرة الآلة

∴ أقصى قدرة = القوة (ق) × أقصى سرعة (ع)

القدرة المتوسطة = إذا بذلت آلة شغلاً قدره $ش$ خلال فترة زمنية $\Delta ن = ن_2 - ن_1$ فإن

$$\text{القدرة المتوسطة} = \frac{ش}{\Delta ن} = \frac{ش}{ن_2 - ن_1}$$

ملاحظة هامة: ∴ القدرة $= \frac{\text{د}ش}{\text{د}ن}$

(∴ $ش = \int_{ن_1}^{ن_2}$ القدرة $\text{د}ن$)

فإذا كانت قدرة قوة عند لحظة زمنية $(ن) = ٢ن^٢ + ٤ن$ وحدة قدرة فإن الشغل المبذول من القوة خلال الفترة $ن \in [١، ٢]$

$$ش = \int_{١}^{٢} [٢ن^٢ + ٤ن] \text{د}ن = [\frac{٢}{٣}ن^٣ + ٢ن^٢]_{١}^{٢} = ٤٣ \frac{١}{٣}$$ وحدة شغل

وحدات قياس القدرة: ∴ القدرة $= ه \times ع$

واط: جول/ث = واط، ث

١ نيوتن . م/ث = جول/ث (واط)

١ ث . كجم . م/ث

الحصان = ٧٥ ث كجم . م/ث

١ كيلووات = ١٠٠٠ واط = ١٠٠٠ جول/ث

العلاقة بين الحصان والكيلووات:

الحصان = ٧٥ ث كجم . م/ث

$= ٧٥ \times ٩,٨$ نيوتن . م/ث (واط)

الحصان = ٧٢٥ واط

$= ٧٢٥$ ÷ كيلووات

صاحب قدرة محلة سيارة تتحرك على طريق أفقي بأقصى سرعة

① القدرة $= ه \times ع_1 = ه \times ع$

② الحركة لأعلى مستوى مائل بسرعة منتظمة

$ه = م + و_ط$

القدرة $= ه \times ع$

$= (م + و_ط) \times ع$

③ الحركة لأسفل مستوى مائل بسرعة منتظمة

$ه = م - و_ط$

القدرة $= ه \times ع$

القدرة $= (م - و_ط) \times ع$

إذا كانت الآلة تتحرك بأقصى سرعة على الطريق الأفقي ($ع$) وصعدت عند بأقصى سرعة ($ع_1$) وصلت بأقصى سرعة ($ع_2$) تكون القدرة ثابتة عن المستويات الثلاثة

أي أن: $ه ع = ه ع_1 = ه ع_2$

ملاحظة: إذا كانت الحركة بعيلة منتظمة $ص$ فإن القوة تحسب من معادلة الحركة

ثم تحسب القدرة $= ه \times ع$ عند اللحظة المطلوبة

تمارين

① أثرت قوة ثابتة $\vec{ق} = 4\vec{س} + 2\vec{ص}$ على جسم تغير إزاحته بالعلاقة $ف = (2ن^2 + 1)\vec{س} + (ن^2 - ن)\vec{ص}$ حيث ن بالثانية ، ف بالمتر ، ق بالنيوتن أوجد
(أ) الشغل المبذول من القوة خلال الفترة $ن = 2$ إلى $ن = 6$ ث
(ب) قدرة القوة عند $ن = 2$ ث بالوات

② واجب تحرك جسم تأثير قوة $\vec{ق} = 2\vec{س} + 4\vec{ص}$ فكانت إزاحته $\vec{ف} = (ن^2 + 2ن)\vec{س} + (ن)\vec{ص}$ حيث ف بالمتر ، ن بالثانية ، ق بالنيوتن أوجد قدرة القوة عند اللحظة $ن = 2$ ث بالحصان

③ جسم يتحرك تحت تأثير قوة $\vec{ق} = 2\vec{س} + 4\vec{ص}$ وكانت إزاحته $\vec{ف} = ن\vec{س} + (\frac{1}{2}ن^2 + ن)\vec{ص}$ ، ف بالمتر ، ن بالثانية ، ق بالنيوتن أوجد
(أ) الشغل المبذول من القوة خلال الثواني الثلاث الأولى
(ب) متوسط القدرة خلال الثواني الثلاث الأولى
(ج) قدرة القوة عند $ن = 2$ ث بالكيلووات

④ إذا كانت قدرة آلة بالحصان تساوى $(6ن - \frac{1}{2}ن^2)$ حيث ن بالثواني ، $ن \in [0 ، 12]$ أوجد
(أ) قدرة الآلة عند $ن = 9$ ث
(ب) الشغل المبذول خلال الفترة الزمنية $[0 ، 2]$
(ج) أقصى قدرة للآلة

#V_D

⑤ واجب إذا كانت قدرة قوة تساوى $(6ن - \frac{1}{2}ن^2)$ حيث ن الزمن فالشغل المبذول خلال الفترة الزمنية $[0 ، 6]$ يساوى ...
(أ) 2250 (ب) 4900 (ج) 7200 (د) 12150

⑥ واجب إذا كانت قدرة آلة تساوى $(9ن^2 + 4ن)$ فأوجد الشغل المبذول خلال الثانية الرابعة

⑦ بدأت سيارة كتلتها 2 طن وقوة آلتها $\frac{1}{2}$ ث طن في التحرك على أرض أفقية وكانت مقدار المقاومة لحركتها 20 ث جم لكل طن من كتلتها. أوجد سرعة السيارة بعد مضى 20 ثانية من بدء الحركة ثم أوجد بالحصان قدرة الآلة عند تلك اللحظة $(ع - ع_0) = \frac{1}{2}(ف - ف_0)$

⑧ قطار كتلته 300 طن يتحرك أفقياً بعجلة منتظمة ضد مقاومات مقدارها 10 ث جم وكانت قدرة محرك القطار 800 حصان في اللحظة التي كانت سرعته 30 كم/س . أوجد عجلة حركة القطار

⑨ سيارة كتلتها 1,5 طن تسير على طريق أفقي بأقصى سرعة لها 90 كم/س ضد مقاومات تعادل 60 ث جم لكل طن من كتلتها . أوجد قدرة محرك السيارة بالحصان وبالكيلووات

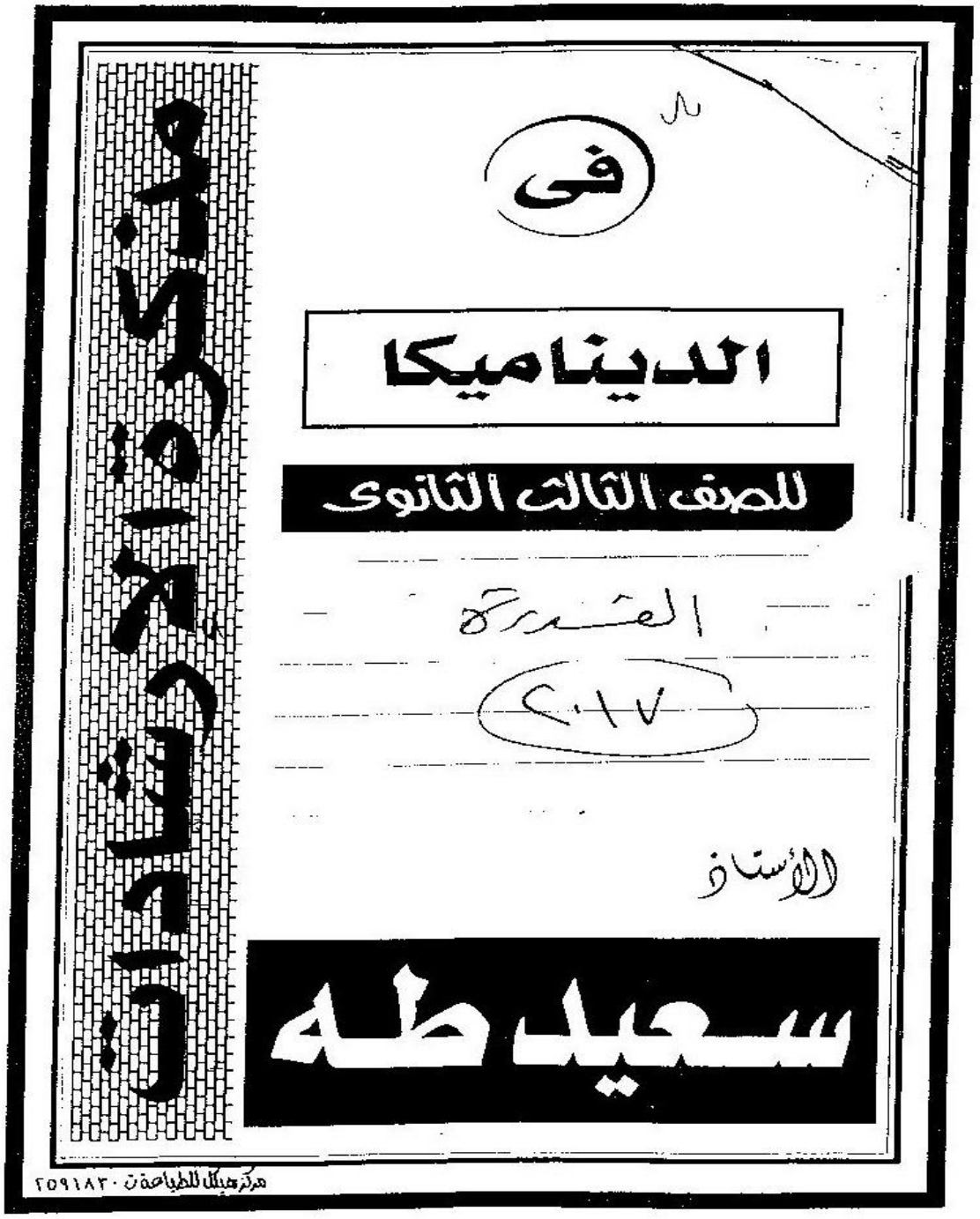
⑩ قطار كتلته 500 طن تحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقي وكانت المقاومة للطريق مقدارها 8 ث جم لكل طن وقدرة محرك القطار 560 حصان أوجد أقصى سرعة للقطار

⑪ باخرة كتلتها 10000 طن وقدرة محركها 15000 حصان تتحرك أفقياً بأقصى سرعة لها 15 كم/س احسب بثقل الكجم المقاومة لكل طن

⑫ واجب موتور سيارة قوته 504 ث جم تحرك سيارة بأقصى سرعة وقدرها 100 كم/س فإذا قدرة الموتور = $\frac{3}{4}$ حصان

⑬ واجب سيارة قدرة محركها 180 حصان وأقصى سرعة لها 120 كم/س تتحرك أفقياً فإذا مقاومة الطريق = ... ث جم

⑭ واجب جرار زراعي قدرته 60 حصان وقوة آلته 500 ث جم فإذا أقصى سرعة له = ... كم/س



الاستاذ

(١) أثرت قوة ثابتة قـ = ٤ شـ + ٢ صـ على جسيم فقطع ازاحته كما لزخم المرتبط بالمتجه ف = (١ + ن^٢) شـ + (٢ ن - ن^٢) صـ حيث ن بالثانية ، الازاحة بالمتر أوجد :-

① الشغل المبذول من القوة فى الفترة من ن = ٢ ث إلى ن = ٦ ث

② قدرة هذه القوة عندما ن = ٢ ث

الحل

∴ شـ = قـ ⊙ ف

= (٤ ، ٢) ⊙ (١ + ن^٢ ، ٢ ن - ن^٢)

∴ شـ = ٤ ن^٢ - ٢ ن + ٤ جول

الشغل خلال ن = ٢ = ٤٨ جول

" " " ٦ = ٤٢٦ جول

∴ الشغل المبذول خلال الفترة = ٤٢٦ - ٤٨ = ٣٧٨ جول

كما أن :- القدرة = شغل / ز = ٢٠ ن - ٢ جول/ث (وات)

عندما ن = ٢ ث ∴ القدرة = ٢٠ × ٢ - ٢ = ٣٨ وات

(٢) أثرت قوة قـ = ٤ شـ + ٢ صـ على جسيم فكانت ازاحته ف فى اللحظة ن ثانية ف = (ن^٢ + ١) شـ + ٥ ن صـ حيث الازاحة بالمتر ، الزمن بالثانية . احسب قدرة القوة عند اللحظة ن = ٢ ثانية

الحل

شـ = قـ . ف = (٤ ، ٢) . (ن^٢ + ١ ، ٥ ن)

= ٤ ن^٢ + ٤ + ١٠ ن

= ٤ ن^٢ + ١٠ ن + ٤ جول

القدرة = شغل / ز = ٨ ن + ١٠ جول/ث (وات)

عند ن = ٢ ثانية

∴ القدرة = ٨ × ٢ + ١٠ = ٢٦ وات

∴ القدرة = ٢٦ / ٧٢٠ حصان

(٢) جسم يتحرك تحت تأثير قوة $= ٢ت^{٢} + ٤ت$ ونكتب بصيغة
إذا حتى $ف = ن ت + (\frac{١}{٦} ن^{٣} + ن) ت$ (الآلة بالنيوتن)
(ف بالمتر ، ن بالثانية) أوجد :
① الشغل المبذول من لحظة خلال الثوانى الثلاث الأولى .
② متوسط القدرة خلال الثوانى الثلاث الأولى .
③ قدرة القوة ق عند ن = ٣ ثانية
الحل

$ش = ق \cdot ف$
$ش = (٢ت^{٢} + ٤ت) \cdot (ن + \frac{١}{٦} ن^{٣})$
$= ٢ن + ٢ن^{٢} + ٤ن$
∴ $ش = ٢ن^{٣} + ٧ن$ جول فى الفترة $[٠ ، ن]$
① فى الفترة $[٠ ، ٢]$ الشغل المبذول خلال الثوانى الثلاث الأولى =
$ش_{ن=٣} - ش_{ن=٠}$
∴ $ش = ٢(٣)^{٣} + ٧(٣) - ٠ = ٢٩$ جول
② متوسط القدرة $= \frac{ش}{ن} = \frac{٢٩}{٢} = ١٢$ جول/ث
$= ١٢$ وات
③ القدرة $= \frac{ش}{ن} = ٤ن + ٧$ وات
عند ن = ٢ ث ∴ القدرة $= ١٩$ وات $= ٠,٠١٩$ ك.و

إذا كانت قدرة آلة (بالحصان) تساوى $(٦ن - \frac{١}{٥} ن^{٢})$ حيث ن الزمن بالثوانى ، $ن \in [٠ ، ١٠]$ أوجد :
④ قدرة الآلة عند ن = ٩٠ ث
⑤ الشغل المبذول خلال الفترة المذكورة $[٠ ، ٣٠]$
⑥ أقصى قدرة للآلة .
الحل

∴ القدرة $= (٦ن - \frac{١}{٥} ن^{٢})$ حصان
④ عند ن = ٩٠ ث ∴ القدرة $= ٦ \times ٩٠ - \frac{١}{٥} (٩٠)^{٢} = ١٣٥$ حصان
⑤ الشغل $= \int_{٠}^{٢٠} (٦ن - \frac{١}{٥} ن^{٢}) دن = ٧٥ \times \left[٣ن^{٢} - \frac{١}{١٥} ن^{٣} \right]_{٠}^{٢٠}$
$= ٧٥ \times ١٦٨$ ك.جم.متر

---

⑥ أقصى قدرة عندما $\frac{ق}{ك ن} ($القدرة$) = ٠$.
∴ $٦ - \frac{١}{٥} ن = ٠$ ∴ ن = ٣٠ ث
، $\frac{ق}{ك ن^{٢}} ($القدرة$) = -\frac{١}{٥}$ (سالبة)
∴ أقصى قدرة عند ن = ٣٠ ث
∴ أقصى قدرة $= ٦ \times ٣٠ - \frac{١}{٥} (٣٠)^{٢} = ٩٠$ حصان

---

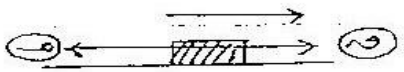
⑤ ٤٩٠٠ ج

---

⑥ الشغل المبذول خلال الثانية الرابعة $= \int_{٣}^{٤}$ القدرة $ دن$
$= \int_{٣}^{٤} ن (٩ن^{٢} + ٤) دن = ١٢٥$ وحدة شغل

---

⑦ بدأت سيارة كتلتها ٢ طن وقوة التحريك بها ت. طن فى التحرك على أرض أفقية وكان مقدار المقاومة لحركتها ٢ ث كجم لكل طن من كتلتها. أوجد سرعة السيارة بعد مضى ٢٥٠ ثانية من بدء الحركة - ثم احسب بالحصان قدرة الآلة عند تلك اللحظة .
الحل



معادلة حركة السيارة
$ك \times عـ = ق - م$
$\therefore ٢٠٠٠ \times \frac{١}{٥} عـ = ١٠٠٠ ت - ٢٠ \times ٢٠ \times ٩,٨$
$\therefore عـ = ٠,٠٤٩ ت - ٠,٠٩٨$ م/ث^{٢}
$ع = ع_{ن} + عـ ن$
$\therefore ع = ٠,٠٤٩ \times ٢٥٠ = ١٢,٢٥$ م/ث
، القدرة $= ق \times ع$ ، $ق = \frac{١}{٥} \times ١٠٠٠ = ٢٠٠$ ث كجم
∴ القدرة $= \frac{١}{٥} \times ١٠٠٠ \times ١٢,٢٥ = ٢٤٥٠$ ث كجم م/ث

∴ القدرة بالحصان $= \frac{٢٤٥٠ \times ٥٠٠}{٧٥} = ١٦٣٣$ حصان .

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(٨) قطار كتلته ٢٥٠ طن يتحرك أفقياً بعجلة منتظمة ضد مقاومات مقدارها ١٥٠٠ ث جم وكانت قدرة محرك القطار ٨٠٠ حصان فى اللحظة التى كانت سرعته ٢٠ كم/س . أوجد مقدار العجلة المنتظمة التى يتحرك بها القطار

الحل

القدرة = ق × ع

$\frac{5}{18} \times 20 \times ق = 75 \times 800$

ق = ٧٢٠٠ ث جم

معادلة حركة القطار

ق = م − م

$20 \times 1000 \times ه = 1.8 \times (150000 - 72000)$

ه = ١٫٠٩٦ م/ث²

ه = ١٠٩٦ سم/ث²

---

(٩) سيارة كتلتها ١ طن تسير على طريق أفقى بأقصى سرعة لها ٤٥ كم/س عندما تكون المقاومة لها ٦٠ ث جم لكل طن من كتلتها . أوجد قدرة محرك السيارة بالحصان وبالكيلووات .

الحل

ع = ١٥ كم/س

المقاومات الكلية = ١٫٠ × ٦٠ = ٩٠ ث جم

ق = م = ٩٠ ث جم

ع = $\frac{5}{18} \times 45 = \frac{25}{2}$ م/ث

القدرة = ق × ع

= $\frac{25}{2} \times 90$ = ١١٢٥ ث جم/ث

= $\frac{1125}{75}$ = ١٥ حصان

= ٧٢٥ × ١٥ = ١١٠٫٢٥ وات

---

(١٠) قطار كتلته ٢٥٠ طن يتحرك بسرعة منتظمة على طريق أفقى ومقاومات المقاومة للطن الواحد مقدارها ٨ ث جم/طن وقدرة محرك القطار ٥٦٠ حصان أوجد أقصى سرعة للقطار .

الحل

المقاومات = ٨ × ٢٥٠ = ٢٠٠٠ ث جم

ق = م = ٢٠٠٠ ث جم

السرعة عظمى

القدرة = ق × ع

٥٦٠ × ٧٥ = ٢٠٠٠ × ع

(١١) باخرة كتلتها ٢٠٠٠ طن وقدرة محركها ١٥٠٠ حصان تتحرك أفقياً بأقصى سرعة لها ١٥ كم/س . احسب بثقل كم مقدار المقاومة لكل طن

الحل

القدرة = ق × ع

$\frac{5}{18} \times 15 \times ق = 75 \times 1500$

ق = ٢٧٠٠٠ ث كم

ق = م = ٢٧٠٠٠ ث كم

مقدار المقاومة لكل طن = ٢٧٠٠٠ ÷ ٢٠٠٠ = ١٣٫٥ ث كم

(١٢) القدرة = ق × ع = ٤٥ × $\frac{5}{18} \times 120$ = ٧٥ ÷ $\frac{5}{18} \times 10$ = ٢٠ حصان

(١٣) ع = $\frac{5}{18} \times 180 = \frac{75}{2}$ م/ث

القدرة = ق × ع

$\frac{75}{2} \times ق = 75 \times 180$

ق = ٢٤٠ ث كم

ق = م = ٢٤٠ ث كم

(١٤) القدرة = ق × ع

$75 \times 600 = ع \times 600$

ع = $\frac{18}{5} \times \frac{40}{3}$ = ٨١ كم/س

(١٥) القدرة = الشغل المبذول / الزمن = لو ف / ن = $\frac{75 \times 90}{60 \times 2}$ ث جم م/ث

= $\frac{2250}{4} = \frac{2250}{75 \times 4}$ = ٤ $\frac{2}{4}$ حصان

(١٦) القدرة = ق × ع

= لو د × ع = $\frac{75 \times 2250}{75}$ = ٢٢٥٠ ث جم م/ث = ٤ $\frac{2}{3}$ حصان

(١٧) تطير طائرة فى خط مستقيم تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها، فاذا كان مقدار المقاومة = ١٥٠٠ ث.كجم عندما تكون مقدار سرعتها ١٨٠ كم/س، ومقدار اقصى سرعة للطائرة = ٢٧٠ كم/س.
اوجد قدرة محرك الطائرة بالحصان.

الحل

لتكن م١ = ١٥٠٠ ث.كجم ، ع١ = ١٨٠ × ٥/١٨ = ٥٠ م/ث ← م

نفرض ان مقدار المقاومة = م٢ عندما ع٢ = اقصى سرعة = ٢٧٠ × ٥/١٨ = ٧٥ م/ث

∴ م١/م٢ = ع١٢/ع٢٢ ⇐ ١٥٠٠/م٢ = (٥٠/٧٥)٢

∴ م٢ = ٢٢٧٥ ث.كجم

∴ عند اقصى سرعة تكون م٢ = م ∴ م = ٢٢٧٥ ث.كجم

∴ القدرة = م × ع

∴ القدرة = ٢٢٧٥ × ٧٥/٧٥ = ٢٢٧٥ حصان

(١٨) اوجد قدرة محرك قطار كتلته ٢٠٠ طن يتحرك فى ارتفاع مستوى أكثر سيل لمنحدر ميله 1/100 الى أعلى بأقصى سرعة وقدرها ٢٦ كم/س اذا كانت مقاومة المنحدر = ٥٠ ث.كجم/طن.

الحل

ع = ٢٦ × ٥/١٨ = ١٢٠ م/ث

المقاومات = ٥٠ × ٢٠٠ = ١٠٠٠ ث.كجم

∴ السرعة قصوى ∴ م = مـ + وحاه

∴ م = ١٠٠٠ × 1/100 × ٢٠٠ + ١٠٠٠

∴ م = ٢٠٠٠ + ١٠٠٠ = ٣٠٠٠ ث.كجم

∴ القدرة = م × ع

∴ القدرة = ٣٠٠٠ × ٧٥/٧٥ = ٤٠٠ حصان

(١٩) سيارة كتلتها ١٢ طن تتحرك بأقصى سرعة لها وقدرها ٣٦ كم/س صاعدة منحدر ميله 1/15 وتتحرك بأقصى سرعة لها ومقدارها ٤٥ كم/س هابطة نفس المنحدر - فيه مقدار مقاومة الطريق بفرض أنها ثابتة - ثم اوجد قدرة محرك السيارة بالحصان.

الحل

أولاً: فى حالة صعود المنحدر

ع = ٣٦ × ٥/١٨ = ١٠ م/ث.

نفرض أن مقاومة المنحدر = م ث.كجم

∴ الصعود بأقصى سرعة

∴ م = مـ + وحاه

∴ م = مـ + ١٢٠٠٠ × 1/15 = (مـ + ٨٠٠) ث.كجم

∴ القدرة = م × ع

∴ القدرة = ١٠ (مـ + ٨٠٠) ث.كجم.م/ث ← (١)

فى حالة الهبوط

ع = ٤٥ × ٥/١٨ = ١٢٥ م/ث

∴ السرعة قصوى

∴ م = مـ - وحاه = مـ - ١٢٠٠٠ × 1/15

∴ م = (مـ - ٨٠٠) ث.كجم

∴ القدرة = م × ع

= ١٢٥ (مـ - ٨٠٠) ث.كجم.م/ث ← (٢)

∴ القدرة ثابتة فى الحالتين (لأن السرعة قصوى)

∴ ١٠ (مـ + ٨٠٠) = ١٢٥ (مـ - ٨٠٠)

∴ ١٠ مـ + ٨٠٠٠ = ١٢٥ مـ - ١٠٠٠٠٠

∴ ١١٥ مـ = ١٠٨٠٠٠ ∴ مـ = ٩٤٠٠ ث.كجم

ومن (١) القدرة = ١٠ (مـ + ٨٠٠) ∴ م = ٩٤٠٠ ث.كجم

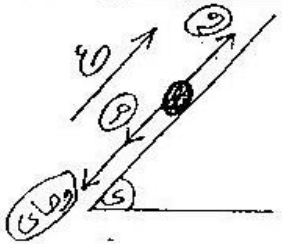
∴ القدرة = ١٠ (٩٤٠٠ + ٨٠٠) = ١٠ × ١٠٢٠٠/٧٥ = ١٣٦ حصان

منتدى توجيه الرياضيات أ/ عادل إدوار

(٣٠) سيارة كتلتها ٦ طن وقدرة محركها ٢٥ حصان تصعد فى اتجاه خط أكبر ميل لمنحدر يميل على الأفق بزاوية جيبها $\frac{1}{20}$ بسرعة قصوى مقدارها ٤٥ كم/س. أوجد مقدار مقاومة المنحدر لحركة السيارة ثم اوجد أقصى سرعة تهبط بها السيارة على نفس المنحدر إذا علم أن مقدار المقاومات يتناسب مع مقدار هذه السرعات.

الحل

أولاً: فى حالة الصعود على المنحدر:-



$ع = \frac{5}{18} \times 45 = \frac{25}{2}$ م/ث

∴ القدرة = $ق \times ع$

∴ $\frac{15}{2} \times ق = 250 \times 75$

∴ $ق = 2500$ ث كجم

∵ الحركة منتظمة ∴ $ق = م + و_{صاعد}$

$\frac{1}{20} \times 6000 + م = 2500$

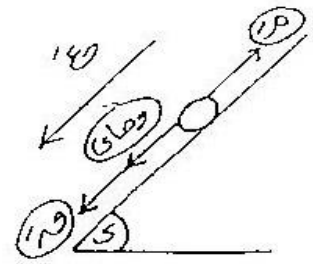
∴ $م = 1500$ ث كجم

[ثانياً] فى حالة الهبوط على المنحدر:-

نفرض أن المقاومة $م'$ تأثر سرعة عندئذ = $ع'$

$\frac{م'}{م} = \frac{ع'}{ع}$ ∴ $\frac{م'}{1500} = \frac{ع'}{\frac{75}{2}}$

∴ $م' = 20 ع'$



∵ الحركة منتظمة

∴ $ق' = م' - و_{هابط}$

∴ $ق' = 20 ع' - \frac{1}{20} \times 6000$

∴ $ق' = 20 ع' - 300$ ث كجم

∵ القدرة = $ق' \times ع'$

والقدرة ثابتة فى الحالتين

∴ $2500 = 75 ع' (20 ع' - 300)$

∴ $ع'^2 - 15 ع' - 1875 = 0$

∴ $ع'^2 - 25 ع' + 10 ع' - 250 = 0$

∴ $(ع' - 25)(ع' + 10) = 0$

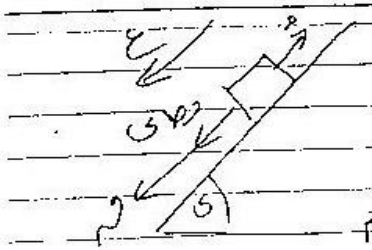
∴ $ع' = \frac{25}{2} = 12.5$ م/ث

∴ $ع = 12.5 \times \frac{18}{5} = 45$ كم/س.

(٣١) صعدت شاحنة كتلتها ٥ طن على طريق مستقيم يميل على الأفق بزاوية جيبها $\frac{1}{14}$ من موقع (أ) إلى موقع (ب) بأقصى سرعة وقدرها ٤٥ كم/س - احسب قدرة محركها بالحصان إذا علمت أن مقاومة الطريق لحركتها تقدر بنسبة ١٢٪ من وزنها بالشحنة.

ثم استمرت الشاحنة فى صعود الطريق من موقع (ب) بشحنة كتلتها ٤ طن ثم تحركت صاعدة الطريق إلى موقع (ا) بأقصى سرعة لها وقدرها ٢٥ حصان إذا ظلت المقاومة على نفس نسبتها من الوزن.

الحل



مقاومة الطريق = ١٢٪ من الوزن = $\frac{12}{100} \times 5000 \times 9.8$ ث نيوتن

$= \frac{12}{100} \times 5000 \times 9.8 \times \frac{1}{1000}$ ث كجم

$= 588$ ث كجم

عند الصعود: $ق = م + و_{صاعد}$

$ق = 588 + \frac{1}{14} \times 5000 \times 9.8$

$= 588 + 3500 = 4088$ ث نيوتن

القدرة = $ق \times ع$

$= 4088 \times 45 \times \frac{5}{18} \times \frac{1}{735}$ حصان

أثناء الصعود:

كتلة الشاحنة + الشحنة = $9 + 4 = 13$ طن

∴ الوزن = $13 \times 1000 \times 9.8 \times \frac{1}{1000} = 127.4$ ث كجم

$م' = \frac{12}{100} \times 127.4 = 15.288$ ث كجم

$ق' = م' + و_{صاعد}$

$= 15.288 + \frac{1}{14} \times 127.4$

$= 15.288 + 9.1 = 24.388$ ث كجم

∵ القدرة ثابتة فى الحالتين

∵ القدرة = $ق' \times ع'$

$= 24.388 \times 12.5$

$= 304.85$ ث نيوتن

$304.85 = 735 ع'$

$ع' = \frac{304.85}{735}$ م/ث

$ع = \frac{18}{5} \times \frac{304.85}{735} = 8.9$ كم/س